

## ملخص قوانين ريز 366



### تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج البحرينية

موقع المناهج ← المناهج البحرينية ← الصف الثالث الثانوي ← رياضيات ← الفصل الثاني ← ملفات متنوعة ← الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2025-05-01 16:34:28

ملفات اكتب للمعلم اكتب للطالب | اختبارات الكترونية | اختبارات | حلول | عروض بوربوينت | أوراق عمل  
منهج انجليزي | ملخصات وتقارير | مذكرات وبنوك | الامتحان النهائي | للمدرس

المزيد من مادة  
رياضيات:

### التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثالث الثانوي



صفحة المناهج  
البحرينية على  
فيسبوك

الرياضيات

اللغة الانجليزية

اللغة العربية

التربية الاسلامية

المواد على تلغرام

### المزيد من الملفات بحسب الصف الثالث الثانوي والمادة رياضيات في الفصل الثاني

ملخصات ريز 366

1

ملف إنجاز الطالب في مادة الرياضيات

2

أسئلة امتحانية سابقة مقرر ريز 366

3

أنشطة مشتقات الدوال المثلية

4

أنشطة تركيب دالتين

5



مملكة البحرين  
وزارة التربية والتعليم  
مدرسة أحمد العمران الثانوية للبنين

## ملخص قوانين مقرر ريـض 366

### قواعد الاشتقاق

| أولاً      | مشتقتها $y', \frac{dy}{dx}, \frac{df}{dx}$ | الدالة $y = f(x)$ | تذكر أن                           |
|------------|--|-------------------|-----------------------------------|
| دوال القوة | $n \cdot x^{n-1}$                          | $x^n$             | $\frac{1}{x^m} = x^{-m}$          |
|            | $c \cdot n \cdot x^{n-1}$                  | $cx^n$            | $\sqrt[m]{x^n} = x^{\frac{n}{m}}$ |
|            | 0  | $c$ : ثابت        |                                   |

| ثانياً      | مشتقتها   | الدالة                     |
|-------------|---|----------------------------|
| ضرب دالتين  | $h'(x) = \overrightarrow{f(x) \cdot g'(x) + g(x) \cdot f'(x)}$<br>مشتقة الأولى × الثانية + مشتقة الثانية × الأولى                 | $h(x) = f(x) \cdot g(x)$   |
| قسمة دالتين | $h'(x) = \frac{g(x) \cdot f'(x) - f(x) \cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$<br>(مشتقة المقام × البسط) - (مشتقة البسط × المقام)<br>المقام تربيع | $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ |

### تركيب دالتين ومشتقتها

| إذا كانت $f(x), g(x)$ دالتين قابلتين للاشتقاق   |   |
|---|---|
| مشتقة دالة التركيب  | شرط تركيب دالتين  |
| <p>هناك طريقتان :</p> <p>الأولى : إيجاد دالة التركيب ومن ثم الاشتقاق</p> <p>الثانية : باستخدام القاعدة التالية :</p> $[f \circ g]'(x) = f'[g(x)] \cdot g'(x)$ | <p>يكون التركيب <math>[f \circ g](x)</math> دالة إذا تحقق الشرط التالي:</p> <p>مجال <math>f</math> (الأولى) <math>\supseteq</math> مدى <math>g</math> (الثانية)</p> |



