

## مذكرة رياض ملف أعمال الطالب مقرر رياض 263



تم تحميل هذا الملف من موقع مناهج مملكة البحرين

موقع المناهج ← مناهج مملكة البحرين ← الصف الثاني الثانوي ← رياضيات ← الفصل الثاني ← ملفات متنوعة ← الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 18:23:28 2025-05-22

ملفات اكتب للمعلم اكتب للطالب | اختبارات الكترونية | اختبارات | حلول | عروض بوربوينت | أوراق عمل  
منهج انجليزي | ملخصات وتقارير | مذكرات وبنوك | الامتحان النهائي | للمدرس

المزيد من مادة  
رياضيات:

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني الثانوي



صفحة مناهج مملكة  
البحرين على  
فيسبوك

الرياضيات

اللغة الانجليزية

اللغة العربية

التربية الاسلامية

المواد على تلغرام

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني الثانوي والمادة رياضيات في الفصل الثاني

حل مذكرة رياض 263

1

مذكرة رياض 263

2

مذكرة رياض 263 قوانين و تعاريف

3

مذكرة رياض 263

4

الأحداث المستقلة وغير المستقلة مقرر رياض 261

5



## قسم الرياضيات

العام الدراسي 2024-2025

# ملف أعمال الطالب

## لمقرر رياض 263

البطاقة التعريفية للطالب

	الاسم
	الصف
	الرقم الأكاديمي
	الرقم بالكشف
	معلم المادة

هذه البطاقات لا تغني عن مراجعة الكتاب  
المدرسي الذي يجب أن يكون مرجعك الأول

## اتفاقية الطالب والمعلم في مقرر رياض 263

- ❖ الاحترام المتبادل بين الطالب والمعلم ومع الزملاء داخل وخارج الصف.
- ❖ الانضباط وعدم التأخر عن الحصص والتسرب منها، وكثرة الغياب التي تؤثر سلباً على التحصيل الدراسي.
- ❖ التعاون والمشاركة الفاعلة في الحصص من أجل رفع التحصيل الدراسي.
- ❖ الالتزام بحل البطاقات بملف الطالب داخل الفصل وذلك خلال الحصص أو خارجها.
- ❖ المحافظة على ملف أعمال الطالب وحل جميع البطاقات الخاصة بالدروس أولاً بأول وعدم تأجيلها حتى تكون مرجعاً لأوقات المذاكرة.
- ❖ الالتزام بتقديم الاختبارات بالوقت المتفق بين الطالب والمعلم وفي حال غياب الطالب الالتزام بتسليم العذر بأقرب وقت وعدم التأخير بذلك.
- ❖ الالتزام بتسليم المهمة الخاصة بالمقرر بالوقت المحدد وحسب المواصفات التي يطلبها المعلم.
- ❖ متابعة التغذية الراجعة المقدمة من قبل المعلم في ملف الطالب أولاً بأول مع تنفيذها.
- ❖ الحرص على اطلاع ولي الأمر على درجات الطالب بالاختبارات الشهرية.

هدفي في	.....
هذا المقرر	.....

أنا الطالب: ..... من صف .....

ورقمي الأكاديمي .....

أقر بالالتزام بهذه الاتفاقية وأن أبذل قصارى جهدي لتحقيق هدفي والالتزام بكل ما هو من شأنه رفع تحصيلي الدراسي وعدم التقصير أو التكاسل بأداء ما هو مطلوب مني.

توقيع ولي الأمر: .....

# المتابعة الدورية ملف انجاز الطالب

رقم المتابعة	1	التاريخ
--------------	---	---------

التقدير	الوصف	التعزيز	التطوير
<input type="checkbox"/> ممتاز <input type="checkbox"/> جيد جداً <input type="checkbox"/> جيد <input type="checkbox"/> غير ملائم	<input type="checkbox"/> عمل متقن حققت المطلوب <input type="checkbox"/> اقتربت من الاتقان <input type="checkbox"/> حققت المطلوب في معظم المطلوب <input type="checkbox"/> لم تحقق المطلوب منك	<input type="checkbox"/> شكراً جهودك مميزة ورائعة <input type="checkbox"/> سئدت بمجهودك استمر في التقدم <input type="checkbox"/> أحسنت محاولتك طيبة استمر <input type="checkbox"/> أتوقع منك الأفضل لديك الامكانية للتقدم	<input type="checkbox"/> لزيادة الفهم حل تمارين مهارات التفكير العليا <input type="checkbox"/> ارجع للإجابة النموذجية ، وتدرّب أكثر <input type="checkbox"/> ارجع إلى زميلك وصحح الأخطاء بصورة تعاونية <input type="checkbox"/> تابع مع ولي أمرك من خلال البوابة التعليمية لحل الأنشطة الداعمة للتعلم

ملاحظات المعلم الإضافية	توقيع الطالب	توقيع ولي الأمر

رقم المتابعة	2	التاريخ
--------------	---	---------

التقدير	الوصف	التعزيز	التطوير
<input type="checkbox"/> ممتاز <input type="checkbox"/> جيد جداً <input type="checkbox"/> جيد <input type="checkbox"/> غير ملائم	<input type="checkbox"/> عمل متقن حققت المطلوب <input type="checkbox"/> اقتربت من الاتقان <input type="checkbox"/> حققت المطلوب في معظم المطلوب <input type="checkbox"/> لم تحقق المطلوب منك	<input type="checkbox"/> شكراً جهودك مميزة ورائعة <input type="checkbox"/> سئدت بمجهودك استمر في التقدم <input type="checkbox"/> أحسنت محاولتك طيبة استمر <input type="checkbox"/> أتوقع منك الأفضل لديك الامكانية للتقدم	<input type="checkbox"/> لزيادة الفهم حل تمارين مهارات التفكير العليا <input type="checkbox"/> ارجع للإجابة النموذجية ، وتدرّب أكثر <input type="checkbox"/> ارجع إلى زميلك وصحح الأخطاء بصورة تعاونية <input type="checkbox"/> تابع مع ولي أمرك من خلال البوابة التعليمية لحل الأنشطة الداعمة للتعلم

ملاحظات المعلم الإضافية	توقيع الطالب	توقيع ولي الأمر

رقم المتابعة	3	التاريخ
--------------	---	---------

التقدير	الوصف	التعزيز	التطوير
<input type="checkbox"/> ممتاز <input type="checkbox"/> جيد جداً <input type="checkbox"/> جيد <input type="checkbox"/> غير ملائم	<input type="checkbox"/> عمل متقن حققت المطلوب <input type="checkbox"/> اقتربت من الاتقان <input type="checkbox"/> حققت المطلوب في معظم المطلوب <input type="checkbox"/> لم تحقق المطلوب منك	<input type="checkbox"/> شكراً جهودك مميزة ورائعة <input type="checkbox"/> سئدت بمجهودك استمر في التقدم <input type="checkbox"/> أحسنت محاولتك طيبة استمر <input type="checkbox"/> أتوقع منك الأفضل لديك الامكانية للتقدم	<input type="checkbox"/> لزيادة الفهم حل تمارين مهارات التفكير العليا <input type="checkbox"/> ارجع للإجابة النموذجية ، وتدرّب أكثر <input type="checkbox"/> ارجع إلى زميلك وصحح الأخطاء بصورة تعاونية <input type="checkbox"/> تابع مع ولي أمرك من خلال البوابة التعليمية لحل الأنشطة الداعمة للتعلم

ملاحظات المعلم الإضافية	توقيع الطالب	توقيع ولي الأمر

## الدروس المطلوبة في مقرر رياض 263

المسار: توحيد المسارات / علي – البديل الثاني

المادة / اسم المقرر ورمزه: الرياضيات / رياض 263

الصف: الثاني الثانوي

اسم الكتاب: الرياضيات 4

الفصل (الوحدة)	عنوان الدرس ورقمه	الصفحة (من – إلى)	عدد الحصص	الملاحظات
الأول	1 – 1 العمليات على كثيرات الحدود	17 – 12	3	
	1 – 2 قسمة كثيرات الحدود	24 – 19	3	
	1 – 3 دوال كثيرة الحدود	31 – 25	2	
	1 – 4 تحليل التمثيلات البيانية لدوال كثيرات الحدود	39 – 32	2	حذف مثال 1 والتمارين المرتبطة به
	1 – 5 حل معادلات كثيرات الحدود	47 – 42	3	
	1 – 6 نظريتنا الباقي والعوامل	54 – 49	2	
	1 – 7 الجذور والأصفار	61 – 55	2	
	1 – 8 نظرية الصفر النسبي	66 – 62	2	
الثاني	2 – 1 القطوع المكافئة	84 – 78	3	
	2 – 2 الدوائر	92 – 86	3	
	2 – 3 القطوع الناقصة	101 – 94	2	
	2 – 4 القطوع الزائدة	110 – 103	2	
الثالث	3 – 3 الاحتمال المشروط	157 – 153	2	
	3 – 4 الاحتمال والتوزيعات الاحتمالية	168 – 159	3	حذف مثال 4 والتمارين المرتبطة به
	3 – 6 التوزيعات ذات الحدين	185 – 177	3	حذف الأمثلة 1، 4-6 والتمارين المرتبطة بهم

## توزيع درجات الأعمال ( 40 % )

المجموع 100	الملاحظة الصفية ( 15 % )	الملف / الكراسة ( 20 % )	المشروع / المهمة ( 15 % )	الاختبارات ( 50 % )		الدرجة
				2	1	
				2025 / /	2025 / /	
						توقيع ولي الأمر

## محتوى مساق الرياضيات للمستوى الثاني (توحيد المسارات / علمي)

اسم المساق	الفصل الدراسي	رمز المساق	عدد الساعات	سنة الطبعة
الرياضيات 4	الرابع	رياض 263	4	الطبعة الثانية 1435 هـ - 2014 م

رمز الدرس	عنوان الدرس	الكفايات	الامثلة غير المطلوبة	التمارين غير المطلوبة
1 - 1	العمليات على كثيرات الحدود	<ul style="list-style-type: none"> <li>ضرب وحيدات حد وتعابير تتضمن قوى، وقسمتها وتبسيطها.</li> <li>جمع كثيرات حدود وطرحها وضربها.</li> </ul>	----	----
1 - 2	قسمة كثيرات الحدود	<ul style="list-style-type: none"> <li>قسمة كثيرات الحدود باستعمال القسمة المطولة.</li> <li>قسمة كثيرات الحدود باستعمال القسمة التركيبية.</li> </ul>	----	----
1 - 3	دوال كثيرة الحدود	<ul style="list-style-type: none"> <li>إيجاد قيم دوال كثيرات الحدود.</li> <li>تعرف الأشكال العامة للتمثيل البياني لدوال كثيرات الحدود.</li> </ul>	----	----
*1 - 4	تحليل التمثيلات البيانية لدوال كثيرات الحدود	<ul style="list-style-type: none"> <li>إيجاد مواقع الأصفر لدوال كثيرات الحدود.</li> <li>إيجاد القيم العظمى المحلية والصغرى المحلية لدوال كثيرات الحدود.</li> </ul>	1	4 - 1
1 - 5	حل معادلات كثيرات الحدود	<ul style="list-style-type: none"> <li>تحليل كثيرات الحدود.</li> <li>حل معادلات كثيرات الحدود بالتحليل إلى العوامل.</li> </ul>	----	----
1 - 6	نظريتنا الباقي والعوامل	<ul style="list-style-type: none"> <li>إيجاد قيم الدوال باستعمال التعويض التركيبي.</li> <li>تحديد ما إذا كانت ثنائية حد عاملاً من عوامل كثيرة حدود باستعمال التعويض التركيبي أم لا.</li> </ul>	----	----
1 - 7	الجدور والأصفر	<ul style="list-style-type: none"> <li>تحديد عدد جذور معادلة كثيرة حدود وأنواعها.</li> <li>إيجاد أصفر دالة كثيرة حدود.</li> </ul>	----	----
1 - 8	نظرية الصفر النسبي	<ul style="list-style-type: none"> <li>تعرف نظرية الصفر النسبي وتطبيقها.</li> <li>إيجاد جميع الأصفر النسبية لدالة كثيرة حدود.</li> </ul>	----	----
2 - 1	القطعوك المكافئة	<ul style="list-style-type: none"> <li>كتابة معادلات قطعوك مكافئة على الصورة القياسية.</li> <li>تمثيل قطعوك مكافئة بيانياً.</li> </ul>	----	----
2 - 2	الدوائر	<ul style="list-style-type: none"> <li>كتابة معادلات الدوائر.</li> <li>تمثيل معادلات الدوائر بيانياً.</li> </ul>	----	----
2 - 3	القطعوك الناقصة	<ul style="list-style-type: none"> <li>كتابة معادلة القطعوك الناقصة.</li> <li>تمثيل منحنيات القطعوك الناقصة بيانياً.</li> </ul>	----	----
2 - 4	القطعوك الزائدة	<ul style="list-style-type: none"> <li>كتابة معادلة القطعوك الزائدة.</li> <li>تمثيل منحنيات القطعوك الزائدة بيانياً.</li> </ul>	----	----

رمز الدرس	عنوان الدرس	الكفايات	الامثلة غير المطلوبة	التمارين غير المطلوبة
3 - 3	الاحتمال المشروط	<ul style="list-style-type: none"> <li>• إيجاد احتمال وقوع حدث إذا علم أن حدثاً آخر قد وقع</li> <li>• استعمال الجداول التوافقية لإيجاد احتمالات مشروطة</li> </ul>	----	7 - 10 ، 13 - 20
3 - 4	الاحتمال والتوزيعات الاحتمالية	<ul style="list-style-type: none"> <li>• إيجاد الاحتمالات باستعمال المتغيرات العشوائية.</li> <li>• إيجاد الاحتمالات باستعمال التباديل والتوافيق.</li> <li>• تكوين رسوم بيانية للتوزيعات الاحتمالية واستعمالها</li> </ul>	4	4 ، 14 ، 15 ، 23 - 27
3 - 6	التوزيعات ذات الحدين	<ul style="list-style-type: none"> <li>• إيجاد احتمال تجارب ذات الحدين.</li> <li>• إيجاد الاحتمالات باستعمال توزيعات ذات الحدين .</li> </ul>	1 ، 4 ، 5 ، 6	1 ، 4 ، 5(a) ، 7 ، 8 ، 14 - 30

\* : تمثيل الدوال بيانيًا غير مطلوب في مثال 3 ومثال 4، وفي تمارين الدرس التي يُطلب فيها تمثيل بياني للدالة يُعطى التمثيل البياني للدالة. ويمكن الاستعانة بالآلة الحاسبة البيانية أو أي برمجية.

ملاحظة: امسح رمز Qr Code أو اضغط عليه للمشاهدة

النسخة الالكترونية لكتاب الطالب وكراسة التمارين وكتاب المعلم



مجلد الامتحانات النهائية السابقة





# الفصل الأول :

## كثيرات الحدود ودوالها

الصفحة		الموضوع	رقم الدرس	أرقام البطاقات
بالكتاب	بالبطاقات			
12	2	العمليات على كثيرات الحدود	1 - 1	1
19	4	قسمة كثيرات الحدود	1 - 2	2 و 3
25	8	دوال كثيرات الحدود	1 - 3	4
32	12	تحليل التمثيلات البيانية لدوال كثيرات الحدود	1 - 4	5
42	15	حل معادلات كثيرات الحدود	1 - 5	6 إلى 8
49	21	نظريتا الباقي والعوامل	1 - 6	9 و 10
55	24	الجزور والأصفار	1 - 7	11 و 12
62	28	نظرية الصفر النسبي	1 - 8	13 و 14

## بطاقة ( 1 ) : العمليات على كثيرات الحدود

الأهداف	1	تعريف وحيدة الحد وكثيرات الحدود ودرجتها	3	تحديد التعبير كونه كثيرة حدود من عدمه
	2	تبسيط وإجراء العمليات على تعابير تتضمن قوى	4	تطبيق كثيرات الحدود لحل تمارين لفظية وحياتية

\*تمارين ( 1 ) : حدد إذا كان كل تعبير فيما يأتي كثيرة حدود أو لا ، وإن كان كذلك فاذكر درجتها:

التعبير	نعم أم لا	درجتها
1) $5x^4 - 3x^3 + 7x - 1$		
2) $\frac{2}{3}x^5 + 3y$		
3) $\frac{6}{x} + 3xy - 10$		
4) $2x^3y - 3yx + 7x$		
5) $\sqrt{x} + 7$		
6) $\frac{1}{x^{-2}y^{-4}} - 3x^5$		
7) $5x^2 - 3$		
8) 0.5		

الكتاب | 8-5 ص 16 || 21-18 ص 16

\*تمارين ( 2 ) : بسط التعابير التالية مفترضاً أن أي من المتغيرات لا يساوي الصفر:

- $(-2x^3y^2)^5$
- $\left(\frac{a}{4}\right)^{-3}$
- $(2x^{-2}y^3m)(-5x^3y^{-6}m^{-1})$

## تذكر ( قوانين الأسس )

1) $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$	2) $\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$
3) $(x^m)^n = x^{m \cdot n}$	
4) $(x \cdot y)^n = x^n \cdot y^n$	5) $\left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n}$
6) $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$	7) $\left(\frac{x}{y}\right)^{-n} = \left(\frac{y}{x}\right)^n$
8) $x^0 = 1$	
الصورة الجذرية	الصورة الأسية
$\sqrt[n]{x^m}$	$x^{\frac{n}{m}}$

مثال		تكون إما		وحيدة الحد
		عدد		
		متغير أسه عدد طبيعي		
		تعبير يتكون من ناتج ضرب ثابت في متغير أو أكثر وأسسها أعداد صحيحة موجبة		
درجة وحيدة الحد: مجموع الأسس لجميع متغيراتها				
تبسيط وحيدة الحد: أنظر مفهوم أساسي ص13				
ثنائية الحد		هي مجموع أو فرق وحدتي حد		
كثيرة الحدود		تعريف		هي وحيدة حد أو مجموع وحديات حد
		درجتها		هي درجة وحيدة الحد ذات أكبر درجة

## الكراسة ص 10 || 18 - 20

## \*تمرين ( 3 ):

استأجر سلمان عاملين لطلاء منزله ، حيث تقاضى الأول BD1.2 والثاني BD1.1 عن كل ساعة عمل.  
إذا علمت أن المنزل احتاج الى 15 ساعة عمل لطلائه  
أولاً: اكتب كثيرة حدود تمثل تكلفة طلاء المنزل إذا عمل  
الأول مدة  $x$  ساعة.

4)  $\frac{(2x^2)^3}{12x^4}$

5)  $\left(\frac{x^{-2}y^3}{4xy^{-4}}\right)$

6)  $\frac{3c^2d(2cd^2)^3}{8c^5d^{-3}}$

## الكراسة ص 17-1 || 4

7)  $(3x - 4y) + (6y - 4x)$

8)  $(x^2 - 5x + 2) - (3x^2 + x - 1)$

## \*تمرين ( 4 ):

استثمر فيصل مبلغ BD90000 في مشروعين أحدهما  
صناعي نسبة ربحه السنوي 18% والآخر عقاري نسبة  
ربحه السنوي 42% . إذا كانت  $x$  تمثل المبلغ الذي  
استثمره فيصل في المشروع العقاري فاكتب كثيرة حدود  
تمثل تكلفة ربحه في المشروعين بعد عام واحد.

