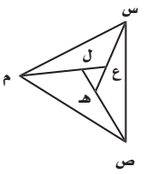
حل كراسة التمارين

تم تحميل هذا الملف من موقع مناهج مملكة البحرين
موقع المناهج ⇦ مناهج مملكة البحرين ⇦ الصف التاسع ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الثاني ⇦ ملفات متنوعة ⇦ الملف
تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2025-09-19 17:59:49
المزيد من مادة رياضيات: ملفات ا كتب للمعلم ا كتب للطالب ا اختبارات الكترونية ا اختبارات ا حلول ا عروض بوربوينت ا أوراق عمل منهج انجليزي ا ملخصات وتقارير ا مذكرات وبنوك ا الامتحان النهائي ا للمدرس

التواصل الاجتماعي بحسب الصف التاسع					
صفحة مناهج مملكة البحرين على فيسبوك					
المواد على تلغرام	التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات	

المزيد من الملفات بحسب الصف التاسع والمادة رياضيات في الفصل الثاني	
1	مراجعة النهائي رياضيات
2	ملخص القوانين والمفاهيم
3	إجابة مراجعة الاختبار النهائي
4	مذكرة مراجعة الرياضيات
5	جميع قوانين و نظريات مادة الرياضيات

٢٩) المعطيات: △س م ص متطابق الأضلاع.
∠ص س ع ≅ ∠س م ل ≅ ∠م ص هـ .



المطلوب: إثبات أن $\overline{\text{س ع}} \cong \overline{\text{ص هـ}} \cong \overline{\text{م ل}}$

البرهان:

نعلم أن △س م ص متطابق الأضلاع، وبما أن المثلث المتطابق الأضلاع يكون متطابق الزوايا، إذن:
∠ص س م ≅ ∠س م ص ≅ ∠م ص س. أي
ق∠ص س م = ق∠س م ص = ق∠م ص س، من تعريف التطابق.
وبما أن ∠ص س ع ≅ ∠س م ل ≅ ∠م ص هـ
فإن ق∠ص س ع = ق∠س م ل = ق∠م ص هـ
من تعريف التطابق. وباستعمال مسلمة جمع الزوايا ينتج أن
ق∠ص س م = ق∠ص س ع + ق∠ع س م،
ق∠س م ص = ق∠س م ل + ق∠ل م ص،
ق∠م ص س = ق∠م ص هـ + ق∠هـ ص س. وبالتعويض ينتج أن
ق∠ص س ع + ق∠ع س م = ق∠س م ل + ق∠ل م ص =
ق∠م ص هـ + ق∠هـ ص س.

وبالتعويض مرة أخرى ينتج أن : ق∠ص س ع + ق∠ع س م =
ق∠ص س ع + ق∠ع م ص = ق∠ص س ع + ق∠هـ ص س.
وبحسب خاصية الطرح ينتج أن :
ق∠ع س م = ق∠ع م ص = ق∠هـ ص س.
ومن تعريف التطابق ينتج أن :
∠ع س م ≅ ∠ع م ص ≅ ∠هـ ص س. وبحسب مسلمة ز ض ز ينتج أن:
△س ص هـ ≅ △ص م ل ≅ △م س ع. ولأن العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين تكون متطابقة، فإن: $\overline{\text{ص هـ}} \cong \overline{\text{م ل}} \cong \overline{\text{س ع}}$.

ملحق إجابات كتاب التمارين

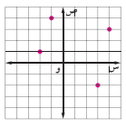
الفصل الأول: الدوال الخطية

١ – ١ العلاقات

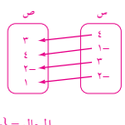
١) مثّل العلاقة {(٤، ٣)، (–١، ٤)، (٣، –٢)، (–٢، ١)} بجدول، وبيانيًّا، وبمخطط سهمي، ثمَّ حدد كلًّا من مجالها ومداها:

س	ص
٤	٣
١–	٤
٣	٢–
٢–	١

الجدول



التمثيل البياني



المخطط السهمي

المجال = {–٢، –١، ٣، ٤}
المدى = {–٢، ١، ٣، ٤}

صف كلًّا من التمثيلين البيانيين الآتيين:

٢) يمثل التمثيل البياني أدناه ارتفاع موجة مد (تسونامي) أثناء اقترابها من الشاطئ.

كلما اقترب تسونامي من الشاطئ ازداد ارتفاع الموجة أكثر فأكثر.

٣) يمثّل التمثيل البياني أدناه إجابة طالب عن أسئلة الاختبار.

أجاب الطالب عن الأسئلة بثبات ثم توقف، وعاود الإجابة، ثم توقف ثانية، ثم عاود الإجابة.

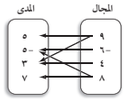
مثّل كل علاقة فيما يأتي على صورة مجموعة من الأزواج المرتبة:

٤)

س	ص
٠	٩
٣	٨–
٢	٦–
١	٤

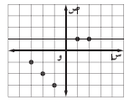
{(٠، ٩)، (–٨، ٣)، (٢، –٦)، (١، ٤)}

٥)



{(٩، ٥)، (٩، ٣)، (–٦، –٥)، (٤، ٣)، (٨، ٧)، (٨، –٥)}

٦)



{(–٣، –١)، (–٢، –٢)، (–١، –٣)، (١، ١)، (٢، ١)}

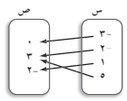
٧) حدّد كلًّا من المجال والمدى للعلاقة الممثلة بيانيًّا في الشكل المجاور:

المجال= {–٣، –١، ٣، ٤}
المدى= {–١، ١، ٢، ٣}

١ – ٢ الدوال

هل تمثّل كل علاقة فيما يأتي دالة أم لا؟ فسّر إجابتك.

١)



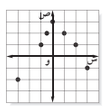
نعم، كل عنصر في المجال يرتبط بعنصر واحد فقط من المدى.

٢)

س	ص
١	٥–
٤–	٣
٧	٦
١	٢–

لا، ارتبط العنصر ١ في المجال بالعنصرين ٥–، ٢– من المدى.

٣)



نعم، كل عنصر في المجال يرتبط بعنصر واحد فقط من المدى.

٤) {(١، ٤)، (٢، –٢)، (٣، –٦)، (–٦، ٣)، (–٣، ٦)} نعم، كل عنصر في المجال يرتبط بعنصر واحد فقط من المدى.

٥) {(٦، –٤)، (٢، –٤)، (–٤، ٢)، (٤، ٦)، (٢، ٦)} لا، ارتبط العنصر ٢ في المجال بالعنصرين –٤ وَ ٦.

٦) س = –٢ لا، العنصر –٢ في المجال ارتبط بجميع عناصر المدى.

٧) ص = ٢ نعم، كل عنصر في المجال يرتبط بعنصر واحد فقط من المدى.

إذا كان ق(س) = ٢س – ٦ ، هـ(س) = س – ٢س٢، فأوجد قيمة كل مما يأتي:

٨) ق(٢) –٢

٩) ق(–$\frac{١}{٢}$) –٧

١٠) هـ(–١) –٣

١١) هـ(–$\frac{١}{٢}$) –$\frac{٥}{٩}$

١٢) ق(٧) – ٩ –١

١٣) هـ(–٣) + ١٣ –٨

١٤) ق(ع + ٩) ٢ع + ١٢

١٥) هـ(٣ص) ٣ص–١٨ص٢

١٦) ٢[هـ(ب)+١] ٢ب–٤ب٢+٢

١٧) **أجور،** يتقاضى مروان ٥ دنانير في الساعة لقاء تحريره مقالات في إحدى الصحف. ويمكن التعبير عن أجره الأسبوعي ص بالمعادلة ص =٥ س، حيث س عدد ساعات العمل.

i) اكتب المعادلة على صورة دالة. د(س) = ٥ س

ب) أوجد قيمة الدالة عند س = ١٥. ٧٥

١٨) **كهرباء،** يمثل الجدول أدناه العلاقة بين المقاومة «م» وشدة التيار «ت» في الدائرة الكهربائية:

المقاومة (أوم)	١٢٠	٨٠	٤٨	٦	٤
شدة التيار (أمبير)	٠,١	٠,١٥	٠,٢٥	٢	٣

i) هل تمثّل هذه العلاقة دالة؟ فسّر إجابتك. نعم؛ كل عنصر في المجال يرتبط بعنصر واحد فقط من المدى.

ب) إذا أمكن تمثيل العلاقة بالمعادلة م ت = ١٢، فأعد كتابة المعادلة بحيث تكون "م" دالة في "ت". م=ق(ت) = $\frac{١٢}{ت}$

ج) ما قيمة المقاومة في الدائرة عندما تكون شدة التيار ٠,٥ أمبير؟ ٢٤ أوم

١ – ٣ تمثيل المعادلات الخطية بيانيًّا

حدّد إذا كانت كل معادلة فيما يأتي خطية أم لا، وإذا كانت كذلك فاكتبها بالصورة القياسية، ثم أوجد المقطعين السيني والصادي للتمثيل البياني لكل منها:

١) ٤س ص + ٢ص=٩ لا

٢) ٨س – ٣ص = ٦ – ٤س
نعم؛ ٤س–ص= ٢ ، المقطع السيني $\frac{١}{٢}$، والمقطع الصادي –٢

٣) ٧س+ ص+ ٣ = ص
نعم؛ ٧س= –٣ ، المقطع السيني $\frac{-٣}{٧}$، لا يوجد مقطع صادي

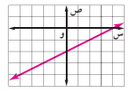
٤) ٥–٢ص= ٣س
نعم؛ ٣س+ ٢ص= ٥
المقطع السيني $\frac{٥}{٣}$ ، المقطع الصادي $\frac{٥}{٢}$

٥) $\frac{س}{٤}$ – $\frac{ص}{٣}$ = ١
نعم؛ ٣س– ٤ص= ١٢
المقطع السيني ٤، المقطع الصادي –٣

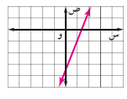
٦) $\frac{٥}{س}$ – $\frac{٢}{ص}$ = ٧ لا

مثّل كل معادلة مما يأتي بيانيًّا:

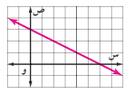
٧) $\frac{١}{٢}$ س– ص= ٢



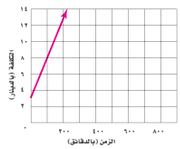
٨) ٥س– ٢ص= ٧



٩) ١,٥ س+ ٣ص= ٩



١٠) **اتصالات،** تتقاضى شركة هواتف ٣ دنانير رسم اشتراك شهري بالإضافة إلى ٠,٠٥ دينار عن كل دقيقة تجرى فيها مكالمات. يمكن التعبير عن التكلفة الكلية للهاتف (ص) بالمعادلة: ص = ٠,٠٥ س+٣، حيث تدل س على مدة المكالمات بالدقائق.

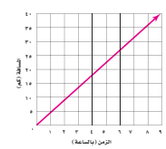


i) أوجد المقطع الصادي للتمثيل البياني للمعادلة. ٣

ب) مثّل المعادلة بيانيًّا.

ج) إذا كانت مدة المكالمات ١٤٠ دقيقة، فما التكلفة الشهرية للهاتف؟ ١٠ دنانير

١١) **أحياء بحرية،** على فرض أن الحوت المفترس يسبح بمعدّل ٤,٥ كيلومترات في الساعة، يمكن التعبير عن المسافة (ف) التي يقطعها الحوت في (ن) ساعة بالمعادلة ف = ٤,٥ ن.



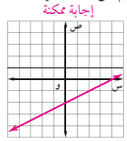
i) مثّل المعادلة بيانيًّا.

