

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية



الملف حل أسئلة ميكل امتحان وزاري الفصل الثالث

[موقع المناهج](#) ⇨ [المناهج الإماراتية](#) ⇨ [الصف التاسع العام](#) ⇨ [رياضيات](#) ⇨ [الفصل الثالث](#)

روابط مواقع التواصل الاجتماعي بحسب الصف التاسع العام



روابط مواد الصف التاسع العام على تلغرام

[الرياضيات](#)

[اللغة الانجليزية](#)

[اللغة العربية](#)

[التربية الاسلامية](#)

المزيد من الملفات بحسب الصف التاسع العام والمادة رياضيات في الفصل الثالث

<a href="#">لوراق عمل الوحدة 12 المثلثات</a>	1
<a href="#">امتحان نهاية الفصل الثالث لعام</a>	2
<a href="#">الوحدة 12 تصنيف المثلثات ملف ثاني</a>	3
<a href="#">الوحدة 11 المستقيمات المتوازية والمتقاطعة</a>	4
<a href="#">ملزمة شاملة للفصلين الثاني والثالث</a>	5

# أسئلة هيكل 9 عام ف3-2022 نوير اليازجين

almananaj.com/ae

المنهج الإماراتي

**الكعكة** اشرح كيف توضح الصورة أن كل عبارة صحيحة. ثم اذكر مسلمة يمكن استخدامها لتوضيح أن كل عبارة صحيحة.

16-23. انظر الهامش.

16. يتقاطع الخطان  $n$  و  $\ell$  عند النقطة  $K$ .

17. يتقاطع المستويان  $P$  و  $Q$  في الخط  $m$ .

18. تُحدد النقاط  $D$  و  $K$  و  $H$  مستوى واحدًا.

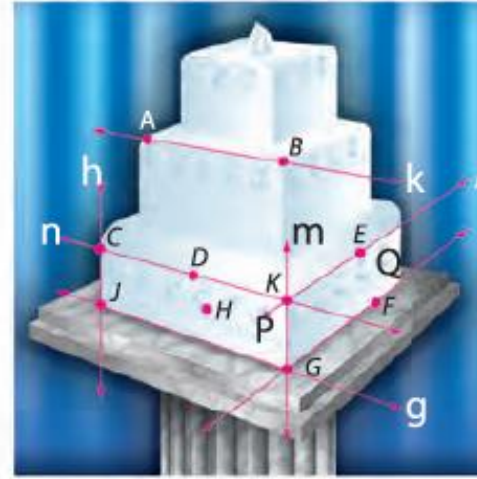
19. تقع النقطة  $D$  أيضًا على الخط  $n$  الذي يمر بالنقطتين  $C$  و  $k$ .

20. تقع النقطتان  $D$  و  $H$  على خط واحد.

21. النقاط  $E$  و  $F$  و  $G$  على مستوى واحد.

22. يقع  $\overleftrightarrow{EF}$  في المستوى  $Q$ .

23. يتقاطع الخطان  $h$  و  $g$  عند النقطة  $J$ .



22. الجزء السفلي من الكعكة جانب.

يشكل وصل النقطتين  $E$  و  $F$

مستقيماً محتوئاً على هذا الجانب.

المسلمة 5.5؛ إذا وقعت نقطتان

على مستوى واحد، فإن المستقيم

الذي يضم تلك النقاط يقع بكامله

في ذلك المستوى.

23. تشكل الحواف العلوية للطبقة

السفلى مستقيماً متقاطعة.

يتقاطع المستقيمان  $h$  و  $g$  في

هذه الكعكة مرة واحدة فقط في

النقطة  $J$ . المسلمة 5.6؛ إذا تقاطع

مستقيمان، فإن تقاطعهما هو نقطة

واحدة بالضبط.

19. الحافة العلوية للطبقة السفلية من

الكعكة هي خط مستقيم  $n$ . تقع

النقاط  $C$  و  $D$  و  $K$  على طول هذه

الحافة. وبالتالي فإنها تتوضع على

طول المستقيم  $n$ . المسلمة 5.3؛

يضم أي مستقيم على الأقل نقطتين.

20. يمكن رسم مستقيم واحد فقط بين

النقطتين  $D$  و  $H$ . المسلمة 5.1؛

لا تشترك أي نقطتين إلا بمستقيم

واحد بالضبط.

21. الجزء الأيمن السفلي من الكعكة هو

جانب. ويضم هذا الجانب النقاط

$K$  و  $E$  و  $F$  و  $G$  ويشكل مستوئ.

المسلمة 5.2؛ لا تشترك أي ثلاث

نقاط لا تقع على استقامة واحدة إلا

بمستوئ واحد بالضبط.

16. تشكل الحواف العلوية للطبقة

السفلى مستقيماً متقاطعة.

يتقاطع المستقيمان  $n$  و  $\ell$  في

هذه الكعكة مرة واحدة فقط في

النقطة  $K$ . المسلمة 5.6؛ إذا تقاطع

مستقيمان، فإن تقاطعهما هو نقطة

واحدة بالضبط.

17. تتقاطع حواف جوانب الطبقة

السفلى للكعكة. يتقاطع المستويان

$P$  و  $Q$  من هذه الكعكة فقط مرة

واحدة في المستقيم  $m$ . المسلمة

5.7؛ إذا تقاطع مستويان، فإن

تقاطعهما هو مستقيم واحد.

18. الجزء الأيسر السفلي من الكعكة هو

جانب. ويضم هذا الجانب النقاط  $D$

و  $K$  و  $H$  ويشكل مستوئ. المسلمة

5.2؛ لا تشترك أي ثلاث نقاط لا

تقع على استقامة واحدة إلا بمستوئ

واحد بالضبط.

### المسلمات النقاط والخطوط والمستويات

الشرح	مثال
5.1 بين أي نقطتين يوجد خط واحد بالتحديد.	
5.2 بين أي ثلاث نقاط لا تقع على خط مستقيم واحد، يوجد مستوى واحد بالتحديد.	
5.3 خط مستقيم يحتوي على نقطتين على الأقل.	
5.4 يحتوي المستوى على ثلاث نقاط على الأقل لا تقع على خط مستقيم واحد.	
5.5 إذا كانت هناك نقطتان على مستوى واحد، فإن الخط المستقيم الكامل الذي يحوي تلك النقاط يقع في المستوى ذاته.	

الشرح	مثال
5.6 إذا تقاطع مستقيمان، فإن تقاطعهما يكون في نقطة واحدة بالتحديد.	
5.7 إذا تقاطع مستويان، فإن تقاطعهما يكون عبارة عن خط مستقيم.	

## المفهوم الأساسي خصائص الأعداد الحقيقية

الخصائص التالية صحيحة لأي أعداد حقيقية  $a$  و  $b$  و  $c$ .

