

المذكرة الشاملة في الرياضيات



تم تحميل هذا الملف من موقع مناهج مملكة البحرين

موقع المناهج ← مناهج مملكة البحرين ← الصف التاسع ← رياضيات ← الفصل الثاني ← ملفات متنوعة ← الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2025-05-12 19:14:54

ملفات اكتب للمعلم اكتب للطالب | اختبارات الكترونية | اختبارات | حلول | عروض بوربوينت | أوراق عمل
منهج انجليزي | ملخصات وتقارير | مذكرات وبنوك | الامتحان النهائي | للمدرس

المزيد من مادة
رياضيات:

التواصل الاجتماعي بحسب الصف التاسع



صفحة مناهج مملكة
البحرين على
فيسبوك

الرياضيات

اللغة الانجليزية

اللغة العربية

التربية الاسلامية

المواد على تلغرام

المزيد من الملفات بحسب الصف التاسع والمادة رياضيات في الفصل الثاني

نماذج لامتحانات سابقة	1
نماذج لاختبارات سابقة	2
نموذج أسئلة امتحان نهاية الفصل الثاني	3
نموذج أسئلة امتحان نهاية الفصل الثاني	4
نموذج الإجابة لامتحان نهاية الفصل الثاني	5



Ministry of Education

Zainab Intermediate Girls School



وزارة التربية والتعليم
مدرسة زينب الإعدادية للبنات



المذكرة الشاملة

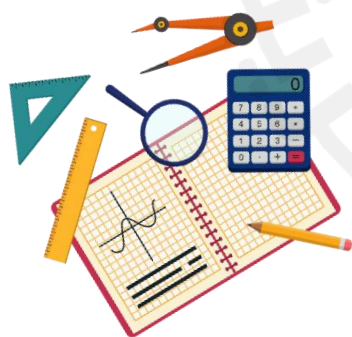
لمادة الرياضيات / الفصل الدراسي الثاني

الصف الثالث الإعدادي

نوع المحتوى : مذكرة إثرائية في جميع وحدات الفصل الدراسي الثاني

لمادة الرياضيات (٢٠٢٣ / ٢٠٢٤م)

ولكنها لا تغني عن الكتاب المدرسي



إعداد: أ. ليلى حاتم التاجر المديرتان المساعدتان: أ. مها الدوسري، أ. رجاء داود مديرة المدرسة: أ. ليلى عبدالرحيم



Ministry of Education

Zainab Intermediate Girls School



وزارة التربية والتعليم

مدرسة زينب الإعدادية للبنات

مراجعة الفصل ٦

كثيرات الحدود

الموضوع	التسلسل
ضرب وحيدات الحد	١-٦
قسمة وحيدات الحد	٢-٦
كثيرات الحدود	٣-٦
جمع كثيرات الحدود وطرحها	٤-٦
ضرب وحيدة حد في كثيرة حدود	٥-٦
ضرب كثيرات الحدود	٦-٦
حالات خاصة من ضرب كثيرات الحدود	٧-٦

مديرة المدرسة:

أ. ليلي عبدالرحيم

إعداد:

أ. ليلي حاتم التاجر



٦ - ١ ضرب وحيدات الحد

المحتوى الرياضي:

*وحيدة الحد: هي عدد أو متغير أو ناتج ضرب عدد في متغير واحد أو أكثر بأسس صحيحة غير سالبة. والثابت : هو وحيدة حد تمثل عددا حقيقيا.

*تبسيط وحيدة الحد: كتابة تعبير مكافئ لها على أن يظهر كل متغير على صورة أساس مرة واحدة فقط، لا يتضمن التعبير قوة القوة ، جميع الكسور في أبسط صورة.

*قوانين:

$$\text{ناتج ضرب القوى : } s^m \times s^n = s^{m+n}$$

$$\text{قوة القوة : } (s^m)^n = s^{m \times n}$$

$$\text{قوة ناتج الضرب: } (s \times v)^n = s^n \times v^n$$

*تدريبات:

س ١: حددي ما إذا كانت التعابير الآتية وحيدة حد ، أكتبي نعم أو لا ، وفسري إجابتك:

التعبير	وحيدة حد: نعم أو لا؟	التفسير
٢٥		
$s + 11$		
$\frac{1}{2} s^3$		
$\frac{2h}{k}$		
$v - 9$		

س ٢: بسّطي كل تعبير فيما يأتي:

(٣س ^٤) (-٤س ^٧)	(٦ ج ^٥ د) (٥ ج ^٢ د ^٥)
--	---

$^2 [^3 (^2 ص)]$	$^2 [^3 (^3)]$
$^4 [^2 (^3 هـ)]$	

س٣: عبري عن ما يأتي على صورة وحيدة حد:

أ) حجم مكعب طول ضلعه ٥ س ص ع

ب) مساحة مثلث طول قاعدته (٣ ك ن) وارتفاعه (٢ ك ن°)

٦ - ٢ قسمة وحيدات الحد

المحتوى الرياضي:

$$* \text{ ناتج قسمة القوى : } \frac{س^م}{س^ن} = س^{م-ن}$$

* قوى ناتج القسمة :

$$\left(\frac{س}{ص} \right)^ن = \frac{س^ن}{ص^ن}$$

* خاصية الاس الصفري: $س^0 = ١$ ، لأي عدد حقيقي س \neq صفر

* خاصية الأس السالب :

$$\text{مقلوب } س^{-ن} = \frac{١}{س^ن} \text{ ومقلوب } \frac{١}{س^{-ن}} = س^ن$$

*تدريبات:

بسّطي التعابير الآتية مفترضة أن مقام كل منها لا يساوي الصفر:

$\left(\frac{٤ج٣د٢}{٥} \right)^٣$	$\frac{س٦ص١٢}{س٣ص٦}$
$\left(\frac{٢م٨ن٦}{٣م٥ن١} \right)^٢$	$\frac{ف٣ و٢}{و٦ص٦}$
$\frac{٢س٢ب٦ق١٠}{٦س٣ب٢ق٣}$	$\frac{م٣ن}{ن٢}$

٦ - ٣ كثيرات الحدود

المحتوى الرياضي:

* كثيرة الحدود: هي وحيدة حد أو مجموع وحيدات حد. وبعض كثيرات الحدود تحمل أسماء خاصة : ثنائية حد ، ثلاثية الحدود.

* درجة وحيدة الحد: هي مجموع أسس كل متغيراتها

* درجة كثيرة الحدود: هي أكبر درجة من درجات حدودها

* يمكن تسمية بعض كثيرات الحدود اعتمادا على درجتها:

الدرجة صفر: ثابتة ، الدرجة ١: خطية ، الدرجة ٢: تربيعية ، الدرجة ٣: تكعيبية

* الصورة القياسية لكثيرة الحدود: كتابة الحدود بترتيب تنازلي حسب درجاتها

* المعامل الرئيس: معامل أول حد في الصورة القياسية لكثيرة الحدود

*تدريبات:

س١: حدّدي ما إذا كان كل تعبير فيما يأتي كثيرة حدود أم لا ، وإذا كان كذلك فصنفيها إلى وحيدة حد أو ثنائية حد أو ثلاثية حدود:

التصنيف	كثيرة حدود نعم أو لا؟ لماذا؟	التعبير
		٧س
		٧ - ٢س + ٢س ص
		٤س - ٤
		$\frac{٤١٤ + ٢و}{٢و}$
		٢ص - ٣ص + ص - ١

س٢: أوجدي درجة كل من كثيرات الحدود الآتية :

• ٥س٣ ص٣ ع

• ٨ب ج٢ + ٦ب ج + ٥ج + ٣

• ٩س٣ - ٢س٢ - ١

س٣: أكتبي كثيرات الحدود الآتية بالصورة القياسية وحدّدي المعامل الرئيس في كل منها:

كثيرة الحدود	الصورة القياسية	المعامل الرئيس
٣س٣ - ٤س + ٢س - ١		
٩ب٢ + ١٠ب - ٣ب		
٩س٢ + ٣س٣ - ٤س		

٦ - ٤ جمع وطرح كثيرات الحدود

المحتوى الرياضي:

*يتم جمع كثيرتي حدود بجمع الحدود المتشابهة فيهما
*عند طرح كثيرة حدود نضيف نظيرها الجمعي

*تدريبات:

أوجدني ناتج كل مما يأتي:

$(٩ - ٢س٧ - ٣س٣) + (٧ + ٢س٢ - ٢س٤)$	$(٢ص٧ + ٢ص٢ - ٣) + (٢ - ٤ص٤ + ٥ص٢)$
$(٢ص٦ + ٨ص٤ - ٥ص٣) - (٢ص٢ + ٧ص٤ - ٩ص٤)$	$(٥ن٢ + ٣ - ٤ن٤) - (٢ن٢ + ١١ن٣ + ٢ن٤)$

٦ - ٥ ضرب وحيدة حد في كثيرة حدود

المحتوى الرياضي:

*نستعمل خاصية التوزيع لإيجاد ناتج ضرب وحيدة حد في كثيرة حدود

*تدريبات:

أوجدني ناتج كل مما يأتي:

$٢ج٢(٥ج٣ - ١٥ج٢ + ٢ج + ٢)$	$٦ص(٤ص٢ - ٩ص - ٧)$
$٤س(٥س٢ - ١٢) + ٧(س + ٥)$	$٣(٢ت٢ - ٤ت - ١٥) + ٦(ت + ٢)$

٦ - ٦ ضرب كثيرات الحدود

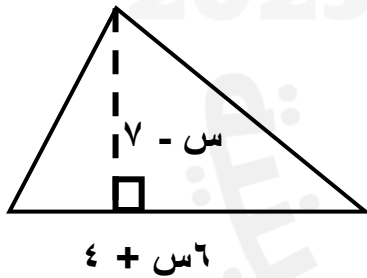
المحتوى الرياضي:

*نستعمل خاصية التوزيع لضرب كثيرات الحدود

*تدريبات:

س ١: أوجد ناتج كل مما يأتي:

$(٨ + ص) (٤ - ص)$	$(١ + س) (٦ + س)$
$(١٢ - ع) (٣ - ع)$	$(٨ + س) (٤ - س)$
$(١ - ب + ٢ب) (٩ + ب + ٢ب)$	$(٥ + س) (٥ - س - ٢س - ٣س)$



س ٢: في الشكل المجاور حديقة منزل مثلثة الشكل

اكتب كثير حدود تمثل مساحتها بالأقدام المربعة

س ٣: منشور رباعي قاعدته مستطيلة الشكل ، وأبعاده هي: س ، س + ٣ ، ٢س + ٥ . أوجد حجم المنشور بدلالة س.

٦ - ٧ حالات خاصة من ضرب كثيرات الحدود

المحتوى الرياضي:

* مربع مجموع حدين: $(س + ص)^2 = س^2 + ٢سص + ص^2$

* مربع الفرق بينهما: $(س - ص)^2 = س^2 - ٢سص + ص^2$

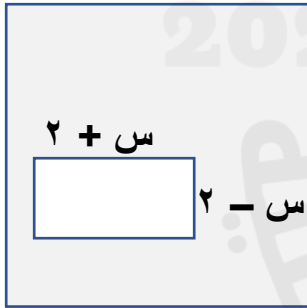
* الفرق بين مربعين: $(س + ص)(س - ص) = س^2 - ص^2$

* تدريبات:

س١: أوجدني ناتج ما يأتي:

$(٣ج - ٥)^2$	$(٧ع + ٢)^2$
$(٧س + ٨)(٧س - ٨)$	$(٩د - ٤)(٩د + ٤)$

س٢: اكتبني تعبيراً يمثل مساحة المنطقة المظللة في الشكل أدناه:



$٢س + ٣$

$٢س + ٣$

س٣: اكتبني تعبيراً يمثل مساحة مربع طول ضلعه $(٣س + ١٢)$ وحدة.

نماذج من امتحانات نهائية

السؤال الأول: أكمل ما يأتي لتحصلي على عبارات رياضية صحيحة:

(١) تبسيط التعبير $(٢س٢ ص٢) (٢س٤ ص٢) =$

(٢) التعبير $(٢م٣ ن٢) (٤م٢ ن٤)$ يساوي

(٣) تبسيط التعبير $(ك٢ م٢) (٢ك م٥)$ هو

(٤) تبسيط التعبير $ك٣ ن٢ ق٢$ يساوي $ك١ ق١$

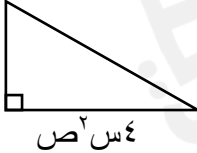
(٥) أبسط صورة للتعبير $س٢ ص٢ ع١ =$

(٦) درجة كثيرة الحدود $س٣ + ٢س٤ - س٥$ هي والمعامل الرئيس فيها هو

(٧) درجة كثيرة الحدود $٢م٣ + ٤م٤ - ٤$ هي والصورة القياسية لها هي والمعامل الرئيس فيها هو

(٨) درجة كثيرة الحدود $ص٥ - ٩ + ٢ص٢ - ٦ص٣$ هي والصورة القياسية لها هي والمعامل الرئيس فيها هو

(٩) إذا كان طول ضلع المربع هو $ص٢$ فإن مساحته في أبسط صورة هي

(١٠) مساحة المثلث المجاور على صورة وحيدة حد هي


(١١) ناتج $(س + ٧ص)٢$ في أبسط صورة هو

(١٢) ناتج $(٦ - ل) (٦ + ل)$ في أبسط صورة هو

(١٣) ناتج $ص٥ (٣ص٣ - ٤ص٢ + ١)$ في أبسط صورة هي

السؤال الثاني: ضعي دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في كل مما يأتي:

(١) أي من التعبيرات الجبرية الآتية ليست وحيدة حد:

(أ) $\frac{ل ع}{٥}$ (ب) $\frac{٣-}{س٢}$ (ج) $٢- س ص٢ ع$ (د) $٢٣-$

(٢) أبسط صورة للتعبير $[(٢٣)٢]$ هي :

(أ) ٦٣ (ب) ٧٣ (ج) ١٠٣ (د) ١٢٣

(٣) ناتج $(ن - م٢)$ $(ن + م٢)$ يساوي:

