

ملخص شامل لمقرر رياض 363 الرياضيات 5 مع تدريبات وامتحانات



تم تحميل هذا الملف من موقع مناهج مملكة البحرين

موقع المناهج ← مناهج مملكة البحرين ← الصف الثالث الثانوي ← رياضيات ← الفصل الثاني ← ملفات متنوعة ← الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 21:41:06 2026-05-10

ملفات اكتب للمعلم اكتب للطالب ا اختبارات الكترونية ا اختبارات ا حلول ا عروض بوربوينت ا أوراق عمل
منهج انجليزي ا ملخصات وتقارير ا مذكرات وبنوك ا الامتحان النهائي ا للمدرس

المزيد من مادة
رياضيات:

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثالث الثانوي



صفحة مناهج مملكة
البحرين على
فيسبوك

الرياضيات

اللغة الانجليزية

اللغة العربية

التربية الاسلامية

المواد على تلغرام

المزيد من الملفات بحسب الصف الثالث الثانوي والمادة رياضيات في الفصل الثاني

نموذج إجابة امتحان رياضيات 5 رياض 363	1
ملخص مقرر رياض 363 توحيد المسارات	2
أوراق عمل قواعد الاشتقاق	3
تجميعة امتحانات سابقة رياض 366	4
ملخص مقرر رياض 363	5



مملكة البحرين
وزارة التربية والتعليم
مدرسة غازي القصيبي الثانوية للبنات



الرياضيات 5

رياض 363

اسم الطالبة :	
الرقم الأكاديمي :	
الشعبة :	

الملزمة لا تغني عن الكتاب

سارة الرويعي
مديرة المدرسة

محتوى مساق الرياضيات للمستوى الثالث (توحيد المسارات / العلوم التجارية)

اسم المساق	الفصل الدراسي	رمز المساق	عدد الساعات	سنة الطبعة
الرياضيات 5	الرابع	رياض 363	4	الطبعة الأولى 1434 هـ - 2013 م
				الطبعة الثانية 1436 هـ - 2015 م

ملاحظات	التمارين المطلوبة	الأمثلة المطلوبة	رمز الدرس	الفصل
امتحان منتصف الفصل الدراسي سيشمل جميع هذه الدروس	جميع التمارين ما عدا 28، 29، 38 - 50	جميع الأمثلة ما عدا تأكيد 5B	2 - 1	الفصل (2)
	جميع التمارين ما عدا 28، 29، 32 - 48	جميع الأمثلة	2 - 2	
	دراسة ذاتية		2 - 3	
	جميع التمارين ما عدا 3 - 5، 14 - 20، 30 - 42	جميع الأمثلة ما عدا 4	2 - 4	
	دراسة ذاتية		2 - 5	
	دراسة ذاتية		2 - 6	
	دراسة ذاتية		2 - 7	
	دراسة ذاتية		3 - 1	الفصل (3)
	جميع التمارين ما عدا 13، 30 - 49	جميع الأمثلة ما عدا 7	*3 - 2	

دراسة ذاتية		3 - 3	الفصل (3)
جميع التمارين ما عدا 5، 40 - 44	جميع الأمثلة	**3 - 4	
دراسة ذاتية		3 - 5	
جميع التمارين ما عدا 21 - 29	جميع الأمثلة	3 - 6	الفصل (6)
جميع التمارين ما عدا 2(a)، 12 - 16	جميع الأمثلة ما عدا 3	***6 - 1	
جميع التمارين ما عدا 8، 9	جميع الأمثلة ما عدا 5	6 - 2	
جميع التمارين ما عدا 14، 19	جميع الأمثلة	6 - 3	

* : يُعطى المثالان 1 ، 2 من درس 1 - 3 كمقدمة لدرس 2 - 3

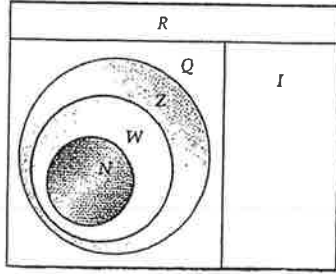
** : يكون تمثيل الدوال أو مشتقات الدوال غير مطلوب في تمارين الدرس.

*** : يُراعى في جميع الاختبارات ، إذا كان المطلوب تلخيص تمرکز البيانات وتشتتها باستعمال الوسط ، والانحراف المعياري ، أو المقاييس الخمسة ، ألا تزيد القيم عن 12 قيمة ، وبالمثل عند استعمال الصندوق وطرفيه للمقارنة بين توزيعين .

ملاحظة: حذف التعزيز العددي في الدرس 2 - 2 وفي الدرس 2 - 4

الاهداف:

- (1) أن تذكر الطالبة الصفة المميزة لمجموعة جزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية.
- (2) أن تعبر الطالبة عن المجموعة بصورة فترة .
- (3) أن تحدد الطالبة العلاقة التي تمثل دالة .
- (4) أن توجد الطالبة قيم الدالة .



مجموعات الأعداد :

- الأعداد الطبيعية (N) : $\{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$
- الأعداد الكلية (W) : $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$
- الأعداد الصحيحة (Z) : $\{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$
- الأعداد النسبية (Q):
- الأعداد التي تكتب على صورة كسر أي $\frac{a}{b}$ مثل $\frac{-5}{7}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, 4 , -8
- الأعداد العشرية المنتهية مثل 3.178 , -0.25 , 0.1
- الأعداد الدورية $2.\overline{13} = 0.131313\dots$, $0.\overline{6} = 0.666\dots$
- الأعداد غير النسبية (I):
- الأعداد العشرية غيرالمنتهية وغير الدورية مثل -2.135801..... , 1.92367.....
- الجذور التربيعية لأعداد ليست مربعات كاملة $\sqrt{3}$, $\sqrt{97}$, $\sqrt{5}$
- الأعداد الحقيقية (R) : وهي تشمل كل المجموعات (N),(W),(Z),(Q),(I)

الأمثلة :

اكتبي كل مجموعة مما يأتي بدلالة الصفة المميزة:

المجموعة	الصفة المميزة
$\{8, 9, 10, 11, \dots\}$	$\{x x \geq 8, x \in \mathbb{N}\}$
$x < 7$	$\{x x < 7, x \in \mathbb{R}\}$
$-2 < x < 7$	$\{x -2 < x < 7, x \in \mathbb{R}\}$

تمرين:

اكتبي كل مجموعة مما يأتي بدلالة الصفة المميزة:

المجموعة	الصفة المميزة
$\{5, 6, 7, 8, \dots\}$	
$\{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$	
$\{-3, -2, -1, 0, 1, \dots\}$	
$x \geq 4$	
$-1 < x \leq 5$	
$x > 8$ أو $x < 0$	
المضاعفات الموجبة للعدد 7	
جميع مضاعفات العدد 2	

استعمال رمز الفترة: (تستعمل رموز الفترات لوصف المجموعات الجزئية من مجموعات الأعداد الحقيقية)

فترات غير محدودة		فترات محدودة	
رمز الفترة	المتباينة	رمز الفترة	المتباينة
$[a, \infty)$	$x \geq a$	$[a, b]$	$a \leq x \leq b$
$(-\infty, a]$	$x \leq a$	(a, b)	$a < x < b$
(a, ∞)	$x > a$	$[a, b)$	$a \leq x < b$
$(-\infty, a)$	$x < a$	$(a, b]$	$a < x \leq b$
$(-\infty, \infty)$	$-\infty < x < \infty$		

مثال : عبر عن كل مجموعة مما يأتي على صورة فترة:

الفترة	المجموعة
$(-8, 16]$	$-8 < x \leq 16$
$(-\infty, 11)$	$x < 11$
$(5, \infty) \cup (-\infty, -16]$	$x > 5$ أو $x \leq -16$

تمرين:

عبر عن كل مجموعة مما يأتي على صورة فترة:

الفترة	المجموعة
	$-4 \leq y < -1$
	$a \geq -3$
	$x < -2$ أو $x > 9$
	$x \leq 4$
	$-1 < x < 6$
	$x \geq 8$ أو $x < 0$
	$7 > x \geq -5$

تحديد الدوال: انظري الكتاب ص51

الدالة : علاقة يرتبط فيها كل عنصر من المجال (x) مع عنصر واحد فقط من المجال المقابل (y).

إختبار الخط الرأسي : انظري الكتاب ص52

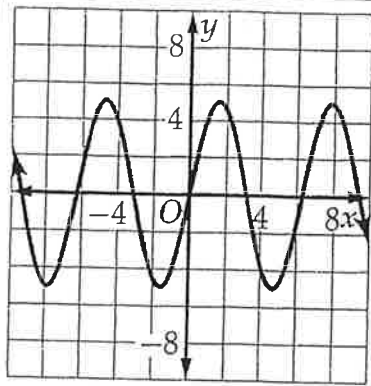
(إذا قطع أي خط رأسي التمثيل البياني في أكثر من نقطة فهي ليست دالة)

تمرين : حدي إذا كانت العلاقة الآتية تمثل y كدالة في x :

(1) تمثل قيم x رقم الطالب ، وقيم y درجة في اختبار الفيزياء.

(2) تمثل x رقم لوحة السيارة ، والمتغير y سنة صنع السيارة ونوعها .

(3) تمثل قيم المدخلات x طول الطالب بالبوصات وقيم المخرجات y عدد الكتب التي يمتلكها الطالب .



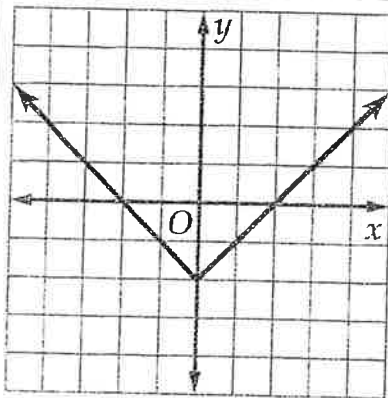
(6)

x	y
-6	-7
2	3
5	8
5	0
9	22

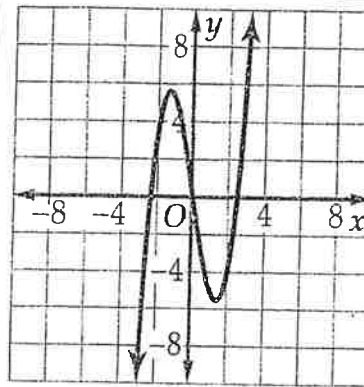
(5)

x	y
-8	-5
-5	-4
0	-3
3	-2
6	-3

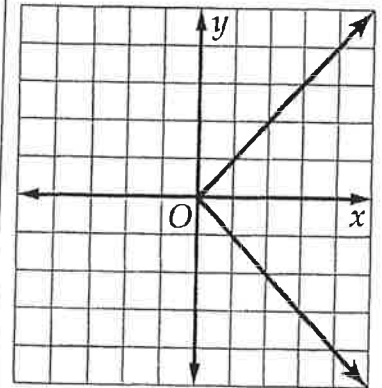
(4)



(9)



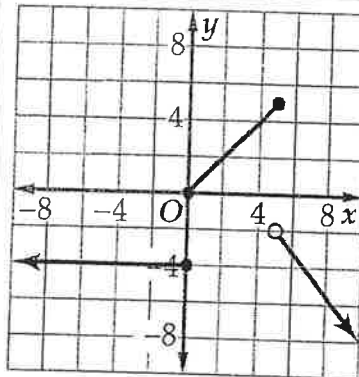
(8)



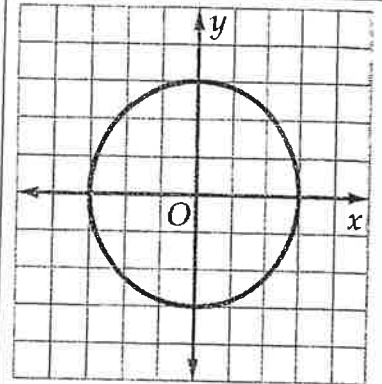
(7)

$$y^2 - 2x = 5$$

(12)



(11)



(10)

$$3y + 6x = 18$$

(13)

$$y^3 - x = 4$$

(16)

$$\sqrt{48y} = x$$

(15)

$$x^2 = y + 2$$

(14)

$v(t) = \begin{cases} 4t & , 0 \leq t \leq 15 \\ 60 & , 15 < t < 240 \\ -6t + 1500 & , 240 \leq t \leq 250 \end{cases}$ $v(5) =$ $v(15) =$ $v(245) =$	$f(x) = x^2 - 8x + 1$ $f(-1) =$ $f(2m) =$ $f(a + 4) =$
---	--

تمرين:

(2) $f(x) = \frac{3x}{2x^2 - 18}$ فأوجد قيمة: $f(a + 1) =$	(1) $f(x) = \frac{x + 7}{2x^2 + 3x + 1}$ فأوجد قيمة: $f(2y) =$
(4) $g(x) = \begin{cases} x + 7 & , x < 1 \\ 5 - 2x & , 1 \leq x < 11 \\ -4 & , x \geq 11 \end{cases}$ فأوجد قيمة: $2g(5) - g(15) =$	(3) $g(x) = \begin{cases} 5 & , x < -6 \\ \sqrt{x + 7} & , -6 \leq x < 9 \\ x^2 & , x \geq 9 \end{cases}$ فأوجد قيمة: $g(-6) + g(-9) =$

- (1) إيجاد مجال دالة كثيرة الحدود .
- (2) إيجاد مجال الدالة الجذرية.
- (3) استخدام التحليل لإيجاد مجال دالة على صورة حدودية نسبية .
- (4) إيجاد مجال دوال كسرية تحققى على جزور.

الأهداف:

الأمثلة :
حدد مجال كل من الدوال الآتية :

جذر تربيعي كثير حدود	كثيرة حدود جذر تربيعي	كثيرة حدود كثيرة حدود	جذر تربيعي	كثيرة حدود
$(5) \ g(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x-5}$ <u>الحل:</u> $x+1 \geq 0$ $x \geq -1$ $x-5 = 0$ $x = 5$ <u>أصفار المقام :</u> <u>المجال:</u> $\{x x \geq -1, x \neq 5, x \in \mathbb{R}\}$ $[-1, \infty) \setminus \{5\}$	$(4) \ g(x) = \frac{8x}{\sqrt{2x+6}}$ <u>الحل:</u> $2x+6 > 0$ $2x > -6$ $x > -3$ <u>المجال:</u> $\{x x > -3, x \in \mathbb{R}\}$ $(-3, \infty)$	$(3) \ f(x) = \frac{5x-2}{x^2+7x+12}$ <u>الحل:</u> <u>أصفار المقام :</u> $x^2+7x+12=0$ $(x+3)(x+4)=0$ $x+3=0 \quad x+4=0$ $x=-3 \quad x=-4$ <u>المجال:</u> $\mathbb{R} \setminus \{-3, -4\}$ $\{x x \neq -3, x \neq -4, x \in \mathbb{R}\}$ $(-\infty, -4) \cup (-4, -3) \cup (-3, \infty)$	$(2) \ h(x) = \sqrt{x-4}$ <u>الحل:</u> $x-4 \geq 0$ $x \geq 4$ <u>المجال :</u> $\{x x \geq 4, x \in \mathbb{R}\}$ $[4, \infty)$	$(1) \ f(x) = x^2+8x-24$ <u>الحل:</u> <u>المجال:</u> $\mathbb{R}$ $\{x x \in \mathbb{R}\}$ $(-\infty, \infty)$

واجب:

$؟ \ f(x) = \frac{\sqrt{x-6}}{x-6}$ ما مجال الدالة (4)	$؟ \ f(x) = \frac{x-3}{\sqrt{2x-6}}$ ما مجال الدالة (3)	$؟ \ f(x) = \frac{3x}{x^2-1}$ ما مجال الدالة (2)	$؟ \ f(x) = \sqrt{9-x}$ ما مجال الدالة (1)
A $(-\infty, 6)$ B $(-\infty, 6]$ C $(6, \infty)$ D $[6, \infty)$	A $(3, \infty)$ B $[3, \infty)$ C $(-3, \infty)$ D $[-3, \infty)$	A $\{x x \neq 1, x \in \mathbb{R}\}$ B $\{x x \neq 0, x \in \mathbb{R}\}$ C $\{x x \neq -1, x \neq 1, x \in \mathbb{R}\}$ D $\{x x \in \mathbb{R}\}$	A $\{x x \neq 9, x \in \mathbb{R}\}$ B $\{x x \leq 9, x \in \mathbb{R}\}$ C $\{x x \in \mathbb{R}\}$ D $\{x x \geq 9, x \in \mathbb{R}\}$

$$g(x) = \frac{\sqrt{2x-3}}{x-5}$$

(8)

$$f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{3x+3}}$$

(6) ما مجال الدالة ؟

- A $[-1, \infty)$
- B $(-2, \infty)$
- C $[-2, \infty)$
- D $(-1, \infty)$

$$f(x) = \frac{x+1}{x^2-3x-40}$$

(3)

$$g(x) = \sqrt{4x-1}$$

(1)

$$f(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{4x-8}$$

(9) ما مجال الدالة ؟

- A $(2, \infty)$
- B $(4, \infty)$
- C $[2, \infty)$
- D $[4, \infty)$

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{15-5x}}$$

(7) ما مجال الدالة ؟

- A $(-\infty, -3)$
- B $(-\infty, 3)$
- C $(-\infty, 3]$
- D $(-\infty, -3]$

$$f(x) = \frac{x+2}{x^2-4}$$

(4) ما مجال الدالة ؟

- A $\mathbb{R} \setminus \{2, -2\}$
- B $\{x|x > 2, x \in \mathbb{R}\}$
- C $\{x|-2 < x < 2, x \in \mathbb{R}\}$
- D $\{x|x \in \mathbb{R}\}$

$$f(x) = \sqrt{6-2x}$$

(2) ؟

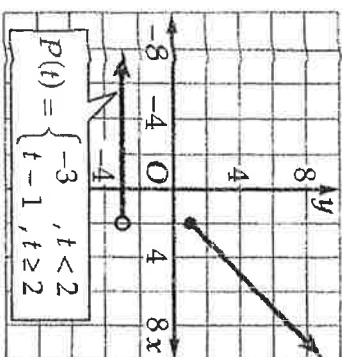
- A $(-\infty, 3)$
- B $(-\infty, -3)$
- C $(-\infty, 3]$
- D $(-\infty, -3]$

$$f(x) = \frac{2}{x} + \frac{4}{x+1}$$

(5)

استعمل التمثيل البياني لكل دالة لتقدير قيمتها المطلوبة ، ثم تحقق من إجابتك جبرياً .