|                         |   |             |                        |                      |              |       |      |                         |   |             |                        |                      |              |
|-------------------------|---|-------------|------------------------|----------------------|--------------|-------|------|-------------------------|---|-------------|------------------------|----------------------|--------------|
| مشتقة دالة القوة        | <div>◀ مشتقة الدالة الأسية ( دالة مرفوعة لأس )</div> <div><math>y = [f(x)]^n</math><math>\frac{dy}{dx} = n.[f(x)]^{n-1} \cdot [f'(x)]</math></div>  |             |                        |                      |              |       |      |                         |   |             |                        |                      |              |
| التسلسل قاعدة           | <div>إذا كانت <math>y = f_1(z), z = f_2(x)</math> فيكون اشتقاق الدالة المركبة <math>y = [f_1 \circ f_2](x)</math> هو :</div> <div><math>\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dz} \cdot \frac{dz}{dx}</math></div>  |             |                        |                      |              |       |      |                         |   |             |                        |                      |              |
| الاشتقاق الضمني         | <div>◀ الدالة الضمنية : هي دالة على الصورة <math>f(x, y) = 0</math> حيث <math>f</math> : علاقة تربط <math>x, y</math></div> <table><tr><td>الدالة</td><td><math>x</math></td><td><math>x^n</math></td><td><math>y</math></td><td><math>y^n</math></td><td><math>xy</math></td></tr><tr><td>مشتقتها بالنسبة إلى <math>x</math></td><td>1</td><td><math>n.x^{n-1}</math></td><td><math>y</math> أو <math>\frac{dy}{dx}</math></td><td><math>n.y^{n-1} \cdot y'</math></td><td><math>x.y' + y.1</math></td></tr></table> | الدالة      | $x$                    | $x^n$                | $y$          | $y^n$ | $xy$ | مشتقتها بالنسبة إلى $x$ | 1 | $n.x^{n-1}$ | $y$ أو $\frac{dy}{dx}$ | $n.y^{n-1} \cdot y'$ | $x.y' + y.1$ |
| الدالة                  | $x$   | $x^n$       | $y$                    | $y^n$                | $xy$         |       |      |                         |   |             |                        |                      |              |
| مشتقتها بالنسبة إلى $x$ | 1   | $n.x^{n-1}$ | $y$ أو $\frac{dy}{dx}$ | $n.y^{n-1} \cdot y'$ | $x.y' + y.1$ |       |      |                         |   |             |                        |                      |              |

|   |   |  |  |
|---|---|--|--|
| <b>الدوال المثلثية الأساسية</b>             | $\sin \theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$     | $\cos \theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$  | $\tan \theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$<br>$= \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$ |
| <b>مقلوبات الدوال الأساسية</b>              | $\csc \theta = \frac{1}{\sin \theta}$                   | $\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$  | $\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$<br>$= \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$                 |
| <b>المتطابقات الرئيسية</b>                  | $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$                     | $1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$  | $1 + \cot^2 \theta = \csc^2 \theta$  |
| <b>الدوال المثلثية للزاويتين المتتامتين</b> | $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos \theta$ | $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin \theta$  | $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cot \theta$                                      |
| <b>ضعف الزاوية</b>                          | $\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$              | $\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$<br>$= 2\cos^2 \theta - 1$<br>$= 1 - 2\sin^2 \theta$ | $\tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$                                     |



### نهایات الدوال المثلثية

| نظرية   | نتيجة   | نظرية   |
|---|---|---|
| $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x} = 0$ | $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$ | $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ |

### مشتقات الدوال المثلثية

| الدالة   | مشتقتها               | الدالة   | مشتقتها                |
|----------|-----------------------|----------|------------------------|
| $\sin x$ | $\cos x$              | $\cos x$ | $-\sin x$              |
| $\tan x$ | $\sec^2 x$            | $\cot x$ | $-\csc^2 x$            |
| $\sec x$ | $\sec x \cdot \tan x$ | $\csc x$ | $-\csc x \cdot \cot x$ |

| الدالة  | مشتقتها   | ملاحظة |
|---|---|--------|
| دالة مثلثية زاويتها عبارة عن دالة<br>$y = \sin[g(x)]$ | $\frac{dy}{dx} = \cos[g(x)] \cdot g'(x)$                                |        |
| دالة مثلثية مرفوعة لأس ما<br>$y = \sin^n[g(x)]$       | $\frac{dy}{dx} = n \cdot \sin^{n-1}[g(x)] \cdot \cos[g(x)] \cdot g'(x)$ |        |