(أ) $٢م٢ - ٢ن$ (ب) $٢ن - ٢م٢ + م٢$ (ج) $٢ن - ٢م٢$ (د) $٢ن + ٢م٢$

(٤) المعامل الرئيس في كثيرة الحدود $٥ن + ٣ن٢ - ٤ن٣ - ٥$ هو:

(أ) -٤ (ب) -٥ (ج) ٤ (د) ٥

(٥) تبسيط التعبير $(س٣ص)(س٣ص٢)$ يساوي:

(أ) $٣س٣ص٢$ (ب) $٣س٣ص٢$ (ج) $٣س٣ص٢$ (د) $٣س٣ص٢$

(٦) تبسيط التعبير $\frac{س٤ ق \times س٣ ق}{س١ ق \times س٣ ق}$ يساوي:

(أ) $س٥ ق٤$ (ب) $س٢ ق٢$ (ج) $س٣ ق٣$ (د) $س٣ ق٣$

(٧) ما التعبير الجبري الذي يمثل مساحة المستطيل المجاور؟

(أ) $٢س٢ + ٥س - ٦$ (ب) $٢س٢ + ٧س - ٦$

(ج) $٢س٢ + ٤س - ٦$ (د) $٢س٣ + ٤س + ٦$

(٨) ناتج $(ل + م٧)$ يساوي:

(أ) $ل٢ + ١٤ل + م٢٤٩$ (ب) $ل٢ + ٧ل + م٢٤٩$

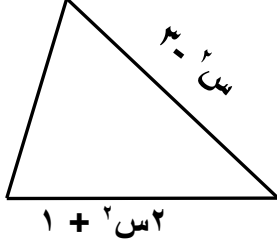
(ج) $ل٢ + ٢٤٩$ (د) $ل٢ + ١٤ل + م٢٧$

س - ١



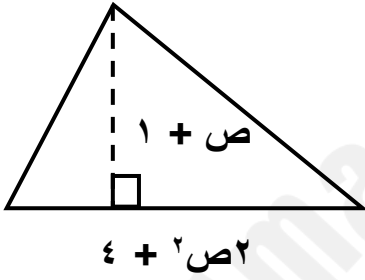
٢س + ٦

السؤال الثالث:



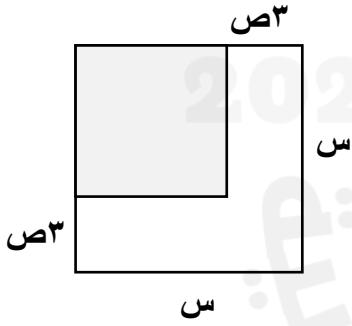
أولاً: (أ) يمثل التعبير $٣س + ٧س + ٢$ محيط الشكل المجاور ،

اكتبي كثيرة حدود تمثل قياس الضلع الثالث

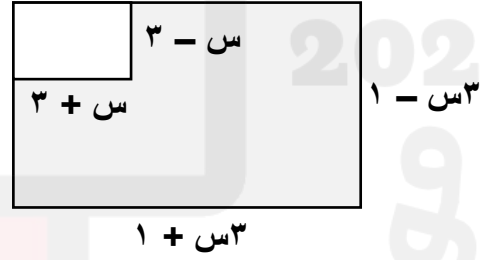


(ب) اكتبي تعبيراً يمثل مساحة المثلث في الشكل المجاور

ثانياً: اكتبي تعبيراً يمثل مساحة المنطقة المظللة في كل شكل مما يلي:

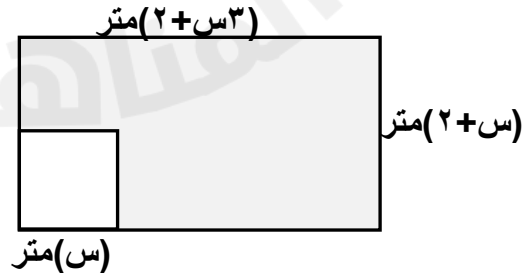


(ب)



(أ)

(ج)



ثالثاً: أوجدني ناتج ما يأتي:

$ل^2(ل - ٥) + ٦(ل^2 + ٣)$	$ل - ل^3 - (ل^2 + ٢)$
$(٢س^٤ + ٧س + ٩) + (٣س^٢ - ٥س + ٢)$	$(-٤ص^٤ + ٥ص + ٣) - (٢ص^٤ + ٣ + ٧ص)$
$(٣ - ٤م^٣ + ٢م) + (-٣م^٣ + م + ٣)$	$(٦ - ص) - (٣ص - ٥ + ٢ص)$
$٣س م^٢ (٢س^٣ م + س م - ٣)$	$٣ن ر^٢ (٢ن ر + ن ر^٢)$
$(٤ + م^٢)(٢ - م)$	$(١ - أ^٢)(٤ + أ^٣)$
$(٥س - ٢)(٢س + ٣)$	$(٥ + س)(٢س^٢ - ٢س + ٦)$
$(٣ + ٢س^٢)(٣ - ٢س)$	$(٧س - ٢)(٣س^٢ - ٩س - ٤)$



Ministry of Education

Zainab Intermediate Girls School



وزارة التربية والتعليم
مدرسة زينب الإعدادية للبنات

مراجعة الفصل ٧

التحليل والمعادلات

التربيعية

الموضوع	التسلسل
تحليل وحيدات الحد	١-٧
حل المعادلات باستعمال خاصية التوزيع	٢-٧
حل المعادلات التربيعية على الصورة $س^٢ + ب س + ج = ٠$	٣-٧
حل المعادلات التربيعية على الصورة $أس^٢ + ب س + ج = ٠$	٤-٧
حل المعادلات التربيعية باستعمال تحليل الفرق بين مربعين	٥-٧
حل المعادلات التربيعية باستعمال تحليل المربعات الكاملة	٦-٧
حل المعادلات التربيعية بإكمال المربع	٧-٧
حل المعادلات التربيعية باستعمال القانون العام	٨-٧
تبسيط التعابير الجذرية	٩-٧
العمليات على التعابير الجذرية	١٠-٧

مديرة المدرسة:

أ.ليلي عبدالرحيم

إعداد:

أ.ليلي حاتم التاجر



المحتوى الرياضي:

* العدد الأولي: هو عدد كلي أكبر من ١ وله عاملان مختلفان فقط هما ١ و العدد نفسه

مثل: ٢، ٣، ٥، ٧، ١١، ١٣، ١٧، ١٩، ٢٣، ٢٩، ٣١، ٣٧، ٤١، ...

* الصورة التحليلية لوحيدة الحد: حاصل ضرب أعداد أولية ومتغيرات بأس ١

* العامل المشترك الأكبر ع.م.أ لعددين أو أكثر هو أكبر عدد يكون عاملاً لكل من هذه الأعداد

تدريبات:

س ١: حللي كل وحيدة حد فيما يأتي تحليلاً تاماً:

(أ) $٣٥س^٢ص^٣$ (ب) $-١٤ن^٤ب$

س ٢: أوجد ع.م.أ لكل مما يأتي:

(أ) $٤س^٢ص^٣$ ، $٢٠ص^٢ع$ (ب) $١٣أب$ ، $٣٩أب^٢$

(ج) $٨ج^٢د^٣$ ، $١٦ج^٣د$ (د) $٤ص$ ، $١٨ص^٢$ ، $٦ص^٣$

س ٣: ما أكبر قيمة يمكن أن تمثل الطول المشترك لكل من المستطيلين اللذين مساحتهما $٣٠سم^٢$ ، $٢٤سم^٢$ ، علماً بأن بعدي كل منهما عدنان كليان؟

٧ - ٢ حل المعادلات باستعمال خاصية التوزيع

المحتوى الرياضي:

*خاصية التوزيع في التحليل: نكتب كل حد على صورة حاصل ضرب ع.م.أ في باقي العوامل ثم نستعمل التوزيع لإخراج ع.م.أ

*التحليل بتجميع الحدود: تستعمل خاصية التجميع وإخراج ع.م.أ لكثيرة حدود تتكون من ٤ حدود أو أكثر.

*حل المعادلات باستخدام التحليل بإخراج ع.م.أ وخاصية الضرب الصفري

*خاصية الضرب الصفري: لأي عددين حقيقيين أ، ب: إذا كان أ ب = ٠ ، فإن أ = ٠ ، أو ب = ٠ أو كليهما معا.

تدريبات:

س١: حللي كل كثيرة حدود فيما يأتي تحليلاً تاماً:

٢٥ س + ١٠ ص	$3ل^٢ن + ٦ل^٢ن^٣ - ل ن$
س ص + ٢ ص - س - ٢	$أ - ٢أ ب + ٨ ب - ٤$
$٣ن - ٢ن^٢ - ١٨ن + ٢٧$	$٣م ن + ٨ن - ٢م - ١٢$

س٢: حلي المعادلات الآتية بالتحليل:

$٣ن (ن + ٥) = ٠$	$(٣ - س) (١ - س) = ٠$
------------------	-----------------------

$٥س^٢ - ٣٠س = ٠$	$٤٣ = ٢ع$
------------------	-----------

س٣: يمكن تمثيل ارتفاع كرة قذفت في الهواء بالمعادلة $ع = -٥س^٢ + ٥س$ ، حيث ع الارتفاع بالامتار، ن الزمن بالثواني. أوجدي قيمة ن عندما $ع = ٠$.

٧ - ٣ حل المعادلات التربيعية على الصورة $س^٢ + ب س + ج = ٠$

المحتوى الرياضي:

*لتحليل ثلاثية حدود على الصورة $س^٢ + ب س + ج$ ، نوجد عددين صحيحين م، ن مجموعهما ب ، وحاصل ضربهما ج، ثم نكتب $(س + م) (س + ن)$

تدريبات:

س١: حللي كل كثيرة حدود فيما يأتي تحليلًا تامًا:

$٣٥ + ١٢س + ٢س^٢$	$ص١٧ - ٧٢ + ٢ص$
$٣٥ - ٢ن - ٢ن^٢$	$٤٥ - ٤س + ٢س^٢$

س٢: حللي المعادلات الآتية بالتحليل:

$٣٦ = ٥س - ٢س^٢$	$ص٩ + ٢س - ٢٢ = ٠$
------------------	--------------------

ن ^٢ + ٢ن = ١٥	س ^٢ + ٤٨ = ١٦س
--------------------------	---------------------------

س٣: مثلث مساحته ٣٦سم^٢ ، ويزيد ارتفاعه ٦سم على طول قاعدته، فما ارتفاعه؟ وما طول قاعدته؟

س٤: أي مما يأتي يمثل مجموع حلي المعادلة س^٢ + س^٣ = ٥٤؟
 (أ) ٣- (ب) ٢١- (ج) ٣ (د) ٢١

٧ - ٤ حل المعادلات التربيعية على الصورة أس^٢ + ب س + ج = ٠

المحتوى الرياضي:

*لتحليل ثلاثية حدود على الصورة أس^٢ + ب س + ج ، نوجد عددين صحيحين م، ن مجموعهما ب ، وحاصل ضربهما أ ج
 *إذا كان لا يمكن كتابة كثيرة الحدود على صورة ناتج ضرب كثيرتي حدود بمعاملات صحيحة تسمى كثيرة الحدود أولية .

تدريبات:

س١: حللي كل كثيرة حدود فيما يأتي تحليلاً تاماً:

س٣ ^٢ + ١٠س + ٨	س٥ ^٢ - ٧س + ٢
---------------------------	--------------------------

$٢س٤ - ٣س - ٧$	$٢س٢ + ٩س - ١٨$
----------------	-----------------

س٢: حلي المعادلات الآتية بالتحليل:

$٢س٣ - ٥س = ٢$	$٤س٢ + ١٧س + ١٥ = ٠$
$٦س٢ - ٢٣س + ٢٠ = ٠$	$٢س٢ + ٨س - ٩ = ٠$

س٣: كَوْن بعض الطلبة في حصة العلوم نموذج صاروخ ، وأطلقوه من على حافة سطح ارتفاعه ٣م عن الأرض ، وبسرعة ابتدائية رأسية ١٤م/ث . إذا ارتفع الصاروخ في الجو ثم عاد فارتطم بالأرض ، فما الزمن الذي استغرقه الصاروخ في الجو؟
استعملي المعادلة $ل = -٥ن٢ + ع ن + ل٠$ ، ل: الارتفاع ، ن: الزمن ، ع: السرعة الابتدائية.

