



تم تحميل هذا الملف من موقع مناهج مملكة البحرين

موقع المناهج ← مناهج مملكة البحرين ← الصف الخامس ← رياضيات ← الفصل الأول ← ملفات متنوعة ← الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2026-10-29 17:06:09

ملفات اكتب للمعلم اكتب للطالب | اختبارات الكترونية | اختبارات | حلول | عروض بوربوينت | أوراق عمل
منهج انجليزي | ملخصات وتقارير | مذكرات وبنوك | الامتحان النهائي | للمدرس

المزيد من مادة
رياضيات:

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الخامس



صفحة مناهج مملكة
البحرين على
فيسبوك

الرياضيات

اللغة الانجليزية

اللغة العربية

التربية الاسلامية

المواد على تلغرام

المزيد من الملفات بحسب الصف الخامس والمادة رياضيات في الفصل الأول

تمارين محلولة في كراسة الحساب الذهني

1

بطاقة مراجعة للاختبار (1) لمادة الرياضيات

2

مراجعة الاختبار الثالث رياضيات مع الذهني الأسئلة فقط

3

مراجعة الاختبار الثالث رياضيات الإجابة

4

مراجعة الاختبار الثالث في الرياضيات

5

تحميل تطبيق المناهج للهواتف الذكية

تطبيق المناهج على Play Google (أندرويد)

تطبيق المناهج على Store App (آبل)

الشعبة :
المقرر:

الاتفاقية الخاصة بين المعلم والطالب

أتعهد أنا الطالب / بالالتزام بالآتي:

- ⊙ الالتزام بموعد الحصة والتواجد داخل الصف قبل دخول المعلم، وعدم التأخر.
- ⊙ الالتزام بالهدوء وحسن الانصات أثناء الدرس.
- ⊙ الالتزام بالنظافة والنظام وحسن الترتيب.
- ⊙ أن أوفر جميع متطلبات الحصة من أدوات.
- ⊙ الدخول المتأخر للحصة سيكون ببطاقة من المشرف.
- ⊙ عدم الخروج أثناء الحصة إلا للضرورة، والرجوع بسرعة.
- ⊙ الاحترام المتبادل بيني وبين المعلم.
- ⊙ أداء الواجبات والمهام والاستعداد الجيد للمهام المطلوبة.
- ⊙ الالتزام بمواعيد تسليم المهام في الوقت المحدد لها، وفي حال عدم التسليم في الوقت تخصم من الدرجة.
- ⊙ عدم استعمال الهاتف أثناء الحصة.

أتعهد أنا معلم الرياضيات بالالتزام بالتالي:

- ★ تعريف الطالب بالمقرر من اليوم الأول.
- ★ تعريف الطالب بنظام توزيع الدرجات الخاصة بالمقرر ومواعيد تسليم المتطلبات.
- ★ التقويم العادل للطلاب ومعاملتهم بالمثل.
- ★ التنوع في طرق التدريس بما يحقق فهم الطالب للمقرر واستيعابه الجيد له.
- ★ شرح وتوضيح المقرر للطلاب والانتهاء منه قبل موعد الامتحان النهائي.

⌘ ملاحظات عامة:

- ① لن يعاد الامتحان للطلاب المتغيب إلا بعذر يسلم بعد يومين كحد أقصى.
- ② يعيد المعلم الامتحان للطلاب المتغيب خلال أسبوع واحد من تقديمه كحد أقصى أو وفق ما يتفق عليه.
- ③ يمكنك عزيزي الطالب التواصل مع المعلم لأي سبب كان وسنسعى لأن نكون عند حسن الظن.

الطرف الثالث (ولي الأمر)

الطرف الثاني (المعلم)

الطرف الأول (الطالب)

✿ عزيزنا ولي الأمر يمكنك التواصل مع المعلم ولقاءه وزيارة المدرسة خلال الساعات المدرسية المحددة من قبل الإدارة.

يشكر قسم الرياضيات تعاونكم ويرحب بكم دوماً ويتمنى لكم ولأبنائكم النجاح والتوفيق

مدير المدرسة
أ. محمد أحمد عباد

المعلم الأول
أ. فاضل مدن

المتابعة الدورية ملف انجاز الطالب

رقم المتابعة	1	التاريخ
--------------	---	---------

التقدير	الوصف	التعزيز	التطوير
☐ ممتاز ☐ جيد جداً ☐ جيد ☐ غير ملائم	☐ عمل متقن حققت المطلوب ☐ اقتربت من الاتقان ☐ حققت المطلوب في معظم المطلوب ☐ لم تحقق المطلوب منك	☐ شكراً جهودك مميزة ورائعة ☐ سُدعت بمجهودك استمر في التقدم ☐ أحسنت محاولتك طيبة استمر ☐ أتوقع منك الأفضل لديك الامكانية للتقدم	☐ لزيادة الفهم حل تمارين مهارات التفكير العليا ☐ ارجع للإجابة النموذجية ، وتدرّب أكثر ☐ ارجع إلى زميلك وصحح الأخطاء بصورة تعاونية ☐ تابع مع ولي أمرك من خلال البوابة التعليمية لحل الأنشطة الداعمة للتعلم

ملاحظات المعلم الإضافية	توقيع الطالب	توقيع ولي الأمر

رقم المتابعة	2	التاريخ
--------------	---	---------

التقدير	الوصف	التعزيز	التطوير
☐ ممتاز ☐ جيد جداً ☐ جيد ☐ غير ملائم	☐ عمل متقن حققت المطلوب ☐ اقتربت من الاتقان ☐ حققت المطلوب في معظم المطلوب ☐ لم تحقق المطلوب منك	☐ شكراً جهودك مميزة ورائعة ☐ سُدعت بمجهودك استمر في التقدم ☐ أحسنت محاولتك طيبة استمر ☐ أتوقع منك الأفضل لديك الامكانية للتقدم	☐ لزيادة الفهم حل تمارين مهارات التفكير العليا ☐ ارجع للإجابة النموذجية ، وتدرّب أكثر ☐ ارجع إلى زميلك وصحح الأخطاء بصورة تعاونية ☐ تابع مع ولي أمرك من خلال البوابة التعليمية لحل الأنشطة الداعمة للتعلم

ملاحظات المعلم الإضافية	توقيع الطالب	توقيع ولي الأمر

رقم المتابعة	3	التاريخ
--------------	---	---------

التقدير	الوصف	التعزيز	التطوير
☐ ممتاز ☐ جيد جداً ☐ جيد ☐ غير ملائم	☐ عمل متقن حققت المطلوب ☐ اقتربت من الاتقان ☐ حققت المطلوب في معظم المطلوب ☐ لم تحقق المطلوب منك	☐ شكراً جهودك مميزة ورائعة ☐ سُدعت بمجهودك استمر في التقدم ☐ أحسنت محاولتك طيبة استمر ☐ أتوقع منك الأفضل لديك الامكانية للتقدم	☐ لزيادة الفهم حل تمارين مهارات التفكير العليا ☐ ارجع للإجابة النموذجية ، وتدرّب أكثر ☐ ارجع إلى زميلك وصحح الأخطاء بصورة تعاونية ☐ تابع مع ولي أمرك من خلال البوابة التعليمية لحل الأنشطة الداعمة للتعلم

ملاحظات المعلم الإضافية	توقيع الطالب	توقيع ولي الأمر

الأسبوع	الوحدة	عنوان الدرس	الملاحظات
(1)	الأولى	المتطابقات المثلثية	
(2)	الأولى	إثبات صحة المتطابقات المثلثية	
(3)	الأولى	متطابقات المجموع والفرق متطابقات الضعف والنصف	
(4)	الأولى	متطابقات الضعف والنصف حل المعادلات المثلثية	
(5)	الأولى	حل المعادلات المثلثية مراجعة للوحدة الأولى	
(6)	الأولى	الدوال	
(7)	الأولى	تحليل التمثيلات البيانية	
(8)	الثانية	القيم القصوى ومتوسط معدل التغير	
		تقدير النهايات بيانياً	
(9)	الثانية	حساب النهايات جبرياً	
(10)	الثانية	الاتصال وسلوك طرفي الدالة	
(11)	الثانية	المشتقة باستعمال النهايات "بالتعريف"	
(12)	الثانية	قواعد الاشتقاق	
(13)	الثانية	قواعد الاشتقاق	
(14)	الثانية	مراجعة عامة	

- (1) أن يتعرف الطالب على المتطابقات المثلثية.
(2) أن يوظف الطالب المتطابقة المثلثية لإيجاد قيم تعابير مثلثية.

مفهوم أساسي: (المتطابقات النسبية / متطابقات المقلوب / متطابقات فيثاغورث)

$$\csc \theta = \frac{1}{\sin \theta}$$

$$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$$

$$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$$

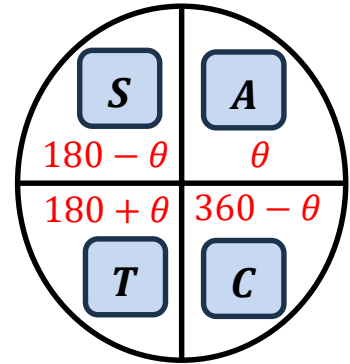
$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$$

$$1 + \cot^2 \theta = \csc^2 \theta$$

دائرة الوحدة (الدوال المثلثية):



تكون إشارة دالة الجيب $\sin \theta$ موجبة في الربعين و.....

تكون إشارة دالة جيب التمام $\cos \theta$ موجبة في الربعين و.....

تكون إشارة دالة الظل $\tan \theta$ موجبة في الربعين و.....

مثال (1): أوجد القيمة الفعلية لـ $\cos \theta$ ، إذا كان $\sin \theta = \frac{3}{5}$ ، حيث $0^\circ < \theta < 90^\circ$.

مثال (2): أوجد القيمة الفعلية لـ $\csc \theta$ ، إذا كان $\cos \theta = \frac{3}{5}$ ، حيث $270^\circ < \theta < 360^\circ$.

(1) أوجد القيمة الفعلية لـ $\sin\theta$ إذا كان $\cos\theta = \frac{5}{13}$ ، $270^\circ < \theta < 360^\circ$.

(2) أوجد القيمة الفعلية لـ $\sec\theta$ ، إذا كان $\sin\theta = \frac{15}{17}$ ، حيث $90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$.

(3) أوجد القيمة الفعلية لـ $\csc\theta$ إذا كان $\cos\theta = -\frac{2}{5}$ ، $180^\circ < \theta < 270^\circ$.

(4) أوجد القيمة الفعلية لـ $\tan\theta$ إذا كان $\sin\theta = \frac{1}{2}$ ، $90^\circ < \theta < 180^\circ$.

(5) أوجد القيمة الفعلية لـ $\sec\theta$ إذا كان $\cos\theta = \frac{40}{41}$ ، $270^\circ < \theta < 360^\circ$.

- (1) أن يتعرف الطالب على المتطابقات المثلثية.
 (2) أن يوظف الطالب المتطابقة المثلثية لإيجاد قيم تعابير مثلثية.

مثال(1): أوجد القيمة الفعلية لـ $csc\theta$ إذا كان $cot\theta = \frac{1}{4}$ ، $180^\circ < \theta < 270^\circ$.

تدريبات:

(1) أوجد القيمة الفعلية لـ $tan\theta$ إذا كان $sec\theta = -3$ ، $180^\circ < \theta < 270^\circ$.

(2) أوجد القيمة الفعلية لـ $sec\theta$ إذا كان $cot\theta = \frac{1}{4}$ ، $180^\circ < \theta < 270^\circ$.

(3) أوجد القيمة الفعلية لـ $sin\theta$ ، إذا كان $tan\theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ، حيث $180^\circ < \theta < 270^\circ$

- (1) أن يذكر الطالب المتطابقات المثلثية.
(2) أن يوظف الطالب المتطابقة المثلثية لتبسيط تعابير مثلثية.

مفهوم أساسي: (متطابقات الزاويتين المتتامتين / متطابقات الدوال الزوجية والفردية)

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos(\theta)$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin(\theta)$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cot(\theta)$$

$$\sin(-\theta) = -\sin(\theta)$$

$$\cos(-\theta) = \cos(\theta)$$

$$\tan(-\theta) = -\tan(\theta)$$

عند تبسيط التعابير المثلثية يمكن الاستفادة من:

- (1) توظيف المتطابقات (النسبية / المقلوبات / فيثاغورث ... الخ)
(2) توظيف مختلف أنواع التحليل (عامل مشترك / فرق مربعين / مقدار ثلاثي / تقسيم ...)
(3) توظيف خاصية التوزيع " فك الأقواس " ، أو توحيد المقامات.
(4) توظيف الضرب في المرافق.