9)  $\frac{4}{3}(6x^2 + 9x - 12)$

10)  $a^{-3}b^2 \left( ba^3 + b^{-1}a^2 + \frac{a}{b^2} \right)$

11)  $(x^2 - 3y)(x^2 + 3y)$

12)  $(2x^2 - 4x + 5)(3x - 1)$

## الكراسة ص 22 || 4

## بطاقة ( 2 ) : قسمة كثيرات الحدود - 1

قسمة كثيرة حدود على وحيدة حد	1	الأهداف
قسمة كثيرة حدود على كثيرة حدود أخرى باستخدام القسمة المطولة	2	
تطبيق قسمة كثيرات الحدود لحل تمارين لفظية	3	

◀ أولاً : قسمة كثيرة حدود على وحيدة حد

$$\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$$

نستخدم القاعدة الرياضية:

\*تمارين ( 1 ) : بسط كلاً مما يلي:

$$(2) \quad (20c^4d^2f - 16cdf^2 + 4cdf) \div (4cdf)$$

$$(1) \quad \frac{9n^3p^3 - 18n^2p^2 + 21n^2p^4}{3n^2p^2}$$

$$(3) \quad (18x^2y + 27x^3y^2z + 6y)(3xy)^{-1}$$

◀ ثانياً : القسمة المطولة ( خوارزمية القسمة ) :

\*تمارين ( 2 ) : استعمل القسمة المطولة ( خوارزمية القسمة ) لإيجاد ناتج:

$$(2) \quad (2x^3 + 6x + 152)(x + 4)^{-1}$$

$$(1) \quad (2x^3 + 3x^2 - 4x + 15) \div (x + 3)$$

$$(5) (2b^3 - 6b^2 + 8b) \div (2b + 2)$$

$$(3) (a^2 - 8a - 26) \div (2 + a)$$

$$(4) \frac{y^4 - 3y^2 - 18}{-2 + y}$$

**\*تمرين ( 3 ):** تعطى مساحة سطح مستطيل بالتعبير  $(2x^2 - 11x + 15) ft^2$ .  
إذا كان طول المستطيل  $ft (2x - 5)$  فأوجد عرضه.

## بطاقة ( 3 ) : قسمة كثيرات الحدود - 2

1	قسمة كثيرة حدود على كثيرة حدود أخرى باستخدام القسمة التركيبية
2	تطبيق القسمة التركيبية لحل مسائل لفظية وحياتية

### الأهداف

هي طريقة مبسطة لقسمة كثيرة حدود على ولا تصلح إلا إذا كان المقسوم عليه من الدرجة الأولى، وتنتج كثير حدود أقل بدرجة من درجة المقسوم

### القسمة التركيبية

يجب ترتيب الحدود بحسب الدرجات تنازلياً ، ووضع صفر محل الحد غير الموجود

### ملاحظة

\*تمارين ( 1 ) : استعمل القسمة التركيبية لإيجاد الناتج لكل مما يأتي:

$$(3) \frac{2x^2 + 4x^4 - 4x + 12}{x + 2}$$

$$(1) (x^3 - 4x^2 + 6x - 4) \div (x - 2)$$

$$(4) (6b^4 - 8b^3 + 12b - 14) \cdot (b - 2)^{-1}$$

$$(2) (z^4 - 3z^3 + 2z^2 - 4z + 4) \div (z - 1)$$

$$(7) (15b^3 + 8b^2 - 21b + 6) \div (5b - 4)$$

$$(5) (4x^3 - 6x^2 + 4x - 1) \div (2x - 1)$$

$$(6) (8x^4 - 4x^2 + x + 4) \cdot (1 + 2x)^{-1}$$

**\*تمرين ( 2 ) - الكتاب 30 صـ 23:**

يرتبط فرق جهد التيار  $V$  بشدة التيار  $I$  والقدرة  $P$

بالمعادلة  $V = \frac{P}{I}$ . إذا كانت القدرة معطاة بالتعبير

$P = t^3 + 9t^2 + 26t + 24$  ، وشدة التيار

$I = t + 4$ . اكتب تعبير أبسط صورة يمثل فرق الجهد

$$(7) (6x^2 - 3x + 9) \div (3x - 2)$$

## بطاقة ( 4 ) : دوال كثيرات الحدود

١	تحديد كون التعبير كثيرة حدود في متغير واحد من عدمه
٢	إيجاد الدرجة والمعامل الرئيس لكثيرة الحدود في متغير واحد
٣	إيجاد قيم دوال كثيرات الحدود
٤	وصف سلوك طرفي التمثيل البياني للدالة وتحديد درجتها بيانياً وجبرياً

## الأهداف

الصورة القياسية	كثيرة الحدود في متغير واحد		
$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ حيث $a_n \neq 0$	النوع	مثال	درجتها
أمثلة عليها أنظر الكتاب ص 27			
درجتها	قيمة أكبر أس فيها	المعامل الرئيس	معامل أكبر أس فيها

## \*تمارين ( 1 ) :

حدد إذا كان كل تعبير كثيرة حدود في متغير واحد أم لا ،  
وإن كان كذلك حدد درجتها والمعامل الرئيس :

التعبير	الدرجة	المعامل الرئيس
1) $5x^5 - 4x^3 + 7xy - 1$		
2) 7		
3) $\frac{1}{2}x^5 - 3x^2 + 8$		
4) $x^4 - \frac{5}{x} + 7x^3 + 8x$		
5) $8x^4 + 5x^6 + x + 1$		
6) $(2y - 3)(4 - 5y^2)$		

## ثانياً : إذا كانت

$$c(x) = x^2 - 3, d(x) = x^3 + 4x - 1$$

$$5c(a+1) - d(3a) \quad \text{فأوجد}$$

أجب خلف الورقة

$$1 - 4 + 13 - 20 + 29$$

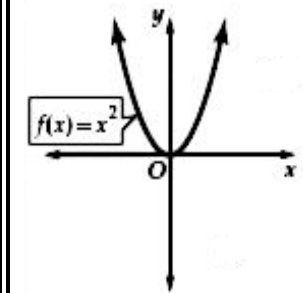
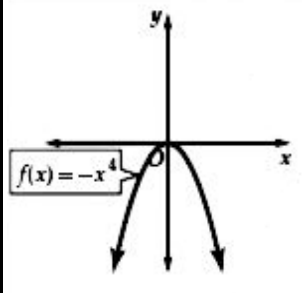
$$1 - 4 + 6$$

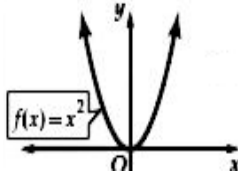
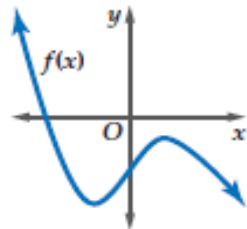
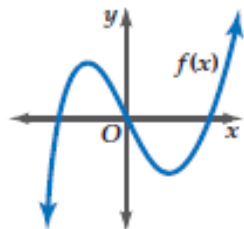
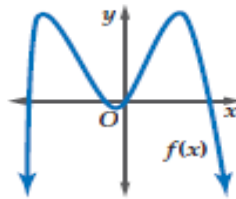
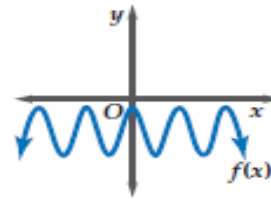
الكتاب

الكراسة

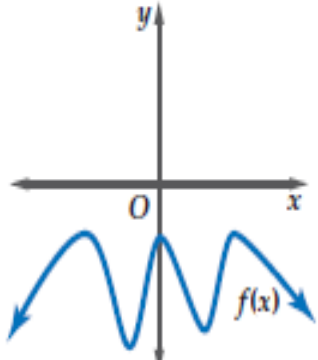
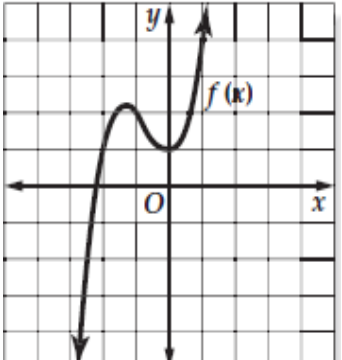
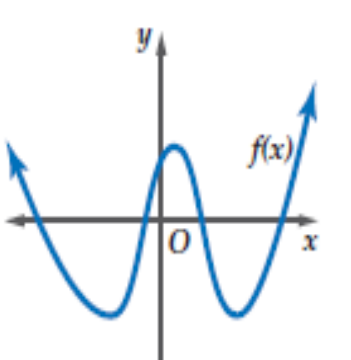
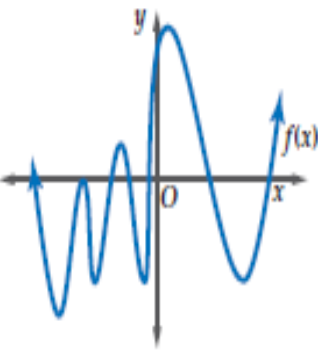
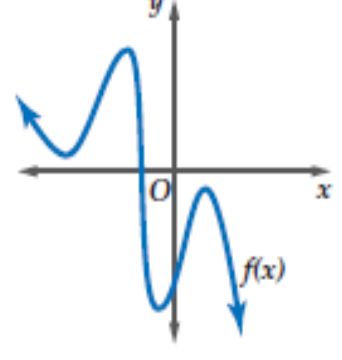
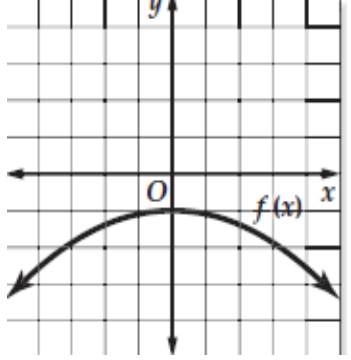


## خواص التمثيل البياني لدالة كثيرة الحدود

المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$		الصورة القياسية: $a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + a_0$	
فردية الدرجة		زوجية الدرجة	
النوع	المعامل الرئيسي	موجب $a_n > 0$	سالب $a_n < 0$
مثال			
سلوك طرفي التمثيل البياني		$x \rightarrow \infty \Rightarrow y \rightarrow \infty$ $x \rightarrow -\infty \Rightarrow y \rightarrow \infty$	$x \rightarrow \infty \Rightarrow y \rightarrow -\infty$ $x \rightarrow -\infty \Rightarrow y \rightarrow -\infty$
		طرفي الدالة يذهبان باتجاه واحد ( مع إشارة $a_n$ )	طرفي الدالة يذهبان باتجاهين مختلفين ( إشارة $a_n$ مع $\infty$ )
المدى		هي الأعداد الحقيقية التي أكبر من أو تساوي القيمة الصغرى	هي الأعداد الحقيقية التي أقل من أو تساوي القيمة العظمى

أصفر الدالة الحقيقية	تعريف	هي الإحداثي $x$ لنقطة تقاطع تمثيل البياني للدالة مع محور $x$
	ملاحظة	إذا قطع التمثيل البياني للدالة للمحور $X$ فإنه يعطينا أكبر عدد ممكن من الأصفر لهذه الدالة، وهذا يرتبط بدرجة الدالة بشكل مباشر، فدالة الدرجة الخامسة قد تحتوي على 5 أصفر حقيقية (أي تقاطع المحور $x$ خمس مرات) وهذا هو أكبر عدد ممكن وليس شرطاً أن تقاطع بهذا العدد أنظر الكتاب ص 27
	الصفر المكرر	يكون عندما يمس التمثيل البياني للدالة محور $X$ ، فيكون للدالة صفر مكرر ( صفرين حقيقيين متساويين أو 4 أو 6 وهكذا .... )
		
	الدالة فردية الدرجة	الدالة زوجية الدرجة
	 	 
	يكون لها عدد فردي من الأصفر الحقيقية	يكون لها عدد زوجي من الأصفر الحقيقية أو لا يكون لها أصفر

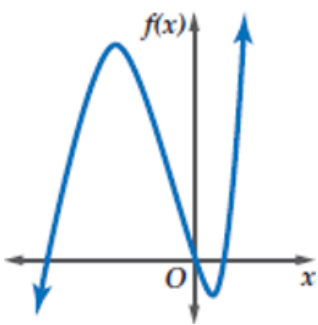
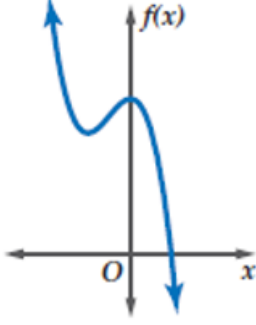
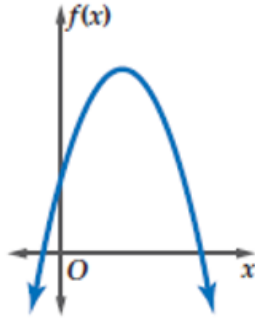
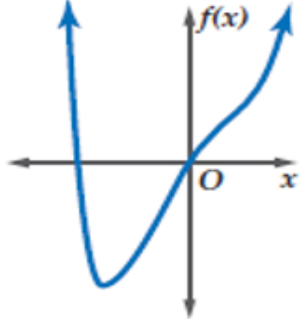
**\*تمارين (3):** للتمثيلات البيانية التالية أكمل ما يأتي:

<p>(3)</p> 	<p>(2)</p> 	<p>(1)</p> 	
			نوع الدرجة
			إشارة المعامل الرئيس
			سلوك طرفي التمثيل البياني
			عدد الأصفار الحقيقية
<p>(6)</p> 	<p>(5)</p> 	<p>(4)</p> 	
			نوع الدرجة
			إشارة المعامل الرئيس
			سلوك طرفي التمثيل البياني
			عدد الأصفار الحقيقية

**\*تمارين ( 4 ):** أوجد درجة كل دالة مع بيان سلوك طرفي التمثيل البياني:

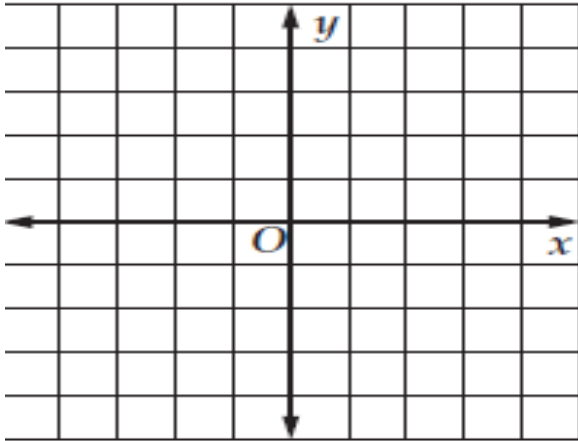
a) $5x^4 - 8x + 5$	b) $8x^6 - 3x^7 + 6x$	c) $(2x^3 - 1)(8x^2 - 7x^5)$	
			نوع درجة الدالة
			سلوك الطرفين

**\*تمارين ( 5 ):** قابل بين كل دالة وتمثيلها البياني مما يأتي:

a) $-2x^2 + 8x + 5$	b) $x^4 - 3x^2 + 6x$	c) $x^3 + 3x^2 - 4x$	d) $-4x^3 - 4x^2 + 8$
			

**\*تمرين ( 7 ) مسألة مفتوحة ص 31:**

مثل بيانياً بصورة تقريبية دالة كثيرة حدود زوجية الدرجة عدد أصفارها 8 وأحدها مكرر مرتين



**\*تمرين ( 8 ) مسألة مفتوحة:**

اكتب دالة كثيرة حدود فردية الدرجة سلوك طرفيها

$$x \rightarrow \infty \text{ عندما } f(x) \rightarrow -\infty$$

$$x \rightarrow -\infty \text{ عندما } f(x) \rightarrow \infty$$

**\*تمرين ( 6 ) تمرين 48 ص 31:**

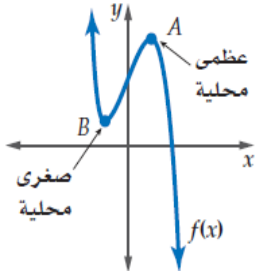
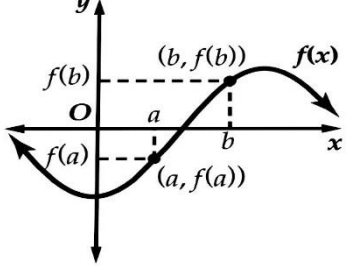
$$f(x) = (x - 2)(x + 1)(x - 3)$$

أولاً:	حدد مقطع المحور y
ثانياً:	حدد مقطع المحور x
ثالثاً:	الأصفار
رابعاً:	اكتب الدالة بالصيغة القياسية
خامساً:	صف سلوك طرفي التمثيل البياني

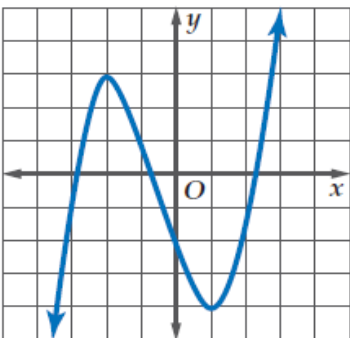
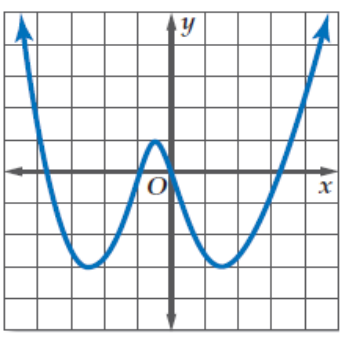
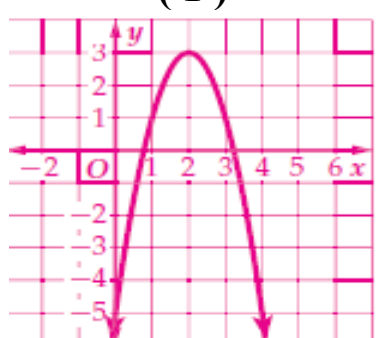
## بطاقة ( 5 ) : تحليل التمثيلات البيانية لدوال كثيرات الحدود

1	تمثيل دالة كثيرة حدود بيانياً
2	تحديد الأصفار الحقيقية ومواقعها لدالة كثيرة الحدود
3	إيجاد نقاط التحول لدالة كثيرة الحدود بيانياً
4	تطبيق التمثيل البياني لكثيرات الحدود في حل مسائل حياتية

## الأهداف

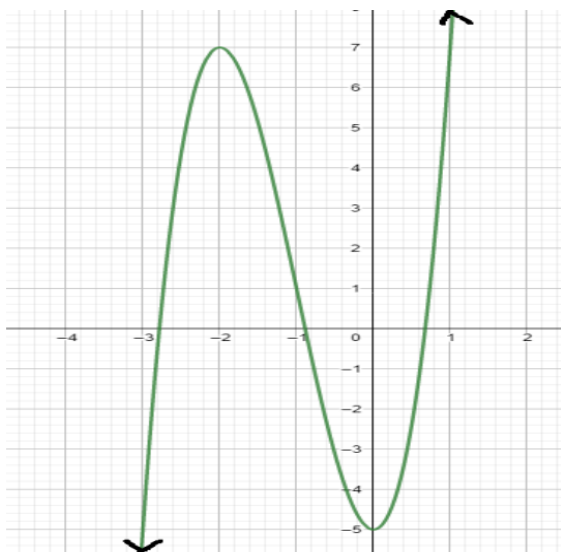
نقاط التحول ( النقاط القصوى )	أصفار الدالة
 <p>الاحداثي <math>y</math> للنقطة <math>A</math> تسمى: قيمة عظمى محلية</p> <p>الاحداثي <math>y</math> للنقطة <math>B</math> تسمى: قيمة صغرى محلية</p>	
لمنحنى دالة كثيرة الحدود من الدرجة $n$ على الأكثر $(n - 1)$ نقطة تحول	إذا تغيرت إشارة الدالة بين نقطتين فإن هناك صفراً واحداً حقيقياً (على الأقل) بين هذين العددين
	مبدأ موقع الأصفار

\*تمارين ( 1 ) : أكمل كلاً مما يأتي لكل من التمثيلات البيانية لدوال كثيرات الحدود:

