تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الكويتية

almanahj.com/kw

موقع المناهج الكويتية

الملف حلول دفتر مراجعة الطالب مرجع شامل للمفاهيم والمهارات 2020

روابط مواقع التواصل الاجتماعي بحسب الصف العاشر

روابط مواد الصف العاشر على تلغرام

التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب الصف العاشر والمادة رياضيات في الفصل الثاني

1	إجابة اختبار تقويمي ثاني
2	تمارين أسئلة حاول أن تحل
3	عاشر رياضيات حل الاحصاء
4	عاشر رياضيات نموذج إجابة اختبار
5	عاشر 2

الإجابات النموذجية

هالة لبيب

دولة الكويت

وزارة التربية

قسم الرياضيات

٢٠٢٢ - ٢٠٢٣

رياضيات
الصف العاشر
الفصل الدراسي الثاني

تمت إضافة إجابات
بند (١-٩)
حاول أن تحل
كراسة التمارين

أسم الطالب:

الصف:

أوراق العمل لا تغني عن كتاب الطالب وكراسة التمارين

وزارة التربية

العام الدراسي: ...../.....
الفصل الدراسي: .....
المادة: .....

استمارة متابعة الطالب

أسم الطالب: .....

الصف: ..... / .....

التاريخ	الدفتر	الواجب	المشاركة	الملاحظات	التوقيع

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١ م		/ ١٠

الموضوع	6- 1(أ) الدائـــــــــــــرة /6- 2(ب) مماس الدائرة

نظرية (١)

كل ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة تمر بها دائرة واحدة.

المماس للدائرة هو مستقيم في المستوي يتقاطع مع الدائرة في نقطة واحدة.

جميع الحقوق محفوظة
المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

نقطة التقاطع تسمى نقطة التماس.

$\overleftrightarrow{أد}$ مماس.

$\overrightarrow{أد}$ شعاع مماس.

$\overline{أد}$ قطعة مماسية

$\overline{أو}$ نصف قطر التماس

نظرية (٢)

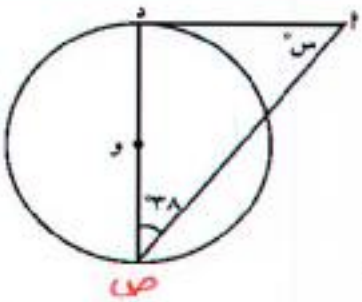
المماس عمودي على نصف قطر التماس.

إذا كان مستقيم مماسًا لدائرة، فإنه يكون متعامدًا مع نصف القطر المار بنقطة التماس.

حاول أن تحل

٢ في الشكل المقابل، $\overleftrightarrow{أد}$ مماس للدائرة التي مركزها و.

أوجد قيمة س°.



ص

البرهان:

∵ $\overline{أد}$ مماس للدائرة (معطى)

∴ $\overline{وأ}$ نصف قطر التماس

∴ م(∠أ) = ٩٠° (نظرية)

في Δ أدص:

م(∠ص) = ١٨٠° − (٩٠° + ٣٨°)

س = ١٨٠° − ١٣٨°

س = ٥٢° (مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°)

كراسة التمارين صـ 9 رقم 2،1

القطع المستقيمة تمس الدوائر، أ مركز كل دائرة. أوجد قيمة س.

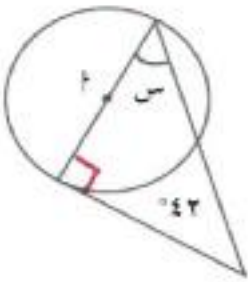
البرهان :

في الشكل الرباعي :

س = ٣٦٠° − (٦٠° + ٩٠° + ٩٠°)

= ١٢٠°

(مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠°)



البرهان :

في المثلث :

س = ١٨٠° − (٤٢° + ٩٠°)

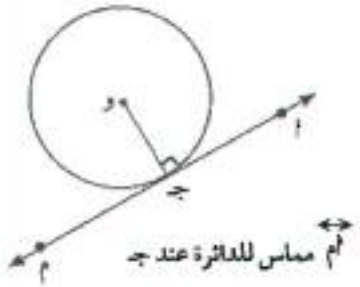
= ٤٨°

(مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°)

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

نظرية (٣)

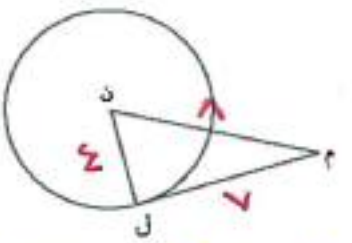
المستقيم العمودي على نصف قطر دائرة عند نهايته التي تنتمي إلى الدائرة يكون مماسًا لهذه الدائرة عند هذه النقطة.



حاول أن تحل

٤ في الشكل المقابل، إذا كان ن ل = ٤ ، ل م = ٧ ، ن م = ٨،

فهل م ل مماس للدائرة؟ فسّر إجابتك.



باستخدام عكس نظرية فيثاغورث :

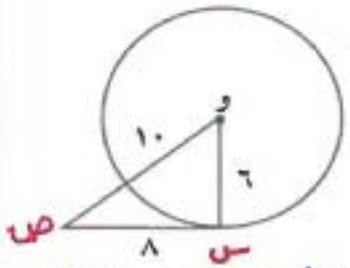
(م ن)² = ٨² = ٦٤

(م ل)² + (ن ل)² = ٧² + ٤²

= ٦٥

كراسة التمارين صـ 9 رقم 3

حدّد ما إذا كان المستقيم مماسًا للدائرة التي مركزها و.



باستخدام عكس نظرية فيثاغورث :

(و ص)² = (١٠)² = ١٠٠

(س ص)² + (و س)² = ٨² + ٦²

= ١٠٠

H.W.

$\therefore (م ن)^2 \neq (م ل)^2 + (ن ل)^2$

$\therefore \Delta$ ل م ن ليس مثلثا قائم الزاوية

$\therefore$ ق$(\hat{ل}) \neq 90°$

$\therefore \overleftrightarrow{م ل}$ ليس مماسا للدائرة

$\therefore (و ص)^2 = (س ص)^2 + (و س)^2$

$\therefore \Delta$ و س ص قائم الزاوية في س

$\therefore$ ق$(\hat{ش}) = 90°$

$\therefore \overline{س ص}$ مماس للدائرة

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

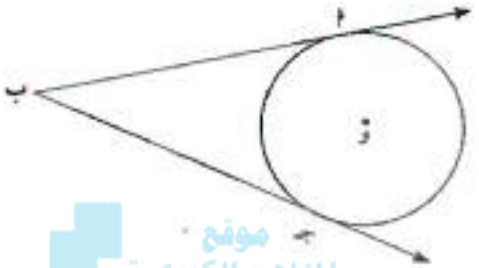
اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١٠م		/ ١٠

الموضوع	6- 1(أ) الدائـــــــــرة /6- 2(ب) مماس الدائرة

نظرية (٤)

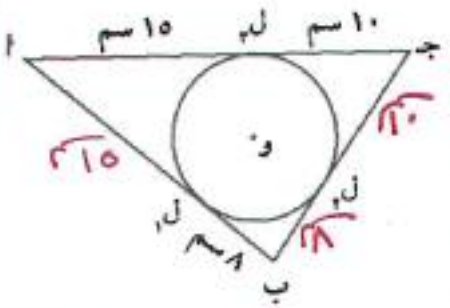
القطعتان المماستان لدائرة والمرسومتان من نقطة خارجها متطابقتان.

$\overline{أب} \cong \overline{جـ ب}$



موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

في الشكل المقابل، أوجد محيط المثلث أب جـ.



البرهان :-

أ ل١ = أ ل٣ = ١٥ م (نظرية)

ب ل١ = ب ل٢ = ٨ م (نظرية)

جـ ل٢ = جـ ل٣ = ١٠ م (نظرية)

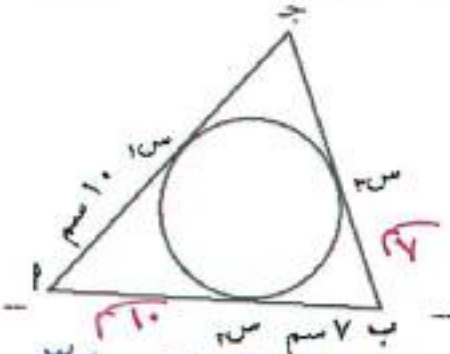
محيط ∆ أ ب جـ = مجموع أطوال أضلاعه

= ٨ + ٨ + ١٠ + ١٠ + ١٥ + ١٥ = ٦٦ م

حاول أن تحل

٦ في الشكل المقابل إذا كان محيط المثلث أب جـ = ٥٠ سم،

فأوجد طول $\overline{ب جـ}$.



البرهان :-

أ س١ = أ س٣ = ١٠ م (نظرية)

ب س٢ = ب س٣ = ٧ م (نظرية)

جـ س٢ = جـ س١ = ص

محيط المثلث أ ب جـ = مجموع أطوال أضلاعه

٥٠ = ١٠ + ١٠ + ٧ + ٧ + ص + ص

٥٠ = ٣٤ + ٢ ص

ص = ٨

∴ ب جـ = ب س٢ + جـ س٢

= ٧ + ٨

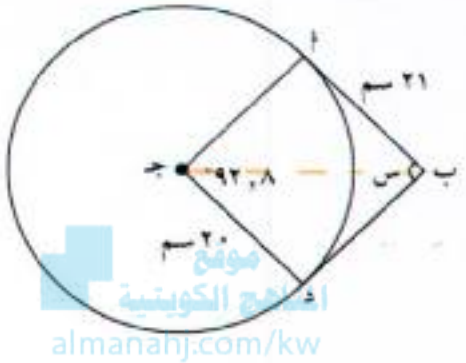
= ١٥ م

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١٠م		/ ١٠

الموضوع: 6- 1(أ) الدائـــــــــرة /6- 2(ب) مماس الدائرة

H.W.

كراسة التمارين صـ 11 رقم 5



موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

(٥) $\overleftrightarrow{ب أ}$ ، $\overleftrightarrow{ب د}$ مماسان للدائرة.

(أ) أوجد قيمة س.

(ب) أوجد محيط الشكل الرباعي ب أ جـ د.

(جـ) أوجد ب جـ.

البيان:

(أ) ∵ $\overleftrightarrow{ب أ}$ مماس للدائرة (معطى)

∴ $\overline{أ جـ}$ نصف قطر التماس

∴ ق(أ) = ٩٠° (نظرية)

∵ $\overleftrightarrow{ب د}$ مماس للدائرة (معطى)

∴ $\overline{جـ د}$ نصف قطر التماس

∴ ق(د) = ٩٠° (نظرية)

في الشكل الرباعي أ ب د جـ :

ق(ب) = ٣٦٠° − (٩٠° + ٩٠° + ٩٢,٨°)

= ٨٧,٢° (مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠°)

(ب) ب أ = ب د = ٢١ سم (نظرية)

د جـ = أ جـ = ٢٠ سم (أنصاف أقطار الدائرة متطابقة)

أو (بسبب خواص الدائرة)

محيط الشكل الرباعي ب أ جـ د = مجموع أطوال أضلاعه

= ٢١ + ٢١ + ٢٠ + ٢٠

= ٨٢ سم

H.W.

(ج) في Δ ا ب ج القائم الزاوية في ب :

$(\text{ا ج})^2 = (\text{ا ب})^2 + (\text{ب ج})^2$

$= (٨١)^2 + (٠٠)^2$

$= ٨٤١$

$\text{ب ج} = \sqrt{٨٤١}$

$= ٢٩$ سم

(نظرية فيثاغورس)

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

H.W.

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١٠م		/ ١٠

الموضوع: (2-6) الأوتار والأقواس

نظرية (١)

في دائرة أو في دوائر متطابقة:

١ للزوايا المركزية المتطابقة أوتار متطابقة.

٢ الأوتار المتطابقة تقابل أقواسًا متطابقة.

٣ للأقواس المتطابقة زوايا مركزية متطابقة.

نظرية (٢)

١ الأوتار المتطابقة في دائرة على أبعاد متساوية من مركز الدائرة.

٢ الأوتار التي على أبعاد متساوية من مركز دائرة تكون متطابقة.

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

حاول أن تحل

٢ دائرة مركزها و.

أوجد قيمة س في الشكل المقابل، وفسّر إجابتك.

البرهان

ن ص = ٣٦ وحدة طول (معطى)

ل م = ١٨ + ١٨ = ٣٦ وحدة طول

∴ ن ص = ل م (معطى)

∴ و د = و هـ ← س = ١٦ وحدة طول (نظرية)

كراسة التمارين صـ 13 رقم 1

(١) أوجد قيمة س في الأشكال التالية:

(أ)

البرهان:

∵ ل و = هـ و = ٧ وحدة طول (معطى)

∴ س = م ل (نظرية)

س = ٧ + ٧

= ١٤ وحدة طول

(ب)

البرهان:

ل ن = ٢,٥ + ٢,٥ = ٥ وحدة طول (معطى)

∴ ل ن = ص د = ٥ وحدة طول

∴ س = ٢ وحدة طول (نظرية)

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١٠م		/ ١٠

الموضوع	(2-6) الأوتار والأقواس

H.L.

نظرية (٣)

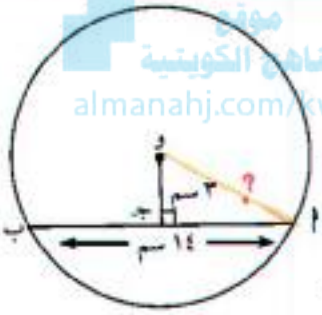
١ القطر العمودي على وتر في دائرة ينصفه وينصف كلًّا من قوسيه.

٢ القطر الذي ينصف وترًا (ليس قطرًا) في دائرة يكون عموديًّا على هذا الوتر.

٣ العمود المنصف لوتر في دائرة يمر بمركز الدائرة.

موقع المناهج الكويتية almanahj.com/kw

في الشكل المقابل، أوجد طول نصف قطر الدائرة التي مركزها و.



البرهان:

في Δ أ ج و القائم الزاوية في ج:

$أ ج = \frac{1}{2} أ ب$

$= \frac{1}{2} \times ١٤$

$= ٧$ سم

$(أ و)^2 = (أ ج)^2 + (ج و)^2$

$= ٧^2 + ٣^2$

$= ٥٨$

$أ و = \sqrt{٥٨} = ٧,٦$ سم

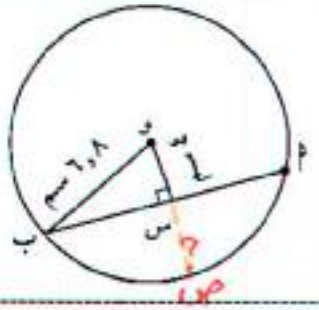
∴ طول نصف قطر الدائرة $= ٧,٦$ سم

حاول أن تحل

٣ استخدم الشكل المقابل لإيجاد:

أ طول الوتر $\overline{أ ب}$.

ب المسافة من منتصف الوتر إلى منتصف القوس الأصغر $\overset{\frown}{أ ب}$.



البرهان:

أ) في Δ و س ب:

$(س ب)^2 = (و ب)^2 - (و س)^2$

$= (٦,٨)^2 - ٤^2$

$= ٣٠,٢٤$

$س ب = \sqrt{٣٠,٢٤}$

$= ٥,٥$ سم (نظرية فيثاغورث)

$أ ب = ٢ \times س ب$

$= ٢ \times ٥,٥ = ١١$ سم

ب) $و ص = و ب = ٦,٨$ (أنصاف أقطار الدائرة متطابقة)

$س ص = ٦,٨ - ٤$

$= ٢,٨$ سم

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١م		/ ١٠

الموضوع	(3-6) الزوايا المركزية والزوايا المحيطية

١ - الزاوية المركزية والزاوية المحيطية

Central Angle and Inscribed Angle

تعريف:

١ الزاوية التي رأسها مركز الدائرة وضلعاها يقطعان الدائرة تسمى بالزاوية المركزية.

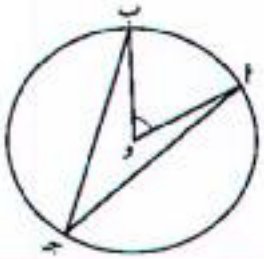
٢ الزاوية التي رأسها إحدى نقاط الدائرة وضلعاها يقطعان الدائرة تسمى بالزاوية المحيطية.

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

نظرية (١)

قياس الزاوية المركزية يساوي قياس القوس المحصور بين ضلعيها على الدائرة.

نظرية (٢)



في الدائرة قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المحصور بين ضلعيها.

$ق(\angle أجب) = \frac{1}{2} ق(\angle أوب) = \frac{1}{2} ق(\overset{\frown}{أب})$

قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس نفسه.

حاول أن تحل

٢ إذا كان قياس زاوية محيطية في دائرة يساوي ٥٤°، فأوجد قياس القوس المحصور بين ضلعيها.

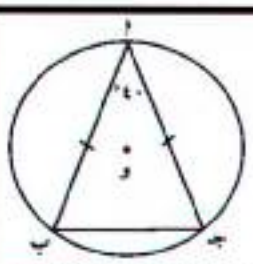
البرهان: قياس الزاوية المحيطية = $\frac{1}{2}$ قياس القوس المحصور بين ضلعيها (نظرية)

∴ قياس القوس = ٢ × ٥٤°

= ١٠٨°

في الشكل المقابل أب جـ مثلث متطابق الضلعين حيث أ ب، جـ نقاط على الدائرة التي مركزها و، ق(∠ب أ جـ) = ٤٠°.