### المشتقات العليا

المشتقات العليا : هي ناتج اشتقاق الدالة عدد من المرات

للدالة  $y = f(x)$

| المشتقة الاولى                                | المشتقة الثانية  | المشتقة الثالثة  | المشتقة النونية  |
|---|--|--|--|
| $y', \frac{dy}{dx}, \frac{d}{dx} f(x), f'(x)$ | $y'', \frac{d^2 y}{dx^2}, \frac{d^2}{dx^2} f(x), f''(x)$ | $y''', \frac{d^3 y}{dx^3}, \frac{d^3}{dx^3} f(x), f'''(x)$ | $y^{(n)}, \frac{d^n y}{dx^n}, \frac{d^n}{dx^n} f(x), f^{(n)}(x)$ |



| لمنحني الدالة $y = f(x)$ فإن :  |   | تذكر : لإيجاد ميل المماس للمنحني عند $x = x_1$ فإن $m = f'(x_1)$                                       |
|---|---|--|
| معادلة المستقيم   | إذا كان يمر بالنقطة $(x_1, x_2)$ و ميله $m$ :   | معادلة المستقيم في الصورة القياسية :<br>$ax + by + c = 0$ , $m = \frac{-a}{b}$                         |
| التوازي والتعامد  | شرط توازي مستقيمين :  | شرط تعامد مستقيمين :   |
|   | $L_1 \parallel L_2 \Leftrightarrow m_1 = m_2$   | $L_1 \perp L_2 \Leftrightarrow m_1 \times m_2 = -1$<br>عمودي   |
|   | أو بصورة أخرى : ميل أحد المستقيمين يساوي مقلوب ميل الآخر معكوساً إشارته .               |  |
| معادلتى المماس والعمودي   | معادلة المماس : $y - y_1 = m(x - x_1)$  | معادلة العمودي : $y - y_1 = \frac{-1}{m}(x - x_1)$   |
| ملاحظات   | أولاً : كان المماس للمنحني يصنع زاوية قياسها $\theta$ مع الإتجاه الموجب لمحور السينات : |  |
|   | نضع : $m = f'(x_1) = \tan \theta$   |  |
|   | ثانياً : المماس للمنحني يوازي محور السينات فإن :  | رابعاً : إذا كان المماس للمنحني يوازي مستقيماً معادلته $ax + by + c = 0$                               |
|   | ثالثاً : المماس للمنحني يوازي محور الصادات $m = f'(x_1)$ غير معرف (مثلاً المقام = 0)    | نوجد ميل المستقيم و ليكن $m$ حيث $m = \frac{-a}{b}$<br>ميل المماس = ميل المستقيم ، أي أن $f'(x_1) = m$ |
| خامساً : إذا كان المماس يوازي محور $X$ وبالتالي : $m = 0$ فإن :<br>معادلة المماس : $y = y_1$ ، معادلة العمودي : $x = x_1$ |   |  |



## العلاقة بين الإزاحة والسرعة والتسارع

أنظر الكتاب ص 56

إذا كان جسم يقطع مسافة  $s$  بعد زمن قدره  $t$ 

|                                |                       |  |                       |   |
|--------------------------------|-----------------------|--|-----------------------|---|
| المسافة<br>(الإزاحة)<br>$s(t)$ | بالاشتقاق<br>بالتكامل | السرعة<br>$v(t) = s'(t) = \frac{ds}{dt}$ | بالاشتقاق<br>بالتكامل | التسارع (العجلة)<br>$a = v'(t) = \frac{dv}{dt}$ |
|--------------------------------|-----------------------|--|-----------------------|---|

## ملاحظات فيزيائية

أولاً : إذا تحرك جسم ثم رجع لنقطة البداية فإن الإزاحة  $s = 0$ ثانياً : إذا إنعدم التسارع (العجلة) نضع  $a = 0$  عندها إما يكون الجسم ساكناً ، أو انه يسير بسرعة منتظمةثالثاً : تكون السرعة  $v = 0$  في كل الحالات التالية