٧ - ٥ حل المعادلات التربيعية باستعمال تحليل الفرق بين مربعين

المحتوى الرياضي:

$$* \text{أ}^2 - \text{ب}^2 = (\text{أ} + \text{ب})(\text{أ} - \text{ب}) = (\text{أ} - \text{ب})(\text{ب} + \text{أ})$$

* يمكن تطبيق التحليل أكثر من مرة

تدريبات:

س١: حلّلي كل كثيرة حدود فيما يأتي تحليلاً تاماً:

٩ - س ^٢	٨٤س ^٣ - س ^٣
ب ^٤ - ٨١	٢س ^٢ - ٥٠
٢م ^٢ + م ^٢ - ٥٠ - ٢٥	ب ^٣ + ٦ب ^٢ + ١١ب + ٦٦

س٢: حلّلي المعادلات الآتية بالتحليل:

١٢١ = ٢ل ^٢	٢٥س ^٢ - ١٠٠ = ٠
-----------------------	----------------------------

س٣: في المعادلة $\text{ص} = \text{ك}^2 - \frac{٤}{٢٥}$ ، ما قيمة ك التي تجعل $\text{ص} = ٠$ ؟

أ) $\frac{٢}{٥}$ ب) $\frac{٤}{٢٥}$ ج) صفر د) $\frac{٢}{٥}$

٧ - ٦ حل المعادلات التربيعية باستعمال تحليل المربعات الكاملة

المحتوى الرياضي:

*شروط ثلاثية الحدود الكي تشكّل مربعًا كاملاً :

الحد الأول مربع كامل ، الحد الأخير مربع كامل ، الحد الأوسط = $\sqrt{\text{الأول}} \times \sqrt{\text{الأخير}}$

$$* \begin{aligned} \text{أ}^2 + \text{ب}^2 + 2\text{أب} &= (\text{أ} + \text{ب})^2, & \text{أ}^2 - \text{ب}^2 + 2\text{أب} &= (\text{أ} - \text{ب})^2 \end{aligned}$$

*خاصية الجذر التربيعي: لأي عدد حقيقي $n \geq 0$ ، إذا كان $s^2 = n$ فإن $s = \pm \sqrt{n}$

تدريبات:

س١: حددي إن كانت كل ثلاثية حدود فيما يأتي تشكّل مربعًا كاملاً أم لا، وإذا كانت كذلك فحلليها:

(أ) $25s^2 - 30s + 9$	(ب) $49ص^2 + 42ص + 36$
-----------------------	------------------------

س٢: حلّي كل كثيرة حدود فيما يأتي تحليلًا تامًا:

$12م^2 - 22م - 70$	$3ك^3 - 24ك^2 + 48ك$
--------------------	----------------------

س٣: حلّي المعادلات الآتية بالتحليل:

$4س^2 + 36س - 81 = 0$	$9س^2 - 12س + 4 = 0$
-----------------------	----------------------

س٤: حلّ المعادلات الآتية باستعمال خاصية الجذر التربيعي:

$٨ = ٢(٧ - ص)$	$٢٥ = ٢(٦ + س)$
----------------	-----------------

٧ - ٧ حل المعادلات التربيعية بإكمال المربع

المحتوى الرياضي:

* إكمال المربع في التعبير س٢ + ب س: نضيف مربع نصف معامل س

تدريبات:

س١: أوجد قيمة ج التي تجعل ثلاثية الحدود مربعًا كاملاً:

أ) س٢ - ١٢ س + ج ب) س٢ + ٣٠ س + ج

ج) س٢ + ج س + ١٦ د) س٢ - ٢٢ س + ج

س٢: حلّ المعادلات الآتية بإكمال المربع:

$٨ = ٢ - ٢س - ٦$	$١٦ = ٢س + ٦$
------------------	---------------

س ^٢ - ٨س - ١ = ٨	- ٢س ^٢ + ٣٦س - ١٠ = ٢٤
-----------------------------	-----------------------------------

س٣: عدنان صحيحان زوجيان متتاليان ناتج ضربهما ١٦٨ . ما هما العدنان؟

٧ - ٨ حل المعادلات التربيعية باستعمال القانون العام

المحتوى الرياضي:

*لحل المعادلة التربيعية في الصورة القياسية أ س^٢ + ب س + ج = ٠

المميز = ب^٢ - ٤ أ ج
القانون العام س = $\frac{-ب \pm \sqrt{\text{المميز}}}{٢ أ}$

*يمكن استعمال المميز لإيجاد عدد الحلول الحقيقية للمعادلة التربيعية:

المميز	عدد الحلول الحقيقية
عدد موجب	٢ (حالتان حقيقيتان)
صفر	١ (حل حقيقي واحد)
عدد سالب	٠ (لا توجد حلول حقيقية)

*ملخص طرائق حل المعادلات التربيعية: انظري الكتاب ص ٩٥

تدريبات:

س ١: أوجد قيمة المميز ثم حددي عدد حلولها الحقيقية:

$٣س٢ - ٢س٤ = ٣٦$	$٢س٢ + ١١س - ٦ = ٠$
$٢س٢ - ٣س + ١ = ٠$	$٩س٢ + ٢٤س + ١٦ = ٠$

س ٢: حلّي المعادلات الآتية باستعمال القانون العام:

$٤س٢ - ٤س - ١١ = ٠$	$٢س٢ - ٢س - ٥ = ٠$
2025	2024

المحتوى الرياضي:

*خاصية ضرب الجذور التربيعية: $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ ، حيث $a, b \geq 0$

*خاصية قسمة الجذور التربيعية: $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ ، حيث $a \geq 0$ ، $b > 0$

*يجب استعمال رمز القيمة المطلقة عند إيجاد ناتج الجذر التربيعي للتعبير المكون من متغير أو أكثر على شكل قوة القوة، حيث كلتاها زوجية

$$\sqrt[3]{|s|} = \sqrt[3]{s} ، \sqrt[4]{s^2} = \sqrt[2]{s} ، \sqrt[6]{s^3} = \sqrt[2]{s}$$

*لا يكون التعبير الجذري في أبسط صورة إذا كان تضمن جذورا في المقام. وللتخلص من الجذر في المقام نحول المقام إلى عدد نسبي بضرب البسط والمقام في التعبير الجذري نفسه

*إنطاق المقام: إذا كان المقام تعبيرًا يحتوي على جذر فإننا نضرب في مرافق المقام لتحويل المقام إلى عدد نسبي مثلا: مرافق \sqrt{a} هو \sqrt{a} - مرافق \sqrt{b} هو \sqrt{b}

تدريبات:

ضعي في أبسط صورة:

$$\frac{\sqrt{52}}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{13 \times 4}}{\sqrt{3 \times 4}} = \frac{\sqrt{13} \times \sqrt{4}}{\sqrt{3} \times \sqrt{4}} = \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{\sqrt{40}}{\sqrt{16}} = \frac{\sqrt{4 \times 10}}{\sqrt{4 \times 4}} = \frac{\sqrt{4} \times \sqrt{10}}{\sqrt{4} \times \sqrt{4}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{21}}{7}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5+4}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

٧ - ١٠ العمليات على التعابير الجذرية

المحتوى الرياضي:

- * يجب أن تكون التعابير الجذرية عند جمعها أو طرحها متشابهة.
- * يجب تبسيط كل حد جذري أولاً ، ثم إجراء العمليات الحسابية المطلوبة.

تدريبات:

س١: ضعي في أبسط صورة

$$= \sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{9}$$

$$= \sqrt{6} - \sqrt{4} - \sqrt{8} + \sqrt{7}$$

$$= \sqrt{50} \sqrt{2} + \sqrt{12} \sqrt{8} + \sqrt{27} \sqrt{6}$$

$$= (\sqrt{6} \sqrt{2} - \sqrt{2} \sqrt{3}) \sqrt{2} \sqrt{4}$$

س٢: أوجد محيط ومساحة مستطيل طوله $\sqrt{3} + \sqrt{7}$ وعرضه $\sqrt{2} - \sqrt{5}$

نماذج من امتحانات نهائية

السؤال الأول: أكمل ما يأتي لتحصلي على عبارات رياضية صحيحة:

(١) قيمة ج التي تجعل الحدودية الثلاثية $س^2 - ١٨س + ج$ مربعاً كاملاً هي.....

(٢) العامل المشترك الأكبر لوحيدات الحد $١٥س^٢م$ ، $٥س^٢ن$ م ، $٥س^٢م$ هو

(٣) إذا كانت $(٤ل هـ^٢)$ ، $(١٢ل هـ^٤)$ ، $(١٦ل هـ^٣)$ تمثل أطوال أضلاع مثلث فإن

ع.م.أ للأطوال الثلاثة هو

(٤) باستعمال خاصية التوزيع تحليل كثيرة الحدود $٣س^٢ن - ٩سب ن^٢$ هو

(٥) تحليل كثيرة الحدود $ص^٢ + ص - ٢٠$ يساوي

(٦) تحليل $س^٢ - ٩ص^٢ = (.....)(.....)$

(٧) تحليل $س^٢ - ٥س - ٦ = (.....)(.....)$

(٨) تحليل $٣س^٢ - ١٧س + ٢٠ = (.....)(.....)$

(٩) التحليل التام لكثيرة الحدود $٥س^٢ - ٤٥ = (..... + س)(.....)$

(١٠) تحليل $س^٢ + ٨س + ١٦ = (.....)^٢$

(١١) حل المعادلة $ص(ص - ٣) = ٠$ هو

(١٢) إذا كان التعبير $(س^٢ + ٧س + ٦)$ سم^٢ يمثل مساحة مستطيل طوله

$(س^٢ + ٣)$ سم فإن عرضه = سم

(١٣) قيمة المميز للمعادلة $س^٢ - ٧س + ٢ = ٠$ هو

(١٤) التعبير $\sqrt{\frac{٢٠}{٣}} \times \sqrt{\frac{٤٠}{١٢}}$ في أبسط صورة =

السؤال الثاني: ضعي دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في كل مما يأتي:

(١) العامل المشترك الأكبر للحددين $٣س٣ص$ ، $٢س٢ص$ هو:

(أ) $٣س٢ص$ (ب) $٣سص$ (ج) $٣س٢$ (د) $٣ص$

(٢) قيمة ج التي تجعل ثلاثية الحدود $٢س + ١٢س + ج$ مربعًا كاملاً هي:

(أ) ٦ (ب) ١٢ (ج) ٣٦ (د) ١٤٤

(٣) تحليل الحدودية $٢س + ٦س - ٢٧$ هو:

(أ) $(٣+س)(٩-س)$ (ب) $(٣-س)(٩+س)$

(ج) $(٣-س)(٩-س)$ (د) $(٣+س)(٩+س)$

(٤) أي مما يأتي تحليل كثيرة الحدود $١٥س٢ص + ٩سص - ١٢س$ ؟

(أ) $٣ص(٥س٣ + ٣سص - ٤س)$ (ب) $٣سص(٥س٢ + ٣ص - ٤س)$

(ج) $٣سص(٥س٢ + ٩ص - ١٢)$ (د) $٣سص(١٢ + ٩س٢ + ٦ص - ٩)$

(٥) ثلاثية الحدود التي تمثل مربعًا كاملاً هي :

(أ) $٢س - ٢س + ٤$ (ب) $٢س - ٢س + ٤$

(ج) $٢س٣ + ١٢س + ٤$ (د) $٩س٢ + ٤س + ٤$

(٦) جذرا المعادلة $٢س - ٨س + ٧ = ٠$ هما :

(أ) ٧ ، ١ (ب) ٧ ، ١- (ج) ٧- ، ١- (د) ٧- ، ١-

(٧) جذرا المعادلة $(٢-س)(٣+س) = ٠$ هما:

(أ) ٣ ، ٢ (ب) ٣ ، ٢- (ج) ٣- ، ٢- (د) ٣- ، ٢-

٨) حل المعادلة $ص^3 - ٣ص = ٠$ هو :

٣(أ) ٣-(ب) ٣، ٠(ج) ٣، ٠، -٣(د)
٩) عدد الحلول الحقيقية للمعادلة التربيعية : $٥س^2 - ٧س + ٢ = ٠$ يساوي:

٠(أ) ١(ب) ٢(ج) ٣(د)

١٠) أبسط صورة للتعبير $٢\sqrt{٥} \times ٣\sqrt{٥}$ هي:

٦(أ) ٣٠(ب) ٦(ج) ٥(د) ١٠

١١) أبسط صورة للتعبير $\sqrt{٢٠} \times \sqrt{٧}$ هو:

٧(أ) ٢(ب) ٣٥(ج) ٤(د) ١٤٠

السؤال الثالث:

أولاً: حللي كثيرات الحدود الآتية تحليلًا تاماً:

$٧س^2 - ٧ص^2$	$٦أ^2ب - ١٢أب + ٨أب^2$
$٢س^2 + ١٣س + ١٥$	$٥ام + ن + ١٠ + ٩ن + ٦$

ثانياً: حللي المعادلة الآتية بإكمال المربع:

$٢س + ٦س = ١٦$	$٢س + ٨س = ٩$
----------------	---------------

ثالثاً: (أ) أوجد قيمة المميز للمعادلات الآتية ثم حددي عدد حلولها الحقيقية:

$٥س^٢ - ٧س + ٢ = ٠$	$٢س^٢ + ٤س - ٢ = ٠$

(ب) استعملي القانون العام في حل المعادلات الآتية:

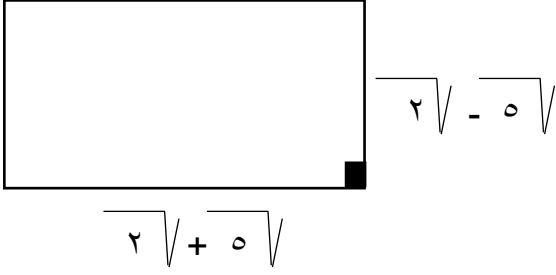
$٣س^٢ = ٤س + ١٥$	$٢س^٢ + ٣س - ١ = ٠$

(ج) حلّي المعادلات الآتية بالتحليل:

$٢س^٢ - ٤س + ٣ = ٠$	$٢س^٢ - ٦س - ٢٧ = ٠$

السؤال الرابع:

(أ) من الشكل المجاور:



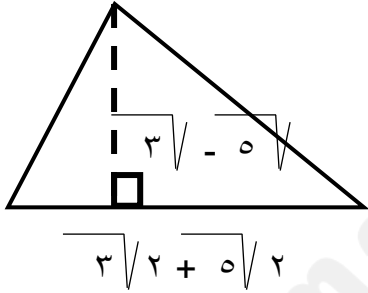
إذا كانت مساحة المستطيل يمكن إيجادها بالصيغة

$$م = ل \times ض \text{ (حيث ل الطول ، ض العرض)}$$

فاحسبي مساحة المستطيل في أبسط صورة

(ب) إذا كانت مساحة المثلث يمكن إيجادها بالصيغة

$$م = \frac{ق \times ع}{2} \text{ (حيث ق طول القاعدة ، ع الارتفاع)}$$



فاحسبي مساحة المثلث في أبسط صورة

(ج) أوجد في أبسط صورة:

$$(1) \sqrt{6} \sqrt{5} - \sqrt{24} \sqrt{3} + \sqrt{54} \sqrt{2}$$

$$(2) \sqrt{80} - \sqrt{45} + \sqrt{20}$$



Ministry of Education

Zainab Intermediate Girls School



وزارة التربية والتعليم

مدرسة زينب الإعدادية للبنات

مراجعة الفصل ٨

العلاقات في المثلثات

الموضوع	التسلسل
المنصفات في المثلث	١-٨
القطع المتوسطة والارتفاعات في المثلث	٢-٨
المتباينات في مثلث	٣-٨
متباينة المثلث	٤-٨

مديرة المدرسة:
أ. ليلي عبدالرحيم

إعداد:
أ. ليلي حاتم التاجر

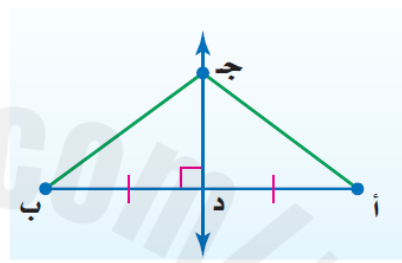
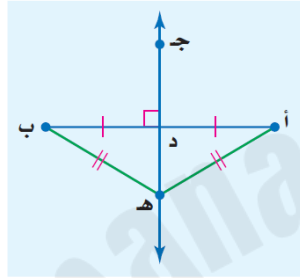


٨ - ١ المنصفات في المثلث

المحتوى الرياضي:

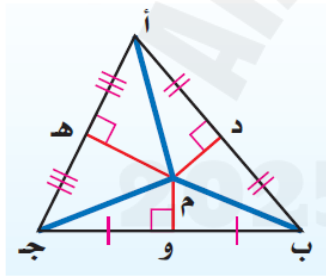
*منصف القطعة المستقيمة هو أي قطعة أو مستقيم أو مستوى يقطعها عند نقطة منتصفها وإذا كان عموديا على القطعة سُمي عمودا منصفا.