أوجد قياس كل من الأقواس أب، ب جـ، أ جـ.



البرهان:

ق(∠جـ) = ق(∠ب) = $\frac{180° - 40°}{2}$ = ٧٠°

(مجموع قياسات زوايا Δ = ١٨٠°)

∴ ق(أب) = ٢ × ق(∠جـ) (نظرية)

= ٢ × ٧٠°

= ١٤٠°

∴ ق(ب جـ) = ٢ × ق(∠أ) (نظرية)

= ٢ × ٤٠°

= ٨٠°

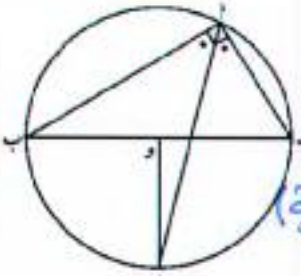
∴ ق(أ جـ) = ٢ × ق(∠ب)

= ٢ × ٥٠°

= ١٠٠°

H.L.

في الشكل المقابل دائرة مركزها و. أثبت أن $\overline{د و} \perp \overline{ب ج}$.



البرهان:

∵ م(∠أ) = ٩٠° (معطى)

∴ أ ∈ نصف (أ) (معطى)

∴ م(∠جأد) = $\frac{1}{2}$ × ٩٠°

= ٤٥°

وهي زاوية محيطية

∴ م(ج ك) = ٢ × ٤٥°

= ٩٠° (نظرية)

∵ جـ ∈ د دائرة مركزية (معطى)

∴ م(ج) = م(ج د) (نظرية)

∴ م(ج د) = ٩٠°

∴ د و ⊥ ب ج

كراسة التمارين صـ 16 رقم 3

أوجد قياسات الزوايا والأقواس التالية مستخدمًا الرسم المقابل:

(أ) ق(∠أ).

∵ أ زاوية محيطية

∴ م(أ) = $\frac{1}{2}$ م(ب ج)

= $\frac{1}{2}$ × ٨٠°

= ٤٠° (نظرية)

(ب) ق(ج هـ).

∵ هـ ب جـ زاوية محيطية

∴ م(هـ ب جـ) = $\frac{1}{2}$ م(ج هـ)

∴ م(ج هـ) = ٢ × ٢٥°

= ٥٠° (نظرية)

(جـ) ق(ج).

∵ جـ زاوية محيطية

∴ م(ج) = $\frac{1}{2}$ م(ب د)

= $\frac{1}{2}$ × ٨٠°

= ٤٠° (نظرية)

(د) ق(∠ب هـ).

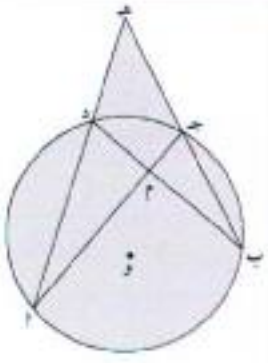
∵ ب هـ زاوية محيطية

∴ م(∠ب هـ) = $\frac{1}{2}$ م(ب هـ)

∴ م(∠ب هـ) = $\frac{1}{2}$ × (٨٠° + ٥٠°)

= ٦٥° (نظرية)

كتاب الطالب مثال (٥) صـ٧ـ

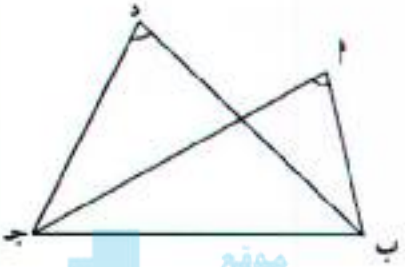


في الشكل المقابل، أثبت أن: ق(∠ب م أ) = $\frac{ق(\overset{\frown}{ب أ}) + ق(\overset{\frown}{ج د})}{٢}$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١ م		/ ١٠

الموضوع	(3-6) ت / الزوايا المركزية والزوايا ..

نتائج



١ كل زاويتين محيطيتين في دائرة تحصران القوس نفسه متطابقتان.

٢ كل زاوية محيطية في دائرة تحصر نصف دائرة تكون زاوية قائمة.

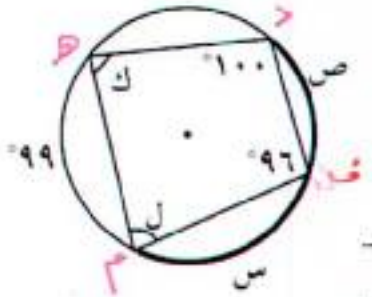
٣ كل شكل رباعي دائري (محاط بدائرة)، تكون زواياه المتقابلة متكاملة.

٤ في الشكل إذا تطابقت الزاويتان أ، د المرسومات على القاعدة $\overline{ب جـ}$ وفي جهة واحدة منها. كان الشكل أ ب جـ د رباعيًا دائريًا.

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

كراسة التمارين صـ 19 رقم 1(د)

H.W.



أوجد قياسات الزوايا والأقواس المجهولة

البرهان:

هـ د ص ك شكل رباعي دائري (معطى)

∴ ق (هـ) = ١٨٠° − ٩٦°

∴ ك = ٨٤° (نتيجة)

ق (م) = ١٨٠° − ١٠٠°

∴ ل = ٨٠° (نتيجة)

ق (ص ف) = ٢ × ق (د) (نظرية)

= ٢ × ١٠٠° = ٢٠٠°

∴ س = ق (ص ف) − ق (هـ م)

= ٣٠٠° − ٩٩°

= ١٠١°

ق (ك م) = ٢ × ق (هـ) (نظرية)

= ٢ × ٨٤° = ١٦٨°

ص = ق (ك م) − ق (ف م)

= ١٦٨° − ١٠١° = ٦٧°

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١ م		/ ١٠

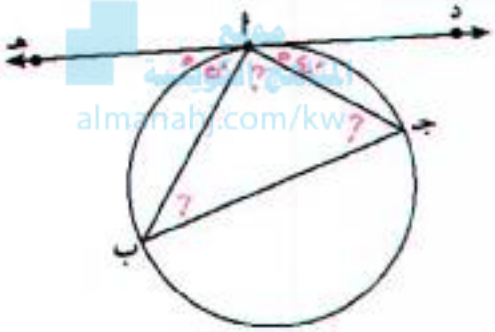
الموضوع	(3-6) ت / الزوايا المماسية والزوايا المحيطية

نظرية (٣)

(١) قياس الزاوية المماسية يساوي قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها في القوس نفسه.

(٢) قياس الزاوية المماسية يساوي نصف قياس القوس المحصور بين المماس والوتر.

حاول أن تحل



٧ في الشكل المقابل، لدينا: ق(د̂أ ج) = ٤٠°، ق(هـ̂أ ب) = ٥٠°.

أ أوجد قياسات زوايا المثلث أ ب ج.

ب أثبت أن $\overline{ج ب}$ قطر للدائرة.

البرهان:

أ) ق(∠أ ب ج) = ق(د̂أ ج) = ٤٠° (نظرية)

ق(∠أ ج ب) = ق(هـ̂أ ب) = ٥٠° (نظرية)

ق(ج̂أ ب) = ١٨٠° − (٥٠° + ٤٠°)

= ١٨٠° − ٩٠°

= ٩٠° (مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°)

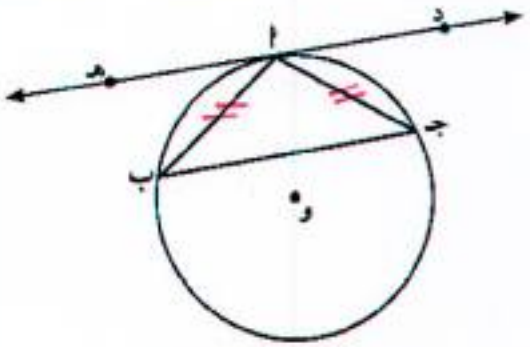
ب) ∵ ق(ج̂أ ب) = ٩٠°

وهي زاوية محيطية تحصر نصف دائرة

∴ $\overline{ج ب}$ قطر في الدائرة (نتيجة)

H.W.

حاول أن تحل



٩ في الشكل المقابل، إذا كان لدينا $\overleftrightarrow{دهـ}$ مماس للدائرة عند النقطة المثلث اب جـ متطابق الضلعين (اب = اجـ).

أثبت أن $\overleftrightarrow{دهـ}$ // $\overline{ب جـ}$

البرهان:

ق(∠ا ب جـ) = ق(∠د ا جـ) (نظرية)

ق(∠ا جـ ب) = ق(∠هـ ا ب) (نظرية)

∵ المثلث ا ب جـ متطابق الضلعين (معطى)

∴ ق(∠ا جـ ب) = ق(∠ا ب جـ) (∵ في المثلث المتطابق الضلعين)

∴ ق(∠ا ب جـ) = ق(∠د ا جـ) = ق(∠ا جـ ب) = ق(∠هـ ا ب) (∵ في الخطوط المستقيمة)

∴ ق(∠د ا جـ) = ق(∠ا جـ ب)

وهما متبادلتان

∴ $\overline{ب جـ}$ // $\overleftrightarrow{دهـ}$

موقع المناهج الكويتية almanahj.com/ku

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١م		/ ١٠

الموضوع: (4-6) الدائرة ، الأوتار المتقاطعة ، المماس

١ - تقاطع الأوتار داخل الدائرة

نظرية (١)

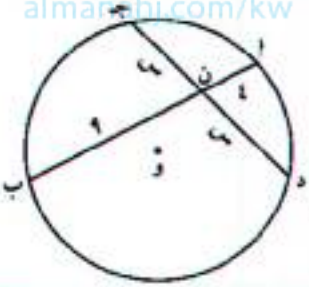
إذا تقاطع وتران داخل دائرة، فإن ناتج ضرب طولي جزءي أحد الوترين يساوي ناتج ضرب طولي جزءي الوتر الآخر.

ن أ × ن ب = ن جـ × ن د

موقع المناهج الكويتية almanahj.com/kw

حاول أن تحل

١ في الشكل المقابل، أوجد قيمة س.



∵ أ ب ، د جـ وتران متقاطعان داخل الدائرة (معطى)

∴ ن أ × ن ب = ن جـ × ن د

س × س = ٤ × ٩

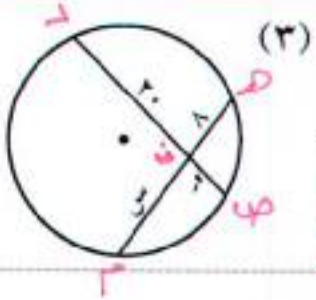
س٢ = ٣٦

س = ٦ أو س = -٦ (مرفوضة)

∴ س = ٦ (نظرية)

كراسة التمارين صـ 21 رقم 3

(٣) أوجد قيمة س.



البرهان:

∵ هـ م ، ص د وتران متقاطعان داخل الدائرة (معطى)

∴ هـ ن × ن م = ص ن × ن د

٨ × س = ٦ × ٢٠

∴ س = $\frac{٦ \times ٢٠}{٨}$

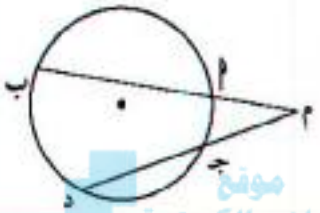
= ١٥ وحدة طول

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١٠م		/ ١٠
الموضوع	(4-6) ت / الدائرة ، الأوتار المتقاطعة ، المماس		

٢ - تقاطع الأوتار خارج الدائرة

نتيجة (١)

إذا رسم قاطعان من نقطة خارج دائرة، فإن ناتج ضرب طول أحد القاطعين في طول جزئه الخارجي يساوي ناتج ضرب طول القاطع الآخر في طول جزئه الخارجي.

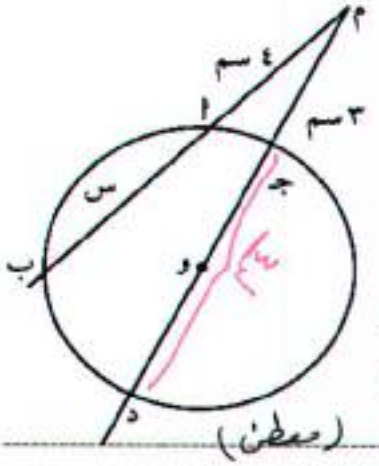


م أ × م ب = م جـ × م د.

موقع المنهج الكويتية
almanahj.com/kw

حاول أن تحل

٣ في الشكل المقابل، دائرة مركزها و. طول نصف قطرها يساوي ٤ سم.
أوجد قيمة س.



البرهان:

بما أن م أ ب، م جـ د قاطعان مرسومان من نقطة خارج الدائرة (معطى)

∴ م أ × م ب = م جـ × م د (نتيجة)

٣ × (٣ + ٤) = م ب × ٤

٤ م ب = ٢١

$\frac{٤ م ب}{٤} = \frac{٢١}{٤}$

م ب = ٥,٢٥

أ ب = م ب − م أ

س = ٥,٢٥ − ٤

∴ س = ١,٢٥ سم

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١٠م		/ ١٠

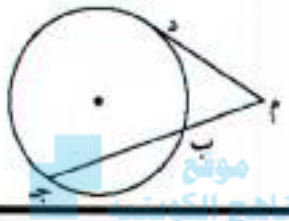
الموضوع	(4-6) ت / الدائرة ، الأوتار المتقاطعة ، المماس

٣ - تقاطع مماس وقاطع الدائرة من نقطة خارج دائرة

نتيجة (٢)

إذا رسم من نقطة خارج دائرة قاطع ومماس، فإن ناتج ضرب طول القاطع في طول جزئه الخارجي يساوي مربع طول القطعة المماسية.

$(م د)^{٢} = م ب \times م جـ$.



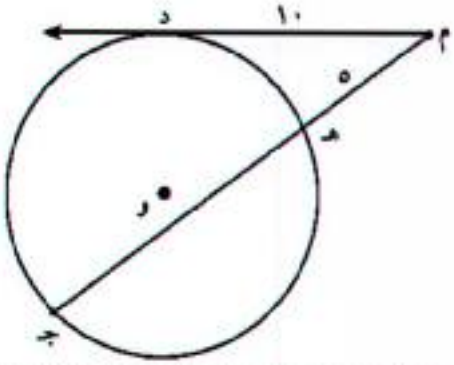
موقع المنهج الكويتي
almanahj.com/kw

حاول أن تحل

٤ في الشكل المقابل، $\overline{م د}$ قطعة مماسية حيث م د = ١٠

م هـ = ٥.

أوجد طول $\overline{هـ جـ}$.



البرهان:

∵ $\overline{م د}$ قطعة مماسية، $\overline{م جـ}$ قاطع، ورسموا من نقطة خارج الدائرة (معطى)

∴ $(م د)^{٢} = م هـ \times م جـ$ (نتيجة)

$(١٠)^{٢} = ٥ \times م جـ$

$١٠٠ = ٥ م جـ$

$\frac{١٠٠}{٥} = \frac{٥ م جـ}{٥}$

$م جـ = ٢٠$

$هـ جـ = م جـ - م هـ$

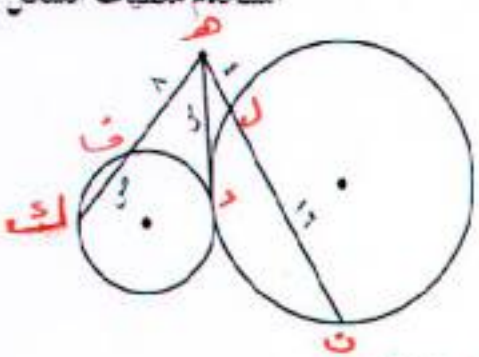
$= ٢٠ - ٥$

$= ١٥$ وحدة طول

H.W

كراسة التمارين صـ 21 رقم (8،7)

استخدم معطيات الشكل لإيجاد قيمة كل من س، ص.



البرهان:

هـد قطعة مماسية، هـن قاطع، رسم من هـ نقطة خارج الدائرة (معطى)

∴ (هـد)² = هـل × هـن

س² = ٤ × (٤ + ١٦)

س² = ٨٠

س = √٨٠

س = ٤√٥ أو س = -٤√٥ (مرفوضة)

∴ س = ٤√٥ وحدة طول

(نتيجة)

∴ (هـد)² = هـف × هـك

(٤√٥)² = ٨ × هـك

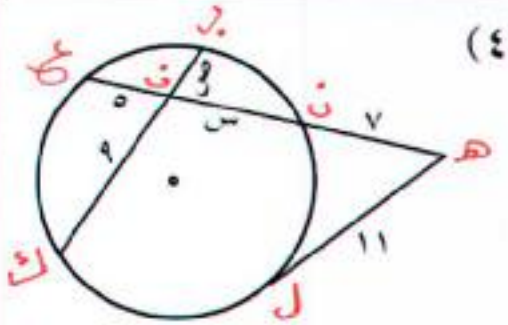
٨٠ = ٨ هـك

هـك = ٨٠ / ٨ = ١٠

ص = هـك - هـف = ١٠ - ٨ = ٢ وحدة طول

كراسة التمارين صـ 23 رقم 4

(٤)



أوجد قيمة كل من س ، ص.