(3)

بيانياً:

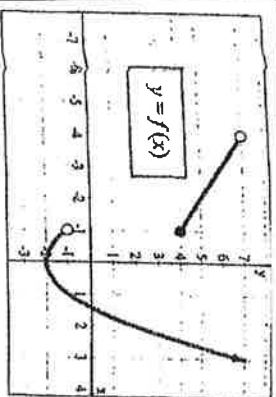
$$P(2) =$$

$$P(-6) =$$

التحقق جبرياً:

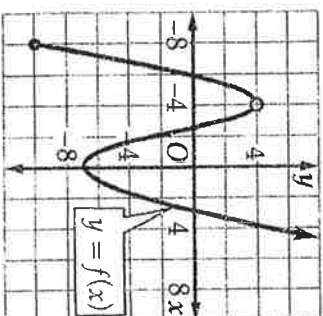
$$P(2) =$$

$$P(-6) =$$



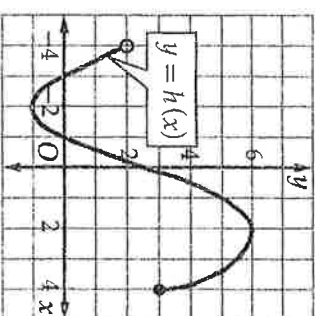
المجال:

المدى:



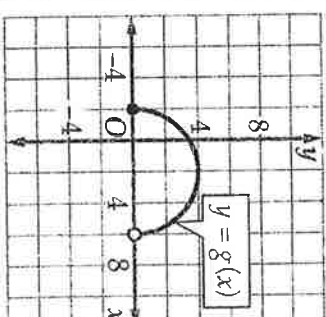
المجال:

المدى:



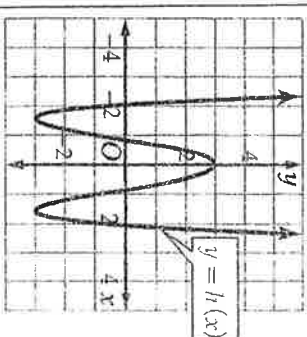
المجال:

المدى:



المجال:

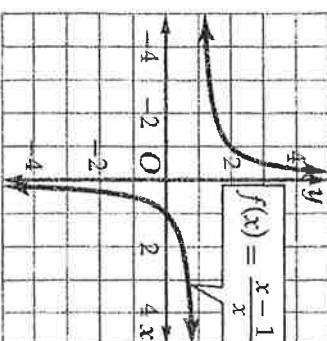
المدى:



المجال:

المدى:

(2)

بيانياً:

$$f(0) =$$

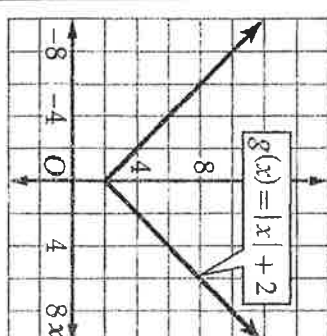
$$f(-3) =$$

التحقق جبرياً:

$$f(0) =$$

$$f(-3) =$$

(1)

بيانياً:

$$g(0) =$$

$$g(-2) =$$

التحقق جبرياً:

$$g(0) =$$

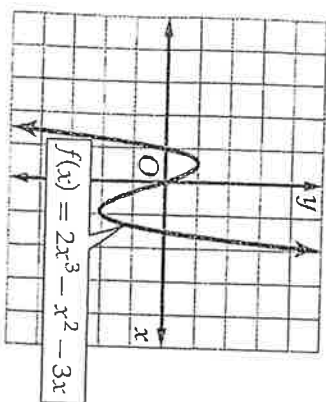
$$g(-2) =$$

استعمل التمثيل البياني لإيجاد المجال والمدى.

درس 2-2**تابع تحليل التمثيلات البيانية والعلاقات** بطاقة رقم (4)

جبريا	من الرسم (بيانيا)	مقطع المحور x أصفر الدالة - حلول المعادلة - جذور المعادلة
نعوض بـ $y = 0$	أين يقطع التمثيل البياني للدالة المحور x	مقطع المحور x
نعوض بـ $x = 0$	أين يقطع التمثيل البياني للدالة المحور y	مقطع المحور y

استعمل التمثيل البياني لكل دالة ، لإيجاد قيمة تقريبية لمقطع المحور y ، وأصفرها ، ثم أوجد هذه القيم جبرياً :



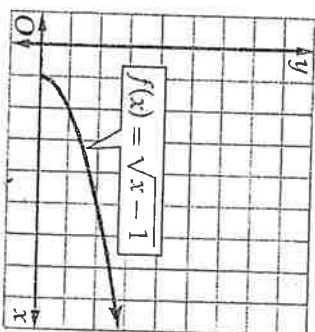
مقطع المحور y :

أصفر الدالة :

الحل جبرياً:

مقطع المحور y :

أصفر الدالة :



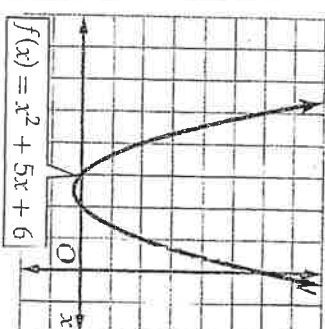
مقطع المحور y :

أصفر الدالة :

الحل جبرياً:

مقطع المحور y :

أصفر الدالة :



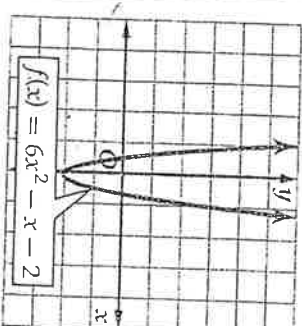
مقطع المحور y :

أصفر الدالة :

الحل جبرياً:

مقطع المحور y :

أصفر الدالة :



مقطع المحور y : -2

أصفر الدالة : -0.5 , 0.6

الحل جبرياً:مقطع المحور y : نعوض عن $x = 0$

$$f(0) = 6(0)^2 - (0) - 2 = -2$$

أصفر الدالة : نعوض عن $y = 0$

$$6x^2 - x - 2 = 0$$

$$(2x+1)(3x-2) = 0$$

$$x = -\frac{1}{2} \text{ أو } x = \frac{2}{3} \approx 0.7$$

A -8

B 5

C 8

D 0

☆

1) ما مقطع المحور y للدالة $f(x) = \sqrt[3]{x-8} + 2$ عند $x=0$ ؟
 $f(0) = \sqrt[3]{0-8} + 2 = -2 + 2 = 0$

A 3

B -1

C 2

D 5

☆☆

2) ما مقطع المحور y للدالة $f(x) = |x-3| + 2$ عند $x=0$ ؟
 $f(0) = |0-3| + 2 = 3 + 2 = 5$

A {0,1,2}

B {0,-1,1}

C {-2,2}

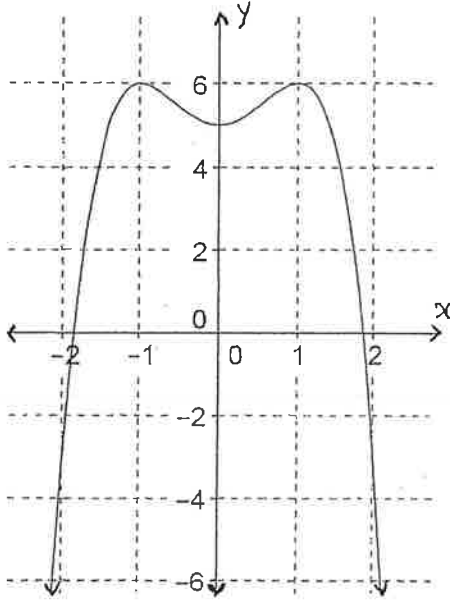
D {0,-2,2}

☆☆☆

3) ما أصغر الدالة $g(x) = 2x^3 - 2x$ عند $y=0$ ؟
 $2x^3 - 2x = 0$
 $2x(x^2 - 1) = 0$
 $2x(x-1)(x+1) = 0$

$x=1, x=-1, x=0$
 $\{1, -1, 0\}$

(1) استعمل التمثيل البياني للدالة $f(x)$ للإجابة عما يأتي :



(a) ما مجال الدالة ؟

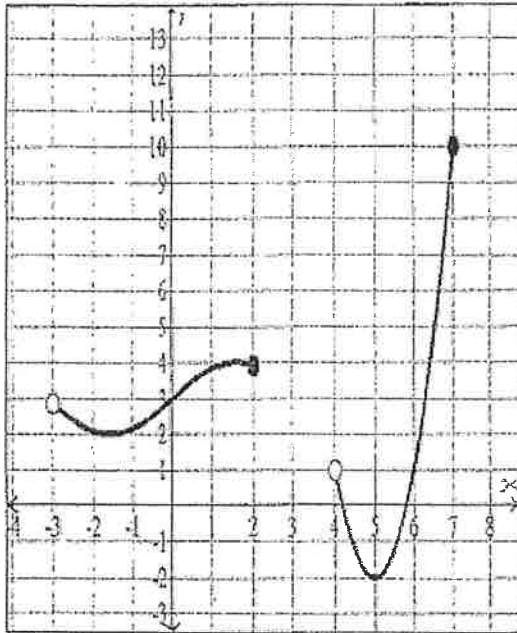
(b) ما مدى الدالة ؟

(c) ما قيمة $f(1)$ ؟

(d) ما مقطع المحور y ؟

(e) قدر أصفار الدالة (إلى أقرب عدد صحيح).

☆



(2) اعتمد الشكل المجاور للتمثيل البياني للدالة $y = f(x)$ للإجابة عن الأسئلة الآتية :

A. ما مجال الدالة f ؟

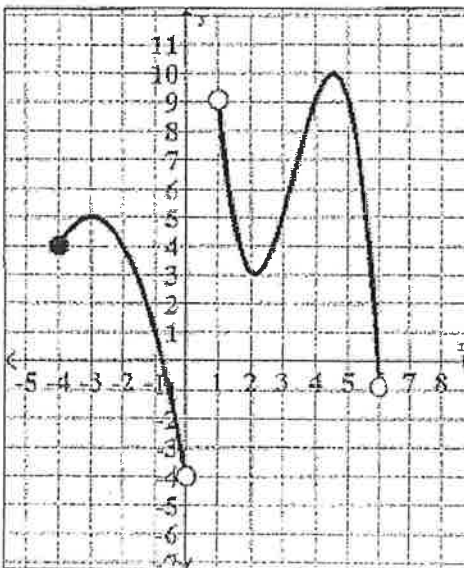
B. ما مدى الدالة f ؟

C. ما قيمة $f(2)$ ؟

D. ما مقطع المحور y ؟

E. قدر أصفار الدالة f

☆☆



(3) اعتمد الشكل المجاور للتمثيل البياني للدالة $y = f(x)$ للإجابة عن الأسئلة الآتية :

A. ما مجال الدالة f ؟

B. ما مدى الدالة f ؟

C. ما قيمة $f(-3)$ ؟

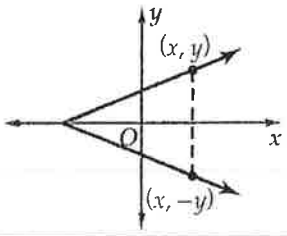
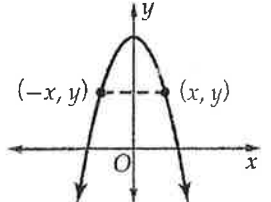
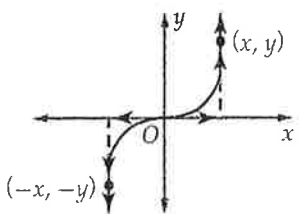
D. ما مقطع المحور y ؟

E. قدر أصفار الدالة f

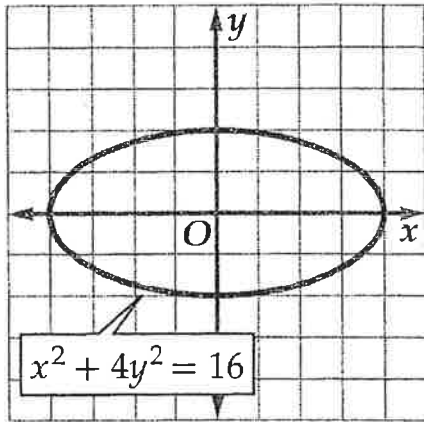
☆☆☆

اختبار التماثل:

من الممكن أن يكون للتمثيل الواحد أكثر من نوع تماثل

الاختبار الجبري	النموذج	اختبار التمثيل البياني
إذا كان تعويض $-y$ مكان y يعطي معادلة مكافئة .		يكون منحنى العلاقة متماثلاً حول المحور x ، إذا وفقط إذا كانت النقطة (x, y) واقعة على المنحنى ، فإن النقطة $(x, -y)$ تقع عليه أيضاً.
إذا كان تعويض $-x$ مكان x ، يعطي معادلة مكافئة .		يكون منحنى العلاقة متماثلاً حول المحور y ، إذا وفقط إذا كانت النقطة (x, y) واقعة على المنحنى ، فإن النقطة $(-x, y)$ تقع عليه أيضاً.
إذا كان تعويض $-x$ مكان x و $-y$ مكان y يعطي معادلة مكافئة .		يكون منحنى العلاقة متماثلاً حول نقطة الأصل ، إذا وفقط إذا كانت النقطة (x, y) واقعة على المنحنى ، فإن النقطة $(-x, -y)$ تقع عليه أيضاً.

استخدم التمثيلات البيانية التالية لإختبار التماثل حول المحور x ، والمحور y ، ونقطة الأصل وتحقق جبرياً من ذلك:

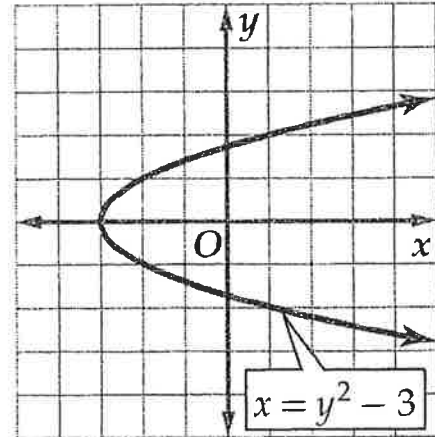


متماثل حول المحور x ، و المحور y ، ونقطة الأصل
كل نقطة (x, y) على المنحنى ، فإن النقط $(-x, y)$ ، $(x, -y)$ ، $(-x, -y)$ تقع على المنحنى نفسه .

جبرياً:

$$x^2 + 4y^2 = 16 \quad \text{تكافئ} \quad \begin{cases} (-x)^2 + 4y^2 = 16 \\ x^2 + 4(-y)^2 = 16 \\ (-x)^2 + 4(-y)^2 = 16 \end{cases}$$

فإن المنحنى متماثل حول المحور x ، و المحور y ، ونقطة الأصل



متماثل حول المحور x
كل نقطة (x, y) على المنحنى ، فإن $(x, -y)$ تقع على المنحنى نفسه .

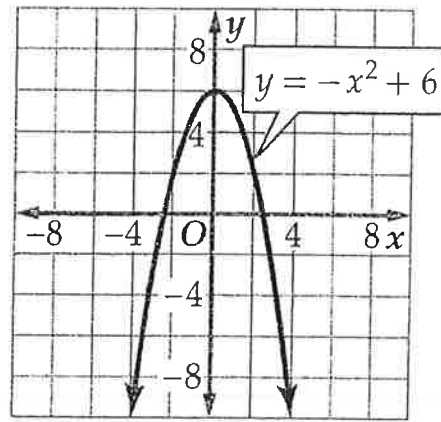
جبرياً:

$$x = y^2 - 3 \quad \text{تكافئ} \quad x = (-y)^2 - 3$$

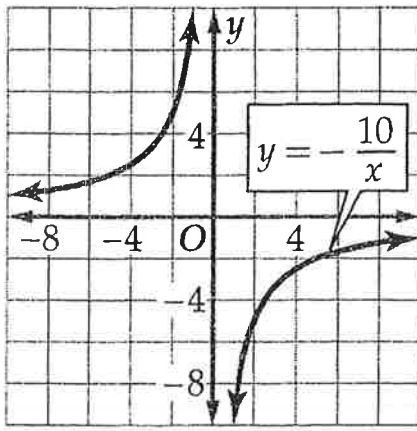
فإن المنحنى متماثل حول المحور x

استخدم التمثيلات البيانية التالية لإختبار التماثل حول المحور x ، والمحور y ، ونقطة الأصل وتحقق جبريا من ذلك:

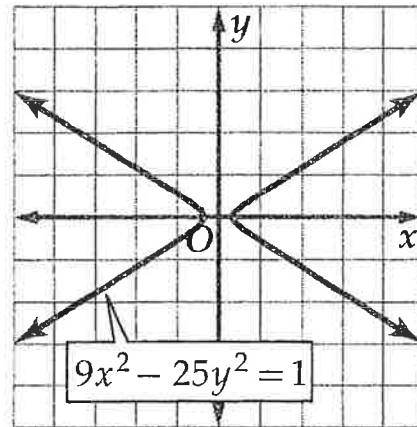
(1)



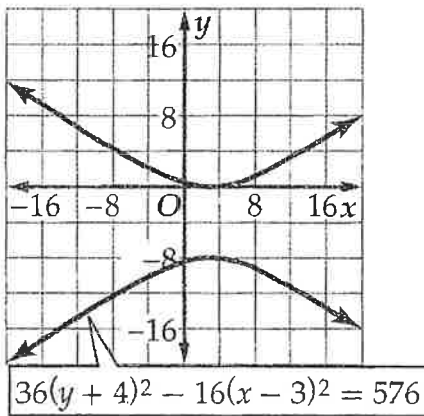
(2)



(3)



(4)