( 3 )	( 2 )	( 1 )	
			
			قدر الإحداثي $x$ لكل نقطة تحول ، مع تحديد قيمتها مبيناً نوعها
			أقل درجة ممكنة
			مقطع محور $y$
			أصفار الدالة
			مدى الدالة

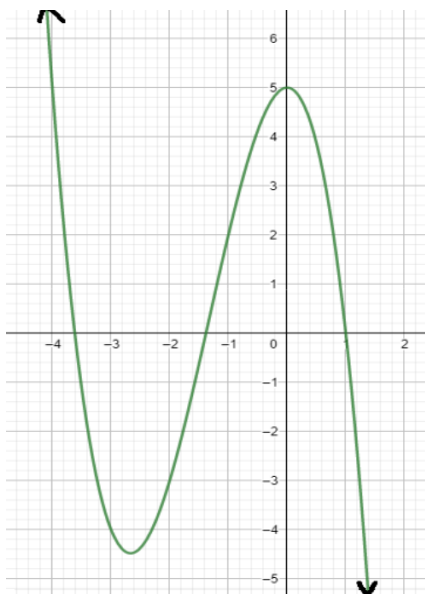
**\*تمارين ( 2 ):** لكل دالة فيما يأتي حدد كل قيمتين صحيحتين للمتغير  $x$  يقع بينها صفر حقيقي:

$$( 1 ) f(x) = 3x^3 + 9x^2 - 5$$



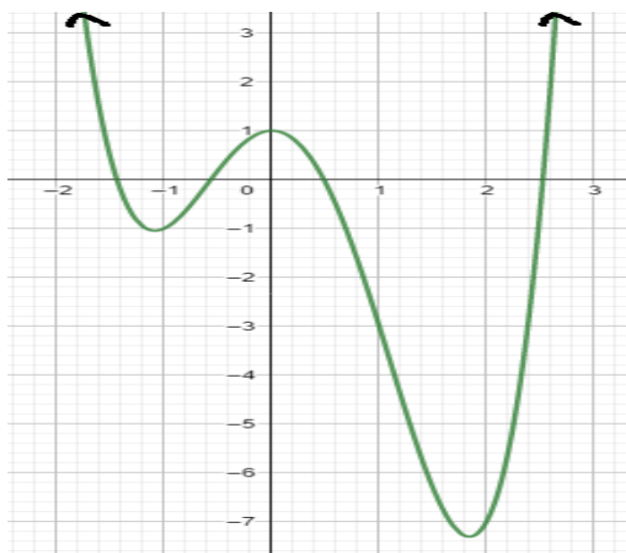
$x$	$f(x)$
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	

$$( 2 ) f(x) = -x^3 - 4x^2 + 5$$



$x$	$f(x)$
-4	
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	

$$( 3 ) f(x) = x^4 - x^3 - 4x^2 + 1$$



$x$	$f(x)$
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	

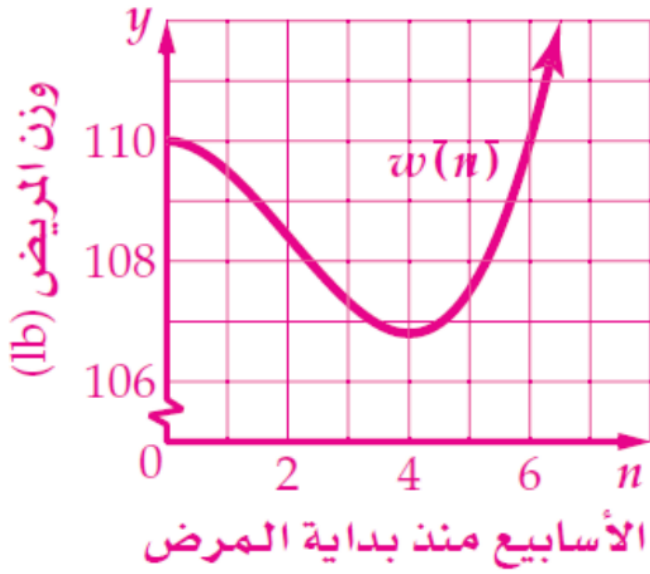
**\* أنظر مثال 4 ص 35 بالكتاب****\*تمرين ( 3 ):** يمثل وزن شخص مريض  $w$ 

بالاوندات خلال 7 أسابيع من المرض بالدالة:

$$w(n) = 0.1n^3 - 0.6n^2 + 110$$

حيث  $n$  عدد أسابيع مرضه.

أولاً: صف نقاط التحول وسلوك طرفي التمثيل البياني



ثالثاً: هل من المعقول أن يستمر هذا الاتجاه إلى ما لا نهاية.

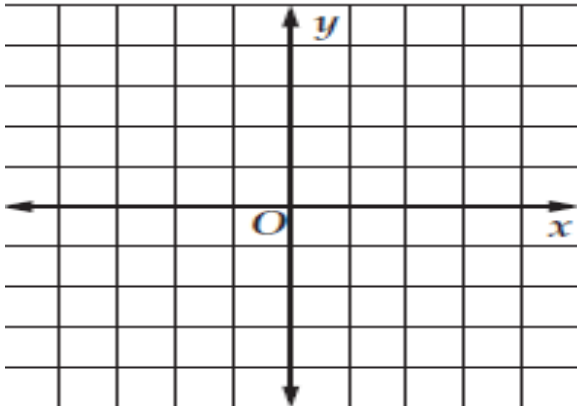
ثانياً: ما الاتجاه العام لمعادلة وزن المريض الذي يظهره التمثيل البياني.

**\*تمرين ( 4 ) تمرين 31 ص 69:**

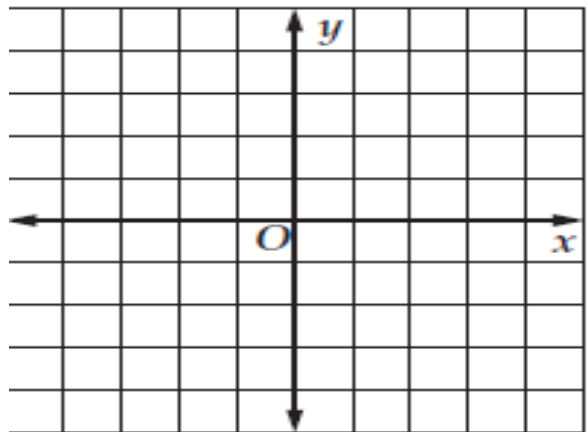
تتبع أحمد المبيعات اليومية لمتجره في الأيام الستة الأولى في الشهر، وقد أنه يمكن تمثيلها باستعمال النقاط الست التالية:  
 $(1, 675)$ ،  $(2, 950)$ ،  $(3, 550)$ ،  $(4, 250)$ ،  $(5, 600)$ ،  $(6, 400)$   
 كم نقطة تحول توجد في التمثيل البياني لدالة كثيرة الحدود الممثلة بالنقاط أعلاه.

**\*تمرين ( 6 ) مسألة مفتوحة 23 ص 31:**

مثل بيانياً دالة كثيرة من الدرجة الرابعة  
 ولها صفر عند  $x = -3$  وقيمة عظمى محلية عند  
 $x = 2$  وقيمة صغرى محلية عند  $x = -1$

**\*تمرين ( 5 ) مسألة مفتوحة 26 ص 37:**

مثل بيانياً دالة كثيرة حدود درجتها زوجية ولها قيمة  
 صغرى محلية عند  $x = 2$  ومعاملها الرئيس موجب



## بطاقة ( 6 ) : حل معادلات كثيرات الحدود - 1

## الأهداف

1

استرجاع طرق تحليل كثيرات الحدود

2

تحليل كثيرات حدود

## تذكر: طرق التحليل

$8x^2y - 4x^3y^5 =$	التحليل بأخذ العامل المشترك
$9x^2 - 25y^2 =$	تحليل الفرق بين مربعين
$x^3 + 8y^3 =$	تحليل مجموع مكعبين والفرق بينهما
$64a^3 - 125b^3 =$	
$x^2 + 5x + 6 =$	تحليل الحدودية الثلاثية على الصورة العامة
$2x^2 + 5x - 3 =$	
$x^2 - 6x + 9 =$	المربع الكامل
$ab + 4a^2b + 3cd + 12acd =$	التحليل بالتقسيم
ملاحظة	
كثيرة الحدود الأولية: هي كثيرة الحدود التي لا يمكن تحليلها	

\*تمارين: حل كلاً مما يلي تحليلاً تاماً أو اكتب كثيرة حدود أولية:

6)  $6x^3 - 26x^2 - 20x$

1)  $8x^3 - 4x$

2)  $27x^2y - 12y^3$

7)  $16x^4 - y^8$

3)  $9x - 10y^2$

8)  $8c^3 - 27d^3$

4)  $-16x^2 + 25$

9)  $16g^3 + 2h^3$

5)  $x^2 - 10x + 7$

$$10) 64x^4 + xy^3$$

$$11) 18x^6 + 5y^6$$

$$12) a^6 + b^6$$

$$13) 64x^6 - y^6$$

$$14) (x - 2)^3 - 27$$

$$15) ab + 3cd + 4a^2b + 12acd$$

$$16) 12ax^2 - 20cy^2 - 18bx^2 - 10ay^2 + 15by^2 + 24cx^2$$

$$17) gx^2 - 3hx^2 - 6fy^2 - gy^2 + 6fx^2 + 3hy^2$$

$$18) x^2y^3 - 3xy^3 + 2y^3 + x^2z^3 - 3xz^3 + 2z^3$$



## بطاقة ( 7 ) : حل معادلات كثيرات الحدود -2

الأهداف	1	استرجاع طرق تحليل كثيرات الحدود	2	حل معادلات كثيرات حدود
	3	كتابة تعابير على الصورة التربيعية	4	حل معادلات بالتحويل للصورة التربيعية

حل المعادلات	القانون العام لحل المعادلة التربيعية
<p>لحل معادلات كثيرة الحدود:</p> <p>أولاً : نقوم بعملية التحليل ان أمكن</p> <p>ثانياً : نستخدم العلاقة الرياضية <math>ab = 0</math> فيكون إما <math>a = 0</math> أو <math>b = 0</math></p>	<p>لحل المعادلة التربيعية على الصورة <math>ax^2 + bx + c = 0</math> فإن:</p> $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

\*تمارين ( 1 ) : حل المعادلات التالية:

5)  $x^3 + 8 = 0$

1)  $9x^2 - 4 = 0$

2)  $3x^2 + 4x - 7 = 0$

3)  $5x^2 - 7x + 1 = 0$

6)  $y^3 = 125$

4)  $2x^2 + 8 = 0$

## الصورة التربيعية

يمكن حل معادلات كثيرات حدود بالمتغير  $x$  درجتها أكبر من أو يساوي 4 بتحويلها الى الصورة  $au^2 + bu + c$

\*تمارين ( 2 ) : اكتب التعابير التالية على الصورة التربيعية إن أمكن:

$$1) 4x^6 - 2x^3 + 8$$

$$1) x^4 + 5x + 6$$

$$4) (x + 2)^8 + (2x + 4)^4 + 5$$

$$2) 5x^4 + 3x^2 + 1$$

\*تمارين ( 3 ) : حل المعادلات التالية:

$$3) x^4 + 6x^2 - 91 = 0$$

$$1) x^4 - 6x^2 + 8 = 0$$

$$4) x^4 + 6x^2 + 5 = 0$$

$$2) 8x^4 - 18x^2 + 4 = 0$$

## بطاقة ( 8 ) : حل معادلات كثيرات الحدود -3

**الأهداف**
**1**

حل معادلات كثيرات الحدود

**2**

تطبيق معادلات كثيرات الحدود لحل تمارين حياتية

**\*تمارين ( 1 ) : حل المعادلات التالية:**

$$3) x^5 - 16x = 0$$

$$1) x^4 + 6x^2 + 9 = 0$$

$$4) x^6 + 7x^3 - 8 = 0$$

$$2) x^3 + 5x^2 - 4x - 20 = 0$$

**\*تمارين ( 2 ):** أوجد الجذور الحقيقية للمعادلات التالية:

1)  $x^6 - 9x^4 - x^2 + 9 = 0$

2)  $x^6 - 26x^3 - 27 = 0$

3)  $(x - 2)^6 - 9(x - 2)^3 + 8 = 0$

**\*تمرين ( 3 )** 13 صـ 45 بالكتاب: صنع أنس ممر خشبي عرضه  $x$  ft حول بركة مستطيلة الشكل. إذا كان طول البركة  $40$  ft وعرضها  $30$  ft ، ومساحة سطحها  $2000$  ft مع الممر، فما عرض الممر الخشبي؟



**\*تمرين ( 4 ):** صنع حسين صندوقاً للتخزين على شكل متوازي مستطيلات أبعاده  $x - 2$  ,  $x - 4$  ,  $x - 6$  أوجد أبعاده إذا علمت أن حجمه  $40x$  وحدة مكعبة

## بطاقة ( 9 ) : نظريتها الباقي والعوامل 1-

### الأهداف

1

التعرف على نظرية الباقي

2

استخدام التعويض التركيبي لإيجاد قيمة الدالة عند نقطة

### نظرية الباقي

إذا قسمت كثيرة حدود  $P(x)$  على  $(x - r)$  فإن الباقي عدد ثابت يساوي  $P(r)$   
 أي أن:  $P(x) = Q(x) \cdot (x - r) + P(r)$   
 الباقي      المقسوم عليه      ناتج القسمة      المقسوم

### التعويض التركيبي

هي عملية تطبيق نظرية الباقي باستعمال القسمة التركيبية لإيجاد قيمة الدالة

**\*تمارين ( 1 ):** أوجد ناتج ما يلي باستخدام التعويض التركيبي ثم تأكد من إجابتك باستخدام التعويض المباشر:

$$3) f(x) = x^4 - 6x - 8, f(-5)$$

$$1) f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x + 1, f(6)$$

$$4) f(x) = x^5 - 6x^3 + 9x^2 + 10, f(-3)$$

$$2) f(x) = 5x^2 - x^3 + 7x + 2, f(4)$$

**\*تمرين ( 2 ) تأكد 2 ص 50:** يمكن استعمال الدالة  $C(x) = 2.4x^3 - 22.3x^2 + 53.8x + 548.2$  لتقدير عدد الطلبة بالآلاف في إحدى الجامعات منذ عام 2000 م حيث تمثل  $x$  عدد السنوات. استخدم التعويض التركيبي لتقدير عدد طلبة الجامعات عام 2012 م

## بطاقة ( 10 ) : نظريتها الباقي والعوامل -2

1	التعرف على نظرية العوامل
2	تحديد كون ثنائية حد عاملاً من عوامل الدالة باستخدام التعويض التركيبي
3	تطبيق نظريتي الباقي والعوامل في حل تمارين متنوعة

## الأهداف

تكون ثنائية الحد  $x - r$  عاملاً من عوامل كثيرة الحدود  $P(x) \Leftrightarrow P(r) = 0$

## نظرية العوامل

\*تمارين ( 1 ) : فيما يلي أثبت بالتعويض التركيبي أن كل ثنائية حد عامل من عوامل كثيرة الحدود، ثم أوجد عواملها الأخرى:

3)  $6x^3 - 25x^2 + 2x + 8$  ,  $2x + 1$

1)  $2x^3 + 17x^2 + 23x - 42$  ,  $x - 1$

4)  $2x^4 + 9x^3 + x^2 - 36x - 36$  ,  $2x + 3$

2)  $f(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$  ,  $x + 2$

**\*تمرين ( 3 ):**

استخدم التعويض التركيبي لإيجاد قيمة  $k$  التي تجعل باقي قسمة  $x^4 + kx^3 + 1$  على  $x - 2$  يساوي 9

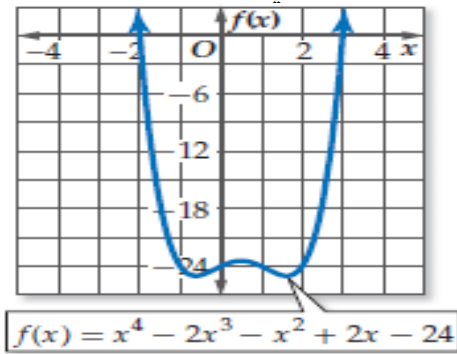
**\*تمارين ( 2 ):** أوجد قيم  $k$  التي تجعل باقي القسمة في كل مما يأتي يساوي 3

1)  $(x^3 + 4x^2 + x + k) \div (x + 2)$

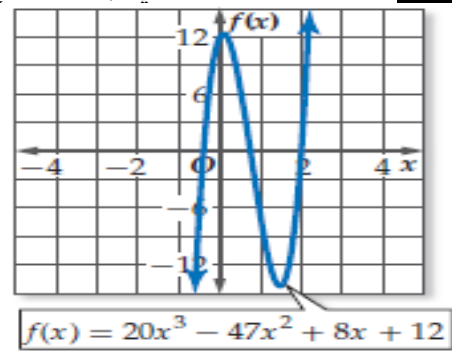
2)  $(x^2 + 5x + 7) \div (x - k)$

**\*تمارين ( 4 ):** استعمل التمثيل البياني لإيجاد جميع عوامل كل دالة كثيرة حدود فيما يلي:

(B)



(A)

**\*تمرين ( 5 ):** اكتب دالة كثيرة حدود يكون فيها كل من العددين  $-5$ ,  $0$  صفرين مكررين مرتين

## بطاقة ( 11 ) : الجذور والأصفار - 1

1	إيجاد الجذور وأنواعها لمعادلات كثيرات الحدود
2	التعرف على قاعدة ديكرت للإشارات
3	إيجاد العدد الممكن للأصفار الحقيقية الموجبة والسالبة والتحيلية باستخدام قاعدة ديكرت

## الأهداف

## مصطلحات

أنظر التفاصيل  
صد 55

لأي كثيرة حدود  $p(x)$  إذا كان صفر للدالة فإن جميع ما يلي صحيح:  
أولاً:  $c$  جذر أو حل للمعادلة  $p(x) = 0$  ، ثانياً:  $x - c$  عامل من عوامل الدالة  $p(x)$   
ثالثاً:  $(c, 0)$  هي نقطة التقاطع للتمثيل البياني للدالة مع محور  $X$

النظرية الأساسية  
في الجبر

كل معادلة كثيرة حدود درجتها أكبر من صفر لها جذر واحد على الأقل ينتمي  
لمجموعة الأعداد المركبة.

## نتيجة لها

يكون لمعادلة كثيرة الحدود من الدرجة  $n$  العدد  $n$  فقط من الجذور المركبة (شاملة المكررة)

\*تمارين ( 1 ) : حل كل معادلة فيما يلي وحدد عدد جذورها وأنواعها:

$$3) 8x^3 = 27$$

$$1) -3x^3 - 5x^2 + 8x = 0$$

$$4) x^5 + 2x^3 + x = 0$$

$$2) 16x^4 - 625 = 0$$



قاعدة ديكرت تعطينا الاحتمالات الممكنة لعدد الأصفار وليس إيجاد الأصفار نفسها			قانون ديكرت للإشارات
عدد مرات تغيير إشارة معاملات حدود $p(x)$ أو أقل منه بعدد زوجي	الموجبة	عدد الأصفار الحقيقية لكثيرة حدود $p(x)$	
عدد مرات تغيير إشارة معاملات حدود $p(-x)$ أو أقل منه بعدد زوجي	السالبة		

**\*تمارين ( 2 ):** حدد العدد الممكن للأصفار الحقيقية الموجبة والسالبة والتخيلية للدوال التالية:

$$3) f(x) = 6x^4 + 4x^3 - x^2 - 2x - 5$$

$$1) f(x) = 2x^6 - x^5 + 4x^3 + x^2 - 3x + 1$$

$$4) f(x) = 2x^4 - x^3 + 7x^2 - x - 1$$

$$2) f(x) = 2x^5 + x^4 + 4x^3 - 5x^2 - x + 7$$

## بطاقة ( 12 ) : الجذور والأصفار -2

### الأهداف

1

التعرف على نظرية الأعداد المركبة المترافقة

2

كتابة دالة كثيرة حدود بمعلومية أصفارها

### استعمال التعويض التركيبي لإيجاد الأصفار

سيتم الطرق لشرحه بشكل أفضل بالدرس الأخير من الفصل الأول

### نظرية الأعداد المركبة المترافقة

إذا كان  $a, b \in \mathbb{R}$  حيث  $b \neq 0$  فإذا كان  $a + bi$  صفراً للدالة  $f(x)$  فإن  $a - bi$  صفر آخر لهذه الدالة ( بشرط أن يكون معاملات حدودها أعداد حقيقية ).