إذا كانت $a = b$ فإن $a + c = b + c$ .	خاصية الجمع في المعادلة
إذا كانت $a = b$ فإن $a - c = b - c$ .	خاصية الطرح في المعادلة
إذا كانت $a = b$ فإن $a \times c = b \times c$ .	خاصية الضرب في المعادلة
إذا كانت $a = b$ و $c \neq 0$ فإن $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ .	خاصية القسمة في المعادلة
$a = a$	خاصية الانعكاس في المعادلة
إذا كانت $a = b$ فإن $b = a$ .	خاصية التماثل في المعادلة
إذا كانت $a = b$ و $b = c$ فإن $a = c$ .	خاصية التعدي في المعادلة
إذا كانت $a = b$ فإن $a$ يمكن أن يحل مكانها $b$ في أي معادلة أو تعبير.	خاصية التعويض في المعادلة
$a(b + c) = ab + ac$	خاصية التوزيع

## مثال 1 تفسير كل خطوة عند حل المعادلة

اثبت أن إذا كانت  $-5(x + 4) = 70$ ، فإن  $x = -18$ . اكتب تفسيرًا لكل خطوة.

$-5(x + 4) = 70$	المعادلة الأصلية أو المعطيات
$-5x + (-5)4 = 70$	خاصية التوزيع
$-5x - 20 = 70$	خاصية التعويض في المعادلة
$-5x - 20 + 20 = 70 + 20$	خاصية الجمع في المعادلة
$-5x = 90$	خاصية التعويض في المعادلة
$\frac{-5x}{-5} = \frac{90}{-5}$	خاصية القسمة في المعادلة
$x = -18$	خاصية التعويض في المعادلة

## تمرين موجه

اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة.

1A. إذا كانت  $-1 = 4 + (-5)$ ، فإن  $x - 1 = x + 4 + (-5)$ . **خاصية الجمع**1B. إذا كانت  $y = 5$ ، فإن  $y = 5$ . **خاصية التماثل**1C. اثبت أنه إذا كانت  $2x - 13 = -5$ ، فإن  $x = 4$ . اكتب تفسيرًا لكل خطوة.

1C.  $2x - 13 = -5$

(المعطيات)

$2x - 13 + 13 =$

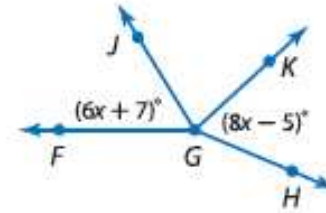
 $-5$  (خاصية الجمع)

$2x = 8$  (التعويض)

$x = 4$  (خاصية القسمة)



## مثال 3 كتابة برهان هندسي



إذا كان  $\angle JGK \cong \angle KGH$  و  $\angle FGJ \cong \angle JGK$ ، فإن  $x = 6$ .  
اكتب برهاناً من عمودين لإثبات صحة الفرضية.

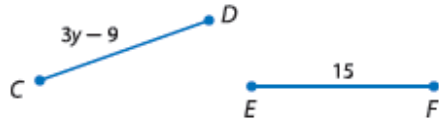
المعطيات:  $\angle FGJ \cong \angle JGK$ ,  $\angle JGK \cong \angle KGH$   
 $m\angle FGJ = 6x + 7$ ,  $m\angle KGH = 8x - 5$

المطلوب:  $x = 6$   
البرهان:

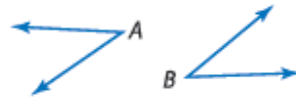
## تمرين موجه

اكتب برهاناً من عمودين لإثبات صحة كل فرضية.

3B. إذا كان  $\overline{CD} \cong \overline{EF}$ ، فإن  $y = 8$ .



3A. إذا كان  $\angle A \cong \angle B$  و  $m\angle A = 37$ ،  
فإن  $m\angle B = 37$



3B. المعطيات:

$$\overline{CD} \cong \overline{EF}$$

$$CD = 3y - 9, EF = 15$$

المطلوب:  $y = 8$

البرهان:

العبارات (الأسباب)

$$1. \overline{CD} \cong \overline{EF} \text{ (المعطيات)}$$

$$2. CD = EF$$

(تحديد  $\cong$  القطع)

$$3. 3y - 9 = 15$$

(التعويض)

$$4. 3y = 24 \text{ (خاصية الجمع)}$$

$$5. y = 8 \text{ (خاصية القسمة)}$$

3A. المعطيات:  $\angle A \cong \angle B$

$$\text{and } m\angle A = 37$$

المطلوب:  $m\angle B = 37$

البرهان:

العبارات (الأسباب)

$$1. \angle A \cong \angle B \text{ و } m\angle A = 37$$

(المعطيات)

$$2. m\angle A = m\angle B$$

(تحديد  $\cong$  الزوايا)

$$3. m\angle B = 37$$

(التعويض)

$$4. m\angle B = 37 \text{ (خاصية التماثل)}$$

## الأسباب

## العبارات

1. المعطيات

$$1. m\angle FGH = 6x + 7, m\angle KGH = 8x - 5$$

$$\angle FGJ \cong \angle JGK; \angle JGK \cong \angle KGH$$

2. تحديد الزوايا المتطابقة

$$2. m\angle FGJ = m\angle JGK; m\angle JGK = m\angle KGH$$

3. خاصية التعدي في المعادلة

$$3. m\angle FGJ = m\angle KGH$$

4. خاصية التعويض في المعادلة

$$4. 6x + 7 = 8x - 5$$

5. خاصية الجمع في المعادلة

$$5. 6x + 7 + 5 = 8x - 5 + 5$$

6. خاصية التعويض في المعادلة

$$6. 6x + 12 = 8x$$

7. خاصية الطرح في المعادلة

$$7. 6x + 12 - 6x = 8x - 6x$$

8. خاصية التعويض في المعادلة

$$8. 12 = 2x$$

9. خاصية القسمة في المعادلة

$$9. \frac{12}{2} = \frac{2x}{2}$$

10. خاصية التعويض في المعادلة

$$10. 6 = x$$

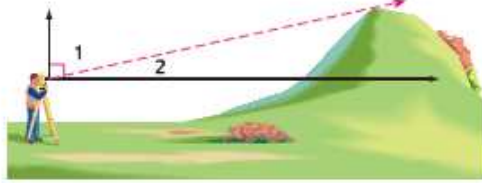
11. خاصية التماثل في المعادلة

$$11. x = 6$$

## مثال 2 من الحياة اليومية استخدام المتهم أو التكميلي

**مسح الأراضي** باستخدام مزواة، قام المشاح بالنظر إلى أعلى التل وتسجيل زاوية بمقياس 73° درجة. فما مقياس الزاوية التي تحدثها قمة التل مع الأفق؟ برر كل خطوة.

**الاستيعاب** ارسم رسماً تصويرياً لهذه الحالة. يقس المشاح زاوية خط رؤيته أدنى الخط العمودي. ارسم شعاعاً عمودياً وشعاعاً أفقياً من نقطة رؤية المشاح للتل، ثم تسمية الزوايا المتشكلة. ونحن نعلم أن الأشعة العمودية والأفقية تشكل زاوية قائمة.