(1) أي من العلاقات الآتية متماثلة حول المحور x ؟

A $6x = y^2 + 11$

B $x^5y = -9$

C $xy - x^2 = 0$

D $y = |x| - 2$

(2) أي من العلاقات الآتية متماثلة حول المحور x ؟

A $y = |x|$

B $-y^2 = -4x$

C $-x^2 - yx = 2$

D $x^3y = 8$

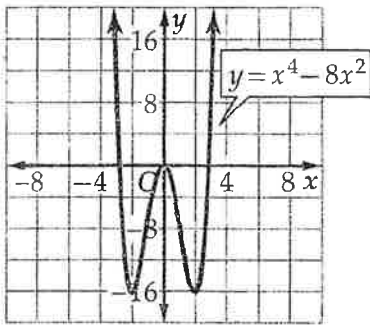
(3) أي من العلاقات الآتية متماثلة حول المحور نقطة الأصل ؟

A $x^2 = 9y$

B $xy = 9$

C $y^2 = 9x$

D $yx^2 = 9$



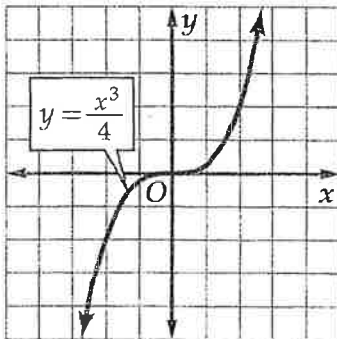
(4) ما نوع التماثل في الشكل المجاور (إن وجد) ؟

A تماثل حول المحور y

B تماثل حول المحور x

C تماثل حول نقطة الأصل

D لا يوجد تماثل



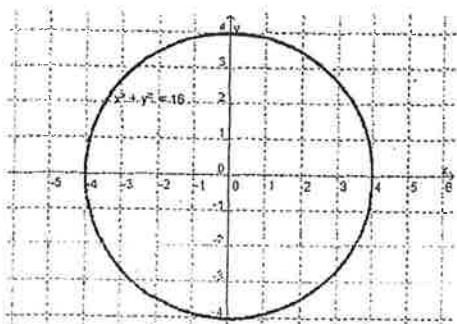
(5) التمثيل البياني للمعادلة $y = \frac{x^3}{4}$ متماثل حول :

A المحور y

B المحور x

C نقطة الأصل

D كل ما ذكر صحيح



(6) التمثيل البياني للمعادلة $x^2 + y^2 = 16$ المجاور متماثل حول :

D. كل ما ذكر صحيحاً

C. نقطة الأصل

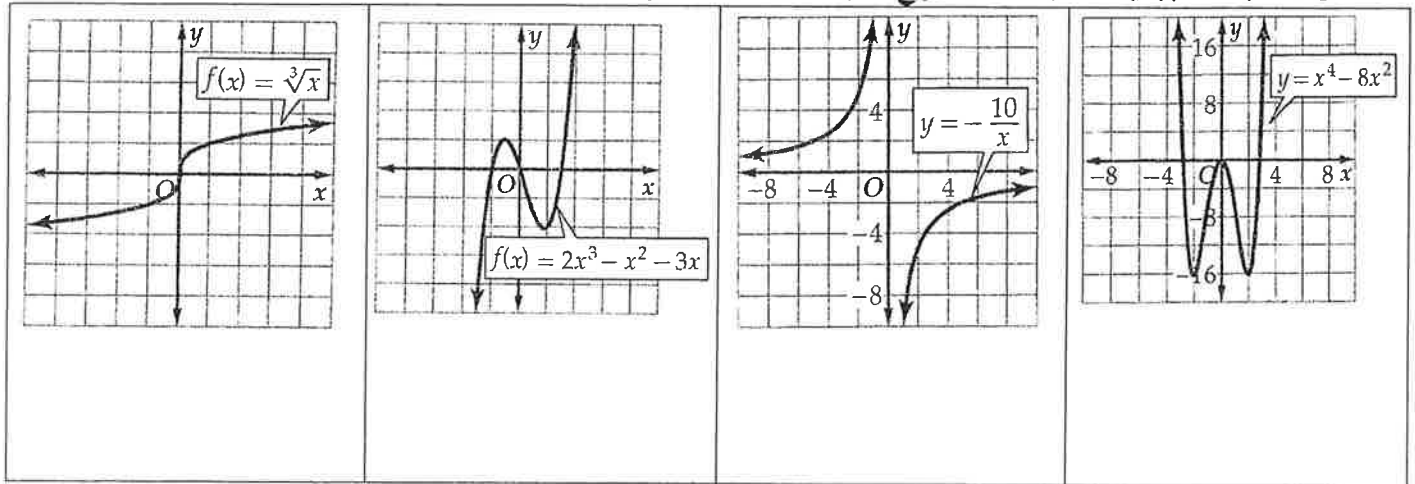
B. المحور y

A. المحور x

الدوال الزوجية والفردية:

الاختبار الجبري	نوع الدالة
لكل x في مجال f ، فإن $f(-x) = f(x)$	تُسمى الدوال المتماثلة حول المحور y الدوال الزوجية.
لكل x في مجال f ، فإن $f(-x) = -f(x)$	تُسمى الدوال المتماثلة حول نقطة الأصل الدوال الفردية.

استعمل التمثيلات البيانية التالية لتحديد نوع الدوال من حيث كونها زوجية أو فردية أو ليست كليهما:



حدد جبرياً نوع الدوال من حيث كونها زوجية أو فردية أو ليست أي منهما مع ذكر السبب:

$$f(x) = x^5 - 3x^3 + 2x$$

(1)

الحل:

$f(x)$	$f(-x)$	$-f(x)$
$x^5 - 3x^3 + 2x$	$(-x)^5 - 3(-x)^3 + 2(-x)$ $= -x^5 + 3x^3 - 2x$	$-(x^5 - 3x^3 + 2x)$ $= -x^5 + 3x^3 - 2x$

 $f(-x) \neq f(x)$
الدالة ليست زوجية

 $f(-x) = -f(x)$
الدالة فردية

$$f(x) = 5x - x^4$$

(2)

الحل:

$f(x)$	$f(-x)$	$-f(x)$
$5x - x^4$	$5(-x) - (-x)^4$ $= -5x - x^4$	$-(5x - x^4)$ $= -5x + x^4$

 $f(-x) \neq f(x)$
الدالة ليست زوجية

 $f(-x) \neq -f(x)$
الدالة ليست فردية

حدد جبرياً نوع الدوال من حيث كونها زوجية أو فردية أو ليست أي منهما مع ذكر السبب:

$$f(x) = x - x^7 \quad (1)$$

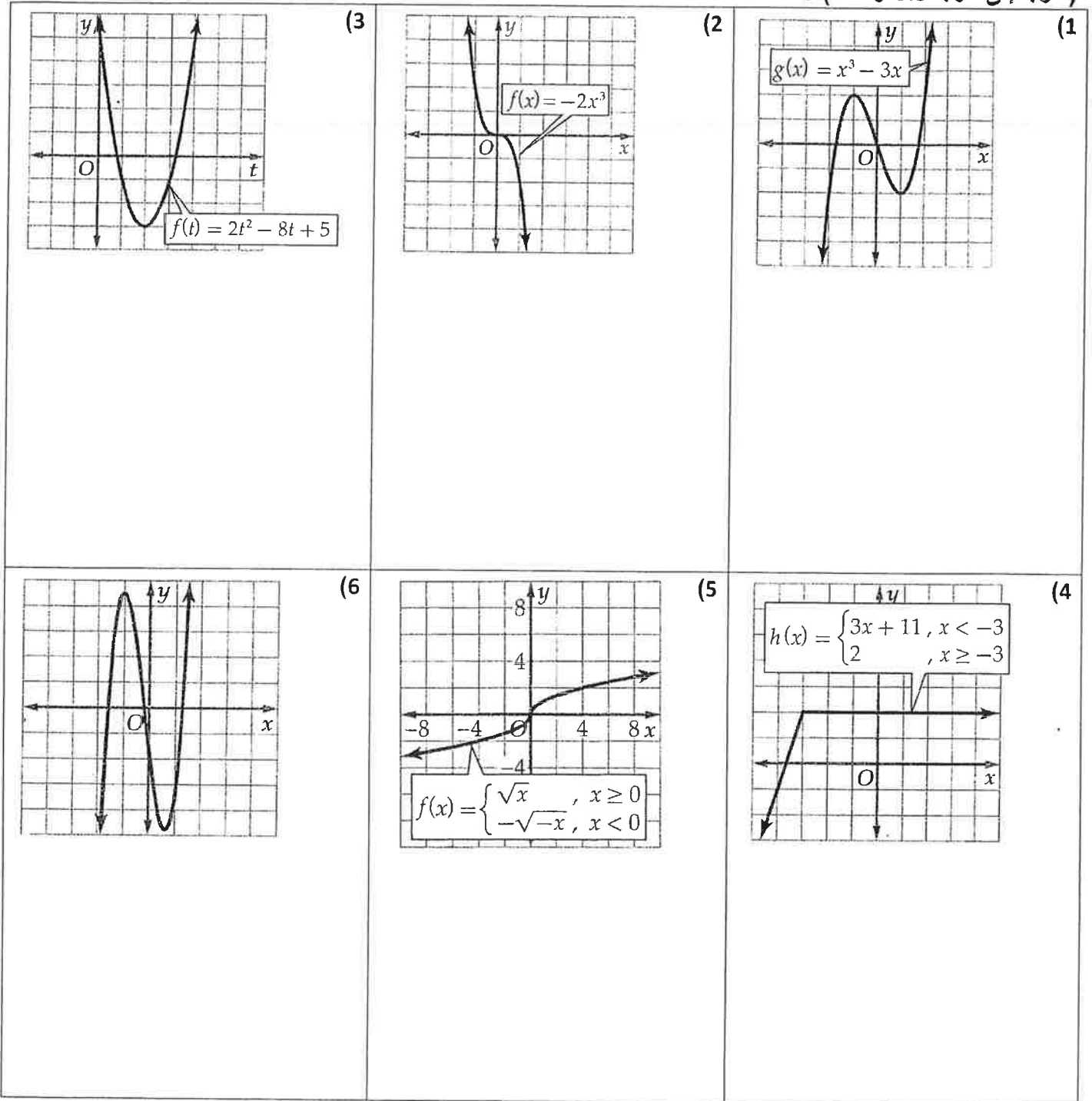
$$f(x) = x^4 + 3x^2 + 4 \quad (2)$$

$$f(x) = x^4 - x^2 + x \quad (3)$$

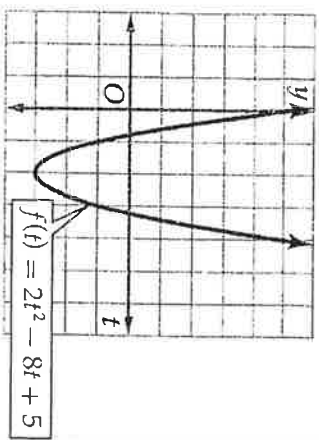
$$f(x) = x^6 - 3x^2 \quad (4)$$

• تحديد فترات التزايد والتناقص والثبات: (المفهوم انظري الكتاب ص 79)

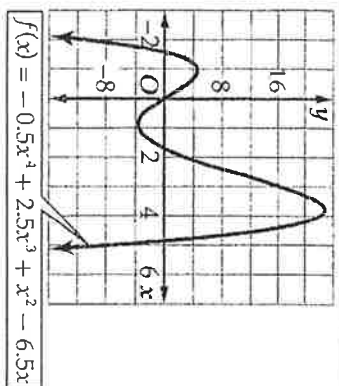
استعمل التمثيل البياني لكل دالة من الدوال أدناه، لتحديد الفترات التي تكون فيها الدالة متزايدة أو متناقصة أو ثابتة (قرب إلى أقرب 0.5 وحدة) :



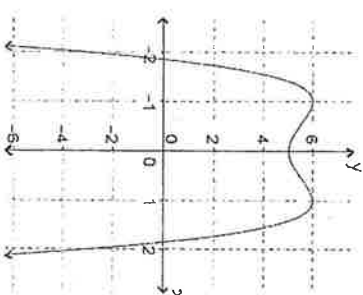
قرب قيم x التي يكون لكل من الدوال أدناه، عندها قيم قصوى إلى أقرب 0.5 وحدة ، وقيم الدالة عندها ، وبين نوع القيم القصوى :



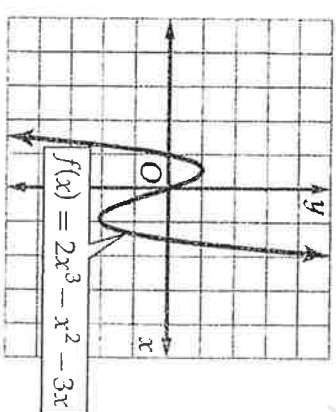
(4)



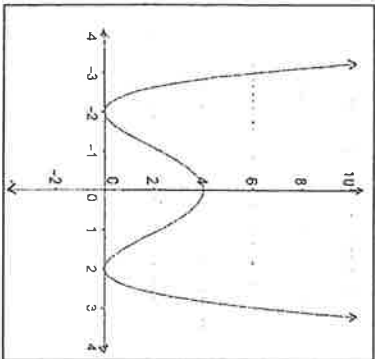
(3)



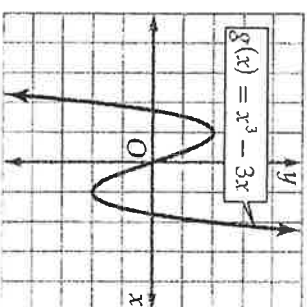
(2)



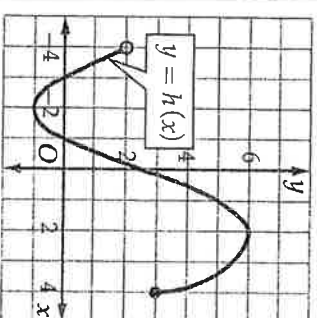
(1)



(7)



(6)



(5)

متوسط معدل التغير:

متوسط معدل تغير الدالة f في الفترة $[x_1, x_2]$ هو :

$$m_{sec} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

ملاحظة: متوسط معدل التغير على فترة موجباً تكون الدالة متزايدة على الفترة، وإذا كان سالباً تكون الدالة متناقصة على الفترة .

تمرين : أوجد متوسط معدل التغير للدوال التالية في الفترة المعطاة:

(2) $f(x) = x^3 + 4x^2 - 5$, $[-2, 1]$	(1) $f(x) = x^4 - 2x^3 + 5$, $[-3, 2]$ الحل: $\frac{f(2) - f(-3)}{2 - (-3)}$ $= \frac{[(2)^4 - 2(2)^3 + 5] - [(-3)^4 - 2(-3)^3 + 5]}{5}$ $= \frac{5 - 140}{5} = -27$
(4) $f(x) = -x^3 + 3x$, $[-2, -1]$	(3) $f(x) = -0.5x^2 + 7x + 21$, $[-2, 4]$

(5) إذا كانت المسافة التي يقطعها جسم ساقط من مكان مرتفع تعطى بالعلاقة $d(t) = 16t^2$ حيث t الزمن بالثواني بعد سقوط الجسم ، d المسافة المقطوعة بالأقدام . إذا أهملت مقاومة الهواء ، فأوجد متوسط السرعة في الفترة $[0, 2]$.

$$(x - y)(x + y) = x^2 - y^2$$

مثال: احسبي كل نهاية مما يأتي :

التعويض مباشر	التحليل	إنطاق المقام أو البسط
$\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 6x + 3)$ $= (2)^2 - 6(2) + 3 = -5$	$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 - x - 20}{x + 4}$ عند التعويض بـ -4 نحصل على $\frac{0}{0}$ يجب التحليل: $= \lim_{x \rightarrow -4} \frac{(x + 4)(x - 5)}{(x + 4)}$ $= \lim_{x \rightarrow -4} (x - 5)$ $= -4 - 5 = -9$	$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt{x + 3} - 3}{x - 6}$ عند التعويض بـ 6 نحصل على $\frac{0}{0}$ يجب الضرب في المرافق: $= \lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt{x + 3} - 3}{x - 6} \cdot \frac{\sqrt{x + 3} + 3}{\sqrt{x + 3} + 3}$ $= \lim_{x \rightarrow 6} \frac{x + 3 - 9}{(x - 6)(\sqrt{x + 3} + 3)}$ $= \lim_{x \rightarrow 6} \frac{(x - 6)}{(x - 6)(\sqrt{x + 3} + 3)}$ $= \lim_{x \rightarrow 6} \frac{1}{(\sqrt{x + 3} + 3)}$ $= \lim_{x \rightarrow 6} \frac{1}{\sqrt{6 + 3} + 3} = \frac{1}{6}$
$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^3 - 6}{x - x^2}$ $= \frac{2(3)^3 - 6}{3 - (3)^2} = -8$	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{4 - 2x}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x + 2)}{2(2 - x)}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-(x + 2)}{2}$ $= \frac{-(2 + 2)}{2} = -2$	

تمارين : احسبي كل نهاية مما يأتي :

$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x + 4} - 3}{x - 5}$	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 3x - 10}{x - 5}$	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x - 1}{\sqrt{11 + x}}$
		(4) إذا كانت $h(t) = \begin{cases} t - 3, & t \leq -2 \\ 2t - 1, & t > -2 \end{cases}$ فما قيمة $\lim_{t \rightarrow -1} h(t)$ ؟

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - x - 2}{x^2 - x} \quad (7)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x} - 2}{x - 2} \quad (6)$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 4} \quad (5)$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 4}{\sqrt{x} - 2} \quad (10)$$

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 7x + 6}{3x^2 - 11x - 42} \quad (9)$$

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{x+1} - 3}{2x - 16} \quad (8)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^3 - x^2 + 5x}{x} \quad (13)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{3 - \sqrt{x+9}} \quad (12)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + x} \quad (11)$$

مملكة البحرين

وزارة التربية والتعليم

إدارة الامتحانات / قسم الامتحانات المركزية

امتحان منتصف الفصل الدراسي الثاني للتعليم الثانوي للعام الدراسي 2018-2019 م

المسار : توحيد المسارات

اسم المقرر : الرياضيات 5

الزمن : ساعة واحدة

النموذج الأول

رمز المقرر : رياض 363

4

السؤال الأول: ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في كل مما يأتي ، علماً بأنه توجد إجابة صحيحة واحدة فقط:

① مجال الدالة $f(x) = \frac{5x-7}{-x+x^2-6}$ هو :

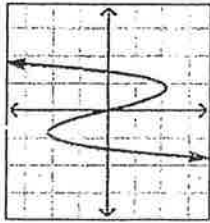
(B) $\{x|x \neq 2, x \neq -3, x \in \mathbb{R}\}$

(A) $\{x|x \neq -2, x \neq -3, x \in \mathbb{R}\}$

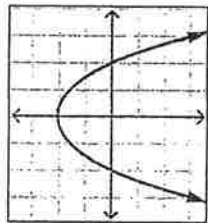
(D) $\{x|x \neq 2, x \neq 3, x \in \mathbb{R}\}$

(C) $\{x|x \neq -2, x \neq 3, x \in \mathbb{R}\}$

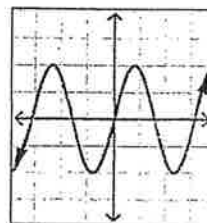
② أي من العلاقات الآتية تمثل دالة:



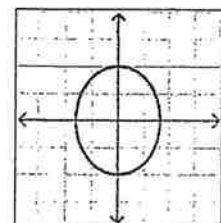
(D)



(C)

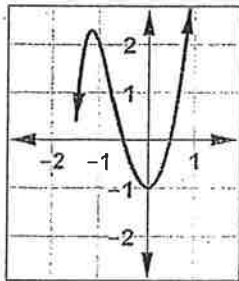


(B)



(A)

③ باستعمال التمثيل البياني المجاور ، أي العبارات الآتية صحيحة :



(B) للدالة قيمة صغرى مطلقة -2
عندما $x = 0$

(A) للدالة قيمة صغرى محلية -1
عندما $x = 0$

(D) للدالة قيمة صغرى مطلقة 0
عندما $x = -1$

(C) للدالة قيمة صغرى محلية 0
عندما $x = -1$

④ إذا كانت $f(x) = 2x + 1$ ، $g(x) = -4x^2$ ، فإن $[f \circ g](1)$ تساوي :

(B) -1

(A) -36

(D) -7

(C) -12

السؤال الثاني :

3

أوجد الدالة العكسية للدالة $f(x) = 2\sqrt{x-3}$.السؤال الثالث :

2

أثبت جبرياً أن الدالة $f(x) = x^4 + 2x^2 + 6$ دالة زوجية .السؤال الرابع :

5

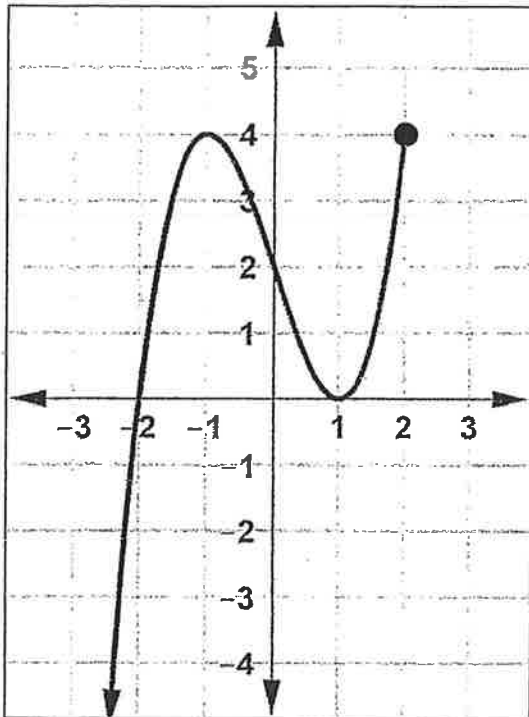
أوجد متوسط معدل التغير للدالة $f(x) = -x^4 + 2x + 6$ في الفترة $[-1, 4]$ ، ثم حدد إذا كانت الدالة متزايدة أو متناقصة في الفترة المعطاة مع ذكر السبب .

السؤال الخامس:

6

استعمل التمثيل البياني المجاور ، للإجابة عما يأتي :

(1) حدد مجال و مدى الدالة في صورة فترة :



(2) قدر أصفار الدالة .

(3) حدد مقطع المحور y .

(4) أوجد فترات التزايد والتناقص.

(5) هل الدالة العكسية للدالة الممثلة بيانياً لها وجود أو لا ؟ مع ذكر السبب.

" انتهت الأسئلة "

النموذج الأول

السؤال الأول:

(1) عبّر عن كل مجموعة مما يأتي على صورة فترة :

- $-12 \leq x < -8$
- $x < 9$ أو $x \geq 19$

(2) إذا كانت $f(x) = \frac{x+7}{2x^2+3x+1}$ ،

A. فأوجد قيمة $f(2y)$.

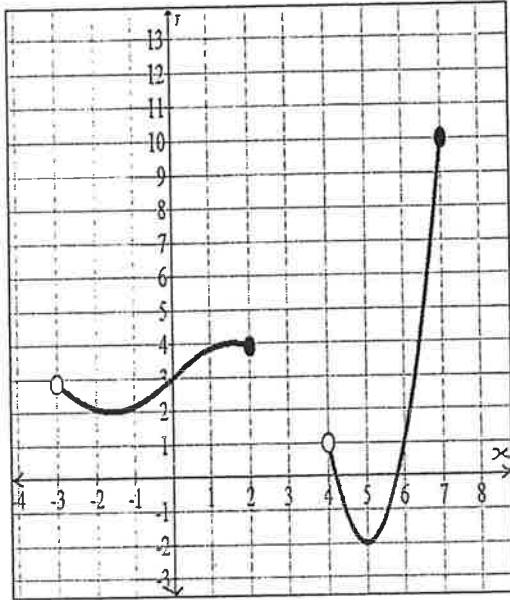
B. فحدّد مجال الدالة f .

(3) إذا كانت $g(x) = \begin{cases} 5 & , \quad x < -6 \\ \sqrt{x+7} & , \quad -6 \leq x < 9 \\ x^2 & , \quad x \geq 9 \end{cases}$

فما قيمة $g(-6) + g(-9)$ ؟

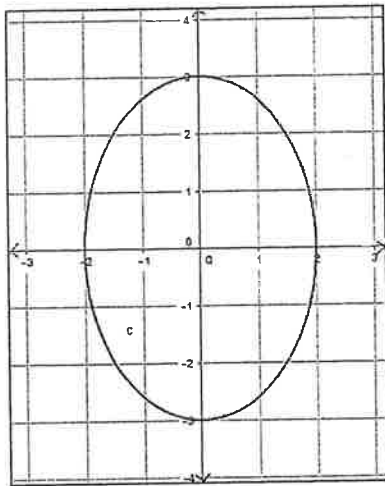
السؤال الثاني:

(1) اعتمد الشكل المجاور للتمثيل البياني للدالة $y = f(x)$ للإجابة عن الأسئلة الآتية :

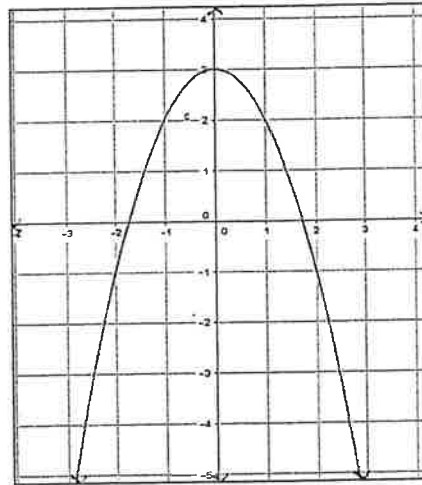


- A. ما مجال الدالة f ؟
- B. ما مدى الدالة f ؟
- C. ما قيمة $f(2)$ ؟
- D. ما مقطع المحور y ؟
- E. قدر أصفار الدالة f

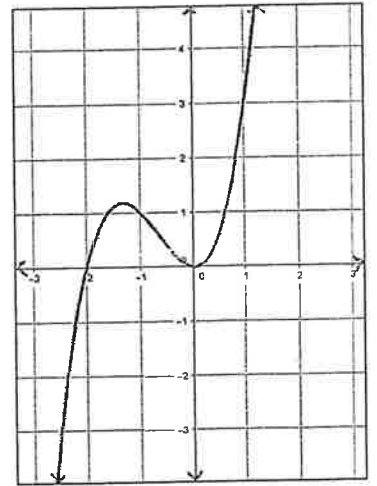
(2) أكمل الفراغات الآتية بوضع كل أرقام الأشكال المناسبة في كل فراغ والتي تحقق المطلوب (إن وجدت):



الشكل (3)



الشكل (2)



الشكل (1)

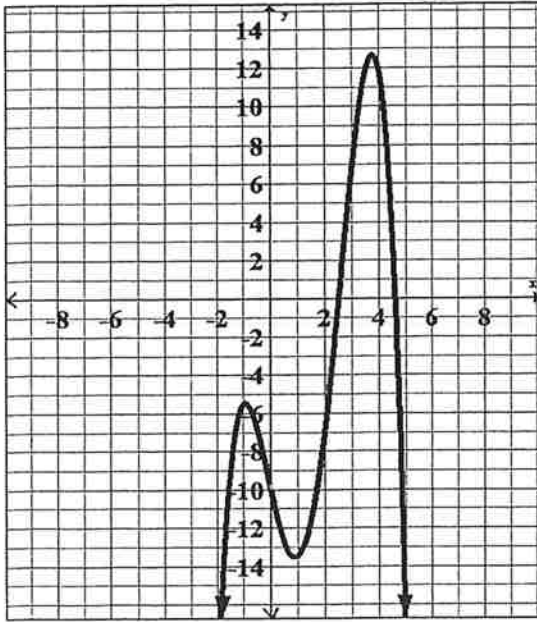
- A. التمثيل البياني لعلاقة لا تمثل دالة :
- B. التمثيل البياني لعلاقة منحناها متماثل حول نقطة الأصل :
- C. التمثيل البياني لعلاقة منحناها متماثل حول محور y :
- D. التمثيل البياني لعلاقة منحناها متماثل حول محور x :
- E. التمثيل البياني لدالة زوجية :
- F. التمثيل البياني لدالة ليست زوجية وليست فردية :
- G. التمثيل البياني لعلاقة لها دالة عكسية :

السؤال الثالث:

(1) اعتمد الشكل المجاور للتمثيل البياني للدالة $y = f(x)$ للإجابة عن الأسئلة الآتية :

(a) قدر قيم x التي يكون للدالة عندها قيم قصوى مقربًا الناتج إلى أقرب عدد صحيح .

(b) قدر القيم القصوى ، وحدد نوعها .



(2) أوجد متوسط معدل التغير للدالة $h(x) = -x^5 - 5x^2 + 6x - 9$ في الفترة $[3, 6]$.

(3) إذا كانت $g(x) = x^2 - 3$ ، $f(x) = 2x + 6$ ، فأوجد :

(a) $[f \circ g](x)$

(b) $f^{-1}(x)$

- انتهت الأسئلة -

رموز الدالة : $y, f(x), g(x), h(x)$
رموز المشتقة : $y', f'(x), g'(x), h'(x), \frac{dy}{dx}, \frac{df}{dx}$

المشتقة	الدالة
$f'(x) = 0$	$f(x) = c$, c عدد ثابت
$f'(x) = nx^{n-1}$	$f(x) = x^n$, n عدد حقيقي
$f'(x) = cnx^{n-1}$	$f(x) = cx^n$, n عدد حقيقي
$f'(x) = g'(x) \pm h'(x)$	$f(x) = g(x) \pm h(x)$

تذكرى:

$$\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$$

$$\frac{1}{x^n} = x^{-n}$$

إرشاد:

$$f(x) = x \rightarrow f'(x) = 1$$

$$f(x) = cx \rightarrow f'(x) = c$$

مثال (1) : أوجد مشتقة كل دالة مما يأتي :

$f(x) = \frac{2}{x^3}$ $f(x) = 2x^{-3}$ $f'(x) = 2(-3)x^{-3-1}$ $= -6x^{-4}$ $= \frac{-6}{x^4}$	$g(x) = \sqrt[5]{x^7}$ $g(x) = x^{\frac{7}{5}}$ $g'(x) = \frac{7}{5}x^{\frac{7}{5}-1}$ $= \frac{7}{5}x^{\frac{2}{5}}$	$f(x) = x^9$ $f'(x) = 9x^{9-1}$ $= 9x^8$
---	--	--

مثال (2) : أوجد مشتقة كل دالة مما يأتي :

$f(x) = -\frac{4}{x^2} + \sqrt[3]{x^5}$ $f(x) = -4x^{-2} + x^{\frac{5}{3}}$ $f'(x) = 8x^{-3} + \frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}}$ $= \frac{8}{x^3} + \frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}}$	$f(x) = x^5(2x^3 + x)$ $f(x) = 2x^8 + x^6$ $f'(x) = 16x^7 + 6x^5$	$f(x) = \frac{5}{4}x^4 - x^2 + 7$ $f'(x) = 5x^3 - 2x$ أوجد $f'(2)$: $f'(2) = 5(2)^3 - 2(2) = 36$
--	---	--

تمرين: أوجد مشتقة كل دالة مما يأتي ثم أحسب قيمة المشتقة عند النقطة المعطاة :

$f(x) = 18x - 3x^2 - 1$	$h(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 4t^2 + \frac{11}{3}$	$f(x) = 7x^2 - 5x - 6$
$f'(-2)$	$h'(1)$	$f'(2)$
$h(t) = 2t^{\frac{1}{2}} + 6t^{\frac{1}{3}} - 2t^{\frac{3}{2}}$	$h(x) = \frac{4x^4 - 3x^2 + 5x}{x}$	$f(x) = 3x^4(x + 2), x = -1$
	$h'(3)$	

(1) إذا كانت $h(t) = t^3 + 3t - 3$ ، فما قيمة $h'(-2)$:

A 15

B -15

C -12

D 12

(2) ما مشتقة $f(x) = 5\sqrt[3]{x^8}$ ؟

A $f'(x) = 225x^{\frac{5}{3}}$

B $f'(x) = \frac{40}{3}x^{\frac{5}{3}}$

C $f'(x) = 225x^{\frac{8}{3}}$

D $f'(x) = \frac{40}{3}x^{\frac{8}{3}}$

الدالة	المشتقة	
$h(x) = f(x) \cdot g(x)$	$h'(x) = f(x) \cdot g'(x) + g(x) \cdot f'(x)$ مشتقة الأولى $\times$ الثانية + مشتقة الثانية $\times$ الأولى	ضرب دالتين
$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$	$h'(x) = \frac{g(x) \cdot f'(x) - f(x) \cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$ مشتقة المقام $\times$ البسط - مشتقة البسط $\times$ المقام المقام²	قسمة دالتين

مثال (1) : أوجد مشتقة كل دالة مما يأتي :

إذا كانت $f(x) = (x^3 - 4x^2 + 48x)(6x^2 - x - 2)$ ، فأوجد $f'(1)$

الحل:

$$f'(x) = \text{مشتقة الأولى} \times \text{الثانية} + \text{مشتقة الثانية} \times \text{الأولى}$$

$$f'(x) = (x^3 - 4x^2 + 48x)(12x - 1) + (6x^2 - x - 2)(3x^2 - 8x + 48)$$

$$f'(1) = ((1)^3 - 4(1)^2 + 48(1))(12(1) - 1) + (6(1)^2 - 1 - 2)(3(1)^2 - 8(1) + 48)$$

$$= (45)(11) + (3)(43) = 624$$

الأولى	الثانية
$x^3 - 4x^2 + 48x$	$6x^2 - x - 2$
$3x^2 - 8x + 48$	$12x - 1$

$$f(x) = \frac{5x^2 - 3}{x^2 - 6}$$

الحل:

$$f'(x) = \frac{(\text{مشتقة المقام})(\text{البسط}) - (\text{مشتقة البسط})(\text{المقام})}{(\text{المقام})^2}$$

$$f'(x) = \frac{(x^2 - 6)(10x) - (5x^2 - 3)(2x)}{(x^2 - 6)^2}$$

$$= \frac{10x^3 - 60x - 10x^3 + 6x}{(x^2 - 6)^2}$$

$$= \frac{-54x}{(x^2 - 6)^2}$$

المقام	البسط
$x^2 - 6$	$5x^2 - 3$
$2x$	$10x$

(1) $f(x) = (2x^3 + 11x)(2x^8 - 12x^2)$

(2) $f(x) = (2x^{10} + 7x)(\sqrt{x} + 11)$

(3) إذا كانت $f(x) = \frac{6x}{2x^2 + 7}$ فأوجد $f'(x)$

(4) إذا كانت $k(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ فأثبت أن $k'(x) = \frac{1 - x^2}{(x^2 + 1)^2}$

(5) أوجد مشتقة الدالة $f(x)$ عند $x = 1$ حيث:

$$f(x) = \frac{x^2 - 6}{x - 2}, \quad x \neq 2$$

(6) إذا كانت $f(x) = \frac{x + 3}{x^3 + 1}$ فأوجد $f'(-2)$

المشتقة بالتعريف باستخدام النهايات (معدل التغير اللحظي)

مشتقة الدالة $f(x)$ بالتعريف تعطى بالصيغة:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

بشرط أن تكون النهاية لها وجود.

الدالة $y = f(x)$ ، تكون معادلة ميل المماس للمنحنى m هي مشتقة الدالة $m = f'(x)$ ملاحظة: و معدل التغير اللحظي للدالة هو أيضا مشتقة هذه الدالة .

ملاحظة هامة: إذا طلب منك إيجاد ميل المماس أو معدل التغير اللحظي أو المشتقة الأولى (المشتقة) فإننا نوجد المطلوب باستعمال قواعد الاشتقاق . إلا إذا كان المطلوب باستعمال التعريف (باستعمال النهايات) .

مثال(1):

باستعمال التعريف أوجد مشتقة الدالة $f(x) = 2x - 5$.