### مثال

إذا كان  $5 + 2i$  صفر للدالة فان ..... صفر لنفس الدالة أيضاً

### المعادلة التي أصفارها $p, q$

$$(x - p)(x + q) = 0$$

$$\text{أي } x^2 - (p + q)x + pq = 0$$

### تذكر أن

$$(a - bi)(a + bi) = a^2 + b^2$$

### حاصل ضرب العوامل الناتجة من العديدين المركبين المترافقين

$$[(x - (a + bi)) \cdot (x - (a - bi))] = x^2 - 2ax + (a^2 + b^2)$$

\*تمارين ( 1 ) : أوجد دالة كثيرة حدود درجتها أقل ما يمكن ومعاملات حدودها أعداد صحيحة إذا كانت أصفارها كالتالي:

3)  $0, -5i$

1)  $5, -2, -1$

4)  $-1, -1, 3i$

2)  $1, 2i$

$$5) 7, 2 - i$$

$$6) - 5, 0, 3 + i$$

$$7) - 2, -3, 4 - 3i$$

أجب عن التمارين التالية بالكتاب:

$$54 + 47 + 46 + 45 + 44$$

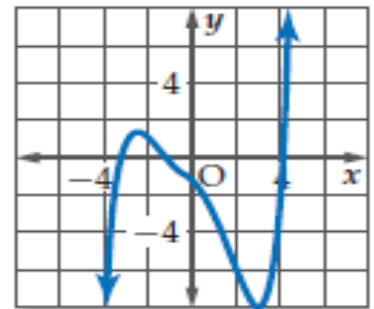
ص 60

\*تمرين ( 2 ) : أكمل الفراغ إذا علمت أن الدالة المبينة من الدرجة الخامسة:

عدد الأصفار الحقيقية الموجبة: .....

عدد الأصفار الحقيقية السالبة: .....

عدد الأصفار الحقيقية التخيلية: .....



## بطاقة ( 13 ) : نظرية الصفر النسبي - 1

الأهداف	1	التعرف على نظرية الصفر النسبي ونتيجتها	2	إيجاد جميع الأصفار النسبية الممكنة
	3	تطبيق نظرية الصفر النسبي لإيجاد جميع أصفار الدالة		

نظرية الصفر النسبي	إذا كانت $p(x)$ كثيرة حدود بمعاملات صحيحة، فإن أي صفر نسبي للدالة سيكون على الصورة $\frac{p}{q}$ (في أبسط صورة) حيث $p$ أحد عوامل الحدّ الثابت $(a_0)$ ، $q$ أحد عوامل المعامل الرئيس $(a_n)$	
	إذا كان المعامل الرئيس 1 وحدها الثابت لا يساوي صفر فإن أي صفر نسبي للدالة يكون أحد عوامل الحد الثابت.	
نتيجة لها		

**\*تمارين ( 1 ) :** أوجد جميع الأصفار النسبية الممكنة التي تحدها نظرية الصفر النسبي:

$$3) f(x) = 3x^3 - 4x - 10$$

$$1) f(x) = x^4 + 11x^2 + 12$$

$$4) f(x) = 6x^5 + 10x^4 - 4x + 18$$

$$2) f(x) = x^3 - 6x^2 - 8x + 24$$

$$5) f(x) = 2x^4 + 3x^2 - 4 + 15$$

**\*تمارين ( 2 ) :** أوجد جميع أصفار الدوال التالية:

1)  $f(x) = x^3 - 10x + 3$

3)  $f(x) = 10x^3 - 17x^2 - 7x + 2$

2)  $f(x) = x^3 - x^2 - 6x - 4$

4)  $f(x) = 4x^3 + x^2 + 16x + 4$

## بطاقة ( 14 ) : نظرية الصفر النسبي - 2

1	تطبيق نظرية الصفر النسبي والتعويض التركيبي لإيجاد أصفار الدالة
2	تطبيق الصفر النسبي لحل مسائل لفظية وحياتية

### الأهداف

**\*تمارين ( 1 ) :** للذوال التالية أوجد جميع الأصفار النسبية الممكنة ثم استخدمها لإيجاد حلول المعادلة  $f(x) = 0$  :

1)  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 13x - 10$

2)  $f(x) = x^4 + x^3 - 19x^2 + 11x + 30$

$$4) f(x) = 6x^4 + 22x^3 + 11x^2 - 38x - 40$$

$$3) f(x) = 9x^4 + 5x^2 - 4$$

**\*تمرين ( 2 ):**

صندوق على شكل متوازي مستطيلات حجمه  $440ft^3$  ، أوجد أبعاد الصندوق إذا كان طوله يزيد على عرضه بمقدار  $3cm$ ، ويقل ارتفاعه عن عرضه بمقدار  $3cm$ .

أولاً: بين أن  $V = x^3 - 9x$  تعبر عن حجم الصندوق حيث  $x$  هو عرضه.

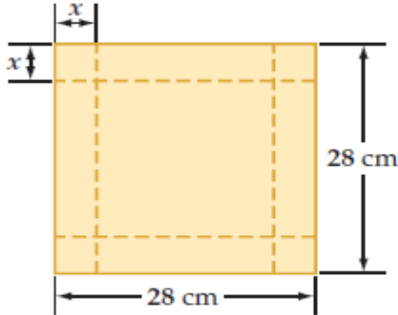
ثانياً: حدد جميع الأعداد النسبية الممكنة للمعادلة

$$x^3 - 9x - 440 = 0$$

ثالثاً: أوجد أبعاد الصندوق.

**\*تمرين ( 3 ):**

يراد عمل صندوق بقص مربعات صغيرة ، متساوية في المساحة من زوايا ورقة مقواة مربعة الشكل، ثم ثني الجوانب الى الأعلى



أولاً: اكتب الدالة  $V(x)$  التي تمثل حجم الصندوق

ثانياً: ما قيمة  $x$  التي تجعل حجم الصندوق  $1152cm^3$



# الفصل الثاني:

## القطوع المخروطية

الصفحة		الموضوع	رقم الدرس	أرقام البطاقات
بالكتاب	البطاقات			
78	34	القطوع المكافئة	2 - 1	15 إلى 17
86	44	الدوائر	2 - 2	18 و 19
94	49	القطوع الناقصة	2 - 3	20 إلى 22
103	55	القطوع الزائدة	2 - 4	23 إلى 25

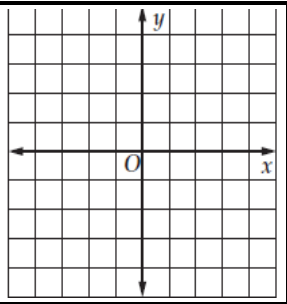
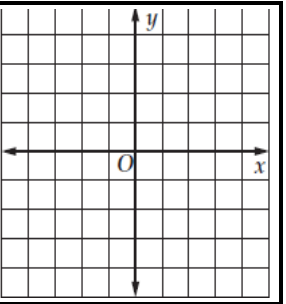
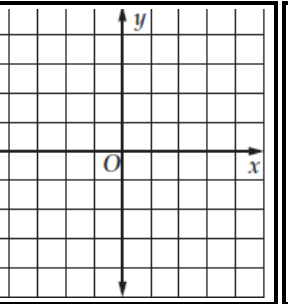
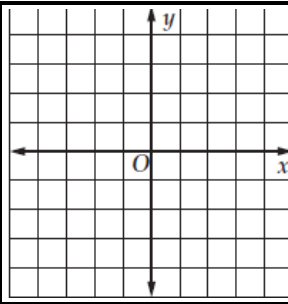
ملاحظة	الدروس 2 - 5 و 2 - 6 غير مطلوبة ( دراسة ذاتية )
--------	---

## بطاقة ( 15 ) : القطوع المكافئة - 1

1	تعريف القطع المكافئ وبيان عناصره	2	بيان الصورة القياسية لقطوع مكافئة وعناصره
3	إيجاد عناصر القطع المكافئ من خلال صورته القياسية		

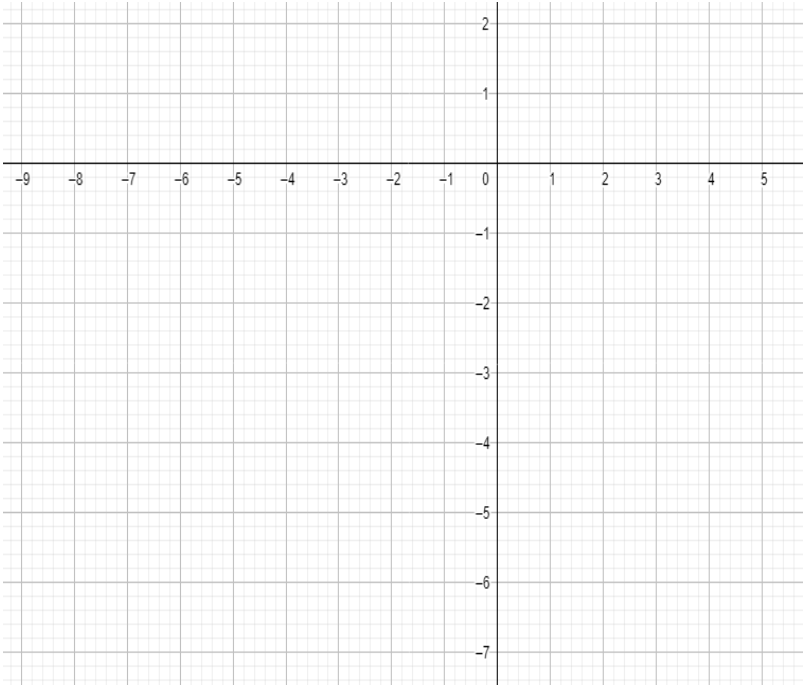
### الأهداف

القطع المكافئ: أنظر الكتاب ص 78	
تعريف	مجموعة النقاط جميعها في المستوى التي يكون بعد كل منها عن نقطة معطاة تسمى البؤرة مساوياً دائماً لبعدھا عن مستقيم معلوم يسمى الدليل .
الوتر البؤري	القطعة المستقيمة المارة بالبؤرة والعمودية على محور التماثل .
ملاحظات	أولاً: يقع طرفي الوتر البؤري على القطع المكافئ ثانياً: تقع البؤرة على محور التماثل وفي منتصف الوتر البؤري

معادلات القطوع المكافئة				
النوع	محور التماثل رأسي	محور التماثل أفقي		
الصورة القياسية	$y = a(x - h)^2 + k$	$x = a(y - k)^2 + h$		
الصورة العامة	$y = ax^2 + bx + c$	$x = ay^2 + by + c$		
اتجاه فتحة القطع	موجب $a > 0$ للأعلى سالب $a < 0$ للأسفل	موجب $a > 0$ لليمين سالب $a < 0$ لليسار		
مثال				
الرأس				
معادلة محور التماثل				
البؤرة				
معادلة الدليل				
طول الوتر البؤري				

**\*تمرين ( 1 ):** لمعادلة القطع المكافئ أوجد المطلوب ثم مثل القطع بيانياً:

$$y = -\frac{1}{8}(x + 2)^2 - 1$$

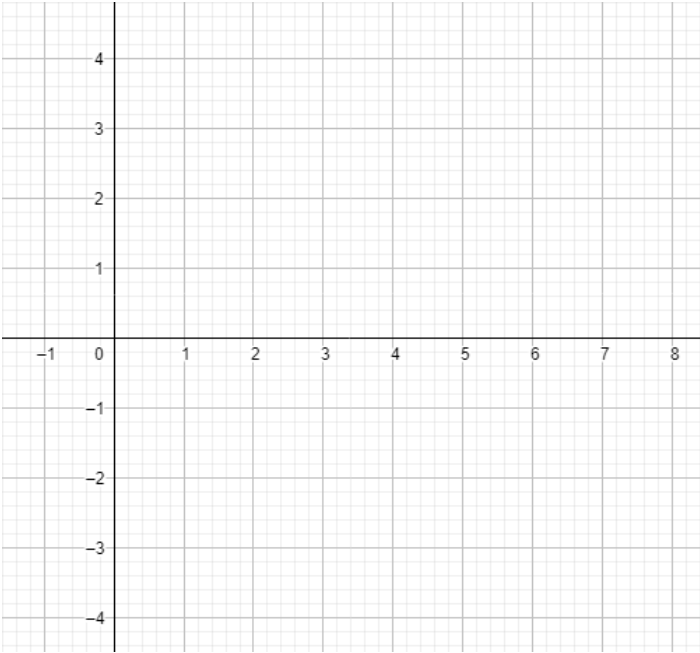
	نوجد الثوابت
	( 1 ) اتجاه فتحة المنحنى:
	( 2 ) الرأس:
	( 3 ) معادلة محور التماثل:
	( 4 ) البؤرة:
( 5 ) معادلة الدليل:	( 6 ) طول الوتر البؤري:

**\*تمارين ( 2 ):** لمعادلات القطوع المكافئة أوجد المطلوب:

المعادلة	المطلوب	الحل
1	$y = 5(x - 2)^2 + 3$	الرأس
2	$y = \frac{1}{2}(x - 2)^2$	معادلة محور التماثل
3	$y = 5 - x^2$	اتجاه فتحة القطع
4	$y = \frac{1}{8}(x - 2)^2$	معادلة الدليل

**\*تمرين ( 3 ):** لمعادلة القطع المكافئ أوجد المطلوب ثم مثل القطع بيانياً:

$$x = \frac{1}{4}(y + 1)^2 + 3$$

	نوجد الثوابت
	( 1 ) اتجاه فتحة المنحنى:
	( 2 ) الرأس:
	( 3 ) معادلة محور التماثل:
	( 4 ) البؤرة:
( 5 ) معادلة الدليل:	( 6 ) طول الوتر البؤري:

**\*تمارين ( 4 ):** لمعادلات القطوع المكافئة أوجد المطلوب:

المعادلة	المطلوب	الحل
$x = -3 + 2(y - 1)^2$	اتجاه فتحة القطع	1
$x - 1 = (y + 7)^2$	الرأس	2
$x = -\frac{1}{5}y^2$	طول الوتر البؤري	3
$x = \frac{1}{2}(x + 1)^2$	البؤرة	4

## بطاقة ( 16 ) : القـطـوع المكافئة -2

1	كتابة معادلة القطع المكافئ على الصورة القياسية باستخدام إكمال المربع
2	إيجاد عناصر القطع المكافئ من خلال صورته القياسية
3	تمثيل القطوع المكافئة على الصورة القياسية بيانياً

### الأهداف

**\*تمارين ( 1 ) :** اكتب معادلات القطوع المكافئة التالية على الصورة القياسية:

1)  $y = x^2 - 6x + 5$

2)  $x = y^2 - 8y + 17$

3)  $x = 4y^2 + 18 + 16y$

4)  $y = 2x^2 - 12x + 15$

**\*تمارين ( 2 ):** اكتب معادلات القطوع المكافئة التالية على الصورة القياسية ثم حدد كل من اتجاه فتحة القطع، الرأس، معادلة محور التماثل، البؤرة، معادلة الدليل وطول الوتر البؤري ومثلها بيانياً: ( 1-4: واجب )

$$2) x = y^2 - 8y + 17$$

الحل:

الكتابة على الصورة القياسية:

$$1) y = x^2 - 6x + 5$$

الحل:

الكتابة على الصورة القياسية:

اتجاه فتحة القطع: .....

الرأس: .....

معادلة محور التماثل: .....

البؤرة:

.....

.....

معادلة الدليل:

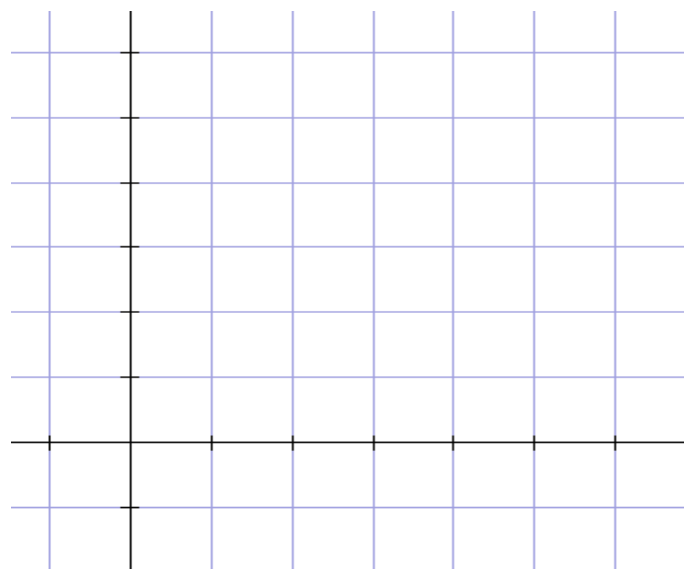
.....

.....

طول الوتر البؤري:

.....

التمثيل بيانياً:



اتجاه فتحة القطع: .....

الرأس: .....

معادلة محور التماثل: .....

البؤرة:

.....

.....

معادلة الدليل:

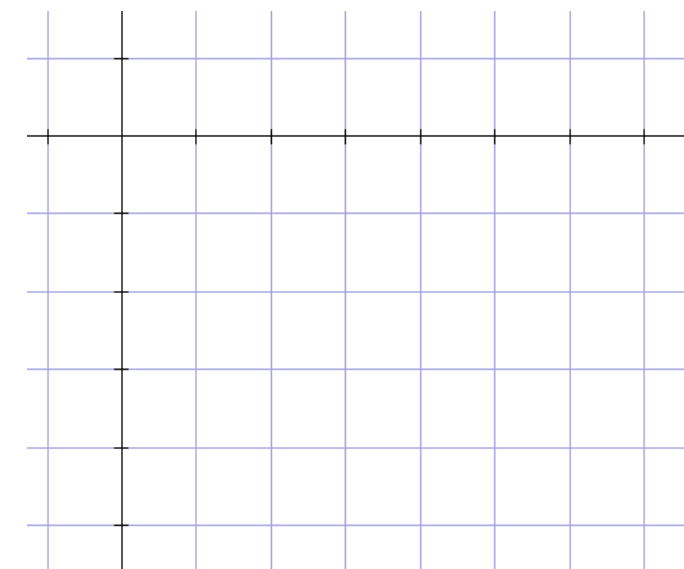
.....

.....

طول الوتر البؤري:

.....

التمثيل بيانياً:



$$4) x = 2y^2 - 12y + 15$$

الحل:

الكتابة على الصورة القياسية:

$$3) y = 4x^2 + 16x + 18$$

الحل:

الكتابة على الصورة القياسية:

اتجاه فتحة القطع: .....

الرأس: .....

معادلة محور التماثل: .....

البؤرة:

.....

.....

