تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج البحرينية

*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

https://almanahj.com/bh

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر اضغط هنا

https://almanahj.com/bh/12

* للحصول على جميع أوراق الصف الثاني عشر في مادة رياضيات ولجميع الفصول, اضغط هنا

https://almanahj.com/bh/12math

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر في مادة رياضيات الخاصة بـ الفصل الثاني اضغط هنا

https://almanahj.com/bh/12math2

* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف الثاني عشر اضغط هنا

https://almanahj.com/bh/grade12

* لتحميل جميع ملفات المدرس حسين خميس اضغط هنا

للتحدث إلى بوت على تلغرام: اضغط هنا https://t.me/bhbot_almanahj

مملكة البحرين

وزارة التربية والتعليم

مدرسة أحمد العمران الثانوية للبنين

2 – 6 : التوزيعات الإحتمالية

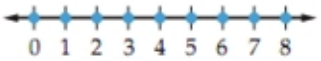
إسم المقرر : **الرياضيات (٥)** رمز المقرر : **ريض ٣٦٣** إعداد : **أ.حسين خميس**

مفهوم أساسي — **المتغيرات العشوائية المنفصلة والمتصلة**

للمتغير العشوائي المنفصل عددٌ محدود أو منتهٍ من القيم الممكنة.

مثال

X يُمثّل عدد حوادث السيارات في السنة



للمتغير العشوائي المتصل عددٌ غير منتهٍ من القيم الممكنة ضمن فترة محددة.

مثال

X يُمثّل المسافة التي تقطعها سيارة بالكيلومتر

[1] تأمل المفهوم الأساسي السابق ثم صنف كل متغير عشوائي مما يلي من حيث كونه متصل أو منفصل:

المتغير العشوائي	نوعه
Xيمثل الوقت اللازم لتقديم وجبة إلى أحد الزبائن اختير عشوائياً في مطعم	
X يمثل عدد الحضور في أحد الاجتماعات الشهرية المدرسية	
X عدد الرسائل النصية القصيرة المرسلة في أحد الأيام من طالب تم اختياره عشوائياً	
Xيمثل الزمن الذي يحتاجه طالب عشوائياً لأداء اختبار فيزياء.	
Xعدد الأقراص التي يمتلكها طالب اختير عشوائياً	
Xوزن طالب اختير عشوائياً	

مفهوم أساسي — **التوزيع الاحتمالي المنفصل**

التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X هو جدول، أو معادلة، أو تمثيل بياني يربط بين كل قيمة من قيم X الممكنة، مع احتمال وقوعها. يمكن تحديد هذه الاحتمالات نظريًا، أو بالملاحظة.

ويجب أن يحقق التوزيع الاحتمالي الشرطين الآتيين:

- احتمال كل قيمة من قيم X محصور بين 0 و 1، أي أن $0 \le P(X) \le 1$.
- مجموع كل احتمالات قيم X يساوي 1 ، أي أن $\sum P(X) = 1$.

[2] تأمل المفهوم الأساسي السابق ثم حدد أي مما يلي يمثل توزيعا احتمالياً :

(1

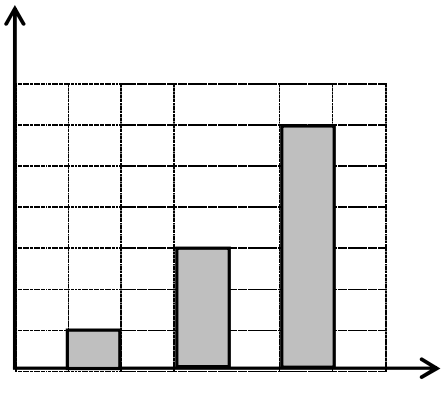
X	a	b	c	d
P(X)	0.2	0.3	0.3	0.2

(2

X	1	2
P(X)	0	1

4) $P(X) = \frac{X+1}{10}$, $X = 0,1,2,3,4$

3)



[3] طلب من طلاب صف تقويم شرح معلمهم حسب نموذج معد لذلك. بحيث تتراوح الدرجات من (1) للأداء البسيط و (5) للأداء الممتاز. استعمل التوزيع التكراري المرفق لتكوين توزيع احتمالي للمتغير X و مثله بالأعمدة.