**التخطيط** بما أن  $\angle 1$ ، و  $\angle 2$  يشكلان زاوية قائمة، فسيكون بإمكانك استخدام نظرية الزوايا المتتامه.

$$m\angle 1 + m\angle 2 = 90 \quad \text{الحل}$$

$$73 + m\angle 2 = 90$$

$$73 + m\angle 2 - 73 = 90 - 73$$

$$m\angle 2 = 17$$

نظرية الزوايا المتتامه

$$m\angle 1 = 73$$

خاصية الطرح في المعادلة

التمويض

## مثال 1 استخدام مسئلة إضافة زاوية

قم بإيجاد  $m\angle 1$  إذا كانت  $m\angle 2 = 56$  و  $m\angle JKL = 145$ .

$$m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle JKL$$

$$m\angle 1 + 56 = 145$$

$$m\angle 1 + 56 - 56 = 145 - 56$$

$$m\angle 1 = 89$$

مسئلة جمع زاوية

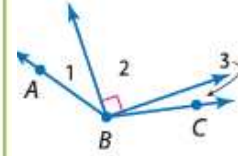
$$m\angle 2 = 56 \quad m\angle JKL = 145$$

خاصية الطرح في المعادلة

التمويض

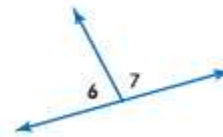
## تمرين موجه

1. إذا كانت  $m\angle ABC = 131$  و  $m\angle 1 = 23$ ، فأوجد مقياس  $\angle 3$ .  
برر كل خطوة. **انظر الهامش.**



## تمرين موجه

2.  $\angle 6$  و  $\angle 7$  يشكلان زوجاً خطياً. إذا كانت  $m\angle 6 = 3x + 32$  و  $m\angle 7 = 5x + 12$ ، فأوجد  $x$ ،  $m\angle 6$ ، و  $m\angle 7$ .  
برر كل خطوة. **انظر الهامش.**



$$m\angle 6 = 3x + 32 \quad (\text{معطى})$$

$$83 \text{ أو } 3(17) + 32 \quad (\text{بالتعويض})$$

$$m\angle 7 = 5x + 12 \quad (\text{معطى})$$

$$97 \text{ أو } 5(17) + 12 \quad (\text{بالتعويض})$$

$$m\angle 6 + m\angle 7 = 180 \quad (\cong \text{نظرية التكامل})$$

$$3x + 32 + 5x + 12 = 180 \quad (\text{بالتعويض})$$

$$8x + 44 = 180 \quad (\text{بالتعويض})$$

$$8x + 44 - 44 = 180 - 44$$

(خاصية الطرح)

$$136 = 8x \quad (\text{بالتعويض})$$

$$\frac{8x}{8} = \frac{136}{8} \quad (\text{خاصية القسمة})$$

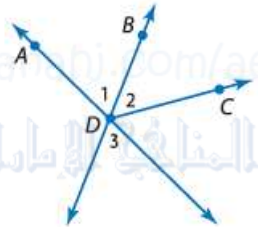
$$x = 17 \quad (\text{بالتعويض})$$

5	Write proofs involving congruent and right angles كتابة براهين تتضمن زوايا متطابقة وزوايا قائمة.	Example- 3-4 مثال 3- 4	576-577
---	---	---------------------------	---------

### تمرين موجه

4. إذا كانت الزاويتان  $\angle 3$  و  $\angle 4$  زاويتين متقابلتين بالرأس، وكانت  $m\angle 3 = 6x + 2$  و  $m\angle 4 = 8x - 14$ ، فأوجد  $m\angle 3$  و  $m\angle 4$ . برر كل خطوة.

4.  $m\angle 3 = m\angle 4$  (نظرية الزوايا المتقابلة بالرأس)  
 $6x + 2 = 8x - 14$   
(التعويض)  
 $-6x + 2 + 14 = 8x$   
 $14 + 14$  (خاصية الجمع)  
 $6x + 16 = 8x$   
(التعويض)  
 $6x + 16 - 6x = 8x - 6x$   
(خاصية الطرح)  
 $2x = 16$  (التعويض)  
 $\frac{16}{2} = \frac{2x}{2}$  (خاصية القسمة)  
 $x = 8$  (التعويض)  
 $m\angle 3 = 6x + 2$   
(المعطيات)  
 $m\angle 3 = 6(8) + 2$  أو 50  
(التعويض)  
 $m\angle 4 = m\angle 3$  (نظرية الزوايا المتقابلة بالرأس)  
 $m\angle 4 = 50$  (التعويض)



### مثال 4 استخدام الزوايا المتقابلة بالرأس

اثبت إنه إذا كانت  $\overrightarrow{DB}$  تنصف  $\angle ADC$ ، فإن  $\angle 2 \cong \angle 3$ .

المعطيات:  $\overrightarrow{DB}$  تنصف  $\angle ADC$ .

المطلوب:  $\angle 2 \cong \angle 3$

البرهان:

الأسباب	العبارات
1. المعطيات	1. $\overrightarrow{DB}$ تنصف $\angle ADC$ .
2. تحديد منصف الزاوية	2. $\angle 1 \cong \angle 2$
3. تحديد الزوايا المتقابلة بالرأس	3. $\angle 1$ و $\angle 3$ هما زاويتان متقابلتان بالرأس.
4. الزوايا المتقابلة بالرأس هي $\cong$ .	4. $\angle 3 \cong \angle 1$
5. خاصية التعدي في التطابق	5. $\angle 3 \cong \angle 2$
6. خاصية التماثل في التطابق	6. $\angle 2 \cong \angle 3$

### مثال 3 الإثبات باستخدام نظريات المتتامات أو المتكاملات المتطابقة

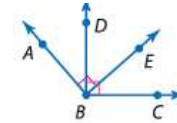
اثبت أن الزاويتين المتقابلتين بالرأس 2 و 4 الموضحتين في الصورة على اليسار متطابقتان.

المعطيات:  $\angle 2$  و  $\angle 4$  زاويتان متقابلتان بالرأس.

المطلوب:  $\angle 2 \cong \angle 4$

البرهان:

الأسباب	العبارات
1. المعطيات	1. $\angle 2$ و $\angle 4$ هما زاويتان متقابلتان بالرأس.
2. تحديد الزوايا المتقابلة بالرأس	2. $\angle 2$ و $\angle 4$ هما زاويتان غير مجاورتين تشكلهما الخطوط المتقاطعة.
3. تحديد الزوج الخفي	3. $\angle 2$ و $\angle 3$ يشكلان زوجًا خطيًا. $\angle 3$ و $\angle 4$ يشكلان زوجًا خطيًا.
4. النظرية المتكاملة	4. $\angle 2$ و $\angle 3$ متكاملتان. $\angle 3$ و $\angle 4$ متكاملتان.
5. مكمل للزاوية ذاتها $\angle$ أو $\angle \cong \angle$ هما $\cong$ .	5. $\angle 2 \cong \angle 4$

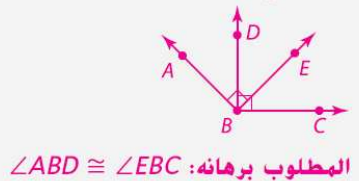


### تمرين موجه

3. في الشكل،  $\angle DBC$  و  $\angle ABE$  هما زاويتان مستقيمتان.

اثبت أن  $\angle ABD \cong \angle EBC$ . انظر الهامش.