معادلة الدليل:

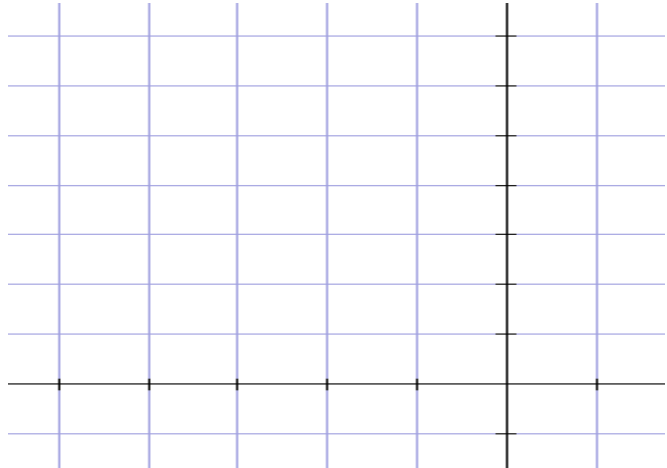
.....

.....

طول الوتر البؤري:

.....

التمثيل بيانياً:



اتجاه فتحة القطع: .....

الرأس: .....

معادلة محور التماثل: .....

البؤرة:

.....

.....

معادلة الدليل:

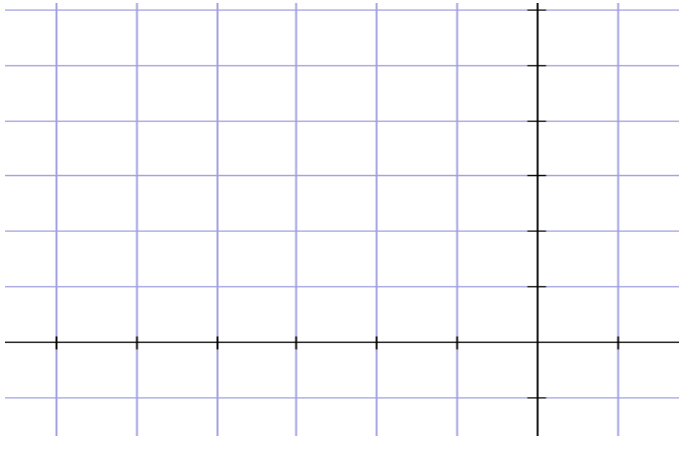
.....

.....

طول الوتر البؤري:

.....

التمثيل بيانياً:



$$6) 3x - y^2 = 5x - 4y + 6$$

الحل:

الكتابة على الصورة القياسية:

$$5) x + 3y^2 + 12y = -5$$

الحل:

الكتابة على الصورة القياسية:

اتجاه فتحة القطع: .....

الرأس: .....

معادلة محور التماثل: .....

البؤرة:

.....

.....

معادلة الدليل:

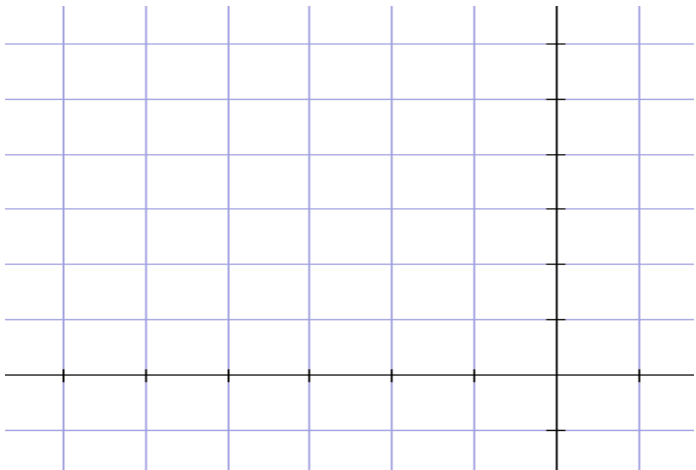
.....

.....

طول الوتر البؤري:

.....

التمثيل بيانياً:



اتجاه فتحة القطع: .....

الرأس: .....

معادلة محور التماثل: .....

البؤرة:

.....

.....

معادلة الدليل:

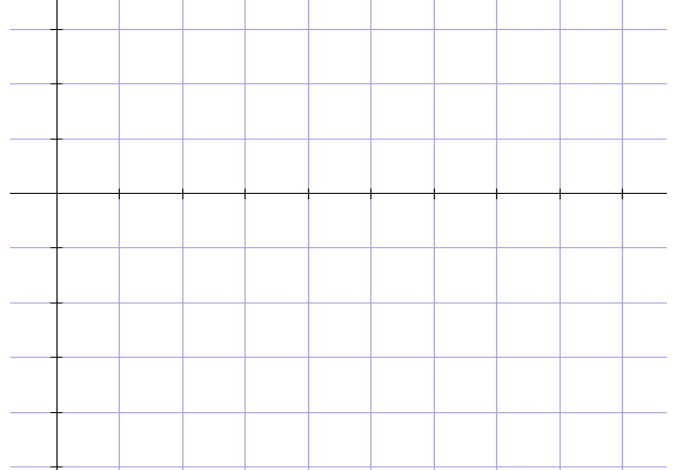
.....

.....

طول الوتر البؤري:

.....

التمثيل بيانياً:





# بطاقة ( 17 ) : القطوع المكافئة - 3

## الأهداف

1 إيجاد معادلة قطع مكافئ بمعلومية بعض عناصره

2 تطبيق القطع المكافئ في حل مسائل حياتية

\*تمارين ( 1 ) : أوجد معادلة كل قطع مكافئ فيما يأتي ثم مثلها بيانياً:

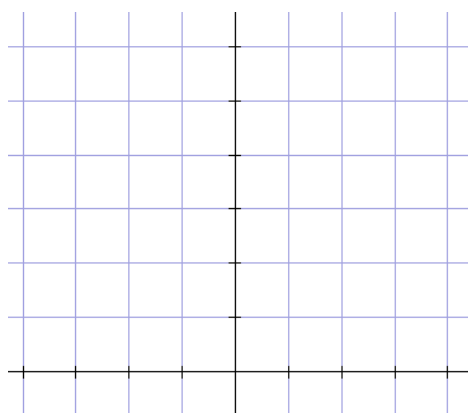
أولاً : الرأس ( 0, 2 ) والبؤرة ( 0, 4 )

الحل:

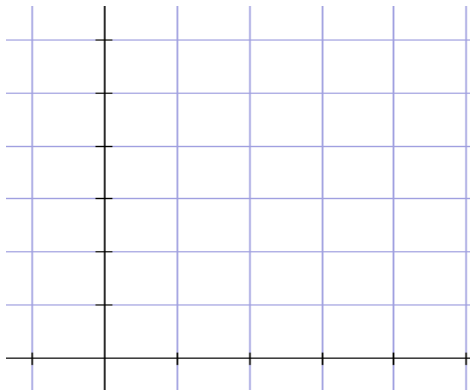
ثانياً : الرأس ( 8, 6 ) والبؤرة ( 2, 6 )

الحل:

التمثيل بيانياً:



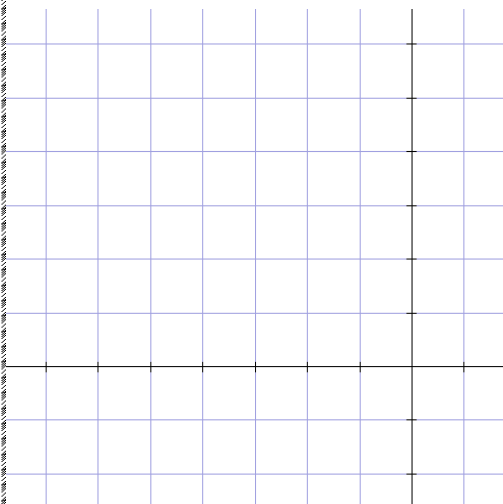
التمثيل بيانياً:



ثالثاً : الرأس ( -2, 4 ) ومعادلة الدليل  $x = -1$

الحل:

التمثيل بيانياً:



**\*تمارين ( 2 ):** أوجد معادلة كل قطع مكافئ فيما يأتي:  
 أولاً: البؤرة (3, 3) ومعادلة الدليل  $y = 9$

ثانياً: البؤرة (8, 6) ومعادلة الدليل  $x = -2$

**\*تمرين ( 3 ):** أوجد المعادلة لمرآة قطع مكافئ تقع بؤرتها  
 أعلى رأس القطع بمقدار  $4.5ft$ ، علماً بأن طول الوتر  
 البؤري  $18ft$  ، وأن البؤرة تمثل نقطة الأصل.

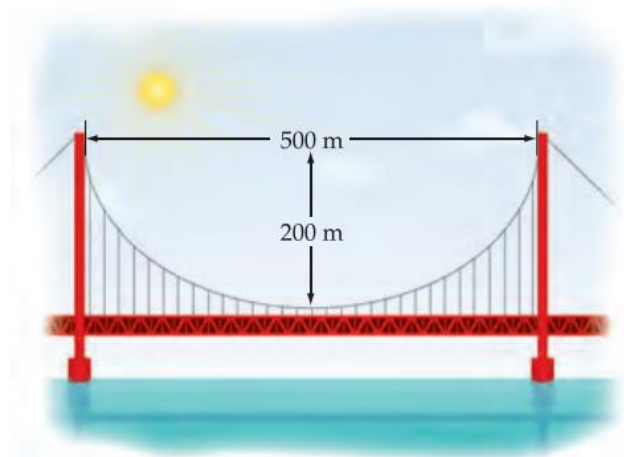
**\*تمرين ( 4 ):** لدينا سطح زئبقي على صورة قطع  
 مكافئ، إذا وقعت البؤرة أعلى الرأس وعلى بعد  $6ft$   
 وكان طول الوتر البؤري  $24ft$  . اكتب معادلة للقطع  
 المكافئ على افتراض أن البؤرة عند نقطة الأصل.

**\*تمرين ( 5 ) : 32 من الكتاب المدرسي صـ 82**

عند قذف كرة سلة، فإن المسار الذي تسلكه يكون قطعاً مكافئاً. افترض أن كرة قذفت من سطح الأرض وكان أقصى ارتفاع وصلت إليه  $50ft$  ، وافترض أن نقطة وصولها للأرض تبعد عن النقطة التي قذفت منها  $200ft$  . افترض كذلك أن هذا الوضع يمكن تمثيله على مستوى إحداثيات، حيث تقع البؤرة عند نقطة الأصل ، فأوجد معادلة للمسار الذي سلكته الكرة على افتراض أن البؤرة تقع على سطح الأرض.

**\*تمرين ( 6 ) : 5 من الكتاب المدرسي صـ 102**

اكتب معادلة قطع مكافئ لتمثل السلك المعلق للجسر كما هو موضح بالشكل.  
افترض أن نقطة الأصل تقع عند أدنى نقطة من السلك

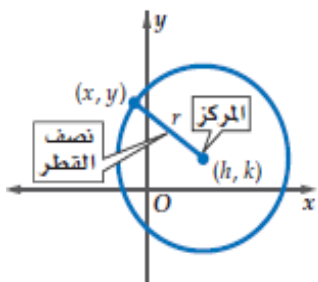
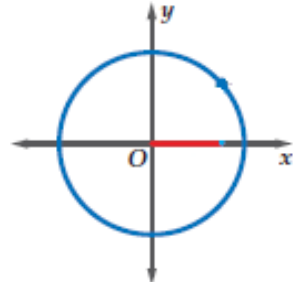
**\*تمرين ( 7 ) : 19 من الكتاب المدرسي صـ 123**

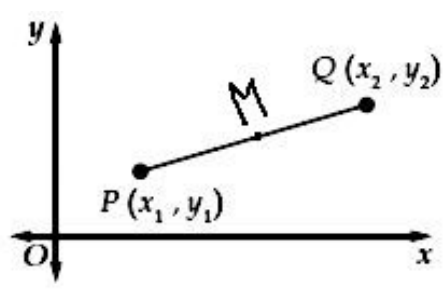
عندما تركل الكرة يكون مسارها على شكل قطع مكافئ. افترض أنه تم ركل كرة من مستوى الأرض ووصلت أقصى ارتفاع لها هو  $50ft$  ، ولامست الأرض على بعد  $200ft$  من النقطة التي ركلت منها، وافترض أن الكرة ركلت من نقطة الأصل. أوجد معادلة القطع المكافئ الذي يمثل مسار الكرة.

## بطاقة ( 18 ) : الدوائر - 1

الأهداف	1	التعرف على الصيغة القياسية لمعادلة الدائرة
	3	إيجاد معادلة الدائرة على الصورة القياسية باستخدام بعض المعطيات

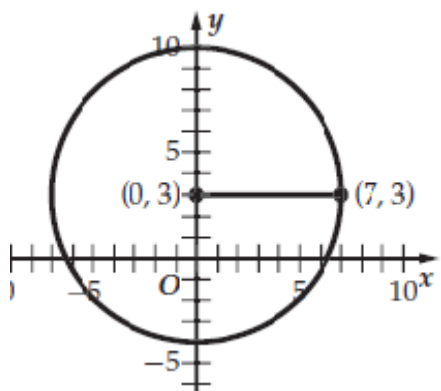
## معادلة الدائرة

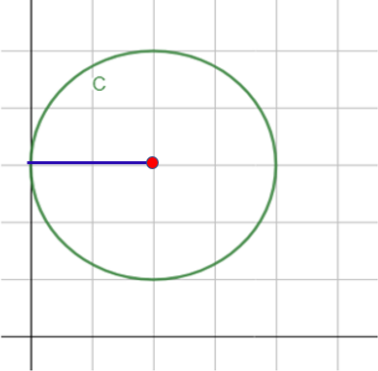
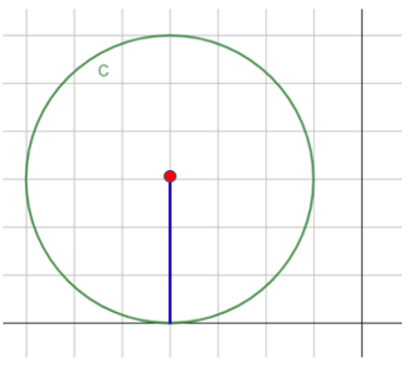
المعادلة: $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$		المعادلة: $x^2 + y^2 = r^2$	
المركز: $(h, k)$		المركز: $(0, 0)$	
نصف القطر: $r$		نصف القطر: $r$	

	$PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	المسافة بين نقطتين	تذكر أن
	$M = \left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$	نقطة المنتصف	

\*تمارين ( 1 ) : أوجد معادلة الدائرة إذا علمت أن:  
أولاً: المركز  $(1, -3)$  وطول نصف القطر 4

ثانياً:



إذا مست الدائرة محور $y$	إذا مست الدائرة محور $x$	الدائرة للمحورين حالات تقاس
		
$r =  h $	$r =  k $	

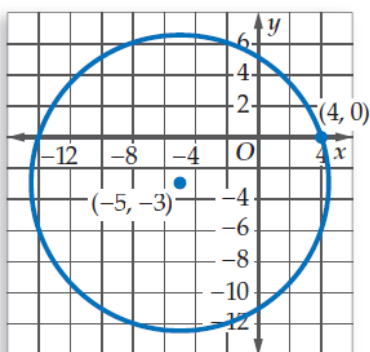
\*تمارين ( 2 ) : أوجد معادلة الدائرة إذا علمت أن:  
أولاً: المركز ( 5 , -4 ) وتمس المحور  $y$

ثانياً: المركز ( 4 , 2 ) وتمس المحور  $x$

ثالثاً: يقع المركز في الربع الثاني وتمس المستقيمين  $y = 1$  ,  $y = 5$  والمحور  $y$

رابعاً: مركزها  $(1, -3)$  وتمر بالنقطة  $(2, -1)$

خامساً:



سابعاً: طرفا قطر فيها  $(3, -3)$ ,  $(6, 3)$

سادساً: طرفا قطر فيها  $(1, 5)$ ,  $(3, -3)$

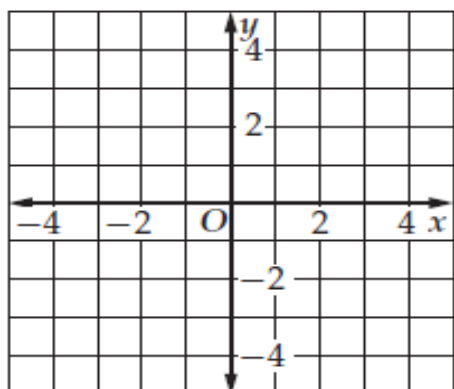
## بطاقة ( 19 ) : الدوائر - 2

1	إيجاد مركز ونصف قطر دائرة بمعلومية الصيغة القياسية لها
2	كتابة معادلة الدائرة على الصورة القياسية مع تمثيلها بيانياً
3	تطبيق معادلة الدائرة في حل مسائل حياتية

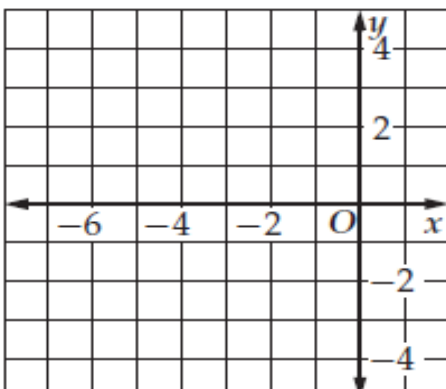
### الأهداف

**\*تمارين ( 1 ) :** أوجد المركز ونصف قطر كل دائرة مبين معادلتها فيما يأتي ثم مثلها بيانياً:

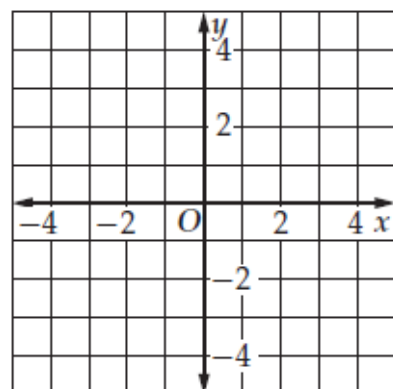
$$3) 4x^2 + 4(y - 2)^2 = 16$$



$$2) (x + 4)^2 + (y - 2)^2 = 9$$



$$1) x^2 + y^2 - 16 = 0$$



**\*تمارين ( 2 ) :** اكتب معادلات الدائرة التالية على الصورة القياسية ثم أوجد المركز ونصف القطر لها:

$$2) x^2 + y^2 + 2x + 4y = 9$$

$$1) x^2 + y^2 - 6y + 8x = 0$$

$$3) x^2 + 2\sqrt{7}x + 7 + (y - \sqrt{11})^2 = 11$$

$$5) 4x^2 + 4y^2 + 36y = -5$$

$$4) 3x^2 + 3y^2 - 6y + 12x = 24$$

### \*تمرين ( 3 ):

موقع الرادار لبرج المراقبة في أحد المطارات عند النقطة ( 5 , 10 ) فإذا كان الرادار يستطيع كشف الطائرة على بعد 20 mi ، فاكتب معادلة للحدود الخارجية لمنطقة الكشف.

### \*تمرين ( 4 ):

افترض أن قرية تقع على بعد 35 mi تقريباً غرب عاصمة دولة ما وإلى جهة الشمال من العاصمة بمقدار 40 mi وأنه توجد هزة أرضية مركزها القرية وأثرها يكون على بعد 55 mi من العاصمة. مفترضاً أن العاصمة تقع عند نقطة الأصل، فاكتب معادلة لمجموعة النقاط جميعها التي تمثل حدوداً لأثر هذه الهزة.