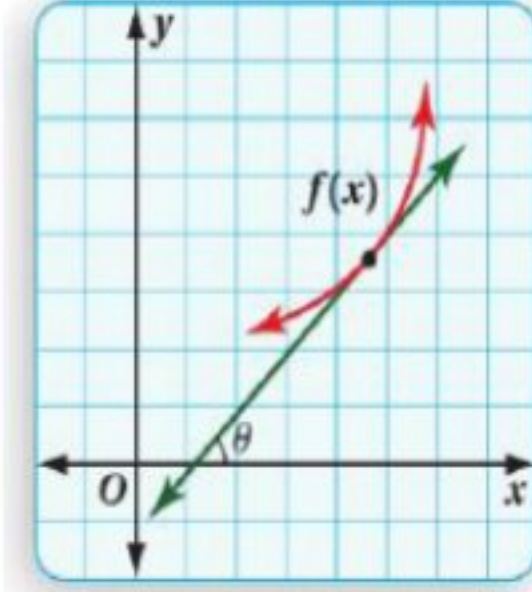
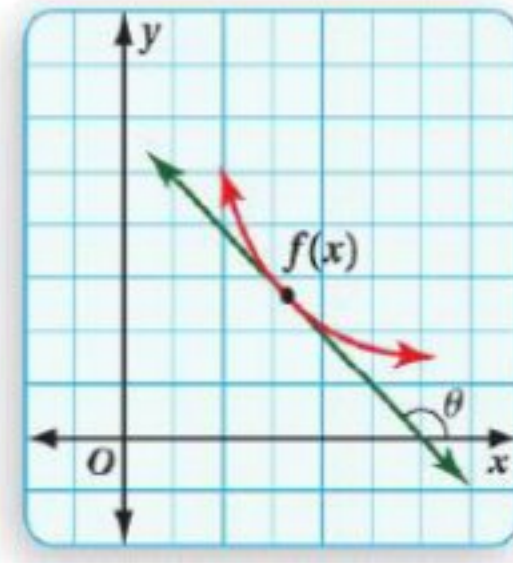
- في حالة السكون اللحظي لجسم ما .
- في اللحظة التي يعكس ( يغير ) فيها الجسم اتجاه حركته .
- عندما يقذف الجسم ويصل لأقصى ارتفاع .

رابعاً : لإيجاد السرعة الابتدائية  $v_0$  لجسم ما نعوض عن  $t = 0$  في معادلة السرعة  $v$



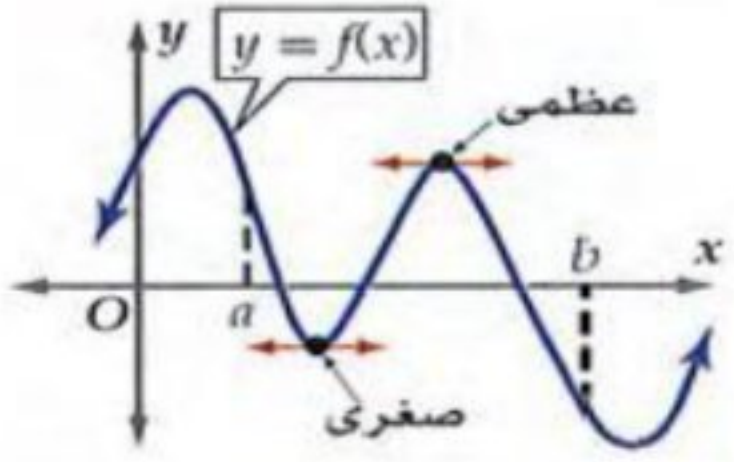
## تطبيقات المشتقة الأولى

## أولاً : إطار الدالة



## ثانياً : النقط الحرجة

النقط العظمى والصغرى المحلية



$(x_1, f(x_1))$   
نقطة حرجة إذا  
حققت أحد الشرطين  
 $f'(x_1) = 0$   
أو  
 $f'(x_1)$   
غير معرف

لأي دالة  $f(x)$  متصلة في فترة ما فإنها تكون

ثابتة

تناقصية

تزايدية



$f'(x) = 0$

$f'(x) < 0$

$f'(x) > 0$

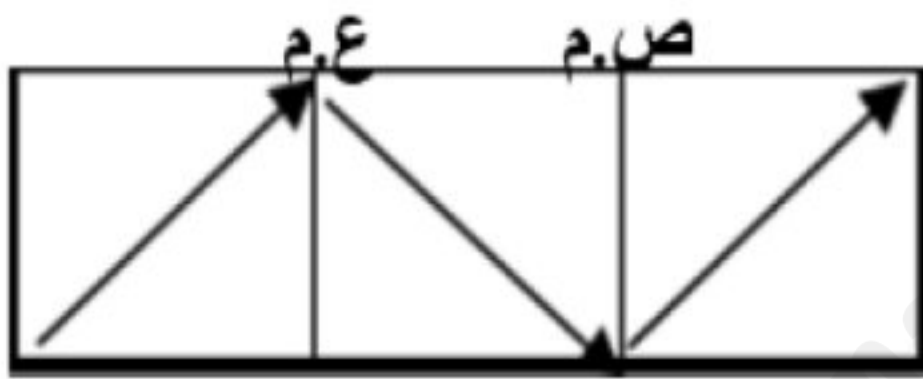
اختبار المشتقة الأولى : عندما يتغير إطار الدالة من