مثال (1): بسط ما يأتي:

$$1) \sin\theta \sec\theta =$$

(توظيف مقلوبات)

$$2) \frac{\csc^2\theta - \cot^2\theta}{1 - \sin^2\theta} =$$

(متطابقات فيثاغورث)

$$3) \cos\theta - \cos\theta \sin^2\theta =$$

(تحليل + متطابقات)

$$4) \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \sec(-\theta) =$$

(متطابقات الزاويتين المتتامتين
وزوايا الدوال الزوجية والفردية)

تدريبات: بسط ما يأتي:

$$1) \sec^2\theta - \tan^2\theta =$$

$$2) \frac{\cos\theta \sec\theta}{\cot\theta} =$$

$$3) \frac{\cos(-\theta)}{\sin(-\theta)} =$$

$$4) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \cot\theta =$$

5) $\tan\theta(1 - \sin^2 \theta) =$

6) $(1 + \cot^2 \theta)(1 - \cos^2 \theta)$

7) $(\csc^2 \theta - 1)(\sec^2 \theta - 1)$

8) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \sec\theta$

9) $(1 - \sin\theta)(1 + \sin\theta)$

10) $\frac{1 - \sin^2 \theta}{\sin^2 \theta}$

11) $\frac{1}{\cos^2 \theta} - \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}$

12) $2 - 2 \sin^2 \theta$

13) $\sec\theta \tan^2 \theta + \sec\theta$

14) $\frac{\sec\theta}{\sin\theta} (1 - \cos^2 \theta)$

$$15) \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)-1}{1+\sin(-\theta)}$$

$$16) \frac{\tan\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)\sec\theta}{1-\csc^2\theta}$$

$$17) \frac{\tan^2\theta \csc^2\theta - 1}{\sec^2\theta}$$

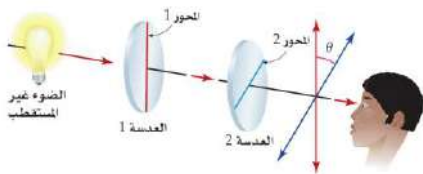
$$18) \frac{\sec\theta \sin\theta + \cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)}{1+\sec\theta}$$

تدريب:

يمكن حساب شدة الضوء المار من عدستين متلاصقتين في نظارة شمسية باستعمال الصيغة $I = I_0 - \frac{I_0}{\csc^2\theta}$ حيث I_0 شدة الضوء القادم من العدسة الأولى، و I شدة الضوء الخارجة من العدسة الثانية، θ الزاوية بين محوري العدستين.

(ب) احسب شدة الضوء إذا كانت $\theta = 30^\circ$.

(أ) أوجد شدة الضوء بدلالة $\cos\theta$.



- (1) أن يذكر الطالب المتطابقات المثلثية.
(2) أن يثبت الطالب صحة المتطابقة المثلثية.

المتطابقة المثلثية: هي معادلة لها طرفان وتكون صحيحة دائماً لجميع قيم θ .

عند إثبات صحة المتطابقة إما نبدأ بأحد الطرفين لنصل للآخر، أو نعمل على تبسيط كلا الطرفين للوصول للإثبات. أحياناً نحتاج لضرب التعبير المثلثي في نفس المقدار بسيطاً ومقاماً.

مثال: أثبت صحة المتطابقات الآتية:

$$(1) 4\sin^2\theta + 4\cos^2\theta = 4$$

$$(3) \cos^4\theta - \sin^4\theta = 2\cos^2\theta - 1$$

$$(2) \cos^2\theta - \sin^2\theta = 2\cos^2\theta - 1$$

تدريب: أثبت صحة المتطابقات الآتية:

$$(1) \sec\theta \sin\theta \cot\theta = 1$$

$$(2) \cos\theta \cos(-\theta) - \sin\theta \sin(-\theta) = 1$$

$$(3) \sin^2\theta = (1 - \cos\theta)(1 + \cos\theta)$$

$$(4) \tan\theta = \frac{\sec\theta}{\csc\theta}$$

$$(5) 1 + \csc^2 \theta \cos^2 \theta = \csc^2 \theta$$

$$(6) \tan \theta (\tan \theta + \cot \theta) = \sec^2 \theta$$

$$(7) \cos^2 \theta + \tan^2 \theta \cos^2 \theta = 1$$

$$(8) \sin^2 \theta + \tan^2 \theta \sin^2 \theta = \tan^2 \theta$$

$$(9) \csc \theta + \cot \theta = \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta}$$

$$(10) \frac{\tan \theta + \cot \theta}{\tan \theta \cot \theta} = \tan \theta + \cot \theta$$

$$(11) \cot \theta + \tan \theta = \frac{\sec^2 \theta}{\tan \theta}$$

$$(12) \sec \theta \csc \theta = \tan \theta + \cot \theta$$

$$(13) \sec^2 \theta + \csc^2 \theta = \sec^2 \theta \csc^2 \theta$$

$$(14) \csc \theta - \sin \theta = \cot \theta \cos \theta$$

$$(15) 1 - \tan^4 \theta = 2 \sec^2 \theta - \sec^4 \theta$$

بسط ما يأتي: (ملاحظة: يسمى كل قوسين مما يأتي بالمترافيين)

$$(i) (1 - \sin \theta)(1 + \sin \theta) =$$

$$(ii) (1 - \cos \theta)(1 + \cos \theta) =$$

$$(iii) (\sec \theta - 1)(\sec \theta + 1) =$$

$$(iv) (\csc \theta - 1)(\csc \theta + 1) =$$

$$(v) (\sec \theta - \tan \theta)(\sec \theta + \tan \theta) =$$

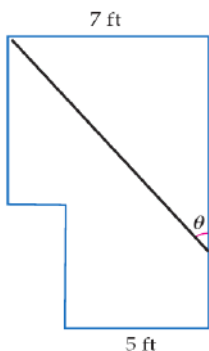
$$(vi) (\csc \theta - \cot \theta)(\csc \theta + \cot \theta) =$$

$$(16) \frac{\cos\theta}{1-\sin\theta} = \frac{1+\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$(17) \csc\theta - 1 = \frac{\cot^2\theta}{\csc\theta+1}$$

$$(18) \frac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta} = (\sec\theta - \tan\theta)^2$$

$$(19) \frac{1+\tan\theta}{\sin\theta+\cos\theta} = \sec\theta$$



تدريب: اشتق بعض الطلبة صيغة لمعرفة أطول سلم يمكن أن يحمل أفقياً ليتلائم مع زاوية ممر عرضه 5 ft إلى ممر آخر عرضه 7 ft . فوجدوا أنه يعطى بالصيغة: $l(\theta) = \frac{7\sin\theta+5\cos\theta}{\sin\theta\cos\theta}$ وعندما قام معلمهم بإيجاد صيغة أخرى وجد أن: $l(\theta) = 7\sec\theta + 5\csc\theta$. هل الصيغتان متكافئتان؟

(1) أن يتعرف الطالب على متطابقات المجموع والفرق.

الموضوع: متطابقات المجموع والفرق

(2) أن يطبق الطالب على متطابقات المجموع والفرق.

بطاقة رقم (5)

مفهوم أساسي:

$$\sin(A \pm B) = \sin(A) \cos(B) \pm \cos(A) \sin(B)$$

$$\cos(A \pm B) = \cos(A) \cos(B) \mp \sin(A) \sin(B)$$

$$\tan(A \pm B) = \frac{\tan(A) \pm \tan(B)}{1 \mp \tan(A) \tan(B)}$$

الزوايا الرئيسية في الدائرة : 0,30,45,60,90,120,135,150,180,210,225,240,270,300,315,330,360
أمثلة لزوايا المجموع والفرق:

15 =

75=

105=

165=

195=

-285=

تدريب: مستعملاً متطابقات المجموع والفرق أوجد القيمة الفعلية:

1) $\sin 75^\circ$

2) $\cos 15^\circ$

3) $\sec(105^\circ)$

4) $\sin(-210^\circ)$

5) $\cos(-285^\circ)$

6) $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$

7) $\csc\left(\frac{\pi}{12}\right)$

8) $\tan(195^\circ)$

9) $\cot\left(\frac{23\pi}{12}\right)$

(1) أن يتعرف الطالب على متطابقات المجموع والفرق.

الموضوع: متطابقات المجموع والفرق

(2) أن يطبق الطالب على متطابقات المجموع والفرق.

بطاقة رقم (6)

تدريب: أثبت صحة ما يلي:

1) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos\theta$

2) $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right) = -\sin\theta$

3) $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cot\theta$

4) $\cot\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\tan\theta$

5) $\cos(\theta + 60^\circ) = \sin(30^\circ - \theta)$

5) $\tan(\theta + 45) = \frac{1+\tan\theta}{1-\tan\theta}$

(1) أن يتعرف الطالب على متطابقات المجموع والفرق.

الموضوع: متطابقات المجموع والفرق

(2) أن يطبق الطالب على متطابقات المجموع والفرق.

بطاقة رقم (7)

تدريب: أثبت صحة ما يلي:

1) $\cos 37^\circ \cos 7^\circ + \sin 37^\circ \sin 7^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

2) $\sin 18^\circ \cos 12^\circ + \cos 18^\circ \sin 12^\circ = \frac{1}{2}$

3) $\sin 39^\circ \cos 9^\circ - \cos 39^\circ \sin 9^\circ = \frac{1}{2}$

4) $\cos 40^\circ \cos 5^\circ - \sin 40^\circ \sin 85^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

5) $\tan 50^\circ = \frac{1 + \tan 5^\circ}{1 - \tan 5^\circ}$

6) $\tan 36^\circ = \frac{1 - \tan 9^\circ}{1 + \tan 9^\circ}$

7) $\cos\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right) \cos \theta - \sin\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right) \sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$

8) $\cos(\theta + 40^\circ) \cos(\theta - 50^\circ) + \sin(\theta + 40^\circ) \sin(\theta - 50^\circ) = 0$

9) $\cos\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) \cos \frac{2\pi}{3} - \sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) \sin \frac{2\pi}{3} = -\cos \theta$

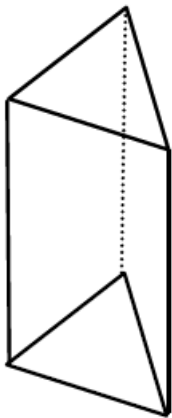
(1) أن يتعرف الطالب على متطابقات المجموع والفرق.

الموضوع: متطابقات المجموع والفرق

(2) أن يطبق الطالب على متطابقات المجموع والفرق.

بطاقة رقم (8)

- (1) يمر تيار كهربائي متردد في إحدى الدوائر الكهربائية، ويمكن استعمال الصيغة $c = 2\sin(120t)$ لحساب شدة التيار c ، بالأمبير بعد مرور t ثانية.
- (أ) أعد كتابة الصيغة باستعمال مجموع زاويتين. (ب) أوجد شدة التيار بعد مرور 1 sec .



(2) عندما يمر الضوء من خلال منشور زجاجي قائم قاعدته على شكل مثلث متطابق الاضلاع، فإن معامل الانكسار n في الزجاج بالنسبة للهواء يعطى بالمعادلة:

$$n = \frac{\sin\left[\frac{1}{2}(a+b)\right]}{\sin\frac{b}{2}}$$

و b قياس زاوية رأس المنشور. أثبت أنه في المنشور المعطى: $n = \sqrt{3}\sin\frac{a}{2} + \cos\frac{a}{2}$

(4) أثبت صحة كل من المتطابقات التالية:

$$1) \sin(A + B) = \frac{\tan A + \tan B}{\sec A \sec B}$$

$$2) \cos(A + B) = \frac{1 - \tan A \tan B}{\sec A \sec B}$$

- (1) أن يتعرف الطالب على متطابقات ضعف ونصف الزاوية.
 (2) أن يطبق الطالب على متطابقات ضعف ونصف الزاوية.

الموضوع: متطابقات ضعف ونصف الزاوية
 بطاقة رقم (9)

مفهوم أساسي: (متطابقات الضعف)

$$\sin(2\theta) = 2\sin(\theta)\cos(\theta)$$

$$\cos(2\theta) = \begin{cases} \cos^2\theta - \sin^2\theta \\ 2\cos^2\theta - 1 \\ 1 - 2\sin^2\theta \end{cases}$$

$$\tan(2\theta) = \frac{2\tan(\theta)}{1 - \tan^2(\theta)}$$

تدريب: إذا كان $\sin\theta = \frac{12}{13}$ ، $90^\circ < \theta < 180^\circ$ ، فأوجد مستعملاً المتطابقات القيمة الفعلية لـ :

- 1) $\sin 2\theta$ 2) $\cos 2\theta$

تدريب: إذا كان $\sin\theta = \frac{8}{17}$ ، $90^\circ < \theta < 180^\circ$ ، فأوجد مستعملاً المتطابقات القيمة الفعلية لـ : $\tan 2\theta$

(1) أن يتعرف الطالب على متطابقات ضعف ونصف الزاوية.

(2) أن يطبق الطالب على متطابقات ضعف ونصف الزاوية.

مفهوم أساسي: (متطابقات النصف)

$$\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos\theta}{2}}$$

$$\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos\theta}{2}}$$

$$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos\theta}{1 + \cos\theta}}$$

مثال: إذا كان $\sin\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ، حيث $90^\circ < \theta < 180^\circ$ ، فأوجد القيمة الفعلية لـ $\sin\frac{\theta}{2}$.

تدريب: إذا كان $\cos\theta = -\frac{4}{5}$ ، $180^\circ \leq \theta \leq 270^\circ$ ، فأوجد القيمة الفعلية لـ $\cos\frac{\theta}{2}$ ، $\tan\frac{\theta}{2}$.

تدريب: إذا كان $\sin\theta = \frac{9}{41}$ ، $90^\circ < \theta < 180^\circ$ ، فأوجد مستعملًا المتطابقات القيمة الفعلية لـ $\tan\frac{\theta}{2}$.

- (1) أن يتعرف الطالب على متطابقات ضعف ونصف الزاوية.
(2) أن يطبق الطالب على متطابقات ضعف ونصف الزاوية.