البرهان: هـل مماس، هـع قاطع، رسم من هـ نقطة خارج الدائرة (معطى)

∴ (هـل)² = هـن × هـع (نتيجة)

(١١)² = ٧ × (س + ١٢)

١٢١ = ٧ س + ٨٤

٧ س = ١٢١ - ٨٤

٧ س = ٣٧

س = ٣٧ / ٧

س = ٥,٣ وحدة طول

∴ نع ، ب ل قاطعا رسم من هـ نقطة خارج الدائرة (معطى)

∴ ن ف × ع ف = ب ن × ل ن (نتيجة)

٩ × ص = ٥ × ٥,٣

٩ ص = ٢٦,٥

٩ ص / ٩ = ٢٦,٥ / ٩

ص = ٢,٩ وحدة طول

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١٠م		/ ١٠

الموضوع	(1-7) تنظيم البيانات في مصفوفات

الأعداد المكونة للمصفوفة تسمى عناصر Elements.

رتبة المصفوفة Dimension of a Matrix

نرمز إلى المصفوفة بأحد حروف الهجاء ونضع تحته خطًا، نكتب $\underline{أ}$ ونقرأ المصفوفة أ.

عدد الصفوف (م) وعدد الأعمدة (ن) يحددان **رتبة المصفوفة** وتكتب م × ن.

$$\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٢ & ٣ & ٤ \\ ٦ & ٧ & ٠ \end{bmatrix}$$

المصفوفة $\underline{أ}$ هي من الرتبة ٢ × ٣.

ملاحظة: لكتابة رتبة المصفوفة نكتب أولًا عدد الصفوف يليه عدد الأعمدة.

موقع المناهج الكويتية almanahj.com/kw

حاول أن تحل

١ اكتب رتبة كل مصفوفة مما يلي:

أ- $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٤ & ٥ & ٠ \\ -٢ & ٠,٥ & ٧ \end{bmatrix}$

المصفوفة أ من الرتبة ٣ × ٢

ب- $\underline{ب} = [-٨ \quad ٣ \quad ١٠]$

المصفوفة ب من الرتبة ١ × ٣

جـ- $\underline{جـ} = \begin{bmatrix} ١٠ & ٠ \\ -٥ & ١ \\ ٠,٦ & ٩ \end{bmatrix}$

المصفوفة جـ من الرتبة ٢ × ٣

كراسة التمارين صـ 30 رقم 4

اذكر رتبة (أبعاد) المصفوفة، مع ذكر العنصر $أ_{٣٢}$.

(٤) $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٤ & ٦ & ٥ \\ ٢ & -٣ & -٧ \\ ١ & ٠ & ٩ \end{bmatrix}$

المصفوفة أ من الرتبة ٣ × ٣

$أ_{٣٢} = -٧$

صنّف كلًا من المصفوفات التالية:

$\underline{ب} = \begin{bmatrix} ١ \\ ٣ \\ ٠,٢ \end{bmatrix}$ المصفوفة ب من الرتبة ٣ × ١ مصفوفة عمودية

$\underline{جـ} = [٣ \quad ٤ \quad -٥]$ المصفوفة جـ من الرتبة ١ × ٣ مصفوفة أفقية

$\underline{د} = \begin{bmatrix} -٢ & ٣ & ١,٤ \\ ١٢ & ٨ & ٥ \end{bmatrix}$ المصفوفة د من الرتبة ٢ × ٣ مصفوفة مستطيلة

المصفوفات المتساوية: Equal Matrices

تكون **مصفوفتان متساويتين** إذا كانت لهما الرتبة (الأبعاد) نفسها، وكانت عناصرهما المتناظرة متساوية والعكس صحيح.

المصفوفة التي عدد صفوفها (جـ)، وعدد أعمدتها (د) هي من الرتبة جـ × د.

حاول أن تحل

٦ أ إذا كانت $\begin{bmatrix} ٣٨ & ٥ \\ ٣ & ٤ص - ١٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س + ٨ & ٥ \\ ٣ & -ص \end{bmatrix}$ فأوجد قيمة كل من س، ص.

∵ المصفوفتان متساويتان

∴ ٣٨ = س + ٨

س = ٣٨ - ٨

س = ٣٠

٤ص - ١٠ = -ص

٤ص + ص = ١٠

٥ ص = ١٠

$\frac{٥ص}{٥} = \frac{١٠}{٥}$

ص = ٢

ب إذا كانت [٣س س + ص س - ص] = [-٩ ٤ -١٠] فأوجد قيمة كل من س، ص.

∵ المصفوفتان متساويتان

∴ ٣س = -٩

$\frac{٣س}{٣} = \frac{-٩}{٣}$

س = -٣

س + ص = ٤

-٣ + ص = ٤

ص = ٤ + ٣

ص = ٧

كراسة التمارين صـ 30 رقم 6

في التمرين (٦)، أوجد قيم كل من س، ص.

(٦) $\begin{bmatrix} س^{٢} & ٤ \\ -٢ & ص^{٢} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٩ & ٤ \\ -٢ & ٥ص \end{bmatrix}$

∵ المصفوفتان متساويتان

∴ $س^{٢} = ٩$

$س = \sqrt{٩}$

س = ٣ أو س = -٣

$ص^{٢} = ٥ص$

$ص^{٢} - ٥ص = ٠$

ص (ص - ٥) = ٠

ص = ٠ أو ص - ٥ = ٠

ص = ٥

موقع المناهج الكويتية almanahj.com/kw

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١م		/ ١٠

الموضوع	(2-7) جمع وطرح المصفوفات

H.L.

أ من الرتبة م × ن ، ب من الرتبة م × ن

∴ جـ من الرتبة م × ن.

جـ س = أ س + ب س.

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

حاول أن تحل

١ أوجد ناتج ما يلي: $\begin{bmatrix} -١٢ & ٢٤ \\ -٣ & ٥ \\ -١ & ١٠ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -٣ & -١ \\ -٥ & ٤ \\ ١ & -٧ \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} -١٢+(-٣) & ٢٤+(-١) \\ -٣+(-٥) & ٥+٤ \\ ١+(-١) & ١٠+(-٧) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -١٥ & ٢٣ \\ -٨ & ٩ \\ ٠ & ٣ \end{bmatrix}$

طرح المصفوفات

يمكن طرح المصفوفات باستخدام خاصية مصفوفة المعكوس الجمعي.

إذا كان للمصفوفتين أ ، ب الرتبة نفسها، فإن أ - ب = أ + (-ب).

ملاحظة: إذا كان أ ≠ ب ولهما الرتبة نفسها فإن: أ - ب ≠ ب - أ وبالتالي، عملية طرح المصفوفات ليست إبدالية.

حاول أن تحل

٤ أوجد ناتج كل مما يلي:

أ $\begin{bmatrix} ٦ & -٩ & ٧ \\ -٢ & ١ & ٨ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -٤ & ٣ & ٠ \\ ٦ & ٥ & ١٠ \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} ٦ & -٩ & ٧ \\ -٢ & ١ & ٨ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٤ & -٣ & ٠ \\ -٦ & -٥ & -١٠ \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} ٦+٤ & -٩+(-٣) & ٧+٠ \\ -٢+(-٦) & ١+(-٥) & ٨+(-١٠) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٠ & -١٢ & ٧ \\ -٨ & -٤ & -٢ \end{bmatrix}$

H.L

حل المعادلات المصفوفية Solving Matrix Equations

المعادلة المصفوفية هي معادلة إحدى مصفوفاتها غير معلومة (المتغير).

يمكنك استخدام خواص المساواة لحل المعادلات المصفوفية.

لأي مصفوفات $\underline{أ}$، $\underline{ب}$، $\underline{جـ}$ لها الرتبة نفسها إذا كان: $\underline{أ} = \underline{ب}$، فإن: $\underline{أ} + \underline{جـ} = \underline{ب} + \underline{جـ}$، $\underline{أ} - \underline{جـ} = \underline{ب} - \underline{جـ}$.

حاول أن تحل

٥ أوجد $\underline{س}$ حيث:

$$\underline{س} - \begin{bmatrix} -١ & ٠ \\ ٢ & ٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٠ & ٧ \\ -٤ & ٤ \end{bmatrix}$$

موقع المناهج الكويتية almanahj.com/kw

$$\underline{س} = \begin{bmatrix} -١ & ٠ \\ ٢ & ٥ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -١ & ٠ \\ -٤ & ٤ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ١٠ & ٧ \\ ٥ & ٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٩ & ٧ \\ -٢ & ٩ \end{bmatrix}$$

كراسة التمارين صـ 30 رقم 4

أوجد $\underline{س}$

$$\underline{س} + \begin{bmatrix} ١ & ٢ & -٣ \\ ٢ & ١ & ٣ \end{bmatrix}^{(١٠)} = \begin{bmatrix} ٥ & ١ & ٨ \\ -٦ & ٠ & ٥ \end{bmatrix}$$

$$\underline{س} = \begin{bmatrix} ٥ & ١ & ٨ \\ -٦ & ٠ & ٥ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ١ & ٢- & ٣- \\ ٢ & ١ & ٣ \end{bmatrix}$$

$$\underline{س} = \begin{bmatrix} ٥-١ & ١-٢ & ٨-(٣-) \\ ٦-٢- & ٠-١ & ٥-٣ \end{bmatrix}$$

$$\underline{س} = \begin{bmatrix} ٤ & ١- & ١١ \\ ٨- & ١- & ٢ \end{bmatrix}$$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١م		/ ١٠

الموضوع	(3-7) ضـــــرب المصفـــــوفات

H.L.

ضرب مصفوفة في عدد

إذا كانت أ = $\begin{bmatrix} ٢ & ٣ & -٤ \\ ٥ & ٤ & ٣ \end{bmatrix}$ ، ب = $\begin{bmatrix} ٠ & ١ & ٢ \\ -٢ & -١ & ٣ \end{bmatrix}$

فأوجد: ٥أ ، ٣ب . ثم ٥أ − ٣ب

موقع المناهج الكويتية almanahj.com/kw

٥أ = $\begin{bmatrix} ٥\times٢ & ٥\times٣ & ٥\times-٤ \\ ٥\times٥ & ٥\times٤ & ٥\times٣ \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} ١٠ & ١٥ & -٢٠ \\ ٢٥ & ٢٠ & ١٥ \end{bmatrix}$

٣ب = $\begin{bmatrix} ٣\times٠ & ٣\times١ & ٣\times٢ \\ ٣\times-٢ & ٣\times-١ & ٣\times٣ \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} ٠ & ٣ & ٦ \\ -٦ & -٣ & ٩ \end{bmatrix}$

٥أ − ٣ب = $\begin{bmatrix} ١٠ & ١٥ & -٢٠ \\ ٢٥ & ٢٠ & ١٥ \end{bmatrix}$ − $\begin{bmatrix} ٠ & ٣ & ٦ \\ -٦ & -٣ & ٩ \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} ١٠ & ١٢ & -٢٦ \\ ٣١ & ٢٣ & ٦ \end{bmatrix}$

حاول أن تحل

$-٣س + \begin{bmatrix} ٧ & ٠ & -١ \\ ٤ & -٣ & ٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٠ & ٠ & ٨ \\ -١٩ & -١٨ & ١٠ \end{bmatrix}$

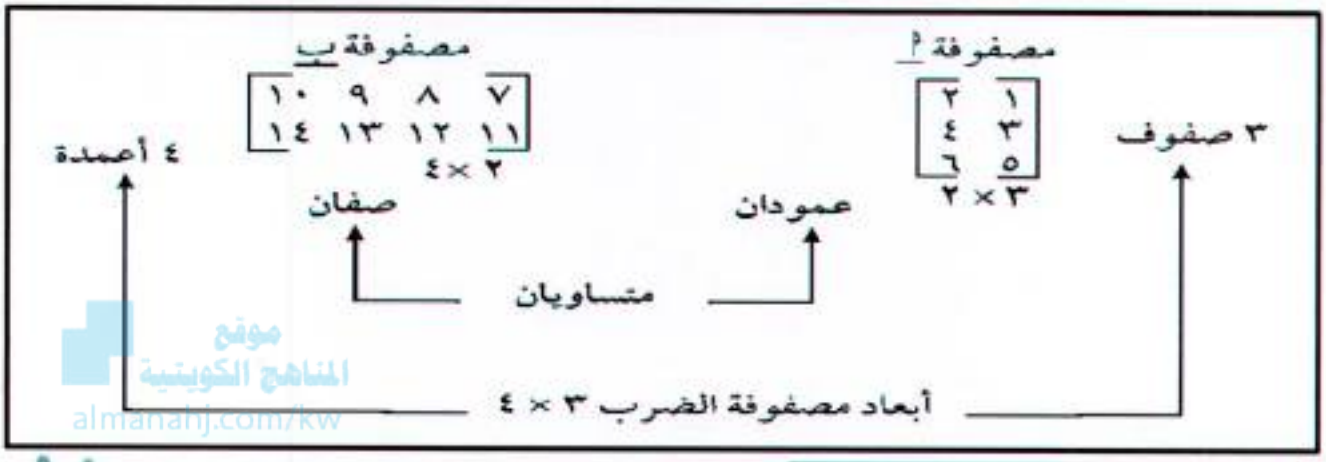
$-٣س = \begin{bmatrix} ١٠ & ٠ & ٨ \\ -١٩ & -١٨ & ١٠ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٧ & ٠ & -١ \\ ٤ & -٣ & ٢ \end{bmatrix}$

$-٣س = \begin{bmatrix} ٣ & ٠ & ٩ \\ -٢١ & -١٥ & ٦ \end{bmatrix}$ ← $س = -\frac{١}{٣}\begin{bmatrix} ٣ & ٠ & ٩ \\ -٢١ & -١٥ & ٦ \end{bmatrix}$

$س = \begin{bmatrix} -١ & ٠ & -٣ \\ ٧ & ٥ & -٢ \end{bmatrix}$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١م		/ ١٠

الموضوع	(3-7)ت / ضـــــرب المصفـــــوفات



موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

H.L.

كراسة التمارين صـ 39 رقم 1

(١) $\begin{bmatrix} -٣ & ٤ \\ ٥ & ٢ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٢ & -٣ \end{bmatrix} =$

٢×٢ ٢×٢ = ٢×٢

$\begin{bmatrix} -٢×١+٤×-٣ & ٠×٢+٤×-٣ \\ ٥×١+٢×٥ & ٠×٢+٢×٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -١٤ & -١٢ \\ ٩ & -٦ \end{bmatrix}$

مربع المصفوفة Square Matrix

إذا كانت $\underline{أ}$ مصفوفة مربعة، فإن المصفوفة $\underline{أ} \times \underline{أ}$ يرمز إليها بالرمز $\underline{أ}^{٢}$.
وتقرأ مربع المصفوفة $\underline{أ}$. وبالمثل $\underline{أ}^{٣} = \underline{أ} \times \underline{أ} \times \underline{أ}$، $\underline{أ}^{٤} = \underline{أ}^{٣} \times \underline{أ}$ ،....

H.W.

حاول أن تحل

٦ إذا كانت $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ -١ & ٤ \end{bmatrix}$. أوجد: $\underline{ب}^{٢}$، $\underline{ب}^{٣}$.

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

$\underline{ب}^{٣} = \underline{ب} \times \underline{ب} \times \underline{ب}$

$\underline{ب}^{٢} = \begin{bmatrix} ١ & ج \\ ٤ & -١ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ١ & ج \\ ٤ & -١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١ \times ١ + ج \times ٤ & ١ \times ج + ج \times -١ \\ ٤ \times ١ + -١ \times ٤ & ٤ \times ج + -١ \times -١ \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} ٣ & ٠ \\ ٠ & ٥ \end{bmatrix}$

$\underline{ب}^{٣} = \underline{ب}^{٢} \times \underline{ب}$

$\underline{ب}^{٣} = \begin{bmatrix} ٣ & ٠ \\ ٠ & ٥ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ١ & ج \\ ٤ & -١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣ \times ١ + ٠ \times ٤ & ٣ \times ج + ٠ \times -١ \\ ٠ \times ١ + ٥ \times ٤ & ٠ \times ج + ٥ \times -١ \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} ٣ & ٣ ج \\ ٢٠ & -٥ \end{bmatrix}$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١ م		/ ١٠

الموضوع	(7-4)ت / مصفوفات الوحدة والنظير الضربي (المعكوس)

مصفوفة الوحدة

$و = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$ هي العنصر المحايد الضربي للمصفوفات المربعة من الرتبة الثانية.

$أ \times و = و \times أ = أ$

النظير الضربي Multiplicative Inverse

إذا كانت أ، س مصفوفتين مربعتين من الرتبة نفسها بحيث يكون $أ \times س = و$، فإن س هي النظير الضربي للمصفوفة أ.

ويرمز إليها بـ $أ^{-١}$.

إذًا $أ \times أ^{-١} = أ^{-١} \times أ = و$

almanahj.com/kw

H.L.

حاول أن تحل

١ أ أثبت أن المصفوفة $\begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ ٢,٥ & ١ \end{bmatrix}$ هي النظير الضربي لِـ $\begin{bmatrix} ٢- & ١ \\ ٤- & ٥ \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٢,٥ & ١ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٢- & ١ \\ ٤- & ٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢ \times ٢ + ١ \times ٤- & ٢ \times ١ + ١ \times ٥ \\ ٢,٥ \times ٢ + ١ \times ٤- & ٢,٥ \times ١ + ١ \times ٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix} = و$

هذه المصفوفة لأن هي النظير الضربي للمصفوفة الثانية

محدد مصفوفة مربعة من الرتبة الثانية Determinant of a 2 × 2 Matrix

ترتبط كل مصفوفة مربعة أ بعدد حقيقي يسمى **محدد أ** ويرمز إلى هذا العدد بالرمز $|أ|$ ويقرأ **محدد المصفوفة أ**.