الحل:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2x + 2h - 5 - (2x - 5)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2x + 2h - 5 - 2x + 5}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} 2 = 2 \end{aligned}$$

نوجد $f(x+h)$:

$$f(x+h) = 2(x+h) - 5$$

$$= 2x + 2h - 5$$

$f(x)$:

$$f(x) = 2x - 5$$

(1) باستعمال التعريف أوجد مشتقة الدالة $f(x) = 3x + 8$

(2) أوجد مشتقة الدالة $s(t) = 7 - 5t$. باستعمال تعريف المشتقة

(3) باستعمال تعريف المشتقة الأولى أوجد ميل مماس منحنى $f(x) = 3x - 1$. عند النقطة $(1, 2)$.

مثال (2):

أوجد ميل مماس منحنى $f(x) = x^2$ باستعمال التعريف عند النقطة $(2, 6)$.

الحل:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 - x^2}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(2x + h)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} (2x + h)$$

$$= 2x + 0 = 2x$$

$$f'(x) = 2x$$

$$f'(2) = 2(2) = 4$$

نوجد $f(x+h)$:

$$f(x+h) = (x+h)^2$$

$$= x^2 + 2xh + h^2$$

$f(x)$:

$$f(x) = x^2$$

قانون تربيع حدانية:

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

تمرين:

(1) أوجد ميل مماس منحنى $f(x) = 5x^2$ عند النقطة $(-1, 5)$ باستعمال التعريف.

(1) أوجد ميل المماس لمنحنى الدالة $f(x) = \frac{3}{x}$ باستعمال التعريف عند النقطة $(-2, 5)$.

باستعمال التعريف أوجد مشتقة الدالة $f(x) = \frac{4}{x}$

الحل:

نوجد $f(x+h)$:

$$f(x+h) = \frac{4}{x+h}$$

: $f(x)$

$$f(x) = \frac{4}{x}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{4}{x+h} - \frac{4}{x}}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{4x - 4(x+h)}{x(x+h)}}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4x - 4x - 4h}{hx(x+h)}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-4h}{hx(x+h)}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-4}{x(x+h)}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-4}{x(x+0)} = \frac{-4}{x^2}$$

(3) أوجد ميل المماس للمنحنى $f(x) = 6x^2 + 7$ عند النقطة $(-1, 13)$.

(2) أوجد ميل المماس لمنحنى الدالة $g(x) = \frac{8}{x} + 2$ باستعمال التعريف عند أي نقطة تقع على المنحنى.

(4) أوجد ميل المماس للمنحنى $y = \frac{5}{x}$ عند النقطة $(-2, 8)$.

(5) أي مما يأتي يمثل ميل منحنى $y = 7x^2 - 2$ عند أي نقطة تقع عليه.

- $m = 14x$ **B** $m = 14x - 2$ **A**
 $m = 7x$ **D** $m = 7x - 2$ **C**

(6) ما ميل مماس المنحنى $f(x) = \frac{1}{2}x^4 + x$ عند النقطة $(2, 10)$ ؟

- 17 **B** 2 **A**
13 **D** 8 **C**

(7) ما ميل مماس المنحنى $y = 2x^2 \sqrt{x}$ عند النقطة $(1, 2)$ الواقعة عليه ؟

- 3 **B** 2 **A**
5 **D** 4 **C**

السرعة المتجهة	
إذا كانت $f(t)$: المسافة التي يقطعها جسم حيث t : الزمن	
متوسط السرعة المتجهة	السرعة المتجهة اللحظية
متوسط السرعة المتجهة في الفترة الزمنية من a إلى b : $v_{avg} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$	السرعة المتجهة اللحظية $v(t)$ هي مشتقة المسافة : $v(t) = f'(t)$

السرعة المتجهة اللحظية

(1) تعطى المسافة التي يقطعها جسم بالسنتيمترات بعد t ثانية بـ $s(t) = 18t - 3t^3 - 1$ ، أوجد معادلة السرعة المتجهة اللحظية $v(t)$ للجسم عند أي لحظة زمنية .

(2) تمثل $h(t)$ بعد جسم متحرك بالأقدام بعد t ثانية . أوجد السرعة المتجهة اللحظية لهذا الجسم عند الزمن المعطى :

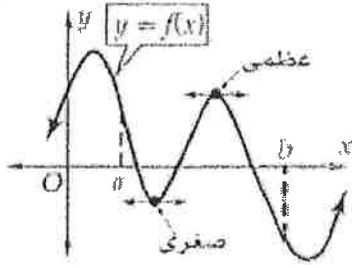
$$h(t) = 12t^2 - 2t^3 + 5t \quad , \quad t = 1$$

متوسط السرعة المتجهة

(3) تمثل المعادلة $h(t) = 5 + 65t - 16t^2$ الارتفاع بالأقدام بعد t ثانية لبالون يصعد رأسياً لأعلى . ما متوسط سرعة البالون المتجهة بين $t = 1 \text{ sec}$ ، $t = 2 \text{ sec}$ ؟

النقاط الحرجة

تسمى النقطة التي تكون عندها مشتقة الدالة صفراً أو غير معرفة نقطة حرجة للدالة .
و النقطة الحرجة تشير إلى وجود نقطة عظمى أو صغرى للدالة .



لأي دالة $f(x)$ متصلة في الفترة $[a, b]$ فإن لها قيمة عظمى أو صغرى
إما عند :
الطرفين أو عند النقاط الحرجة

مثال:

أوجد نقاط القيم العظمى والصغرى لـ $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 6x + 8$ في الفترة $[0, 3]$.

الحل:

$$f'(x) = x^2 + x - 6$$

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x - 2)(x + 3) = 0$$

$$x = 2 , \quad x = -3$$

$$x = 2 \in [0, 3] , \quad x = -3 \notin [0, 3]$$

$$f(2) = \frac{1}{3}(2)^3 + \frac{1}{2}(2)^2 - 6(2) + 8 = \frac{2}{3} \leftarrow \text{صغرى}$$

$$f(0) = \frac{1}{3}(0)^3 + \frac{1}{2}(0)^2 - 6(0) + 8 = 8 \leftarrow \text{عظمى}$$

$$f(3) = \frac{1}{3}(3)^3 + \frac{1}{2}(3)^2 - 6(3) + 8 = \frac{7}{2}$$

(1) أوجد نقاط القيم العظمى والصغرى لـ $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$ في الفترة $[0, 3]$.

(2) أوجد نقاط القيم العظمى والصغرى لـ $f(x) = 2x^3 - 6x^2$ في الفترة $[1, 3]$.

(3) استعمل قواعد الاشتقاق لإيجاد قيم x التي يكون للدالة $r(x) = \frac{1}{3}x^3 - 16x$ عندها نقاط حرجية.

(4) النقطة الحرجة للدالة $f(x) = x^2 - 6x$ هي :

$(-3, 9)$ B $(-3, -9)$ A

$(3, 9)$ D $(3, -9)$ C

الدالة الأصلية : للدالة $f(x)$ تكون الدالة $F(x)$ دالة أصلية لها إذا كان $F'(x) = f(x)$.

قواعد التكامل غير المحدد (إيجاد الدوال الأصلية)	
الدالة $f(x)$	تكاملها $F(x)$
$\int x^n dx$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$
$\int k x^n dx$	$\frac{k x^{n+1}}{n+1} + C$
$\int k dx$	$k x + C$
<u>ملاحظة:</u> C, k : ثابت (عدد حقيقي) ، n : عدد نسبي ، $n \neq -1$	

مثال: أوجد جميع الدوال الأصلية لكل دالة مما يأتي :

(3) $f(x) = x^2 - 8x + 5$ الحل : $F(x) = \frac{x^{2+1}}{2+1} - \frac{8x^{1+1}}{1+1} + 5x + C$ $= \frac{x^3}{3} - \frac{8x^2}{2} + 5x + C$ $= \frac{1}{3}x^3 - 4x^2 + 5x + C$	(2) $f(x) = \frac{2}{x^4}$ الحل: $f(x) = 2x^{-4}$ $F(x) = \frac{2x^{-4+1}}{-4+1} + C$ $= \frac{2x^{-3}}{-3} + C$ $= -\frac{2}{3x^3} + C$	(1) $f(x) = 4x^7$ الحل: $F(x) = \frac{4x^{7+1}}{7+1} + C$ $= \frac{4x^8}{8} + C$ $= \frac{1}{2}x^8 + C$
--	--	---

تمرين: أوجد جميع الدوال الأصلية لكل دالة مما يأتي :

(3) $f(x) = 8x^7 + 6x + 2$	(2) $f(x) = \frac{10}{x^3}$	(1) $f(x) = 6x^4$
-------------------------------	--------------------------------	----------------------

مثال: أحسب تكامل كل مما يأتي :

$$\begin{aligned} \int \left(8x^3 + \sqrt[3]{x} - \frac{12}{x^4} \right) dx &= \int \left(8x^3 + x^{\frac{1}{3}} - 12x^{-4} \right) dx \\ &= \frac{8x^4}{4} + \frac{x^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}} - \frac{12x^{-3}}{-3} + C \\ &= 2x^4 + \frac{3}{4} \sqrt[3]{x^4} + \frac{4}{x^3} + C \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int \left(4x^3 + \frac{2}{x^2} + \sqrt{x} - 7 \right) dx &= \int \left(4x^3 + 2x^{-2} + x^{\frac{1}{2}} - 7 \right) dx \\ &= \frac{4x^4}{4} + \frac{2x^{-1}}{-1} + \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - 7x + C \\ &= x^4 - \frac{2}{x} + \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} - 7x + C \end{aligned}$$

(1)

$$\int \left(4x^7 + \frac{2}{x^4} - 5\sqrt{x} + 1 \right) dx$$

(2)

$$\int \left(4x^3 - \frac{6}{x^3} + 5 \right) dx$$

(3)

$$\int \left(8x^3 - 5x^{-6} + 4x^{\frac{1}{3}} + 1 \right) dx$$

(4)

$$\int \left(\frac{4}{x^3} - \sqrt[3]{x} \right) dx$$

التكامل المحدد

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

ملاحظة : عند حساب التكامل المحدد يمكن إهمال الثابت C ، وعدم كتابة في الدالة الأصلية $F(x)$.

مثال: أحسب تكامل كل مما يأتي :

$$\begin{aligned} \int_0^5 (2x - 3) dx &= \left(\frac{2x^2}{2} - 3x \right) \Big|_0^5 = (x^2 - 3x) \Big|_0^5 \\ &= [(5)^2 - 3(5)] - [(0)^2 - 3(0)] \\ &= 10 - 0 = 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_1^2 x (16x^2 - 6x) dx &= \int_1^2 (16x^3 - 6x^2) dx \\ &= \left(\frac{16x^4}{4} - \frac{6x^3}{3} \right) \Big|_1^2 = (4x^4 - 2x^3) \Big|_1^2 \\ &= [4(2)^4 - 2(2)^3] - [4(1)^4 - 2(1)^3] \\ &= 48 - 2 = 46 \end{aligned}$$

تمرين: أحسب تكامل كل مما يأتي :

$$\int_{-1}^2 (9x^2 + 1) dx =$$

(1)

(2)

$$\int_0^2 (3x^2 - 4x + 5) dx =$$

(3)

$$\int_{-1}^1 x(2 - 15x) dx =$$

(4) استعمل النظرية الأساسية في التفاضل والتكامل لحساب مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى $y = -3x^2 + 4x + 9$ و المحور x على الفترة $[0, 2]$.

(5) استعمل النظرية الأساسية في التفاضل والتكامل لحساب مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى $y = 3x^2 - x$ و المحور x على الفترة $[1, 4]$.
أو $\int_1^4 (3x^2 - x) dx$

(1) إذا كان $\int_0^4 kx \, dx = 24$ فما قيمة k ؟

3 **A**

6 **B**

4 **C**

12 **D**

(2) إذا كان $\int_3^k dx = 3$ فما قيمة k ، حيث $k \in R$ ؟

0 **A**

3 **B**

1 **C**

6 **D**

(3) ما ناتج $\int_{-2}^2 5 \, dx$ ؟

4x **A**

5x **B**

20 **C**

40 **D**

(4) ماهي الدالة الأصلية للدالة $f(x) = 3\sqrt{x}$ ؟

$F(x) = \sqrt{x^3} + C$ **A**

$F(x) = \sqrt[3]{x^2} + C$ **B**

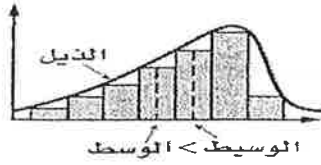
$F(x) = 2\sqrt{x^3} + C$ **C**

$F(x) = 2\sqrt[3]{x^2} + C$ **D**

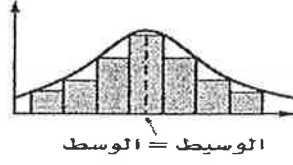
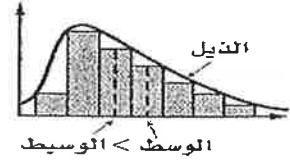
الإحصاء الوصفي

*** أولاً : التوزيعات المتماثلة والتوزيعات الملتوية ***

التوزيعات المتماثلة والتوزيعات الملتوية

توزيع ذو التواء سالب
(ملتو إلى اليسار)

توزيع متماثل

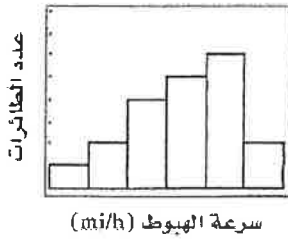
توزيع ذو التواء موجب
(ملتو إلى اليمين)

اختيار الإحصائيات المناسبة لوصف التوزيع

عند اختيار مقاييس النزعة المركزية والتشتت لوصف التوزيع :

- إذا كان التوزيع متماثلاً ، ولا يتضمن قيماً متطرفة ← فاستعمل الوسط ، والانحراف المعياري .
 - إذا كان التوزيع ملتوياً ، أو يتضمن قيماً متطرفة قوية ← فاستعمل المقاييس الخمسة (القيمة الصغرى ، الرُّبيع 1 (Q_1) ، الوسيط [الرُّبيع 2 (Q_2)] ، الرُّبيع 3 (Q_3) ، القيمة العظمى) .
- ملاحظة : الرُّبيع 1 (Q_1) هو الرُّبيع الأدنى ، الرُّبيع 3 (Q_3) هو الرُّبيع الأعلى .

تدريب : يُبين الجدول أدناه سرعة هبوط 20 طائرة تجارية في أحد المطارات ، بالميل لكل ساعة .



سرعة الهبوط (mi/h)			
145	153	157	150
162	158	158	155
154	138	142	149
148	146	161	156
152	151	144	158

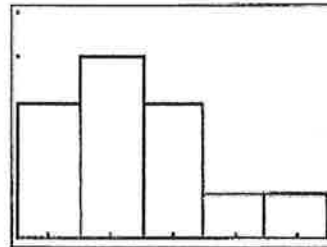
(A) استعمل المدرج التكراري أعلاه لوصف شكل التوزيع للجدول .

(B) لخص تمرکز ، وتشتت البيانات مستعملاً الوسط والانحراف المعياري ، أو المقاييس الخمسة ، وبرّر إجابتك

مثال : تُبين القائمة أدناه عدد الساعات التي يقضيها أعضاء فريق المدرسة لكرة السلة في التدريب الفردي ، والجماعي أسبوعياً .

15, 18, 16, 20, 22, 18, 19, 20, 24, 18, 16, 18

(A) استعمل المدرج التكراري أدناه لوصف شكل التوزيع .



ج : يُبين المدرج التكراري المجاور أن التوزيع ذو التواء موجب

(B) لخص تمرکز ، وتشتت البيانات مستعملاً الوسط والانحراف المعياري ، أو المقاييس الخمسة ، وبرّر إجابتك ج : بما أن التوزيع ملتو ، فنستعمل المقاييس الخمسة لتلخيص تمرکز وتشتت البيانات ، نرتب القيم تصاعدياً أو تنازلياً . والأفضل تصاعدياً :

15, 16, 16, 18, 18, 18, 18, 19, 20, 20, 22, 24

القيمة الصغرى = 15 ، الرُّبيع 1 (Q_1) = 17الوسيط Q_2 = 18 ، الرُّبيع 3 (Q_3) = 20

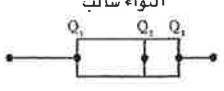
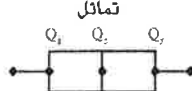
القيمة العظمى = 24 ، المدى الرُّباعي = 3

تدل المقاييس الخمسة على أن عدد ساعات التدريب

تتراوح بين 15 h و 24 h ، ويكون الوسيط 18 h

، ونصف ساعات التدريب يقع بين 17 h و 20 h

*** ثانياً: استعمال الصندوق وطرفيه للتماثل والالتواء ***

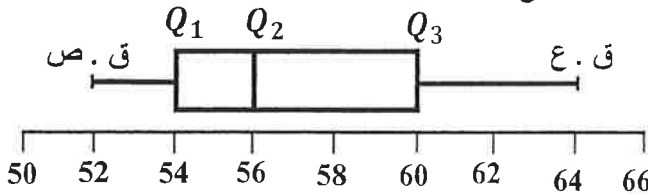
المدى الربيعي الفرق بين الربيع الأعلى (Q_3) ، والربيع الأدنى (Q_1) . المدى الربيعي : $= Q_3 - Q_1$	التواء سالب  الطرف الأيسر أطول من الطرف الأيمن، والخط الذي يُمثل الوسيط Q_2 أقرب إلى Q_3 منه إلى Q_1 .	تماثل  الطرفان لهما الطول نفسه، والخط الذي يُمثل الوسيط Q_2 يقع تماماً بين Q_1 و Q_3 .	التواء موجب  الطرف الأيمن أطول من الطرف الأيسر، والخط الذي يُمثل الوسيط Q_2 أقرب إلى Q_1 منه إلى Q_3 .
--	--	---	--

تمارين على وصف التوزيع باستعمال الصندوق وطرفيه

تدريب : يخطط أحد الأشخاص لقضاء إجازة فصل الربيع في مكان ما ، والجدول أدناه يبين درجات الحرارة الفهرنهايتية المتوقعة خلال فترة الإجازة في هذا المكان

درجة الحرارة (الفهرنهايتية)					
61	55	57	62	59	52
59	54	52	54	55	64

(A) استعمال شكل الصندوق وطرفيه أدناه لوصف شكل التوزيع لهذه الدرجات .