ب) استعمل التمثيل البياني للتنبؤ بالزمن اللازم للحوت ليقطع مسافة ٣٠ كيلومترًا.
بين ٦ و ٧ ساعات

١ – ٤ حل المعادلات الخطية بيانيًّا

حلَّ كلّ معادلة فيما يأتي بيانيًّا:

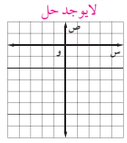
١) $\frac{١}{٢}$ س– ٢= صفر ٤
إجابة ممكنة



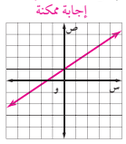
٢) –٣س+ ٢= –١ ١
إجابة ممكنة

٣) ٤س– ٢= –٢ صفر
إجابة ممكنة

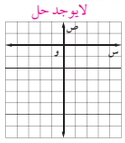
٤) $\frac{١}{٣}$ س+ ٢= $\frac{١}{٣}$ س– ١
لا يوجد حل



٥) $\frac{٢}{٣}$ س+٤= ٣ $\frac{٣}{٢}$
إجابة ممكنة

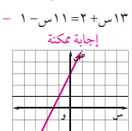


٦) $\frac{٣}{٤}$ س+ ١= $\frac{٣}{٤}$ س– ٧
لا يوجد حل

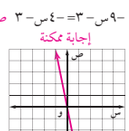


حلّ كلّ معادلة فيما يأتي بيانيًّا، وتحقّق من إجابتك جبريًّا:

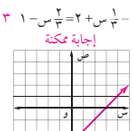
٧) ١٣س+ ٢= ١١س– ١ $\frac{٣}{٢}$ –
إجابة ممكنة



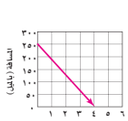
٨) –٩س– ٣= –٤س– ٣ صفر
إجابة ممكنة



٩) $\frac{١}{٣}$ – س+ ٢= $\frac{٢}{٣}$ س– ١ ٣
إجابة ممكنة



١٠) **مسافة،** تسير حافلة بسرعة ٨٠ كيلومترًا في الساعة نحو موقف الحافلات الذي يبعد مسافة ٢٦٠ كيلومترًا. فإذا كانت الدالة ف = ٢٦٠– ٨٠ ن، تمثل بعد الحافلة عن الموقف بعد ن ساعة من الانطلاق.
فأوجد صفر الدالة، وصف ما يعنيه في هذا السياق.

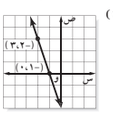


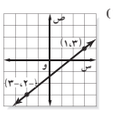
≈ ٤,١٧ ساعات؛ ستصل الحافلة الموقف بعد ٤,١٧ ساعات تقريبًا.

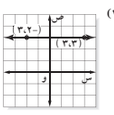
ملحق إجابات كتاب التمارين

١ - ٥ معدّل التغيّر والميل

أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين في كلٍّ مما يأتي:

١)  −٣

٢)  $\frac{٤}{٥}$

٣)  صفر

٤) (٣، ٦)، (٧، −٤) −٧

٥) (−٩، −٣)، (−٧، −٥) −١

٦) (٦، −٢)، (٥، −٤) ٢

٧) (٧، −٤)، (٨، ٤) −٤

٨) (−٨، ٧)، (−٧، ٥) غير معرّف

٩) (٩، ٥)، (٣، ٩) صفر

١٠) (٢، ١٥)، (−٦، ٥) $-\frac{١}{٧}$

١١) (٩، ٣)، (٢−، ٨) $\frac{١}{٥}$

١٢) (−٢، −٥)، (٧، ٨) $\frac{١٣}{٩}$

١٣) (١٠، ١٢)، (١٢، ٥) غير معرف

١٤) (٠,٢، −٠,٩)، (٠,٥، −٠,٩) صفر

١٥) $\left(\frac{٧}{٣}، \frac{٤}{٣}\right)$، $\left(-\frac{٢}{٣}، \frac{١}{٣}\right)$ $\frac{١}{٤}$

أوجد قيمة (ر) التي تجعل ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية كما هو مُعطى:

١٦) (−٢، ر)، (٦، ٧)، م = $\frac{١}{٢}$ ٣

١٧) (−٤، ٣)، (ر، ٥)، م = $\frac{١}{٤}$ ٤

١٨) (−٣، −٤)، (−٥، ر)، م = $-\frac{٩}{٢}$ ٥

١٩) (−٥، ر)، (١، ٣)، م = $\frac{٧}{٦}$ −٤

٢٠) (١، ٤)، (ر، ٥)، م غير معرّف ١

٢١) (−٧، ٢)، (−٨، ر)، م = −٥ ٧

٢٢) (ر، ٧)، (١١، ٨)، م = $-\frac{١}{٥}$ ١٦

٢٣) (ر، ٢)، (٥، ر)، م = صفر ٢

٢٤) **مبيعات،** كان عدد المشتركين في السنة الأولى بإحدى الصحف ١٢١٢٥ مشتركًا، وبعد ٥ سنوات أصبح عددهم ١٠١٠٠ مشتركًا. فما معدل التغير السنوي في عدد المشتركين؟ − ٤٠٥ مشتركين لكل سنة

١ - ٦ تمثيل المعادلات في صيغة الميل والمقطع بيانيًّا

اكتب معادلة كل مستقيم فيما يأتي بصيغة الميل والمقطع:

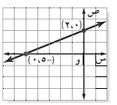
١) الميل $\frac{١}{٤}$، المقطع الصادي ٣ ص = $\frac{١}{٤}$ س + ٣

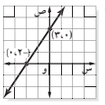
٢) الميل $\frac{٣}{٤}$، المقطع الصادي − ٤ ص = $\frac{٣}{٤}$ س − ٤

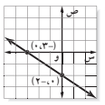
٣) الميل ١,٥ ، المقطع الصادي − ١ ص = ١,٥ س − ١

٤) الميل − ٢,٥ ، المقطع الصادي ٣,٥ ص = − ٢,٥ س + ٣,٥

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الممثل في كل مما يأتي:

٥)  ص = $\frac{٢}{٥}$ س + ٢

٦)  ص = $\frac{٣}{٤}$ س + ٣

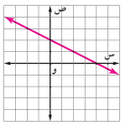
٧)  ص = − $\frac{٢}{٣}$ س − ٢

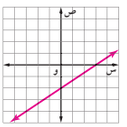
مثّل كل معادلة فيما يأتي بيانيًّا:

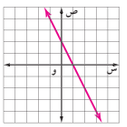
٨) ص = − $\frac{١}{٢}$ س + ٢

٩) ٣ ص = ٢ س − ٦

١٠) ٦ س + ٣ ص = ٦





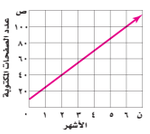


١١) **روايات،** كتبت مها ١٠ صفحات من رواية، وتخطط لكتابة ١٥ صفحة إضافية كل شهر حتى تنهي الرواية.

i) اكتب معادلة لإيجاد العدد الكلي لصفحات الرواية المكتوبة (ص) بعد (ن) شهرًا. ص = ١٠ + ١٥ ن

ب) مثّل هذه المعادلة بيانيًّا.

جـ) أوجد عدد الصفحات المكتوبة بعد ٥ أشهر. ٨٥ صفحة



١ - ٧ المتتابعات الحسابية كدوال خطية

حدد إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا، وفسّر إجابتك: ١) نعم؛ لأن الفرق بين كل حد والذي يليه ثابت، الأساس = −٨

١) ٢١، ١٣، ٥، −٣، ... ٢) −٥، ١٢، ٢٩، ٤٦، ... ٣) −٢,٢، −١,١، ٠,٠، ١,١، ٣,٣، ... لا؛ الفرق بين كل حد والذي يليه غير ثابت

٤) ١، ٤، ٩، ١٦، ... ٥) ٩، ١٦، ٢٣، ٣٠، ... نعم؛ لأن الفرق بين كل حد والذي يليه ثابت ، الأساس = ٧

٦) −٢,٠، ٠,٦، ١,٨، ٣,٠، ... لا؛ الفرق بين كل حد والذي يليه غير ثابت

أوجد الحدود الثلاثة التالية لكل متتابعة حسابية فيما يأتي:

٧) ٨٢، ٧٦، ٧٠، ٦٤، ... ٥٨، ٥٢، ٤٦

٨) −٤٩، −٣٥، −٢١، −٧، ... ٧، ٢١، ٣٥

٩) $\frac{٣}{٤}$، $\frac{١}{٢}$، $\frac{١}{٤}$، −٧، ... صفر، ... $-\frac{١}{٤}$، $-\frac{١}{٢}$، $-\frac{٣}{٤}$

١٠) −١٠، −٣، ٤، ١١، ... ١٨، ٢٥، ٣٢

١١) ١٢، ١٠، ٨، ٦، ... ٤، ٢، ٠

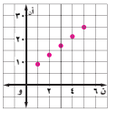
١٢) ١٢، ٧، ٢، −٣، ... −٨، −١٣، −١٨

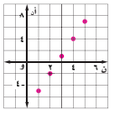
اكتب صيغة الحد النوني لكل متتابعة حسابية فيما يأتي، ثم مثّل حدودها الخمسة الأولى بيانيًّا:

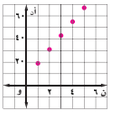
١٣) ٩، ١٣، ١٧، ٢١، ... أ$_ن$ = ٤ن + ٥

١٤) −٥، −٢، ١، ٤، ... أ$_ن$ = ٣ن − ٨

١٥) ١٩، ٣١، ٤٣، ٥٥، ... أ$_ن$ = ١٢ن + ٧







١٦) **توفير،** لدى سعد ١١٥ دينارًا، ويوفر ٣٥ دينارًا شهريًا.

i) اكتب الدالة التي تبين المبلغ الإجمالي الذي وفره سعد بعد عدد من الأشهر. أ$_ن$ = ٣٥ن + ١١٥

ب) ما المبلغ الذي يملكه سعد بعد ٣٠ شهرًا؟ ١١٦٥ دينارًا

١٧) **عروض،** يرتب محمد علب المناديل الورقية لعرضها في صفوف، بحيث ينقص كل صف بمقدار علبتين عن الصف الذي تحته، فإذا علمت أن الصف الأول به ٢٣ علبة.

i) اكتب دالة تمثل المتتابعة الحسابية. أ$_ن$ = −٢ن + ٢٥

ب) كم علبة في الصف العاشر؟ ٥ علب

الفصل الثاني: المتباينات الخطية و أنظمة المعادلات

٢ - ١ حل المتباينات الخطية بالجمع و الطرح

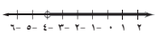
صل كل متباينة فيما يأتي بالتمثيل البياني المناسب لها:

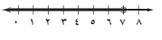
١) −٨ ≤ س − ١٥ ب

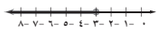
٢) ٤ س + ٣ < ٥ س د

٣) ٨ س > ٧ س − ٤ أ

٤) ١٢ + س ≥ ٩ جـ

i) 

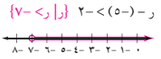
ب) 

جـ) 

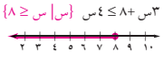
د)

حل كلاًّ من المتباينات الخطية الآتية، وتحقق من صحة الحل، ثم مثّل مجموعة حلها بيانيًّا على خط الأعداد:

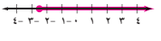
٥) ر − (−٥) > −٢ {ر | ر > −٧}



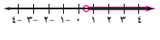
٦) ٣ س + ٨ ≤ ٤ س {س | س ≥ ٨}



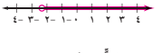
٧) ن − ٢,٥ ≤ −٥ {ن | ن ≤ −٢,٥}



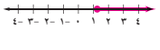
٨) ١,٥ > ص + ١ {ص | ص > ٠,٥}



٩) ع + ٣ > $\frac{٢}{٣}$ {ع | ع > −$\frac{١}{٣}$ ٢}



١٠) $\frac{١}{٤}$ ≥ جـ − $\frac{٣}{٤}$ {جـ | جـ ≤ ١$\frac{١}{٤}$}



عرف متغيرًا لكلٍّ مما يأتي، ثم اكتب متباينة وحلها، وتحقق من صحة الحل: ١١ - ١٣ إجابة ممكنة: افترض أن العدد = ن

١١) مجموع عدد مع ١٧، لا يقل عن ٢٦ ن + ١٧ ≥ ٢٦؛ {ن | ن ≥ ٩}

١٢) مِثْلا عدد ناقص ٤، أقل من ثلاثة أمثال ذلك العدد. ٢ن − ٤ < ٣ن؛ {ن | ن > −٤}

١٣) ثمانية زائد أربعة أمثال عدد، أكبر من خمسة أمثال ذلك العدد. ٨ + ٤ن > ٥ن؛ {ن | ن < ٨}

١٤) **غلاف جوي،** يتراوح ارتفاع طبقة التروبوسفير عن سطح الأرض بين ٩,٦ كم إلى ١٩,٢ كم تبعًا للموقع والفصل من السنة. فإذا حلقت طائرة على ارتفاع ٩,٣ كم في طبقة تروبوسفير عمقها ١٣,٨ كم، فكم كيلومترًا تستطيع الطائرة أن ترتفع دون أن تخرج من طبقة التروبوسفير؟ ٤,٥ كم على الأكثر

ملحق إجابات كتاب التمارين

٢ - ٢ حل المتباينات الخطية بالضرب والقسمة

صل كل متباينة فيما يأتي بالتعبير اللفظي المطابق لها:

١) ‑٤ن ≤ ٥ د
٢) $\frac{٤}{٥}$ن > ٥ و
٣) ٤ن ≥ ٥ هـ
٤) $\frac{٤}{٥}$ن ≥ ٥ ب
٥) ٤ن < ٥ جـ
٦) ‑٤ن < ٥ أ

i) سالب أربعة أمثال عدد، يقل عن خمسة.
ب) أربعة أخماس عدد، لا يزيد على خمسة.
جـ) أربعة أمثال عدد، يقل عن خمسة.
د) سالب أربعة أمثال عدد، لا يقل عن خمسة.
هـ) أربعة أمثال عدد يساوي خمسة على الأكثر.
و) أربعة أخماس عدد، يزيد على خمسة.