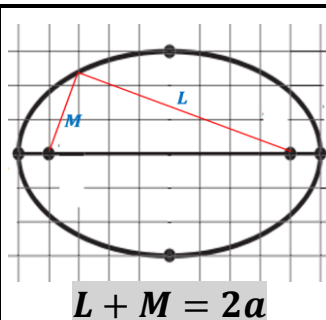
## بطاقة (20): القطوع الناقصة - 1

1	تعريف القطع الناقص وبيان عناصره	2	بيان الصورة القياسية لقطع ناقصة وعناصرها
3	إيجاد عناصر القطع الناقص	4	تمثيل قطع ناقص بيانياً

### الأهداف

### القطع الناقص: أنظر الكتاب ص 94

هي مجموعة النقاط جميعها في المستوى التي يكون مجموع بُعدها عن نقطتين ثابتتين (البؤرتان) يساوي دائماً مقداراً ثابتاً (المجموع الثابت) ويساوي طول المحور الأكبر

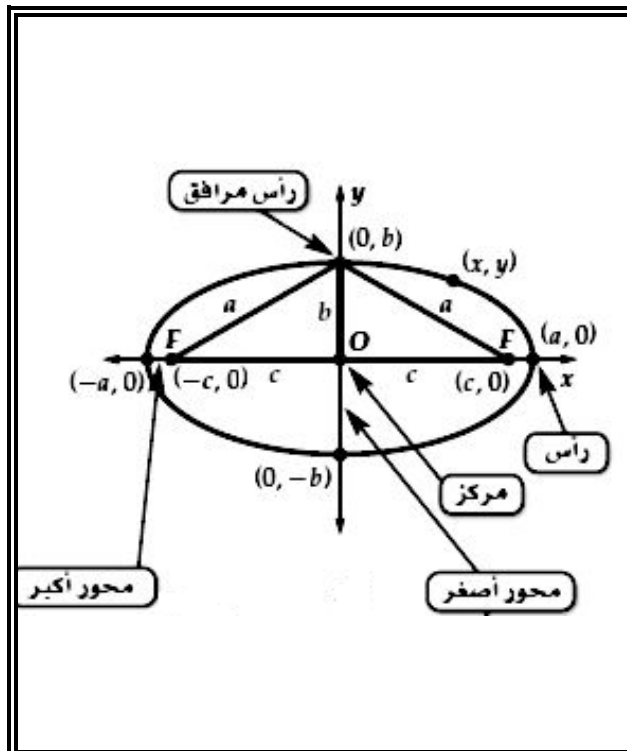


$$c^2 = a^2 - b^2$$

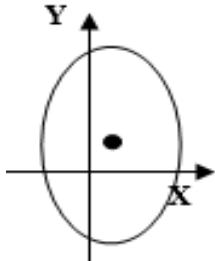
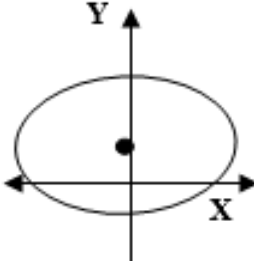
- $c$  : المسافة بين المركز والبؤرة.
- $a$  : المسافة بين المركز والرأس.
- $b$  : المسافة بين المركز والرأس المرافق.
- تكون البؤرتان على المحور الأكبر.
- مركز القطع: نقطة المنتصف بين: الرأسين ، البؤرتين ، الرأسين المرافقين .

تعريف

ملاحظات



### معادلات القطوع الناقصة

رأسي ( عندما $a^2 > b^2$ )	أفقي ( عندما $a^2 > b^2$ )	وضع القطع
$\frac{(y - k)^2}{a^2} + \frac{(x - h)^2}{b^2} = 1$	$\frac{(x - h)^2}{a^2} + \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$	المعادلة
		التمثيل البياني
$( h , k )$		المركز
$( h , k + a ), ( h , k - a )$	$( h + a , k ), ( h - a , k )$	الرأسان
$( h + b , k ), ( h - b , k )$	$( h , k + b ), ( h , k - b )$	الرأسان المرافقان
$( h , k + c ), ( h , k - c )$	$( h + c , k ), ( h - c , k )$	البؤرتان
المسافة بين البؤرتين $= 2c$	طول المحور الأصغر $= 2b$	طول المحور الأكبر $= 2a$
		أطوال معينة

\*تمارين: للقطوع الناقصة الآتية أكمل كلاً مما يأتي:

1)  $\frac{(x+2)^2}{16} + \frac{(y-3)^2}{9} = 1$

المركز: ..... ، وضع القطع: .....

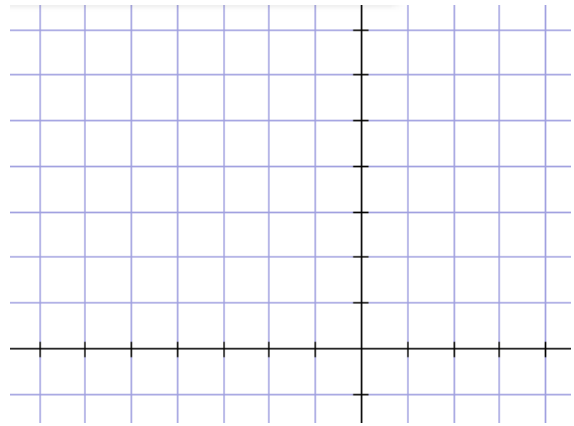
$a = \dots , b = \dots , c = \dots$

البؤرتان: .....

.....

طول المحور الأكبر = .....

طول المحور الأصغر = .....



2)  $(x-4)^2 + \frac{(y+2)^2}{9} = 1$

المركز: ..... ، وضع القطع: .....

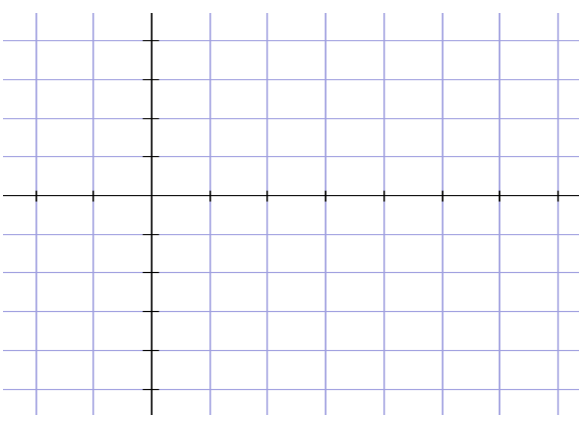
$a = \dots , b = \dots , c = \dots$

البؤرتان: .....

.....

طول المحور الأكبر = .....

طول المحور الأصغر = .....



4)  $\frac{(x+1)^2}{16} + y^2 = 1$

المركز: ..... ، وضع القطع: .....

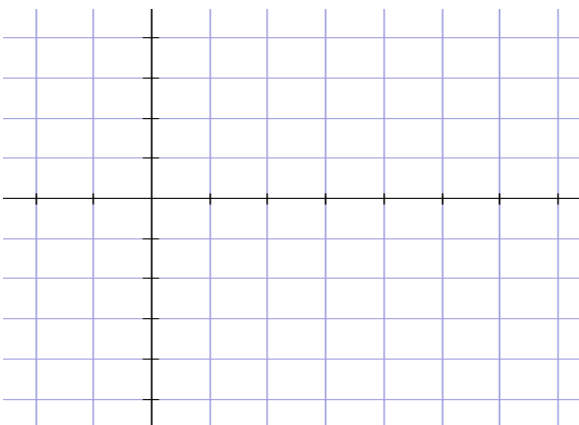
$a = \dots , b = \dots , c = \dots$

البؤرتان: .....

.....

طول المحور الأكبر = .....

طول المحور الأصغر = .....



3)  $\frac{x^2}{9} + \frac{(y+2)^2}{4} = 1$

المركز: ..... ، وضع القطع: .....

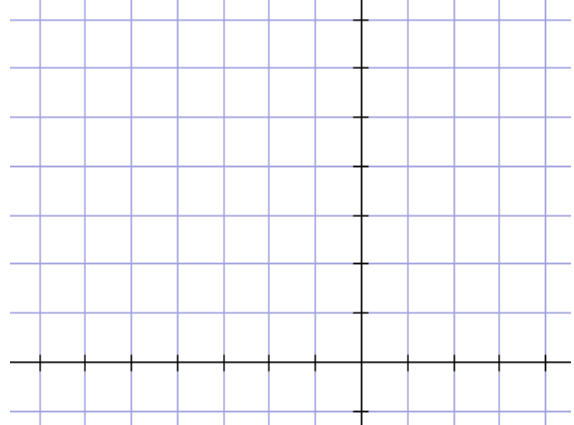
$a = \dots , b = \dots , c = \dots$

البؤرتان: .....

.....

طول المحور الأكبر = .....

طول المحور الأصغر = .....



## بطاقة ( 21 ) : القطوع الناقصة - 2

### الأهداف

1 كتابة معادلة القطع الناقص على الصورة القياسية باستخدام إكمال المربع

2 إيجاد عناصر القطع الناقص وتمثيله بيانياً

**\*تمارين:** لمعادلات القطوع الناقصة الآتية فاكتب كل منها على الصورة القياسية وبين وضع القطع ثم أوجد المركز، طول المحور الأكبر والمحور الأصغر، الرأسان، البؤرتان ثم مثله بيانياً:

$$(2) \quad x^2 + 4y^2 - 6x - 16y = 11$$

الحل:

$$(1) \quad 25x^2 + 16y^2 - 400 = 0$$

الحل:

وضع القطع: ، المركز:

$$a = \dots, b = \dots, c = \dots$$

..... = طول المحور الأكبر

..... = طول المحور الأصغر

.....: البؤرتان

.....: الرأسان

.....: الرأسان المرافقان

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

وضع القطع: ، المركز:

$$a = \dots, b = \dots, c = \dots$$

..... = طول المحور الأكبر

..... = طول المحور الأصغر

.....: البؤرتان

.....: الرأسان

.....: الرأسان المرافقان

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$(4) \quad 9x^2 + 25y^2 + 72x - 150y = -144$$

الحل:

$$(3) \quad 4x^2 + y^2 - 32x - 4y + 52 = 0$$

الحل:

وضع القطع: ، المركز:

$$a = \dots, b = \dots, c = \dots$$

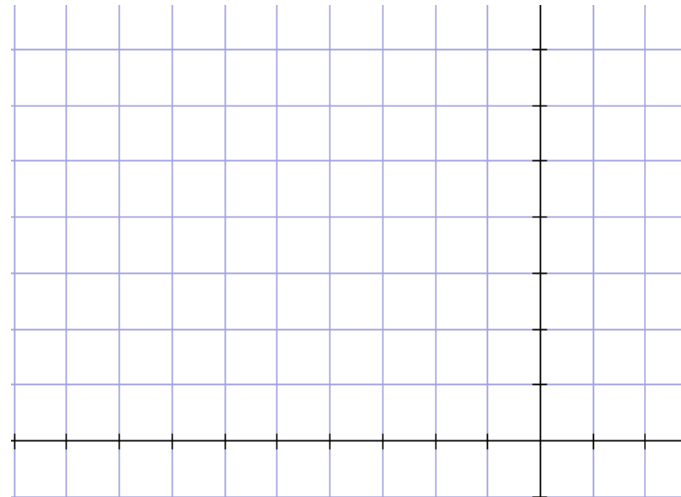
طول المحور الأكبر = .....

طول المحور الأصغر = .....

البؤرتان: .....

الرأسان: .....

الرأسان المرافقان: .....



وضع القطع: ، المركز:

$$a = \dots, b = \dots, c = \dots$$

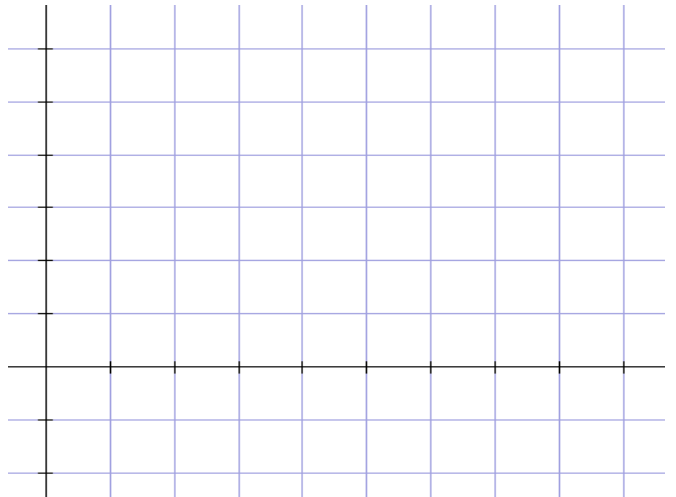
طول المحور الأكبر = .....

طول المحور الأصغر = .....

البؤرتان: .....

الرأسان: .....

الرأسان المرافقان: .....



## بـحـاقـة ( 22 ) : القـطـوع الناقـصة -3

### الأهداف

1 إيجاد معادلة قطع ناقص بمعلومية بعض عناصره

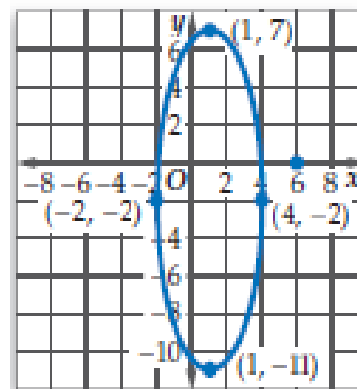
2 تطبيق معادلات القطع الناقص في حل مسائل حياتية

**\*تمارين ( 1 ):** أوجد معادلة القطع الناقص في كل مما يأتي:

ثالثاً: طول المحور الأكبر 20 وحدة ويوازي المحور  $x$  ،  
وطول المحور الأصغر 10 وحدات والمركز ( 1 , 2 ) ،

أولاً: رأساه هما: ( 9 , 8 ) و ( -3 , 8 )  
ورأساه المرافقان ( 3 , 4 ) و ( 3 , 12 )

ثانياً:



رابعاً: المركز ( -2 , 6 ) وأحد الرأسين ( -2 , 16 )  
وأحد الرأسين المرافقين ( 1 , 6 )

**خامساً: المركز ( 4,8 ) وأحد الرأسين ( 8, -6 ) والبعد بين البورتين تساوي 8 وحدات طولية**

**سادساً: البورتان هما: ( 8, 6 ) و ( 8, -2 ) وأحد الرأسين المرافقين ( 10, 2 )**

**سابعاً: المركز ( 2, -5 ) وأحدي البورتين ( 2, -5 ) وأحد الرأسين المرافقين ( 2, -8 )**

**\*تمرين ( 2 ):** يمكن تمثيل فتحة النفق في الجبال بنصف القطع الناقص. إذا كان عرض فتحة النفق  $14.6m$  وارتفاعها  $8.6m$  ، فأوجد معادلة تمثل فتحة النفق مفترضاً أن المركز هو نقطة الأصل.



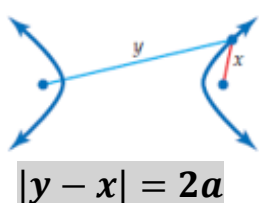
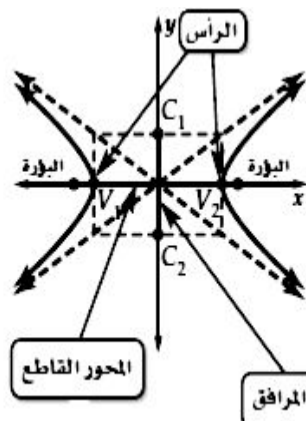
**\*تمرين ( 3 ):** في غرفة ببيضاوية يمكن لشخص يجلس في إحدى البورتين أن يستمع بوضوح لشخص آخر يهمس في البورة الأخرى، حيث لا يستطيع غيره سماع الصوت، إذا كان طول الغرفة  $400ft$  وعرضها  $120ft$  ، ما المسافة بين البورتين؟

**\*تمرين ( 4 ):** أوجد معادلة قطع ناقص بؤرتاه عند النقطتان  $(-5, -2)$  و  $(-5, 6)$  ويمر بالنقطة  $(-2, 2)$

1	تعريف القطع الزائد وبيان عناصره	2	بيان الصورة القياسية لقطع زائدة وعناصرها
3	إيجاد عناصر القطع الزائد من خلال صورته القياسية		
4	تمثيل قطع زائد بيانياً		

## الأهداف

## القطع الزائد: أنظر الكتاب صـ 103



هي مجموعة النقاط جميعها في المستوى التي يكون الفرق بين بُعديها عن نقطتين ثابتتين (البؤرتان) يساوي دائماً مقداراً ثابتاً  
ويساوي طول المحور القاطع (البؤري)

$$c^2 = a^2 + b^2$$

تكون البؤرتان على المحور القاطع

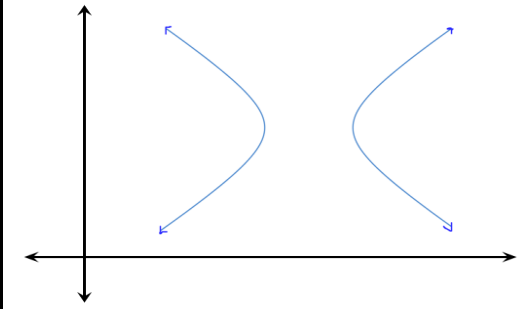
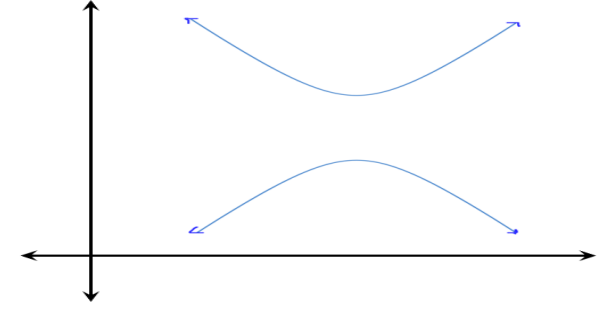
c : المسافة بين المركز والبؤرة

b : المسافة بين المركز والرأس المرافق

a : المسافة بين المركز والرأس

مركز القطع: نقطة المنتصف بين: الرأسين ، الرأسين المرافقين ، البؤرتين

## معادلات القطوع الزائدة

وضع القطع	أفقي ( عندما $x^2$ موجبة )		رأسي ( عندما $y^2$ موجبة )	
المعادلة	$\frac{(x - h)^2}{a^2} - \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$		$\frac{(y - k)^2}{a^2} - \frac{(x - h)^2}{b^2} = 1$	
التمثيل البياني				
المركز	$(h, k)$			
الرأسان	$(h + a, k), (h - a, k)$		$(h, k + a), (h, k - a)$	
الرأسان المرافقان	$(h, k + b), (h, k - b)$		$(h + b, k), (h - b, k)$	
البؤرتان	$(h + c, k), (h - c, k)$		$(h, k + c), (h, k - c)$	
أطوال معينة	طول المحور القاطع $= 2a$	طول المحور المرافق $= 2b$	البعد بين البؤرتين $= 2c$	
معادلتا خطي التقارب	$y - k = \pm \frac{b}{a}(x - h)$		$y - k = \pm \frac{a}{b}(x - h)$	



**\*تمارين:** للقطوع الزائدة الآتية أكمل كلاً مما يأتي:

$$1) \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$$

$$2) \frac{(y-1)^2}{4} - \frac{(x+3)^2}{16} = 1$$

المركز: ..... ، وضع القطع: .....

المركز: ..... ، وضع القطع: .....

$a = \dots, b = \dots, c = \dots$

$a = \dots, b = \dots, c = \dots$

طول المحور القاطع = .....

طول المحور القاطع = .....

طول المحور المرافق = .....

طول المحور المرافق = .....

الرأسان: .....

الرأسان: .....

الرأسان المرافقان: .....