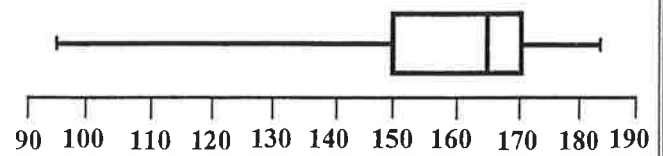


(B) لخص تمرکز ، وتشنت البيانات مستعمالاً الوسيط والانحراف المعياري ، أو المقاييس الخمسة ، وبرر إجابتك

مثال : يبين الجدول أدناه أسعار مجموعة من البنائات الإسكانية المعروضة للبيع لدى أحد المكاتب العقارية .

أسعار البنائات (بآلاف الدنانير)				
152	150	115	110	95
168	165	165	156	154
184	177	175	170	168

(A) استعمال شكل الصندوق وطرفيه أدناه لوصف شكل التوزيع لهذه الأسعار .



ج : يبين شكل الصندوق وطرفيه أن :
التوزيع ذو التواء سالب

(B) لخص تمرکز ، وتشنت البيانات مستعمالاً الوسيط والانحراف المعياري ، أو المقاييس الخمسة ، وبرر إجابتك
ج : بما أن للتوزيع التواء سالب (ملتو) لذا نستخدم المقاييس الخمسة .

القيمة الصغرى = 95000 ، $Q_1 = 150000$

الوسيط $Q_2 = 165000$ ، $Q_3 = 170000$

القيمة العظمى = BD 184000

تدل المقاييس الخمسة على أن الأسعار تتراوح بين

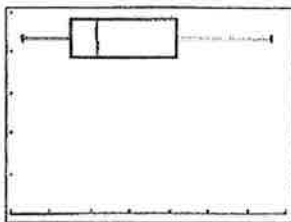
BD 95000 و BD 184000 ، ويكون الوسيط

للأسعار BD 165000 ، ونصف الأسعار تقع بين

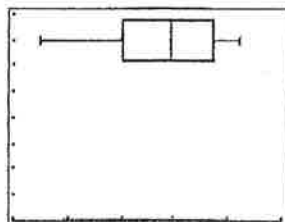
BD 150000 و BD 170000

المدى الربيعي : $BD 170000 - 150000 = 20000$

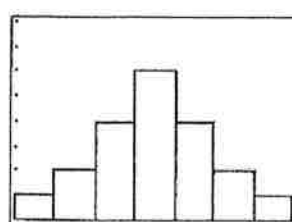
تدريب : أي التمثيلات أدناه موجب الالتواء



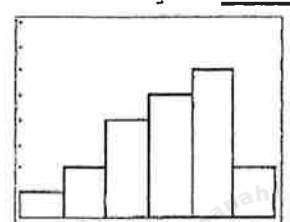
(D)



(C)



(B)



(A)

*** ثالثاً: رسم المنحنى المئيني واستعماله ***

المئينات : ومفردها المئين ، تقسم التوزيع إلى 100 مجموعة يُرمز لها بالرموز $P_1, P_2, P_3, \dots, P_{99}$ **تمثيل المئين بيانياً :** كما يُمثل المنحنى التكراري التراكمي (المتجمع الصاعد) ، إلا أن التناسب يحسب كنسبة مئوية

تمارين على رسم المنحنى المئيني واستعماله

الفئات	التكرار f
55.5 –	5
60.5 –	10
65.5 –	16
70.5 –	8
75.5 – 80.5	11

تدريب :
يُبين الجدول أدناه درجات
50 طالب في اختبار
لمادة الرياضيات .

(A) أنشئ المنحنى
المئيني لهذه البيانات .

ج :

الفئات	التكرار f	التكرار التراكمي	النسب المئوية التراكمي
55.5 –	5		
60.5 –	10		
65.5 –	16		
70.5 –	8		
75.5 – 80.5	11		

(B) قَدِّر الرتبة المئينية للدرجة 62 ضمن التوزيع ،
وفسر معناه .

ج :

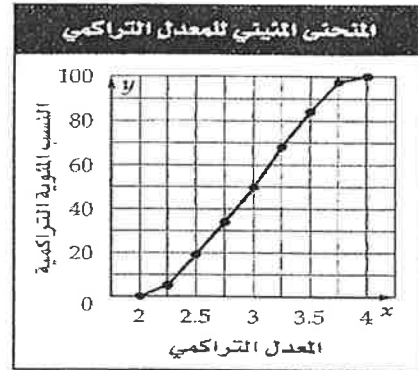
مثال : يُبين الجدول أدناه أسعار التوزيع التكراري لـ
200 طالب في إحدى الكليات وفق معدلاتهم التراكمية

الفئات	f	الفئات	f
2.00 –	10	3.00 –	36
2.25 –	28	3.25 –	32
2.50 –	30	3.50 –	26
2.75 –	32	3.75 – 4.00	6

(A) أنشئ المنحنى المئيني لهذه البيانات .

ج :

الفئات	f	التكرار التراكمي	النسب المئوية التراكمية
2.00 –	10	10	$\frac{10}{200} = 5\%$
2.25 –	28	$10 + 28 = 38$	$\frac{38}{200} = 19\%$
2.50 –	30	68	34%
2.75 –	32	100	50%
3.00 –	36	136	68%
3.25 –	32	168	84%
3.50 –	26	194	97%
3.75 – 4.00	6	200	100%



**المنحنى المئيني
للمعدل التراكمي**

(B) قَدِّر الرتبة المئينية للمعدل التراكمي 3.4 ضمن
التوزيع ، وفسر معناه .

ج : المعدل 3.4 يقابل
المئين 78 تقريباً .

التفسير :

هذا يعني أن الطالب

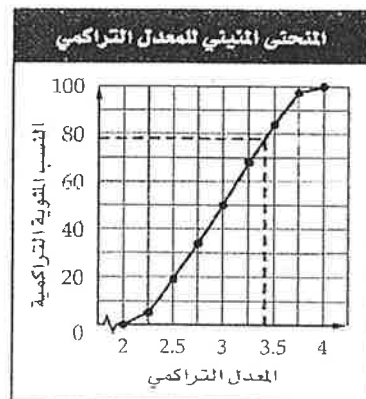
الذي مُعدّله التراكمي

3.4 يكون مُعدّله

التراكمي أفضل من

مُعدّلات 78 % من

الطلبة في هذه الكلية .



المتغير العشوائي المنفصل : ويكون له عدد محدود أو منته من القيم الممكنة (أي قابلة للعد) .

المتغير العشوائي المتصل : ويكون له عدد غير منته من القيم الممكنة (غير قابلة للعد - فترة محدودة) .

مثال : صنف كل متغير عشوائي مما يأتي من حيث كونه منفصلاً أو متصلاً . وبرّر إجابتك .

① X يمثل عدد السيارات في موقف مخصص لمدرسة النعيم في أوقات عشوائية خلال يوم دراسي .
ج : X متغيراً عشوائياً منفصلاً ، لأن عدد السيارات في الموقف محدود ، ويمثل مجموعة قابلة للعد .

② X يمثل وزن طالب تم اختياره عشوائياً من مجموعة طلاب ، وزن الواحد منهم لا يتجاوز 60 kg .
ج : X متغيراً عشوائياً متصلاً ، لأن وزن الطالب 0 kg و 60 kg ، وهذا فترة محدودة غير قابل للعد .

③ X يمثل عدد حضور إحدى مباريات دوري كرة القدم في أحد الأشهر . ج :

④ X يمثل كمية الدم التي تبرع بها شخص في حملة للتبرع بالدم . ج :

*** ثانياً: التوزيعات الاحتمالية المنفصلة ***

التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المنفصل X : يعبر عنه في صورة جدول أو معادلة أو تمثيل بياني يربط

بين كل قيمة من قيم X ، واحتمال وقوعها . ويجب أن يحقق الشرطين الآتيين :

(١) احتمال كل قيمة من قيم X محصورة بين 0 و 1 ، أي أن : $0 \leq P(X) \leq 1$

(٢) مجموع كل احتمالات قيم X يساوي 1 ، أي أن : $\sum P(X) = 1$

تكوين توزيع احتمالي منفصل

مثال : معرض سيارات (السيارات المباعة في 30 يوماً)
استعمل التوزيع التكراري المجاور لتكوين توزيع احتمالي للمتغير X ، ومثله بالأعمدة . (مقرباً لأقرب جزء من مئة)

السيارات المباعة X	0	1	2	3
التكرار	20	7	2	1

مثال : تقويم مُعلم (من 1 أداء بسيط حتى 5 أداء ممتاز)
استعمل التوزيع التكراري المجاور لتكوين توزيع احتمالي للمتغير X ، ومثله بالأعمدة .

الدرجة X	التكرار
1	1
2	8
3	20
4	16
5	5

ج : مجموع الطلبة = 50

$$P(1) = \frac{1}{50} = 0.02$$

$$P(2) = \frac{8}{50} = 0.16$$

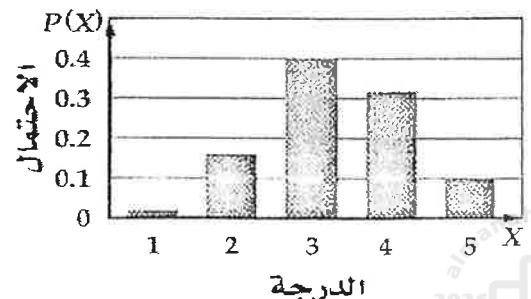
$$P(3) = \frac{20}{50} = 0.40$$

$$P(4) = \frac{16}{50} = 0.32 , P(5) = \frac{5}{50} = 0.10$$

التوزيع الاحتمالي للمتغير X :

الدرجة X	1	2	3	4	5
$P(X)$	0.02	0.16	0.40	0.32	0.10

تمثيل التوزيع الاحتمالي بالأعمدة :



***** ثالثاً: الوسط (التوقع) ، والتباين ، والانحراف المعياري للتوزيع الاحتمالي *****

التباين (σ^2) ، والانحراف المعياري (σ)

$$\sigma^2 = \sum [(X - \mu)^2 \cdot P(X)] \quad \text{التباين}$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \quad \text{الانحراف المعياري}$$

الوسط $(\mu) = \text{التوقع } (E(X))$

$$\mu = E(X) = \sum [X \cdot P(X)] \quad \text{الوسط } (\mu)$$

تمارين على الوسط ، والتباين ، والانحراف المعياري للتوزيع الاحتمالي

تدريب : أوجد الوسط ، والتباين ، والانحراف المعياري للتوزيع الاحتمالي الآتي مقرباً إلى أقرب جزء من مئة .

عدد الأيام الممطرة في السنة

عدد الأيام X	1	2	3	4	5
الاحتمال $P(X)$	0.2	0.15	0.25	0.3	0.1

ج : نكوّن الجدول الآتي :

X	$P(X)$	$X \cdot P(X)$	$(X - \mu)^2$	$(X - \mu)^2 \cdot P(X)$
$\sum$	$\mu =$	$\sum$	$\sigma^2 =$	

تدريب : (تقويم مُعلم) أوجد الوسط وفسّر معناه ، والتباين ، والانحراف المعياري للتوزيع الاحتمالي الآتي مقرباً إلى أقرب جزء من مئة .

الدرجة X	1	2	3	4	5
$P(X)$	0.02	0.16	0.40	0.32	0.10

ج : نكوّن الجدول الآتي :

X	$P(X)$	$X \cdot P(X)$	$(X - \mu)^2$	$(X - \mu)^2 \cdot P(X)$
1	0.02	0.02	5.38	0.1076
2	0.16	0.32	1.74	0.2784
3	0.40	1.20	0.10	0.0400
4	0.32	1.28	0.46	0.1472
5	0.10	0.50	2.82	0.2820
$\sum$	$\mu = 3.32$	$\sum$	$\sigma^2 = 0.8552$	

الوسط : $\mu = \sum [X \cdot P(X)] = 3.32$

وهذا يعني أن شرح المعلم متوسط ، ويميل قليلاً للممتاز **التباين :**

$$\sigma^2 = \sum [(X - \mu)^2 \cdot P(X)] \approx 0.86$$

الانحراف المعياري :

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{0.8552} \approx 0.92$$

تدريب : الجدول أدناه يبين توزيع احتمالي صحيح ، فما قيمة a ؟

عدد الطلاب الغائبين X	0	1	2	3	4
الاحتمال $P(X)$	0.1	0.3	a	0.1	0.2

تدريب : حدّد إذا كانت التجربة ذات حدين ، وإذا كانت كذلك فاكتب قيم n, p, q ، وقيم المتغير العشوائي الممكنة أجريت دراسة في أحد المدارس ، فتبيّن أن 68 % من الطلبة يمتلكون آلة حاسبة بيانية . إذا تم اختيار 6 منهم بشكل عشوائي ، وتم سؤالهم عما كانوا يمتلكون آلة حاسبة بيانية . وكان المتغير العشوائي X يمثّل عدد الطلبة الذين يمتلكون آلة حاسبة بيانية .

ج : [تجربة ذات الحدين . لماذا ؟]

$$n = 6 , p = 0.68 , q = 0.32$$

$$X = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

*** رابعاً : توزيع ذات الحدين ***

صيغة احتمال ذات الحدين

إعداد أ. / عابدين

احتمال النجاح x مرة في n من المحاولات المستقلة في تجربة ذات الحدين :

$$P(X = x) = P(x) = nC_x p^x q^{n-x} \quad \text{يعطى بالقانون :}$$

حيث : p احتمال النجاح ، و q احتمال الفشل في المحاولة الواحدة ، $p + q = 1$

الوسط ، والتباين ، والانحراف المعياري لتوزيع ذات الحدين

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \quad \text{الانحراف المعياري :}$$

$$\sigma^2 = n p q \quad \text{التباين :}$$

$$\mu = n p \quad \text{الوسط :}$$

تمارين على الوسط ، والتباين ، والانحراف المعياري للتوزيع الاحتمالي

تدريب : بيّنت نتيجة مسح إحصائي في إحدى المدارس أن 60 % من طلبة المدرسة يفضلون أخذ حصة إضافية في مادة الرياضيات ، والباقي لا يفضلون . إذا اختير عشوائياً 5 طلبة من هذه المدرسة ، وتم سؤالهم ما إذا كانوا يفضلون أخذ حصة إضافية في مادة الرياضيات . (A) إذا مثل المتغير العشوائي X عدد الطلاب الذين اجابوا بنعم كوّن التوزيع الاحتمالي ذي الحدين للمتغير X

مثال : أجريت دراسة في أحد المدارس، فتبين أن 45 % من الطلبة يمتلكون آلة حاسبة بيانية . إذا تم اختيار 5 منهم بشكل عشوائي ، وتم سؤالهم عما كانوا يمتلكون آلة حاسبة بيانية .

(A) إذا مثل المتغير العشوائي X عدد الطلاب الذين يمتلكون آلة حاسبة بيانية . كوّن التوزيع الاحتمالي ذي الحدين للمتغير X ، ومثله بالأعمدة .
الجواب

$$n = 5 , p = 0.45 , q = 1 - 0.45 = 0.55$$

$$P(X = 0) = 5C_0 (0.45)^0 (0.55)^5 \approx 0.050$$

$$P(1) = 5C_1 (0.45)^1 (0.55)^4 \approx 0.206$$

$$P(2) = 5C_2 (0.45)^2 (0.55)^3 \approx 0.337$$

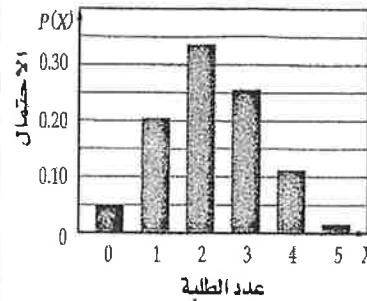
$$P(3) = 5C_3 (0.45)^3 (0.55)^2 \approx 0.276$$

$$P(4) = 5C_4 (0.45)^4 (0.55)^1 \approx 0.113$$

$$P(5) = 5C_5 (0.45)^5 (0.55)^0 \approx 0.018$$

التمثيل بالأعمدة :

التوزيع الاحتمالي :



X	$P(X)$
0	0.050
1	0.206
2	0.337
3	0.276
4	0.113
5	0.018

(B) أوجد احتمال أن يجيب أكثر من 3 طلبة منهم بنعم ؟
[الجواب : $P(X > 3) \approx 0.34 = 34\%$]

(B) أوجد احتمال أن يكون أقل من 3 طلبة من الذين تم مقابلتهم يمتلكون آلة حاسبة بيانية .

$$P(X < 3) = P(0) + P(1) + P(2) \quad \text{ج :}$$

$$P(X < 3) \approx 0.050 + 0.206 + 0.337$$

$$P(X < 3) \approx 0.6 = 60\%$$

(C) أوجد الوسط ، والتباين ، والانحراف المعياري للتوزيع

$$\mu = n p = 5 \times 0.45 = 2.25 \quad \text{ج :}$$

$$\sigma^2 = n p q = 5 \times 0.45 \times 0.55 = 1.2375$$

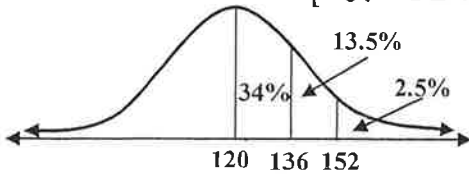
$$\sigma = \sqrt{n p q} = \sqrt{1.2375} \approx 1.11$$



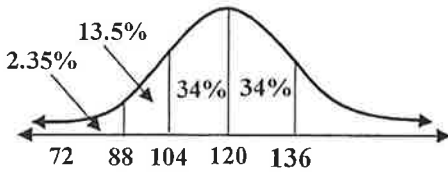
القانون التجريبي	خصائص التوزيع الطبيعي
في توزيع طبيعي وسطه μ ، وانحرافه المعياري σ استعمل النسبة 2.5 % عندما يطلب عدد الأشخاص أو الأشياء	- التمثيل البياني له منحنى يشبه الجرس، ومتماثل بالنسبة للوسط. - يتساوى الوسط والوسيط والمنوال وتقع في المركز. - المنحنى متصل. - يقترّب المنحنى من المحور X، ولكنه لا يمسّه. - المساحة تحت المنحنى تساوي 1، أو 100 %.