حُلّ كلاًّ من المتباينات الخطية الآتية، وتحقّق من صحة الحل:

٧) $-\frac{١}{٥}$ > ‑١٤ {أ | أ < ٧٠}
٨) ‑١٣هـ ≥ ٥٢ {هـ | هـ ≤ ‑٤}
٩) $\frac{ب}{١٦}$ ≤ ‑٦ {ب | ب ≤ ‑٩٦}
١٠) $\frac{٢}{٣}$ن > ‑١٢ {ن | ن > ‑١٨}
١١) $-\frac{٥}{٥}$ت > ٢٥ {ت | ت < ‑٤٥}
١٢) $-\frac{٣}{٥}$م ≥ ‑٦ {م | م ≤ ١٠}
١٣) ‑٣ب > ٠,٧٥ {ب | ب < ‑٠,٢٥}
١٤) ‑٠,٩جـ > ‑٩ {جـ | جـ < ١٠}
١٥) $\frac{١٠}{٣}$ك ≤ ١٠ {ك | ك ≤ ‑٣}
١٦) ‑١٥ص > ٣ {ص | ص < ‑$\frac{١}{٥}$}
١٧) ٢,٦ع ≤ ٢٠,٨ {ع | ع ≤ ‑٨}
١٨) ٠ > ‑٠,٥ص {ص | ص < ٠}

عرف متغيرًا لكلٍّ مما يأتي، ثم اكتب متباينة وحلها، وتحقق من صحة الحل: ١٩ - ٢١ إجابة ممكنة: افترض أن العدد ن

١٩) سالب ثلاثة أمثال عدد يساوي على الأقل ٥٧ ‑٣ن ≤ ٥٧؛ {ن | ن ≥ ‑١٩}
٢٠) لا يزيد ثلثا عدد على ‑١٠ $\frac{٢}{٣}$ن ≥ ‑١٠؛ {ن | ن ≥ ‑١٥}
٢١) سالب ثلاثة أخماس عدد، أقل من ‑٦ $-\frac{٣}{٥}$ن > ‑٦؛ {ن | ن < ١٠}

٢٢) **فيضانات**، يرتفع منسوب المياه في أحد الأودية بمعدل ٣ بوصات كل ساعة. وإذا ارتفع المنسوب لأكثر من ٢٤ بوصة سيحدث فيضان. فما المدة التي يمكن أن يستمر فيها ارتفاع منسوب المياه بهذا المعدل دون حدوث فيضان؟
لا تزيد على ٨ ساعات.

٢٣) **مبيعات**، يحقق مخزن مواد تموينية ربحًا قدره ١,٢٥ دينارًا من بيع كيس السكر الواحد. فإذا أراد المخزن أن يحقق ربحًا لا يقل عن ٢٠٠ دينارًا. فكم كيسًا من السكر يجب أن يبيع؟ ١٦٠ كيسًا على الأقل.

٢ - ٣ حل المتباينات الخطية بخطوات متعددة

برّر كل خطوة فيما يأتي:

١) س > $\frac{٥س-١٢}{٨}$
٨س > (٨) $\frac{٥س-١٢}{٨}$ ضرب الطرفين في ٨ ؟ i)
٨س > ٥س‑١٢
٨س ‑ ٥س > ٥س ‑ ١٢ ‑٥س طرح ٥س من الطرفين ؟ ب)
٣س > ‑١٢
$\frac{٣س}{٣}$ > $\frac{-١٢}{٣}$ قسمة كلا الطرفين على ٣ ؟ جـ)
س > ‑٤

٢) ٢(٢هـ+٢) > ٢(٣هـ+٥) ‑١٢ خاصية التوزيع ؟ i)
٤هـ+٤ > ٦هـ+١٠ ‑١٢ طرح ٦هـ من الطرفين ؟ ب)
٤هـ+٤ > ٦هـ ‑٢
٤هـ+٤ ‑٦هـ > ٦هـ ‑٢ ‑٦هـ
‑٢هـ+٤ > ‑٢ طرح ٤ من الطرفين ؟ جـ)
‑٢هـ+٤ ‑ ٤ > ‑٢ ‑ ٤
‑٢هـ > ‑٦
$\frac{-٢هـ}{-٢}$ < $\frac{-٦}{-٢}$ قسمة كلا الطرفين على ‑٢ ؟ د)
هـ < ٣ وتغيير اتجاه إشارة المتباينة

حلّ كلًّا من المتباينات الخطية الآتية، وتحقّق من صحة الحل:

٣) ‑٥ ‑ $\frac{ت}{٣}$ ≤ ‑٩ {ت | ت ≥ ٢٤}
٤) ٤و‑٦ ≧ ٦و‑٢٠ {و | و ≤ ٧}
٥) $\frac{٣+ف}{٢}$ > ‑٨ {م | م > ‑١٩}
٦) $\frac{-ف-١٠}{٥}$ < ٧ {ف | ف > ١٥}
٧) هـ ≥ $\frac{٦هـ+٣}{٥}$ {هـ | هـ ≤ ‑٣}
٨) ٣(ع+١)+١١ < ‑٢(ع+١٣) {ع | ع > ‑٨}
٩) ٣ر+٢(٤ر+٢) ≥ ٢(٦ر+١) {ر | ر ≤ ٢}
١٠) ٥ن ‑ ٣(ن ‑ ٦) ≤ ٠ {ن | ن ≤ ‑٩}

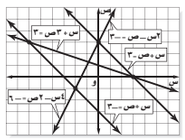
عرف متغيرًا لكلٍّ مما يأتي، ثم اكتب متباينة وحلها، وتحقق من صحة الحل: ١٢، ١٣ إجابة ممكنة: افترض أن العدد = ن

١١) يقل عدد عن ربع مجموع ثلاثة أمثاله مع أربعة. ن > $\frac{١}{٤}$(٣ن+٤)؛ {ن | ن < ٤}
١٢) مِثْلا مجموع عدد مع أربعة لا يزيد على ناتج طرح أربعة من ثلاثة أمثال مجموع ذلك العدد مع سبعة. ٢(ن+٤) ≥ ٣(ن+٧) ‑٤؛ {ن | ن ≤ ‑٩}
١٣) **هندسة**، مثلث قائم الزاوية طول قاعدته ١٦ مترًا، ولا تزيد مساحته على ١٢٠ مترًا مربعًا. فكم يمكن أن يكون ارتفاعه؟ لا يزيد على ١٥ مترًا.
١٤) **السيرة النبوية**، بدأ خالد في قراءة السيرة النبوية الشريفة في جلسات مدة كل منها $\frac{٣}{٤}$ الساعة لمدة ١٢ ساعة على الأقل في الأسبوع. فإذا قرأ في بداية هذا الأسبوع ٣ ساعات، فما عدد الجلسات المتبقية عليه ليحقق الهدف المحدد لعدد ساعات القراءة الأسبوعية؟ ١٢ جلسة على الأقل.

٢ - ٤ حل نظام مكون من معادلتين خطيتين بيانيًّا

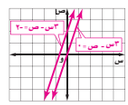
استعمل التمثيل البياني المجاور لتحدد إذا كان كل نظام فيما يأتي متسقًا أم غير متسق، ومستقلًّا أم غير مستقل:

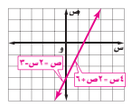
١) س + ص = ٣ متسق ومستقل
س + ص = ‑٣ غير متسق
٢) ٢ س ‑ ص = ‑٣
٤ س ‑ ٢ ص = ‑٦ متسق وغير مستقل
٣) س + ٣ ص = ٣ متسق ومستقل
س + ص = ‑٣
٤) س + ٣ ص = ٣
٢ س ‑ ص = ‑٣ متسق ومستقل

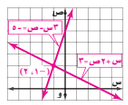


مثّل كل نظام فيما يأتي بيانيًّا، وأوجد عدد حلوله، وإذا كان واحدًا فاكتبه:

٥) ٣ س ‑ ص = ‑ ٢ لا يوجد حل
٣ س ‑ ص = ٠
٦) ص = ٢ س ‑ ٣ عدد لا نهائي من الحلول
٤ س = ٢ ص + ٦
٧) س + ٢ ص = ٣ حل واحد
٣ س ‑ ص = ‑ ٥ (‑ ٢، ١)

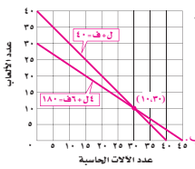






٨) **مبيعات**، يبيع متجرٌ ألعاب وآلات حاسبة، فإذا باع في الأسبوع الأول ٤٠ لعبة وآلة حاسبة بمبلغ إجمالي مقداره (١٨٠) دينارًا، وعلمت أن سعر الآلة الحاسبة ٤ دنانير، واللعبة ٦ دنانير، فأجب عمّا يأتي:

i) اكتب نظامًا من معادلتين لتمثيل هذا الموقف. ل + ف = ٤٠، ٤ ل + ٦ ف = ١٨٠
ب) مثّل هذا النظام بيانيًّا.
جـ) ما عدد كل من اللعب والآلات الحاسبة المبيعة في هذا الأسبوع؟ ٣٠ آلة حاسبة و ١٠ لعب



٢ - ٥ حل نظام مكون من معادلتين خطيتين بالتعويض

حل كلًّا من الأنظمة الآتية مستعملًا التعويض:

١) س = ٢ ص + ٧ (١، ‑٣)
س = ص + ٤
٢) ٤ س ‑ ص = ‑ ٧ (‑$\frac{١}{٤}$، ١$\frac{٢}{٣}$)
ص = ٥ س
٣) س + ٣ ص = ‑ ٤ لا يوجد حل
٢ س + ٦ ص = ٥
٤) ص = ٢ س ‑ ٢ (٦، ٤)
ص = ٢ س + ٢
٥) ص = ٢ س + ٦ لا يوجد حل
٢ س ‑ ص = ٢
٦) ٣ س + ص = ١٢ (٧، ‑٩)
ص = ‑ س ‑ ٢
٧) س + ٢ ص = ١٣ (‑٣، ٨)
‑ ٢ س ‑ ٣ ص = ‑ ١٨
٨) س ‑ ٢ ص = ٣ عدد لا نهائي
٤ س ‑ ٨ ص = ١٢ من الحلول
٩) س ‑ ٥ ص = ٣٦ (‑٤، ‑٨)
٢ س + ص = ‑ ١٦
١٠) ٢ س ‑ ٣ ص = ‑ ٢٤ (‑٦، ٤)
س + ٦ ص = ١٨
١١) س + ١٤ ص = ٨٤ (١٤، ٥)
٢ س ‑ ٧ ص = ‑ ٧
١٢) ٠,٣ س ‑ ٠,٢ ص = ٠,٥ (٥، ٥)
س ‑ ٢ ص = ‑ ٥
١٣) ٠,٥ س + ٤ ص = ‑ ١ (٦، ‑١)
س + ٢,٥ ص = ٣,٥
١٤) ٣ س ‑ ٢ ص = ١١ (٢، ٥)
س ‑ $\frac{١}{٢}$ ص = ٤
١٥) $\frac{١}{٣}$ س + ٢ ص = ١٢ (١٢، ٣)
س ‑ ٢ ص = ٦

١٦) **وظائف**، يعمل محمد في محل لبيع الأدوات الرياضية ويتقاضى ٢٥٠ دينارًا شهريًّا مضافًا إليها ٤٪ من قيمة مبيعاته، أو ٢٠٠ دينارًا شهريًّا مضافًا إليها ٥٪ من قيمة المبيعات.

i) اكتب نظامًا من معادلتين لتمثيل هذا الموقف. ص = ٠,٠٤ س + ٢٥٠، ص = ٠,٠٥ س + ٢٠٠
ب) ما قيمة المبيعات التي على محمد بيعها حتى يكون ما يتقاضاه متساويًا في الحالتين؟ ٥٠٠٠ دينار
جـ) أي العرضين أفضل؟ الأول إذا كان يتوقع أن يبيع بأقل من ٥٠٠٠ دينار، والثاني إذا كان يتوقع أن يبيع بأكثر من ٥٠٠٠ دينار.