سنقتصر في هذا الدرس على محدد المصفوفة المربعة من الرتبة الثانية.

محدد المصفوفة المربعة $\begin{bmatrix} أ & جـ \\ ب & د \end{bmatrix}$ هو أ د - ب جـ

نكتب $|أ| = \begin{vmatrix} أ & جـ \\ ب & د \end{vmatrix} = أ د - ب جـ$

تسمى المصفوفة التي محددها يساوي الصفر **المصفوفة المفردة**

حاول أن تحل

٢ أوجد محدد كل من المصفوفات التالية:

أ $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٤ & ٢ \\ ٤ & ٢ \end{bmatrix}$ ب $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٨ & ٧ \\ ٢ & ١٠ \end{bmatrix}$ جـ $\underline{جـ} = \begin{bmatrix} ك & ٣ \\ ٣- ك & ٣- \end{bmatrix}$

$\|أ\| = \begin{vmatrix} ٤ & ٢ \\ ٤ & ٢ \end{vmatrix}$	$\|ب\| = \begin{vmatrix} ٨ & ٧ \\ ٢ & ١٠ \end{vmatrix}$	$\|جـ\| = \begin{vmatrix} ك & ٣ \\ ٣- ك & ٣- \end{vmatrix}$
$= (٤ \times ٢) - (٢ \times ٤)$	$= (٨ \times ١٠) - (٢ \times ٧)$	$= (ك \times ٣-) - (٣ \times (٣- ك))$
$=$ صفر	$= ٦٦$	$= ٣ك - ٩ + ٣ك$
		$= ٩-$

حاول أن تحل

٣ إذا كانت المصفوفة $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٥ & ١٠ \\ ٤- & ٢س \end{bmatrix}$ منفردة، أوجد قيمة س.

حيث $\underline{ب}$ مصفوفة منفردة

$\therefore |\underline{ب}| =$ صفر

$$\begin{vmatrix} ٥ & ١٠ \\ ٤- & ٢س \end{vmatrix} = ٠$$

$$(٥ \times ٢س) - (١٠ \times ٤-) = ٠$$

$$١٠س + ٤٠ = ٠$$

$$١٠س = ٤٠-$$

$$\frac{١٠س}{١٠} = \frac{٤٠-}{١٠}$$

$$س = ٤-$$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١٠م		/ ١٠

الموضوع	(4-7)ت / النظير الضربي (المعكوس)

خاصية

بفرض أن: $\underline{أ} = \begin{bmatrix} أ & ب \\ جـ & د \end{bmatrix}$ إذا كان أ د − ب جـ ≠ ٠ ، فإن $\underline{أ}$ لها نظير ضربي $\underline{أ}^{-١}$ حيث:

$$\underline{أ}^{-١} = \frac{١}{|\underline{أ}|} \begin{bmatrix} د & -ب \\ -جـ & أ \end{bmatrix}$$

$$\underline{أ}^{-١} = \frac{١}{أ د - ب جـ} \begin{bmatrix} د & -ب \\ -جـ & أ \end{bmatrix}$$

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

H.W

حاول أن تحل

٤ أ هل $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٣ & ٤ \end{bmatrix}$ لها نظير ضربي؟ فسّر إجابتك.

ب هل $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٦ & ٨ \\ -٣ & -٤ \end{bmatrix}$ لها نظير ضربي؟ فسّر إجابتك.

(أ) $|\underline{ب}| = \begin{vmatrix} ١ & ٢ \\ ٣ & ٤ \end{vmatrix}$

$= (٤ \times ١) - (٣ \times ٢) = -٢$

$-٢ \neq ٠ \therefore$ يوجد نظير ضربي

(ب) $|\underline{ب}| = \begin{vmatrix} ٦ & ٨ \\ -٣ & -٤ \end{vmatrix}$

$= (٦ \times -٤) - (-٣ \times ٨) = ٠$

$\therefore$ ب ليس لها نظير ضربي (مصفوفة منفردة)

حاول أن تحل

٥ حدّد أي مصفوفة من المصفوفات التالية لها نظير ضربي (معكوس)، ثم أوجده.

أ $\begin{bmatrix} ٢ & ٤ \\ ١ & ٣ \end{bmatrix}$

$|\underline{أ}| = \begin{vmatrix} ٤ & ٢ \\ ١ & ٣ \end{vmatrix}$

ب $\begin{bmatrix} ٠,٥ & ٢,٣ \\ ٣ & ٧,٢ \end{bmatrix}$

$|\underline{ب}| = \begin{vmatrix} ٠,٥ & ٢,٣ \\ ٣ & ٧,٢ \end{vmatrix}$

H.L.

تابع (أ)

$= (2 \times 2) - (1 \times 4)$

$= 4 - 6$

$= -2$

$\therefore -2 \neq 0$

$\therefore$ المصفوفة P لها نظير ضربي

$P^{-1} = \frac{1}{-2} \times \begin{bmatrix} -4 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 2 & -\frac{3}{2} \\ -1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

تابع (ب)

$= (0.5 \times 7.2) - (2.2 \times 2)$

$= -2.2$

$\therefore -2.2 \neq 0$

$\therefore$ المصفوفة لها نظير ضربي

$B^{-1} = \frac{1}{-2.2} \begin{bmatrix} -2.2 & 7.2 \\ -2 & 0.5 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} \frac{24}{11} & -\frac{72}{22} \\ \frac{10}{11} & -\frac{5}{22} \end{bmatrix}$

موقع المناهج الكويتية almanahj.com/kw

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١ م		/ ١٠

الموضوع	(4-7)ت / النظير الضربي (المعكوس)

كراسة التمارين صـ 46 رقم 10

H.L.

حلّ كل معادلة في س. وإذا كان من غير الممكن حلها، فاكتب السبب.

$$\begin{bmatrix} ١٢ & ٧ \\ ٥ & ٣ \end{bmatrix} \times \text{س} = \begin{bmatrix} ٢ & ١- \\ ٣ & ٢ \end{bmatrix}$$

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

أ × س = ب

$$|\text{أ}| = \begin{vmatrix} ١٢ & ٧ \\ ٥ & ٣ \end{vmatrix}$$

$$= (٣ \times ١٢) - (٥ \times ٧) = ١ \quad ، \quad ١ \neq ٠$$

$$\text{أ}^{-١} = \frac{١}{١} \times \begin{vmatrix} ٣ & ٧- \\ ٥- & ١٢ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ٣ & ٧- \\ ٥- & ١٢ \end{vmatrix}$$

$$\text{أ}^{-١} \times \text{أ} \times \text{س} = \text{أ}^{-١} \times \text{ب}$$

$$\text{س} = \begin{vmatrix} ٣ & ٧- \\ ٥- & ١٢ \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} ٤ & ١- \\ ٣ & ٢ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} (٣ \times ٧-) + (١- \times ٤) & (٣ \times ٧-) + (٢ \times ٤) \\ (٥- \times ١٢) + (١- \times ٥-) & (٥- \times ١٢) + (٢ \times ٥-) \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} ١٥- & ١٧- \\ ٥٦ & ٥٩ \end{vmatrix}$$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١م		/١٠

الموضوع	(5-7)حل نظام من معادلتين خطيتين

H.L.

* التأكد من ترتيب المعادلتين بالطريقة الصحيحة قبل الحل

حاول أن تحل

١ حلّ النظام: $\begin{cases} ٥س + ٣ص = ٧ \\ ٣س + ٢ص = ٥ \end{cases}$ باستخدام النظير الضربي للمصفوفة.

موقع المناهج الكويتية almanahj.com/kw

$$\begin{bmatrix} ٧ \\ ٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٥ & ٣ \\ ٣ & ٢ \end{bmatrix}$$

$$أ = ب \times ك$$

$$|أ| = \begin{vmatrix} ٥ & ٣ \\ ٣ & ٢ \end{vmatrix} = (٥ \times ٢) - (٣ \times ٣) = ١ - ٠ \neq ١$$

$$أ^{-١} = \frac{١}{١} \begin{bmatrix} ٢ & -٣ \\ -٣ & ٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢ & -٣ \\ -٣ & ٥ \end{bmatrix}$$

$$ك \times أ^{-١} = ب \times أ^{-١} \times أ$$

$$\begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢ & -٣ \\ -٣ & ٥ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٧ \\ ٥ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (٢ \times ٧) + (-٣ \times ٥) \\ (-٣ \times ٧) + ٥ \times ٥ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -١ \\ ٤ \end{bmatrix} \Leftarrow \therefore س = -١ ، ص = ٤$$

$$\therefore م.ح = \{(-١ ، ٤)\}$$

H.L.

كراسة التمارين صـ 49 رقم 6

حلّ النظام: س − ٣ص = −١
−٥س + ١٦ص = ٥

باستخدام النظير الضربي للمصفوفة.

$$\begin{bmatrix} -١ \\ ٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ١ & -٣ \\ -٥ & ١٦ \end{bmatrix}$$

$$ب = ع \times م$$

موقع المناهج الكويتية almanahj.com/kw

$$|م| = \begin{vmatrix} ١ & -٣ \\ -٥ & ١٦ \end{vmatrix} = (١ \times ١٦) - (-٥ \times -٣) = ١ \neq ٠$$

$$م^{-١} = \frac{١}{١} \begin{bmatrix} ١٦ & ٣ \\ ٥ & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٦ & ٣ \\ ٥ & ١ \end{bmatrix}$$

$$ع = م^{-١} \times ب$$

$$\begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٦ & ٣ \\ ٥ & ١ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -١ \\ ٥ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (١٦ \times -١) + (٣ \times ٥) \\ (٥ \times -١) + (١ \times ٥) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -١ \\ ٠ \end{bmatrix}$$

∴ م ح = {(−١، ٠)}

٢ – استخدام قاعدة كرامر (المحددات) لحل معادلتين خطيتين:

لحل نظام معادلتين خطيتين:

أ س + ب ص = ل

جـ س + د ص = م

نكتب: $\Delta = \begin{vmatrix} أ & ب \\ جـ & د \end{vmatrix}$ وهو محدد مصفوفة المعاملات

$\Delta_{س} = \begin{vmatrix} ل & ب \\ م & د \end{vmatrix}$ وهو محدد مصفوفة المعاملات بعد استبدال العمود الزائد بعمود معاملات س

$\Delta_{ص} = \begin{vmatrix} أ & ل \\ جـ & م \end{vmatrix}$ وهو محدد مصفوفة المعاملات بعد استبدال العمود الزائد بعمود معاملات ص

فإن $س = \frac{\Delta_{س}}{\Delta}$ ، $ص = \frac{\Delta_{ص}}{\Delta}$ (بشرط أن $\Delta \neq ٠$)

المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

حاول أن تحل

التأكد من ترتيب المعادلتين قبل الحل

٢ استخدم قاعدة كرامر لحلّ النظام: $\begin{cases} ٣س + ٢ص = -٦ \\ -٤س - ٣ص - ٧ = ٠ \end{cases}$

$\begin{cases} ٣س + ٢ص = -٦ \\ -٤س - ٣ص = ٧ \end{cases}$

← كتابة النظام بالطريقة المناسبة

$\Delta = \begin{vmatrix} ٣ & ٢ \\ -٤ & -٣ \end{vmatrix} = (٣-) \times ٣ - (٤-) \times ٢ = -١$

$\Delta_{س} = \begin{vmatrix} -٦ & ٢ \\ ٧ & -٣ \end{vmatrix} = (-٦) \times (-٣) - ٧ \times ٢ = ٤$

$س = \frac{\Delta_{س}}{\Delta} = \frac{٤}{-١} = -٤$

$\Delta_{ص} = \begin{vmatrix} ٣ & -٦ \\ -٤ & ٧ \end{vmatrix} = ٣ \times ٧ - (-٤) \times (-٦) = -٣$

$ص = \frac{\Delta_{ص}}{\Delta} = \frac{-٣}{-١} = ٣$

مج = {(-٤ ، ٣)}

H.L.

كراسة التمارين صـ 50 رقم 11

استخدم قاعدة كرامر لحلّ النظام:

٢س + ص = ٧

-٢س + ٥ص = -١

$\Delta = \begin{vmatrix} ١ & ج \\ ٥ & -ج \end{vmatrix} = (١ \times -ج) - (٥ \times ج) = -١٢$

$\Delta س = \begin{vmatrix} ٧ & ١ \\ -١ & ٥ \end{vmatrix} = (٧ \times ١) - (-١ \times ٥) = ٣٦$

$\Delta ص = \begin{vmatrix} ١ & ٧ \\ -ج & -١ \end{vmatrix} = (١ \times -١) - (-ج \times ٧) = ١٢$

$س = \frac{\Delta س}{\Delta} = \frac{٣٦}{-١٢} = -٣$

$ص = \frac{\Delta ص}{\Delta} = \frac{١٢}{-١٢} = -١$

∴ م.ح = {(-٣ ، -١)}

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١م		/ ١٠
الموضوع	(8-1)دائرة الوحدة في المستوي الإحداثي		

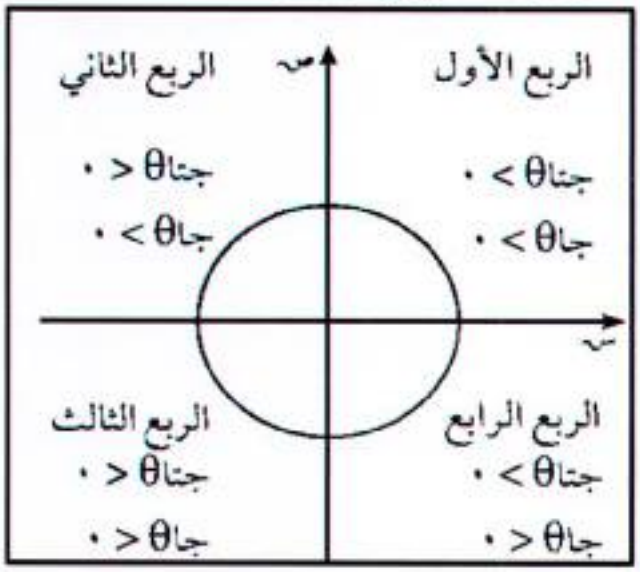
دائرة الوحدة Unit Circle

هي دائرة مركزها نقطة الأصل و، وطول نصف قطرها واحد وحدة.

النقطة المثلثية The Triangular Point

هي نقطة تقاطع الضلع النهائي لزاوية موجهة في الوضع القياسي مع دائرة الوحدة.

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw



H.L.

حاول أن تحل

٣ (أ) إذا كانت $٠ < \theta < ٩٠°$. ما هي إشارة جتاθ؟

(ب) إذا كانت $٠ < \theta < \pi$. ما هي إشارة جاθ؟

(أ) $٠ < \theta < ٩٠°$ ∴ θ تقع في الربع الثاني والثالث ∴ جتاθ < ٠ إشارة جتاθ سالبة

(ب) $٠ < \theta < \pi$ ∴ θ تقع في الربع الأول أو الثاني ∴ جاθ > ٠ إشارة جاθ موجبة

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١م		/ ١٠
الموضوع	(1-8)زاوية الإسناد		

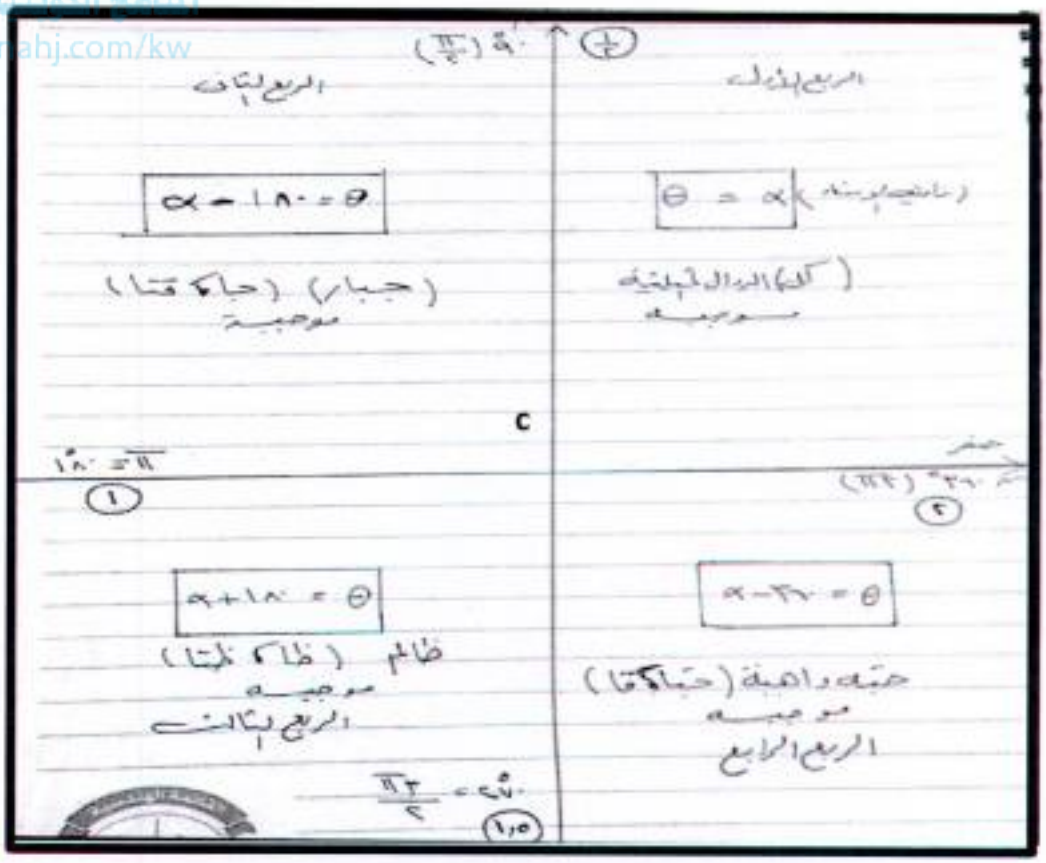
تعريف زاوية الإسناد:

زاوية الإسناد للزاوية الموجهة (وَب، وَجـ) التي في وضع قياسي

هي الزاوية الحادة α التي يصنعها الضلع النهائي للزاوية الموجهة مع محور السينات.