الموضوع: متطابقات ضعف ونصف الزاوية
بطاقة رقم (11)

مثال: مستعملاً متطابقات الضعف والنصف أوجد القيمة الفعلية لـ :

1) $\sin 22.5^\circ$

2) $\tan\left(\frac{\pi}{12}\right)$

تدريب: مستعملاً متطابقات الضعف والنصف أوجد القيمة الفعلية لـ :

1) $\sin 67.5^\circ$

2) $\cos \frac{\pi}{8}$

3) $\tan 22.5^\circ$

تدريب: أعد كتابة ما يلي مستعملًا متطابقات الضعف والنصف، ثم أوجد الناتج:

1) $2\sin 15^\circ \cos 15^\circ$

2) $2\sin 135^\circ \cos 135^\circ$

3) $\sin 67.5^\circ \cos 67.5^\circ$

4) $2 \cos^2 22.5^\circ - 1$

5) $1 - 2 \sin^2 \frac{7\pi}{12}$

6) $\frac{2\tan 112.5^\circ}{1 - \tan^2 112.5^\circ}$

تدريب: اختر الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

(1) الصورة المبسطة لـ $\cos^2(8\theta) - \sin^2(8\theta)$:
(2) الصورة المبسطة لـ $2 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$:

A) $\sin(\theta)$ B) $\sin(2\theta)$

A) $\cos(4\theta)$ B) $\cos(8\theta)$

C) $\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$ D) $\sin\left(\frac{\theta}{4}\right)$

C) $\cos(16\theta)$ D) $\cos(64\theta)$

تدريب: إذا كان $\cos 2\theta = \frac{60}{61}$ ، حيث $0^\circ < \theta < 45^\circ$. فأوجد القيمة الفعلية لـ $\cos 4\theta$.

- (1) أن يتعرف الطالب على متطابقات ضعف ونصف الزاوية.
 (2) أن يطبق الطالب على متطابقات ضعف ونصف الزاوية.

الموضوع: متطابقات ضعف ونصف الزاوية
 بطاقة رقم (12)

تدريب: أثبت صحة ما يلي:

$$1) \frac{\sin 4\theta}{\sin \theta} = 4 \cos \theta \cos 2\theta$$

$$2) \sin 8\theta = 8 \sin \theta \cos \theta \cos 2\theta \cos 4\theta$$

$$3) (\sin \theta + \cos \theta)^2 = 1 + \sin 2\theta$$

$$4) \cos^4 \theta - \sin^4 \theta = \cos 2\theta$$

$$5) \frac{\sin 2\theta}{1 - \cos 2\theta} = \cot \theta$$

$$6) \frac{\sin 2\theta}{1 + \cos 2\theta} = \tan \theta$$

$$7) \tan 2\theta = \frac{2}{\cot \theta - \tan \theta}$$

$$8) \frac{\cos 2\theta}{1+\sin 2\theta} = \frac{\cos \theta - \sin \theta}{\cos \theta + \sin \theta}$$

$$9) \frac{1-\tan^2 \theta}{1+\tan^2 \theta} = \cos 2\theta$$

$$10) \tan \frac{\theta}{2} = \frac{\sin \theta}{1+\cos \theta}$$

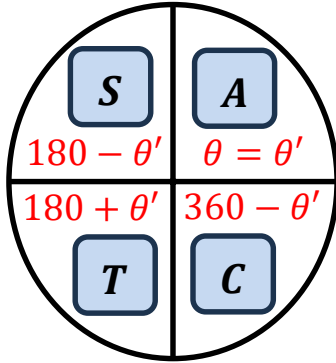
$$10) \tan^2 \frac{x}{2} = \frac{1-\cos x}{1+\cos x}$$

تدريب: أوجد القيمة الفعلية لـ :

$$A) \cos 31 \cos 16 + \sin 31 \sin 16$$

$$B) \frac{\tan 75 - \tan 30}{1 + \tan 75 \cot 60}$$

- (1) أن يحل الطالب معادلة مثلثية بسيطة.
(2) أن يميز الطالب بين أنواع مجموعات الحل المختلفة.



❖ فكرة الحل:

(1) وضع الدالة المثلثية في جهة والناتج في جهة أخرى.

(2) إيجاد قيمة الزاوية الأساسية θ'

(3) إيجاد قيمة جميع الزوايا التي تحقق المعادلة وفق الدائرة الموضحة

❖ للتحويل من درجات إلى راديان نضرب في $\frac{\pi}{180}$

حل المعادلة: $2\sin\theta + 1 = 0$
علماً بأن $0 \leq \theta \leq 360$

مثال(1): حل المعادلة: $2\sin\theta - 1 = 0$
علماً بأن $0 \leq \theta \leq 360$

مثال(2): حل المعادلة $\sec\theta + \sqrt{2} = 0$ ، حيث $0 < \theta < 2\pi$

تدريبات:

(1) حل المعادلة: $2\cos\theta - \sqrt{3} = 0$ علماً بأن $0 < \theta < 2\pi$

(2) حل المعادلة: $2\sin\theta + \sqrt{2} = 0$ علماً بأن $0^\circ < \theta < 180^\circ$.

❖ عند كتابة مجموعة الحل لجميع قيم θ بالدرجات أو الراديان فإننا نضيف على الحل الأساسي $2\pi k$ (or) $360^\circ k$.
فمثلاً يصبح الحل على صورة $45^\circ + 360^\circ k$ or $\frac{\pi}{4} + 2\pi k$ حيث أن $k \in \mathbb{Z}$.

مثال: حل المعادلة $\cos\theta = \frac{1}{2}$ لجميع قيم θ بالدرجات وبالراديان.

تدريب: حل المعادلة $\sin\theta = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ لجميع قيم θ بالدرجات وبالراديان.

الحالات الخاصة: حل المعادلات التالية علماً بأن $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$:

1) $\sin\theta = 1$

2) $\sin\theta = -1$

3) $\cos\theta = 1$

4) $\cos\theta = -1$

5) $\sin\theta = 0$

6) $\cos\theta = 0$

7) $\tan\theta = 0$

8) $\cot\theta = 0$

- (1) أن يحل الطالب معادلة مثلثية بسيطة.
(2) أن يميز الطالب بين أنواع مجموعات الحل المختلفة.

مثال(1): حل المعادلة $\sin 2\theta - \cos \theta = 0$ ، حيث $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$.

تدريبات: حل المعادلات الآتية:

(1) $\sin 2\theta + \cos \theta = 0$ ، حيث $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$.

(2) $\sin 2\theta = \sin \theta$ ، لجميع قيم θ بالراديان.

مثال(2): حل المعادلة $\cos 2\theta + \cos \theta + 1 = 0$ لجميع قيم θ بالدرجات.

تدريب: حل المعادلات التالية

(1) $\cos 2\theta + \sin \theta - 1 = 0$ ، حيث $0 < \theta < \pi$.

(2) $\cos 2\theta = 8 - 15\sin \theta$ ، لجميع قيم θ بالدرجات.

$$(3) \cos 2\theta + 4\cos\theta = -3 \text{ علماً بأن } 0 \leq \theta < 2\pi$$

$$(4) \text{ حل المعادلة } \cos 2\theta + 3\cos\theta = 1 \text{ حيث } \theta \in [0, 2\pi)$$

مثال(3): حل لجميع قيم θ بالدرجات :

1) $\sin 2\theta = \frac{1}{2}$

2) $\cos 3\theta = \frac{1}{2}$

مثال(4): حل المعادلات التالية حيث $0^\circ < \theta < 360^\circ$:

1) $\sin 2\theta = \frac{1}{2}$

2) $\cos 3\theta = \frac{1}{2}$

تدريبات:

(1) حل المعادلة $\cos 4\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ، لجميع قيم θ بالدرجات.

(2) حل المعادلة $\sin 3\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ حيث $0 < \theta < 2\pi$

مثال(5): حل المعادلة $4 \cos^2 \theta - 1 = 0$ لجميع قيم θ بالراديان

تدريب: حل المعادلة $2 \sin^2 \theta - 1 = 0$ ، لجميع قيم θ بالراديان.

مثال(6): حل المعادلة $\tan\theta = \sqrt{3}$ لجميع قيم θ بالدرجات.

مثال(7): حل المعادلة $\tan\theta = \sqrt{3}$ ، حيث $0 < \theta < 360$.

تدريب: حل المعادلة $\tan\theta = 1$ ، لجميع قيم θ بالراديان.

تمارين متنوعة

الدرس (1-1):

- (1) إذا كان $\sin x = m$, $0^\circ < x < 90^\circ$, فأثبت أن: $\tan x = \frac{m\sqrt{1-m^2}}{1-m^2}$ ؟
- (2) إذا كانت $\sec \theta = \frac{I}{ER^2}$, فأكتب المعادلة بدلالة $\cos \theta$. (إرشاد: أعد الكتابة بدلالة E)

(3) أعد كتابة $\cot^2 \theta - \tan^2 \theta$ بدلالة $\sin \theta$.

(4) أعد كتابة المعادلة $B = \frac{F \csc \theta}{IL}$ بدلالة $\sin \theta$. (إرشاد: حل المعادلة بدلالة F)

(5) برهن على أن $\tan(-\alpha) = -\tan(\alpha)$.

(6) إذا كان $x = \frac{1}{2} \tan \theta$, حيث $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$, فأكتب $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+4x^2}}$ بدلالة $\sin \theta$ فقط .

(7) يتزلج شخص كتلته m باتجاه أسفل هضبة ثلجية بزاوية قياسها θ وبسرعة ثابتة، عند تطبيق قانون نيوتن يتم استعمال نظام المعادلتين: $mgsin\theta - \mu_k F_n = 0$, $F_n - mgcos\theta = 0$ حيث g تسارع الجاذبية الأرضية، و F_n القوة العمودية المؤثرة في المتزلج، و μ_k معامل الاحتكاك . استعمال النظام لتعريف μ_k بدلالة θ .



الدرس (1-2):

(1) اختر الإجابة الصحيحة مما يأتي:

(ب) أي مما يأتي يكافئ 1، حيث $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ؟

$\frac{\sin \theta}{\csc \theta} + \frac{\cos \theta}{\sec \theta}$ C $1 - \csc^2 \theta$ A

$(1 - \sin^2 \theta)(1 + \tan^2 \theta)$ D $\frac{9}{\theta} - \csc \theta$ B

(أ) أي مما يأتي لا يكافئ $\cos \theta$ ، حيث $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ؟

$\cot \theta \sin \theta$ C $\frac{\cos \theta}{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta}$ A

$\tan \theta \csc \theta$ D $\frac{1 - \sin^2 \theta}{\cos \theta}$ B

(2) أثبت صحة ما يأتي:

1) $\sin^3 \theta + \sin \theta \cos^2 \theta = \sin \theta$

3) $\frac{\sin^4 \theta - \cos^4 \theta}{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta} = -1$

5) $\frac{1 + \tan \theta}{\sin \theta + \cos \theta} = \sec \theta$

2) $\sin^3 \theta \cos \theta + \sin \theta \cos^3 \theta = \sin \theta \cos \theta$

4) $\frac{1 + \tan \theta}{\sin \theta + \cos \theta} = \sec \theta$

6) $(\sin \theta + \cos \theta)^2 = \frac{2 + \sec \theta \csc \theta}{\sec \theta \csc \theta}$

الدرس (1-3):

(1) أوجد القيمة الفعلية لـ:

(A) $\sin(-30)$

(B) $\sec\left(\frac{7\pi}{12}\right)$

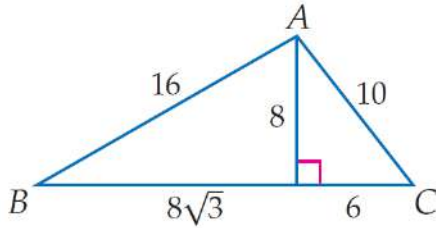
(C) $\tan(1275)$

(2) أثبت صحة المتطابقات التالية:

7) $\sin 24^\circ + \cos 54^\circ = \cos 6^\circ$

8) $\sin(A + B) \sin(A - B) = \sin^2 A - \sin^2 B$

(3) في الشكل أدناه، إذا كان مقدار القوة اللازمة F ، والضرورية لإبقاء الخزانة ثابتة على المنحدر تعطى بالعلاقة $F = \frac{W(\sin A + \mu \cos A)}{\cos A - \mu \sin A}$ ، حيث W هو وزن الخزانة، و $\mu = \tan \theta$. فاثبت أن: $F = W \tan(A + \theta)$.



(4) في المثلث المجاور أمامك:

- (أ) ما القيمة الفعلية لجيب الزاوية BAC ؟
 (ب) ما القيمة الفعلية لجيب تمام الزاوية BAC ؟
 (ج) ما قياس الزاوية BAC ؟

الدرس (1-4):

(1) أوجد القيمة الفعلية لـ $\sin \frac{x}{2}$, $\cos \frac{x}{2}$, $\sin 2x$, $\cos 2x$ إذا كان:

A) $\cos \theta = -\frac{9}{41}$, $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$

B) $\tan \theta = \frac{7}{24}$, $180 \leq \theta \leq 270$

(2) أوجد القيمة الفعلية لـ:

A) $\sin \frac{3\pi}{8}$

B) $\sec 165$

C) $\tan(\frac{5\pi}{12})$

(3) أثبت صحة ما يلي:

A) $4\cos^2 x - \sin^2 2x = 4\cos^2 x$

B) $\sin(3\theta) = 3\sin\theta - 4\sin^3\theta$

(4) إذا كان $\sin\theta + \cos\theta = \frac{7}{5}$ فاثبت أن: $\sin 2\theta = \frac{24}{25}$.