*نظرية العمود المنصف وعكسها: كل نقطة على العمود المنصف لقطعة مستقيمة تكون على بعدين متساويين من طرفي القطعة المستقيمة، والعكس صحيح.



عكس نظرية العمود المنصف

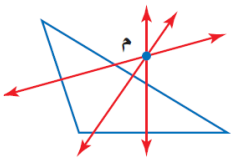
نظرية العمود المنصف



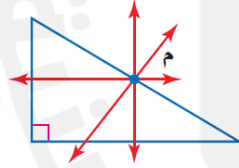
*نظرية مركز الدائرة المحيطة بالمثلث: تلتقي الأعمدة المنصفة

لأضلاع مثلث في نقطة تسمى مركز الدائرة المحيطة بالمثلث وهي على أبعاد متساوية من الرؤوس.

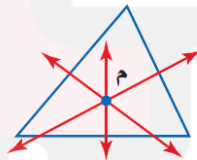
*يمكن أن يقع مركز الدائرة المحيطة بمثلث داخل المثلث أو خارجه أو على أحد أضلاعه.



مثلث منفرج الزاوية



مثلث قائم الزاوية

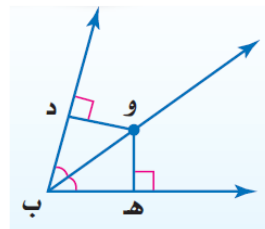
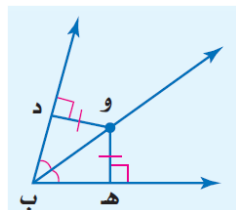


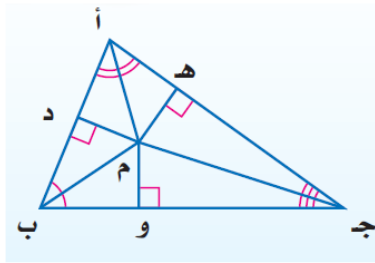
مثلث حاد الزوايا

*نظرية منصف الزاوية وعكسها: كل نقطة على منصف زاوية تكون على بعدين متساويين من ضلعيها والعكس صحيح.

عكس نظرية منصف الزاوية

نظرية منصف الزاوية



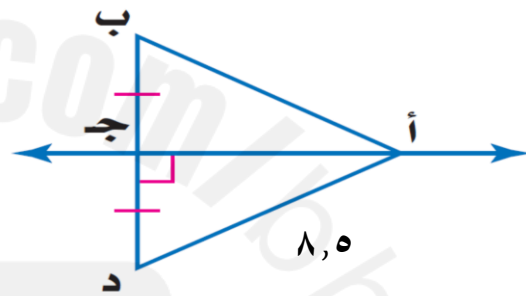


*نظرية مركز الدائرة الداخلية للمثلث: تتقاطع منصفات زوايا أي مثلث عند نقطة تسمى مركز الدائرة الداخلية للمثلث وهي على أبعاد متساوية من أضلاعه.

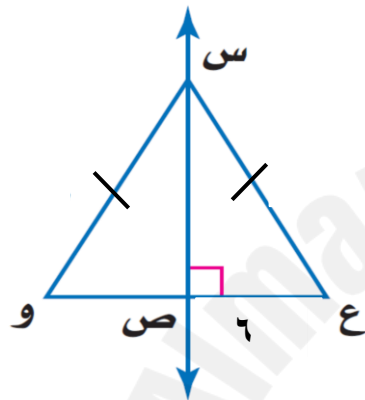
تدريبات:

س ١: أوجد كل قياس مما يأتي:

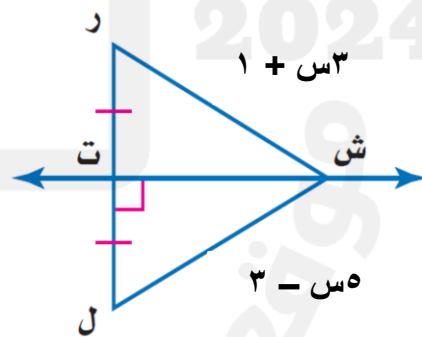
(أ) أ ب



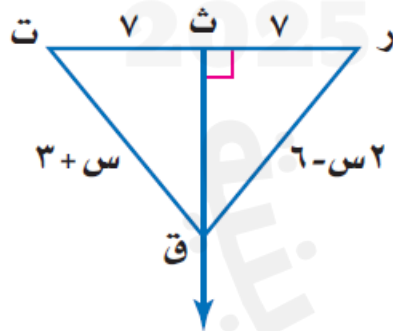
(ب) و ص



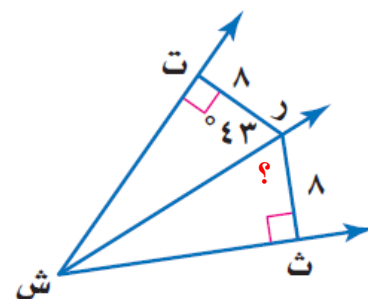
(ج) ش ل



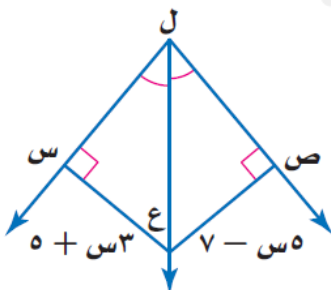
(د) ر ق



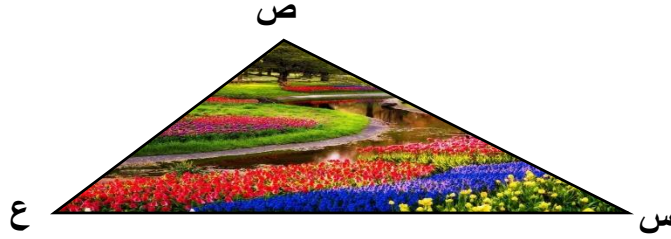
(هـ) ق د ث ر ش



(و) س ع



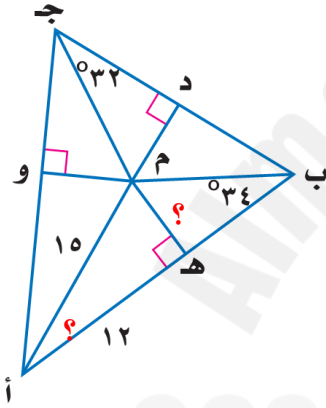
س٢: يبين الشكل أدناه حديقة مثلثة. هل يمكن وضع نافورة ماء عند مركز الدائرة المحيطة بالمثلث بحيث تكون داخل الحديقة؟ ولماذا؟



س٣: إذا كانت م مركز الدائرة الداخلية للمثلث أ ب ج فأوجد ما يأتي:

(أ) م هـ

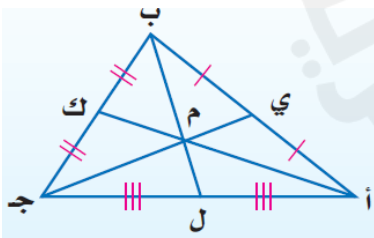
(ب) ق د م أ ب



٨ - ٢ القطع المتوسطة والارتفاعات في المثلث

المحتوى الرياضي:

*القطعة المتوسطة في مثلث: هي قطعة مستقيمة طرفها أحد رؤوس المثلث ونقطة منتصف الضلع المقابل لذلك الرأس.



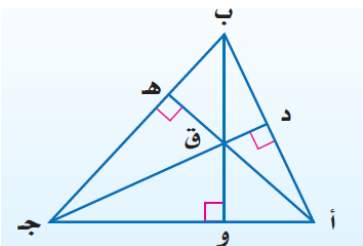
*نظرية مركز المثلث: يبعد مركز المثلث عن كل رأس من رؤوس

المثلث ثلثي طول القطعة المستقيمة الواصلة بين ذلك الرأس

ومنتصف الضلع المقابل له.

*ارتفاع المثلث: هو القطعة المستقيمة العمودية النازلة من أحد الرؤوس

إلى المستقيم الذي يحوي الضلع المقابل لذلك الرأس. ويمكن أن يقع

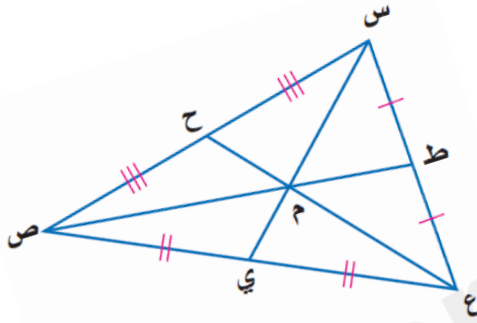


داخل المثلث أو خارجه أو على أحد أضلاعه. وتتقاطع المستقيمات التي تحوي ارتفاعات أي مثلث في نقطة تسمى ملتقى الارتفاعات.

تدريبات:

س ١: إذا كانت م مركز المثلث س ص ع ، س م = ٩ ، ط م = ٢ ، ح ع = ١٥

فأوجد ما يأتي:



(١) م ي

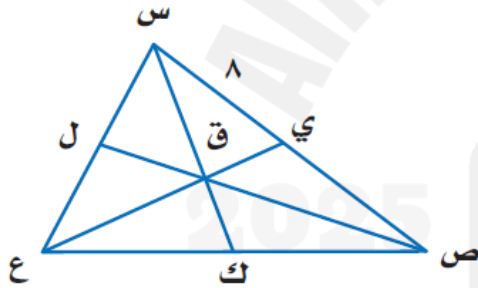
(٢) م ص

(٣) ح م

(٤) س ي

(٥) م ع

(٦) ط ص



س ٢: إذا كانت النقطة ق هي مركز المثلث س ص ع،

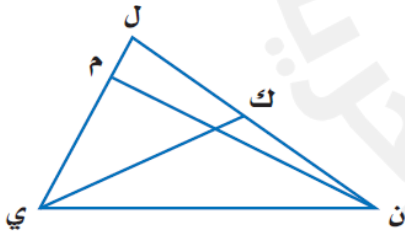
ك ق = ٣ ، س ي = ٨ ، فأوجد كلا مما يأتي:

(أ) س ك

(ب) ص ي

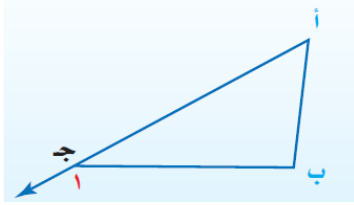
س ٣: في Δ ن ي ل ، ق Δ ي م ن = (٣س - ٦) ، ك ن = ٣ص - ٢ ، ك ل = ٥ص - ٨

(أ) إذا كانت ن م ارتفاع للمثلث ن ي ل ، فأوجد قيمة س.



(ب) إذا كانت ي ك قطعة متوسطة ، فأوجد ك ن.

المحتوى الرياضي:

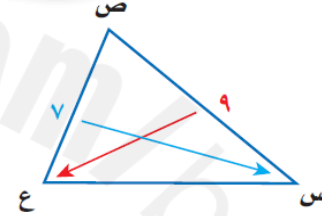
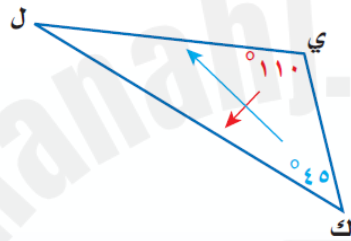


* نظرية متباينة الزاوية الخارجة للمثلث: قياس الزاوية الخارجة لمثلث أكبر من قياس أي من الزاويتين الداخليتين غير المجاورتين لها.

$$ق \angle ١ < ق \angle ٢ ، ق \angle ١ < ق \angle ٣$$

* العلاقات بين زوايا المثلث وأضلاعه:

قياس الزاوية المقابلة للضلع الأطول أكبر من قياس الزاوية المقابلة للضلع الأقصر
الضلع المقابل للزاوية الكبرى أطول من الضلع المقابل للزاوية الصغرى

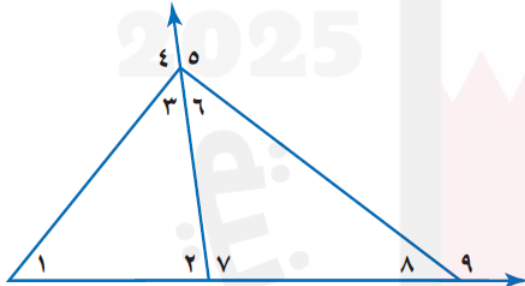


تدريبات:

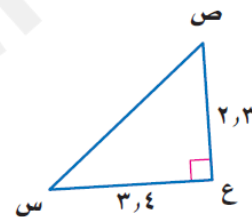
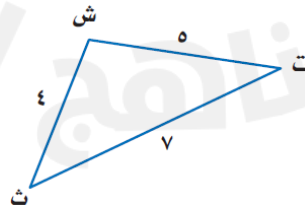
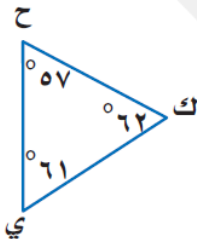
س ١: استعملي نظرية متباينة الزاوية الخارجة للمثلث لكتابة جميع الزوايا التي تحقق الشرط المعطى في كل مما يأتي:

(أ) قياسها أكبر من $ق \angle ٢$

(ب) قياسها أقل من $ق \angle ٩$



س ٢: اكتبى زوايا المثلث وأضلاعه مرتبة من الأصغر إلى الأكبر في كل مما يأتي:



المحتوى الرياضي:

*نظرية متباينة المثلث: مجموع أي ضلعين في مثلث أكبر من طول الضلع الثالث.