تناقصية لتزايدية

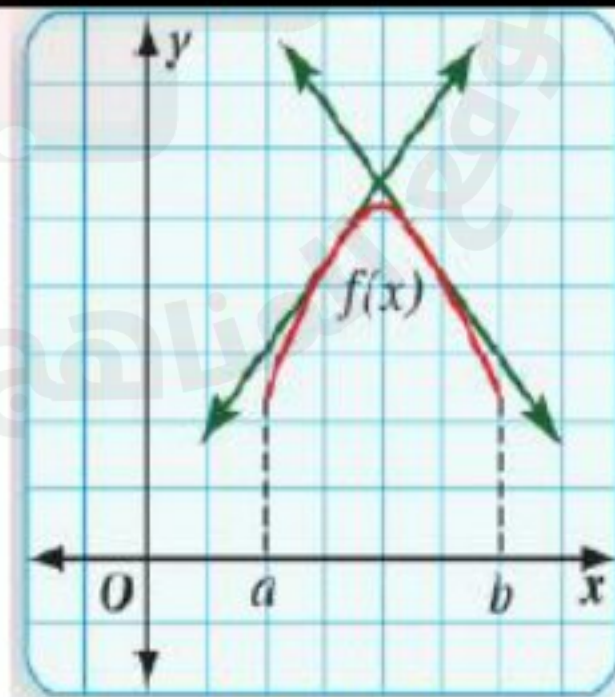
تزايدية لتناقصية

النقطة صغرى محلية

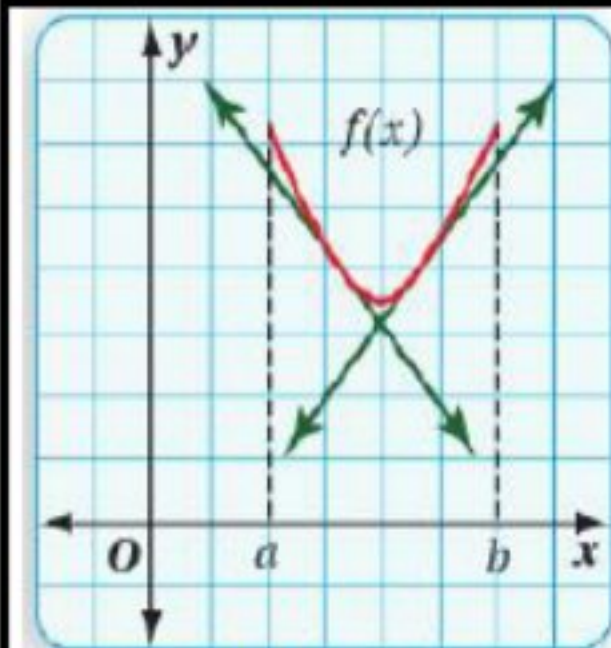
النقطة عظمى محلية



## أولاً : تقع المنحنيات

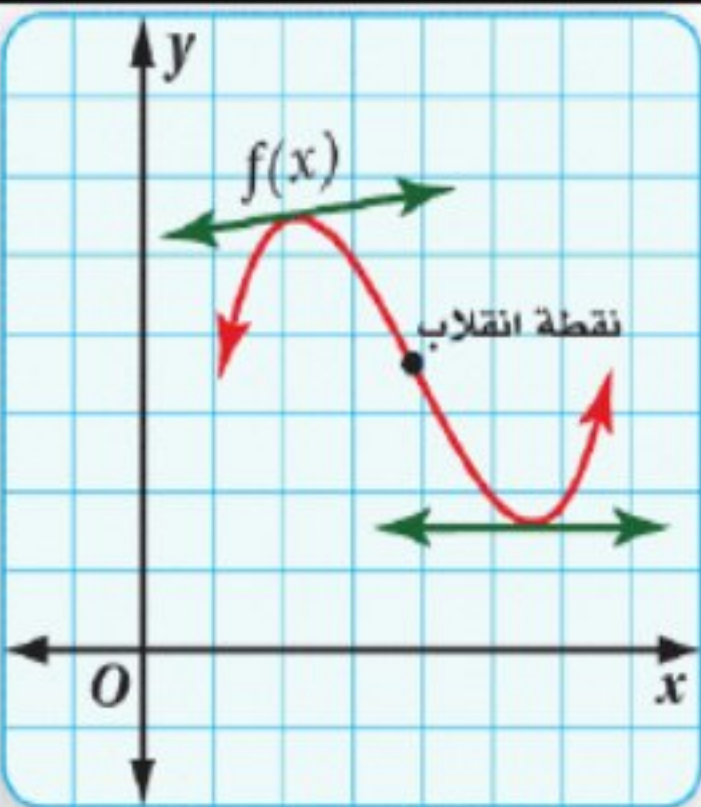


مقر للأسفل



مقر للأعلى

## ثانياً : نقط الانقلاب



$(x_1, f(x_1))$   
نقطة انقلاب إذا كان  
 $f''(x_1) = 0$

اختبار المشتقة الثانية : لبيان نوع النقط الحرجة  
 $(x_1, f(x_1))$  نقطة حرجة للدالة  $\Leftrightarrow f'(x_1) = 0$ 

$f''(x_1) < 0$

$f''(x_1) > 0$

عظمى محلية

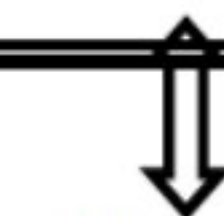
صغرى محلية

ملاحظة :

إذا كانت  $f''(x) = 0$  أو غير معرفة فلا يمكن استخدام  
هذه النظرية لبيان نوع النقط الحرجة و عندها نستخدم  
إختبار المشتقة الأولى على جانبي  $x_1$

مقر للأسفل

مقر للأعلى



$f''(x) < 0$



$f''(x) > 0$

## تطبيقات المشتقة الثانية



## التكامل غير المحدد

الدالة الأصلية ( المشتقة العكسية )

للدالة  $f(x)$  تكون الدالة  $F(x)$  دالة أصلية لها  
إذا كان  $F'(x) = f(x)$

قواعد التكامل غير المحدد ( إيجاد الدوال الأصلية )

الدالة  $f(x)$ تكاملها  $F(x)$ 

$$x^n \cdot x^m = x^{n+m}$$

$$\frac{x^n}{x^m} = x^{n-m}$$