الدرجة X	التكرار
1	1
2	8
3	20
4	16
5	5

الدرجة X	P(X)
1	
2	
3	
4	
5	

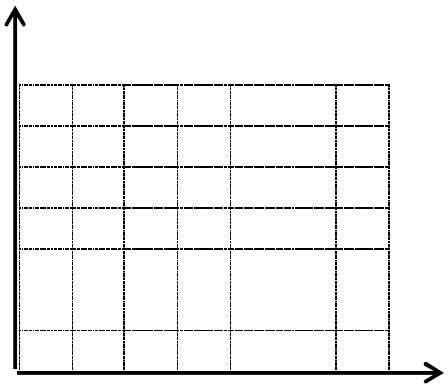
الحل:

أ) مجموع التكرارات =

$P(1) = \frac{\text{تكرارات (1)}}{\text{مجموع التكرارت}} =$

ب) P(2) = P(3) = P(4) = P(5) =

جـ)



د) تحقق من كون التوزيع الاحتمالي صحيح:

* - هل جميع الاحتمالات بين 1 و 0 * - هل مجموع الاحتمالات يساوي 1

مفهوم أساسي الوسط لتوزيع احتمالي منفصل

التعبير اللفظي لإيجاد وسط التوزيع الاحتمالي X ، اضرب كل قيمة X في احتمالها، ثم أوجد مجموع نواتج الضرب.

بالرموز يُعطى وسط المتغير العشوائي X بالمعادلة $\mu = \sum[X \cdot P(X)]$ ، حيث تُمثل $X_1, X_2, \ldots, X_n$ قيم X ، و $P(X_1), P(X_2), \ldots, P(X_n)$ الاحتمالات المرتبطة بها.

هـ) أوجد الوسط الحسابي (القيمة المتوقعة) للتوزيع الاحتمالي:

الدرجة X	P(X)	X P(X)
1		
2		
3		
4		
5		
$\sum[X \bullet P(X)]$		

يُعطى تباين المتغير العشوائي X بالمعادلة $\sigma^2 = \sum[(X-\mu)^2 \cdot P(X)]$ ، والانحراف المعياري بالمعادلة $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$.

و) أوجد التباين و الانحراف المعياري

X	P(X)	$(x-\mu)^2$	$(x-\mu)^2$ P(X)
1			
2			
3			
4			
5			
		$\sum(x-\mu)^2 \bullet P(X)$	

[4] رصد تاجر عدد السيارات التي باعها يوميا خلال 30 يوما. استعمل التوزيع التكراري المجاور الذي يمثل هذه النتائج، لتكوين توزيع احتمالي للمتغير العشوائي X . مثل بالأعمدة

السيارات المبيعة X	التكرار
0	20
1	7
2	2
3	1

X	P(X)
0	
1	
2	
3	

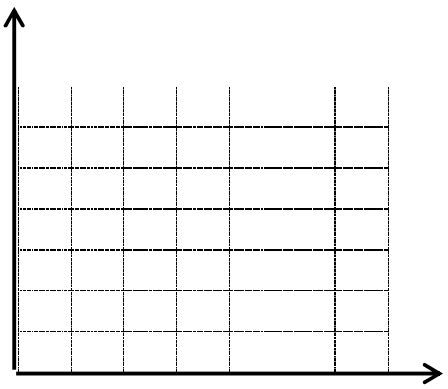
الحل:

أ) مجموع التكرارات =

$P(0) = \frac{\text{تكرارات } (0)}{\text{مجموع التكرارت}} =$ ———————

ب) P(1) = P(2) = P(3) =

جـ)



د) تحقق من كون التوزيع الاحتمالي صحيح:

* - هل جميع الاحتمالات بين 1 و 0 * - هل مجموع الاحتمالات يساوي 1

هـ) أوجد الوسط الحسابي (القيمة المتوقعة) للتوزيع الاحتمالي:

الدرجة X	P(X)	X P(X)
0		
1		
2		
3		
$\sum [X \bullet P(X)]$		

و) أوجد التباين و الانحراف المعياري:

X	P(X)	$(x-\mu)^2$	$(x-\mu)^2 P(X)$
0			
1			
2			
3			
		$\sum (x-\mu)^2 \bullet P(X)$	

[5] قررت إدارة إحدى المجلات الجديدة إجراء سحب على 3 جوائز مالية مقدارها BD10 , BD50 , BD100 لمن يجيب عن سؤال ثقافي في أحد إصداراتها الشهرية إذا كان ثمن المجلة BD1 و تم إجراء القرعة على 500 شخص اشتروا المجلة، و أجابوا بشكل صحيح على السؤال في ذلك الشهر. كون التوزيع الاحتمالي لربح شخص اشترى المجلة في ذلك الشهر. ثم أوجد التوقع.