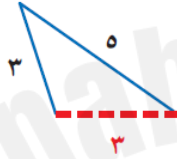
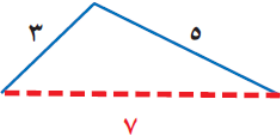


مثال: $ق ر + ر ش > ق ش$

$ر ش + ق ش > ق ر$

$ق ش + ق ر > ر ش$

*عندما يكون طولاً ضلعين في مثلث معلومين فيمكن باستعمال النظرية في تحديد مدى القيم الممكنة لطول الضلع الثالث.



مثال: $٨ = ٣ + ٥$ ، $٢ = ٣ - ٥$

القيم الممكنة للضلع الثالث هي: من ٣ إلى ٧

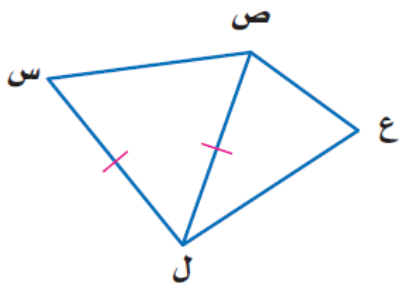
تدريبات:

س١: هل يمكن تكوين مثلث من القطع المستقيمة المعطاة أطوالها في كل مما يأتي؟ وإذا لم يكن ذلك ممكناً ، فوضحي السبب:

(أ) ٩ ، ٥ ، ١١	(ب) ٤ ، ٧ ، ٣
(ج) ٢٠ ، ١٧ ، ١٥	(د) ١٢ ، ٨ ، ٦

س٢: أوجدي مدى طول الضلع الثالث لمثلث أعطي طولاً ضلعين من أضلاعه في كل مما يأتي:

(أ) ٢٠ سم ، ١١ سم	(ب) ٧ كم ، ١٥ كم
(ج) ١٨ م ، ٩ م	(د) ٧ أقدام ، ٢١ قدم



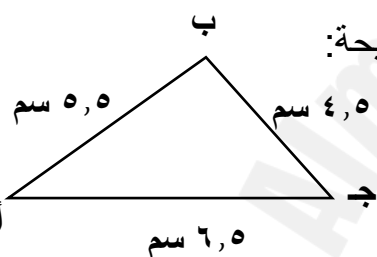
س٣: اكتبى برهانا ذا عمودين :

المعطيات: $\overline{س ل} \cong \overline{ص ل}$

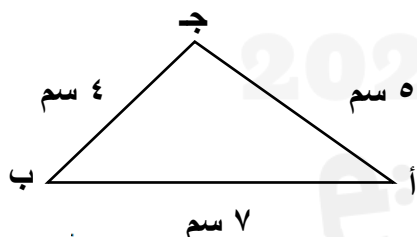
المطلوب: إثبات أن $ص ع + ع ل < س ل$

نماذج من امتحانات نهائية

السؤال الأول: أكمل كلاً مما يأتي لتحصلي على عبارات رياضية صحيحة:

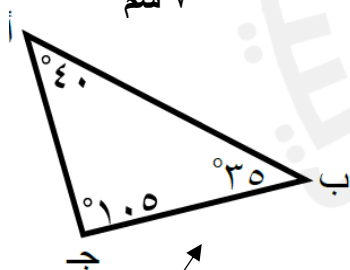


(١) من الشكل المجاور زوايا Δ أ ب ج مرتبة من الأكبر إلى الأصغر هي:،،



(٢) زوايا Δ أ ب ج مرتبة من الأصغر إلى الأكبر

هي:،،



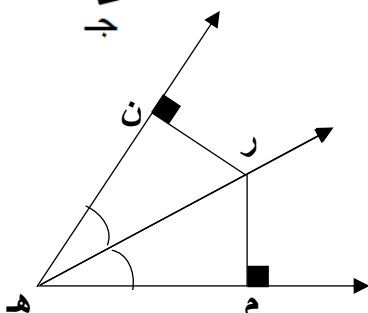
(٣) ترتيب أطوال أضلاع المثلث أ ب ج من الأكبر إلى الأصغر

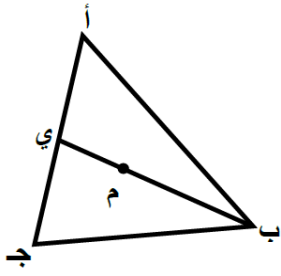
هو:،،

(٤) في الشكل المجاور :

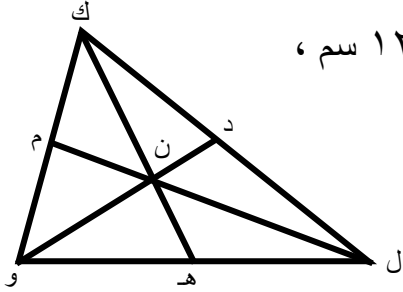
إذا كانت $ر ن = ٥ سم$ ،

فإن طول $ر م =$



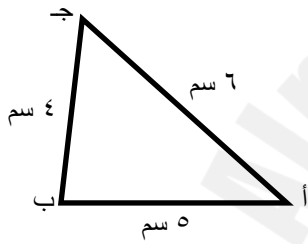


٥) إذا كانت م مركز Δ أ ب ج ، م ي = م ٢ سم ،
فإن م ب =



٦) في الشكل المجاور إذا كانت ن مركز Δ ل و ك ، ل م = ١٢ سم ،
فأوجد كل من :
(أ) ل ن =
(ب) ن م =

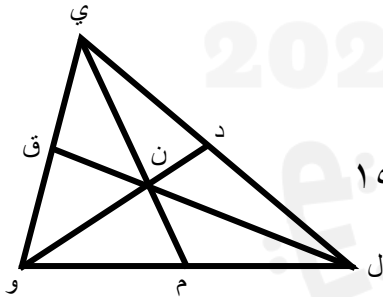
السؤال الثاني: ضعي دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في كل مما يأتي:



١) زوايا Δ أ ب ج مرتبة من الأصغر إلى الأكبر هي :

(أ) د أ ، د ج ، د ب (ب) د ب ، د أ ، د ج

(ج) د أ ، د ب ، د ج (د) د ج ، د ب ، د أ



٢) في الشكل المجاور إذا كانت ن مركز Δ ل و ي ، ل ق = ١٥ سم
فإن طول ن ق يساوي :

(د) ١٥

(ج) ١٠

(ب) ٥

(أ) ٣

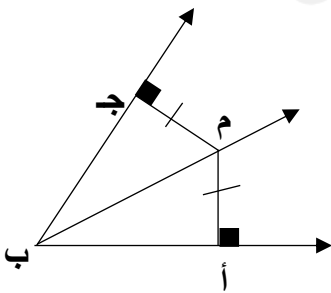
٣) إذا كان ق د ج ب م = ٢٥° فإن ق د ب م أ تساوي:

(ب) ٥٥°

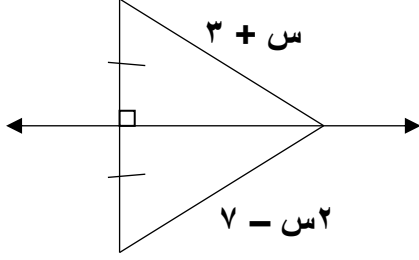
(أ) ٢٥°

(د) ٩٠°

(ج) ٦٥°



٤) في الشكل المجاور قيمة s تساوي:



أ) ١٠

ب) ٦

د) ٨

ج) ٥

٥) في الشكل المجاور

إذا كانت النقطة m هي مركز الدائرة الداخلية للمثلث $أ ب ج$ ،

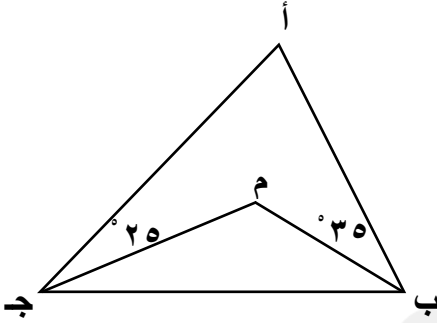
فإن $ق د ب م ج$ تساوي:

ب) ٢٥°

أ) ٥٠°

د) ١٢٠°

ج) ٦٠°



٦) إذا كانت m مركز $\Delta أ ب ج$ ، $أ م = ١٢$ سم ،

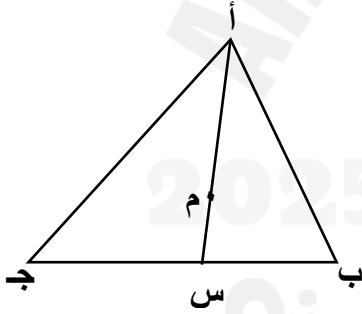
فإن m يساوي:

ب) ٨ سم

أ) ٦ سم

د) ٢٤ سم

ج) ١٢ سم



٧) إذا كان طولاً ضلعين في مثلث ٣ سم ، ٧ سم فإن طول الضلع الثالث في المثلث يساوي:

د) ١٠ سم

ج) ٥ سم

ب) ٤ سم

أ) ٣ سم

٨) إذا كان طولاً ضلعين في مثلث ٢ سم ، ٧ سم فما أصغر عدد كلي يمثل طولاً ممكناً للضلع الثالث؟

د) ٩ سم

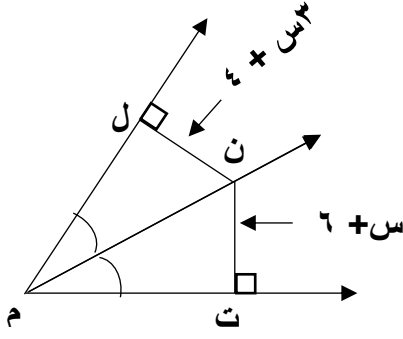
ج) ٦ سم

ب) ٥ سم

أ) ٢ سم

السؤال الثالث:

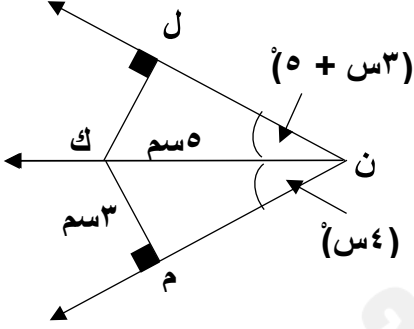
أولاً: أوجد قياسي $\angle N$ في الشكل المجاور:



ثانياً: من الشكل المجاور أوجد قياسي $\angle K$ من:

(أ) طول $\angle N$

(ب) $\angle M$ و $\angle K$



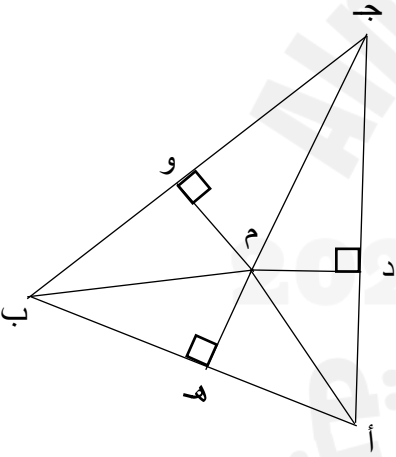
ثالثاً: في الشكل المجاور:

إذا كانت M مركز الدائرة الداخلية لـ $\triangle ABC$ ، $\angle J = 8s$ ،

$\angle W = 6s$ ، $\angle Q$ و $\angle B = 44^\circ$ فأوجد كل من:

(١) $\angle J$

(٢) $\angle Q$ و $\angle B$



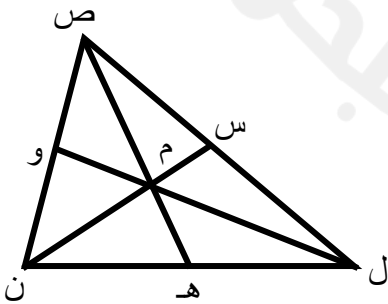
رابعاً: في الشكل المجاور:

إذا كانت M مركز $\triangle LNV$ ، $\angle L = 15s$ ، $\angle S = 3s$ ،

فأوجد كلا من:

(أ) $\angle L$

(ب) $\angle S$ و $\angle N$



السؤال الرابع:

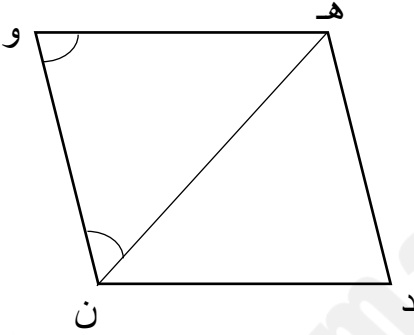
أولاً: هل يمكن تكوين مثلث من القطع المستقيمة التي أطوالها ٤سم، ٩سم، ٤سم.

(موضحة السبب)

ثانياً: أراد محمد تكوين مثلث باستعمال قطع مستقيمة أطوالها ٦سم، ٤سم، ١٢سم.

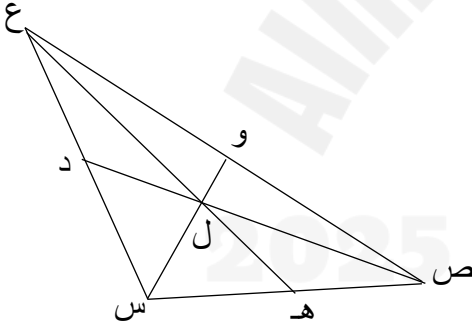
(أ) هل سيتمكن محمد من ذلك؟

(ب) برري إجابتك.



ثالثاً: في الشكل المجاور إذا كانت $\triangle هـ و ن \cong \triangle د و ن هـ$ ،

أثبتي أن $د هـ + د ن < هـ و$.