3. المعطى:  $\angle ABE$  و  $\angle DBC$  زاويتان قائمتان.



المطلوب برهانه:  $\angle ABD \cong \angle EBC$

البرهان:  
العبارات (المبررات)  
1.  $\angle ABE$  و  $\angle DBC$  زاويتان قائمتان. (معطى)  
2.  $m\angle ABE = 90$ ;  $m\angle DBC = 90$  (تعريف الزوايا القائمة  $\angle$ )  
3.  $\angle ABD$  و  $\angle DBE$  زاويتان متتامتان؛  $\angle DBE$  و  $\angle EBC$  زاويتان متتامتان. ( $\cong$  الزاويتان المطابقتان لزاويتين متتامتين متتامتان)  
4.  $\angle ABD \cong \angle EBC$  ( $\cong$  الزاويتان المتتامتان للزاوية نفسها  $\angle$  أو  $\angle \cong \angle$  أو لزاويتين متطابقتين متطابقتان  $\cong$ ).



### مثال 1 من الحياة اليومية تحديد العلاقات المتوازية والمتخالفة

حدد كلاً مما يلي باستخدام قطعة الجبن أدناه.

a. كل القطع المستقيمة المتوازية مع  $\overline{JP}$

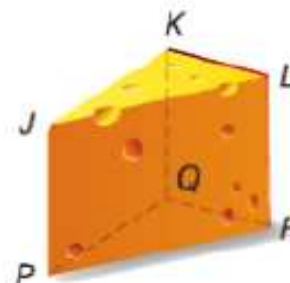
$\overline{LR}$  و  $\overline{KQ}$

b. قطعة مستقيمة متخالفة مع  $\overline{KL}$

$\overline{JP}$ ،  $\overline{PQ}$  أو  $\overline{PR}$

c. مستوى متوازٍ مع المستوى  $PQR$

المستوى  $JKL$  هو المستوى الوحيد المتوازي مع المستوى  $PQR$ .



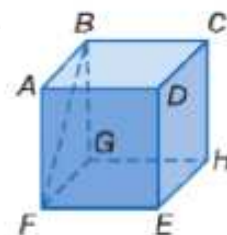
### تمرين موجه

حدد كلاً مما يلي باستخدام المكعب الموضح.

1A. كل القطع المستقيمة المتخالفة مع  $\overrightarrow{BC}$   $\overrightarrow{AF}$ ،  $\overrightarrow{DE}$ ،  $\overrightarrow{FG}$ ،  $\overrightarrow{HE}$

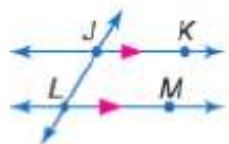
1B. قطعة مستقيمة متوازية مع  $\overrightarrow{EH}$   $\overrightarrow{AB}$ ،  $\overrightarrow{CD}$  أو  $\overrightarrow{FG}$

1C. كل المستويات المتوازية مع المستوى  $DCH$  المستوى  $ABG$



### المفاهيم الأساسية التوازي والتخالف

يتم استخدام الأسهم لتبين أن المستقيمين متوازيين.



**المستقيمتان المتوازيتان** هي مستقيمتان منحدة المستوى غير متقاطعة.

مثال  $\overrightarrow{JK} \parallel \overrightarrow{LM}$

**المستقيمتان المتخالفتان** هي مستقيمتان غير متقاطعة وليست منحدة المستوى.

مثال المستقيمان  $l$  و  $m$  مستقيمان متخالفتان.

**المستويان المتوازيان** هي مستويان غير متقاطعة.

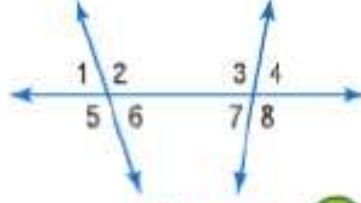
مثال المستويان  $A$  و  $B$  مستويان متوازيان.



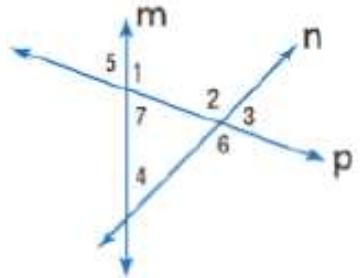


## المفهوم الأساسي العلاقات بين أزواج الزوايا المتقاطعة

أربع زوايا داخلية تقع في المنطقة بين المستقيمين $r$ و $q$ .	$\angle 3$ و $\angle 5$ ، $\angle 4$ و $\angle 6$
أربع زوايا خارجية تقع في المنطقتين اللتين ليستا بين المستقيمين $r$ و $q$ .	$\angle 1$ و $\angle 7$ ، $\angle 2$ و $\angle 8$
الزوايا الداخلية المتتالية هي الزوايا الداخلية التي تقع على نفس الضلع من القاطع $t$ .	$\angle 4$ و $\angle 3$ ، $\angle 5$ و $\angle 6$
الزوايا الداخلية المتبادلة هي الزوايا الداخلية غير المتجاورة التي تقع على جهتين مختلفتين للقاطع $t$ .	$\angle 3$ و $\angle 4$ ، $\angle 5$ و $\angle 6$
الزوايا الخارجية المتبادلة هي الزوايا الخارجية غير المتجاورة التي تقع على جهتين مختلفتين للقاطع $t$ .	$\angle 1$ و $\angle 7$ ، $\angle 2$ و $\angle 8$
الزوايا المتناظرة تقع على نفس الضلع للقاطع $t$ وعلى نفس الضلع للمستقيمين $r$ و $q$ .	$\angle 1$ و $\angle 5$ ، $\angle 2$ و $\angle 6$ ، $\angle 3$ و $\angle 7$ ، $\angle 4$ و $\angle 8$



داخلية متبادلة  $\angle 1$  و  $\angle 8$  ،  $\angle 3$  و  $\angle 6$   
خارجية متبادلة  $\angle 2$  و  $\angle 5$  ،  $\angle 4$  و  $\angle 7$



صنّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا باعتبارها زوايا داخلية متبادلة أو زوايا خارجية متبادلة أو زوايا متناظرة أو زوايا داخلية متتالية.

متناظرة  $\angle 2$  و  $\angle 4$   
داخلية متتالية  $\angle 6$  و  $\angle 7$

مثال 3 حدد القاطع الواصل بين كل زوج من الزوايا. ثم صنّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا.

9. المستقيم  $m$  متناظرة  $\angle 2$  و  $\angle 4$   
10. المستقيم  $p$  خارجية متبادلة  $\angle 5$  و  $\angle 6$   
11. المستقيم  $m$  داخلية متتالية  $\angle 4$  و  $\angle 7$   
12. المستقيم  $p$  خارجية متبادلة  $\angle 2$  و  $\angle 7$

1.  $m\angle 4 = 85$  الزوايا المتناظرة متطابقة.

2.  $m\angle 6 = 85$  الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة.

3.  $m\angle 7 = 95$  الزاويتان 2 و 7 زاويتان متكاملتان.

4.  $m\angle 4 = 110$  الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة.