الحل:
التوزيع:

الربح X				
الاحتمال P(X)				

التوقع:

[6]يحقق ميناء دخلاً مقداره BD3500في اليوم إذا كان الجو عادياً و يخسر BD800إذا كان الجو عاصفاً . إذا كان احتمالأن يكون الجو عاصفاً في أحد الأيام 35% . فأوجد توقع دخل الميناء في ذلك اليوم.

الربح X		
الاحتمال P(X)		

[7] يدفع صاحب سيارة مبلغ BD120 تأمينا لسيارته، و يتقاضى مبلغ BD2500 في حالة تعرضها لحادث و انتهاء صلاحيتها. إذا كان احتمال تعرض السيارة لحادث و انتهاء صلاحيتها P=0.0002 ، فأوجد توقع ربح (أو خسارة) شركة التأمين وفق هذه الاتفاقية.

الربح X		
الاحتمال P(X)		

[8]قدم أحد محلات الحلوى الجديدة عرضاً، بحيث يتم السحب على 4 قطع من الكيك أسعارها , BD15 , BD20 BD5 , BD10 لكل شخص يشتري بـ BD1 من المحل. إذا تم السحب على 100 بطاقة اشترى أصحابها بـ BD1 ، فما توقع الربح الصافي لشخص اشترى بـ BD1

الربح X					
الاحتمال P(X)					

مفهوم أساسي **تجربة ذات الحدين**

تجربة ذات الحدين هي تجربة احتمالية تحقق الشروط الآتية:

- **يُعاد إجراء التجربة لعدد محدد، ومستقل من المحاولات (المرات) n .**
- **لكل محاولة نتيجتان متوقعتان؛ نجاح S ، أو فشل F .**
- **احتمال النجاح $P(S)$، أو p نفسه في كل محاولة. واحتمال الفشل $P(F)$، أو q ويساوي $1 - p$.**
- **يُمثّل المتغير العشوائي X عدد مرات النجاح في n من المحاولات.**

[9] حدد فيما إذا كان كل تجربة مما يأتي ذات حدين، أو يمكن جعلها كذلك و إذا كانت تجربة ذات حدين، فاكتب قيم n , p q , و قيم المتغير العشوائي الممكنة و إذا لم تكن كذلك فبين السبب.

أ) تبين دراسة لإحدى المدارس أن 68% من الطلبة يمتلكون آلة حاسبة بيانية. إذا تم ختيار 6طلبة عشوائياً . و سؤالهم عما إذا كانو يمتلكون هذه الآلة. و كان المتغير العشوائي X يمثل عدد الطلبة الذين يملكون الآلة الحاسبة البيانية.

1)

- هل هناك عدد محدد للمحاولات؟
- هل هناك حالتان (نجاح أو فشل) لكل طالب يمكن اختياره؟
- هل احتمال النجاح أو الفشل ثابتان في كل حالة؟
- هل X هي عدد النجاحات؟

2) إذا كانت جميع الإجابات الأربع (نعم) فهذا يعني أن التجربة ذات حدين.

3) n = , p = , q =

4) μ = , σ =

ب) صندوق يحتوي على 52 بطاقة، و 13 حمراء – 13 سوداء – 13 خضراء – 13 بيضاء. سحبت منه 5 بطاقات الواحدة تلو الأخرى دون إرجاع و كان المتغير العشوائي X يدل على عدد البطاقات المسحوبة من اللون الأخضر.