(5) إذا كان $\tan\theta_1 = \frac{1}{3}$, $\tan\theta_2 = \frac{1}{7}$ حيث $0 < \theta_1, \theta_2 < 90$. فاثبت أن: $\tan(2\theta_1 + \theta_2) = 1$.

الدرس (1-5):

(1) حل المعادلة $\sin\theta + \cos\theta = 1$ ، علماً بأن $0 \leq \theta \leq 360$.

(2) حل المعادلة $\cos\theta - \sin 2\theta = 0$ ، حيث $0 \leq \theta \leq 2\pi$.

(3) حل المعادلة $\cos 2\theta + 4\cos\theta = -1$ لجميع قيم θ بالدرجات .

(4) حل المعادلة $2\sin^2\theta - 1 = 0$ لجميع قيم θ بالدرجات .

(5) حل المعادلة $\sin \frac{\theta}{2} + \cos \frac{\theta}{2} = \sqrt{2}$ لجميع قيم θ بالراديان .

(6) حل المعادلة $\sin \frac{\theta}{2} + \cos\theta = 1$ لجميع قيم θ بالراديان .

(7) حل المعادلة $\cos^2\theta - \frac{3}{2} = \frac{5}{2}\cos\theta$ لجميع قيم θ بالدرجات .

(8) حل المعادلة $\cos 2\theta + \sin^2\theta - \cos\theta = 0$ لجميع القيم بالدرجات .

(9) حل المعادلة $\sin\theta - \cos\theta = 0$ لجميع قيم θ بالراديان .

(10) حل المعادلة $\sin \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}$ لجميع القيم بالدرجات .

- (1) التعرف على مجموعات الأعداد.
 (2) كتابة المجموعة بذكر الصفة المميزة وبصورة فترة.

أكمل ما يأتي: (مجموعة الأعداد الحقيقية)

$$\mathbb{N} =$$

$$\mathbb{W} =$$

$$\mathbb{Z} =$$

$$\mathbb{Q} =$$

$$\mathbb{I} =$$

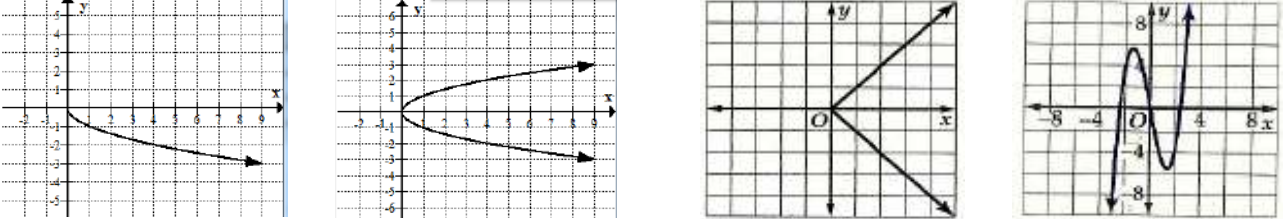
$$\mathbb{R} =$$

تدريب(1): اكتب كلاً من مجموعات الأعداد الآتية باستعمال الصفة المميزة، وعلى صورة فترة (إن أمكن):

1	$\{ 3, 4, 5, 6, \dots \}$	2	$\{ \dots, -4, -3, -2, -1 \}$
3	$\{ 7, 8, 9, 10, 11 \}$	4	$\{ -5, -4, \dots, 6, 7 \}$
5	$-7 \leq x \leq 9$	6	$2 < y < 5$
7	$-5 \leq t < 1$	8	$a < 3$
9	$x \geq 2$	10	$x > 18$ أو $x < 0$
11	المضاعفات الموجبة للعدد 3	12	المضاعفات الموجبة للعدد 8

- (1) التعرف على العلاقات وتحديد الدوال.
(2) إيجاد قيمة دالة عند نقطة.

تدريب(2): حدد ما إذا كانت كل علاقة مما يأتي تمثل y كدالة في x :

1	(1) المتغير x يمثل الرقم الشخصي، وقيم y تمثل أسماء الأشخاص. (2) المتغير x يمثل اسم المدينة، أما قيم y فتمثل رقم المجمع في تلك المدينة. (3) المتغير x يمثل العمر بالسنوات، وقيم y تمثل أسماء الأشخاص.	<table><tr><th>x</th><th>y</th></tr><tr><td>-1</td><td>-4</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td></tr><tr><td>5</td><td>5</td></tr><tr><td>9</td><td>11</td></tr></table> <table><tr><th>x</th><th>y</th></tr><tr><td>-1</td><td>-4</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td></tr><tr><td>5</td><td>5</td></tr><tr><td>-1</td><td>11</td></tr></table> $\{(-1,2),(2,0),(3,5),(2,7),(1,5)\}$	x	y	-1	-4	2	5	5	5	9	11	x	y	-1	-4	2	5	5	5	-1	11
x	y																					
-1	-4																					
2	5																					
5	5																					
9	11																					
x	y																					
-1	-4																					
2	5																					
5	5																					
-1	11																					
3																						
4	$4x + y = 9$	$y^2 - x = 5$	$y = x^3 - 1$	$\frac{x}{y} = y + 1$																		

تدريب(3): أوجد قيمة كل دالة في كل مما يأتي:

1	$f(x) = x^2 + 5x - 1$ $a) f(-2) =$ $b) f(3m) =$	2	$h(x) = 2x^2 - x$ $a) h(3) =$ $b) h(2t) =$
3	$g(x) = \begin{cases} 2x - 3, & x < -3 \\ -1, & -3 \leq x < 2 \\ x^2 + 5, & x \geq 2 \end{cases}$ $a) g(0) =$ $b) g(3) =$ $d) g(-5) =$ $e) g(2) =$		

❖ مجال الدالة (كثيرات الحدود ، الثابتة ، المطلق ، الجذر التكعيبي ، ...)
جميع الأعداد الحقيقية $D = R$ = المجال

تدريب: ما مجال الدوال التالية:

1) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 5x + 3$

2) $g(x) = \sqrt[3]{x - 3}$

3) $h(t) = |t - 2|$

4) $T(r) = 3$

❖ مجال الدالة (دالة الجذر التربيعي)
المجال: حل متباينة $0 \leq$ ما داخل الجذر

تدريب: أوجد مجال الدوال التالية:

1) $f(x) = \sqrt{x + 2}$

2) $f(x) = \sqrt{3x - 15}$

3) $f(x) = \sqrt{10 - 2x}$

4) $f(t) = \sqrt{7 - 3x}$

$f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

❖ مجال الدالة الكسرية (كثيرة حدود على كثيرة حدود)
 $\{ \text{أصفار المقام} \} / R = \text{المجال}$

تدريب: أوجد مجال الدوال التالية:

1) $f(x) = \frac{3x-1}{2x+14}$

2) $f(x) = \frac{-5}{x^2-5x}$

3) $g(t) = \frac{2t-5}{t^2+3t-10}$

4) $f(x) = \frac{-5}{2x^2-9x-5}$

❖ مجال الدالة الكسرية (كثيرة حدود على جذر تربيعي)
حل المتباينة $0 > \text{ما داخل الجذر} = \text{المجال}$

تدريب: أوجد مجال ما يلي:

1) $h(r) = \frac{3r+12}{\sqrt{2r-8}}$

2) $f(x) = \frac{5x}{\sqrt{4-x}}$

3) $g(x) = \frac{-3}{\sqrt{3x+12}}$

❖ مجال الدالة الكسرية (جذر تربيعي على كثيرة حدود)
 {المقام أصفار} / 0 > ما داخل الجذر = المجال

تدريب: أوجد مجال ما يلي:

$$1) h(r) = \frac{\sqrt{x+3}}{2x-10}$$

$$2) f(x) = \frac{\sqrt{3x+15}}{x^2-5x}$$

$$3) g(x) = \frac{\sqrt{3x+15}}{x^2+5x}$$

حالات أخرى لإيجاد المجال:

{أصفار المقام} / {مجال $f_1 \cap$ مجال f_2 } = المجال

$$1) f(x) = \frac{3}{x-1} + \frac{2}{x+2}$$

$$2) f(x) = \frac{\sqrt{x-5}}{\sqrt[3]{x+3}}$$

$$3) f(x) = \sqrt{x^2 - 9}$$

$$4) f(x) = \sqrt{25 - x^2}$$

- (1) إيجاد قيمة دالة من التمثيل البياني وجبرياً.
(2) التطبيق على التحليل البياني.

ثانوية الشيخ عيسى بن علي المقرر: رياض 364
الموضوع: تحليل التمثيلات البيانية
بطاقة رقم (18)

عند دراسة تحليل التمثيلات البيانية فإننا نركز علي معرفة مجموعة من الخصائص التي تصف الدالة، مثل:

(١) إيجاد قيمة دالة عند نقطة / إيجاد أصفار الدالة / إيجاد مقطع محور y .

(٢) إيجاد المجال: وهو الفترة التي تعبر عن جميع القيم التي تكون الدالة عندها معرفة وبيانياً يمكن القول بأنها (الامتداد الأفقي للرسم البياني)

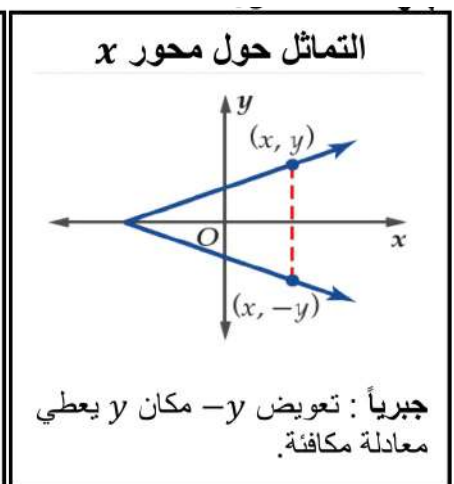
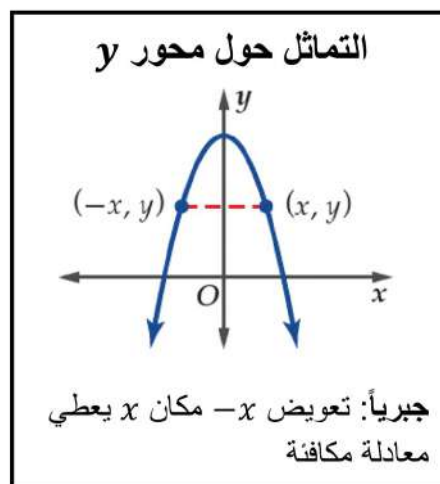
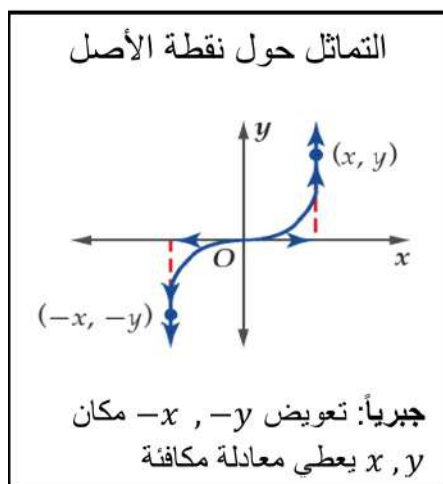
(٣) إيجاد المدى: وهو الفترة التي تعبر عن جميع القيم التي تخرجها الدالة، أو هي جميع صور قيم المجال بعد التعويض، وبيانياً يمكن القول بأنها (الامتداد الرأسبي للرسم البياني)

(٤) القيم العظمى المحلية والمطلقة: وهي القيمة التي تعتبر أكبر من جميع القيم الأخرى بجوارها، وهي القمة ، وأعلى قمة لا يوجد ما هو زعلى منها تعتبر عظمى مطلقة.

(٥) القيم الصغرى المحلية والمطلقة: وهي القيمة التي تعتبر أصغر من جميع القيم الأخرى بجوارها، وهي القاع ، وأعمق قاع لا يوجد ما هو أعمق منها تعتبر صغرى مطلقة.

(٦) تكون الدالة متزايدة في فترة إذا كانت قيمها تزداد كلما اتجهنا يمينا، وتكون متناقصة إذا كانت قيمها تقل كلما اتجهنا يمينا.

(٧) توجد ثلاث حالات للتماثل:



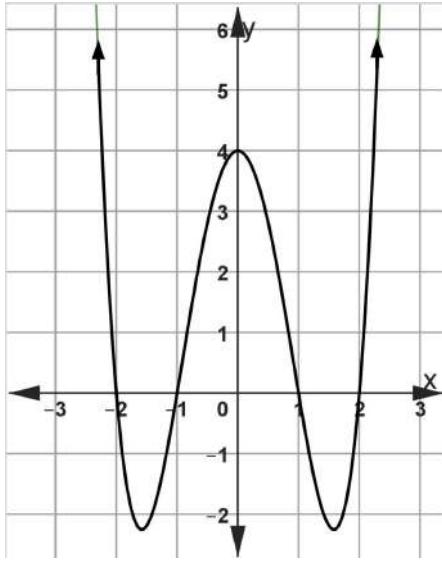
لكل (x, y) تنتمي للمنحني يوجد $(-x, -y)$ تنتمي لنفس المنحني.

لكل (x, y) تنتمي للمنحني يوجد $(-x, y)$ تنتمي لنفس المنحني.

لكل (x, y) تنتمي للمنحني يوجد $(x, -y)$ تنتمي لنفس المنحني.

- (1) إيجاد قيمة دالة من التمثيل البياني وجبرياً.
- (2) التطبيق على التحليل البياني.