١٧) **عصائر**، تباع الكأس الكبيرة من عصير البرتقال بـ ٠,٨ دينارًا، والصغيرة بـ ٠,٥ دينارًا. فإذا باع محل ٨ كؤوس بمبلغ ٥,٨ دينارًا. فأجب عما يأتي:

i) اكتب نظامًا من معادلتين لتمثيل هذا الموقف. س + ص = ٨، ٠,٨ س + ٠,٥ ص = ٥,٨
ب) ما عدد كلٍّ من كؤوس العصير الكبيرة والصغيرة التي باعها المحل؟ ٦ كبيرة، ٢ صغيرة

ملحق إجابات كتاب التمارين

٢ - ٦ حل نظام مكون من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الجمع والطرح

حل كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

١) س − ص = ١ ، س + ص = −٩ (−٤، −٥)
٢) ب + ك = −٢ ، ب − ك = ٨ (٣، −٥)
٣) ٤ س + ص = ٢٣ ، ٣ س − ص = ١٢ (٥، ٣)
٤) ٢ س + ٥ ص = −٣ ، ٢ س + ٢ ص = ٦ (٦، −٣)
٥) ٣ س + ٢ ص = −١ ، ٤ س + ٢ ص = −٦ (−٥، ٧)
٦) ٥ س + ٣ ص = ٢٢ ، ٥ س − ٢ ص = ٢ (٢، ٤)
٧) ٥ س + ٢ ص = ٧ ، −٢ س + ٢ ص = ١٤ (−٤، ٣)
٨) ٣ س − ٩ ص = −١٢ ، ٣ س − ١٥ ص = −٦ (−١، −٧)
٩) −٤ جـ − ٢ د = −٢ ، ٢ جـ − ٢ د = −١٤ (−٢، ٥)
١٠) ٢ س − ٦ ص = ٦ ، ٢ س + ٣ ص = ٢٤ (٩، ٢)
١١) ٧ س + ٢ ص = ٢ ، ٧ س − ٢ ص = −٣٠ (−٨، ٢)
١٢) ٤,٢٥ س − ١,٢٨ ص = −٩,٢ ، س + ١,٢٨ ص = ١٧,٦ (١٢,٥، ١,٦)
١٣) ٢ س + ٤ ص = ١٠ ، س − ٤ ص = −٢,٥ (١,٢٥، ٢,٥)
١٤) ٢,٥ س + ص = ١٠,٧ ، ٢,٥ س + ٢ ص = ١٢,٩ (٢,٢، ٣,٤)
١٥) ٦ م − ٨ ن = ٣ ، ٢ م − ٨ ن = −٣ $(\frac{٣}{٤}، ١\frac{١}{٢})$
١٦) ٤ أ + ب = ٢ ، ٤ أ + ٣ ب = ١٠ (٤، ٠,٥ −)
١٧) − س − ص = −٢ ، س − ص = ٤ (−١، ٣)
١٨) س − ص = ٨ ، س + ص = ١٩ (٥,٥، ١٣,٥)

١٩) عددان، مجموعهما ٤١ والفرق بينهما ٥، فما العددان؟ ١٨، ٢٣

٢٠) عددان، ثلاثة أمثال الأول ناقص الثاني يساوي ٢٠، وأربعة أمثال الأول زائد الثاني يساوي ٣٦، فما العددان؟ ٨، ٤

٢١) عددان، إذا أضيف الأول إلى ثلاث أمثال الثاني كان الناتج ٢٤، وإذا أضيف خمسة أمثال الأول إلى ثلاثة أمثال الثاني يكون الناتج ٣٦، فما العددان؟ ٣، ٧

٢٢) **تنزيلات**، اشترى فيصل في موسم التنزيلات زوجين من الجوارب وقميصين بمبلغ ٨,٣ دينارًا، واشترى راشد زوجين من الجوارب وقميصًا بمبلغ ٥ دنانير، فما سعر كل من زوج الجوارب والقميص؟
زوج الجوارب ٠,٨٥ دينارًا، القميص ٣,٣ دينارًا.

٢ - ٧ حل نظام مكون من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الضرب

حل كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

١) ٢ س − ص = −١ ، ٣ س + ٢ ص = −٤ (−٣، ٥)
٢) ٥ س − ٢ ص = −١٠ ، ٣ س + ٦ ص = ٦٦ (١٠، ٢)
٣) ٧ س + ٤ ص = −٤ ، ٥ س + ٨ ص = ٢٨ (٦، −٤)
٤) ٢ س − ٤ ص = −٢٢ ، ٣ س + ٣ ص = ٣٠ (٧، ٣)
٥) ٣ س + ٢ ص = −٩ ، ٥ س − ٣ ص = ٤ (−١، −٣)
٦) ٤ س − ٢ ص = ٣٢ ، −٣ س − ٥ ص = −١١ (٧، −٢)
٧) ٣ س + ٤ ص = ٢٧ ، ٥ س − ٣ ص = ١٦ (٥، ٣)
٨) ٠,٥ س + ٥,٠ ص = −٢ ، س − ٠,٢٥ ص = ٦ (٤، −٨)
٩) ٢ س $-\frac{٣}{٤}$ ص = −٧ ، س $+\frac{١}{٢}$ ص = ٠ (−٤، ٢)
١٠) ٦ س − ٣ ص = ٢١ ، ٢ س + ٢ ص = ٢٢ (٥، ٦)
١١) ٣ س + ٢ ص = ١١ ، ٢ س + ٦ ص = −٢ (٥، −٢)
١٢) −٣ س + ٢ ص = −١٥ ، ٢ س − ٤ ص = ٢٦ (١، −٦)

١٣) عددان، مجموعهما ١، وثمانية أمثال أحدهما مضافًا إلى خمسة أمثال الآخر يساوي −١٣، فما العددان؟ ٦، ٧

١٤) عددان؛ مِثْلا أولهما مضافًا إلى ثلاثة أمثال الثاني يساوي ٤، وثلاثة أمثال الأول مضافًا إلى أربعة أمثال الثاني يساوي ٧، فما العددان؟ ٥، −٢

١٥) **استثمارات**، استثمر محمد ١٠٠٠٠ دينارًا في مشروعين، وزاد المبلغ المستثمر في أحدهما بنسبة ٦٪، والمبلغ الآخر بنسبة ٩٪، فإذا كانت قيمة الزيادة الكلية ٦٨٤ دينارًا، فما المبلغ المستثمر في كلا المشروعين؟ ٧٢٠٠ دينار في المشروع الأول، ٢٨٠٠ دينار في المشروع الثاني

١٦) **نظرية الأعداد**، ما العدد الذي يتكون من رقمين مجموعهما يساوي ١١، ويزيد العدد الناتج عن عكس رقميه على العدد الأصلي بمقدار ٤٥؟ ٣٨

الفصل الثالث: الإحصاء والاحتمال

٣ - ١ تصميم دراسة مسحية وتحليل نتائج المسح

حدّد فيما يأتي العينة والمجتمع الذي اختبرت منه، ثم حدّد أسلوب جمع البيانات المستعمل:

١) **علم النباتات**، لتحديد مدى إصابة أشجار غابة بأحد أمراض الأوراق، قسّم مهندس زراعي الغابة إلى ١٠ أقسام، واختار عشوائيًّا مربعًا طول ضلعه ٢٠٠ قدم في كل قسم، وفحص جميع الأشجار في تلك المربعات.
العينة: الأشجار في المربعات المختارة؛ المجتمع: أشجار الغابة جميعها؛ التجربة

٢) **مالية**، لتحديد مدى انتشار الخدمات البنكية عبر الإنترنت في البحرين، قامت مؤسسة أبحاث بإرسال استبانة بالبريد إلى ٥٠٠٠ من المتعاملين مع البنوك؛ لمعرفة ما إذا كانوا يتعاملون مع بنوكهم عبر الإنترنت أم لا، وإن كانوا يتعاملون بها، فما عدد المعاملات في الشهر؟
العينة: ٥٠٠٠ شخص؛ المجتمع جميع المتعاملين مع البنوك؛ الدراسة المسحية

حدِّد في كل مما يأتي إذا كانت العيّنة متحيّزة أم غير متحيّزة، وفسّر إجابتك:

٣) **أحذية**، أراد مصنع أحذية أن يتحقّق من جودة الأحذية التي ينتجها. فقام بسحب ٢٠ زوجًا من الأحذية من خط التجميع في كل ٢٠ دقيقة لفحصها. غير متحيّزة؛ لأن أزواج الأحذية اختيرت بطريقة العينة العشوائية المنتظمة.

٤) **أعمال**، لمعرفة أي أهم الامتيازات في نظر موظفي شركة كبيرة، طُلِب إلى جهاز حاسب آلي أن يختار ٥٠ موظفًا عشوائيًّا. ثم أجريت لهم مقابلة في قسم شؤون الموظفين. غير متحيّزة؛ لأن كل موظف له الفرصة نفسها لأن يكون من العينة العشوائية البسيطة.

٥) **أعمال**، تقوم شركة تأمين بفحص الطلب من مضاعفات العدد ١٠٠ من كل طلب تعويض يقدم إليها، لضمان إنجاز الطلبات بصورة سليمة حسب الأصول. **حدّد العينة والمجتمع الذي اختبرت منه. ثم صنّف العينة إلى بسيطة أو طبقية أو منتظمة، وفسّر إجابتك.** كل طلب أعطي رقم من مضاعفات العدد ١٠٠ من طلب تعويض؛ جميع طلبات التعويض المقدمة لشركات التأمين؛ عشوائية منتظمة؛ لأنه يتم الاختيار ضمن فترة محددة.

حدد صحة المعلومات والاستنتاج لتقرير كل دراسة مسحية فيما يأتي:

٦) **واجبات منزلية**، سأل مشعل ١٦ طالبًا من زملائه في قاعة المكتبة.
السؤال: هل يكلّف معلمو المدرسة الطلاب حل واجبات كثيرة؟
النتائج: نعم: ٩٤٪؛ لا: ٦٪
الاستنتاج: يجب على معلمي المدرسة تقليل الواجبات التي يحددونها للطلاب. العينة ليست عشوائية؛ فقد تكون النتائج غير صحيحة، يريد الطلاب أن تظهر النتائج بهذا الشكل، لذا؛ قد تكون البيانات متحيزة

٧) **تدخين**، استطلعت صحيفة آراء ٥٠٠ من البالغين الذين تم اختيارهم عشوائيًّا في منطقة المنامة.
السؤال: هل تؤيد منع التدخين في المطاعم والأماكن العامة المغلقة في منطقة المنامة؟
النتائج: نعم ٥٨٪، لا: ٤١٪، غير متأكّد: ١٪
الاستنتاج: يجب منع التدخين في الأماكن العامة المغلقة في مملكة البحرين.
تبدو البيانات صحيحة وقد لا يكون الاستنتاج صحيحًا؛ لأن الاستطلاع شمل منطقة واحدة فقط في المملكة.