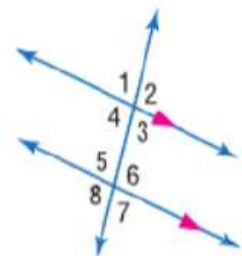
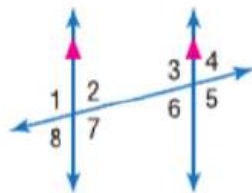
5.  $m\angle 3 = 70$  الزاويتان الداخليتان الواقعتان على نفس جهة القاطع متكاملتان.

6.  $m\angle 1 = 70$  الزوايا المتقابلة بالرأس متطابقة.

7.  $x = 115$  زاويتان متكاملتان؛  $y = 115$  الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة.

8.  $x = 108$  الزوايا الخارجية المتبادلة متطابقة.

9.  $x = 55$  الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة.



في الشكل،  $m\angle 2 = 85$ . جـد قياس كل زاوية. اذكر أي مسئلة (مسلمات) أو نظرية (نظريات) استخدمتها.

1.  $\angle 4$

2.  $\angle 6$

3.  $\angle 7$

في الشكل،  $m\angle 6 = 110$ . جـد قياس كل زاوية. اذكر أي مسئلة (مسلمات) أو نظرية (نظريات) استخدمتها.

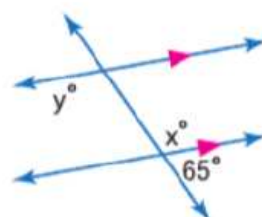
4.  $\angle 4$

5.  $\angle 3$

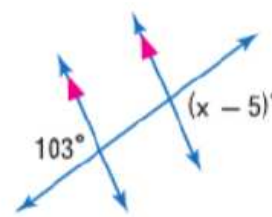
6.  $\angle 1$

جـد قيمة المتغير (المتغيرات) في كل شكل. اشرح استنتاجك.

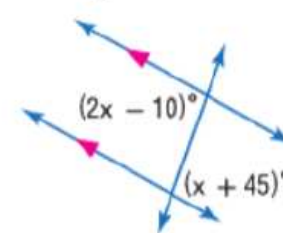
7.



8.



9.



### نظريات المستقيمتين المتوازيين وأزواج الزوايا

12.1 نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة إذا قطع قاطع مستقيمتين متوازيين، فإذا يكون كل زوج من الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقاً.

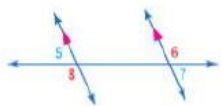
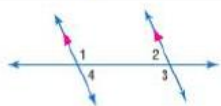
أمثلة  $\angle 1 \cong \angle 3$  و  $\angle 2 \cong \angle 4$

12.2 نظرية الزوايا الداخلية المتتالية إذا قطع قاطع مستقيمتين متوازيين، فإذا يكون كل زوج من الزوايا المتتالية متكافئاً.

أمثلة  $\angle 1$  و  $\angle 2$  متكاملتان.  $\angle 3$  و  $\angle 4$  متكاملتان.

12.3 نظرية الزوايا الخارجية المتبادلة إذا قطع قاطع مستقيمتين متوازيين فإذا يكون كل زوج من الزوايا الخارجية المتبادلة متطابقاً.

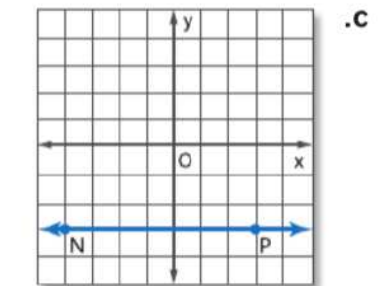
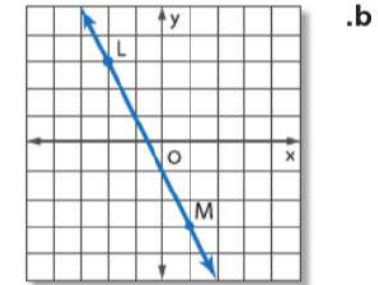
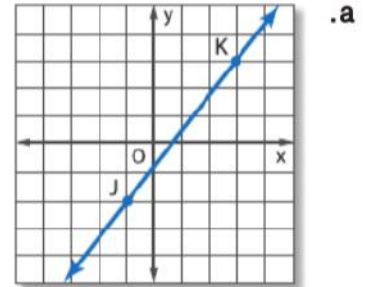
أمثلة  $\angle 5 \cong \angle 7$  و  $\angle 6 \cong \angle 8$



9	Classify the slopes of lines-	Example- 1	610
	تصنيف ميول المستقيمات	مثال 1-	

### مثال 1 إيجاد ميل المستقيم

جد ميل كل مستقيم.



عوّض  $(-1, -2)$  عن  $(x_1, y_1)$  و  $(3, 3)$  عن  $(x_2, y_2)$ .

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - (-2)}{3 - (-1)} = \frac{5}{4}$$

قانون الميل

تعويض

بسط.

عوّض  $(-2, 3)$  عن  $(x_1, y_1)$  و  $(1, -3)$  عن  $(x_2, y_2)$ .

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3 - 3}{1 - (-2)} = -2$$

قانون الميل

التعويض

بسط.

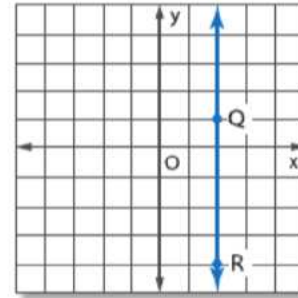
عوّض  $(-4, -3)$  عن  $(x_1, y_1)$  و  $(3, -3)$  عن  $(x_2, y_2)$ .

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3 - (-3)}{3 - (-4)} = \frac{0}{7} = 0$$

قانون الميل

تعويض

بسط.



عوّض  $(2, 1)$  عن  $(x_1, y_1)$  و  $(2, -4)$  عن  $(x_2, y_2)$ .

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4 - 1}{2 - 2} = \frac{-5}{0}$$

قانون الميل

تعويض

بسط.

هذا الميل غير محدد.

تمرين موجه 1A.  $\frac{1}{3}$  1B.  $-\frac{1}{14}$

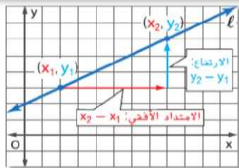
1A. المستقيم المار بالنقطتين  $(6, -2)$  و  $(-3, -5)$

1C. المستقيم المار بالنقطتين  $(4, 2)$  و  $(4, -3)$  غير محدد

1B. المستقيم المار بالنقطتين  $(8, -3)$  و  $(-6, -2)$

1D. المستقيم المار بالنقطتين  $(4, 3)$  و  $(-3, 3)$  0

#### المفهوم الأساسي ميل المستقيم



في المستوى الإحداثي، ميل المستقيم هو نسبة التغير بطول المحور  $y$  إلى التغير بطول المحور  $x$  بين أي نقطتين على المستقيم.