ثانوية الشيخ عيسى بن علي المقرر: رياض 364
الموضوع: تحليل التمثيلات البيانية
بطاقة رقم (19)



مثال: مستعيناً بالتمثيل البياني المجاور أجب عما يلي:

(1) $f(0) =$

(2) مجال الدالة:

(3) المدى:

(4) أصفار الدالة:

(5) مقطع محور y :

(6) نوع التماثل:

(7) نوع الدالة (زوجية-فردية-غير ذلك)

(8) فترات التزايد والتناقص:

(9) القيم القصوى ونوعها:

تدريب: مستعيناً بالتمثيل البياني المجاور أجب عما يلي:

(1) $f(2) =$

(2) مجال الدالة:

(3) المدى:

(4) أصفار الدالة:

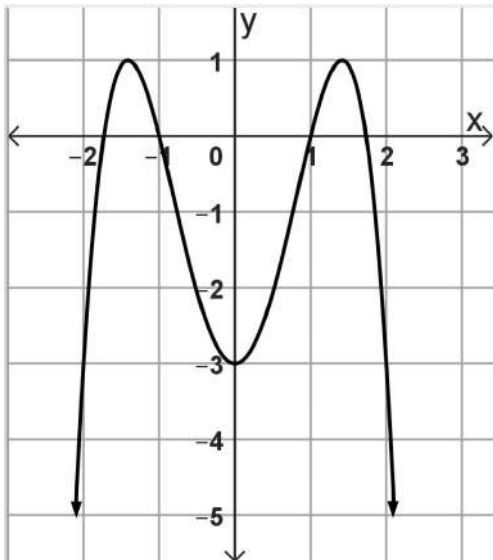
(5) مقطع محور y :

(6) نوع التماثل:

(7) نوع الدالة (زوجية-فردية-غير ذلك)

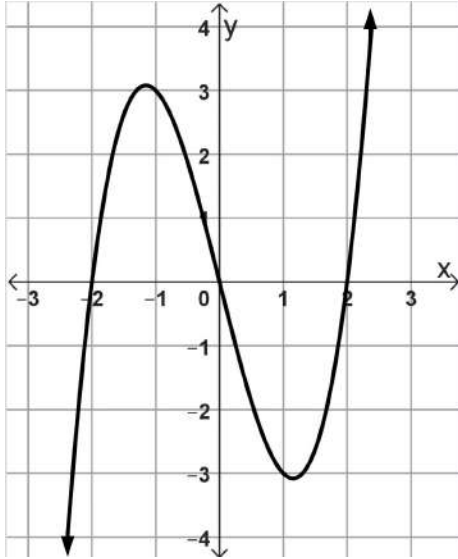
(8) فترات التزايد والتناقص:

(9) القيم القصوى ونوعها:



- (1) إيجاد قيمة دالة من التمثيل البياني وجبرياً.
- (2) التطبيق على التحليل البياني.

ثانوية الشيخ عيسى بن علي المقرر: رياض 364
الموضوع: تحليل التمثيلات البيانية
بطاقة رقم (20)



مثال: مستعيناً بالتمثيل البياني المجاور أجب عما يلي:

(1) $f(-1) =$

(2) مجال الدالة:

(3) المدى:

(4) أصفار الدالة:

(5) مقطع محور y :

(6) نوع التماثل:

(7) نوع الدالة (زوجية-فردية-غير ذلك)

(8) فترات التزايد والتناقص:

(9) القيم القصوى ونوعها:

تدريب: مستعيناً بالتمثيل البياني المجاور أجب عما يلي:

(1) $f(0.5) =$

(2) مجال الدالة:

(3) المدى:

(4) أصفار الدالة:

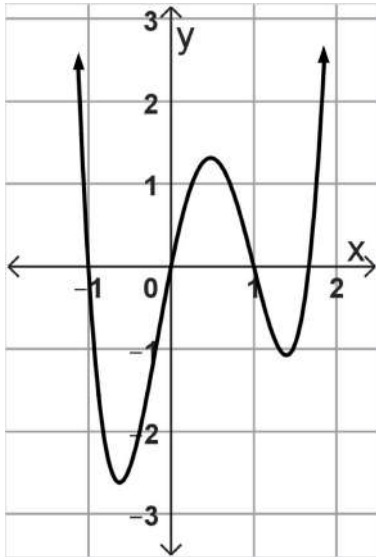
(5) مقطع محور y :

(6) نوع التماثل:

(7) نوع الدالة (زوجية-فردية-غير ذلك)

(8) فترات التزايد والتناقص:

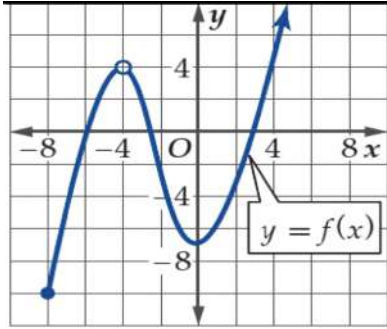
(9) القيم القصوى ونوعها:



- (1) إيجاد قيمة دالة من التمثيل البياني وجبرياً.
- (2) التطبيق على التحليل البياني.

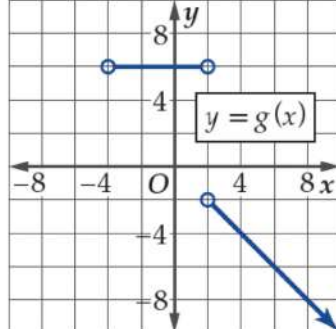
ثانوية الشيخ عيسى بن علي المقرر: رياض 364
الموضوع: تحليل التمثيلات البيانية
بطاقة رقم (21)

تدريب: استعمل التمثيل البياني للدوال الآتية لإيجاد المجال والمدى:



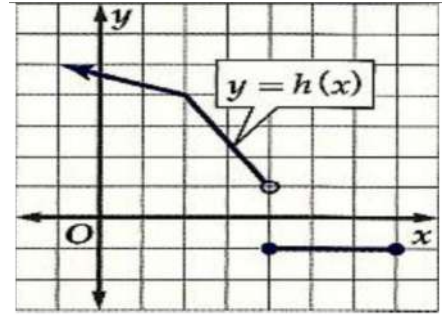
=المجال

=المدى



=المجال

=المدى



=المجال

=المدى

تدريب: أوجد أصفار الدالة ومقطع محور y بصورة جبرية

$$f(x) = 2x - 6$$

$$f(x) = x^2 - 4x + 3$$

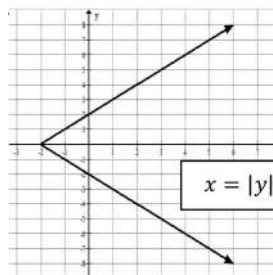
إذا كانت f دالة زوجية ، وكانت $(5, -2)$ نقطة على منحنى تمثيل الدالة فإن النقطة الأخرى هي:

- A) $(-2, 5)$ B) $(-5, 2)$
c) $(-5, -2)$ D) $(5, 2)$

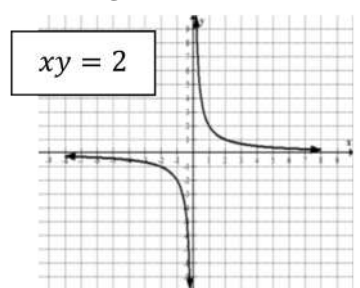
إذا كانت f دالة دالة متماثلة حول نقطة الاصل، وكانت $(5, -2)$ نقطة على منحنى تمثيل الدالة فإن النقطة الأخرى:

- A) $(-2, 5)$ B) $(-5, 2)$
c) $(-5, -2)$ D) $(5, 2)$

تدريب: أكتب نوع التماثل فيما يلي:



$$x = |y| - 2$$



$$xy = 2$$

الاختبار الجبري للدالة الزوجية والفردية:

(1) إذا كانت الدالة زوجية (متماثلة حول محور y) فإن: $f(-x) = f(x)$

(2) إذا كانت الدالة فردية (متماثلة حول نقطة الأصل) فإن: $f(-x) = -f(x)$

تدريب: بين جبرياً نوع الدوال الآتية من حيث كونها زوجية أو فردية أو غير ذلك.

1) $f(x) = 3x^4 - 5x^2$

2) $f(x) = x^6 - 15x^2 + 7$

3) $f(x) = x^5 - 2x^3 + x$

4) $f(x) = x^5 - 2x + 6$

5) $f(x) = 3x^6 + 2x^3$

6) $f(x) = 4x^6 - |x|$

$$7) f(x) = |x| + \sin x$$

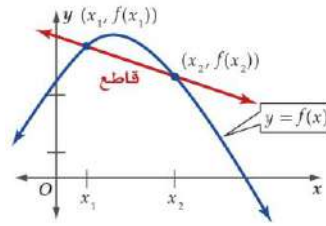
$$8) f(x) = \cos x - \frac{\tan x}{x}$$

$$9) f(x) = \frac{\sqrt[3]{x^5 + x^3}}{\tan x}$$

- (1) إيجاد متوسط معدل التغير.
(2) إيجاد متوسط السرعة.

شيخ عيسى بن علي الثانوية المقرر: رياض 364
الموضوع: القيم القصوى ومتوسط معدل التغير
بطاقة رقم (23)

* متوسط معدل التغير: هو ميل المستقيم الواصل بين نقطتين $(x_1, f(x_1))$, $(x_2, f(x_2))$



$$m_{\text{sec}} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

تدريب: أوجد متوسط معدل التغير لكل دالة مما يأتي في الفترة المعطاة:

1) $f(x) = 3x^2 - 8x$; $[4, 8]$

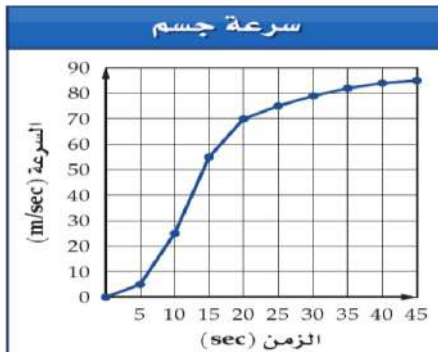
2) $f(x) = -2x^4 + 3x^3 - 12$; $[1, 3]$

3) $f(x) = \sqrt{x + 8}$; $[4, 8]$

4) $f(x) = \frac{x-3}{x}$; $[5, 12]$

تدريب:

فيزياء: قذِفَ جسم إلى أعلى من ارتفاع 4 ft عن سطح الأرض، إذا كان ارتفاع الجسم عن سطح الأرض يُعطى بـ $d(t) = -16t^2 + 20t + 4$ ، حيث t الزمن بالثواني بعد قذف الجسم، و $d(t)$ المسافة التي يقطعها الجسم. إذا أهملت مقاومة الهواء، فأوجد متوسط سرعة الجسم في الفترة من 0.5 sec إلى 1 sec. برّر إجابتك.

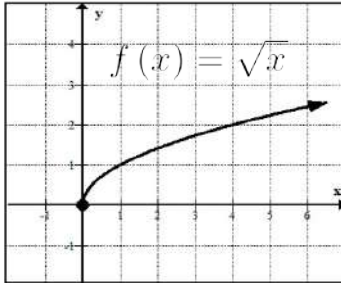


تدريب: استعمل التمثيل البياني للإجابة عما يلي:
أوجد متوسط معدل التغير في كل من الفترات $[5, 15]$.

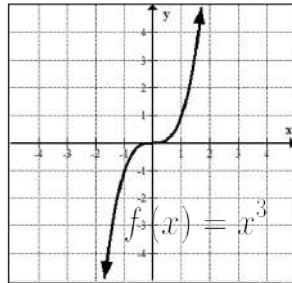
- (١) يتعرف الطالب على أنواع الدوال.
(٢) يوجد الطالب خصائص الدوال الأم.