فإذا كان α زاوية الإسناد فإن: $0° < \alpha < 90°$

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw



عيّن زاوية الإسناد وأوجد قياسها.

(١٤) $210°$ _____

(١٥) $\frac{2\pi}{3}$ _____

(١٦) $170°$ _____

(١٧) $\frac{7\pi}{3}$ _____

الحل في الصفحات التالية

H.L.

(١٤) $\theta = 210^\circ$

تقع في الربع الثالث

∴ قياس زاوية الإسناد $\alpha^\circ = \theta^\circ - 180^\circ$

$= 210^\circ - 180^\circ$

$= 30^\circ$

(١٥) $\theta = \frac{11\pi}{3}$

تقع في الربع الثاني

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

∴ قياس زاوية الإسناد $\alpha^\circ = 2\pi - \theta^\circ$

$= 2\pi - \frac{11\pi}{3}$

$= 2\frac{1}{3}\pi$ أو $\frac{\pi}{3}$

(١٦) $\theta = 170^\circ$

تقع في الربع الثاني

∴ قياس زاوية الإسناد $\alpha^\circ = 180^\circ - \theta^\circ$

$= 180^\circ - 170^\circ$

$= 10^\circ$

(١٧) $\theta = \frac{7\pi}{3}$

تقع في الربع الأول

$\therefore \alpha = \frac{\pi}{3}$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١ م		/ ١٠

الموضوع	(2-8)العلاقات بين الدوال المثلثية (1)

$-١ \leq$ جتا$\theta \leq ١$

$-١ \leq$ جا$\theta \leq ١$

ظا$\theta \in$ ح

قانون:

جتا$(-\theta)$ = جتاθ

جا$(-\theta)$ = $-$جاθ

وبالتالي ظا$(-\theta)$ = $-$ظاθ بشرط أن يكون ظاθ معرّفة.

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

حاول أن تحل

١ أكمل إذا كان:

أ جا م = ٠,٣ فإن جا$(-$ م$)$ = ∴ جا م = $-$ ٠,٣

ب جتا ل = ٠,٣٨ فإن جتا$(-$ ل$)$ = ∴ جتا ل = ٠,٣٨

ج ظا س = ٣,١٤ فإن ظا$(-$ س$)$ = ∴ ظا س = $-$ ٣,١٤

د جتا$(-$ ص$) = \frac{١}{٤}$ فإن جتا ص = ∴ $\frac{١}{٤}$

قانون:

جتا$(\pi - \theta)$ = $-$جتاθ

جا$(\pi - \theta)$ = جاθ

وبالتالي ظا$(\pi - \theta)$ = $-$ظاθ شرط أن يكون ظاθ معرّفًا.

قانون:

جتا$(\theta + \pi)$ = $-$جتاθ

جا$(\theta + \pi)$ = $-$جاθ

وبالتالي ظا$(\theta + \pi)$ = ظاθ

حاول أن تحل

٢ بدون استخدام الآلة الحاسبة. إذا كان:

أ جا ٣٠° $= \frac{١}{٢}$ ، فأوجد جا ١٥٠°.

جا ١٥٠° = جا$(١٨٠° - ٣٠°)$

= جا ٣٠° = $\frac{١}{٢}$

H.W

ب جتاس = $\frac{٤}{٥}$ ، فأوجد جتا(π − س).

جتا(π − س) = − جتاس

جتا(١٨٠° − س) = − جتاس

= − $\frac{٤}{٥}$

ج ظا $\frac{\pi}{١٢}$ = ٢ − $\sqrt{٣}$، فأوجد ظا $\frac{\pi ١١}{١٢}$.

ظا $\frac{\pi ١١}{١٢}$ = ظا(π − $\frac{\pi}{١٢}$)

= − ظا $\frac{\pi}{١٢}$

= − (٢ − $\sqrt{٣}$)

= − ٢ + $\sqrt{٣}$

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

حاول أن تحل

٣ بدون استخدام الآلة الحاسبة، إذا كان جتا ٤٠° ≃ ٠,٧٦٦. فأوجد جتا ٢٢٠°.

جتا ٢٢٠° = جتا(١٨٠° + ٤٠°)

= − جتا ٤٠°

= − ٠,٧٦٦

قانون:	قانون:
جا$\left(\theta - \frac{\pi}{٢}\right)$ = جتاθ	جا$\left(\theta + \frac{\pi}{٢}\right)$ = جتاθ
جتا$\left(\theta - \frac{\pi}{٢}\right)$ = جاθ	جتا$\left(\theta + \frac{\pi}{٢}\right)$ = − جاθ
ظا$\left(\theta - \frac{\pi}{٢}\right)$ = − ظتاθ	ظا$\left(\theta + \frac{\pi}{٢}\right)$ = − ظتاθ

شرط أن يكون ظتاθ معرّفًا.

كراسة التمارين صـ 62

(ب) قتا$\left(\theta + \frac{\pi}{٢}\right)$ ← معكوس

(ج) جا$\left(\theta + \frac{\pi}{٢}\right)$ = جتاθ

(ج) ظتا$\left(\theta + \frac{\pi}{٢}\right)$ ← معكوس

(د) جتا$\left(\theta - \frac{\pi}{٢}\right)$ = جاθ

بسط التعبير التالي لأبسط صورة:

جا س + جا(٩٠° + س) + جا(١٨٠° + س) + جا(٩٠° – س).

= جاس + جتاس – جاس + جتاس

= جتاس + جتاس

= ٢ جتاس

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١٠م		/ ١٠

الموضوع	(2-8)حـــــل المعادلات المثلـــثية

حل المعادلة: جتا س = جتا θ

هو س = θ + ٢ك π أو س = - θ + ٢ك π (ك $\in$ صـ)

لاحظ أن جيب تمام الزاوية يكون موجبًا عندما تقع الزاوية في الربع الأول أو الرابع.

H.L.
almanahj.com/kw

حاول أن تحل

٦ حل المعادلة : ٢$\sqrt{7}$ جتا س = ١.

٢$\sqrt{7}$ جتا س = ١

جتا س = $\frac{١}{٢\sqrt{7}}$

جتا س = جتا $\frac{\pi}{٤}$

∴ جتا س > ٠

∴ س تقع في الربع الأول أو الربع الرابع

∴ س = $\frac{\pi}{٤}$ + ٢ك π أو س = - $\frac{\pi}{٤}$ + ٢ك π

(ك $\in$ صـ)

حل المعادلة جا س = جا θ

هو س = θ + ٢ك π أو س = (π − θ) + ٢ك π ، (ك ∈ صـ)

لاحظ أن جيب الزاوية يكون موجبًا عندما تقع الزاوية في الربع الأول أو الثاني.

H.L.

حاول أن تحل

٧ حل المعادلة: ٢جا س − ١ = ٠.

٢ جا س − ١ = ٠

٢ جا س = ١

جا س = $\frac{١}{٢}$

∴ جا س = جا $\frac{\pi}{٦}$

∵ جا س > ٠

∴ س تقع في الربع الأول أو الربع الثاني

س = $\frac{\pi}{٦}$ + ٢ك π أو س = (π − $\frac{\pi}{٦}$) + ٢ك π

س = $\frac{٥\pi}{٦}$ + ٢ك π (ك ∈ صـ)

حل المعادلة ظا س = ظا θ هو س = θ + ك π، (ك ∈ صـ)

لاحظ أن ظل الزاوية يكون موجبًا عندما تقع الزاوية في الربع الأول أو الثالث.

حاول أن تحل

٨ حل المعادلة: $\sqrt{٣}$ ظا س = ١.

$\sqrt{٣}$ ظا س = ١

ظا س = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$

ظا س = ظا $\frac{\pi}{٦}$

∴ ظا س > ٠

∴ س تقع في الربع الأول أو الربع الثالث

س = $\frac{\pi}{٦}$ + ٢ك π أو س = (π + $\frac{\pi}{٦}$) + ٢ك π

= $\frac{٧\pi}{٦}$ + ٢ك π

(ك ∈ صـ)

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

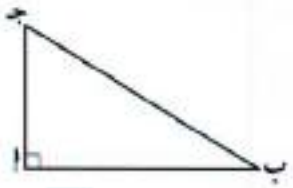
اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١م		/ ١٠

الموضوع: (3-8) العلاقات بين الدوال المثلثية (2)

المتطابقات المثلثية الأساسية Basic Trigonometric Identities

$\text{ظا}\theta = \frac{\text{جا}\theta}{\text{جتا}\theta}$ ، $\text{ظتا}\theta = \frac{\text{جتا}\theta}{\text{جا}\theta}$ ، $\text{ظتا}\theta = \frac{١}{\text{ظا}\theta}$ حيث المقام $\neq ٠$

$\text{قا}\theta = \frac{١}{\text{جتا}\theta}$ ، $\text{قتا}\theta = \frac{١}{\text{جا}\theta}$



موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

$\text{جا}^٢\theta + \text{جتا}^٢\theta = ١$ تسمى متطابقة فيثاغورث

$١ + \text{ظا}^٢\theta = \text{قا}^٢\theta$ ، $١ + \text{ظتا}^٢\theta = \text{قتا}^٢\theta$

H.W.

حاول أن تحل

١ بدون استخدام الآلة الحاسبة، إذا كان $\text{جا}\theta = \frac{٣}{٥}$ ، $٠ < \theta < \frac{\pi}{٢}$ فأوجد جتاθ، ظاθ.

باستخدام متطابقة فيثاغورث:

$\text{جا}^٢\theta + \text{جتا}^٢\theta = ١$

$(\frac{٣}{٥})^٢ + \text{جتا}^٢\theta = ١$

$\text{جتا}^٢\theta = ١ - (\frac{٣}{٥})^٢$

$\text{جتا}^٢\theta = ١ - \frac{٩}{٢٥}$

$\text{جتا}^٢\theta = \frac{١٦}{٢٥}$

$\text{جتا}\theta = \pm\sqrt{\frac{١٦}{٢٥}}$

$\text{جتا}\theta = \frac{٤}{٥}$ أو $\text{جتا}\theta = -\frac{٤}{٥}$ مرفوضة

لأن $٠ < \theta < \frac{\pi}{٢}$

$\text{ظا}\theta = \frac{\text{جا}\theta}{\text{جتا}\theta}$

$= \frac{\frac{٣}{٥}}{\frac{٤}{٥}}$

$= \frac{٣}{٤}$

معلومة رياضية:
إذا كان ظا $\theta > ٠$
∴ جاθ، جتاθ لهما الإشارة نفسها.

حاول أن تحل

٢ بدون استخدام الآلة الحاسبة، إذا كان ظا$\theta = \frac{٣}{٤}$، جاθ < ٠ ، فأوجد جاθ، جتاθ.

$\therefore$ ظا$\theta = \frac{٣}{٤}$

$\therefore \frac{\text{جا}\theta}{\text{جتا}\theta} = \frac{٣}{٤}$

جا$\theta = \frac{٣}{٤}$ جتاθ

باستخدام متطابقة فيثاغورث:

جا$^{٢}\theta$ + جتا$^{٢}\theta = ١$

$(\frac{٣}{٤}\text{جتا}\theta)^{٢}$ + جتا$^{٢}\theta = ١$

$\frac{٩}{١٦}$ جتا$^{٢}\theta$ + جتا$^{٢}\theta = ١$

$\frac{٢٥}{١٦}$ جتا$^{٢}\theta = ١$

جتا$^{٢}\theta = \frac{١}{\frac{٢٥}{١٦}}$

جتا$^{٢}\theta = \frac{١٦}{٢٥}$

جتا$\theta = \pm\sqrt{\frac{١٦}{٢٥}}$

$\therefore$ جتا$\theta = \frac{٤}{٥}$ (مرفوضة) لأنه جاθ < ٠ ، ظاθ > ٠

أو جتا$\theta = -\frac{٤}{٥}$

باستخدام متطابقة فيثاغورث:

جا$^{٢}\theta$ + جتا$^{٢}\theta = ١$

جا$^{٢}\theta + (-\frac{٤}{٥})^{٢} = ١$

جا$^{٢}\theta + \frac{١٦}{٢٥} = ١$

جا$^{٢}\theta = ١ - \frac{١٦}{٢٥}$

جا$^{٢}\theta = \frac{٩}{٢٥}$

جا$\theta = \pm\sqrt{\frac{٩}{٢٥}}$

$\therefore$ جا$\theta = \frac{٣}{٥}$ مرفوضة لأنه جاθ < ٠

أو جا$\theta = -\frac{٣}{٥}$

almanahj.com/kw

حاول أن تحل

٤ بدون استخدام الآلة الحاسبة،

إذا كان ظتا$\theta = \frac{٥}{٨}$، جتاθ > ٠ ، فأوجد جاθ.

$\therefore$ ظتا$\theta = \frac{٥}{٨}$

$\therefore \frac{\text{جتا}\theta}{\text{جا}\theta} = \frac{٥}{٨}$

$\therefore$ جتا$\theta = \frac{٥}{٨}$ جاθ

باستخدام متطابقة فيثاغورث:

جا$^{٢}\theta$ + جتا$^{٢}\theta = ١$

جا$^{٢}\theta + (\frac{٥}{٨}\text{جا}\theta)^{٢} = ١$

جا$^{٢}\theta + \frac{٢٥}{٦٤}$ جا$^{٢}\theta = ١$

$\frac{٨٩}{٦٤}$ جا$^{٢}\theta = ١$

جا$^{٢}\theta = \frac{١}{\frac{٨٩}{٦٤}}$

جا$^{٢}\theta = \frac{٦٤}{٨٩}$

جا$\theta = \pm\sqrt{\frac{٦٤}{٨٩}}$

$\therefore$ جا$\theta = \frac{٨\sqrt{٨٩}}{٨٩}$ (مرفوضة) لأنه ظتاθ > ٠ ، جتاθ > ٠

أو جا$\theta = -\frac{٨\sqrt{٨٩}}{٨٩}$

$\therefore$ جاθ < ٠

حل آخر ↓

H.L.

حل آخر:

$$\text{ظتا}^2\theta = 1 + \text{ظا}^2\theta$$

$$\text{ظتا}^2\theta = 1 + \left(\frac{5}{12}\right)^2$$

$$\text{ظتا}^2\theta = 1 + \frac{25}{144}$$

$$\text{ظتا}^2\theta = \frac{89}{144}$$

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

$$\therefore \text{جا}^2\theta = \frac{144}{89} \quad \leftarrow \left(\text{لأن } \text{ظتا}\theta = \frac{1}{\text{جا}\theta}\right)$$

$$\text{جا}\theta = \pm\sqrt{\frac{144}{89}}$$

$$\therefore \text{جا}\theta = \frac{12\sqrt{89}}{89} \quad \text{أو} \quad \text{جا}\theta = -\frac{12\sqrt{89}}{89}$$

مرفوضة
(لأن ظتاθ > ٠، جتاθ > ٠)

H.L.

حاول أن تحل

٥ أثبت صحة المتطابقة: جتا٤س + جا٢س × جتا٢س = جتا٢س.

عامل مشترك

جتا٤س + جا٢س × جتا٢س = جتا٢س (جتا٢س + جا٢س)

= جتا٢س × ١

= جتا٢س

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

حاول أن تحل

٦ أثبت صحة المتطابقة: (قا٢θ + قتا٢θ) − (ظا٢θ + ظتا٢θ) = ٢.

(قا٢θ + قتا٢θ) − (ظا٢θ + ظتا٢θ) =

١ + ظا٢θ + ١ + ظتا٢θ − ظا٢θ − ظتا٢θ = ١ + ١

= ٢

أثبت صحة المتطابقة التالية: $\frac{(\text{قا}\theta + ١)(\text{قا}\theta - ١)}{\text{جا}^٢\theta} = \text{قا}^٢\theta$. حيث المقام ≠ ٠

$\frac{(\text{قا}\theta+١)(\text{قا}\theta-١)}{\text{جا}^٢\theta} = \frac{\text{قا}^٢\theta - ١}{\text{جا}^٢\theta}$

$= \frac{\text{ظا}^٢\theta}{\text{جا}^٢\theta}$

$= \frac{\text{جا}^٢\theta}{\text{جتا}^٢\theta} \times \frac{١}{\text{جا}^٢\theta}$

$= \frac{١}{\text{جتا}^٢\theta} = \text{قا}^٢\theta$

(٩-١) المستوى الإحداثي H.L

حاول أن تحل رقم (١) صـ ١٢١

م $(س_1 ص_1)$ (-١٥، -٢٤) ، ن $(س_2 ص_2)$ (-٧، ٤٦)

المسافة $= \sqrt{(س_2 - س_1)^2 + (ص_2 - ص_1)^2}$

$= \sqrt{(-٧-(-١٢))^2 + (٤٦-١)^2}$

$= \sqrt{٢٥ + ٩}$

$= \sqrt{٣٤}$

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

حاول أن تحل رقم (٢) صـ ١٢٢

ك $(س_1 ص_1)$ (-٣، -١) ، ل $(س_2 ص_2)$ (٥، ٣)

نقطة منتصف $\overline{ك ل}$ هي $\left(\frac{س_1 + س_2}{٢}، \frac{ص_1 + ص_2}{٢}\right)$

$= \left(\frac{-٣ + ٥}{٢}، \frac{-١ + ٣}{٢}\right)$

$= (١، \frac{١}{٢})$

H.L.