$$\frac{1}{x^m} = x^{-m}$$

$$\sqrt[m]{x^n} = x^{\frac{n}{m}}$$

$$\int x^n \cdot dx$$

$$\frac{x^{n+1}}{n+1} + c$$

ملاحظة :

عدد نسبي :  $n$   
 $n \neq -1$

$$\int k x^n \cdot dx$$

$$\frac{k x^{n+1}}{n+1} + c$$

$c, k$  : ثابت  
( عدد حقيقي )

$$\int k \cdot dx$$

$$kx + c$$

2025

2024

Almanahi.com  
موقع المناهج والبحوث



|   | الإشتقاق                                      | التكامل   |
|---|---|---|
| 1 | $\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$               | $\int \cos x \cdot dx = \sin x + c$               |
| 2 | $\frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$              | $\int \sin x \cdot dx = -\cos x + c$              |
| 3 | $\frac{d}{dx}(\tan x) = \sec^2 x$             | $\int \sec^2 x \cdot dx = \tan x + c$             |
| 4 | $\frac{d}{dx}(\cot x) = -\csc^2 x$            | $\int \csc^2 x \cdot dx = -\cot x + c$            |
| 5 | $\frac{d}{dx}(\sec x) = \sec x \cdot \tan x$  | $\int \sec x \cdot \tan x \cdot dx = \sec x + c$  |
| 6 | $\frac{d}{dx}(\csc x) = -\csc x \cdot \cot x$ | $\int \csc x \cdot \cot x \cdot dx = -\csc x + c$ |