٣ - ٢ التباديل والتوافيق

١) **مهام**، يرغب أحمد في زيارة ٦ متاجر في طريق عودته إلى بيته من العمل. بكم طريقة يمكن أن يرتب زيارته لهذه المتاجر الستة؟ ٧٢٠

٢) **اقتراع**، ينتظر ٨ أشخاص للإدلاء بأصواتهم في انتخابات مجلس إدارة شركة. بكم طريقة يمكن أن يصطف هؤلاء للإدلاء بأصواتهم؟ ٤٠٣٢٠

أوجد قيمة كل مما يأتي:

٣) ${}_{١١}ل_{٣}$ ٩٩٠
٤) ${}_{٦}ل_{٣}$ ١٢٠
٥) ${}_{١٥}ل_{٣}$ ٢٧٣٠
٦) ${}_{١٠}ق_{٩}$ ١٠
٧) ${}_{١٢}ق_{٣}$ ٢٢٠
٨) ${}_{٧}ق_{٣}$ ٣٥
٩) ${}_{٧}ق_{٤}$ ٣٥
١٠) ${}_{١٢}ق_{٤}$ ٤٩٥
١١) ${}_{١٣}ل_{١}$ ١٣
١٢) ${}_{١٦}ق_{١٢}$ ١٨٢٠
١٣) ${}_{١٧}ق_{٣}$ ١٣٦
١٤) ${}_{١٦}ق_{٥}$ ٤٣٦٨
١٥) ${}_{٢٠}ل_{٥}$ ١٨٦٠٤٨٠
١٦) ${}_{١١}ل_{٤}$ ٧٩٢٠
١٧) ${}_{١٩}ق_{١٦}$ ٩٦٩
١٨) ${}_{١٥}ل_{٤}$ ٣٢٧٦٠
١٩) ${}_{١١}ق_{٣}$ ١٦٥

٢٠) **رياضة**، بكم طريقة يمكن ترتيب أول خمسة متسابقين يصلون إلى خط النهاية في أحد السباقات الرياضية؟ ١٢٠

٢١) **إجراءات قضائية**، يرغب المجلس الأعلى للقضاء في اختيار ٣ قضاة من بين ٨ قضاة للنظر في قضايا جنائية. وكان خمسة من القضاة يحملون درجة الدكتوراه في القانون، و٣ يحملون درجة الماجستير في القانون.
أ) هل يتضمن اختيار القضاة تباديل أم توافيق؟ توافيق
ب) بكم طريقة يمكن اختيار القضاة الثلاثة؟ ٥٦
جـ) إذا تم اختيار القضاة الثلاثة عشوائيًّا، فما احتمال أن يكونوا جميعًا من حملة درجة الدكتوراه؟ $\frac{٥}{٥٦}$ = ٩ ٪ تقريبًا

ملحق إجابات كتاب التمارين

٣ - ٣ احتمال الأحداث المستقلة

يحتوي كيس على ٥ كرات حمراء، و٣ بنّية، و٦ صفراء، وكرتين زرقاوين. إذا سُحبت ٣ كرات عشوائيًّا على التوالي من الكيس دون إرجاع، أوجد الاحتمالات الآتية:

١) ل (بنّية، ثم صفراء، ثم حمراء) $\frac{٣}{١١٢}$

٢) ل (حمراء، ثم حمراء، ثم زرقاء) $\frac{١}{٨٤}$

٣) ل (صفراء، ثم صفراء، ثم ليست زرقاء) $\frac{٣}{٢٨}$

٤) ل (بنّية، ثم بنّية، ثم ليست صفراء) $\frac{١}{٧٠}$

رُمي مكعب أرقام، وسُحبت بطاقة من كيس فيه ١٠ بطاقات حمراء، و١٠ بيضاء و١٠ زرقاء و١٠ خضراء، وكانت البطاقات من كل لون مرقّمة من ١ إلى ١٠. أوجد الاحتمالات الآتية:

٥) ل (العدد ٦ وبطاقة تحمل رقم ١٠) $\frac{١}{٦٠}$

٦) ل (عدد أولي وبطاقة زرقاء) $\frac{١}{٨}$

٧) ل (عدد أقل من ٣ وبطاقة حمراء) $\frac{١}{١٢}$

٨) ل (عدد أكبر من ١ وبطاقة ليست خضراء) $\frac{٥}{٨}$

٩) **طقس،** ذكر الراصد الجوي أن فرصة سقوط أمطار يوم الثلاثاء تساوي ٤٠٪، وفرصة سقوط أمطار يوم الأربعاء ٦٠٪. إذا كان الاحتمالان مستقلين، فما احتمال سقوط المطر في اليومين معًا؟ ٢٤٪

٣ - ٤ احتمال الأحداث المتنافية

١) حدّد ما إذا كان كلّ حدثين ممّا يأتي متنافيين أم لا، وفسّر إجابتك:

أ) فوز فريق معين أو خسارته في مباراة كرة قدم.
متنافيان؛ لأنه لا يمكن أن يقع فوز وخسارة الفريق في مباراة واحدة معًا.

ب) ظهور عدد زوجي أو عدد أولي عند رمي مكعّب مرقّم من (١–٦) مرة واحدة.
غير متنافيين؛ لأن الرقم ٢ زوجي وأولي في آن معًا.

جـ) اختيار ورقة نقد من فئة ١٠ دنانير أو ورقة من فئة ٥ دنانير، عند اختيار ورقة واحدة من وعاء يحتوي على ٢٠ ورقة من فئة ١٠ دنانير و٣٠ ورقة من فئة ٥ دنانير و٧ أوراق من فئة ٢٠ دينار.
متنافيان، لا يمكن أن تكون الورقة نفسها من فئة ١٠ دنانير ومن فئة ٥ دنانير في آن معًا.

٢) عند رمي مكعّبين مرقّمين من (١–٦)، إذا دلّ الحدث س على ظهور رقمين مجموعهما ٧ ودلّ الحدث ص على ظهور رقمين مجموعهما ٩، فأوجد ل(س ∪ ص). ٠,٢٨ تقريبًا

٣) يحتوي صندوق على ٢٠ قلمًا أزرق و٣٠ قلمًا أحمر و١٥ قلمًا أخضر. سحب محمود قلمًا واحدًا، فإذا دلّ الحدث أ على سحب قلم أحمر، ودلّ الحدث ب على سحب قلم أخضر، فأوجد ل(أ ∪ ب). ٠,٦٩ تقريبًا

٤) **طعام،** وضع حسين في كيس وصفات لأربعة أطباق من المعكرونة، وخمسة أطباق من اللحم بالخضار، وثلاثة أطباق من المقبلات، وثمانية أطباق من الحلوى.

أ) إذا اختار حسين إحدى الوصفات عشوائيًّا، فما احتمال أن يختار وصفة معكرونة أو وصفة لحم بالخضار؟
$\frac{٩}{٢٠} = ٤٥٪$

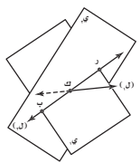
ب) إذا اختار حسين إحدى الوصفات عشوائيًّا، فما احتمال ألاّ يختار طبق حلوى؟ ٠,٦

جـ) إذا اختار حسين وصفتين عشوائيًّا على التوالي دون إرجاع، فما احتمال أن تكون الأولى وصفة طبق لحم بالخضار، والثانية وصفة طبق حلوى؟ $\frac{٢}{١٩} = ١٠,٥٪$ تقريبًا

الفصل الرابع: البرهان الرياضي والمستقيمات المتوازية

٤ - ١ المسلّمات والبراهين

اشرح كيف يوضح الشكل المجاور صحة العبارتين الآتيتين؛ ثم اذكر المسلّمة التي استعملتها:



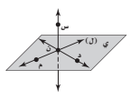
١) يتقاطع المستويان ي، و ي، في المستقيم (ل،).
يتقاطع المستويان في المستقيم (ل،)، إذا تقاطع مستويان، فإن تقاطعهما يكوّن خطًّا مستقيمًا.

٢) يتقاطع المستقيمان (ل)، (ل،) في النقطة ك.
إذا تقاطع مستقيمان، فإنهما يتقاطعان في نقطة واحدة فقط.

حدة إن كانت كل عبارة من العبارتين الآتيتين: صحيحة دائمًا، أو صحيحة أحيانًا، أو ليست صحيحة أبدًا، وفسر إجابتك.

٣) يحتوي تقاطع مستويين نقطتين على الأقل.
صحيحة دائمًا، إذا تقاطع مستيمان، فإن تقاطعهما يكون خطًّا مستقيمًا؛ ويحتوي المستقيم نقطتين على الأقل

٤) إذا اشتركت ثلاثة مستويات في نقطة، فإنها تشترك في مستقيم.
صحيحة أحيانًا، قد تشترك المستويات الثلاثة في نقطة واحدة.



في الشكل المجاور $\overleftrightarrow{ل}$ ، $\overleftrightarrow{نء}$ يقعان في مستوى واحد ي ، اذكر المسلمة التي يمكن استعمالها لإثبات صحة كل عبارة، مما يأتي :

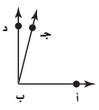
٥) تقع كلٌّ من النقطتين ن ، م ، والمستقيم (ل) في المستوى نفسه.
إذا وقعت نقطتان في مستوى، فإن المستقيم المار بهما يقع بأكمله في المستوى.

٦) يتقاطع المستقيمان ($\overleftrightarrow{ل}$)، $\overleftrightarrow{سن}$ في النقطة ن.
إذا تقاطع مستقيمان، فإنهما يتقاطعان في نقطة واحدة فقط.

٧) في الشكل المجاور النقطة هـ نقطة منتصف كلٍّ من $\overline{أب}$ ، $\overline{جـد}$ ، أب = جـد . اكتب برهانًا حرًّا لإثبات أن $\overline{أهـ} \cong \overline{هـد}$
المعطيات: هـ نقطة منتصف كلٍّ من $\overline{أب}$ ، $\overline{جـد}$ ، أب = جـد
المطلوب إثبات أن $\overline{أهـ} \cong \overline{هـد}$
البرهان: إذا كانت هـ نقطة منتصف كلٍّ من $\overline{أب}$ ، $\overline{جـد}$ ، فسينتج بحسب تعريف نقطة منتصف القطعة المستقيمة أن أهـ = ب هـ ، جـ هـ = هـ د إذن أهـ = $\frac{١}{٢}$ أب، هـ د = $\frac{١}{٢}$ جـ د، من تعريف التطابق، وبالتعويض $\frac{١}{٢}$ أب = $\frac{١}{٢}$ جـ د أي أهـ = هـ د ، إذن $\overline{أهـ} \cong \overline{هـد}$ باستعمال تعريف التطابق

٨) إذا علمت أن النقاط أ، ب ، جـ، لا تقع على استقامة واحدة، وكذلك النقاط ب، جـ، د. أما النقاط أ، ب، جـ، د لا تقع في مستوى واحد. فصف مستويين يتقاطعان في المستقيم ب جـ.
مستوى يحوي أ، ب، جـ ومستوى يحوي ب، جـ، د

٤ - ٢ البرهان الجبري



برهان، اكتب برهانًا ذا عمودين لإثبات صحة التخمين الآتي:

١) إذا كان ق ∠أ ب جـ = (٣س – ٥)° ، ق ∠أ ب جـ + ق ∠جـ ب د = ٩٠°،
ق ∠جـ ب د = $(\frac{س+١}{٢})$°، فإن س = ٢٧.

المعطيات: ق∠أ ب جـ = (م س – ٥)°، ق ∠أ ب جـ + ق ∠جـ ب د = ٩٠°، ق ∠جـ ب د = $(\frac{س+١٠}{٢})$°

العبارات	المبررات
١) المعطيات: ق∠أ ب جـ = (٣ س – ٥)°، ق ∠أ ب جـ + ق ∠جـ ب د = ٩٠°، ق ∠جـ ب د = $(\frac{س+١}{٢})$°	١) معطيات
٢) (٣س – ٥) + $(\frac{س+١}{٢})$ = ٩٠	٢) خاصية التعويض للمساواة
٣) ٢(٣س – ٥) + ٢ $(\frac{س+١}{٢})$ = ٢(٩٠)	٣) خاصية الضرب للمساواة
٤) ٦س – ١٠ + س + ١ = ١٨٠	٤) خاصية التوزيع
٥) ٧س – ٩ = ١٨٠	٥) خاصية التعويض للمساواة
٦) ٧س – ٩ + ٩ = ١٨٠ + ٩	٦) خاصية الجمع للمساواة
٧) ٧س = ١٨٩	٧) خاصية التعويض للمساواة
٨) $\frac{٧س}{٧} = \frac{١٨٩}{٧}$	٨) خاصية القسمة للمساواة
٩) س = ٢٧	٩) خاصية التعويض للمساواة

٢) **هندسة،** صيغة حساب حجم المنشور الرباعي هو ح = ل × ض × ع ، حيث ح الحجم، ل الطول، ض العرض، ع الارتفاع. أثبت أن ض = $\frac{ح}{ل \times ع}$ مبررًا كل خطوة.

المعطيات: ح = ل × ض × ع المطلوب: إثبات أن ض = $\frac{ح}{ل \times ع}$

العبارات	المبررات
١) ح = ل × ض × ع	١) معطيات
٢) $\frac{ح}{ل \times ع} = \frac{ل \times ض \times ع}{ل \times ع}$	٢) خاصية القسمة للمساواة
٣) $\frac{ح}{ل \times ع} =$ ض	٣) خاصية التعويض للمساواة
٤) ض = $\frac{ح}{ل \times ع}$	٤) خاصية التماثل للمساواة.

ملحق إجابات كتاب التمارين

٤ - ٣ إثبات علاقات بين القطع المستقيمة

أكمل البرهان الآتي:

١) **المعطيات،** $\overline{أب} \cong \overline{دهـ}$
ب نقطة منتصف $\overline{أجـ}$.
هـ نقطة منتصف $\overline{دو}$.