(٩-١)
كراسة التمارين
ص ٧٣

① $(٧، ٦-، ٣)$ ، $(-٢، ٦-، ٩)$

$س_١$ $ص_١$ $س_٢$ $ص_٢$

المسافة $= \sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$

$= \sqrt{(-٢-٧)^٢ + (٩-(-٣))^٢}$

$= \sqrt{١٤٤ + ٨١}$

$= \sqrt{٢٢٥}$

$= ١٥$ وحدة طول

② $(-٢، ٦-، ٧)$ ، $(-٢، ٦-، ٧-)$

$س_١$ $ص_١$ $س_٢$ $ص_٢$

المسافة $= \sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$

$= \sqrt{(-٢-(-٢))^٢ + (-٧-٧)^٢}$

$= \sqrt{٠ + ١٩٦}$

$= \sqrt{١٩٦}$

$= ١٤$ وحدة طول

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

H.L.

(٣) م $(\frac{س_1}{5}, \frac{ص_1}{6})$ ، ب $(\frac{س_2}{7}, \frac{ص_2}{6})$

إحداثي نقطة منتصف $\overline{أب}$: $\left(\frac{س_1+س_2}{2}, \frac{ص_1+ص_2}{2}\right)$

$= \left(\frac{٢+٠}{2}, \frac{٥+٧}{2}\right)$

$= (١، ٦)$

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

(٤) س $(\frac{س_1}{-3}, \frac{ص_1}{14})$ ، ص $(\frac{س_2}{1}, \frac{ص_2}{10})$

إحداثي نقطة منتصف $\overline{س ص}$: $\left(\frac{س_1+س_2}{2}, \frac{ص_1+ص_2}{2}\right)$

$= \left(\frac{-٣+١}{2}, \frac{١٤+١٠}{2}\right)$

$= (-١، ١٢)$

H.L.

⑤ أ (س١، ص١) (٢، ٤) ب (س٢، ص٢) (٦، ٣)

طول $\overline{أب}$ = $\sqrt{(س٢ - س١)^2 + (ص٢ - ص١)^2}$

= $\sqrt{(٦-٢)^2 + (٣-٤)^2}$

= $\sqrt{١٦ + ١}$

= $\sqrt{١٧}$ وحدة طول

= ٤,١ وحدة طول

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

ب (س١، ص١) (٦، ٣) ، جـ (س٢، ص٢) (٥، ٦)

طول $\overline{ب جـ}$ = $\sqrt{(س٢ - س١)^2 + (ص٢ - ص١)^2}$

= $\sqrt{(٥-٦)^2 + (٦-٣)^2}$

= $\sqrt{١ + ٩}$

= $\sqrt{١٠}$

= ٣,١ وحدة طول

أ (س١، ص١) (٢، ٤) ، جـ (س٢، ص٢) (٥، ٦)

طول $\overline{أ جـ}$ = $\sqrt{(س٢ - س١)^2 + (ص٢ - ص١)^2}$

= $\sqrt{(٥-٢)^2 + (٦-٤)^2}$

= $\sqrt{٩ + ١٦}$

= $\sqrt{٢٥}$

= ٥ وحدة طول

H.L.

⑥ م $(س_1، ص_1)$ (−١، −٥) ، ن $(س_2، ص_2)$ (٤، −٤)

طول $\overline{م ن} = \sqrt{(س_2 - س_1)^2 + (ص_2 - ص_1)^2}$

$= \sqrt{(٤ - (-١))^2 + (-٤ - (-٥))^2}$

$= \sqrt{٢٥ + ١}$

$= \sqrt{١٠٦}$

$= ١٠,٣$ وحدة طول

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

ن $(س_1، ص_1)$ (٤، −٤) ، ك $(س_2، ص_2)$ (−١، −٢)

طول $\overline{ن ك} = \sqrt{(س_2 - س_1)^2 + (ص_2 - ص_1)^2}$

$= \sqrt{(-٢ - ٤)^2 + (-١ - (-٤))^2}$

$= \sqrt{٩ + ٤}$

$= \sqrt{١٣}$

$= ٣,٦$ وحدة طول

ك $(س_1، ص_1)$ (−١، −٢) ، م $(س_2، ص_2)$ (−١، −٥)

طول $\overline{ك م} = \sqrt{(س_2 - س_1)^2 + (ص_2 - ص_1)^2}$

$= \sqrt{(-١ - -١)^2 + (-٥ - (-٢))^2}$

$= \sqrt{٩ + ١٦}$

$= \sqrt{٢٥}$

$= ٥$ وحدة طول

H.L.

كراسة التمارين
هـ ٤
(٩) (أ)

(٠، ٠، ٠) نقطة الأصل ، (٣، ٤، ٠) = (س٢، ص٢، ع٢)

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

المسافة = $\sqrt{(س_2 - س_1)^2 + (ص_2 - ص_1)^2}$

$= \sqrt{(3-0)^2 + (4-0)^2}$

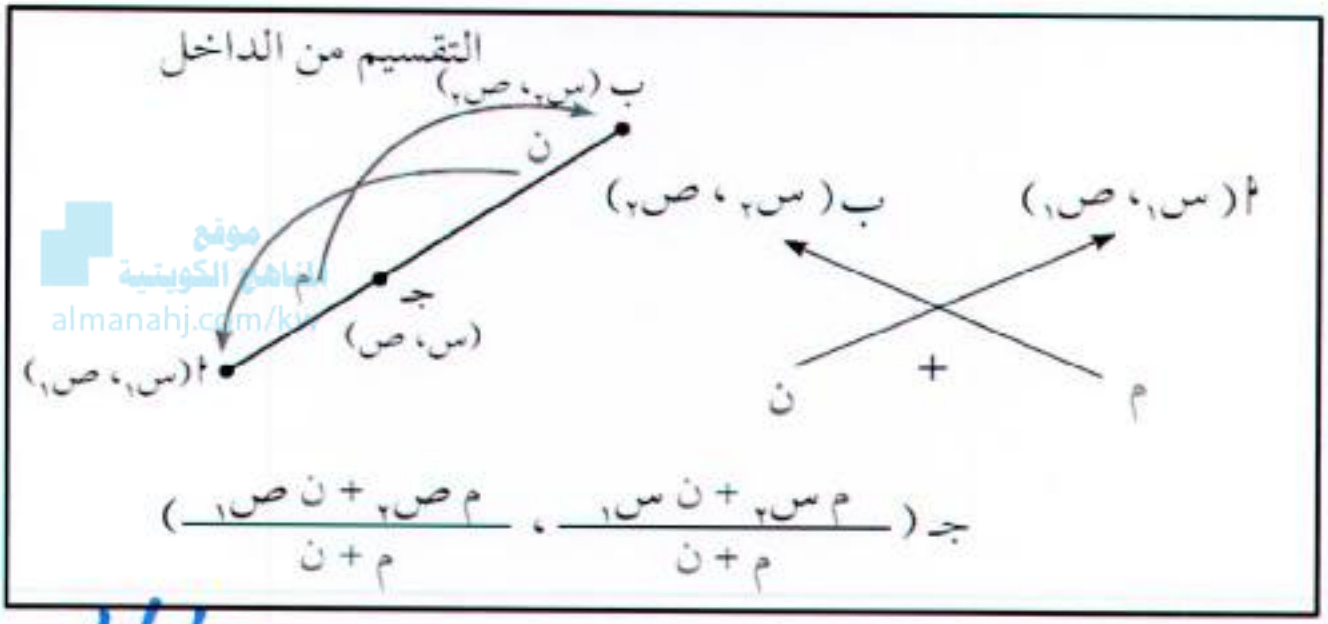
$= \sqrt{9 + 16}$

$= \sqrt{25}$

$= 5$ وحدة طول

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١م		/ ١٠
الموضوع	(2-9)تقسيم قطعة مستقيمة		

١- التقسيم من الداخل



موقع المناهج الكويتية almanahj.com/kw

H.L.

كراسة التمارين صـ 76 رقم 1

(١) أوجد إحداثيي النقطة ن التي تقسم $\overline{أب}$ من الداخل من جهة أ إذا علم أن:

(أ) أ(-٧، ٥)، ب(٨، -٥) ونسبة التقسيم ١ : ٢.

نقطة التقسيم (س، ص) = $\left(\frac{م س_2 + ن س_1}{م + ن} ، \frac{م ص_2 + ن ص_1}{م + ن} \right)$

$(س، ص) = \left(\frac{2 \times 8 + 1 \times (-7)}{2 + 1} ، \frac{2 \times (-5) + 1 \times 5}{2 + 1} \right)$

$(س، ص) = \left(3 ، -\frac{5}{3} \right)$

H.W.

حاول أن تحل

١ إذا كان أ (٣، -٤)، ب (-٢، ٣). فأوجد جـ بحيث ٢ أجـ = جـ ب ، جـ ∈ $\overline{أب}$.

[إرشاد: أجـ : جـ ب = ١ : ٢]

$$س = \frac{م س_{٢} + ن س_{١}}{م + ن}$$

$$= \frac{١ \times (-٢) + ٢ \times ٢}{٢ + ١} = \frac{٤}{٣}$$

$$ص = \frac{م ص_{٢} + ن ص_{١}}{م + ن}$$

$$= \frac{١ \times ٣ + ٢ \times (-٤)}{٢ + ١} = \frac{-٥}{٣}$$

∴ نقطة التقسيم هي جـ $\left(\frac{٤}{٣}، \frac{-٥}{٣}\right)$

حاول أن تحل

٢ لتكن أ (٢، -٣)، ب (-٤، ٧). أوجد إحداثيات النقطة جـ على $\overline{أب}$ بحيث: ٧ جـ ب = ٢ جـ أ.

أجـ : جـ ب = ٧ : ٢

م : ن

$$س = \frac{م س_{٢} + ن س_{١}}{م + ن}$$

$$= \frac{٧ \times (-٤) + ٢ \times ٢}{٢ + ٧} = \frac{-٨}{٣}$$

$$ص = \frac{م ص_{٢} + ن ص_{١}}{م + ن}$$

$$= \frac{٧ \times ٧ + ٢ \times (-٣)}{٢ + ٧} = \frac{٤٣}{٩}$$

∴ نقطة التقسيم جـ $\left(\frac{-٨}{٣}، \frac{٤٣}{٩}\right)$

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١م		/ ١٠

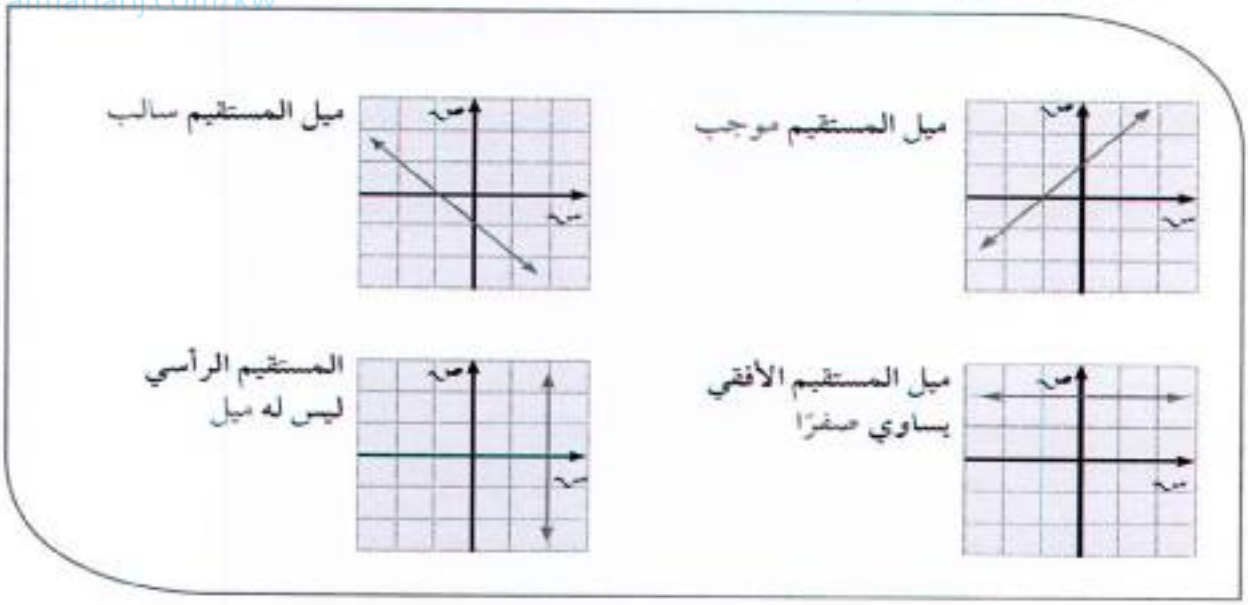
الموضوع	(9-3)(أ) ميل الخط المستقيم

معدل التغير = التغير في المتغير التابع ص / التغير في المتغير المستقل س

م = ظا θ.

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

الميل = التغير الرأسي / التغير الأفقي = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ ، $س_٢ - س_١ \neq ٠$



H.L.

حاول أن تحل

٢ أوجد ميل الخط المستقيم الذي يمر بكل زوج من النقاط.

أ جـ(٢، ٥) ، د(٤، ٧)

ب ق(-١، ٤) ، ك(٣، -٢)

الميل = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ = $\frac{٧ - ٥}{٤ - ٢}$ = $\frac{٢}{٢}$ = ١

الميل = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ = $\frac{-٢ - ٤}{٣ - (-١)}$ = $\frac{-٦}{٤}$

H.W

حاول أن تحل

٣ أثبت أن النقاط أ(٢، -١) ، ب(-١، ٥) ، جـ(٣، -٣) على استقامة واحدة.

ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = م$_{١}$ = $\frac{ص_{٢} - ص_{١}}{س_{٢} - س_{١}}$

= $\frac{٥ - (-١)}{-١ - ٢}$ = -٢

ميل $\overleftrightarrow{جـ أ}$ = م$_{٢}$ = $\frac{ص_{٢} - ص_{١}}{س_{٢} - س_{١}}$

= $\frac{-٣ - (-١)}{٣ - ٢}$ = -٢

∵ م$_{١}$ = م$_{٢}$ = -٢

∴ $\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{أجـ}$

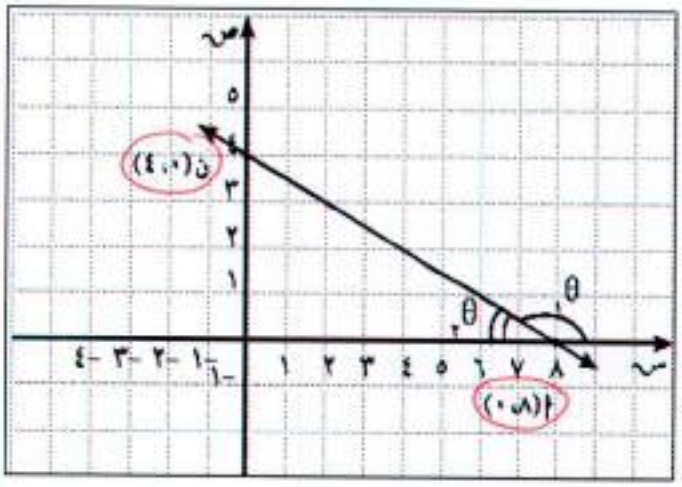
ويشتركان في النقطة أ

∴ النقاط أ، ب، جـ على استقامة واحدة

موقع المناهج الكويتية almanahj.com/kw

حاول أن تحل

٤ أوجد ميل المستقيم $\overleftrightarrow{أن}$ وقارنه بظل الزاوية الحادة التي قياسها $\theta_{٢}$ وظل الزاوية المنفرجة التي قياسها $\theta_{١}$.



ميل $\overleftrightarrow{أن}$ = $\frac{ص_{٢} - ص_{١}}{س_{٢} - س_{١}}$

= $\frac{٠ - ٤}{٨ - ٠}$ = $-\frac{١}{٢}$

ظا $\theta_{٢}$ = $\frac{٤}{٨}$ = $\frac{١}{٢}$

ظا $\theta_{١}$ = ظا (١٨٠° - $\theta_{٢}$)

= - ظا $\theta_{٢}$

= $-\frac{١}{٢}$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١م		/ ١٠

الموضوع: (3-9)(ب) معـــادلة الخط المستقـــيم

H.W.

تكون معادلة المستقيم: ص - ص١ = م(س - س١).

حاول أن تحل

١ اكتب معادلة الخط المستقيم الذي ميله $\frac{-٢}{٣}$ ويمر بالنقطة (-٦، ٥).