تمارين على القانون التجريبي

مثال : إذا كانت أطوال 200 شجرة تتخذ شكل التوزيع الطبيعي بوسط مقداره 120 in ، وانحراف معياري 16 in (a) أوجد قيمة تقريبية لعدد الأشجار التي يزيد طولها على 136 in . [ج: 32 شجرة]



(b) ما نسبة الأشجار التي تقع أطوالها بين 136 in ، 72 in . [الجواب : 84% $\approx$ 83.85 %]



*** ثانياً: الدرجة المعيارية (قيمة Z) ***

صيغة الدرجة المعيارية (قيمة Z) : $z = \frac{X - \mu}{\sigma}$ حيث X القيمة ، μ الوسط ، σ الانحراف المعياري

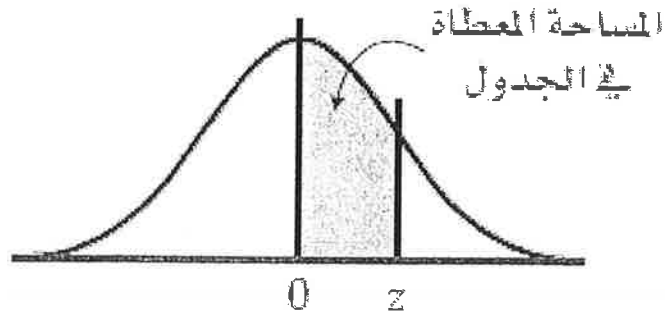
مثال : أوجد قيمة Z ، إذا كانت :
 $X = 36$ ، $\mu = 31$ ، $\sigma = 1.3$

الحل : $z = \frac{X - \mu}{\sigma}$ (صيغة الدرجة المعيارية)
 $z = \frac{36 - 31}{1.3} \approx 3.85$

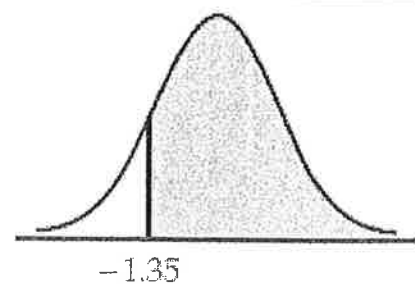
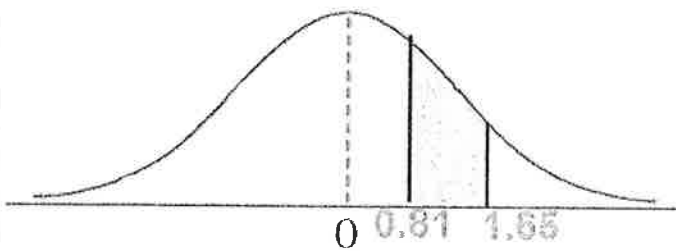
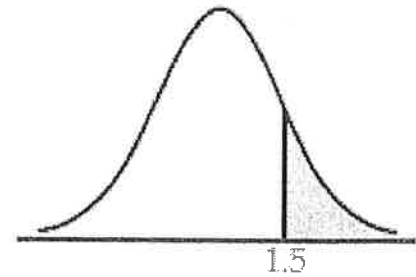
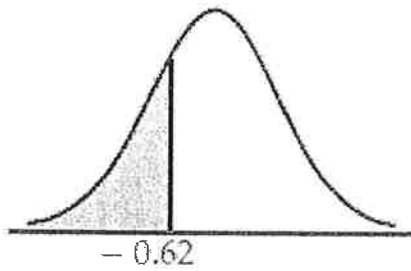
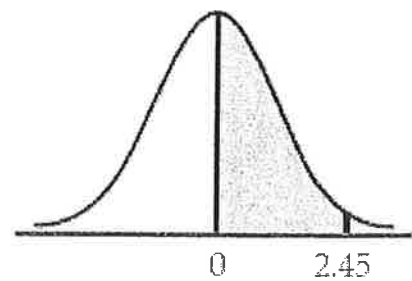
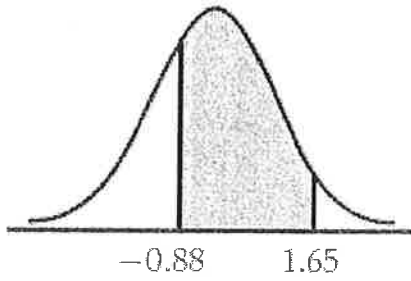
تدريب : أوجد قيمة X ، إذا كانت : [ج: 39.86]
 $z = 2.15$ ، $\mu = 39$ ، $\sigma = 0.4$

مثال : أوجد قيمة X ، إذا كانت :
 $z = -1.73$ ، $\mu = 48$ ، $\sigma = 2.3$

الحل : $z = \frac{X - \mu}{\sigma} \Rightarrow -1.73 = \frac{X - 48}{2.3}$
 $X - 48 = -1.73 \times 2.3$
 $X = -3.979 + 48 \Rightarrow X = 44.021$



أوجد المساحة المرتبطة بالمنطقة المظللة في كل مما يأتي:



مثال(1):

إذا كانت درجة الحرارة في إحدى المدن خلال شهر تتخذ شكل التوزيع الطبيعي، وفيه $\mu = 81^\circ$ ، و $\sigma = 6^\circ$ ، فأوجد الاحتمالات المطلوبة ، ثم ارسم المساحة تحت المنحنى والمرتبطة بالاحتمال .

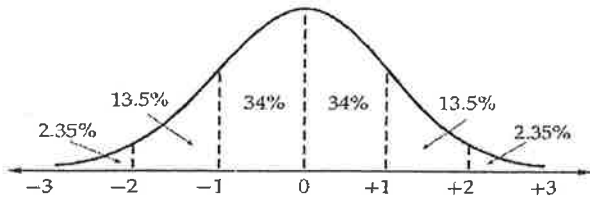
$$P(70^\circ < X < 90^\circ) \quad (a)$$

$$P(X \geq 95^\circ) \quad (b)$$

مثال(2): يتلقى مركز خدمة اتصالات مكالمات يومية بوسط 105 مكالمات، وبانحراف معياري قدره 12 خلال شهر فيه 30 يوماً . على افتراض أن عدد المكالمات موزعة توزيعاً طبيعياً . أوجد عدد الأيام التي تقل فيها عدد المكالمات عن 110.

*** ثالثاً: التوزيع الطبيعي المعياري ***

خصائص التوزيع الطبيعي المعياري



- المساحة الكلية تحت المنحنى تساوي 1 أو 100 % .
- كل المساحة تقريباً تقع بين $z = -3$ و $z = 3$.
- التوزيع متماثل .
- الوسط 0 ، والانحراف المعياري 1 .
- يقترب المنحنى من المحور x ، ولكنه لا يمسّه .

إيجاد الاحتمالات

تدريب : إذا كانت درجات أحد امتحانات الرياضيات موزعة توزيعاً طبيعياً وفيه حيث $\mu = 72$, $\sigma = 11$ فأوجد الاحتمالات الآتية :

(a) $P(X \leq 89)$ [ج: 0.9394]

(b) $P(65 < X < 85)$ [ج: 0.6199]

استعمال التوزيع الطبيعي المعياري

تدريب : إذا كانت الفترات الزمنية للانتظار التي يقضيها 16000 مسافر في إحدى محطات سكك الحديد موزعة توزيعاً طبيعياً بوسط مقداره 72 m ، وانحراف معياري 15 m أوجد عدد المسافرين الذين ينتظرون أقل من 60 m (a) [الجواب : 3390 مسافراً تقريباً]

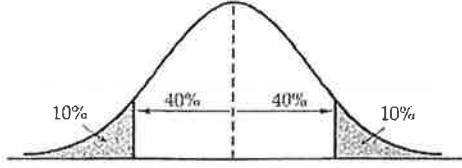
(b) أوجد عدد المسافرين الذين ينتظرون أكثر من 90 m [الجواب : 1842 مسافراً تقريباً]

*** تابع التوزيع الطبيعي المعياري ***

ايجاد فترة لقيم z إذا عُلمت المساحة

ملاحظة : إن لم تجد القيمة موجودة بالضبط في الجدول فحدد القيمتين التي تقع بينهما هذه القيمة ثم خذ الأقرب منها

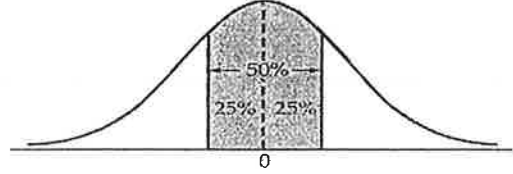
مثال : أوجد فترة لقيم z ترتبط بالمساحة :
20 % من توزيع البيانات على الطرفين .



الحل :

المساحة 40% أو 0.4 تقابل في الجدول $z = 1.28$
وحيث أن التوزيع الطبيعي المعياري متماثل فإن :
 $z < -1.28$ or $z > 1.28$

مثال : أوجد فترة لقيم z ترتبط بالمساحة :
50 % من منتصف توزيع البيانات .



الحل :

المساحة 25% أو 0.25 تقابل في الجدول $z = 0.67$
وحيث أن التوزيع الطبيعي المعياري متماثل فإن :
 $-0.67 < z < 0.67$

تدريب : أوجد فترة لقيم z ترتبط بالمساحة :
30 % من توزيع البيانات على الطرفين .

[الجواب : $z < -1.03$ or $z > 1.03$]

تدريب : أوجد فترة لقيم z ترتبط بالمساحة :
60 % من منتصف توزيع البيانات .

[الجواب : $-0.84 < z < 0.84$]

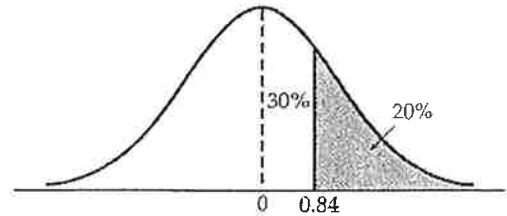
ايجاد القيمة X عُلمت المساحة

تدريب : قام باحث بإجراء دراسة طبية تتعلق بأوزان
عينة من الأشخاص . وكان وسط الأوزان 190 Ib
وانحرافها المعياري 12 Ib ، إذا كانت الأوزان موزعة
توزيعاً طبيعياً ، وكانت الدراسة تركز على أفراد العينة
الذين تقع أوزانهم ضمن 70 % من منتصف الأوزان
، فما مدى الأوزان التي تقع ضمن هذه النسبة .

[ج: $z = \pm 1.04$, $X = 177.52$, $X = 202.48$]
أي مدى الأوزان المطلوبة يقع بين 178 و 202 تقريباً

مثال : إذا كان نتائج اختبار القبول في قسم الرياضيات
في إحدى كليات العلوم موزعة توزيعاً طبيعياً ، وفيه :
 $\mu = 65$, $\sigma = 8$

(a) إذا رغب محمد أن تكون درجته من أعلى 20 % من
الدرجات ، فما الدرجة التي يجب أن يحصل عليها ؟



المساحة 30% أو 0.3 تقابل في الجدول $z = 0.84$

$$z = \frac{X - \mu}{\sigma} \Rightarrow 0.84 = \frac{X - 65}{8}$$

$$X - 65 = 0.84 \times 8$$

$$X = 6.72 + 65 \Rightarrow X = 71.72$$

أي يحتاج محمد الحصول على الأقل على الدرجة 72

(a) توقّع محمد أن يحصل على درجة تكون ضمن 90 %
من منتصف الدرجات ، فما مدى الدرجات التي تقع ضمن
هذه النسبة .

[ج: $z = \pm 1.64$, $X = 51.88$, $X = 78.162$]

أي يتوقع محمد أن تكون درجته بين 52 و 78 تقريباً

المرفقات

Table	The Standard Normal Distribution										جدول التوزيع الطبيعي المعياري
z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359	
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753	
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141	
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517	
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879	
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224	
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549	
0.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852	
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133	
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389	
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621	
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830	
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015	
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177	
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319	
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441	
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545	
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633	
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706	
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767	
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817	
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857	
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890	
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916	
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936	
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952	
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964	
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974	
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981	
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986	
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990	

(1) ما قيمة المدى الربيعي للقيم : 273, 282, 290, 292, 317, 322, 363 ؟

A 10 B 40

C 30 D 90

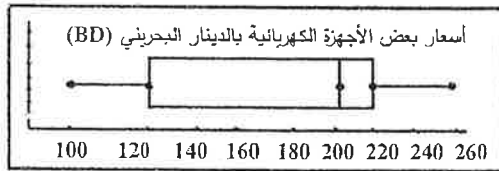
(2) ما قيمة الربع الثالث Q_3 للقيم : 6, 9, 3, 10, 7, 9, 4, 1, 4, 7 ؟

A 4 B 7 C 8 D 9

(3) إذا كان المدى الربيعي لبيانات إحصائية ما يساوي 25 ، وكان $Q_1 = 10$ ، $Q_2 = 30$ ، فما قيمة Q_3 ؟

A 15 B 20 C 27 D 35

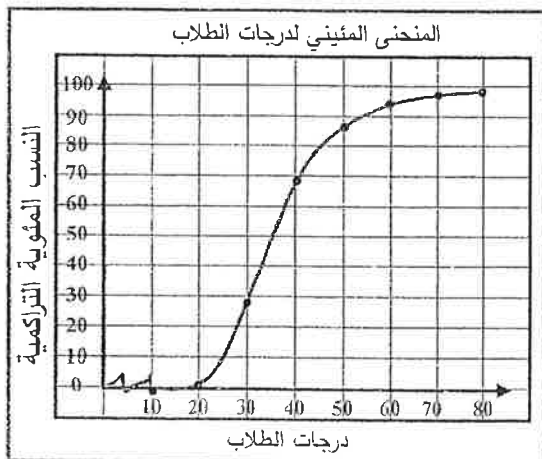
(4) إذا كان شكل الصندوق وطرفيه أدناه يُمثل توزيعاً لأسعار بعض الأجهزة الكهربائية بالدينار البحريني (BD) ،



فما قيمة المدى الربيعي لأسعار هذه الأجهزة ؟

A 100 C 140

B 120 D 160



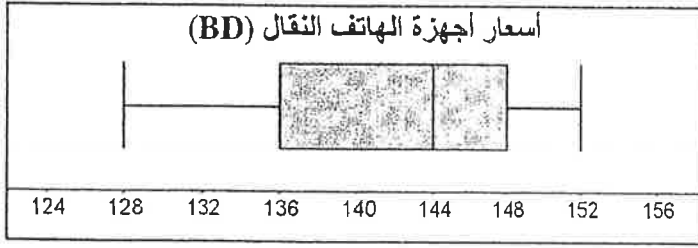
(5) يبين المنحنى المئيني المجاور درجات طلاب إحدى المدارس في أحد اختبارات مبادئ الاقتصاد . ما الرتبة المئينية للدرجة 52 ؟

A 80 تقريباً C 90 تقريباً

B 88 تقريباً D 98 تقريباً

1 يُبين شكل الصندوق وطرفيه أدناه أسعار مجموعة من أجهزة الهاتف النقال في أحد المحلات التجارية بالدينار البحريني ، اعتمده للإجابة عن كل مما يأتي :

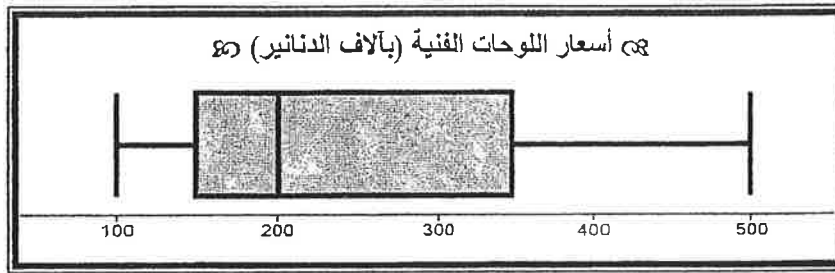
(أ) صف شكل التوزيع لأسعار الأجهزة.



(ب) أوجد قيمة الوسيط للتوزيع .

(ج) أوجد القيمة الدنيا للتوزيع .

(د) حدد القيمتين اللتين يتوزع بينهما نصف عدد القيم في هذا التوزيع.

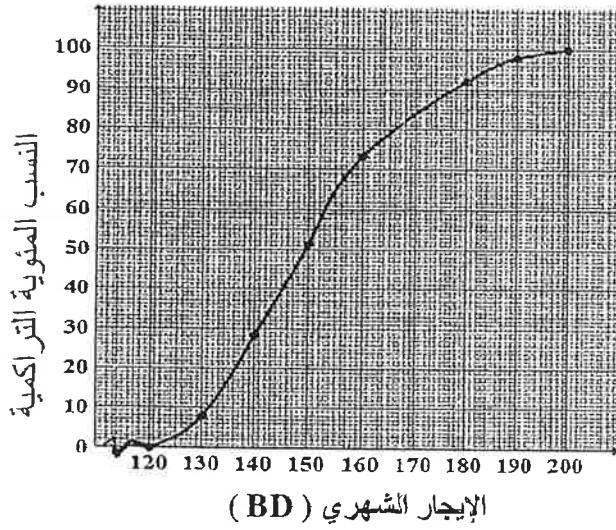


2 يُبين الشكل المجاور توزيعاً ممثلاً باستعمال الصندوق وطرفيه لأسعار مجموعة من اللوحات الفنية المتوفرة لدى معرض للفنون التراثية. اعتماداً على الشكل، أجب عن كل مما يأتي:

(أ) استعمل شكل الصندوق وطرفيه لوصف شكل التوزيع لهذه الأسعار ، وبرر وصفك.