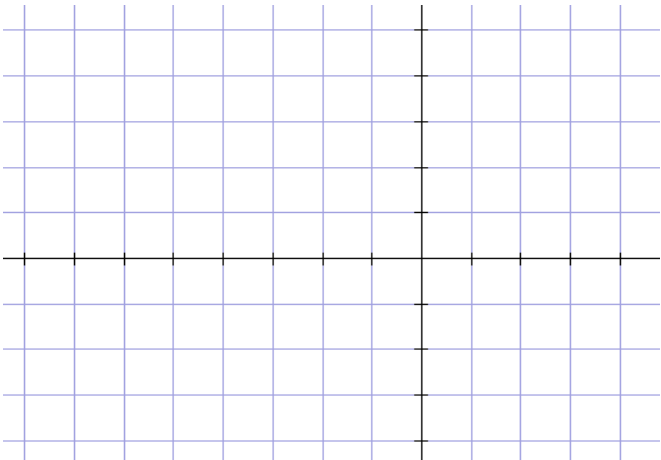
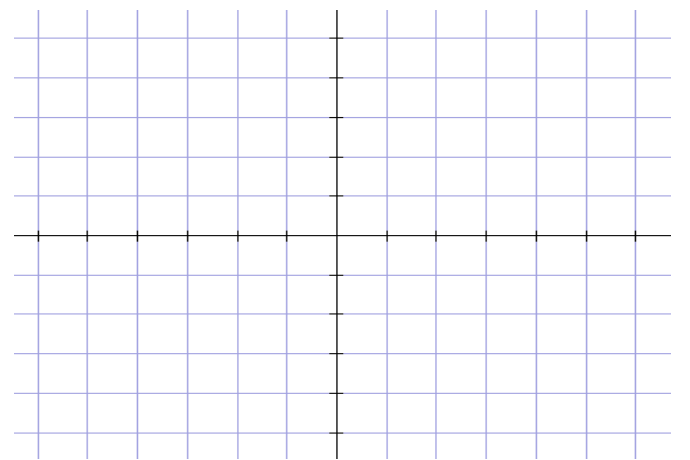
الرأسان المرافقان: .....

البؤرتان: .....

البؤرتان: .....

معادلتا خطي التقارب: .....

معادلتا خطي التقارب: .....



## بـحـاقـة ( 24 ) : القـطـوع الزائـدة -2

### الأهداف

1 كتابة معادلة القطع الزائد على الصورة القياسية باستخدام إكمال المربع

2 إيجاد عناصر القطع الزائد وتمثيله بيانياً

\***تمارين:** لمعادلات القطوع الزائدة الآتية فاكتب كل منها على الصورة القياسية وبين وضع القطع ثم أوجد كلا من المركز، طول المحور القاطع والمحور المرافق، الرأسان، البؤرتان للقطع الزائد الذي معادلته معطاة ثم مثله بيانياً:

$$(2) \quad y^2 - 4x^2 = 16$$

$$(1) \quad 25x^2 - 64y^2 - 1600 = 0$$

الحل:

الحل:

وضع القطع: ، المركز:

$$a = \dots, b = \dots, c = \dots$$

طول المحور القاطع = .....

طول المحور المرافق = .....

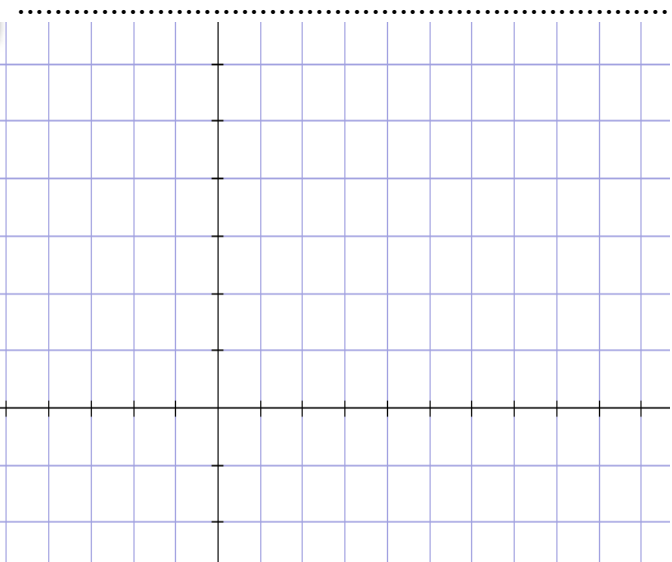
الرأسان: .....

.....

البؤرتان: .....

.....

معادلتا خطي التقارب: .....



وضع القطع: ، المركز:

$$a = \dots, b = \dots, c = \dots$$

طول المحور القاطع = .....

طول المحور المرافق = .....

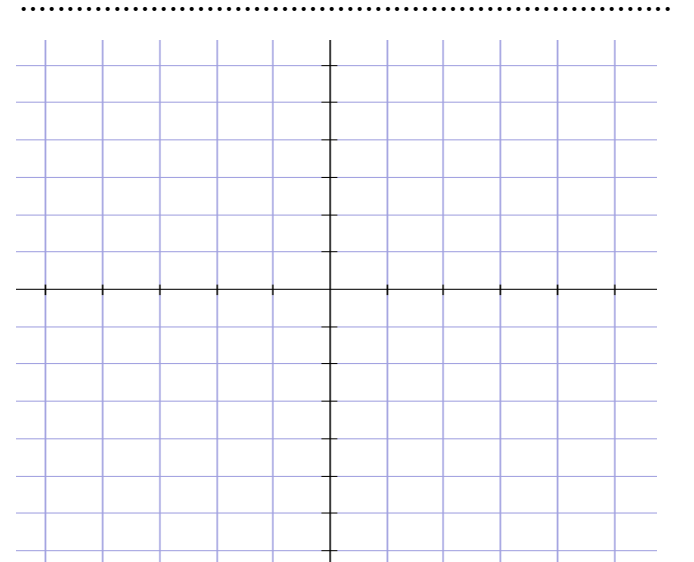
الرأسان: .....

.....

البؤرتان: .....

.....

معادلتا خطي التقارب: .....



$$(4) \quad 9x^2 - y^2 + 36x + 10y + 20 = 0$$

الحل:

وضع القطع: ، المركز:

$$a = \dots, b = \dots, c = \dots$$

..... = طول المحور القاطع

..... = طول المحور المرافق

الرأسان: .....

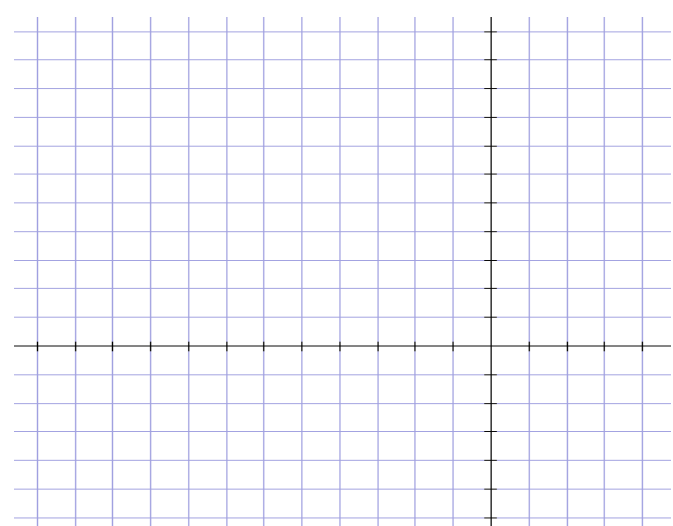
.....

البؤرتان: .....

.....

..... معادلتا خطي التقارب:

.....



$$(3) \quad 9x^2 - 4y^2 + 18x + 24y - 63 = 0$$

الحل:

وضع القطع: ، المركز:

$$a = \dots, b = \dots, c = \dots$$

..... = طول المحور القاطع

..... = طول المحور المرافق

الرأسان: .....

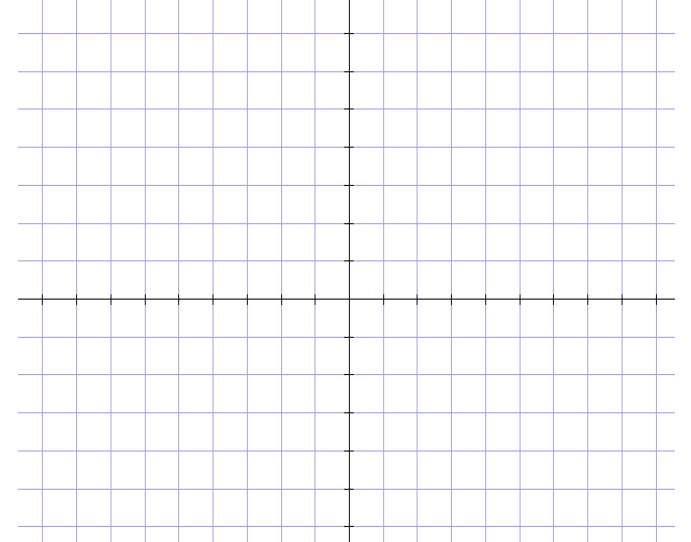
.....

البؤرتان: .....

.....

..... معادلتا خطي التقارب:

.....



## بـحـاقـة ( 25 ) : القـطـوع الزائـدة -3

1	إيجاد معادلة قطع زائد بمعلومية بعض عناصره
2	تطبيق معادلات القطع الزائد في حل مسائل حياتية

### الأهداف

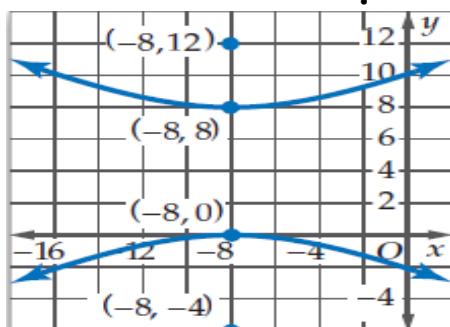
**\*تمارين ( 1 ):** أوجد معادلة القطع الزائد في كل مما يأتي:

أولاً: الرأسان  $(0, 6)$  ،  $(0, -6)$  ،  
وطول المحور المرافق 24 وحدة

رابعاً: رأساه هما:  $(-2, -2)$  و  $(6, -2)$  ،  
والبؤرتان  $(-2, -6)$  و  $(10, -2)$

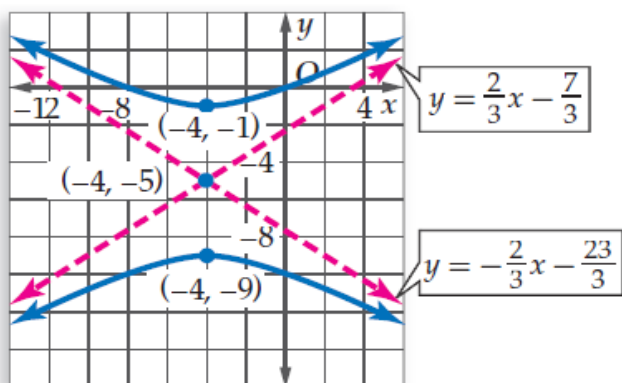
ثانياً: البؤرتان  $(15, 0)$  ،  $(-15, 0)$  ،  
وطول المحور القاطع 24 وحدة

خامساً:



ثالثاً: مركز القطع نقطة الأصل، ومحوره القاطع افقي  
طوله 10 وحدات والمحور المرافق طوله 4 وحدات.

سابعاً:



سادساً: الرأسان هما  $(-9, 0)$  ،  $(9, 0)$  ومعادلتا  
الخطين التقاربيين هما  $y = \frac{7}{9}x$  ،  $y = -\frac{7}{9}x$

### \*تمرين ( 2 ):

قطع زائد أفقي يمر بنقطة الأصل ومعادلتا خطي التقارب هما  $y = x - 5$  ،  $y = -x + 1$  فما معادلة هذا القطع؟

**\*تمرين ( 3 ):**

يعتمد نظام لوران للملاحة البحرية على القطع الزائد حيث ترسل فيه محطتان اشارات في الوقت نفسه وتلاحظ السفينة التي تقع على القطع فرق الزمن الذي تستغرقه الاشارات للوصول اليها . إذا علمت ان المحطتين تقعان عند بؤرتي القطع الزائد وأن السفينة حددت فرق المسافة في وصول الإشارات بمقدار 50 ميل بحري . فاكتب معادلة القطع الزائد الذي تقع عليه السفينة علماً ان المحطتين تقعان على النقطتين  $(50, 0)$ ,  $(-50, 0)$  .

**\*تمرين ( 4 ):**

يعيش محمد وعلي في مكانين البعد بينهما  $4000 \text{ ft}$  . إذا علمت أن الفرق الزمني بين سماع محمد لصوت الرعد الناتج عن البرق وسماع علي هو  $3 \text{ sec}$  ، وأن سرعة الصوت  $1100 \text{ ft/sec}$  ، فأوجد معادلة القطع الزائد الأفقي الذي يقع عليه مصدر البرق .

# الفصل الثالث :

## الإحصاء والاحتمال

الصفحة		الموضوع	رقم الدرس	أرقام البطاقات
بالكتاب	البطاقات			
153	64	الاحتمال المشروط	3 - 3	26 إلى 28
159	69	الاحتمال والتوزيعات الاحتمالية	3 - 4	29 إلى 31
177	77	التوزيعات ذات الحدين	3 - 6	32

<p>الدروس 1 - 3 ، 2 - 3 ، 5 - 3 غير مطلوبة ( دراسة ذاتية ) مع العلم أن درس 5 - 3 وجزء من درس 2 - 3 سوف يدرس في مقرر رياض 352</p>	ملاحظة
--	--------

## بطاقة (26) : الاحتمال المشروط-1

1	بيان قوانين الاحتمال الأساسية	2	التعرف على قانون الاحتمال المشروط
3	حل مسائل على الاحتمال المشروط		

## الأهداف

الاحتمال : هو نسبة تقيس فرصة وقوع حدث معين		
قوانين احتمالات الأحداث المركبة		القانون الأساسي للاحتمال : احتمال وقوع الحدث A  $P(A) = \frac{k}{n}$ عدد عناصر الحدث A = $\frac{\text{عدد عناصر الفضاء العينة}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}}$
$P(A \cap B) = P(A).P(B)$	A , B حدثان مستقلان	
$P(A \cap B) = P(A).P(B \setminus A)$	A , B حدثان غير مستقلان	
$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$	A , B حدثان متنافيان	
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$	A , B حدثان غير متنافيان	
احتمال وقوع الحدث B بشرط وقوع A $P(B \setminus A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ , $P(A) \neq 0$		
الاحتمال المشروط		

\*تمرين (2) : صندوق به بطاقات مرقمة من 1 إلى 10 ، وتم سحب بطاقة عشوائياً فأوجد احتمال  
أولاً: ظهور عدد زوجي أكبر من 5

ثانياً: ظهور عدد لا يزيد عن 7 علماً بأن ما تم سحبه فردي

ثالثاً: ظهور عدد فردي علماً بأن ما تم سحبه ليس عدد أولي

\*تمرين (1) : ألقى حسين حجر نرد مرة واحدة ، فما احتمال :  
أولاً: ظهور عدد فردي

ثانياً: ظهور عدد أصغر من 4

ثالثاً: ظهور العدد 5 علماً بأن العدد الظاهر فردي

رابعاً: ظهور عدد أكبر من 3 علماً بأن العدد الظاهر زوجي

خامساً : ظهور العدد 2 علماً بأن العدد الظاهر أقل من 5 .



**\*تمرين ( 3 ):** يحتوي كيس على 52 بطاقة مقسمة إلى 4 مجموعات لكل منها لون من الألوان الآتية: الأحمر والأخضر والأزرق والأصفر ، ورقمت بطاقات كل لون بالأرقام من 1 إلى 13 . إذا سحبت نوال بطاقة ، فما احتمال أن تكون البطاقة أولاً: تحمل رقم 13 علماً بأن ما سحبت كان رقم 11 أو 12 أو 13 ؟

**ثانياً:** تحمل الرقم 7 علماً بأن ما سحبت كان بطاقة تحمل رقم فردي .

**\*تمرين ( 4 ):** يحتوي كيس على 8 كرات زرقاء و 6 كرات حمراء و 5 كرات خضراء . سحبت كرة واحدة في كل مرة فأوجد احتمال أن الكرة:

**أولاً:** الثانية خضراء علماً بأن الأولى زرقاء دون إرجاع .

**ثانياً:** الثانية حمراء علماً بأن الأولى خضراء مع الإرجاع

**ثالثاً:** الثالثة حمراء علماً بأن الأولى حمراء والثانية زرقاء ودون إرجاع

## بطاقة ( 27 ) : ارجتعال المشروط - 2

### الأهداف

حل مسائل على الاحتمال المشروط للجداول التوافقية

**\*تمرين ( 1 ):** يوضح الجدول أداء الطلاب في امتحان القيادة الأول ، علماً بأن البعض أخذ حصصاً تحضيراً لامتحان والبعض الآخر لم يأخذ :

	أخذ حصصاً ( )	لم يأخذ حصصاً ( )
ناجح ( )	64	48
راسب ( )	18	32

**أولاً:** اختير أحد الطلاب عشوائياً ، ما احتمال أن يكون لم يأخذ حصصاً للتحضير لامتحان ؟

**ثانياً:** ما احتمال أن ينجح راشد، علماً بأنه أخذ حصصاً؟

**ثالثاً:** ما احتمال أن يرسل خالد، علماً بأنه لم يأخذ حصصاً؟

**رابعاً:** ما احتمال ألا يأخذ جميل حصصاً، علماً بأنه ناجح؟

### \*تمرين ( 2 ):

	أولى ( )	ثانية ( )	ثالثة ( )	رابعة ( )
الحضور ( )	48	90	224	254
الغياب ( )	182	141	36	8

اختير أحد الطلبة عشوائياً ، فما احتمال أن يكون الطالب قد حضر المباراة علماً بأنه من السنة الثالثة .

(A 48.6% (B 77.6% (C 86.2% (D 91.6%

**\*تمرين ( 3 ):**

	مشارك ( )	غير مشارك ( )
الثاني الإعدادي ( )	156	242
الثالث الإعدادي ( )	312	108

اختير أحد الطلاب عشوائياً ، أوجد احتمال أن الطالب :

أولاً: في صف ثالث إعدادي

ثالثاً: غير مشارك بالنادي ، علماً بأنه في ثالث إعدادي

ثانياً: مشارك بالنادي ، علماً بأنه في صف ثاني إعدادي

رابعاً: في صف ثالث إعدادي ، علماً بأنه غير مشارك .