موقع المناهج الكويتية almanahj.com/kw

معادلة الخط المستقيم: ص - ص١ = م(س - س١)

ص - ٥ = $\frac{-٢}{٣}$ (س - (-٦))

ص - ٥ = $\frac{-٢}{٣}$ (س + ٦)

ص - ٥ = $\frac{-٢}{٣}$ س - ٤

ص = $\frac{-٢}{٣}$ س - ٤ + ٥

ص = $\frac{-٢}{٣}$ س + ١

حاول أن تحل

٢ أوجد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطتين جـ (٣، -١)، د(٢، -٢).

م = $\frac{ص٢ - ص١}{س٢ - س١}$

م = $\frac{-٢ - (-١)}{٢ - ٣}$

م = ١

معادلة الخط المستقيم:

ص - ص١ = م(س - س١)

ص - (-١) = ١(س - ٣)

ص + ١ = س - ٣

ص = س - ٣ - ١

ص = س - ٤

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١٠م		/ ١٠

الموضوع: (3-9)(ب) ت / معـــادلة الخط المستقـــيم

H.L.O

حاول أن تحل

٣ إذا كان المستقيم ك: ٣ص + س + ٣ = ٠، فأوجد:

أ معادلة المستقيم أ الموازي للمستقيم ك والذي يمر بالنقطة (-٣، ٢).

موقع المناهج الكويتية almanahj.com/kw

معادلة المستقيم ك:

$٣ص + س + ٣ = ٠$

$٣ص = -س - ٣$

$\frac{٣ص}{٣} = \frac{-س}{٣} - \frac{٣}{٣}$

$ص = -\frac{١}{٣}س - ١$

بما المستقيمان متوازيان

$\therefore$ ميل المستقيم ك = ميل المستقيم أ $= -\frac{١}{٣}$

معادلة المستقيم أ هي:

$ص - ص_١ = م(س - س_١)$

$ص - ٢ = -\frac{١}{٣}(س - (-٣))$

$ص - ٢ = -\frac{١}{٣}(س + ٣)$

$ص - ٢ = -\frac{١}{٣}س - ١$

$ص = -\frac{١}{٣}س - ١ + ٢$

$ص = -\frac{١}{٣}س + ١$

H.L.

$(س_1 ، ص_1)$

ب معادلة المستقيم ز العمودي على المستقيم ك والذي يمر بالنقطة (١، ٤).

ميل المستقيم ك = $-\frac{١}{٣}$

∵ ك ⊥ ز مستقيمان متعامدان

∴ ميل المستقيم ز × ميل المستقيم ك = -١

م × $-\frac{١}{٣}$ = -١

م = $\frac{-١}{-\frac{١}{٣}}$

م = ٣

معادلة المستقيم ز هي :

ص - ص$_1$ = م (س - س$_1$)

ص - ٤ = ٣ (س - ١)

ص - ٤ = ٣س - ٣

ص = ٣س - ٣ + ٤

ص = ٣س + ١

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١ م		/ ١٠

H.W.

الموضوع: (4-9) البعد بين نقطة ومستقيم

إذا كانت معادلة المستقيم على الصورة ل: أ س + ب ص + جـ = ٠، فإن البعد ف بين النقطة د (س١، ص١) والمستقيم ل تعطى بالصيغة: ف = $\frac{|أ س_1 + ب ص_1 + جـ|}{\sqrt{أ^2 + ب^2}}$

إذا كانت النقطة د تنتمي إلى المستقيم ل فالبعد بينهما يساوي صفرًا.

أثبت أن النقطة هـ(٢، ١) لا تنتمي إلى المستقيم ل الذي معادلته: ص = ٣ س − ٤، ثمّ أوجد البعد بين المستقيم ل والنقطة هـ.

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

بالتعويض عن (س، ص) بـ (٢، ١) في المعادلة:

ص = ٣ س − ٤

١ ≟ ٣ × ٢ − ٤

١ ≠ ٤

∴ النقطة هـ لا تنتمي لمستقيم ل

ص = ٢ س − ٤

٣ س − ص − ٤ = ٠

أ = ٣، ب = −١، جـ = −٤

البعد ف = $\frac{|أ س_1 + ب ص_1 + جـ|}{\sqrt{أ^2 + ب^2}}$

$= \frac{|٣ \times ٢ + (-١) \times ١ + (-٤)|}{\sqrt{٣^2 + (-١)^2}}$

$= \frac{|١|}{\sqrt{١٠}}$

$= \frac{\sqrt{١٠}}{١٠}$ وحدة طول

حاول أن تحل

١ أوجد البعد بين المستقيم ل: ص = −س + ٣ والنقطة د(٢، ٥).

ص = −س + ٣

−س − ص + ٣ = ٠

أ = −١، ب = −١، جـ = ٣

البعد ف = $\frac{|أ س_1 + ب ص_1 + جـ|}{\sqrt{أ^2 + ب^2}}$

$= \frac{|-١ \times ٢ + (-١) \times ٥ + ٣|}{\sqrt{(-١)^2 + (-١)^2}} = \frac{|-٤|}{\sqrt{٢}} = \frac{٤}{\sqrt{٢}} = ٢\sqrt{٢}$ وحدة طول

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١ م		/ ١٠

الموضوع: (5-9) معادلة الدائرة

$(س - د)^2 + (ص - هـ)^2 = نق^2$ وتسمى هذه الصورة القياسية لمعادلة الدائرة بمعلومية المركز م(د، هـ) وطول نصف القطر نق.

إذا كان نق طول نصف قطر الدائرة التي مركزها نقطة الأصل
فإن معادلتها على الصورة: $س^2 + ص^2 = نق^2$

H.L.
موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

حاول أن تحل

١ أوجد معادلة الدائرة التي مركزها (٥، -٣) وطول نصف قطرها ٥ وحدات.

د هـ نق

معادلة الدائرة على الصورة القياسية:

$(س - د)^2 + (ص - هـ)^2 = نق^2$

$(س - ٥)^2 + (ص - (-٣))^2 = ٥^2$

$(س - ٥)^2 + (ص + ٣)^2 = ٢٥$

حاول أن تحل

٢ أوجد معادلة دائرة قطرها $\overline{أب}$ حيث أ (-٣، ٦)، ب (١، -٢).

إحداثيات مركز الدائرة:

م $= \left(\frac{س_1 + س_2}{2}، \frac{ص_1 + ص_2}{2}\right)$

$= \left(\frac{-٣ + ١}{2}، \frac{٦ + (-٢)}{2}\right)$

د هـ

$= (-١، ٢)$

$نق = \frac{1}{2}\sqrt{(س_2 - س_1)^2 + (ص_2 - ص_1)^2}$

$= \frac{1}{2}\sqrt{(١ - (-٣))^2 + (-٢ - ٦)^2}$

$= ٥$ وحدة طول

معادلة الدائرة على الصورة القياسية:

$(س - د)^2 + (ص - هـ)^2 = نق^2$

$(س - (-١))^2 + (ص - ٢)^2 = (٥)^2$

$(س + ١)^2 + (ص - ٢)^2 = ٢٥$

H.W.

حاول أن تحل

٥ أوجد مركز وطول نصف قطر الدائرة التي معادلتها:

أ $س^٢ + ص^٢ = ٤٩$.

مركز الدائرة (٠،٠) نقطة الأصل

$نق^٢ = ٤٩$

$نق = ٧$

طول نصف قطر الدائرة ٧ وحدات طول

ب $(س - ٤)^٢ + (ص + ٥)^٢ = ٣٦$.

مركز الدائرة (٤، -٥)

$نق^٢ = ٣٦ \leftarrow نق = ٦$

نصف قطر الدائرة

= ٦ وحدة طول

الموقع
المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

حاول أن تحل

٤ أوجد معادلة الدائرة التي مركزها (٣، ٤) وتمس محور الصادات.

معلوم

$نق = ٣$

معادلة الدائرة على الصورة القياسية:

$(س - د)^٢ + (ص - هـ)^٢ = نق^٢$

$(س - ٣)^٢ + (ص - ٤)^٢ = ٣^٢$

$(س - ٣)^٢ + (ص - ٤)^٢ = ٩$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١م		/ ١٠

الموضوع	(5-9) ت/ معادلة الدائرة

الصورة العامة لمعادلة الدائرة

$س^٢ + ص^٢ + ل س + ك ص + ب = ٠$ ، حيث ل، ك، ب ثوابت

وتسمى الصورة العامة لمعادلة الدائرة التي مركزها $(\frac{-ل}{٢}، \frac{-ك}{٢})$

طول نصف قطرها $ن = \frac{١}{٢}\sqrt{ل^٢ + ك^٢ - ٤ب}$. حيث $ل^٢ + ك^٢ - ٤ب > ٠$

almanahj.com/kw

الصورة العامة: $س^٢ + ص^٢ + ل س + ك ص + ب = ٠$

١ إنها معادلة من الدرجة الثانية في س، ص.

٢ معامل $س^٢$ = معامل $ص^٢$.

٣ لا يوجد الحد الذي يتضمن س ص.

١ عندما	$ل^٢ + ك^٢ - ٤ب < ٠$	فإن المعادلة لا تمثل معادلة دائرة.
٢ عندما	$ل^٢ + ك^٢ - ٤ب = ٠$	فإن المعادلة تمثل نقطة.
٣ عندما	$ل^٢ + ك^٢ - ٤ب > ٠$	فإن المعادلة تمثل دائرة.

H.L.

حاول أن تحل

٦ عيّن مركز وطول نصف قطر الدائرة الممثلة بالمعادلة: $٢س^٢ + ٢ص^٢ - ١٢س - ٤ص - ٣٠ = ٠$

$٢س^٢ + ٢ص^٢ - ١٢س - ٤ص - ٣٠ = ٠$

$س^٢ + ص^٢ - ٦س - ٢ص - ١٥ = ٠$ ← بقسمة الطرفين ÷ ٢

$ل = -٦$ ، $ك = -٢$ ، $ب = -١٥$

المركز $(\frac{-ل}{٢}، \frac{-ك}{٢})$ نصف $= \frac{١}{٢}\sqrt{ل^٢ + ك^٢ - ٤ب}$

$= (\frac{-(-٦)}{٢}، \frac{-(-٢)}{٢})$ $= \frac{١}{٢}\sqrt{(-٦)^٢ + (-٢)^٢ - ٤ \times -١٥}$

$= (٣، ١)$ وحدة طول $= ٥$

H.L.

حاول أن تحل

٧ هل كل معادلة مما يلي تمثل معادلة دائرة؟ فسّر.

أ) $س^٢ + ص^٢ - ٤س + ٧ص + ١٧ = ٠$

$ل = -٤ ، ك = ٧ ، ب = ١٧$

$ل^٢ + ك^٢ - ٤ب = (-٤)^٢ + (٧)^٢ - ٤ \times ١٧$

$= -٣$

$\therefore -٣ < ٠$

$\therefore$ المعادلة لا تمثل معادلة دائرة

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

ب) $س^٢ + ص^٢ + ٥س - ٦ص - ٤ = ٠$

$ل = ٥ ، ك = -٦ ، ب = -٤$

$ل^٢ + ك^٢ - ٤ب = ٥^٢ + (-٦)^٢ - ٤ \times -٤$

$= ٧٧$

$\therefore ٧٧ > ٠$

$\therefore$ المعادلة تمثل معادلة دائرة

ج) $س^٢ + ص^٢ - ٢س - ٢ص + ٢ = ٠$

$ل = -٢ ، ك = -٢ ، ب = ٢$

$ل^٢ + ك^٢ - ٤ب = (-٢)^٢ + (-٢)^٢ - ٤ \times ٢$

$= ٠$

$\therefore$ المعادلة تمثل نقطة

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١٠م		/ ١٠

الموضوع	(5-9) معادلة مماس الدائرة

H.L.

حاول أن تحل

٨ أوجد معادلة مماس دائرة معادلتها (س − ٢)^{٢} + (ص − ١)^{٢} = ٢٥ عند النقطة أ(٦، ٤).

النقطة أ (٦، ٤) تنتمي إلى الدائرة
إحداثيات مركز الدائرة و (٢، ١)
ميل و أ = $\frac{ص_{٢} - ص_{١}}{س_{٢} - س_{١}}$
= $\frac{٤ - ١}{٦ - ٢}$ = $\frac{٣}{٤}$
ميل المماس × ميل و أ = −١
ميل المماس × $\frac{٣}{٤}$ = −١
ميل المماس = $\frac{-٤}{٣}$
معادلة المماس: ص − ص$_{١}$ = م (س − س$_{١}$)
ص − ٤ = $\frac{-٤}{٣}$ (س − ٦)
ص − ٤ = $\frac{-٤}{٣}$ س + ٨
ص = $\frac{-٤}{٣}$ س + ٨ + ٤
ص = $\frac{-٤}{٣}$ س + ١٢

حاول أن تحل

٩ أثبت أن النقطة أ (١، ١) تنتمي إلى الدائرة التي مركزها و، معادلتها: س^{٢} + ص^{٢} + ٦س + ٨ص − ١٦ = ٠، ثم أوجد معادلة المماس لهذه الدائرة عند هذه النقطة.

بالتعويض عن النقطة أ في المعادلة:
س^{٢} + ص^{٢} + ٦س + ٨ص − ١٦ = ٠
١^{٢} + ١^{٢} + ٦(١) + ٨(١) − ١٦ = ٠
٠ = ٠
∴ النقطة أ (١، ١) تنتمي إلى الدائرة.

ل = ٦، ك = ٨، ب = −١٦
مركز الدائرة و: $\left(\frac{-ل}{٢}، \frac{-ك}{٢}\right)$
= $\left(\frac{-٦}{٢}، \frac{-٨}{٢}\right)$ = (−٣، −٤)

موقع المناهج الكويتية almanahj.com/kw

H.L.

تابع رقم 9

طول نصف القطر:

نق = $\frac{1}{2}\sqrt{ك^2 + ك^2 - 4ب}$

$= \frac{1}{2}\sqrt{(-16)\times 4 - 8^2 + 6^2}$

$= \frac{1}{2} \times 2\sqrt{17}$

$= \sqrt{17}$ وحدة طول

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

ميل نصف قطر التماس $\overline{م}$ = $\frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$

$م = \frac{-1 - (-4)}{-1 - (-3)}$

$م = \frac{5}{4}$

∴ ميل المماس = $\frac{-4}{5}$

معادلة المماس هي:

$ص - ص_1 = م(س - س_1)$

$ص - 1 = \frac{-4}{5}(س - 1)$

$ص - 1 = \frac{-4}{5}س + \frac{4}{5}$

$ص = \frac{-4}{5}س + \frac{4}{5} + 1$

$ص = \frac{-4}{5}س + \frac{9}{5}$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١م		/ ١٠

الموضوع	(3-10) الانحراف المعياري

H.L.

التباين والانحراف المعياري

$$\text{التباين} = ع^2 = \frac{\sum_{ر=1}^{ن} (س_ر - \overline{س})^2}{ن}$$

ومنه الانحراف المعيارى = $ع = \sqrt{ع^2}$

موقع المناهج الكويتية almanahj.com/kw

حاول أن تحل

١ أوجد التباين والانحراف المعياري لقيم البيانات:

٢، ٤، ٦، ٨، ٧، ٩

$س_ر$	$س_ر - \overline{س}$	$(س_ر - \overline{س})^2$
٢	-٤	١٦
٤	-٢	٤
٦	٠	٠
٧	١	١
٨	٢	٤
٩	٣	٩
المجموع		٣٤

$\overline{س} = \frac{٩+٧+٨+٦+٤+٢}{٦} = ٦$

التباين $ع^2 = \frac{\sum (س_ر - \overline{س})^2}{ن} = \frac{٣٤}{٦} = ٥,٦٦$

الانحراف المعياري $ع = \sqrt{٥,٦٦} = ٢,٣٨$

(ب) ١، ٢، ١٧، ١٢، ١٥، ٨، ١٠، ١٥

$س_ر$	$س_ر - \overline{س}$	$(س_ر - \overline{س})^2$
١	-٩	٨١
٢	-٨	٦٤
١٧	٧	٤٩
١٢	٢	٤
١٥	٥	٢٥
٨	-٢	٤
١٠	٠	٠
١٥	٥	٢٥
المجموع		٢٥٢

$\overline{س} = \frac{١٥+١٠+٨+١٥+١٢+١٧+٢+١}{٨} = ١٠$

التباين $ع^2 = \frac{\sum (س_ر - \overline{س})^2}{ن} = \frac{٢٥٢}{٨} = ٣١,٥$

الانحراف المعياري $ع = \sqrt{٣١,٥} = ٥,٦١$

H.W.

حاول أن تحل

٤ الانحراف المعياري لمجموعة قيم من بيانات هو ع = ٤ ، ومجموع مربعات انحرافات هذه القيم عن متوسطها الحسابي هو ٤٨٠ .