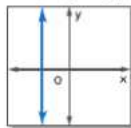
الميل  $m$  للمستقيم الذي يحتوي على نقطتين لهما الإحداثيات  $(x_1, y_1)$  و  $(x_2, y_2)$  محدد من خلال القاعدة

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ حيث إن } x_1 \neq x_2$$

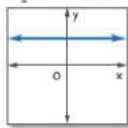
$$m = \frac{\text{الارتفاع}}{\text{الامتداد الأفقي}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

#### ملخص المفهوم تصنيف الميول

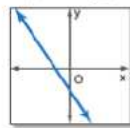
الميل غير المحدد



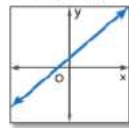
الميل الصفري



الميل السالب



الميل الموجب





اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم ذي الميل المعطى والمقطع من المحور  $y$ . ثم مثل المستقيم بيانيًا.

13.  $m: -5, y$  المقطع من المحور

14.  $m: -7, b: -4$

15.  $m: 9, b: 2$

16.  $m: 12, y$  المقطع من المحور:  $\frac{4}{5}$

17.  $m: -\frac{3}{4}, (0, 4)$

18.  $m: \frac{5}{11}, (0, -3)$

اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للمستقيم ذي الميل المعطى والذي يمر بالنقطة المعطاة. ثم مثل المستقيم بيانيًا.

19.  $m = 2, (3, 11)$

20.  $m = 4, (-4, 8)$  21.  $m = -7, (1, 9)$

22.  $m = \frac{5}{7}, (-2, -5)$  23.  $m = -\frac{4}{5}, (-3, -6)$  24.  $m = -2.4, (14, -12)$

## المفهوم الأساسي معادلات المستقيم غير الرأسى

$$y = mx + b$$

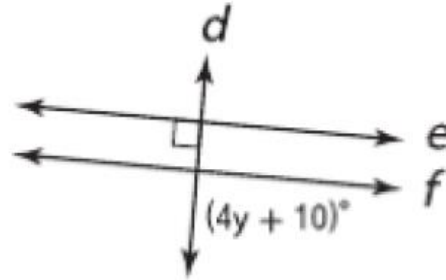
الميل  $m$  هو طول المقطع من المحور  $y$ .

صيغة الميل والمقطع لمعادلة خطية هي  $y = mx + b$  حيث  $m$  هو ميل الخط و  $b$  هو طول المقطع من المحور  $y$ .

$$y - 5 = -2(x - 3)$$

النقطة على المستقيم  $(3, 5)$

صيغة النقطة والميل لمعادلة خطية هي  $y - y_1 = m(x - x_1)$  حيث  $(x_1, y_1)$  تمثل أي نقطة على المستقيم و  $m$  هو ميل المستقيم.



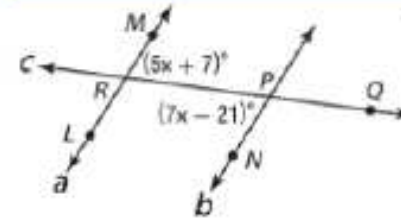
2. جد  $y$  بحيث يكون  $e \parallel f$ . اكتب الحل هنا.

20

تمرين موجه

مثال 2 على الاختبار المعياري استخدام علاقات الزوايا

مسألة غير محددة الإجابة جد  $m\angle MRQ$  بحيث يكون  $a \parallel b$ . اكتب الحل هنا.



قراءة فقرة الاختبار

من الشكل، نعرف أن  $m\angle MRQ = 5x + 7$  وأن  $m\angle RPN = 7x - 21$ . والمطلوب منك هو إيجاد قياس  $\angle MRQ$ .

حل فقرة الاختبار

$\angle MRQ$  و  $\angle RPN$  هما زاويتان داخليتان متبادلتان، وليكون المستقيمان  $a$  متوازيين. ينبغي أن تكون الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة، لذا  $\angle MRQ \cong \angle RPN$ . وبحسب تعريف التماثل، فإن  $m\angle MRQ = m\angle RPN$ . أدرج قياسات الزوايا المعطاة في هذه المعادلة وحسب قيمة  $x$ .

$$m\angle MRQ = m\angle RPN$$

الزوايا الداخلية المتبادلة

$$5x + 7 = 7x - 21$$

التمويض

$$7 = 2x - 21$$

أطرح  $5x$  من كل طرف.

$$28 = 2x$$

اجمع 12 على كل طرف

$$14 = x$$

اقسم كل طرف على 2.

والآن، استخدم قيمة  $x$  لإيجاد  $\angle MRQ$ .

$$m\angle MRQ = 5x + 7$$

التمويض

$$= 5(14) + 7$$

 $x = 14$ 

$$= 77$$

بسط.

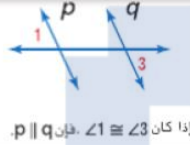
التحقق راجع إجابتك باستخدام قيمة  $x$  لإيجاد  $m\angle RPN$ .

$$m\angle RPN = 7x - 21$$

$$= 7(14) - 21 = 77 \checkmark$$

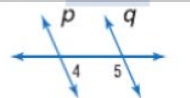
بما أن  $\angle MRQ \cong \angle RPN$  و  $a \parallel b$ ،  $m\angle MRQ = m\angle RPN$  ✓

## نظريات إثبات توازي المستقيمتين



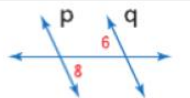
## 12.5 معكوس الزوايا الخارجية المتبادلة

إذا قُطع مستقيمان على مستوى بواسطة قاطع بحيث يكون زوج من الزوايا المتبادلة الخارجية متطابقاً، فإن المستقيمين متوازيان.



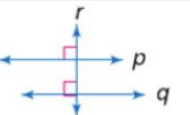
## 12.6 معكوس الزوايا الداخلية المتتالية

إذا قُطع مستقيمان على مستوى بواسطة قاطع بحيث يكون زوج من الزوايا الداخلية المتتالية متكاملين، فإن المستقيمين متوازيان.



## 12.7 معكوس الزوايا الداخلية المتبادلة

إذا قُطع مستقيمان في مستوى بواسطة قاطع بحيث يكون زوج من الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقاً، فإن المستقيمين متوازيان.

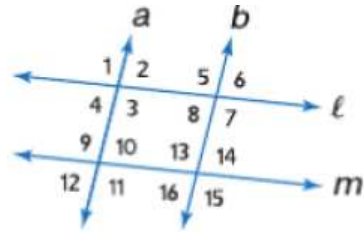


## 12.8 معكوس القاطع العمودي

في مستوى، إذا كان مستقيمان عموديين على المستقيم نفسه، فإنهما متوازيان.