المطلوب، إثبات أن: $\overline{بجـ} \cong \overline{هـو}$

البرهان،

العبارات	المبررات
١) $\overline{أب} \cong \overline{دهـ}$	١) المعطيات
ب نقطة منتصف $\overline{أجـ}$	
هـ نقطة منتصف $\overline{دو}$	
٢) أ ب = د هـ	٢) تعريف التطابق
٣) ب جـ = أ ب	٣) تعريف نقطة المنتصف
د هـ = هـ و	
٤) ب جـ = د هـ	٤) خاصية التعويض للمساواة
٥) ب جـ = هـ و	٥) خاصية التعويض للمساواة
٦) $\overline{بجـ} \cong \overline{هـو}$	٦) تعريف التطابق

٢) **رحلة،** يعلم أحمد أن المسافة من المدينة أ إلى المدينة ب تساوي المسافة من المدينة جـ إلى المدينة د . أثبت أن المسافة من المدينة أ إلى المدينة جـ تساوي المسافة من المدينة ب إلى المدينة د ، مستعملًا الشكل المجاور.

المعطيات: أب = جـ د

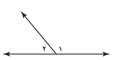
المطلوب: إثبات أن أ جـ = ب د

العبارات	المبررات
١) أب = جـ د	١) معطى
٢) أ ب + ب جـ = ب جـ + جـ د	٢) خاصية الجمع للمساواة
٣) أ ب + ب جـ = أ جـ ، ب جـ + جـ د = ب د	٣) مسلمة جمع أطوال القطع المستقيمة
٤) أ جـ = ب د	٤) خاصية التعويض للمساواة.

٤ - ٤ إثبات العلاقات بين الزوايا

أوجد قياس كل زاوية من الزوايا المرقمة الآتية، واذكر النظرية التي تبرر إجابتك:

١) ق(∠١) = (٣س + ١٨)°
ق(∠٢) = (س + ١٠)°



ق(∠١) = ١٣٢°
ق(∠٢) = ٤٨°
نظرية الزاويتين المتكاملتين

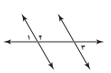
٢) ق(∠٤) = (٢س − ٥)°
ق(∠٥) = (٤س − ١٣)°

ق(∠٣) = ٩٠°، ق(∠٤) = ٣١°
ق(∠٥) = ٥٩°
نظريتا الزاويتين المتكاملتين والزاويتين المتتامتين

٣) ق(∠٦) = (٧س − ٢٤)°
ق(∠٧) = (٥س + ١٤)°

ق(∠٦) = ١٠٩°
ق(∠٧) = ١٠٩°
نظرية الزوايا المتقابلة بالرأس

٤) أكمل برهان ذا عمودين.



المعطيات، ∠١، ∠٢ زوايا خطية.
∠٢، ∠٣ متكاملتان.

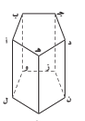
المطلوب، إثبات أن ∠١ ≅ ∠٣

العبارات	المبررات
١) ∠١، ∠٢ زوايا خطية ∠٢، ∠٣ متكاملتان.	١) معطيات
٢) ∠١، ∠٢ متكاملتان	٢) تعريف الزاوية الخطية
٣) ∠١ ≅ ∠٣	٣) نظرية تطابق المكملات

٥) **شوارع،** يصنع طريق المطار زاوية قائمة مع شارع الجامعة عند نقطة تقاطعهما. ويصنع شارع الفيحاء زاوية قياسها ٥٧° مع طريق المطار كما في الشكل المجاور. فما قياس الزاوية الحادة بين شارع الفيحاء وشارع الجامعة؟ ٣٣°

٤ - ٥ المستقيمات والقواطع

حدِّد كلًّا مما يأتي مستعملًا الشكل المجاور:



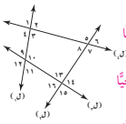
١) جميع المستويات التي تتقاطع مع المستوى د هـ ن ن م ل، د هـ أ، هـ م ل، جـ د ن

٢) جميع القطع المستقيمة التي تتقاطع مع $\overleftrightarrow{ب أ}$ $\overline{آل}$، $\overline{بجـ}$، $\overline{آهـ}$، $\overline{بو}$

٣) جميع القطع المستقيمة التي توازي $\overline{نم}$ $\overline{دهـ}$

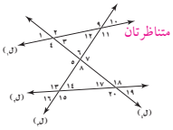
٤) جميع القطع المستقيمة التي تخالف $\overline{وز}$ $\overline{جـد}$، $\overline{دهـ}$، $\overline{هـأ}$، $\overline{آب}$، $\overline{هـم}$، $\overline{دن}$، $\overline{آل}$

صنِّفْ كل زوج من الزوايا الآتية إلى زاويتين متبادلتين داخليًّا، أو متبادلتين خارجيًّا، أو متناظرتين أو متحالفتين، مستعملًا الشكل المجاور:



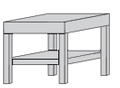
٥) ∠٢، ∠١٠ متناظرتان
٦) ∠١٣، ∠٧ متبادلتان داخليًّا
٧) ∠١٣، ∠٩ متناظرتان
٨) ∠١٦، ∠٦ متبادلتان خارجيًّا
٩) ∠١٠، ∠٣ متحالفتان
١٠) ∠١٤، ∠٨ متبادلتان داخليًّا

حدِّدْ القاطع الذي يصل كل زوج من الزوايا فيما يأتي، ثم صنف كل زوج منها إلى زاويتين متبادلتين داخليًّا، أو متبادلتين خارجيًّا، أو متناظرتين، أو متحالفتين:



١١) ∠١٢، ∠٢ $\overleftrightarrow{ل_1}$، متبادلتان داخليًّا
١٢) ∠١٨، ∠٦ $\overleftrightarrow{ل_1}$، متناظرتان
١٣) ∠١٩، ∠١٣ $\overleftrightarrow{ل_2}$، متبادلتان خارجيًّا
١٤) ∠٧، ∠١١ $\overleftrightarrow{ل_2}$، متحالفتان

أثاث، استعمل الصورة المجاورة للإجابة عن السؤالين الآتيين:

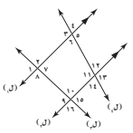


١٥) سمّ مستويين متوازيين. إجابة ممكنة سطح الطاولة العلوي وسطح الرف

١٦) سمّ مستقيمين متوازيين. إجابة ممكنة دعامتان من دعائم الطاولة

٤ - ٦ الزوايا والمستقيمات المتوازية

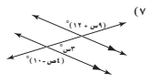
في الشكل المجاور، إذا كان ق(∠٢) = ٩٢°، ق(∠١٢) = ٧٤° ، فأوجد قياس كل زاوية مما يأتي، واذكر المسلمات أو النظريات التي استعملتها:



١) ∠١٠ ٩٢° مسلمة الزوايا المتناظرة
٢) ∠٨ ٩٢° نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس
٣) ∠٩
٤) ∠٥ ١٠٦° مسلمة الزاويتين المتحالفتين
٥) ∠١١ ١٠٦° تعريف الزاويتين المتكاملتين
٦) ∠١٣ ١٠٦ تعريف الزاويتين المتكاملتين

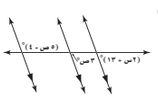
أوجد قيمة س، ص في كل من الشكلين الآتيين، ثم وضح إجابتك:

٧)



س = ١٤، ص = ٣٧

٨)

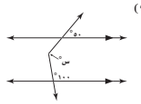


س = ٢٨، ص = ٢٣

٣) ٨٨° مسلمة الزاويتين المتحالفتين ونظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس.

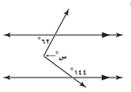
أوجد قيمة س في كل من الشكلين الآتيين (إرشاد: ارسم مستقيمًا مساعدًا):

٩)



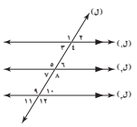
١٣٠

١٠)



٩٨

١١) **برهان،** اكتب برهانًا حرًّا.



المعطيات، $\overleftrightarrow{ل_1} \parallel \overleftrightarrow{ل_2}$ ، $\overleftrightarrow{ل_2} \parallel \overleftrightarrow{ل_3}$

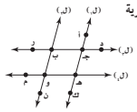
المطلوب، إثبات أن ∠١ ≅ ∠١٢

بما أن $\overleftrightarrow{ل_1} \parallel \overleftrightarrow{ل_3}$ فإن ∠١ ≅ ∠٨ بحسب نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجيًّا وبما أن $\overleftrightarrow{ل_2} \parallel \overleftrightarrow{ل_3}$ فإن ∠٨ ≅ ∠١٢ بحسب مسلمة الزوايا المتناظرة، وباستعمال خاصية التعدي ∠١ ≅ ∠١٢

١٢) **سياج،** أُضيفت دعامة قطرية إلى السياج لتقوية أسلاكه ومنعها من الارتخاء. فشكّلت هذه الدعامة مع السلك زاوية قياسها ٥٠° كما في الشكل المجاور. أوجد قيمة ص. ١٣٠

٤ ـ ٧ إثبات توازي مستقيمين

عين أي المستقيمات في كل مما يأتي متوازية مستعملًا المعطيات والشكل المجاور، واذكر المسلّمة أو النظرية التي تبرر إجابتك.



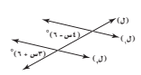
١) ق∠ب جـ هـ + ق∠و هـ جـ = ١٨٠°
$\overleftrightarrow{ل_١} \parallel \overleftrightarrow{ل_٤}$ ، عكس نظرية الزاويتين المتحالفتين

٢) ∠جـ ب و ≅ ∠هـ و ن
$\overleftrightarrow{ل_١} \parallel \overleftrightarrow{ل_٣}$ ، بحسب عكس مسلمة الزوايا المتناظرة

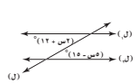
٣) ∠م و ب ≅ ∠و ب جـ
$\overleftrightarrow{ل_٢} \parallel \overleftrightarrow{ل_٤}$ ، عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليًا

٤) ∠أ جـ د ≅ ق∠د ر و
$\overleftrightarrow{ل_١} \parallel \overleftrightarrow{ل_٣}$ ، بحسب عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجيًا

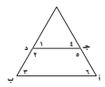
إذا كان $\overleftrightarrow{ل_١} \parallel \overleftrightarrow{ل_٢}$ ، فأوجد قيمة س في كل مما يأتي. وضّح خطوات الحل.

٥) 
(ل١) (ل٢) (٣س + ٦٠)° (٣س + ٦٠)°
١٢

٦)
(ل١) (ل٢) (٥س + ١٨٠)° (٧س + ٢٤)°
٢١

٧) 
(ل١) (ل٢) (٢س + ١٢)° (٤س − ١٥)°
٩

٨) **برهان:** اكتب برهانًا ذا عمودين.
المعطيات: ∠١ وَ ∠٣ متكاملتان .
المطلوب: إثبات أن $\overline{أ ب} \parallel \overline{جـ د}$



المعطيات:

العبارات	المبررات
١) ∠١، ∠٣ متكاملتان	١) معطى
٢) $\overleftrightarrow{أ ب} \parallel \overleftrightarrow{جـ د}$	٢) نظرية الزاويتين المتحالفتين.
٣) $\overline{أ ب} \parallel \overline{جـ د}$	٣) تعريف القطع المستقيمة المتوازية

٩) **حدائق:** يرغب بستاني في زراعة شجيرات الورود في حديقة على شكل صفوف متوازية، إذا علمت أن الحديقة تقع على أحد جانبي ممر مستقيم للمشاة. فكيف يمكنه أن يتحقق من أن هذه الصفوف متوازية. يتحقق من أن هذه الصفوف تكون عمودية على ممر المشاة.

الفصل الخامس: المثلثات والتطابق

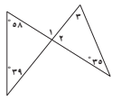
٥ ـ ١ زوايا المثلث

أوجد قياس كلٍّ من الزوايا المرقمة في كلٍّ مما يأتي:

١) ق∠١ = ١٨°، ق∠٢ = ٩٠°

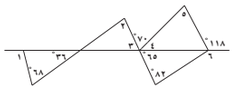
٢) ق∠١ = ٨٥°

أوجد كلًّا مما يأتي:



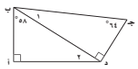
٣) ق∠١ ٩٧°
٤) ق∠٢ ٨٣°
٥) ق∠٣ ٦٢°

أوجد كلًّا مما يأتي:



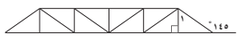
٦) ق∠١ ١٠٤°
٧) ق∠٤ ٤٥°
٨) ق∠٣ ٦٥°
٩) ق∠٢ ٧٩°
١٠) ق∠٥ ٧٣°
١١) ق∠٦ ١٤٧°

أوجد كلًّا مما يأتي:



١٢) ق∠١ ٢٦°
١٣) ق∠٢ ٣٢°

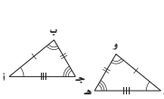
١٤) **إنشاءات:** يبيّن الشكل المجاور جزءاً من دعامة تستعمل في بناء الجسور. أوجد ق∠١. ٥٥°



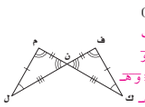
٥ ـ ٢ المثلثات المتطابقة

بيّن أن المثلثين متطابقان بتعيين جميع العناصر المتناظرة المتطابقة، ثم اكتب عبارة تطابق في كلٍّ مما يأتي:

١)



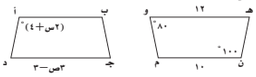
٢)



∠أ ≅ ∠د ؛ ∠و ≅ ∠ب
$\overline{جـ هـ} \cong \overline{هـ أ}$ ؛ $\overline{أ ب} \cong \overline{د و}$
$\overline{أ جـ} \cong \overline{د هـ}$ ؛ $\overline{ب جـ} \cong \overline{و هـ}$
△ أ ب جـ ≅ △ د و هـ ك

∠م ≅ ∠ف ؛ ∠ل ≅ ∠ك
$\overline{م ن} \cong \overline{ل ن}$ ، $\overline{ف ن} \cong \overline{ك ن}$
△ ل م ن ≅ △ ك ف ن

إذا كان المضلع أ ب جـ د ≅ المضلع ن م و هـ، فأوجد قيمة:



٣) س س = ٤٨
٤) ص ص = ٥

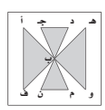
٥) **برهان:** اكتب برهانًا ذا عمودين.