أولاً: الدوال الأم:

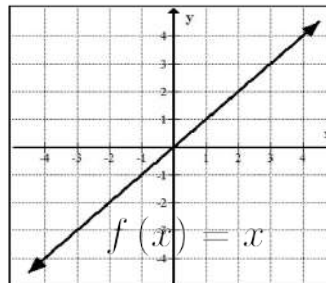
دالة الجذر التربيعي



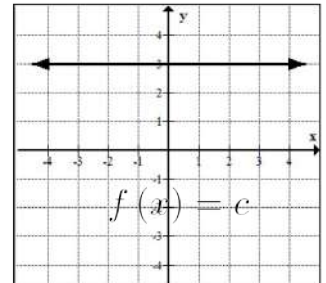
الدالة التكعيبية



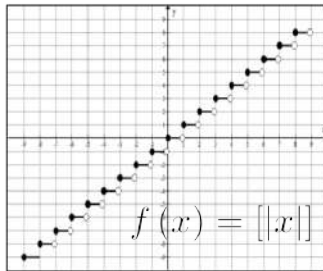
الدالة المحايدة



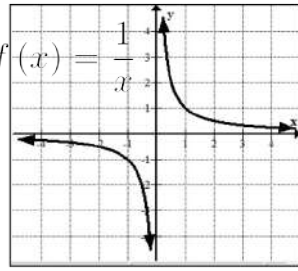
الدالة الثابتة



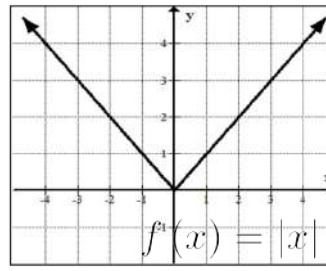
دالة أكبر عدد صحيح



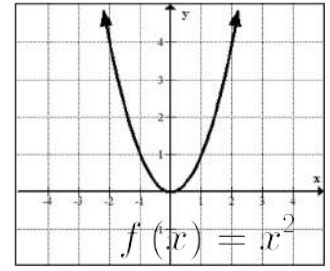
دالة المقلوب



دالة المطلق



الدالة التربيعية

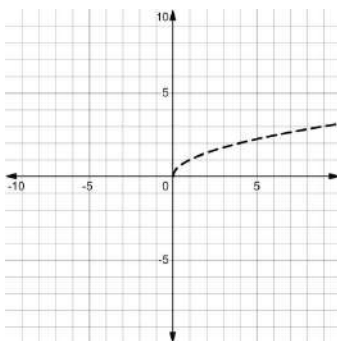


لكل دالة من هذه الدوال:

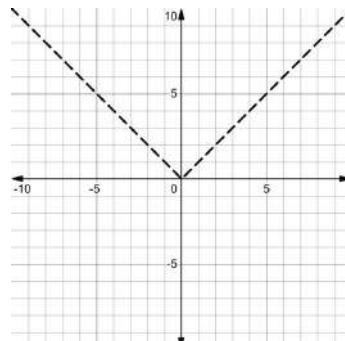
قاعدة الدالة	المجال	المدى	مقطع محور x	مقطع محور y
التماثل	الاتصال	سلوك طرفي الدالة	إطراد الدالة	

تدريب: استعمل منحنى الدالة الأم $f(x)$ لتمثيل الدالة $g(x)$ في كل مما يلي:

$$1) g(x) = \sqrt{x+5} - 3$$



$$2) g(x) = -|x-1| + 4$$



ثانياً: التحويلات الهندسية

$$g(x) = af(\bar{a}x - h) + k$$

k : إزاحة لأعلى $k > 0$ أو لأسفل $k < 0$

h : إزاحة لليمين $h > 0$ أو لليسار $h < 0$

a : توسع رأسي أو تضيق رأسي

$$0 < a < 1$$

a : توسع رأسي

$$a > 0$$

$\bar{a}$: توسع أفقي أو تضيق أفقي

$$\bar{a} > 0$$

$\bar{a}$: توسع أفقي

$$0 < \bar{a} < 1$$

- (١) يطبق الطالب على الإزاحة الأفقية.
(٢) يطبق الطالب على الإزاحة الرأسية.

تدريب: املأ الفراغ بالعبرة المناسبة فيما يأتي:

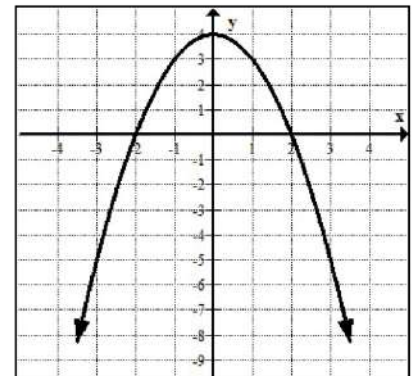
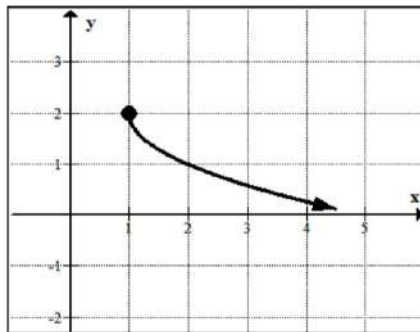
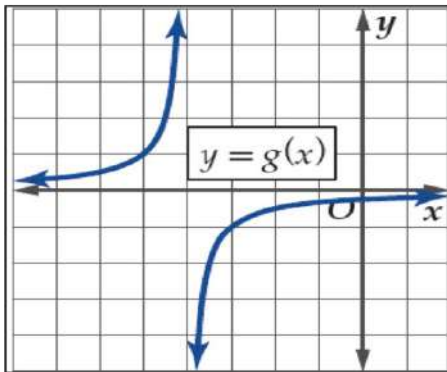
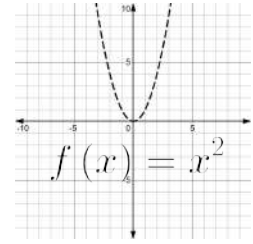
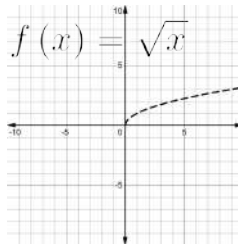
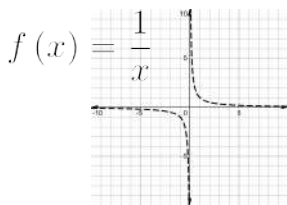
(١) $g(x) = \frac{1}{4}x^3$ منحنى $g(x)$ هو لمنحنى الدالة الأم
لأن

(٢) $g(x) = -3x^2$ منحنى $g(x)$ هو حول محور x لمنحنى الدالة الأم
مع لأن

(٣) $g(x) = (0.2x)^2$ منحنى $g(x)$ هو لمنحنى الدالة الأم
لأن

(٤) $g(x) = |5x|$ منحنى $g(x)$ هو لمنحنى الدالة الأم
لأن

تدريب: أكتب قاعدة الدوال التالية، بعد مقارنتها بالدالة الأم:



الأهداف: / / م

١) يطبق الطالب على الانعكاس حول المحورين.

٢) يطبق الطالب على التمدد والتضيق.

شيخ عيسى بن علي الثانوية المقرر: رياض ٣٦٤

الموضوع: التحويلات الهندسية

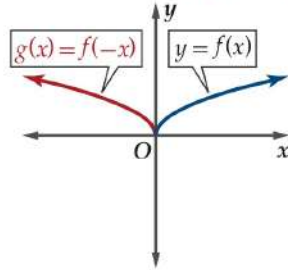
بطاقة رقم (26)

مفهوم أساسي

الانعكاس حول المحورين الإحداثيين

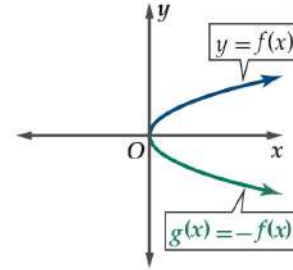
الانعكاس حول المحور y

منحنى $g(x) = f(-x)$ ، هو انعكاس لمنحنى $f(x)$ حول المحور y .



الانعكاس حول المحور x

منحنى $g(x) = -f(x)$ ، هو انعكاس لمنحنى $f(x)$ حول المحور x .

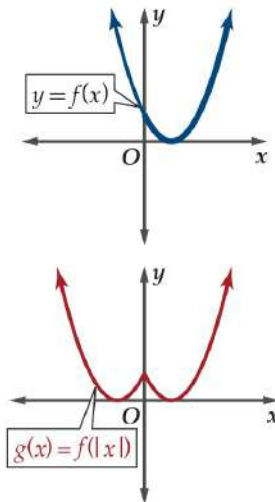


مفهوم أساسي

التحويلات الهندسية على دوال القيمة المطلقة

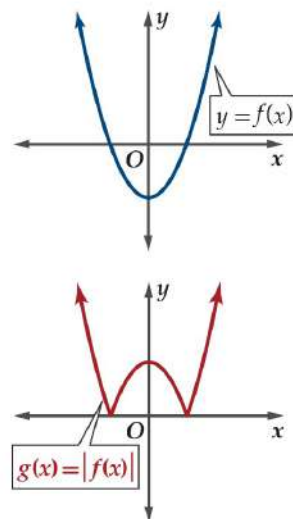
$$g(x) = f(|x|)$$

يُغير هذا التحويل الهندسي جزء منحنى الدالة الموجود إلى يسار المحور y ، ويضع مكانه صورة جزء المنحنى الواقع إلى يمين المحور y بالانعكاس حول المحور y .



$$g(x) = |f(x)|$$

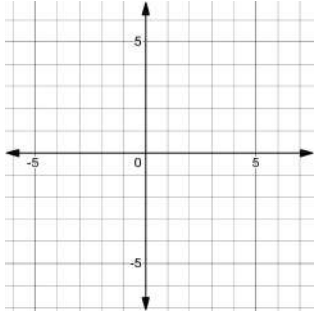
يعكس هذا التحويل الهندسي أي جزء من منحنى الدالة يقع تحت المحور x ليصبح فوقه.



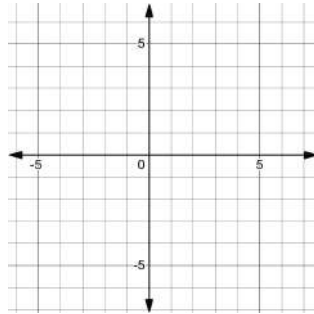
- (١) يطبق الطالب على الانعكاس حول المحورين.
 (٢) يطبق الطالب على التمدد والتضيق.

تدريب: استعمل التمثيل البياني للدالة $f(x)$ ، ثم ارسم كلا من $-f(x)$ و $f(-x)$

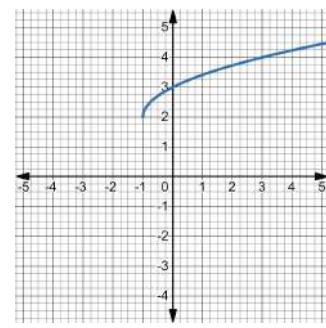
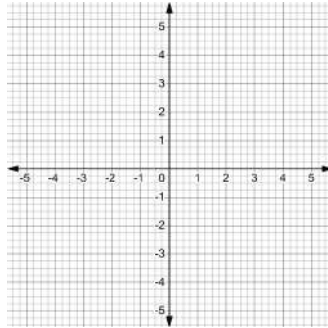
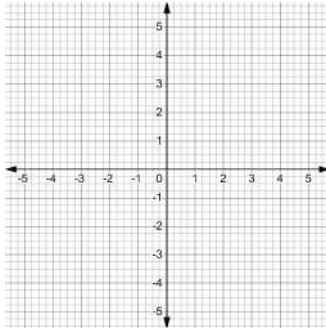
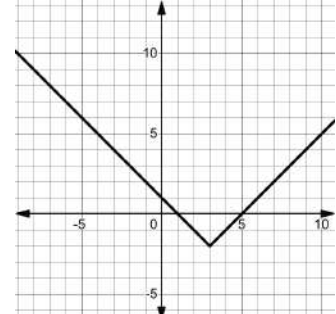
$$f(-x)$$



$$-f(x)$$

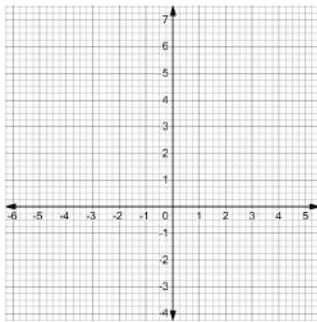


$$f(x)$$

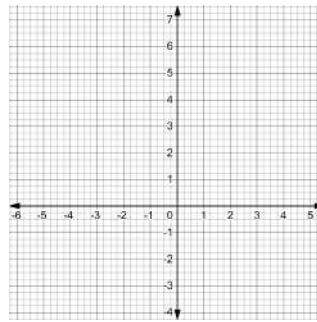


تدريب: استعمل التمثيل البياني للدالة $f(x)$ ، ثم ارسم كلا من $|f(x)|$ و $f(|x|)$

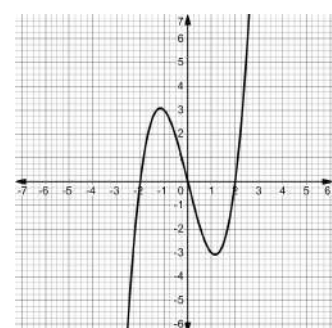
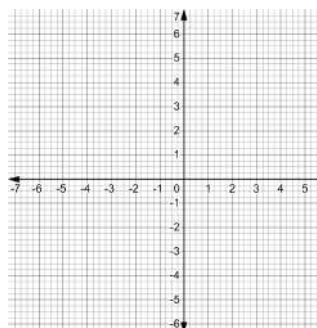
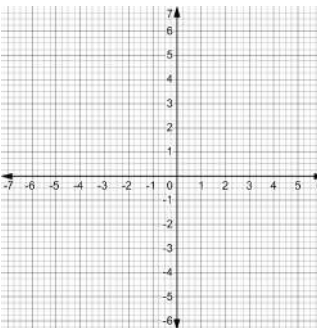
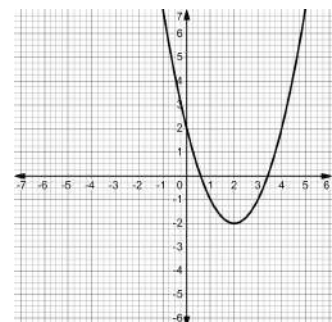
$$f(|x|)$$



$$|f(x)|$$



$$f(x)$$



تدريب: أجب عما يلي مع ذكر المجال في كل فرع:

(١) إذا كان: $g(x) = 5x^2 + x - 3$, $f(x) = 2x^3 - x^2 + 7x$ فأوجد:

1) $(f + g)(x) =$

2) $(f - g)(x) =$

(٢) إذا كان: $g(x) = 2x + 5$, $h(x) = 3x^2 - 2$ فأوجد:

1) $(h \cdot g)(x) =$

2) $(h \cdot g)(2) =$

3) $\left(\frac{h}{g}\right)(x) =$

(٣) إذا كان: $u(x) = \sqrt{x+2}$; $f(x) = 3x$ فأوجد ما يلي:

1) $(f + u)(x) =$

2) $(f \cdot u)(2) =$

3) $\left(\frac{u}{f}\right)(-2) =$

مثال (١): إذا كان $g(x) = x + 5$, $f(x) = 3x - 2$ فأوجد:

1) $[fog](x) =$

2) $[gof](x) =$

3) $[fog](2) =$

تدريب: إذا كان $g(x) = 3x$, $f(x) = x^2 + 3x - 5$ فأوجد:

1) $[fog](x) =$

2) $[gof](x) =$

3) $[fog](-2) =$

تدريب: إذا كان $g(x) = 3x - 2$, $f(x) = \frac{x+2}{3}$ فأوجد:

1) $[fog](x) =$

2) $[gof](x) =$

تدريب: أوجد مجال $(fog)(x)$ ، ثم أوجد $(fog)(x)$ لكل زوج من الدوال التالية:

1) $f(x) = \frac{1}{x+1}$, $g(x) = x^2 - 4$

2) $f(x) = \frac{2}{x-3}$, $g(x) = x^2 + 6$

3) $f(x) = \sqrt{x+4}$, $g(x) = x^2 - 4$

4) $f(x) = \frac{5}{x}$, $g(x) = \sqrt{6-x}$

تدريب: أوجد دالتين f, g بحيث يكون $h(x)=[fog](x)$ ، على ألا تكون أي منها دالة محايدة:

1) $h(x) = \frac{5}{x-3}$

2) $h(x) = \sqrt{x^2 - x} + 4$

3) $h(x) = |2x - 3| + 5$

4) $h(x) = \llbracket -3(x - 9) \rrbracket + 5$

4) $h(x) = \sqrt[3]{\frac{x-5}{x+2}}$

5) $h(x) = \frac{\sqrt{x+4}}{x-2}$

$$7) h(x) = \sqrt{-7x} + 9x$$

$$8) h(x) = \sqrt{x-1} - \frac{4}{x}$$

تدريب: أوجد $f(-6)$ إذا كان : $f(x)-g(x)=x^2+x+6$ حيث $g(x)=x+4$.

تدريب: إذا كانت $f(x) = \sqrt{4x}$ ، فأوجد $g(x)$ حيث : $[g \circ f]=200x+25$

- (1) إيجاد النهاية اليمنى واليسرى.
- (2) إيجاد النهاية عند اللانهاية.

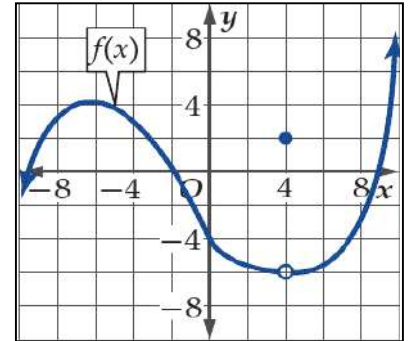
تدريب: استعمل التمثيل البياني لتقدير النهايات التالية إن كان لها وجود:

$$f(4) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} f(x) =$$



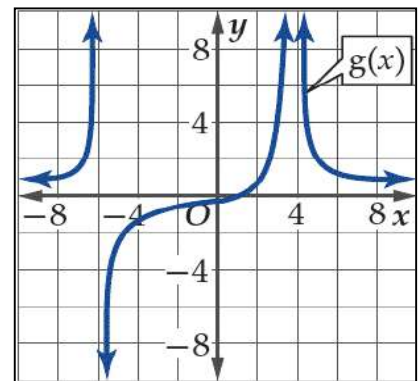
$$f(4) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \quad \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -6^-} f(x) = \quad \lim_{x \rightarrow -6^+} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -6} f(x) =$$

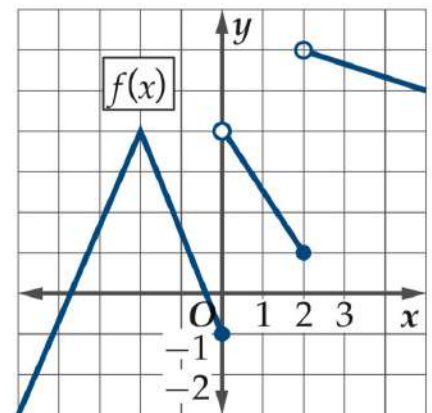


$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) =$$

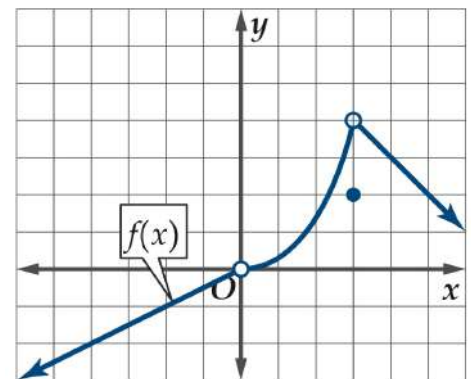
$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$$



$$f(-2) = \quad \lim_{x \rightarrow -2} f(x) =$$

$$f(0) = \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$$

$$f(3) = \quad \lim_{x \rightarrow 3} f(x) =$$

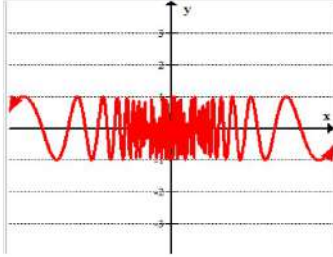


- (1) إيجاد النهاية بالتعويض المباشر.
(2) إيجاد قيمة مجهول بمعلومية النهاية عند نقطة.

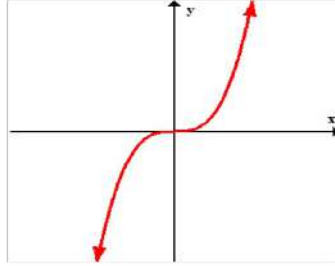
ثانوية الشيخ عيسى بن علي المقر: ريض 364
الموضوع: حساب النهايات جبرياً
بطاقة رقم (34)

تدريب: قدر كل نهاية مما يأتي (إن وجدت):

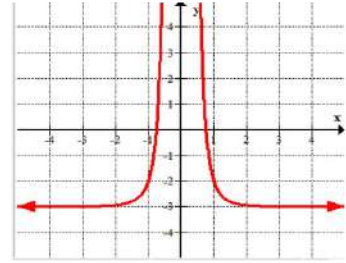
$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x}$$



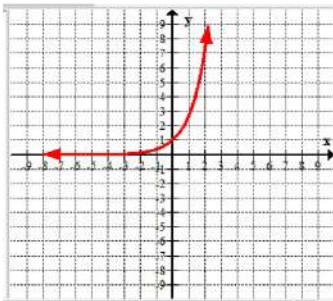
$$2) \lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin x$$



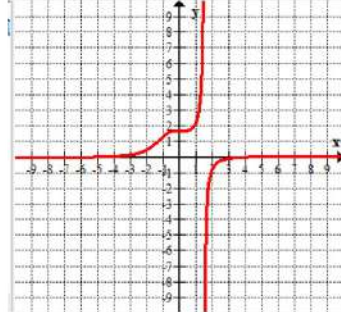
$$3) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x^4} - 3 \right)$$



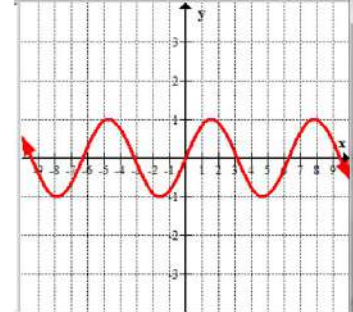
$$4) \lim_{x \rightarrow -\infty} (2.7)^x$$



$$5) \lim_{x \rightarrow -\infty} \sin x$$



$$6) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x - 22}{4x^3 - 13}$$



تدريب: احسب كل نهاية مما يأتي :

$$1) \lim_{x \rightarrow 2} (3x^2 - 5x + 7)$$

$$2) \lim_{x \rightarrow -7} \sqrt{9 - x}$$

تدريب: أوجد قيمة المجهول k فيما يلي:

$$1) \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - kx + 2) = -4$$

$$2) \lim_{x \rightarrow k} (x^2 + 5x + 13) = 27$$

- (1) إيجاد النهاية باستخدام التحليل.
 (2) إيجاد النهاية في وجود المطلق.

تدريب: احسب نهاية كل مما يأتي:

$$1) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 3x}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 5x - 14}{x + 2}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^3 - 4x}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+3)^2 - 9}{x}$$

حل بطريقة أخرى

$$5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+3)^2 - 9}{x}$$

مثال: احسب النهايات التالية:

$$1) \lim_{x \rightarrow 25} \frac{x-25}{\sqrt{x}-5}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+7}-3}{x-2} =$$

تدريب: احسب النهايات التالية:

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x-3}-2}{x-7}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+7}-3}{x^2-4} =$$

$$4) \lim_{x \rightarrow -5} \frac{2x+10}{\sqrt{x+9}-2} =$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6}-3}{9-x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^n = \qquad \lim_{x \rightarrow -\infty} x^n = \left\{ \qquad \lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{1}{x^n} = \right.$$

- 1) $\lim_{x \rightarrow \infty} (-x^3 - 4x^2 + 9) =$
- 2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (4x^6 + 3x^5 - x) =$
- 3) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x - 6x^2 + 4x^5) =$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 7}{1 + x^2} =$$

$$5) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^3 - 7}{1 - x^2 - 12x^3} =$$

$$6) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x + 5}{x^5 + x^2} =$$

$$7) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 - 7x^5}{8x - x^2} =$$

شيخ عيسى بن علي الثانوية المقرر: رياض ٣٦٤
الموضوع: حساب النهايات عند اللانهاية
بطاقة رقم (38)

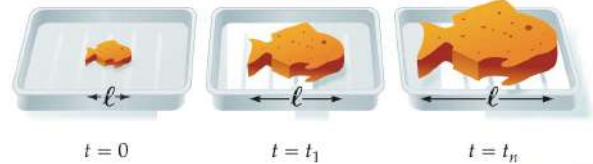
الأهداف:
(١) أن يتعرف الطالب على مفهوم اللانهاية جبرياً
(٢) أن يوجد نهاية دالة عند اللانهاية.

$$8) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x-7}}{x+3} =$$

$$9) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9x^2-7}}{x+3} =$$

$$10) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{8x-7}{\sqrt{16x^2+3}} =$$

28 **إسفنج:** تحتوي مادة هلامية على حيوان الإسفنج، وعند وضع المادة الهلامية في الماء، فإن حيوان الإسفنج يبدأ بامتصاص الماء والتضخم. ويمكن تمثيل ذلك بـ $\ell(t) = \frac{105t^2}{10+t^2} + 25$ ، حيث ℓ طول حيوان الإسفنج بالمليمترات بعد t ثانية من وضعه في الماء.
(مثال 6) للفروع a-c انظر ملحق الإجابات



- (a) ما طول حيوان الإسفنج قبل وضعه في الماء؟
(b) ما نهاية الدالة عندما $t \rightarrow \infty$ ؟
(c) وضح العلاقة بين نهاية الدالة ℓ وطول حيوان الإسفنج.

29 **حيوانات:** يُعطى وزن حيوان w بالباوند بعد d يوماً من الولادة

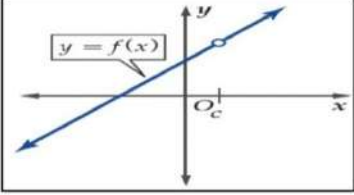
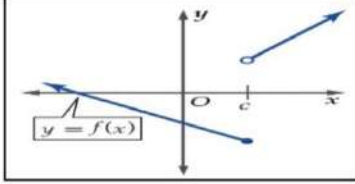
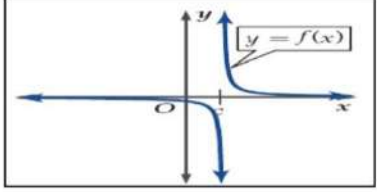
$$w(d) = \frac{50}{2 + 98(0.85)^d} \quad (\text{مثال 6})$$

- (a) ما وزن الحيوان عند الولادة؟ **0.5 Ib**
(b) ما نهاية الوزن الذي سيصله الحيوان (عندما تكون $d \rightarrow \infty$)؟ **25 Ib**

- (1) أن يتعرف أنواع الاتصال والانفصال.
(2) أن يذكر شروط الاتصال.