إذا كان  $p \perp r$ ،  $q \perp r$ ، فإن  $p \parallel q$

12	Prove that two lines are parallel اثبات ان مستقيمين متوازيان	Example- 1- مثال 1-	630
----	---	------------------------	-----



- 1A.  $\angle 2 \cong \angle 8$  1B.  $\angle 3 \cong \angle 11$   
 1C.  $\angle 12 \cong \angle 14$  1D.  $\angle 1 \cong \angle 15$   
 1E.  $m\angle 8 + m\angle 13 = 180$  1F.  $\angle 8 \cong \angle 6$

تمرين موجه

1A.  $a \parallel b$ : معكوس

نظرية الزوايا

الداخلية

المتبادلة

1B.  $l \parallel m$ : معكوس

مسلمة الزوايا

المتناظرة

1C.  $a \parallel b$ : معكوس

نظرية الزوايا

الخارجية

المتبادلة

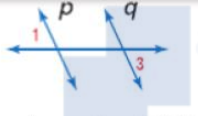
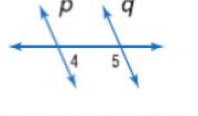
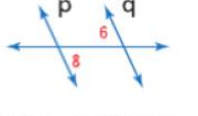
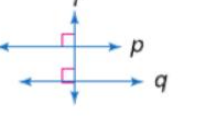
1D. غير ممكن

1E.  $l \parallel m$ : معكوس

نظرية الزوايا

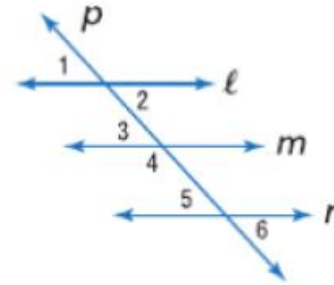
الداخلية المتتالية

1F. غير ممكن

نظريات إثبات توازي المستقيمات	12.5 معكوس الزوايا الخارجية المتبادلة إذا قُطع مستقيمان على مستوى بواسطة قاطع بحيث يكون زوج من الزوايا المتبادلة الخارجية متطابقاً، فإن المستقيمين متوازيان.
 إذا كان $\angle 1 \cong \angle 3$ ، فإن $p \parallel q$ .	12.6 معكوس الزوايا الداخلية المتتالية إذا قُطع مستقيمان على مستوى بواسطة قاطع بحيث يكون زوج من الزوايا الداخلية المتتالية متكافئاً، فإن المستقيمين متوازيان.
 إذا كان $m\angle 4 + m\angle 5 = 180$ ، فإن $p \parallel q$ .	12.7 معكوس الزوايا الداخلية المتبادلة إذا قُطع مستقيمان في مستوى بواسطة قاطع بحيث يكون زوج من الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقاً، فإن المستقيمين متوازيان.
 إذا كان $\angle 6 \cong \angle 8$ ، فإن $p \parallel q$ .	12.8 معكوس القاطع العمودي في مستوى، إذا كان مستقيمان عموديين على المستقيم نفسه، فإنهما متوازيان.
 إذا كان $p \perp r$ ، $q \perp r$ ، فإن $p \parallel q$ .	

## مثال 1 تحديد المستقيمات المتوازية

بناءً على المعلومات التالية، حدد أي المستقيمات، إن وُجدت، متوازية. اذكر المسألة أو النظرية التي تعلق إجابتك.



a.  $\angle 1 \cong \angle 6$

$\angle 1$  و  $\angle 6$  هما زاويتان خارجيتان متبادلتان على المستقيمين  $l$  و  $n$ . بما أن  $\angle 1 \cong \angle 6$ ، فإن  $l \parallel n$  بناءً على معكوس نظرية الزوايا الخارجية المتبادلة.

b.  $\angle 2 \cong \angle 3$

$\angle 2$  و  $\angle 3$  هما زاويتان داخليتان متبادلتان على المستقيمين  $l$  و  $m$ . بما أن  $\angle 2 \cong \angle 3$ ، فإن  $l \parallel m$  بناءً على معكوس نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة.



13	Find the distance between two parallel linesFind the distance between a point and a line أيجاد المسافة بين نقطة ومستقيم.	Example- 1- مثال 1-	638
----	---	------------------------	-----

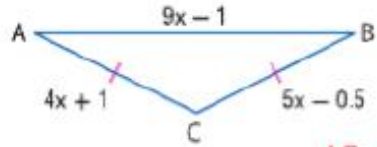
### تمرين موجه

2. المستقيم  $\ell$  يحتوي على نقطتين في  $(1, 2)$  و  $(5, 4)$ . فأنشئ خطاً عمودياً على  $\ell$  ويمر بالنقطة  $P(1, 7)$ . ثم جـد المسافة من  $P$  إلى  $\ell$ .  $\sqrt{20} \approx 4.47$

### مثال 2 المسافة من نقطة إلى مستقيم على المستوى الإحداثي

الهندسة الإحداثية المستقيم  $\ell$  يمر بالنقطتين  $(-5, 3)$  و  $(4, -6)$ . جـد المسافة بين المستقيم  $\ell$  والنقطة  $P(2, 4)$ .

## مثال 5 إيجاد القيم المفقودة



الجبر جـد قياسات أضلاع المثلث متساوي الساقين ABC

الخطوة 1 جـد قيمة  $x$ .

$$AC = CB$$

معطى

$$4x + 1 = 5x - 0.5$$

التعويض

$$1 = x - 0.5$$

اطرح  $4x$  من كل ضلع.

$$1.5 = x$$

بجمع 0.5 إلى كل طرف.

الخطوة 2 قم بالتعويض لإيجاد طول كل ضلع.

$$AC = 4x + 1$$

معطى

$$= 4(1.5) + 1 = 7$$

$$x = 1.5$$

$$CB = AC$$

معطى

$$= 7$$

$$AC = 7$$

$$AB = 9x - 1$$

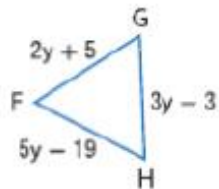
معطى

$$= 9(1.5) - 1$$

$$x = 1.5$$

$$= 12.5$$

بسط.



تمرين موجّه

5. جـد قياس أضلاع المثلث متساوي الأضلاع FGH.

$$FG = GH = HF = 21$$

## مثال 3 من الحياة اليومية تصنيف المثلثات حسب الأضلاع



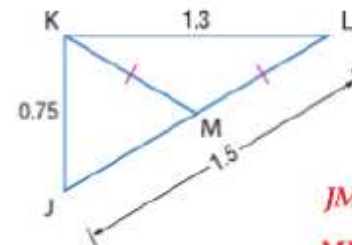
الموسيقى ضع تصنيفًا لصندوق أصوات العزف الروسي أدناه باعتبارها متساوي الأضلاع أو متساوي الساقين أو مختلف الأضلاع.

ضلعان لهما القياس نفسه وهو 40 cm. إذا، المثلث له ضلعان متطابقان. المثلث متساوي الساقين.

تمرين موجّه

3. سلامة القيادة ضع تصنيفًا للزر في الصورة على اليمين حسب أضلاعه. متساوي الأضلاع

## مثال 4 تصنيف المثلثات حسب الأضلاع داخل الأشكال

إذا كانت النقطة  $M$  هي نقطة المنتصف في  $\overline{JL}$ ، فضع تصنيفًا للمثلث  $\triangle KJM$  باعتباره متساوي الأضلاع، أو متساوي الساقين، أو مختلف الأضلاع. اشرح تبريرك.حسب تعريف نقطة المنتصف،  $JM = ML$ .

$$JM + ML = JL$$

مُسَلِّمة جمع القطع المستقيمة

$$ML + ML = 1.5$$

تعويض

$$2ML = 1.5$$

بسط.

$$ML = 0.75$$

اقسم الطرفين على 2.