المعطيات: أ د جـ، ب د جـ مثلثان فيهما: ∠أ ≅ ∠ب ، ∠أ جـ د ≅ ∠ب جـ د ، $\overline{أ د} \cong \overline{ب د}$ ، $\overline{أ جـ} \cong \overline{ب جـ}$.
المطلوب: إثبات أن △أ د جـ ≅ △ب د جـ

البرهان:

العبارات	المبررات
١) ∠أ ≅ ∠ب ، ∠أ جـ د ≅ ∠ب جـ د	١) المعطيات
٢) $\overline{أ د} \cong \overline{ب د}$	٢) نظرية الزاوية الثالثة
٣) $\overline{أ د} \cong \overline{ب د}$ ، $\overline{أ جـ} \cong \overline{ب جـ}$	٣) المعطيات
٤) $\overline{د جـ} \cong \overline{د جـ}$	٤) خاصية الانعكاس
٥) △أ د جـ ≅ △ب د جـ	٥) العناصر المتناظرة في المثلثين متطابقة

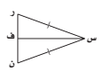
٦) **تنجيد،** تم تنجيد أريكة بزخرفة كما في الشكل المجاور:



أ) عين المثلثات التي تبدو أنها متطابقة في الشكل المجاور .
△أ ب ف ≅ △هـ ب و ، △جـ ب د ≅ △ن ب م
ب) سمّ الزوايا المتطابقة والأضلاع المتطابقة لكل مثلثين متطابقين .
إجابة ممكنة: في المثلثين المتطابقين أ ب ف ، و هـ ب
∠أ ≅ ∠هـ ، ∠أ ب ف ≅ ∠هـ ب و ، ∠ف ≅ ∠و ، $\overline{أ ب} \cong \overline{ب و}$ ، $\overline{أ ف} \cong \overline{هـ و}$ ، $\overline{ف ب} \cong \overline{ب هـ}$

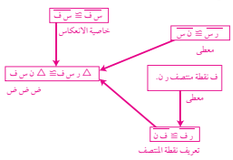
٥ ـ ٣ إثبات تطابق المثلثات: ض ض ض ، ض ز ض

١) اكتب برهانًا تسلسليًا.



المعطيات: $\overline{ر س} \cong \overline{ن س}$
ف نقطة منتصف $\overline{ر ن}$

المطلوب: إثبات أن △ ر س ف ≅ △ن س ف
البرهان:



حدد المسلّمة التي يمكن استعمالها لإثبات أن المثلثين في كل من الأسئلة الآتية متطابقان، وإذا كان من غير الممكن إثبات تطابقهما، فاكتب«غير ممكن» :

٢)

غير ممكن

٣)

ض ض ض أو ض ض ز

٤)

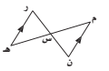
ض ض ض

٥) **القياس غير المباشر،** رسم حامد مثلثين كما في الشكل المجاور
لقياس عرض بحيرة صغيرة. فكيف يعرف أن الطولين أ ب ، أ′ب′ متساويان؟
بما أن ∠أ جـ ب ، ∠أ′ جـ ب′ متقابلتان بالرأس فإنهما متطابقتان.
ومن الشكل تلاحظ أن $\overline{أ جـ} \cong \overline{أ′ جـ}$ ، $\overline{ب جـ} \cong \overline{ب′ جـ}$. وعليه، فيكون △أ ب جـ ≅ △أ′ ب′ جـ بحسب ض ز ض. وبما أن العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين تكون متطابقة، فإن $\overline{أ′ ب′} \cong \overline{أ ب}$. ومن تعريف التطابق ينتج أن أ ب وَ أ′ ب′ متساويان.

ملحق إجابات كتاب التمارين

٤ ـ ٥ إثبات تطابق المثلثات: ز ض ز ، ز ز ض

برهان: اكتب البرهان المحدد في السؤالين الآتيين :



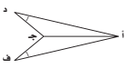
١) اكتب برهانًا تسلسليًا.

المعطيات: س نقطة منتصف $\overline{هـ م}$

$\overline{هـ ر} \parallel \overline{م ن}$

المطلوب: إثبات أن $\triangle$ هـ س ر $\cong \triangle$ م س ن

البرهان:



٢) اكتب برهانًا حرًا.

المعطيات: ∠ د ≅ ∠ ف ،

$\overline{أ جـ}$ تنصف ∠ د أ ف.

المطلوب: إثبات أن: $\overline{د جـ} \cong \overline{ف جـ}$

بما أن $\overline{أ جـ}$ تنصف ∠ د أ ف، فإن ∠د أ جـ ≅ ∠ف أ جـ بحسب تعريف منصف الزاوية.
ومعلوم أيضًا أن ∠د ≅ ∠ف. وبناءً على خاصية الانعكاس ينتج أن، $\overline{جـ أ} \cong \overline{جـ أ}$. لذا فإن △ د أ جـ ≅ △ ف أ جـ بحسب المسلّمة ز ز ض. إذن د جـ ≅ ف جـ لأن العناصر المتناظرة في مثلثين متطابقين تكون متطابقة.

هندسة العمارة: استعمل المعلومات الآتية للإجابة عن السؤالين ٣، ٤ .

استعمل مهندس تصميم النافذة المبينة في الشكل المجاور عند إعادة هيكلة قاعة الرسم.
طول كل من $\overline{أ ب}$ ، $\overline{جـ ب}$ يساوي ٣ أقدام.

٣) افرض أن د نقطة منتصف $\overline{أ جـ}$. بين ما إذا كان △أ ب د ≅ △جـ ب د؟ وبرّر إجابتك .

بما أن د نقطة منتصف $\overline{أ جـ}$ ، فإن $\overline{أ د} \cong \overline{جـ د}$ حسب نظرية نقطة المنتصف، وكذلك $\overline{أ ب} \cong \overline{جـ ب}$ بحسب تعريف تطابق القطع المستقيمة، وَ نعلم أن $\overline{ب د} \cong \overline{ب د}$ من خاصية الانعكاس، لذلك فإن △ أ ب د ≅ △ جـ ب د بحسب المسلمة ض ض ض.

٤) افرض أن ∠أ ≅ ∠ جـ. بيّن ما إذا كان △أ ب د ≅ △جـ ب د؟ وبرّر إجابتك.

نعلم أن $\overline{أ ب} \cong \overline{جـ ب}$ ، و ∠أ ≅ ∠جـ. ونعلم أيضاً أن $\overline{ب د} \cong \overline{ب د}$ بحسب خاصية الانعكاس. وبما أنه لا يمكن إثبات تطابق مثلثين في حالة ض ض ز، لذا لا يمكن الحكم على تطابق المثلثين.

٥ ـ ٥ المثلثات المتطابقة الضلعين و المثلثات المتطابقة الأضلاع

ارجع إلى الشكل المجاور للإجابة عن الأسئلة الآتية :

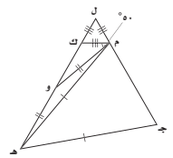
١) إذا كان $\overline{ر ف} \cong \overline{ر ت}$ ، فسمّ زاويتين متطابقتين. ∠ر ت ف ≅ ∠ر ف ت

٢) إذا كان $\overline{ر س} \cong \overline{س ف}$ ، فسمّ زاويتين متطابقتين. ∠س ف ر ≅ ∠س ر ف

٣) إذا كانت ∠ س ر ت ≅ ∠ س ت ر ، فسمّ قطعتين مستقيمتين متطابقتين. $\overline{س ت} \cong \overline{س ر}$

٤) إذا كانت ∠ س ت ف ≅ ∠ س ف ت ، فسمّ قطعتين مستقيمتين متطابقتين. $\overline{س ت} \cong \overline{س ف}$

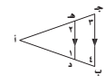
أوجد قياس كل مما يأتي :



٥) ق∠ك م ل ٦٠° ٦) ق∠هـ م جـ ٧٠° ٧) ق∠جـ هـ م ٤٠°

٨) إذا كان ق∠هـ و م = ١٤٥°، فأوجد ق∠م هـ و. ١٧,٥°

٩) إذا كان ق∠جـ = ٦٧°، فأوجد ق∠جـ هـ م. ٤٦°



١٠) **برهان:** اكتب برهانًا ذا عمودين.

المعطيات: د هـ // $\overline{ب جـ}$ ، ∠١ ≅ ∠٢

المطلوب: إثبات أن $\overline{أ ب} \cong \overline{أ جـ}$

البرهان:

العبارات	المبررات
١) د هـ // $\overline{ب جـ}$	١) معطى
٢) ∠١ ≅ ∠٤	٢) الزاويتان المتناظرتان متطابقتان.
∠٢ ≅ ∠٣	٣) معطى
٣) ∠١ ≅ ∠٢	٤) تطابق الزوايا يحقق خاصية التعدي .
٤) ∠٣ ≅ ∠٤	٥) إذا تطابقت زاويتان في مثلث، فإن الضلعين
٥) $\overline{أ ب} \cong \overline{أ جـ}$	المقابلين لهاتين الزاويتين متطابقان.

١١) **رياضة:** تتخذ راية فريق كرة القدم لإحدى المدارس شكل مثلث متطابق الضلعين.
فإذا كان قياس زاوية رأس المثلث ١٨°، فأوجد قياس كل من زاويتي القاعدة. ٨١°، ٨١°

ملحوظات للمعلم

الإحداثي السيني (س): (ص ١٠)
هو المسقط الأفقيُّ للنقطة في الزوج المرتب (س، ص).

الإحداثي الصادي (ص): (ص ١٠)
هو المسقط الرأسيُّ للنقطة في الزوج المرتب (س، ص).

اختبار الخط الرأسي: (ص ١٨)
اختبار يُستعمل لتحديد ما إذا كان التمثيل البياني لعلاقة ما يمثل دالةً أم لا، فإذا لم يقطع أيّ خطٍّ رأسي التمثيل البياني للعلاقة في أكثر من نقطةٍ واحدةٍ، فإن العلاقة تمثل دالةً.

الأساس: (ص ٤٦)
الأساس في المتتابعة الحسابية هو الفرق بين أي حدين متتاليين ويُرمز إليه بالرمز "د".

الأصفار: (ص ٢٨)
الجذور أو المقاطع السينيه للدالة، أو هي قيم س التي تجعل د(س) = ٠

البرهان: (ص ١٢٥)
هو عبارة عن حججٍ منطقيةٍ، تكون كلُّ عبارةٍ فيه مدعمةً بعبارةٍ قُبلت علَى أنها صحيحةٌ.

البرهان الاستنتاجي: (ص ١٢٦)
هو البرهان الذي يتمُّ من خلال الإنتقال من المعطيات إلى المطلوب في سلسلة من العبارات المنطقية.

البرهان التسلسلي: (ص ١٧٧)
البرهان الذي يستعمل عباراتٍ مكتوبةً في مستطيلاتٍ، وأسهُمًا تبيِّن التسلسل المنطقيَّ لخطواتِ البرهان، ويُكتب السبب الذي يبرِّر العبارةَ المكتوبةَ داخل المستطيل أسفله.

البرهان الجبري: (ص ١٣٠)
سلسلة من العبارات الجبرية تزوَّد خصائص المساواة فيها بتبريراتٍ لكثيرٍ من العبارات المُستعملَة.

البرهان الحرُّ أو (البرهان غير الشكليّ): (ص ١٢٦)
إحدى الطرائق المستعملة لإثبات صحة العبارات والتخمينات، ويُكتب على شكل فقرات تُفسِّر أسباب صحة التخمين المتعلق بموقفٍ معيَّنٍ.