شيخ عيسى بن علي الثانوية المقرر: رياض 364
الموضوع: الاتصال وسلوك طرفي الدالة
بطاقة رقم (39)

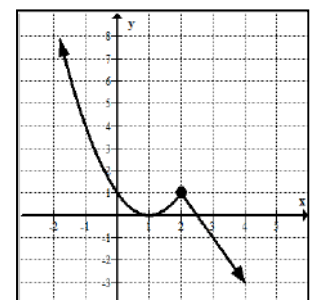
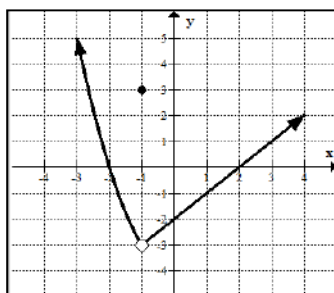
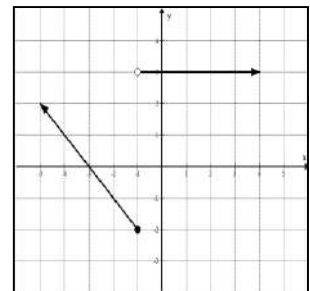
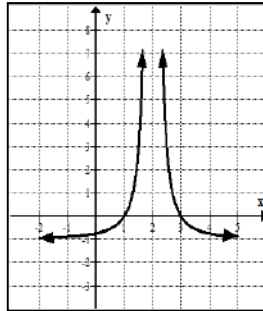
** أنواع الانفصال:

(3) الانفصال النقطي (قابل للإزالة)	(2) الانفصال القفزي	(1) الانفصال اللانهائي
 وتكون فيه قيمة الدالة $\neq$ نهاية الدالة $f(c) \neq \lim_{x \rightarrow c} f(x)$	 وتكون فيه عند $x = c$ النهية اليمنى $\neq$ النهاية اليسرى $\lim_{x \rightarrow c^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow c^-} f(x)$	 وتكون فيه إحدى النهايات أو كليهما تشيران إلى موجب أو سالب مالانهاية. $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = \pm \infty$

شروط اتصال دالة عند نقطة

- (1) أن تكون قيمة الدالة موجودة $f(a)$ is Exist
(2) أن تكون نهاية الدالة موجودة $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ Exist
(3) أن تكون قيمة الدالة تساوي نهاية الدالة $f(a) = \lim_{x \rightarrow a} f(x)$

تدريب(1): استعمل التمثيل البياني لتحديد قيم x التي تكون عندها الدالة منفصلة وحدد نوع الانفصال(إن وجد):



تدريب(1): ابحث اتصال الدوال التالية، عند $x=a$. وبرر إجابتك باستعمال اختبار الاتصال.
(1) $f(x) = 3x^2 - 6x$ عندما $x = 1$.
(40)

(2) $f(x) = (x - 1)^3$ عند $x = 2$.

تدريب: ابحث اتصال الدوال التالية عند قيم x المعطاة، وقرر إجابتك باستعمال اختبار الاتصال. وإذا كانت الدالة غير متصلة، فبين نوع الانفصال هل هو لا نهائي، قفزي، أم قابل للإزالة.

$$(1) \quad f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & , x > -1 \\ x^2 - 5 & x \leq -1 \end{cases} \quad \text{عند } x = -1.$$

$$(2) \quad f(x) = \begin{cases} x^3 - 1 & , x \geq 1 \\ x^2 - 3 & x < 1 \end{cases} \quad \text{عند } x = 1.$$

شيخ عيسى بن علي الثانوية المقرر: رياض 364
الموضوع: الاتصال وسلوك طرفي الدالة
بطاقة رقم (42)

الأهداف:
(1) أن يذكر شروط الاتصال.
(2) أن يبحث اتصال دالة عند

$$(3) \quad f(x) = \frac{1}{(x+2)^2} \text{ ، عند } x = -2 .$$

$$(4) \quad f(x) = \frac{x-2}{x^2-4} \text{ ، عند } x = -2 .$$

$$(1) \quad (x) = \frac{x^2+3x-10}{x+5} \text{ عند } x = -5 .$$

$$(2) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-3x}{x-3} & , x \neq 3 \\ 2 & x = 3 \end{cases} \text{ عند } x = 3 .$$

تدريب على اختبار معياري

(63) ما قيمة b التي تجعل

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & , x \neq 1 \\ bx - 3 & , x = 1 \end{cases}$$

متصلة عند $x = 1$ ؟

1 A

3 B

5 C

7 D

ما قيمة b التي تجعل

$$f(x) = \begin{cases} bx^2 - 3 & x \geq -1 \\ x + 5 & x < 1 \end{cases}$$
 متصلة

توسع أوجد قيم كل من b, m التي تجعل الدالة $f(x)$ متصلة.

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 & , x \leq 0 \\ mx + b & , 0 < x < 1 \\ x^2 & , x \geq 1 \end{cases}$$

الأهداف: / / م
 (1) أن يطبق الطالب نظرية القيمة المتوسطة.
 (2) أن يبحث الطالب سلوك طرفي الدالة.

شيخ عيسى بن علي الثانوية المقرر: رياض 364
 الموضوع: الاتصال وسلوك طرفي الدالة
 بطاقة رقم (45)

نظرية القيمة المتوسطة:

حدد الأعداد الصحيحة المتتالية التي تنحصر بينها أصفار الدالة الحقيقية في الفترة $[a, b]$:

1) $f(x) = x^3 + 2x^2 - 8x + 3$; $[-6, 4]$

-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4

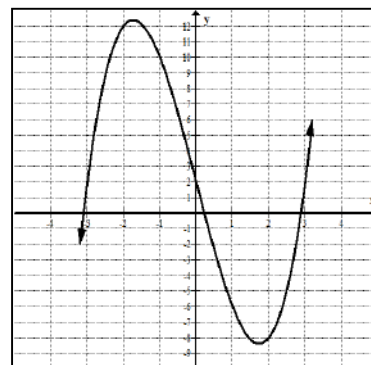
2) $f(x) = \frac{x^2-6}{x+4}$; $[-3, 4]$

-3	-2	-1	0	1	2	3	4

سلوك طرفي الدالة:

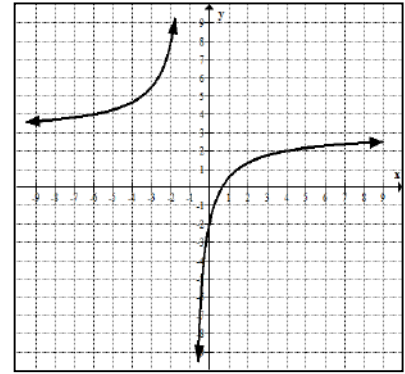
استعمل التمثيل البياني لوصف سلوك طرفي الدالة المعطاة:

$f(x) = x^3 - 9x + 2$

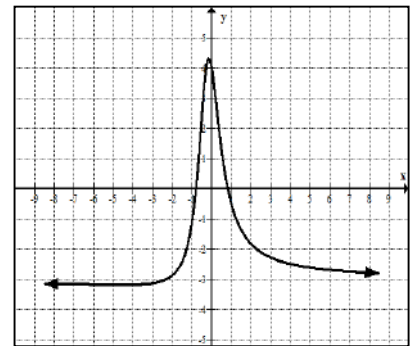


استعمل التمثيل البياني للدالة التالية لوصف سلوك طرفي التمثيل البياني .

$$f(x) = \frac{3x-2}{x+1}$$



$$f(x) = \frac{-6x^2+4}{2x^2+x+1}$$



خطوط التقارب الأفقية والرأسية :

أوجد المجال، وخطوط التقارب الأفقية والرأسية (إن وجدت) لكل دالة مما يأتي :

$$f(x) = \frac{15x + 3}{x + 5}$$

$$f(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x + 4}$$

تمهيد:

$$f(x) = 3x$$
$$f(x + h) =$$

$$f(x) = 3x + 5$$
$$f(x + h) =$$

$$f(x) = x^2$$
$$f(x + h) =$$

$$f(x) = 3x^2 - 5$$
$$f(x + h) =$$

$$f(x) = x^2 + 4x$$
$$f(x + h) =$$

تعريف المشتقة: وهي ميل المماس لمنحنى الدالة f عند أي نقطة عليه:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$$

تدريب: أوجد باستخدام التعريف مشتقة $f(x)$ ، ثم احسب قيمتها عند x .

1) $f(x) = 3x - 5$; $x = -2$

$$2) f(x) = x^2 - 5x \quad ; \quad x = 3$$

$$3) f(x) = \frac{1}{x+3} \quad ; \quad x = -1$$

$$4) f(x) = \sqrt{x-2} \quad ; \quad x = 6$$

تدريب: أوجد باستخدام التعريف ميل مماس المنحنى $y = x^2$ عند النقطة $(-2,4)$.

تدريب: أوجد معادلة ميل المنحنى $y = \frac{3}{x}$ عند أي نقطة عليه.

تحدي: أوجد باستخدام التعريف مشتقة $f(x) = \sqrt{x}$ عند أي لحظة.

السرعة المتجهة اللحظية: 
إذا أعطيت المسافة التي يقطعها جسم على صورة $f(t)$ ، بدلالة الزمن t ، فإن السرعة المتجهة اللحظية تعطى بالعلاقة:

$$v(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(t+h) - f(t)}{h}$$

مثال: تعطى المسافة التي يقطعها جسم بالسنتيمترات بعد t ثانية $S(t) = 18t - 3t^2 - 1$ ، أوجد معادلة السرعة المتجهة اللحظية $v(t)$ للجسم عند أي لحظة زمنية باستعمال التعريف.

تدريب تمثل $h(t) = 90t - 16t^2$ ارتفاع صاروخ بعد t ثانية من اطلاقه رأسياً من مستوى سطح البحر ، حيث الارتفاع بالاقدام. أوجد معادلة السرعة المتجهة اللحظية للصاروخ عند أي لحظة زمنية باستعمال التعريف.

- (1) أن يتعرف الطالب على مشتقة الثابت ودالة القوة.
(2) أن يوظف الطالب القواعد في إيجاد المشتقات.

✻ أكمل الجدول التالي:

القاعدة	المثال
$f(x) = c \Rightarrow f'(x) =$	$f(x) = -5 \Rightarrow f'(x) =$
$f(x) = x^n \Rightarrow f'(x) =$	$f(x) = x^4 \Rightarrow f'(x) =$
$f(x) = kx^n \Rightarrow f'(x) =$	$f(x) = 5x^4 \Rightarrow f'(x) =$

** ملاحظة : يمكن التعبير عن رمز المشتقة بعدة صور ($f'(x)$, y' , $\frac{dy}{dx}$)

تدريب: أوجد مشتقة كل دالة مما يأتي:

1) A) $f(x) = 3$

B) $y = \sqrt{11}$

C) $y = a$, حيث a عدد صحيح

2) A) $f(x) = x^2$

B) $f(n) = \sqrt{n^7}$

C) $y = \frac{1}{x^4}$

3) A) $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$

B) $y = 3x$

C) $y = \frac{4}{7}\sqrt{x^7}$

تدريب: وطف القواعد السابقة في إيجاد مشتقة ما يلي:

1) $f(x) = x^5 - 3x^2 + 7$

2) $f(t) = \sqrt[3]{t} - 4t$

3) $f(m) = \frac{m^2 - 4m + 3}{m}$

4) $f(x) = 3x^4 \left(\frac{2}{x^7} - 5 \right)$

تدريب: أوجد قيمة المشتقة عند النقطة المبينة:

1) $f(x) = 7 - x + 2x^3$; $x = -2$

2) $f(t) = 3x + 2\sqrt{x}$; $x = 4$

تدريب (تطبيق فيزيائي): تمثل $h(t) = 55t - 16t^2$ الارتفاع بالأقدام بعد t ثانية لكرة قذفت راسياً إلى أعلى. أوجد معادلة السرعة المتجهة اللحظية عند أي زمن t .

تدريب: تعطي المسافة التي يقطعها جسم بالسنتيمترات بعد t بـ $s(t) = 18t - t^3 - 1$ أوجد مقدار السرعة عند $t=2\text{sec}$.

تدريب (مهارات تفكير):

(2) إذا كان $f(x) = x^3 + ax - 2$ فأوجد قيمة a التي تحقق $f'(-1) = 5$. (**)

(1) إذا كان $f(x) = \frac{x^3}{3} - 3x^2 + 5$ فحل المعادلة: $f'(x) = 0$. (*)

❖ نظرية القيمة القصوى: راجع الكتاب (ص152)
تدريب: استعمل الاشتقاق لإيجاد النقاط الحرجة لكل مما يأتي، ثم أوجد نقاط القيم العظمى والصغرى لكل دالة في الفترة المعطاة:

2) $f(x) = x^2 - 6x + 5$; $[1, 4]$

1) $f(x) = 2x^2 + 8x$; $[-5, 0]$

تدريب: تمثل $h(t) = 20t^2 - 160t + 330$ ارتفاع
سعد بالأقدام أثناء مشاركته في قفزة البنجي، حيث الزمن
بالثواني. في الفترة $[0, 6]$. أوجد أقصى وأدنى ارتفاع
يبلغه سعد في هذه الفترة.

3) $u(t) = t^3 - 12t^2 + 5$; $[-1, 3]$

- (1) أن يوجد الطالب مشتقة حاصل الضرب.
(2) أن يوجد الطالب مشتقة خارج القسمة.

❖ مشتقة حاصل الضرب : إذا كانت $f(x) = u(x) \cdot v(x)$ فإن مشتقتها :
$$f'(x) = u(x) \cdot v'(x) + v(x) \cdot u'(x)$$

تدريب: أوجد مشتقة ما يأتي:

1) $f(x) = (4x + 3)(x^2 + 9)$

2) $h(x) = (3x^4 + 2x)(5 - 3x)$; $x = -1$

❖ مشتقة خارج القسمة: إذا كان $f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$ فإن مشتقتها:

$$f'(x) = \frac{v(x) \cdot u'(x) - u(x) \cdot v'(x)}{[v(x)]^2}$$

تدريب: أوجد مشتقة ما يأتي:

1) $f(x) = \frac{2x-8}{3x-1}$; $x = 2$

$$2) f(m) = \frac{5m^2 - 3m}{3m + 1} ; m = -1$$

تدريب: أوجد المشتقة عند $x = -1$ للدالة $g(x) = \frac{2x}{x^3 + 3x}$ ، حيث $x \neq 0$.

تدريب: أوجد $h'(1)$ للدالة $h(x) = (5x - 1)(x^2 + 3)$