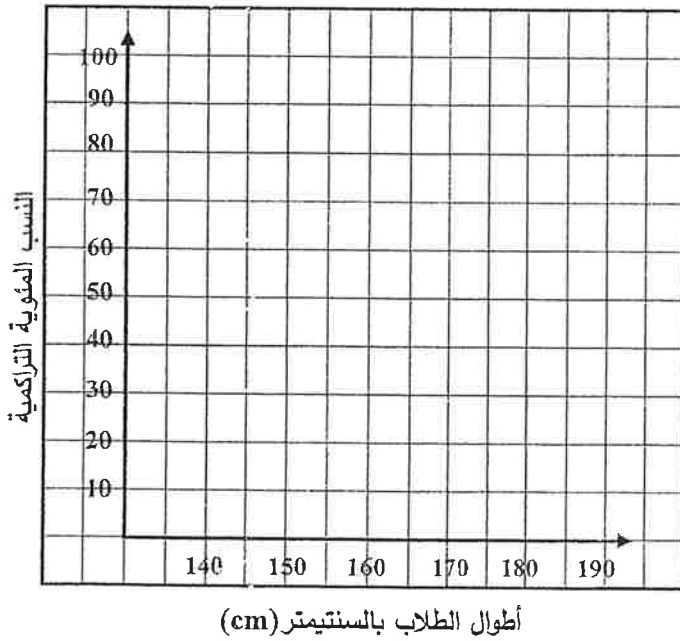
(ب) لخص تمرکز البيانات وتشتتها باستعمال المقاييس الخمسة .

3) يُبين المنحنى المئيني المجاور النسب المئوية التراكمية لمتوسط مصروف مجموعة من الأسر البحرينية على إيجار السكن الشهري. قَدِّر الرتبة المئينية لإيجار قيمته BD160 ، وقسّر معناه .



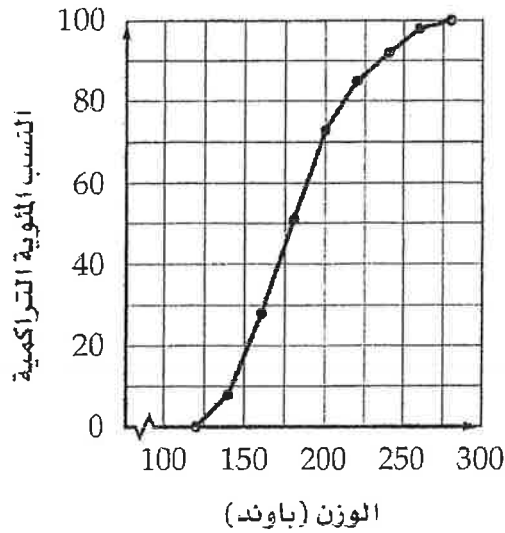
4) يُبين الجدول التوزيع التكراري أدناه أطوال 40 طالبًا وفق أطوالهم بالسنتيمتر في أحد صفوف مدارس المرحلة الثانوية بمملكة البحرين .

(a) أكمل الجدول أدناه ، ثم ارسم المنحنى المئيني لأطوال الطلاب .
الحل



الفئات	f	التكرار التراكمي	النسبة المئوية التراكمية
140 –	8	8	20 %
150 –	14	---	---
160 –	12	---	---
170 – 180	6	40	100 %

(b) قَدِّر الرتبة المئينية للطول 165 cm ضمن هذا التوزيع.



(5) استعمل الشكل المجاور الذي يُبين المنحنى المئيني لأوزان مجموعة من رياضيي رفع الأثقال ؛ لتقدير الرتبة المئينية للوزن 213 lb ضمن هذا التوزيع ، وفسر معناه .

اختيار متعدد

(1) بينت دراسة إحصائية أن درجات 80% من طلبة إحدى الجامعات في امتحان القبول كانت فوق درجة النجاح ، وكان التباين للدرجات $\sigma^2 = 14.4$. ما وسط درجات الطلبة μ في هذا الامتحان ؟

18 D 65.6 C 72 B 94.4 A

(2) بينت دراسة إحصائية أن 90% من المراجعين لعيادة العيون في إحدى المستشفيات تزيد أعمارهم عن 50 سنة ، وكان الانحراف المعياري لأعمارهم $\sigma = 2.5$. ما وسط الأعمار μ لهؤلاء المراجعين ؟

59.5 D 60.5 C 62.5 B 69.4 A

(3) في تجربة لتوزيع ذي حدين ، إذا كانت $n = 100$ ، $p = 0.2$ ، فما قيمة الانحراف المعياري في هذه التجربة؟

16 D 2 C 4 B 20 A

(4) في تجربة لتوزيع ذي حدين ، إذا كانت $n = 100$, $p = 0.2$, $p = 0.8$ ، فما قيمة الوسط في هذه التجربة؟

20 A 4 B 80 C 16 D

(5) أشارت دراسة إحصائية إلى أن 55% من سكان إحدى المدن من عمر 30 سنة فما فوق يقضون أوقات فراغهم في الأعمال التطوعية الإنسانية. إذا اختير منهم عشوائياً عينة مكونة من 10 أشخاص، وتم سؤالهم فيما إذا كانوا يقضون أوقات فراغهم في الأعمال التطوعية الإنسانية، فما احتمال أن يجيب 8 منهم على الأكثر بنعم؟ قرب الناتج إلى أقرب جزء من مئة .

0.02 A 0.98 B 0.25 C 0.75 D

(6) أشارت دراسة إحصائية إلى أن 45% من سكان إحدى المناطق يستعملون المواصلات العامة في الذهاب إلى أعمالهم. إذا اختير منهم عشوائياً عينة مكونة من 5 أشخاص، وتم سؤالهم فيما إذا كانوا يذهبون إلى أعمالهم باستعمال المواصلات العامة ، فما احتمال أن يجيب 4 منهم على الأقل بنعم ؟ قرب الناتج إلى أقرب جزء من مئة.

0.87 A 0.13 B 0.21 C 0.79 D

(7) في دراسة إحصائية شملت طلاب الصف الثالث الثانوي ، تبين أن 80% منهم يرغبون في إكمال دراستهم في الجامعات المحلية . إذا اختيرت عينة عشوائية من 9 طلاب من الصف الثالث الثانوي ، وتم سؤالهم عما إذا كانوا يرغبون في إكمال دراستهم في الجامعات المحلية ، فما قيمة الانحراف المعياري لهذا التوزيع ؟

1.2 A 2.7 B

1.44 C 7.2 D

X	1	2	3
P(X)	a	0.3	0.5

(8) يُبين الجدول المجاور التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X ، حيث a عدد حقيقي ، ما قيمة التوقع $E(X)$ ؟

2.3 A 2.1 B 2 C 0.2 D

X	1	2	3
P(X)	a	2a	2a

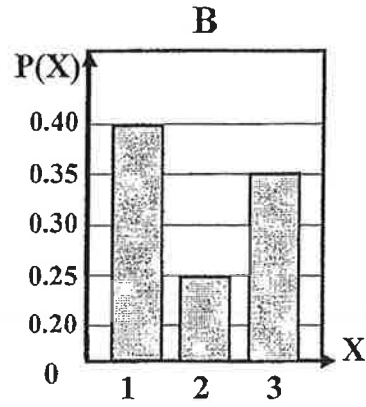
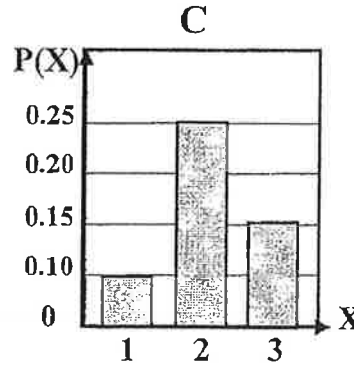
(9) يُبين الجدول المجاور التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X ، حيث a عدد حقيقي ، ما قيمة التوقع $E(X)$ ؟

0.2 A 5a B 2.2 C 6a D

(10) أيّ مما يأتي يُمثل التوزيع الاحتمالي للمتغير X ؟

D

X	P(X)
1	0.17
2	0.21
3	0.52



A

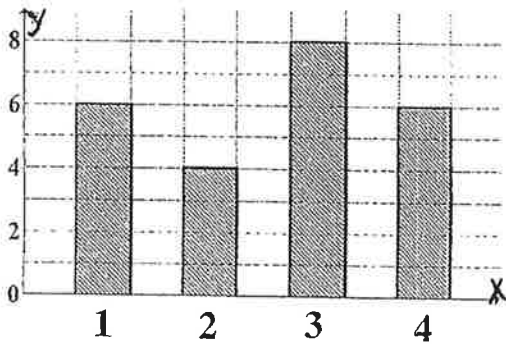
X	P(X)
1	0.28
2	0.32
3	0.44

(11) في تجربة إلقاء حجر النرد 36 مرة متتالية، إذا دل المتغير العشوائي X على عدد مرات ظهور العدد 6 على الوجه العلوي لحجر النرد، فما قيمة الانحراف المعياري في هذه التجربة؟

$\sqrt{6}$ D $\sqrt{5}$ C 2 B 1 A

(12) في تجربة إلقاء قطعة نقد منتظمة 16 مرة متتالية، إذا دل المتغير العشوائي X على عدد مرات ظهور الصورة، فما قيمة الانحراف المعياري في هذه التجربة؟

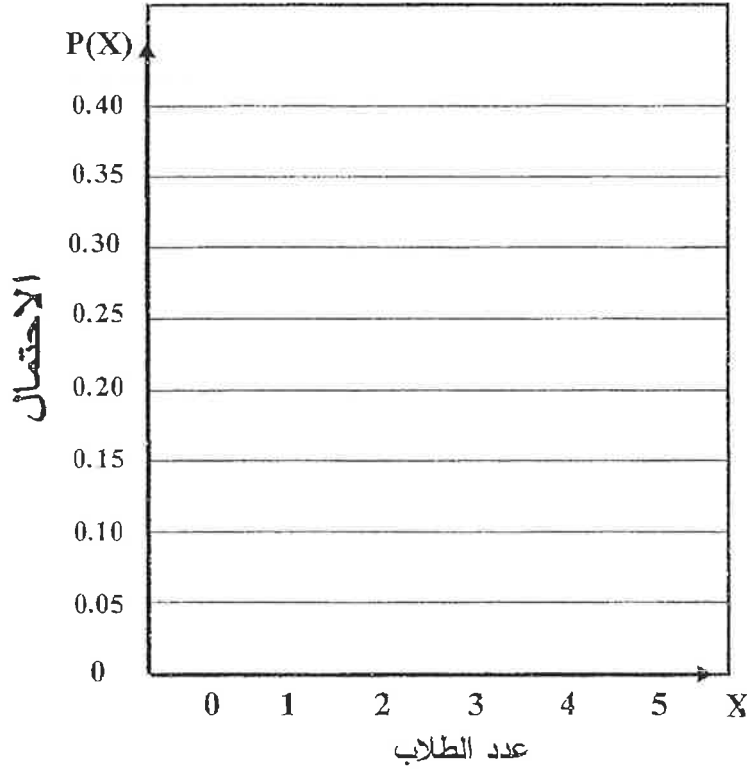
1 D 2 C 4 B 8 A



(1) كَوّن جدول التوزيع الاحتمالي للبيانات الممثلة بالشكل المجاور، حيث X هو المتغير العشوائي و Y هو التكرار.

(2) أجريت دراسة في إحدى المدارس ، فنتبين أن 45 % من الطلاب يستطيعون رسم منحنى مئيني . إذا تم اختيار 5 منهم بشكل عشوائي ، وتم سؤالهم عما إذا كانوا يستطيعون رسم منحنى مئيني أو لا . إذا كان المتغير العشوائي X يدل على الطلاب الذين لديهم مقدرة على رسم منحنى مئيني ، والجدول أدناه يوضح توزيع ذا حدين للمتغير العشوائي X .

(a) مثل الجدول أدناه بالأعمدة .

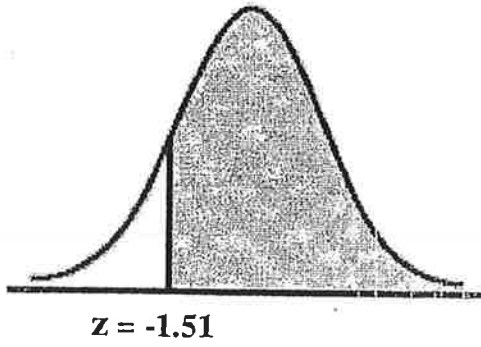
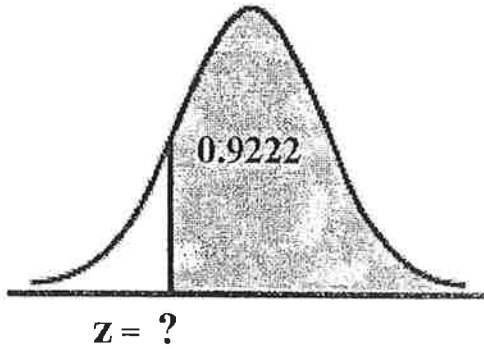


X	P(X)
0	0.05
1	0.21
2	0.34
3	0.27
4	0.11
5	0.02

(b) أوجد احتمال أن يكون أقل من 3 طلبة من الذين تمت مقابلتهم لديهم القدرة على رسم منحنى مئيني .
الحل ✓

(c) أوجد الوسط والتباين لهذا التوزيع .
الحل ✓

1. أوجد المساحة المرتبطة بالمنطقة المظللة في الشكل المجاور.

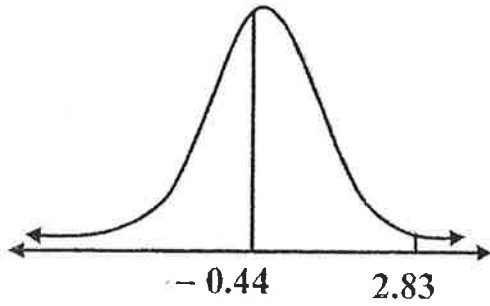
2. أوجد قيمة z التي ترتبط بها مساحة المنطقة المظللة في الشكل المجاور.

3. إذا كانت أوزان لاعبي رفع الأثقال المحترفين تتخذ شكل التوزيع الطبيعي، بوسط $\mu = 265 \text{ lb}$ ، وانحراف معياري $\sigma = 45 \text{ lb}$. ويرغب لاعب مبتدئ رفع وزنه بحيث يتم تصنيفه ضمن الربع الأعلى من توزيع أوزان المحترفين . ما أقل وزن يجب على اللاعب المبتدئ رفع وزنه إليه ؟

(٤) يتوزع عدد النقاط التي يسجلها فريق لكرة السلة في المباريات التي يلعبها توزيعاً طبيعياً ، بوسط $\mu = 65$ ، وانحراف معياري $\sigma = 14$. وقد لعب هذا الفريق في الموسم الحالي 120 مباراة في مختلف البطولات التي شارك فيها . أوجد عدد المباريات (لأقرب عدد صحيح) التي سجل فيها الفريق أكثر من 80 نقطة في الموسم الحالي . ((ارسم شكلاً تقريبياً لمنحنى التوزيع الطبيعي يمثل هذا الموقف)) .

(5) استعمل جدول التوزيع الطبيعي المعياري المرفق بصفحة 7 ؛ لإيجاد المساحة المرتبطة بالمنطقة

المظللة في الشكل المجاور ، موضحة خطوات الحل .
الحل



(6) إذا كان مستوى الذكاء لمجموعة من الأشخاص موزعاً توزيعاً طبيعياً بوسط $\mu = 105$ ، وانحراف معياري $\sigma = 22$. إذا اختير شخص بشكل عشوائي ، فأوجد احتمال أن يكون مستوى ذكائه أكثر من 101 مقرباً الناتج إلى أقرب منزلتين عشريتين، وارسم المساحة تحت المنحنى والمرتبطة بالاحتمال .
الحل

7) أطوال نوع من أشجار الصنوبر تتوزع طبيعيًا بوسط 270 cm وانحراف معياري 12 cm ، ويهتم مهندس زراعي بدراسة أطول 10 % من هذه الأشجار:

- 1) ما أقل طول لأشجار الصنوبر التي يهتم المهندس الزراعي بدراسته إلى أقرب سنتيمتر؟
(وضح إجابتك برسم تقريبي لمنحنى التوزيع الطبيعي وفق هذا السياق)

- 2) اشترى المهندس الزراعي مزرعة فيها 2000 شجرة صنوبر من النوع الذي يجري دراسته عليه، كم شجرة تقريبًا يُتوقع أن يزيد طولها عن 300 cm ؟
(وضح إجابتك برسم تقريبي لمنحنى التوزيع الطبيعي وفق هذا السياق)

8) إذا كانت كمية الماء مقاسة بالملتر في صابون سائل معين موزعة توزيعًا طبيعيًا بوسط $\mu = 125$ ، وانحراف معياري $\sigma = 7$ ، فأوجد احتمال كل مما يأتي مقررًا الناتج إلى أقرب منزلتين عشريتين، وارسم المساحة تحت المنحنى والمرتبطة بالاحتمال .

a) $p (X < 105)$

الحل

b) $p (115 < X < 130)$

الحل

(٩) بيّنت دراسة أن نتائج امتحانات قبول الطلبة في إحدى كليات تعليم الطيران تتوزع طبيعياً بوسط يساوي 73 ، وانحراف معياري يساوي 6 .

(1) بفرض أن درجة النجاح في هذا الامتحان هي 70، وأنه في إحدى السنوات تقدّم للامتحان 1500 من الطلبة، فما عدد الطلبة المتوقع أن تزيد درجاتهم في هذا الامتحان عن درجة النجاح ؟ (ارسم شكلاً يوضح المساحة تحت المنحنى الطبيعي المعياري المرتبطة بهذا الموقف) .

(2) إذا رغب طلال - وهو أحد الطلبة المتقدمين للالتحاق بكلية تعليم الطيران - أن تكون درجته في امتحان القبول ضمن أعلى 5 % من الدرجات ، ارسم شكلاً يوضح المساحة تحت المنحنى الطبيعي المعياري المرتبطة بهذه النسبة ، ثم حدد إلى أقرب عدد صحيح أقل درجة يجب أن يحصل عليها طلال في امتحان القبول .

(10) أي مما يأتي ليس من خصائص التوزيع الطبيعي ؟

- | | | | |
|-----|--------------------------|-----|------------------------------------|
| A | الوسيط = الوسط = المنوال | B | يقترّب المنحنى من المحور و لا يمسه |
| C | المنحنى متصل | D | المساحة تحت المنحنى < 1 |