البرهان الشكلي أو (البرهان ذو العمودين): (ص ١٣١)
عباراتٌ ومبرِّراتٌ منظَّمة في عمودين، حيث تؤكد المبررات صحة العبارات.

التبديل: (ص ١٠٤)
هو ترتيب لمجموعة من الأشياء أو العناصر.

التطابق: (ص ١٨٢)
إذا كان لشكلين هندسيين الشكل نفسه والقياس نفسه فإنهما متطابقان.

التعويض: (ص ٧٩)
هي طريقة جبرية لحل نظام معادلات تقوم على حلِّ إحدى المعادلتين بالنسبة لأحد المتغيرين، ومن ثم التعويض عن هذا المتغير في المعادلة الأخرى.

التوافيق: (ص ١٠٥)
عدد الطرائق الممكنة لتشكيل مجموعة من العناصر ليس لترتيبها أهمية.

الجذر: (ص ٢٨)
حل المعادلة، وهو أيُّ قيمةٍ للمتغير تجعل المعادلة صحيحةً.

الحد: (ص ٤٦)
هو أيُّ عددٍ في المتتابعة الحسابية.

الحد الثابت: (ص ٢٢)
هو الحد الذي لا يحتوي على متغيرٍ.

حدثٌ بسيطٌ: (ص ١١٠)
هو حدث يتكون من عنصر واحد.

حدثٌ مركبٌ: (ص ١١٠)
حادثٌ يتكون من حدثين بسيطين أو أكثر.

حدثان غير متنافيين: (ص ١١٦)
الحدثان اللَّذان يمكن وقوعهما معًا.

حدثان غير مستقلَّين: (ص ١١٠)
حدثان يؤثر ناتج أحدهما في ناتج الآخر.

حدثان متنافيان (ص ١١٤)
الحدثان اللَّذان لا يمكن وقوعهما معًا.

حدثان مستقلان (ص ١١٠)
حادثتان لا تؤثر نتيجة إحداها في نتيجة الأخرى.

الحذف (ص ٨٥)
هي طريقة جبرية لحلِّ نظام معادلات تقوم على حذف أحد المتغيرات باستعمال الجمع أو الطرح.

الدالة: (ص ١٦)
علاقة بين مجموعتين، حيث يربط فيها كل عنصر من عناصر المجال بعنصرٍ واحدٍ فقط من عناصر المدى.

الدالة الأم لمجموعة الدوال الخطية (ص ٢٨)
هي أبسط دالة خطية تُكتب في الصورة:
د (س) = س.

الدالة الخطية: (ص ٢٨)
دالة تحقق أزواجها المرتبة معادلةً خطيةً، وتُمثَّل بيانيًّا بمستقيمٍ.

الدالة المتصلة: (ص ١٧)
الدالة التي تُمثَّل بيانيًّا بخطٍّ أو منحنًى من دون انقطاعٍ.

الدالة المنفصلة: (ص ١٧)
هي الدالة التي تُمثَّل بيانيًّا بنقاطٍ غير متصلةٍ.

المصطلحات

المصطلحات

الدراسة التجريبية: (ص ٩٨)
دراسة تتم على عدة عيناتٍ وتتضمن إجراء تجربة على هذه العينات.

الدراسة المسحية: (ص ٩٨)
جمع بيانات من استجابات أفراد عيِّنةٍ من المجتمع عن سؤال أو أسئلة محددة، للتوصل إلى استنتاجات عامة حول المجتمع.

الدراسة بالملاحظة: (ص ٩٨)
جمع وتسجيل بيانات بملاحظة نشاطاتٍ محددةٍ يمارسها أفراد العيِّنة.

رُتبة الحد: (ص ٤٦)
ترتيب الحد في المتتابعة.

الزاوية الخارجة للمثلث: (ص ١٧٧)
زاوية تتشكل من أحد أضلاع المثلث وامتداد ضلع مجاور

∠ ٤ زاوية خارجة في △ أ ب جـ

زاوية الرأس: (ص ٢٠٣)
هي الزاوية التي ضلعاها ساقان لمثلثٍ.

الزاوية المحصورة: (ص ١٩٠)
الزاوية المتكوِّنة من ضلعين متجاورين في مضلعٍ.

زاويتا القاعدة: (ص ٢٠٣)
الزاويتان المكوَّنتان من قاعدة المثلث والضلعين المتطابقين.

الزاويتان المتبادلتان خارجيًّا: (ص ١٥٠)
هما زاويتان خارجيَّتان غير متجاورتين، تقعان في جهتين مختلفتين من القاطع.

الزاويتان المتحالفتان: (ص ١٥٠)
هما زاويتان داخليَّتان غير متجاورتين، تقعان في جهةٍ واحدةٍ من القاطع.

الزاويتان المتناظرتان: (ص ١٥٠)
هما زاويتان تقعان في جهةٍ واحدةٍ من القاطع، وفي الجهة نفسها لكلٍّ من المستقيمين.

الزوايا الخارجية: (ص ١٥٠)
الزوايا الناتجة عن قطع مستقيمٍ لمستقيمين أو أكثر، وتكون في منطقتين ليستا بين المستقيمين.

الزوايا الداخلية: (ص ١٥٠)
هي الزوايا الناتجة عن قطع مستقيمٍ لمستقيمينِ أو أكثر، وتكون في المنطقة بين المستقيمين.

الزاويتان المتبادلتان داخليًّا: (ص ١٥٠)
هما زاويتان داخليَّتان غير متجاورتين، تقعان في جهتين مختلفتين من القاطع.

المصطلحات

الزوج المرتب: (ص ١٠)
هو زوجٌ من الأعداد أو الإحداثيات، يُستعملان لتعيين أيِّ نقطةٍ في المستوى الإحداثي، ويُكتب في الصورة (س ، ص)

الساقان: (ص ٢٠٣)
الضلعان المتطابقان في المثلث.

الصفة المميزة للمجموعة: (ص ٥٧)
طريقة مختصرة للتعبير عن المجموعة، بذكر صفةٍ تميِّز عناصرها وتحدِّدها من دون ذكر العناصر. فمثلًا مجموعة الأعداد التي تقل عن ١٧ تُكتب على النحو الآتي: { س/ س < ١٧}

الصورة القياسية للمعادلة الخطية: (ص ٢٢)
كتابة المعادلة في الصورة:
أس + ب ص = جـ ، أ ≥ ٠ ، ولا تكون قيمتا أ وَ ب معًا صفرًا، وتكون أ ، ب ، جـ أعدادًا صحيحةً، والعامل المشترك الأكبر لها يكون العدد ١

صيغة الميل والمقطع: (ص ٤٠)
صيغة الميل والمقطع للمعادلة الخطية هي:
ص = م س + ب ، حيث م = الميل ، ب = المقطع الصادي.

الضلع المحصور: (ص ١٩٥)
الضلع الواقع بين زاويتين متتاليتين في مضلعٍ.

العلاقة: (ص ١٠)
مجموعةٌ من الأزواج المرتبة.

العناصر المتناظرة: (ص ١٨٢)
هي الزوايا المتناظرة والأضلاع المتناظرة في أي شكلين هندسيَّين متطابقين.

العيِّنة: (ص ٩٨)
جزء من المجتمع نقوم بجمع البيانات فعليًّا من عناصره.

العيِّنة العشوائية: (ص ٩٩)
العيِّنة التي يتمُّ اختيارها دون إعطاء أفضلية لأي فردٍ أو مجموعةٍ، بحيث يكون لكل فردٍ في المجتمع الفرصة نفسها في الاختيار.

العينة المتحيِّزة (ص ٩٩)
العيِّنة التي يكون فيها لفئةٍ أو أكثر من المجتمع أفضليةً عن الفئات الأخرى.

فضاء العيِّنة: (ص ١٠٤)
مجموعة جميع النواتج الممكنة لتجربةٍ ما.

القاطع: (ص ١٥٠)
هو المستقيم الذي يقطع مستقيمين أو أكثر من المستوى نفسه في نقطتين مختلفتين.

المتتابعة: (ص ٤٦)
مجموعةٌ مرتبةٌ من الأعداد ، كلُّ عدد فيها يسمى حدًّا.

المتتابعة الحسابية: (ص ٤٦)
نمطٌ عدديٌّ يتزايد أو يتناقص بمعدلٍ ثابتٍ أو مقدارٍ ثابتٍ، ويكون الفرق بين الحدين المتتاليين ثابتًا.

المتغيِّر التابع: (ص ١٢)
هو المتغير الذي تعتمد قيمته على قيم المتغير المستقل.

المتغير المستقل: (ص ١٢)
هو المتغير الذي يحدِّد قيم مخرجات العلاقة.

المجال: (ص ١٠)
هو مجموعة الأعداد الأولى في الأزواج المرتبة.

المجتمع: (ص ٩٨)
جميع العناصر أو الوحدات التي نهتم بإجراء المسح حولها.

المحور السيني (المحور س): (ص ١٠)
هو خط الأعداد الأفقي في المستوى الإحداثي.

المحور الصادي (المحور ص): (ص ١٠)
هو خط الأعداد الرأسي في المستوى الإحداثي.

المخطط السهمي: (ص ١٠)
شكلٌ يوضح كيف يرتبط كل عنصرٍ من عناصر المجال بعنصرٍ من عناصر المدى.

المدى: (ص ١٠)
هو مجموعة الأعداد الثانية في الأزواج المرتبة.

المستقيمان المتخالفان: (ص ١٤٩)
هما مستقيمان لا يتقاطعان، ولا يوجد مستوى واحد يحويهما.

المستقيمان المتوازيان: (ص ١٤٩)
مستقيمان يقعان في مستوًى واحدٍ وغير متقاطعين.

المستويان المتوازيان: (ص ١٤٩)
هما مستويان غير متقاطعين.

المسلَّمة أو البديهيَّة: (ص ١٢٤)
عبارةٌ تُقبل على أنها صحيحةٌ من دون برهانٍ.

المضروب: (ص ١٠٤)
مضروب العدد الصحيح الموجب ن (ن !) هو حاصل ضرب جميع الأعداد الصحيحة الموجبة؛ بدءًا من العدد (ن) والعد عكسيًّا إلى ١
مثال: ٥ ! = ١×٢×٣×٤×٥

المضلعات المتطابقة: (ص ١٨٢)
المضلعات التي تتطابق فيها العناصر المتناظرة (الزوايا المتناظرة، والأضلاع المتناظرة)

المعادلة الخطية: (ص ٢٢)
هي المعادلة التي تمثَّل بيانيًّا بخطٍّ مستقيمٍ، وتُكتب عادةً على الصورة: أس + ب ص = جـ.

معدل التغيُّر: (ص ٣٣)
نسبةٌ تصف تغير كميةٍ ما بالنسبة لكميةٍ أخرى.

المقطع السيني: (ص ٢٣)
هو الإحداثي السيني للنقطة التي يقطع فيها المستقيم محور السينات.

المقطع الصادي: (ص ٢٣)
هو الإحداثي الصادي للنقطة التي يقطع فيها المستقيم محور الصادات.

الميل: (ص ٣٥)
النسبة بين التغيُّر في الإحداثيات الصادية (التغير الرأسي) إلى التغير في الإحداثيات السينيَّة (التغير الأفقي) أثناء الانتقال من نقطةٍ إلى أخرى على خطٍّ مستقيمٍ.

النتيجة: (ص ١٧٨)
هي نظرية يكون برهانها نتيجة مباشرة لنظرية أخرى.

النظام الإحداثي (المستوى الإحداثي): (ص ١٠)
المستوى الذي يتكوَّن من تقاطع خطَّي أعدادٍ (المحور الأفقي والمحور الرأسي).

النظام المتَّسق: (ص ٧١)
نظامٌ من معادلتين له حلٌّ واحدٌ على الأقل.

النظام المستقل: (ص ٧١)
نظام من معادلتين له حل واحد فقط.

النظام غير المتسق: (ص ٧١)
نظامٌ من معادلتين ليس له أيُّ حلٍّ، ويكون المستقيمان الممثِّلان له متوازيين.

النظام غير المستقل: (ص ٧١)
نظام من معادلتين له عددٌ لا نهائيٌّ من الحلول.

النظرية: (ص ١٢٦)
عبارةٌ أو تخمينٌ ثبتت صحَّتها، ويمكن استعمالها سببًا لتبرير عباراتٍ في براهين أخرى.

نقطة الأصل (٠،٠): (ص ١٠)
هي نقطة تقاطع المحورين (الأفقي والرأسي) عند صفر كلٍّ منهما.

المصطلحات