## تكاملات الدوال المثلثية

|  |  |   |                     |              |        |
|--|--|---|---------------------|--------------|--------|
| إذا كانت الزاوية عبارة عن مضاعفات $x$ فإننا نكمل مع القسمة على مشتقة الزاوية |  |   |                     | ملاحظات هامة |        |
| 1) $\int \cos(ax).dx = \frac{1}{a} \sin(ax) + c$                             |  | 2) $\int \sin(ax).dx = -\frac{1}{a} \cos(ax) + c$           |                     |              | أولاً  |
| 3) $\int \sec^2(ax).dx = \frac{1}{a} \tan(ax) + c$                           |  | 4) $\int \csc^2(ax).dx = -\frac{1}{a} \cot(ax) + c$         |                     |              |        |
| 5) $\int \sec(ax). \tan(ax)dx = \frac{1}{a} \sec(ax) + c$                    |  | 5) $\int \csc(ax). \cot(ax).dx = -\frac{1}{a} \csc(ax) + c$ |                     |              |        |
| تكمل دالة مثلثية مضروبة في مشتقة الزاوية                                     |  |   |                     |              | ثانياً |
| تذكر ( في الإشتقاق )   |  | التكامل   |                     |              |        |
| $\frac{d}{dx}[\sin g(x)] = \cos[g(x)].g'(x)$                                 |  | $\int \cos[g(x)].g'(x).dx = \sin[g(x)] + c$                 |                     |              |        |
| $\sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$  |  | نستخدم التعويض  | $\int \sin^2 x.d x$ | لايجاد تكامل | ثالثاً |
| $\cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)$  |  |   | $\int \cos^2 x.d x$ |              |        |
| $\tan^2 x = \sec^2 x - 1$  |  | نستخدم التعويض  | $\int \tan^2 x.d x$ | لايجاد تكامل | رابعاً |
| $\cot^2 x = \csc^2 x - 1$  |  |   | $\int \cot^2 x.d x$ |              |        |



## التطبيقات الهندسية والفيزيائية للتكامل

|   |                           |                       |  |
|---|---------------------------|-----------------------|--|
| إيجاد معادلة منحنى الدالة<br>بمعلومية ميل مماسه | ميل المماس<br>$m = f'(x)$ | بالاشتقاق<br>بالتكامل | معادلة منحنى الدالة<br>$y = \int f'(x).dx = \int \frac{dy}{dx}.dx$ |
|---|---------------------------|-----------------------|--|

## العلاقة بين الإزاحة والسرعة والتسارع

إذا كان جسم يتحرك بإزاحة  $s$  عن نقطة ثابتة بعد زمن قدره  $t$

|                            |   |  |                       |   |
|----------------------------|---|--|-----------------------|---|
| التسارع<br>(العجلة)<br>$a$ | بالاشتقاق<br>بالتكامل   | السرعة<br>$v(t) = \int a.dt = \int \frac{dv}{dt}.dt$ | بالاشتقاق<br>بالتكامل | المسافة (الإزاحة)<br>$s(t) = \int v.dt = \int \frac{ds}{dt}.dt$ |
| ملاحظة                     | تذكر أنه عندما يتحرك جسم من السكون وذلك من نقطة ثابتة ولتكن $o$ فإن $s = 0$ ، $v = 0$ عندما $t = 0$ ما لم يذكر خلاف ذلك . |  |                       |   |

## التكامل المحدد

| خواص التكامل المحدد  | التكامل المحدد   |
|--|--|
| <b>1</b> حيث :<br>$\int_a^b kf(x).dx = k \int_a^b f(x).dx$<br>$k \in \mathbb{R}$             | تعرف أيضاً بـ<br>النظرية الأساسية في<br>التفاضل والتكامل |
| <b>2</b> $\int_a^b (f \pm g)(x).dx = \int_a^b f(x).dx \pm \int_a^b g(x).dx$                  | $\int_a^b f(x).dx = F(x) \Big _a^b$<br>$= F(b) - F(a)$   |
| <b>3</b> حيث :<br>$\int_a^b f(x).dx = \int_a^c f(x).dx + \int_c^b f(x).dx$<br>$c \in [a, b]$ | حيث :<br>$F(x)$ : دالة أصلية للدالة $f(x)$               |
| <b>4</b> $\int_a^b f(x).dx = -\int_b^a f(x).dx$  |  |
| <b>5</b> $\int_a^a f(x).dx = 0$  |  |