1) - هل هناك عدد محدد للمحاولات؟
- هل هناك حالتان (نجاح أو فشل) لكل طالب يمكن اختياره؟
- هل احتمال النجاح أو الفشل ثابتان في كل حالة؟
- هل X هي عدد النجاحات؟

2) هل أن التجربة ذات حدين؟ و إذا كانت الإجابة لا هل يمكن تعديلها لتكون ذات حدين؟

3) $n =$, $p =$, $q =$

4) $\mu =$, $\sigma =$

جـ) صندوق يحتوي على 52 بطاقة، و 13 حمراء – 13 سوداء – 13 خضراء – 13 بيضاء. سحبت منه 5 بطاقات الواحدة تلو الأخرى دون إرجاع و كان المتغير العشوائي X يدل على عدد البطاقات المسحوبة من اللون الأخضر.

1) - هل هناك عدد محدد للمحاولات؟
- هل هناك حالتان (نجاح أو فشل) لكل طالب يمكن اختياره؟
- هل احتمال النجاح أو الفشل ثابتان في كل حالة؟
- هل X هي عدد النجاحات؟

2) هل أن التجربة ذات حدين؟ و إذا كانت الإجابة لا هل يمكن تعديلها لتكون ذات حدين؟

3) $n =$, $p =$, $q =$

4) $\mu =$, $\sigma =$

د) تبين دراسة أن 61% من طلاب مدرسة يحبون الزي الجديد و أن 24% لا يحبونه. إذا تم اختيار 20طالباً بشكل عشوائي، و سؤالهم عما إذا كانوا يحبون الزي الجديد. و كان المتغير العشوائي X يدل على عدد الطلبة الذين يحبون الزي الجديد.

1) - هل هناك عدد محدد للمحاولات؟
- هل هناك حالتان (نجاح أو فشل) لكل طالب يمكن اختياره؟
- هل احتمال النجاح أو الفشل ثابتان في كل حالة؟
- هل X هي عدد النجاحات؟

2) هل أن التجربة ذات حدين؟ و إذا كانت الإجابة لا هل يمكن تعديلها لتكون ذات حدين؟

3) $n =$, $p =$, $q =$

4) $\mu =$, $\sigma =$

هـ) أجيب عن اختيار مكون 20 فقرة من نوع اختيار من متعدد لكل فقرة منها أربع إجابات ، واحدة فقط صحيحة. و يدل X على عدد الإجابات الصحيحة .

1)
- هل هناك عدد محدد للمحاولات؟
- هل هناك حالتان (نجاح أو فشل) لكل طالب يمكن اختياره؟
- هل احتمال النجاح أو الفشل ثابتان في كل حالة؟
- هل X هي عدد النجاحات؟

2) هل أن التجربة ذات حدين؟ و إذا كانت الإجابة لا هل يمكن تعديلها لتكون ذات حدين؟

3) $n =$, $p =$, $q =$

4) $\mu =$, $\sigma =$

و) سألت 200 شخص عما إذا كانوا شاهدوا إحدى المباريات. وكان المتغير X يدل على عدد الأشخاص الذين شاهدوا المباراة .

1)
- هل هناك عدد محدد للمحاولات؟
- هل هناك حالتان (نجاح أو فشل) لكل طالب يمكن اختياره؟
- هل احتمال النجاح أو الفشل ثابتان في كل حالة؟
- هل X هي عدد النجاحات؟

2) هل أن التجربة ذات حدين؟ و إذا كانت الإجابة لا هل يمكن تعديلها لتكون ذات حدين؟

3) $n =$, $p =$, $q =$

4) $\mu =$, $\sigma =$

ز) تم ترقيم أوجه مكعب بالأرقام من 1 إلى 6 ، ثم ألقي المكعب 10 مرات ، و المتغير العشوائي X يدل على عدد مرات ظهور الرقم 5 .

1)
- هل هناك عدد محدد للمحاولات؟
- هل هناك حالتان (نجاح أو فشل) لكل طالب يمكن اختياره؟
- هل احتمال النجاح أو الفشل ثابتان في كل حالة؟
- هل X هي عدد النجاحات؟

2) هل أن التجربة ذات حدين؟ و إذا كانت الإجابة لا هل يمكن تعديلها لتكون ذات حدين؟

3) $n =$, $p =$, $q =$

4) $\mu =$, $\sigma =$

ح) ألقيت قطعة نقود 20 مرة ، و المتغير X يدل على عدد مرات ظهور الكتابة.