رابعاً: من الشكل المجاور:

المعطيات: النقطة ل مركز $\triangle س ص ع$

المطلوب: إثبات أن $س و + و ص < ع س$

المبررات	العبارات
معطى	ل مركز $\triangle س ص ع$
.....	س و قطعة متوسطة
تعريف القطعة المتوسطة
تعريف نقطة المنتصف
.....	س و + <
بالتعويض	س و + و ص < ع س

مراجعة الفصل ٩

الأشكال الرباعية والتشابه

الموضوع	التسلسل
زوايا المضلع	١-٩
متوازي الأضلاع	٢-٩
شروط متوازي الأضلاع	٣-٩
المستطيل	٤-٩
المعين والمربع	٥-٩
شبه المنحرف والطائرة الورقية	٦-٩
المثلثات المتشابهة	٧-٩
المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة	٨-٩
أجزاء المثلثات المتشابهة	٩-٩

مديرة المدرسة:

أ. ليلي عبدالرحيم

إعداد:

أ. ليلي حاتم التاجر

٩ - ١ زوايا المضلع

المحتوى الرياضي:

* مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع محدب عدد أضلاعه $n = (2 - n) \times 180^\circ$

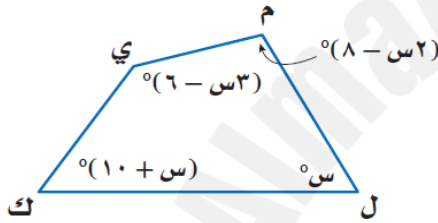
* قياس كل زاوية داخلية في المضلع المنتظم = مجموع قياسات زواياه \div عدد الزوايا

* مجموع قياسات الزوايا الخارجة لمضلع محدب بأخذ زاوية واحدة عند كل رأس يساوي 360°

* قياس كل زاوية خارجة للمضلع المنتظم $= 360^\circ \div$ عدد الزوايا

تدريبات:

س ١: أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لتساعي محدب.



س ٢: أوجد قياس كل زاوية داخلية فيما يأتي:

س ٣: أوجد قياس كل زاوية داخلية لكل مضلع منتظم فيما يأتي:

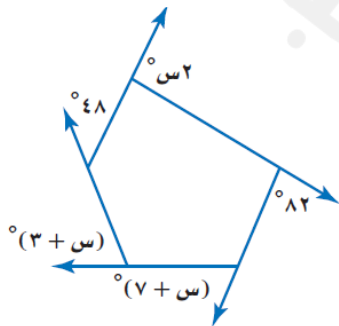
(ب) العشري

(أ) السداسي

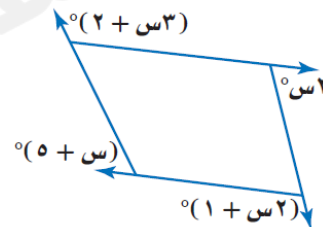
س ٤: إذا كان قياس الزاوية الداخلية لمضلع منتظم كما هو معطى، فأوجد عدد أضلاع المضلع في كل مما يأتي:

(ب) 140°

(أ) 150°

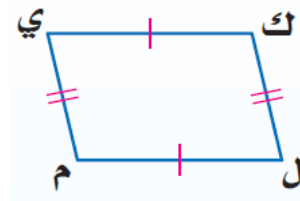
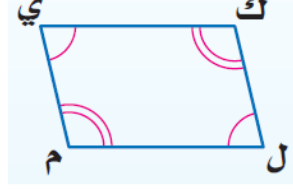
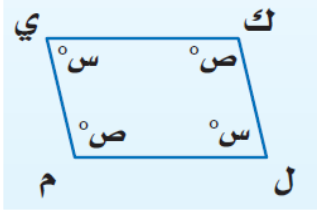


س ٥: أوجد قيمة س في كل مما يأتي:

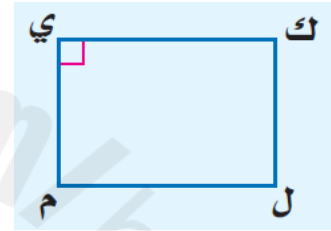
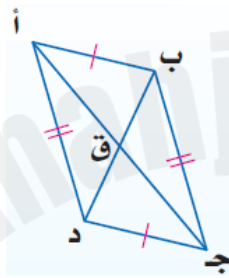
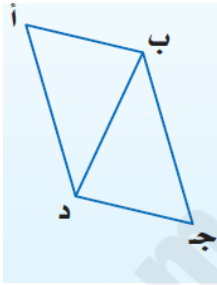


المحتوى الرياضي:

*متوازي الأضلاع شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان ، خصائصه:



*الأضلاع المتقابلة متطابقة *الزوايا المتقابلة متطابقة *الزوايا المتتالية متكاملة



*القطران ينصف كلا منهما الآخر

*إذا كانت إحدى زواياه قائمة

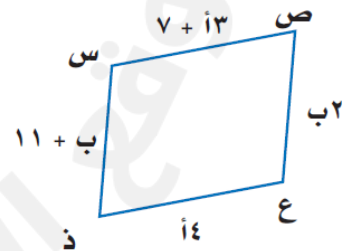
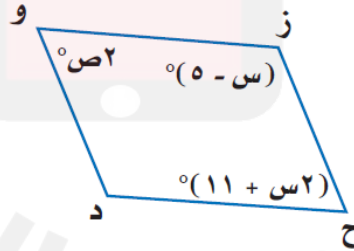
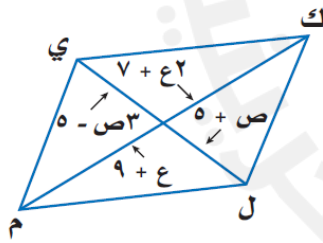
*كل قطر يقسم متوازي الأضلاع إلى

فإن زواياه الأربع قوائم

مثلثين متطابقين

تدريبات:

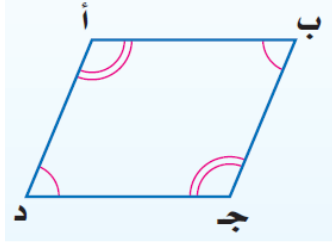
س: أوجد قيم كل متغير في كل متوازي أضلاع مما يأتي:



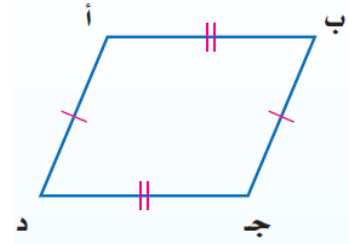
٩ - ٣ شروط متوازي الأضلاع

المحتوى الرياضي:

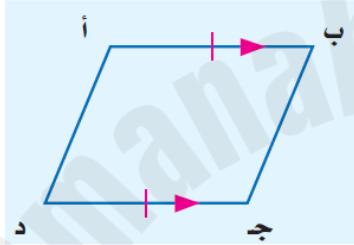
* يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا كان كل ضلعين متقابلين متوازيين وكذلك:



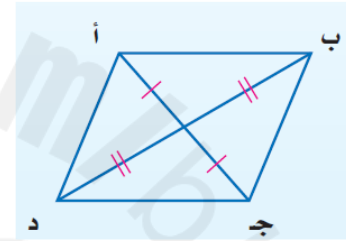
* الزوايا المتقابلة متطابقة



* الأضلاع المتقابلة متطابقة

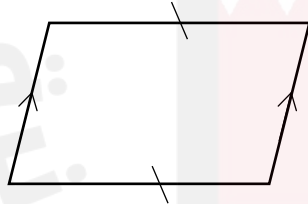


* كل قطر ينصف كلا منهما الآخر * فيه ضلعين متقابلان متوازيان ومتطابقان



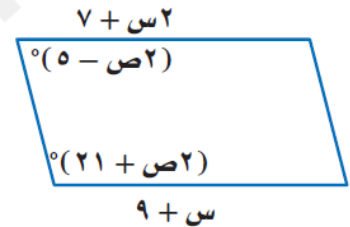
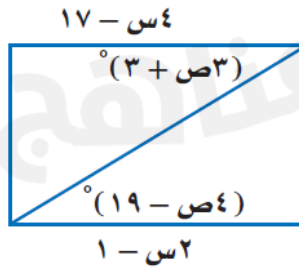
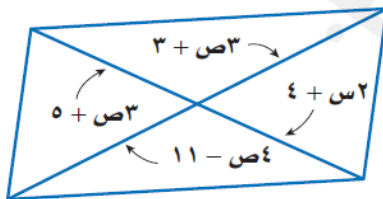
تدريبات:

س ١: حددي هل الشكل الرباعي فيما يأتي متوازي أضلاع أم لا، برري إجابتك:

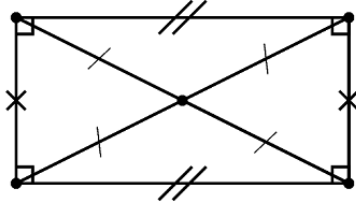


٣٥

س ٢: أوجدي قيم س، ص كي يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع في كل مما يأتي:



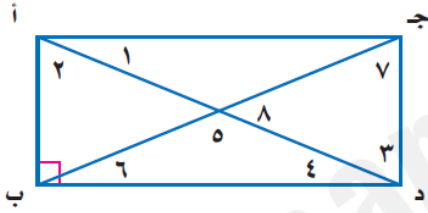
المحتوى الرياضي:



* خصائص المستطيل: هو متوازي أضلاع زواياه الأربع قوائم
* إذا كان متوازي الأضلاع مستطيلاً فإن قطريه متطابقان.
* إذا كان قطراً متوازي أضلاع متطابقين فإنه مستطيل.

تدريبات:

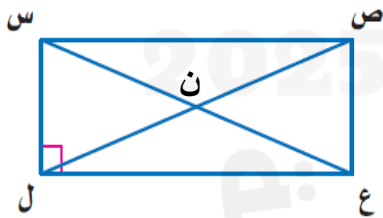
س ١: إذا كان الشكل الرباعي أ ب ج د مستطيلاً فيه $\angle 1 = 38^\circ$ ، فأوجد كل قياس مما يأتي:



ق ٢

ق ٥

ق ٦



س ٢: الشكل الرباعي س ص ع ل مستطيل

أ) إذا كان $\angle ق د ل ص ع = (8س + ٤)^\circ$ ،

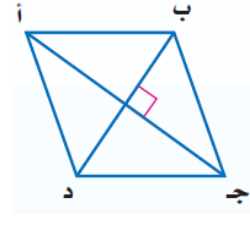
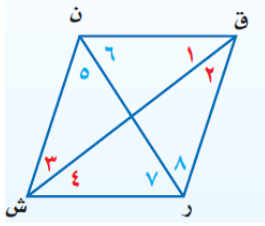
ق د س ع ل = $(٣س - ٢)^\circ$

فأوجد س.

ب) إذا كان $\angle س ن = ٩ - س$ ، $\angle ص ن = ٢س + ٥$ ، فأوجد ص ل.

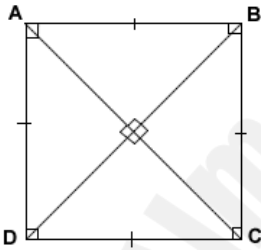
المحتوى الرياضي:

* خصائص المعين: هو متوازي أضلاع جميع أضلاعه متطابقة.



* إذا كان متوازي الأضلاع معيناً فإن كل قطر فيه ينصف كلا من الزاويتين اللتين يصل بين رأسيهما.

* إذا كان متوازي الأضلاع معيناً فإن قطريه متعامدان.



* خصائص المربع:

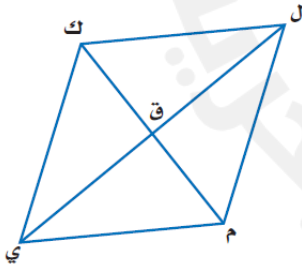
- هو متوازي أضلاع جميع أضلاعه متطابقة وزواياه قوائم
- يجمع خصائص متوازي الأضلاع والمستطيل والمعين

* الشروط الكافية للمعين والمربع:

- إذا كان قطرا متوازي الأضلاع متعامدان فهو معين
- إذا كان قطر لمتوازي الأضلاع ينصف كلا من الزاويتين اللتين يصل بين رأسيهما فهو معين
- إذا كان في متوازي الأضلاع ضلعان متتاليان ومتطابقان فهو معين.
- إذا كان الشكل الرباعي مستطيل ومعين فإنه مربع.

تدريبات:

س ١: في الشكل المجاور:



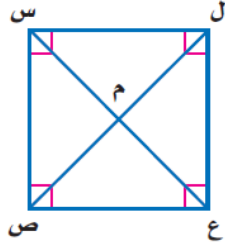
قطرا المعين ك ل م ن يتقاطعان عند النقطة ق .

استعملي المعطيات في الإجابة عن الأسئلة الآتية:

(أ) إذا كان $\angle ق د ك = ٣٩,٥^\circ$ ، فأوجد $\angle ق د م$ ل

(ب) إذا كان $\angle ك ل = ٨٠^\circ$ ، $\angle ك ي = ٦٠^\circ + ٣$ ، فأوجد قيمة س.

س٢: إذا كان الشكل س ص ع ل مربعًا، س م = ٣ ، فأوجد
كل قياس مما يأتي:

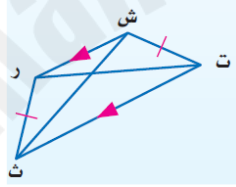


ص ل	ل ع
ق د ص م ع	ق د ع س ل

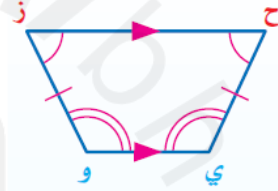
٩ - ٦ شبه المنحرف والطارئة الورقية

المحتوى الرياضي:

*شروط شبه المنحرف متطابق الساقين:



*قطراه متطابقان



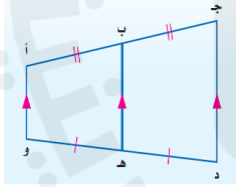
*زاويتي كل قاعدة متطابقتان

*إذا كانت زاويتا قاعدة شبه المنحرف متطابقتين فإنه متطابق الساقين

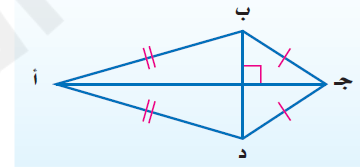
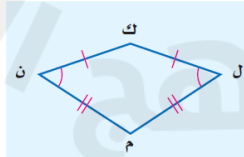
*القطعة المنصفة لشبه المنحرف هي قطعة مستقيمة تصل بين منتصفي ساقيه

*نظرية القطعة المنصفة لشبه المنحرف:

القطعة المنصفة لشبه المنحرف توازي كلا من القاعدتين ،
وطولها يساوي نصف مجموع طولي القاعدتين.