**\*تمرين ( 4 ):**

	فكاهي ( )	اجتماعي ( )	خليط ( )
عادل ( )	521	316	44
إبراهيم ( )	119	145	302
سعود ( )	244	4	182

اختير مثل عشوائياً ، فما احتمال أن يكون المثل اجتماعياً علماً بأنه ليس مما جمعه عادل .  
 15% (D 17.2% (C 24.8% (B 35.9% (A

## بطاقة (28) : الأرجحمال المشروط - 3

### الأهداف

حل مسائل متنوعة على الاحتمال المشروط

**\*تمرين (1):** إذا أُلقي مكعبان متمايزان مرقمان بالأعداد من 1 إلى 6 مرة واحدة ، فما احتمال كل مما يأتي أولاً: ظهور عددين زوجيين علماً بأن مجموع العددين الظاهرين يساوي 6

**ثانياً:** ظهور عدد فردي على أحد المكعبين فقط ، علماً بأن العدد 3 ظهر مرة واحدة على الأقل؟

**ثالثاً:** ظهور العدد 4 على أحد المكعبين فقط ، علماً بأن أحد العددين كان زوجياً؟

**رابعاً:** كلا العددين الظاهرين على المكعبين كان زوجياً ، علماً بأن واحداً على الأقل كان 2 ؟

**\*تمرين (3):**  $R, T$  حدثان غير مستقلان في فضاء العينة لتجربة عشوائية ما ،

فإذا كان  $P(R \cap T)$  ، فأوجد قيمة  $P(T) = 0.4$  ،  $P(R|T) = 0.6$

**\*تمرين (4):** إذا كان  $P(A \cup B) = 0.4$  ،  $P(A) = 0.2$  ،  $P(B) = 0.5$  ، فأوجد قيمة  $P(A|B)$

## بطاقة ( 29 ) : الاحتمال والتوزيعات الاحتمالية - 1

## الأهداف

1

إيجاد الاحتمالات باستخدام التوافق

2

إيجاد الاحتمالات باستخدام التباديل

الاحتمال باستخدام التوافق

يستخدم عندما نختار  $r$  من بين  $n$  من الأشياء بحيث يكون ترتيب الأشياء غير مهم  $nC_r$ 

الاحتمال باستخدام التباديل

يستخدم عندما نختار  $r$  من بين  $n$  من الأشياء بحيث يكون ترتيب الأشياء مهماً  $nP_r$ 

## \*تمرين ( 1 ) ( تأكد 2 ص 158 ):

رشح 3 طلاب من الصفوف الإعدادية ، و 11 طالباً من الصفوف الثانوية في إحدى المدارس الإعدادية الثانوية، واختير أربعة منهم لتمثيل المدرسة في إحدى المسابقات. إذا اختير المترشحون الأربعة بطريقة عشوائية فما احتمال أن يفوز طالبان من الصفوف الإعدادية وطالبان من الصفوف الثانوية ؟

## \*تمرين ( 3 ) ( تمرين 26 ص 167 ):

تطوع 20 طالباً و 25 طالبة للمشاركة في حملة النظافة. إذا تم اختيار 8 طلبة للحملة عشوائياً، فما احتمال أن يكون من بينهم 3 طالبات؟

## \*تمرين ( 2 ) ( مثال إضافي 2 كتاب المعلم ص 158 ):

لدى بثينة 26 كتاباً ، منها 16 قصة والبقية كتب أخرى ، إذا أخذت معها في رحلة 8 كتب اختارتهم بصورة عشوائية فما احتمال أن يكون من بين هذه الكتب 4 قصص؟

## \*تمرين ( 4 ) ( تمرين 14 ص 163 ):

إذا سحب حمد 4 بطاقات معاً من بين 52 بطاقة موزعة بالتساوي على الألوان الأبيض والأحمر والأصفر والأزرق ، فما احتمال أن تكون بطاقتان من اللون الأبيض والبطاقتان الأخريان حمراوان ؟

**\*تمرين ( 5 ) ( تأكد 3 ص 159 ):**

اشترك صلاح وعبدالله وسليم في سباق 400m مع خمسة رياضيين آخرين ، ما احتمال ان ينهي هؤلاء الثلاثة السباق في المراكز الأولى ؟

**\*تمرين ( 7 ):** اختار حسن الذي يدرس بالجامعة المواد

الآتية : ( لغة عربية ، كيمياء ، رياضيات ، رياضة ، جغرافيا ) إذا تم تحديد ترتيب جدول المحاضرات عشوائياً ، وكانت لهذه المواد الفرصة نفسها لتكون في أي وقت من اليوم ، فما احتمال أن تكون أول محاضرتين لأحمد هما الرياضيات ثم اللغة العربية ؟

**\*تمرين ( 6 ) ( تمرين 12 ص 163 ):**

تجلس الطالبات حسب أرقام المقاعد في الصف الذي يتسع الى 26 طالبة بصورة عشوائية. ما احتمال ان تجلس جميلة وآمنة وخديجة في المقاعد الثلاثة الأولى على الترتيب ؟

**\*تمرين ( 8 ):** لدى حمزة 5 كتب في حقيبته هي

الرياضيات والكيمياء واللغة الإنجليزية واللغة العربية والتاريخ. إذا قام بترتيبها على رف في صف واحد عشوائياً، فما احتمال أن تأتي كتب اللغة الإنجليزية واللغة العربية والرياضيات في أقصى اليسار ؟

## بطاقة (30) : الاحتمال والتوزيعات الاحتمالية -2

<b>الأهداف</b>	<b>1</b>	إيجاد الاحتمالات باستخدام المتغيرات العشوائية	<b>3</b>	استخدام التوزيعات الاحتمالية لتكوين الرسوم البيانية
	<b>2</b>	اثبات كون المتغير العشوائي توزيعاً احتمالياً من عدمه	<b>4</b>	إيجاد قيم احتمالات معينة في توزيعات احتمالية

المتغير العشوائي	المتغير العشوائي المنفصل	المتغير العشوائي المتصل
هو المتغير الذي يأخذ مجموعة قيم لها احتمالات معلومة	لها عدد محدود ( منتهي ) من القيم الممكنة ( المحددة )	لها عدد غير محدود ( غير منتهي ) من القيم الممكنة ضمن فترة محددة

### \*تمرين (1) :

قام طلاب الصف الثاني ثانوي في مدرسة بجمع بعض الأطعمة في طرود للتبرع بها للأسر الفقيرة.

عدد الطرود	النوع
36	وجبات الطعام
22	معكرونة
12	عصير
45	حساء

أولاً: أوجد احتمال أن يحتوي طرد اختير عشوائياً على حساء

ثانياً: أوجد احتمال أن يحتوي طرد اختير عشوائياً على وجبة طعام أو عصير

ثالثاً: أوجد احتمال أن الطرد الذي تم اختياره عشوائياً لا يحتوي معكرونة

### \*تمرين (2) :

حصل 7 طلاب في اختبار الرياضيات على التقدير A ، و 9 طلاب على التقدير B ، و 11 على التقدير C ، و 3 على التقدير D ، و 2 على التقدير F .

أولاً: أوجد احتمال أن يحصل طالب تم اختياره عشوائياً على التقدير C

ثانياً: أوجد احتمال أن يكون طالب تم اختياره عشوائياً قد حصل على التقدير B على الأقل

ثالثاً: أوجد احتمال أن يحصل طالب تم اختياره عشوائياً على تقدير لا يزيد عن C

## التوزيع الاحتمالي المنفصل

تعريفه	شروط التوزيع الاحتمالي
هو جدول أو معادلة أو تمثيل بياني يربط كل قيمة من قيم $X$ الممكنة مع احتمالها	أولاً: جميع الاحتمالات محصورة بين 0 و 1 $\Leftrightarrow 0 \leq p \leq 1$ ثانياً: مجموع الاحتمالات تساوي 1 $\Leftrightarrow \sum p(x) = 1$

## \*تمرين (3):

يبين الجدول التوزيع الاحتمالي لنتائج اختبار الرياضيات بأحد المواد في أحد الجامعات  
أولاً: بين أن التوزيع صحيح .

نتائج اختبار الرياضيات	الاحتمال
A	0.29
B	0.43
C	0.17
D	0.11
F	0

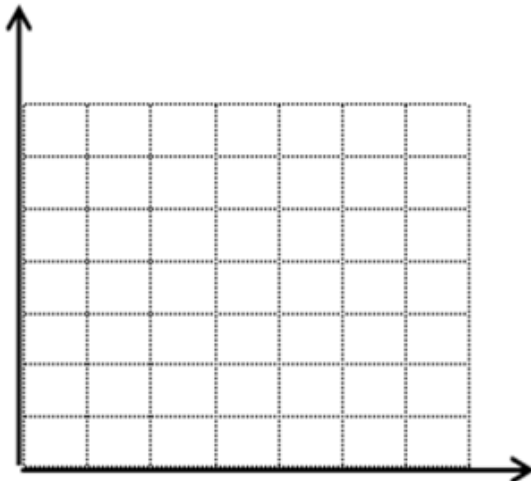
ثانياً: أوجد  $P(A \text{ أو } C)$

رابعاً: إذا اختير طالب عشوائياً ، فأوجد احتمال ألا يقل تقديره عن C

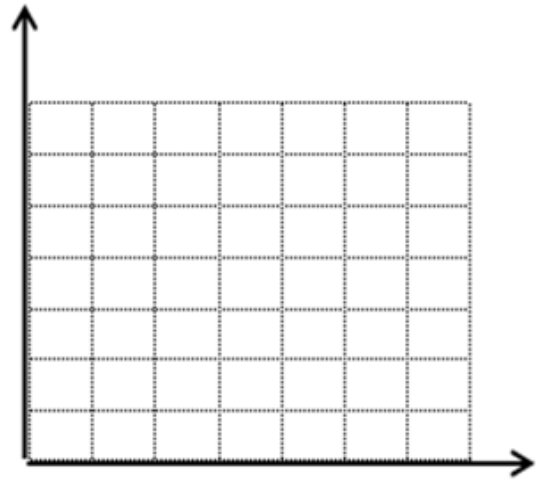
ثالثاً: إذا اختير طالب عشوائياً ، فأوجد احتمال ألا يزيد تقديره عن B

خامساً: إذا اختير طالب عشوائياً ، فأوجد احتمال ألا يكون تقديره D

سابعاً: مثل البيانات بالأعمدة



سادساً: مثل البيانات بالمدرج الاحتمالي





**\*تمرين ( 4 ):**

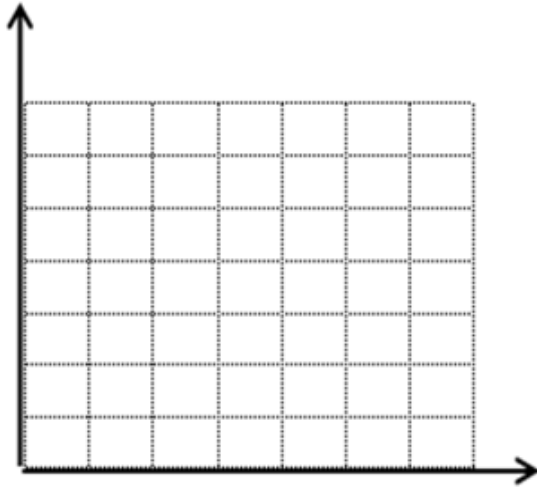
الجدول المجاور يبين عدد السيارات التي تمتلكها الأسر في أحد الدول العربية أولاً: بيّن أن التوزيع صحيح .

عدد السيارات	الاحتمال
3 فأكثر	0.13
2	0.4
1	0.33
0	0.14

ثانياً: ما احتمال أن يكون لدى الأسرة سيارتان على الأكثر؟

ثالثاً:

مثل البيانات بالمدرج الاحتمالي

**\*تمرين ( 5 ):**

يحتوي كيس على 10 كرات ملونة منها 3 زرقاء ، وواحدة حمراء ، وكرتان صفراوان ، و4 كرات خضراء . سحب كرة من الكيس

أولاً: كون التوزيع الاحتمالي للون الكرة المسحوبة

اللون				
الاحتمال				

ثانياً: ما احتمال سحب كرة صفراء أو خضراء؟

ثالثاً: ما احتمال عدم سحب كرة حمراء؟

## بطاقة ( 31 ) : الاحتمال والتوزيعات الاحتمالية - 3

## الأهداف

1

التعرف على القيمة المتوقعة والعدد المتوقع

2

إيجاد القيمة المتوقعة والعدد المتوقع لتوزيعات احتمالية

## القيمة المتوقعة

هي الوسط الموزون للقيم في التوزيع الاحتمالي

$$E(X) = \sum [X \cdot P(X)]$$

## العدد المتوقع

هو عبارة عن حاصل ضرب احتمال نجاح الحدث ( p )  
في عدد مرات التجربة ( n )

$$E(A) = p \cdot n$$

\*تمرين ( 1 ) : يبين الجدول التوزيع الاحتمالي عدد الطلبة الذين يتنافسون لشغل مركز رئيس الصف في أحد المدارس

عدد الطلبة	1	2	3	4	5	6
الاحتمال	0.05	k	0.1	0.1	0.35	0.2

أولاً: أوجد قيمة k .

ثانياً: أوجد القيمة المتوقعة لعدد الطلبة الذين يتنافسون على مركز رئيس الصف .

ثالثاً: أوجد العدد المتوقع لتنافس 5 طلبة على مركز رئيس الصف .

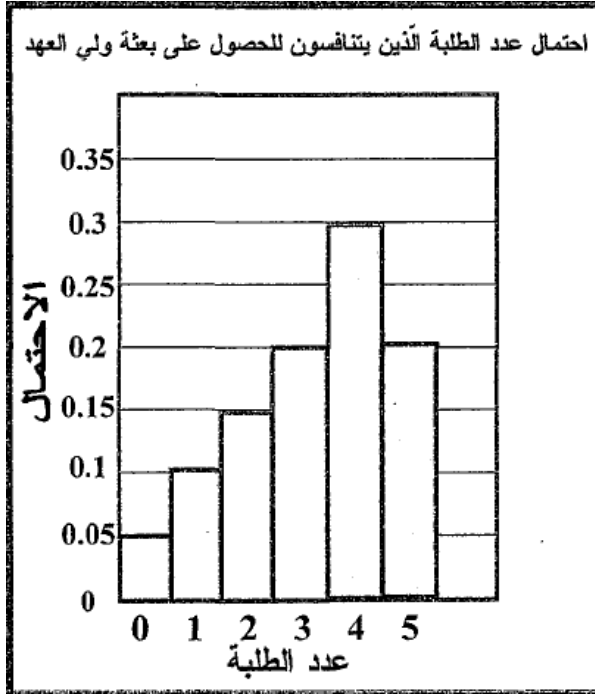
## \*تمرين ( 2 ) :

يبين الجدول التوزيع الاحتمالي لعدد الأيام الممطرة في السنة بإحدى الدول :

عدد الأيام	0	1	2	3	4	5	6	7	8
الاحتمال	0.1	0.1	0.15	0.15	0.25	0.1	0.08	0.05	0.02

أولاً: أوجد القيمة المتوقعة لعدد الأيام الممطرة في السنة.

ثانياً: أوجد العدد المتوقع لهطول الأمطار في أربع أيام .



**\*تمرين ( 3 ) - ( من امتحان نهائي سابق ):**  
 يبين المدرج التكراري التوزيع الاحتمالي لعدد طلاب الثانوية الذين يتنافسون على بعثات ولي العهد .  
 أولاً: بين أن التوزيع صحيح .

ثانياً: ما احتمال أن يتنافس على البعثات طالبين أو خمس طلاب؟

ثالثاً: ما احتمال أن يتنافس عدد لا يزيد عن ثلاث طلاب؟

رابعاً: أوجد القيمة المتوقعة لعدد الطلبة الذين يتنافسون على بعثة ولي العهد .

خامساً: ما العدد المتوقع لتنافس 4 طلاب على بعثة ولي العهد؟

**\*تمرين ( 4 ) - ( من امتحان نهائي سابق ):** مكعب بست أوجه مرقمة بالأعداد 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 فأوجد :  
 أولاً: القيمة المتوقعة عند إلقاء المكعب مرة واحدة

ثانياً: العدد المتوقع لمرات الحصول على العدد 4 عند إلقاء المكعب 3 مرات متتالية .

ثالثاً: توقع ظهور العدد 1 أو 3 عند إلقاء المكعب 6 مرات متتالية .

**\*تمرين ( 5 ):** باع أحد محلات الأجهزة الكهربائية 1000 تذكرة ، ثمن الواحدة BD1 ، ثم أجرى سحب عشوائي على أرقام التذاكر بحيث يربح الرقم الذي يقع عليه الاختيار جهاز تلفاز قيمته BD350 أولاً: كون التوزيع الاحتمالي لربح شخص اشترى تذكرة واحدة

ثانياً: ما القيمة المتوقعة للربح في هذا الموقف ؟

### \*تمرين ( 6 ):

ألقي حجرًا نرد متمايزين مرة واحدة ، وسُجل مجموع العددين الظاهرين على الوجهين العلويين . أولاً: كون جدولاً تكرارياً نسبياً للبيانات .

مجموع العددين											
الاحتمال											

ثانياً: ما النواتج الأقل إمكانية للوقوع ؟ وأوجد احتمالاتها؟

ثالثاً: أوجد ( 11 أو 5 ) P ؟

رابعاً: أوجد القيمة المتوقعة لهذا الموقف ؟

خامساً : أوجد العدد المتوقع للحصول على المجموع 7 في 100 رمية ؟

## بمطابقة ( 32 ) : التوزيعات ذات الحدين

الأهداف	1 التعرف على خصائص التجربة ذات الحدين	3 التعرف على قاعدة احتمال توزيع ذات الحدين
2 حل مسائل على الاحتمال برسم الشجرة البيانية	4 تطبيق قاعدة توزيع ذات الحدين لحل مسائل احتمالية مرتبطة	

تعريف	شروط ( خصائص ) تجربة ذات الحدين
هي تجربة عشوائية لها ناتجان فقط	<p>( 1 ) هناك عدد محدد للمحاولات <math>(n)</math> ، ( 2 ) هناك حالتان (نجاح أو فشل) لكل محاولة</p> <p>( 3 ) احتمال النجاح <math>(s)</math> ثابت في كل محاولة حيث احتمال الفشل <math>(f)</math> هو <math>f = 1 - s</math></p> <p>( 4 ) المحاولات مستقلة ، ( 5 ) المتغير العشوائي <math>X</math> هو عدد مرات النجاح في <math>n</math> من المحاولات</p>

### ◀ حل مسائل على الاحتمال باستخدام الشجرة البيانية:

**\*تمرين ( 2 ):** يلعب فريق في كرة المضرب مباراتين، فإذا كان احتمال الخسارة لكل مباراة 25% . احسب احتمال أن يكسب مباراة واحدة.

**\*تمرين ( 1 ):** اشترى يونس 3 بطاقات ألعاب، فإذا كان احتمال الفوز بجائزة لكل بطاقة يساوي 10% . احسب احتمال أن تكسب بطاقتان على الأقل جائزة.

القيمة المتوقعة لتوزيع ذات الحدين	قانون احتمال ذات الحدين
$E(x) = n \cdot s$	<p>احتمال النجاح <math>x</math> مرة في <math>n</math> من المحاولات المستقلة هو:</p> $p(x) = (nC_x)(s)^x(f)^{n-x}$ <p>↓</p> <p><math>n</math>: عدد المحاولات ، <math>x</math>: عدد مرات النجاح  <math>f = 1 - s</math>: احتمال الفشل حيث : <math>f</math></p>

**\*تمرين ( 3 ):** تبلغ نسبة النجاح في توزيع ذات الحدين 40% ، وتوجد 10 محاولات أولاً: احسب احتمال ثلاث نجاحات على الأقل .

**\*تمرين ( 7 ):** بناءً على دراسة مسحية تبين أن 70% من زبائن أحد المطاعم يفضلون الأرز كطبق رئيس في وجبة الطعام. ما احتمال أن يطلب شخصان على الأقل من بين سبع أشخاص تم اختيارهم عشوائياً من زبائن هذا المطعم في ذلك اليوم؟

ثانياً: احسب احتمال تسع نجاحات على الأكثر .

**\*تمرين ( 6 ) :** ينتج مصنع قطعاً من الحلويات بنكهة الفانيليا، والبعض الآخر بنكهة الفراولة . إذا علمت أن 65% من الإنتاج هو في المتوسط من نكهة الفراولة، وأن خط الإنتاج يقوم بخلط النوعين بصورة عشوائية ، ويضع كل خمس قطع في رزمة واحدة . أولاً: ما احتمال أن يكون في الرزمة ثلاث قطع بنكهة الفراولة على الأكثر

ثالثاً: أوجد القيمة المتوقعة للنجاح في التوزيع .

**\*تمرين ( 4 ):** اعتماداً على دراسة مسحية، تبين أن 40% من طلبة الجامعات يملكون سيارات . ما احتمال أن يملك طالبان على الأقل من بين 6 طلبة تم اختيارهم عشوائياً من تلك الجامعة سيارة؟

ثانياً: ما العدد المتوقع للقطع بنكهة الفراولة في الكيس