فما عدد قيم هذه البيانات؟

$$ع = \frac{\sum (س_ر - \bar{س})^2}{ن}$$

$$ع^2 = \frac{٤٨٠}{ن}$$

$$١٦ = \frac{٤٨٠}{ن}$$

$$\therefore ن = \frac{٤٨٠}{١٦}$$

$$ن = ٣٠$$

∴ عدد قيم هذه البيانات هو ٣٠

موقع المناهج الكويتية almanahj.com/kw

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١٠م		/ ١٠

الموضوع	(4-10) طـــــــرق العـــــــد

حاول ان تحل صـ١٨٣ـ رقم ١

ما عدد الرموز التي يمكن تكوينها من حروف «نواف» من دون تكرار لأي حرف منها شرط ألّا يبدأ الرمز بـ «أ»؟

معلوم

موقع المناهج الكويتية almanahj.com/kw

كراسة التمارين صـ 111 رقم 4

أرقام الهاتف: كم عدد أرقام الهاتف التي يمكن أن تكونها من سبعة أرقام علمًا بأنه لا يمكن أن يبدأ الرقم من اليسار بـ ٠ أو ١، لماذا؟

عدد الأرقام = ٨×١٠×١٠×١٠×١٠×١٠×١٠

= ١٠×٨ رقماً

تبدأ لوحات السيارات في إحدى المدن بحرفين من الحروف الأبجدية يتبعهما ثلاثة أرقام. كم عدد اللوحات التي يمكن الحصول عليها؟ افترض أنه لا يوجد تكرار لأي من الحروف أو الأرقام في أي من لوحات التراخيص.

عدد اللوحات = ٨×٩×١٠×٢٦×٢٨

= ٥٤٤٣٢٠ لوحة

الأحرف ٢٦×٢٨

الأرقام ٨×٩×١٠

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١م		/ ١٠

الموضوع: التباديل (4-10)

تذكر:

مضروب ن أو ن! هو: ن × (ن - ١) × ... × ٣ × ٢ × ١

فمثلًا: ٥! = ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١

١٠! = ١ نُقرأ مضروب صفر = ١

قانون

$ن ل_ر = \frac{ن!}{(ن - ر)!}$ حيث ر، ن ∈ صـ، ر ≤ ن، $ن ل_{ن} = ١$

طرق حساب $ن ل_ر$

6 shift nPr 4 =	360
6! ÷ (6 − 4)!	360
6 × 5 × 4 × 3	360

H.L.

حاول أن تحل

٦ أوجد قيمة كل تبديل بدون استخدام الآلة الحاسبة بصورة مباشرة.

أ $٥ ل_٣$ ب $١٠ ل_٤$ ج $ن ل_٤$

أ) $٥ ل_٣ = \frac{٥!}{(٥-٣)!} = \frac{٥!}{٢!} = \frac{١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥}{١ \times ٢} = ٦٠$

ب) $١٠ ل_٤ = \frac{١٠!}{(١٠-٤)!} = \frac{١٠!}{٦!} = \frac{١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥ \times ٦ \times ٧ \times ٨ \times ٩ \times ١٠}{١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥ \times ٦} = ٥٠٤٠$

ج) $ن ل_٤ = \frac{ن!}{(ن-٤)!} = \frac{ن(ن-١)(ن-٢)(ن-٣)(ن-٤)!}{(ن-٤)!}$

$= ن(ن-١)(ن-٢)(ن-٣)$

H.L.

حاول أن تحل

٧ ما عدد الأعداد التي يمكن أن تتشكل من ٤ أرقام من أرقام النظام العشري بدون الصفر وذلك في حال عدم تكرار أي رقم؟

عدد الأعداد = $_{٤}P_{٩}$

$= \frac{!٩}{!(٤-٩)}$

$= \frac{!٩}{!٥} = \frac{٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥!}{!٥} = ٣٠٢٤$ عدداً

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

كراسة التمارين صـ 111 رقم 3

يوجد ثلاثة مرشحين لمنصب الرئيس وأربعة مرشحين لمنصب نائب الرئيس. كم عدد الأزواج التي يمكن أن تكوّن من رئيس ونائب رئيس؟

عدد الأزواج = ٣ × ٤

= ١٢ زوجاً

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١٠م		/ ١٠

الموضوع	(4-10) التوافيق

تعريف: قانون التوافيق

إذا كان ن، ر عددان صحيحان موجبان حيث ن ≥ ر، فإن:

عدد التوافيق المكونة كل منها من ر من الأشياء والمختارة من بين ن من الأشياء هو: $\binom{ن}{ر} = \frac{ن!}{(ن - ر)!\, ر!}$

ملاحظات:

(١) عندما ر = ٠ يُعرَّف $\binom{ن}{٠} = ١$

(٢) $\binom{ن}{ن} = ١$

ملاحظة:

يستخدم الرمز $ق_ر^{ن}$ للتعبير عن عدد التوافيق.

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

كراسة التمارين صـ 112 رقم 9 ، 10

أوجد قيمة كلّ مما يلي:

(٩) $ق_٥^{١٤} = \frac{١٤!}{٥!\,(١٤-٥)!} = \frac{١٤}{٩!\times ٥!} = \frac{١٤!}{٩!\times ١\times ٢\times ٣\times ٤\times ٥} = ٢٠٠٢$

(١٠) $ق_{٤٦}^{٤٨} = \frac{٤٨!}{٤٦!\,(٤٨-٤٦)!} = \frac{٤٨!}{٤٦!\times ٢!} = \frac{٤٨\times ٤٧\times ٤٦!}{٤٦!\times ١\times ٢} = ١١٢٨$

حاول أن تحل

٩ إذا كان فريق كرة قدم يتكوّن من ٢٠ لاعبًا. فما عدد الفرق المختلفة التي يمكن تكوينها من ١١ لاعبًا من بين لاعبي هذا الفريق؟ (يمكن لأي لاعب اللعب في أي مركز)

عدد الفرق = $ق_{١١}^{٢٠}$ م

= $\frac{٢٠!}{١١!\,(٢٠-١١)!}$

= $\frac{٢٠!}{١١!\times ٩!}$

H.L.

$$= \frac{20 \times 19 \times 18 \times 17 \times 16 \times 15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11!}{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 11!}$$

$$= 167960 \text{ طريقاً}$$

موقع
المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

H.L.

كراسة التمارين صـ 112 رقم 11

تكوين اللجان: سوف يتم انتخاب لجنة مكونة من ٣ سيدات من بين ٢٥ سيدة. كم عدد اللجان المختلفة التي يمكن انتخابها؟

عدد اللجان = $\frac{{}_{٢٥}م_{٣}}{!٣ \times !(٣-٢٥)}$

$= \frac{!٢٥}{!٢٢ \times !٣}$

$= \frق{!٢٥}{!٢٢ \times !٣}$

$= \frق{!٢٢ \times ٢٣ \times ٢٤ \times ٢٥}{!٢٢ \times ١ \times ٢ \times ٣}$

= ٢٣٠٠ لجنة

موقع المنارة التعليمية almanahj.com/kw

حاول أن تحل

١١ في ما يلي، حدّد ما إذا كان المثال يبيّن تبديلًا أو توفيقًا.

أ اختيار ٣ طلاب من الصف العاشر للمشاركة في مسابقة تلاوة القرآن.

ب مراكز المشاركين الثلاثة في مسابقة تلاوة القرآن.

أ ← التوفيق

ب ← الترتيب ← التبديل

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١م		/ ١٠

الموضوع	(5-10) الاحتمال المشروط

إذا كانت جميع نواتج التجربة لها فرصة الظهور نفسها فإن احتمال الحدث أ هو:

$$ل(\text{الحدث أ}) = \frac{\text{عدد نواتج الحدث أ}}{\text{عدد النواتج في فضاء العينة}}$$

أي أن: $ل(أ) = \frac{ن(أ)}{ن(ف)}$

يكتب الاحتمال بصورة كسر عشري أو كسر أو نسبة أو نسبة مئوية.

موقع المنهج الكويتي almanahj.com/kw

في لعبة «رمي حجري نرد منتظمين ومتمايزين» والتجربة هي ملاحظة الوجه العلوي لكل من الحجرين اكتب فضاء العينة. وما عدد النواتج الممكنة؟

H.L.

ما احتمال الحدث أ: «ظهور عددين مجموعهما يساوي ٤»؟

ما احتمال الحدث «ب»: «ظهور عددين مجموعهما يساوي ٧»؟

ما احتمال الحدث «جـ»: «ظهور عددين مجموعهما يساوي ١٣»؟

ما احتمال الحدث «د»: «ظهور عددين أحدهما مربعًا للآخر»؟

ف = {(١٦١)، (١٦٢)، (١٦٣)، (١٦٤)، (١٦٥)، (١٦٦)،
(٢٦١)، (٢٦٢)، (٢٦٣)، (٢٦٤)، (٢٦٥)، (٢٦٦)،
(٣٦١)، (٣٦٢)، (٣٦٣)، (٣٦٤)، (٣٦٥)، (٣٦٦)،
(٤٦١)، (٤٦٢)، (٤٦٣)، (٤٦٤)، (٤٦٥)، (٤٦٦)،
(٥٦١)، (٥٦٢)، (٥٦٣)، (٥٦٤)، (٥٦٥)، (٥٦٦)،
(٦٦١)، (٦٦٢)، (٦٦٣)، (٦٦٤)، (٦٦٥)، (٦٦٦)}

عدد النواتج الممكنة = ٦ × ٦

= ٣٦ ناتجاً

H.W.

الحدث أ: {(٣،١) ، (٢،٢) ، (١،٣)}

$$ل(أ) = \frac{ن(أ)}{ن(ف)}$$

$$= \frac{٣}{٣٦} = \frac{١}{١٢}$$

الحدث ب: {(٦،١) ، (١،٦) ، (٤،٢) ، (٣،٤) ، (٥،٢) ، (٢،٥)}

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

$$ل(ب) = \frac{ن(ب)}{ن(ف)}$$

$$= \frac{٦}{٣٦} = \frac{١}{٦}$$

الحدث ج: { }

$$ل(ج) = \frac{ن(ج)}{ن(ف)}$$

$$= \frac{٠}{٣٦} = ٠$$

الحدث د: {(١،١) ، (٢،٢) ، (٣،٣) ، (٤،٤) ، (٥،٥) ، (٦،٦)}

$$ل(د) = \frac{٦}{٣٦} = \frac{١}{٦}$$

خواص الاحتمال لحدث ما

ليكن أ حدث في فضاء عينة ف منته وغير خالٍ فإن:

١ ٠ ≤ ل(أ) ≤ ١

٢ إذا كان أ = { } إذًا ل(أ) = ٠ ويسمى أ حدثًا مستحيلًا.

٣ إذا كان أ = ف إذًا ل(أ) = ١ ويسمى أ حدثًا مؤكدًا.

٤ مجموع احتمالات جميع النواتج في فضاء العينة يساوي ١.

حاول أن تحل

٢ في تجربة رمي حجري نرد متمايزين معًا وملاحظة الوجه العلوي لكل منهما، كان الحدث ب «الحصول على مجموع أصغر من ١٣»، فما احتمال وقوع الحدث ب؟

المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

H.W

ل(ب) = ن(ب) / ن(ف)

= ٣٦ / ٣٦ = ١

اشترى ناصر علبة حلوى تحتوي على ١٢ قطعة بينها ٤ قطع بالشوكولاتة. يريد ناصر أخذ قطعتين من العلبة معًا عشوائيًا. فما احتمال أن يختار قطعتين بالشوكولاتة؟

وأيضا ما احتمال اختيار قطعتي حلوى عشوائيًا ليستا بالشوكولاتة؟

ن(ف) = $\binom{١٢}{٢}$

= $\frac{ل_{٢}^{١٢}}{!٢}$ = $\frac{١١ \times ١٢}{١ \times ٢}$ = ٦٦ ناتجاً

الحدث أ: اختيار قطعتي حلوى عشوائياً ليستا بالشوكولاتة

ن(أ) = $\binom{٨}{٢}$

= $\frac{ل_{٢}^{٨}}{!٢}$ = $\frac{٧ \times ٨}{١ \times ٢}$ = ٢٨ ناتجاً

H.L.

$$ل(أ) = \frac{ن(أ)}{ن(ف)}$$

$$= \frac{٢٨}{٦٦}$$

$$= \frac{١٤}{٣٣}$$

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١م		/ ١٠

الموضوع	(5-10) ت/ الاحتمال المشروط

العمليات على الأحداث واحتمالاتها:

قاعدة الاحتمال لاتحاد حدثين:

ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

ومنها ل(أ ∩ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∪ ب)

قاعدة الاحتمال لمتمم الحدث أ:

ل($\overline{أ}$) = ١ − ل(أ)

قاعدة الاحتمال لحدثين متنافيين:

إذا كان أ، ب حدثين متنافيين من فضاء العينة ف فإن ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب).

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

H.L.O

حاول أن تحل

٥ إذا كان أ، ب حدثان في فضاء العينة، وكان ل(أ) = ٠,٣، ل(ب) = ٠,٥، ل (أ ∪ ب) = ٠,٦ أوجد كلًا من:

أ ل(أ ∩ ب)

ب ل($\overline{ب}$)

أ) ل(أ ∩ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∪ ب)

= ٠,٣ + ٠,٥ − ٠,٦

= ٠,٢

ب) ل($\overline{ب}$) = ١ − ل(ب)

= ١ − ٠,٥

= ٠,٥

حاول أن تحل

٦ إذا كان أ، ب حدثان في فضاء العينة، وكان ل(أ) = ٠,٥ ، ل(ب) = ٠,٦ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,٢
أوجد ل(أ ∪ ب).

ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)
= ٠,٥ + ٠,٦ − ٠,٢
= ٠,٩

ل(أ ∪ ب)‾ = ١ − ل(أ ∪ ب)
= ١ − ٠,٩
= ٠,١

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

حاول أن تحل

٧ في فضاء عينة ف لدينا حدثان أ ، ب متنافيان حيث ل(أ) = ٠,٤ ، ل(ب) = ٠,٥

أ احسب ل(أ ∪ ب).

ب احسب ل(أ ∪ ب)‾.

معلوم

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١ م		/ ١٠

الموضوع	(5-10) ت/ الاحتمال المشروط

قاعدة الضرب للأحداث المستقلة

إذا كان أ، ب حدثان مستقلان فإن احتمال وقوع الحدثين معًا هو:
ل(أ ∩ ب) = ل(أ) × ل(ب)

قام أحمد بتطوير قاعدة باستخدام الآلة الحاسبة البيانية لإنتاج أرقام عشوائية من ٠ إلى ٩
فما احتمال أن يكون الرقم الأول الذي حصل عليه زوجيًا وأن يكون الرقم الثاني مضاعفًا لـ ٣؟

الحدث أ: "الرقم زوجيًا"
أ = {٠، ٢، ٤، ٦، ٨}

الحدث ب: "الرقم مضاعفًا لـ ٣"
ب = {٣، ٦، ٩}

الحدثان مستقلان

∴ ل(أ ∩ ب) = ل(أ) × ل(ب)

$= \frac{٥}{١٠} \times \frac{٣}{١٠}$

$= \frac{١٥}{١٠٠}$

حاول أن تحل

٩ تحتوي علبة حلوى على ١٢ قطعة، ٤ منها بنكهة شوكولاتة والباقي بنكهة الحليب.
فما احتمال أخذ قطعة بنكهة شوكولاتة وأكلها، ثم أخذ قطعة بنكهة الحليب؟

محلوم

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١٠م		/ ١٠

الموضوع	(5-10) ت/ الاحتمال المشروط

قاعدة الاحتمال المشروط

إذا كان وقوع الحدث ب مشروطًا بوقوع الحدث أ فإن:

$$ل(ب|أ) = \frac{ل(أ \cap ب)}{ل(أ)}$$ حيث ل (أ) ≠ ٠

وكذلك ل(أ ∩ ب) = ل(أ) × ل(ب|أ)

موقع المناهج الكويتية almanahj.com/kw

H.L.

٢

حاول أن تحل

١١ في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم، إذا كان الحدث ب «الحصول على عدد زوجي»، والحدث أ «الحصول على عدد أولي». فاحسب ل(ب|أ).

ف = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}

∴ ن(ف) = ٦

ب = {٢، ٤، ٦}

ن(ب) = ٣

أ = {٢، ٣، ٥}

ن(أ) = ٣

أ ∩ ب = {٢}

ن(أ ∩ ب) = ١

$ل(أ) = \frac{ن(أ)}{ن(ف)} = \frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$

$ل(أ ∩ ب) = \frac{١}{٦}$

$ل(ب|أ) = \frac{ل(أ ∩ ب)}{ل(أ)} = \frac{\frac{١}{٦}}{\frac{١}{٢}} = \frac{١}{٣}$

حاول أن تحل

١٠ في تجربة عشوائية، إذا كان ل(أ) = ٠,٣ ، ل(ب | أ) = ٠,٢ . أوجد ل(أ ∩ ب).

ل (ب/أ) = ل(أ∩ب) / ل(أ)

٠,٢ = ل(أ∩ب) / ٠,٣

∴ ل(أ∩ب) = ٠,٢ × ٠,٣

= ٠,٠٦

موقع المناهج الكويتية almanahj.com/kw

كراسة التمارين صـ 111 رقم 1

(١٦) إذا كان أ ، ب حدثين مستقلين وكان ل(أ) = ٠,٣ ، ل(ب) = ٠,٤ . أوجد كلًّا من:

(أ) ل(أ ∩ ب) =

ل(أ) × ل(ب)

= ٠,٣ × ٠,٤

= ٠,١٢

(ب) ل(أ|ب) =

= ل(أ∩ب) / ل(ب)

= ٠,١٢ / ٠,٤

= ٠,٣

(جـ) ل(ب|أ) =

= ل(أ∩ب) / ل(أ)

= ٠,١٢ / ٠,٣

= ٠,٤

(د) ل(أ ∪ ب)

ل(أ∪ب) = ل(أ) + ل(ب) - ل(أ∩ب)

= ٠,٣ + ٠,٤ - ٠,١٢

= ٠,٥٨