*الطارئة الورقية: شكل رباعي مكون من زوجين من الأضلاع المتتالية والمتطابقة

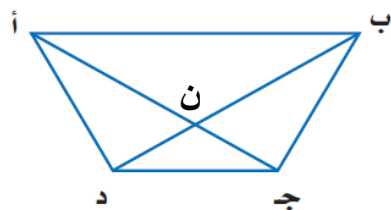


*فيه زاويتان متقابلتان متطابقتان

*القطران متعامدان

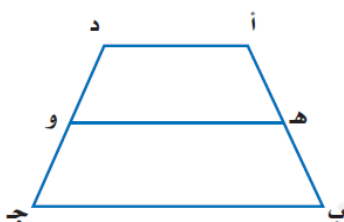
*القطر الذي يصل رأسي الزاويتين غير المتطابقتين ينصفهما.

تدريبات:



س ١: إذا كان الشكل أ ب ج د شبه منحرف متطابق الساقين فيه ق د أ د ج = 130° ، ب ن = ٧ أقدام ، د ن = ٣,٥ قدم فأوجد كل مما يأتي:

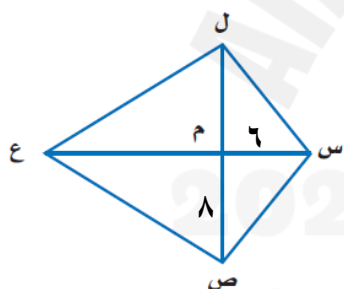
(أ) ق د ب أ د (ب) أ ج



س ٢: في الشكل المجاور هـ ، و نقطتا منتصف الساقين في شبه المنحرف أ ب ج د.

(أ) إذا كان أ د = ٩ ، ب ج = ١٣ ، فأوجد هـ و

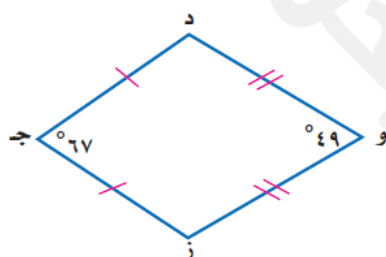
(ب) إذا كان أ د = ٥ ، هـ و = ٦ ، فأوجد ب ج



س ٣: إذا كان ل س ص ع طائرة ورقية ، فأوجد ما يأتي:

(أ) س ل

(ب) إذا كان ق د ص س ل = 73° ، ق د س ل ع = 121° فأوجد ق د ص ع ل



س ٤: إذا كان ج د و ز طائرة ورقية ،

فأوجد ق د د

المحتوى الرياضي:

*تحديد المثلثات المتشابهة:

١-مسألة التشابه زز: إذا كانت زاويتين في مثلث مطابقتين

لزاويتين في مثلث آخر، فإن المثلثين متشابهان.

٢-التشابه بثلاثة أضلاع ض ض ض: إذا كانت أطوال

الأضلاع المتناظرة لمثلثين متناسبة، فإن المثلثين متشابهان.

٣-التشابه بضلعين وزاوية محصورة ض ز ض: إذا كان في

مثلث طولاً ضلعين متناسبين مع طولي الضلعين المناظرين

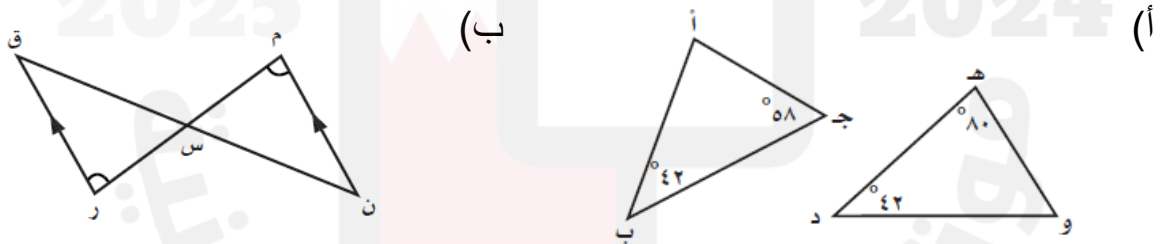
لهما في مثلث آخر، و كانت الزاويتان المحصورتان بينهما

متطابقتين، فإن المثلثين متشابهان.

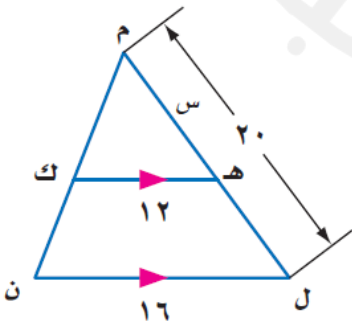
تدريبات:

س ١: حددي ما إذا كان المثلثان متشابهين . وإذا كانا كذلك فاكتبي عبارة تشابه.

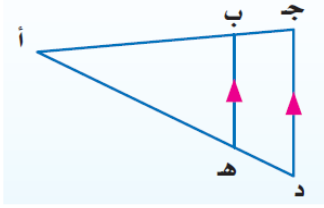
وفسري إجابتك.



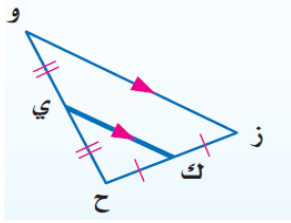
س ٢: حددي المثلثين المتشابهين ثم أوجدي هـ ل.



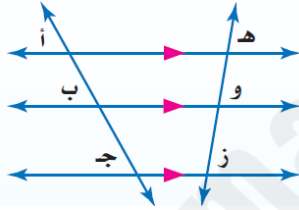
المحتوى الرياضي:



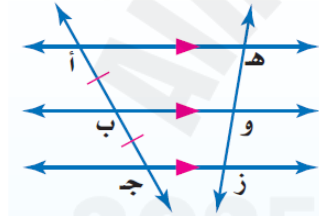
*نظرية التناسب في المثلث: إذا وازى مستقيم أحد أضلاع مثلث وقطع ضلعيه الآخرين، فإنه يقسمهما إلى قطع مستقيمة أطوالها متناسبة. والعكس صحيح.



*نظرية القطعة المنصفة للمثلث: القطعة المنصفة الواصلة بين منتصفي ضلعين في مثلث، توازي الضلع الثالث، وطولها يساوي نصف طوله.



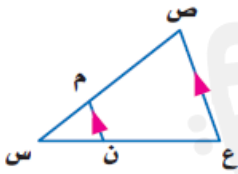
*الأجزاء المتناسبة من قاطعين لمستقيمتين متوازيتين: إذا قطعت ثلاثة مستقيمتين متوازيتين أو أكثر قاطعين، فإنها تقطع من القاطعين قطعًا متناسبة.



*إذا قطعت ثلاثة مستقيمتين متوازيتين أو أكثر قطعًا متطابقة من قاطع، فإنها تقطع قطعًا متطابقة من كل قاطع.

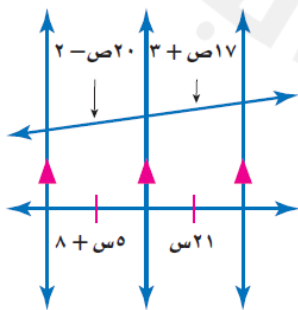
تدريبات:

س ١: من الشكل المجاور:

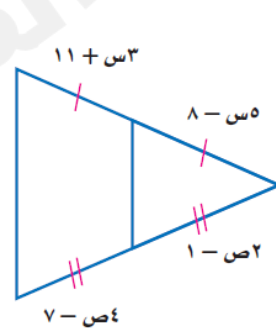


إذا كان $س ن = ٣$ ، $س م = ٤$ ، $ن ع = ٦$ ، فأوجد $س ص$.

س ٢: أوجد قيمة كلا من $س$ ، $ص$ في كل مما يأتي:



(ب)

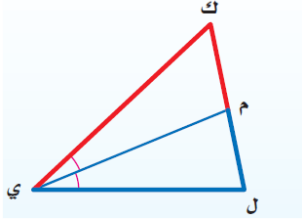


(أ)

المحتوى الرياضي:

*قطع مستقيمة خاصة للمثلثات المتشابهة :

- ١- الارتفاعات المتناظرة تتناسب مع الأضلاع المتناظرة
- ٢- أطوال القطع المنصفة للزوايا المتناظرة تتناسب مع الأضلاع المتناظرة
- ٣- أطوال القطع المتوسطة المتناظرة تتناسب مع الأضلاع المتناظرة



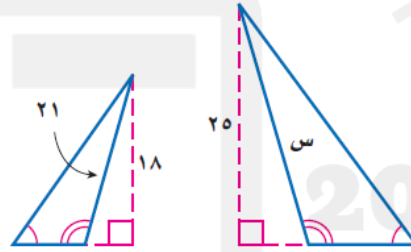
*نظرية منصف زاوية في مثلث:

يقسم منصف زاوية في مثلث الضلع المقابل إلى قطعتين مستقيمتين متناسبتين مع طولي الضلعين الآخرين.

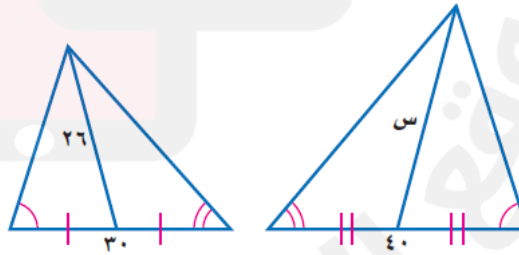
تدريبات:

أوجد قيمة س في كل مما يأتي:

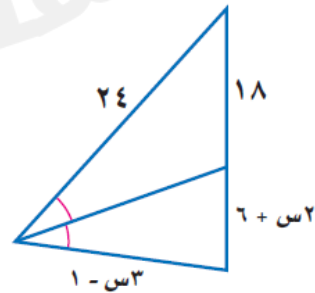
(أ)



(ب)



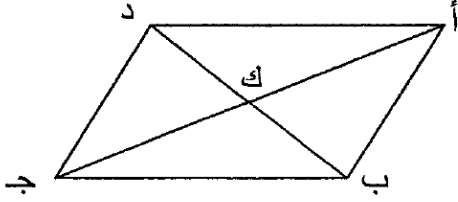
(ج)



نماذج من امتحانات نهائية

السؤال الأول: أكمل ما يأتي لتحصلي على عبارات رياضية صحيحة:

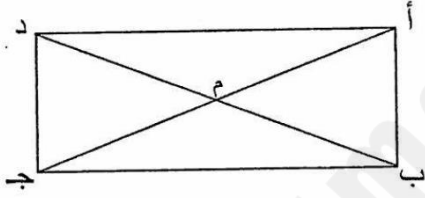
(١) قياس كل زاوية داخلية للمضلع التساعي المنتظم هو



(٢) أ ب ج د متوازي أضلاع، تقاطع قطراه في نقطة ك،

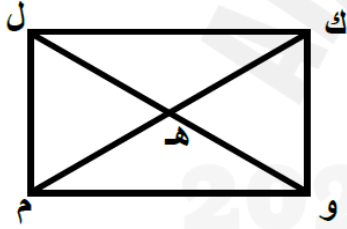
إذا كان د ك = $(٢س - ١)$ سم ، ك ب = $(س + ٥)$ سم،

فإن قيمة س =



(٣) أ ب ج د مستطيل ، م نقطة تقاطع قطريه، إذا كان

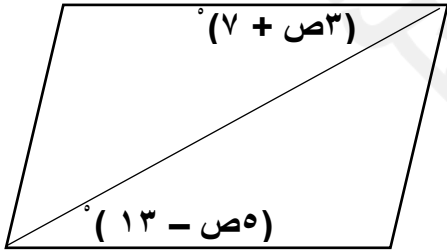
د م = $٤س - ٩$ ، أ م = $٢س + ٥$ ، فإن ب م =



(٤) إذا كان ك و م ل مستطيلاً، فيه ك م = ٦ سم ،

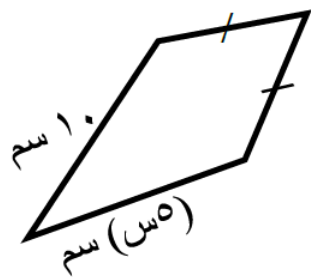
فإن و هـ =

(٥) إذا كان هناك ضلعان متتاليان متطابقان في متوازي أضلاع فإنه سيكون



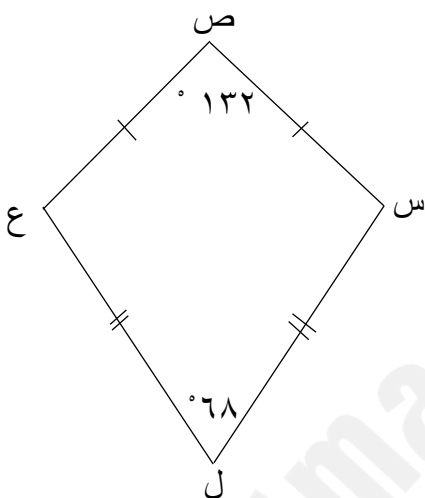
(٦) قيمة ص التي تجعل الشكل الرباعي أ ب ج د

متوازي أضلاع هي



٧) في الشكل المجاور:

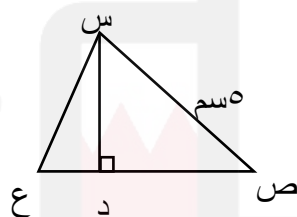
قيمة س التي تجعل الشكل طائرة ورقية =



٨) في الشكل المجاور :

ص س ل ع طائرة ورقية ،

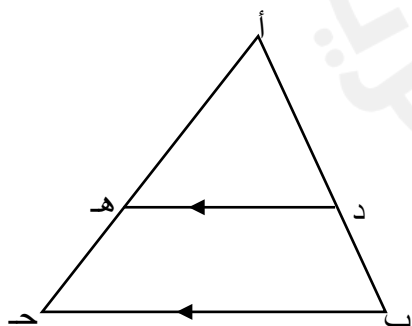
ق د ص س ل =



٩) في الشكل المجاور:

إذا كان $\triangle أ ب ج \sim \triangle س ص ع$

فإن طول س د =



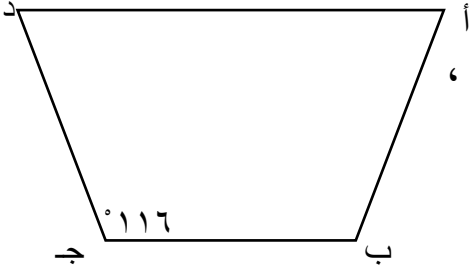
١٠) في الشكل المجاور:

$\triangle أ ب ج$ فيه ، د هـ // ب ج

إذا كان أ د = ١٢ سم ، د ب = ٤ سم ، أ هـ = ١٥ سم ،

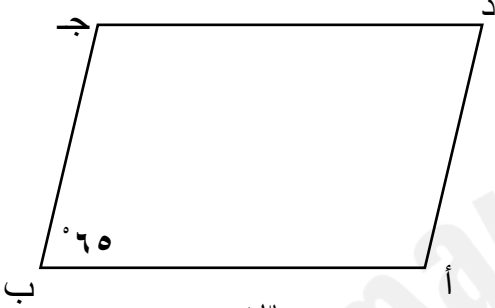
فإن طول هـ ج =

١١) في الشكل المجاور:



إذا كان الشكل الرباعي أ ب ج د شبه منحرف متطابق الساقين ،
ق د ج = ١١٦° ، فإن ق د أ =

السؤال الثاني: ضعي دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في كل مما يأتي:



١) إذا كان أ ب ج د متوازي أضلاع فإن ق د ج يساوي:

- أ) ٦٥°
ب) ١٠٥°
ج) ١١٥°
د) ١٨٠°

٢) في الشكل المجاور س ص ع ل طائرة ورقية،

ق د س ص ع تساوي:

- أ) ٥٧°
ب) ٨٠°
ج) ١٤٣°
د) ١٦٠°

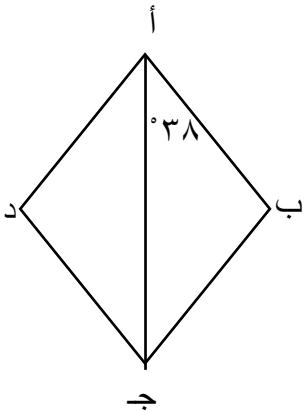
٣) مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع سداسي هو:

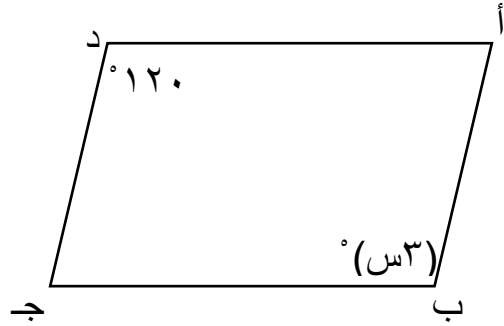
- أ) ٤٥٠°
ب) ٥٤٠°
ج) ٦٠٠°
د) ٧٢٠°

٤) إذا كان الشكل الرباعي أ ب ج د معيناً، ق د ب أ ج = ٣٨° ،

فإن ق د ب ج د تساوي:

- أ) ٣٨°
ب) ٦٦°
ج) ٧٦°
د) ٨٦°

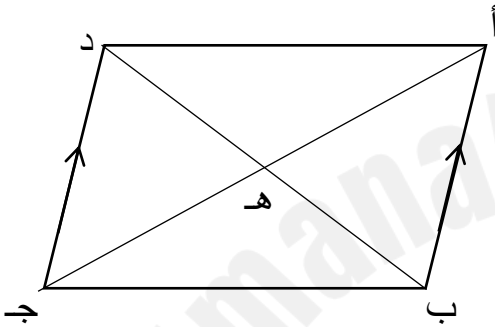




٥) إذا كان الشكل أ ب ج د متوازي أضلاع ،
فإن قيمة س تساوي:

أ) ٣٠ ب) ٤٠

ج) ٦٠ د) ١٢٠

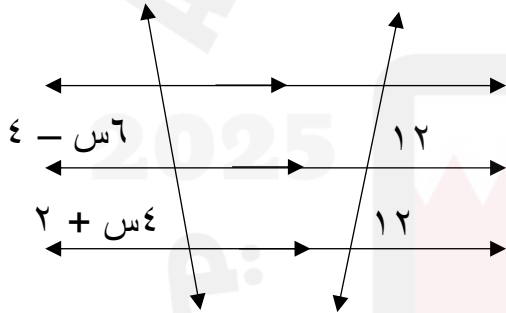


٦) في الشكل المجاور ، إذا كان ب أ // ج د

فإن Δ أ ب ه \sim Δ

أ) ج د ه ب) ه د ج

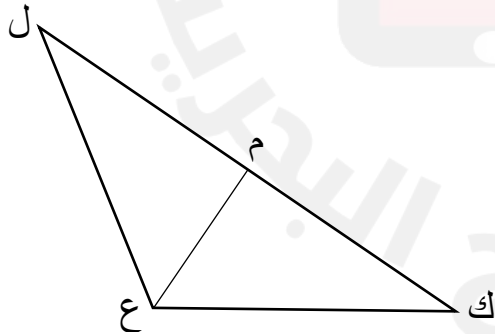
ج) ب ه ج د) أ د ه



٧) في الشكل المجاور ، ما قيمة س؟

أ) ٢ ب) ٣

ج) ١٢ د) ١٦



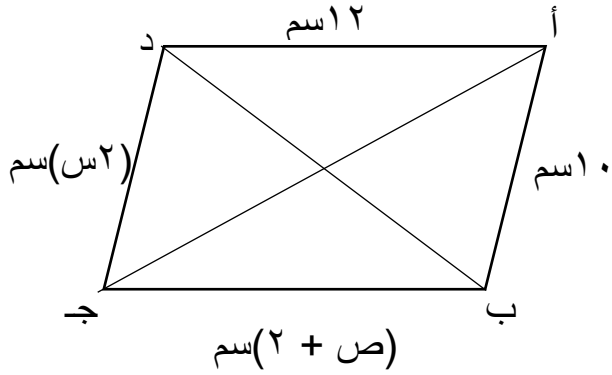
٨) إذا كانت ع م قطعة متوسطة في Δ ل ع ك ،

ك ل = ٣٦ ، فما طول ك م ؟

أ) ٩ ب) ١٢

ج) ١٨ د) ٢٤

٩) إذا كان الشكل الرباعي أذناه متوازي أضلاع، ما قيمة كل من س، ص؟



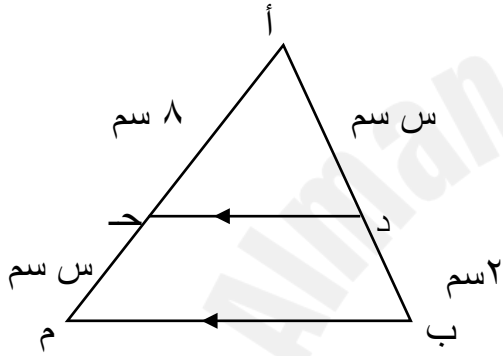
أ) $س = 5$ سم، $ص = 10$ سم

ب) $س = 8$ سم، $ص = 10$ سم

ج) $س = 5$ سم، $ص = 6$ سم

د) $س = 5$ سم، $ص = 10$ سم

١٠) في الشكل المجاور، ما قيمة س؟



أ) 6

ب) 5

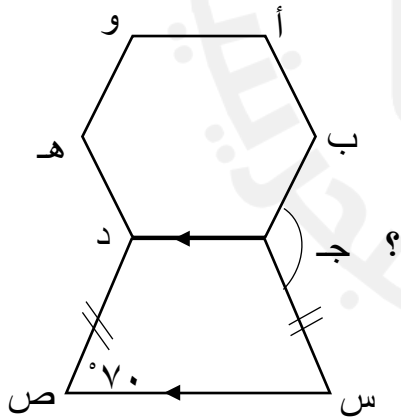
ج) 4

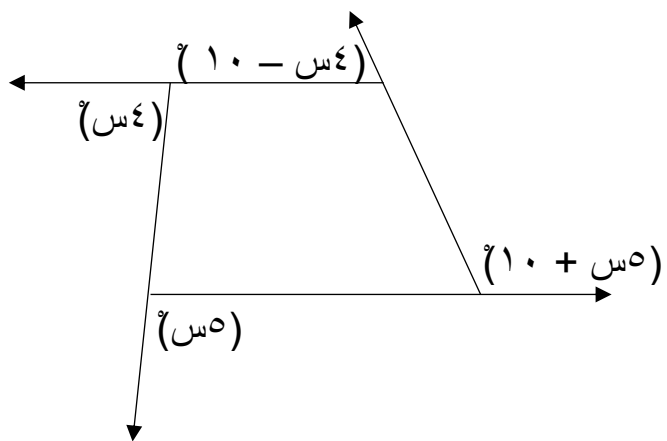
د) 3

السؤال الثالث:

أولاً: المضلع أ ب ج د هـ و سداسيا منتظما، ج س ص د شبه منحرف متطابق الضلعين، $ق د ص = 70^\circ$.

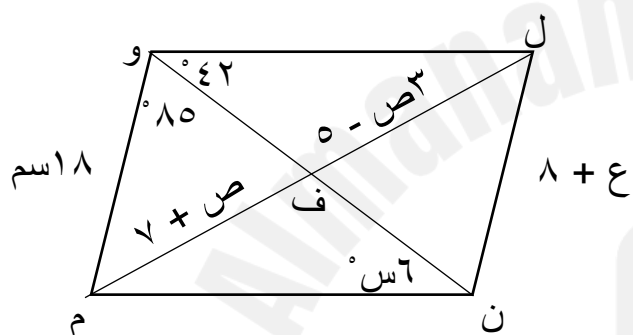
أوجد ق د ب ج س المشار إليها في الرسم.





ثانياً: أوجد قيمة س في الشكل المجاور:

ثالثاً: إذا كان الشكل ل ن م و متوازي أضلاع ، فأوجد قيم س، ص ، ع.

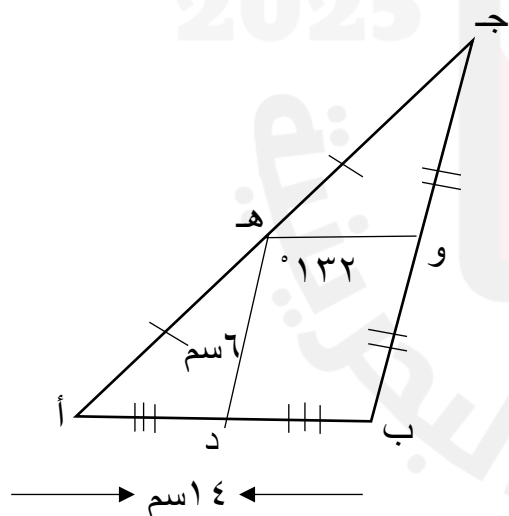


رابعاً: في الشكل المجاور:

د ه ، ه و قطعتان منصفتان في Δ أ ب ج ،

أوجد كلاً مما يأتي:

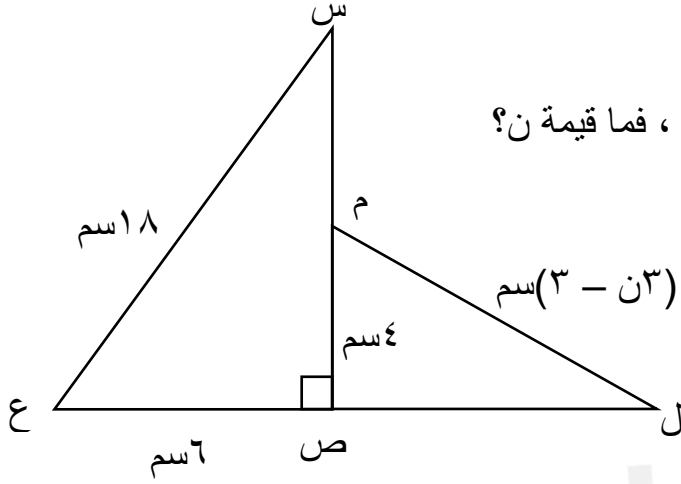
- طول ب ج
- طول و ه
- ق د أ د ه



السؤال الرابع:

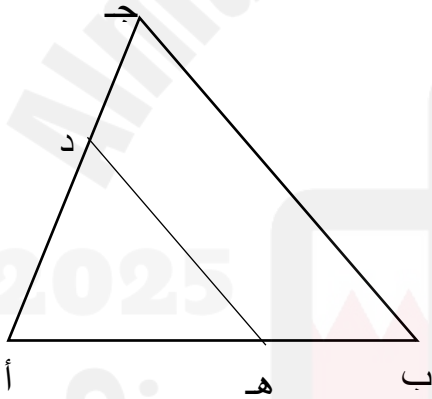
أولاً: في الشكل المجاور:

إذا كان $\Delta س ص ع \sim \Delta ل ص م$ ، فما قيمة ن؟



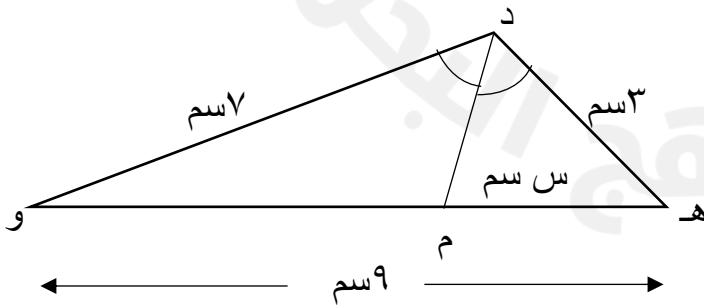
ثانياً: في المثلث أ ب ج ، ب ه = 3 ، ه أ = 9 ، ج د = 4 ، د أ = 12 .

هل د ه // ب ج ؟



ثالثاً: في الشكل المجاور:

إذا كان د م منتصف د ه د و في المثلث د ه و ، فأوجد طول ه م



نماذج الإجابة لأسئلة المذكرة الشاملة

	الفصل السادس
	الفصل السابع
	الفصل الثامن
	الفصل التاسع

مديرة المدرسة

أ. ليلى عبدالرحيم

إعداد: أ. ليلى حاتم