1)
- هل هناك عدد محدد للمحاولات؟
- هل هناك حالتان (نجاح أو فشل) لكل طالب يمكن اختياره؟
- هل احتمال النجاح أو الفشل ثابتان في كل حالة؟
- هل X هي عدد النجاحات؟

2) هل أن التجربة ذات حدين؟ و إذا كانت الإجابة لا هل يمكن تعديلها لتكون ذات حدين؟

3) $n =$, $p =$, $q =$

4) $\mu =$, $\sigma =$

ط) سألت 15 شخصاً عن أعمارهم و المتغير العشوائي X يدل على أعمار هؤلاء الأشخاص.

1)
- هل هناك عدد محدد للمحاولات؟
- هل هناك حالتان (نجاح أو فشل) لكل طالب يمكن اختياره؟
- هل احتمال النجاح أو الفشل ثابتان في كل حالة؟
- هل X هي عدد النجاحات؟

2) هل أن التجربة ذات حدين؟ و إذا كانت الإجابة لا هل يمكن تعديلها لتكون ذات حدين؟

3) $n =$, $p =$, $q =$

4) $\mu =$, $\sigma =$

ك) سألت 40 شخص عن نتيجتهم في اختبار قيادة السيارة، و المتغير X يدل على عدد الناجحين.

1)
- هل هناك عدد محدد للمحاولات؟
- هل هناك حالتان (نجاح أو فشل) لكل طالب يمكن اختياره؟
- هل احتمال النجاح أو الفشل ثابتان في كل حالة؟
- هل X هي عدد النجاحات؟

2) هل أن التجربة ذات حدين؟ و إذا كانت الإجابة لا هل يمكن تعديلها لتكون ذات حدين؟

3) $n =$, $p =$, $q =$

4) $\mu =$, $\sigma =$

مفهوم أساسي **صيغة احتمال ذات الحدين**

احتمال X نجاح من n من المحاولات المستقلة في تجربة ذات الحدين هو:

$$P(X) = {}_nC_x\, p^x q^{n-x} = \frac{n!}{(n-x)!x!}\, p^x q^{n-x}$$

حيث p احتمال النجاح، وq احتمال الفشل في المحاولة الواحدة.

[10] في امتحان نهائي، أكد 35% من الطلبة أجابوا بشكل اعتيادي. إذا اختير 5طلاب عشوائياً، و تم سؤالهم عما إذا أدوا الاختبار بشكل اعتيادي. و كان المتغير X يدل على عدد الطلبة الذين أجابوا بنعم عن السؤال.

أ) كون التوزيع ذا الحدين

قيم X						
P(X)						

ب) احتمال أن يجيب طالب واحد على الأكثر بنعم.

جـ) احتمال أن يجيب طالب واحد على الأقل بنعم

د) احتمال ألا يجيب و لا واحد منهم بنعم.

هـ) أن يجيب جميعهم بنعم؟

و) الوسط (القيمة المتوقعة)

ز) التباين و الانحراف المعياري

[11] صندوق به 48 كرة منها 12 حمراء . سحبت 6 كرات الواحدة تلو الأخرى مع الإرجاع. أوجد ما يلي:

أ) احتمال أن تكون الكرات الست حمراء.

ب) احتمال ألا تكون أي من الكرات الست حمراء

جـ) احتمال أن تكون 3 كرات حمراء.

د) احتمال أن تكون 5 كرات حمراء؟

هـ) احتمال أن تكون 5 كرات على الأقل حمراء

و) احتمال أن كون 5 كرات على الأكثر حمراء

و) الوسط (القيمة المتوقعة)

ز) التباين و الانحراف المعياري

[12] في دراسة تبين أن 62% من الأشخاص في إحدى المدن يقضون أوقات فراغهم في الأعمال التطوعية. اختير 10 أشخاص عشوائياً . فأوجد الاحتمالات التالية :

أ) 6 أشخاص فقط يقومون بالعمل التطوعي.

ب) 3 أشخاص على الأقل يقومون بالعمل التطوعي.

جـ) 9 أشخاص على الأكثر يقومون بالعمل التطوعي.

د) أكثر من 8 أشخاص يقومون بالعمل التطوعي؟

هـ) الوسط (القيمة المتوقعة)

و) التباين و الانحراف المعياري