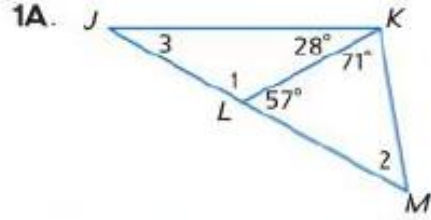
$$JM = ML \text{ أو } 0.75. \text{ بما أن } \overline{KM} \cong \overline{ML} \text{ أو } \overline{KM} = \overline{ML}.$$

بما أن  $KJ = JM = KM = 0.75$  يضم المثلث ثلاثة أضلاع بالقياس نفسه. ولهذا، يضم المثلث ثلاثة أضلاع متطابقة. ولهذا فهو متساوي الأضلاع.

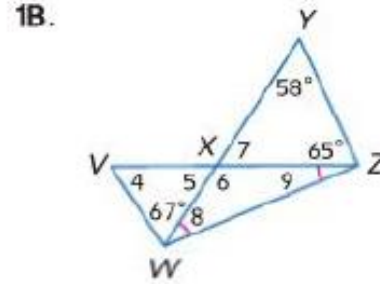
تمرين موجّه 4. متساوية الساقين: ضلعان في المثلث متطابقان.

4. صنف  $\triangle KML$  باعتبارها متساوي الأضلاع، أو متساوي الساقين، أو مختلف الأضلاع. اشرح تبريرك.

تمرين موجه  
1B.  $m\angle 4 = 56$ ,  $m\angle 5 = 57$ ,  $m\angle 6 = 123$ ,  
 $m\angle 7 = 57$ ,  $m\angle 8 = m\angle 9 = 28.5$   
جد قياس جميع الزوايا المرقمة.

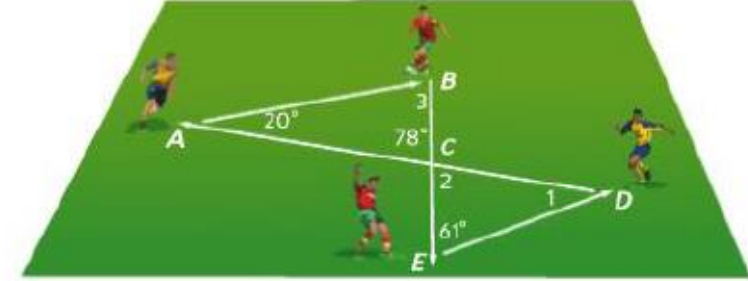


$$m\angle 1 = 123, m\angle 2 = 52, m\angle 3 = 29$$



مثال 1 من الحياة اليومية استخدام نظرية مجموع زوايا المثلث

كرة القدم يوضح الرسم التخطيطي مسار الكرة في تدريب على التمرير لأربعة أصدقاء. جد قياس كل زاوية مرقمة.



الفهم افحص المعلومات المذكورة في الرسم التخطيطي. أنت تعرف قياسي زاويتين في مثلث واحد وقياس زاوية واحدة فقط في مثلث آخر. أنت تعرف أيضاً أن  $\angle ACB$  و  $\angle 2$  زاويتان رأسيتان.

التخطيط جد  $m\angle 3$  باستخدام نظرية مجموع زوايا المثلث لأن قياسي زاويتي  $\angle ABC$  معلوم. استخدم نظرية الزوايا الرأسية لإيجاد  $m\angle 2$ . ثم ستكون لديك معلومات كافية لإيجاد قياس  $\angle 1$  في  $\triangle CDE$ .

الحل نظرية مجموع زوايا المثلث  $m\angle 3 + m\angle BAC + m\angle ACB = 180$

$$m\angle 3 + 20 + 78 = 180 \quad \text{تعويض}$$

$$m\angle 3 + 98 = 180 \quad \text{بسط.}$$

$$m\angle 3 = 82 \quad \text{اطرح 98 من كل طرف.}$$

$$m\angle 2 = 78 \quad \text{زاويتان رأسيتان متطابقتان. إذاً، } m\angle 2 = 78$$

استخدم  $m\angle 2$  و  $\angle CED$  في  $\triangle CDE$  لإيجاد قيمة  $m\angle 1$ .

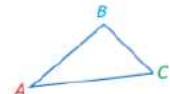
$$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle CED = 180 \quad \text{نظرية مجموع زوايا المثلث}$$

$$m\angle 1 + 78 + 61 = 180 \quad \text{تعويض}$$

$$m\angle 1 + 139 = 180 \quad \text{بسط.}$$

$$m\angle 1 = 41 \quad \text{اطرح 139 من كل طرف.}$$

النظرية 13.1 نظرية مجموع زوايا المثلث



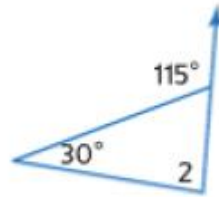
الشرح يبلغ مجموع قياس زوايا المثلث 180.

$$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180 \quad \text{مثال}$$

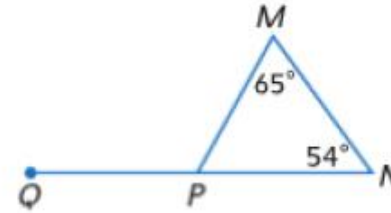


جد قياس كل مما يلي.

3.  $m\angle 2 = 85^\circ$



4.  $m\angle MPQ = 119$



المقعد تشكل دعامة مقعد الاسترخاء هذا مثلثاً مع بقية هيكل المقعد كما هو ظاهر. إذا علمت أن  $m\angle 1 = 105$  و  $m\angle 3 = 48$  فجد كل قياس.



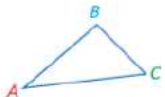
5.  $m\angle 4 = 57^\circ$

6.  $m\angle 6 = 132^\circ$

7.  $m\angle 2 = 75^\circ$

8.  $m\angle 5 = 123$

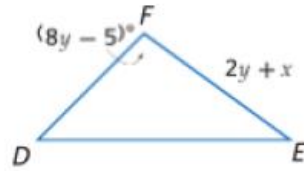
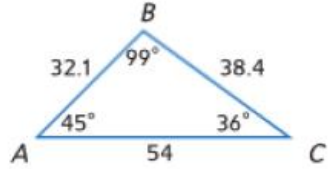
### النظرية 13.1 نظرية مجموع زوايا المثلث



الشرح يبلغ مجموع قياس زوايا المثلث 180.

مثال  $m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180$

## مثال 2 استخدام الأجزاء المتناظرة في مثلثين متطابقين

في الرسم التخطيطي،  $\triangle ABC \cong \triangle DFE$ . جد قيمة  $x$  و  $y$ .

$$\angle F \cong \angle B$$

خاصية الانعكاس في  
التطابق

$$m\angle F = m\angle B$$

تعريف التطابق

$$8y - 5 = 99$$

تعويض

$$8y = 104$$

اجمع 5 إلى كل طرف.

$$y = 13$$

اقسم الطرفين على 8.

$$\overline{FE} \cong \overline{BC}$$

خاصية الانعكاس في التطابق

$$FE = BC$$

تعريف التطابق

$$2y + x = 38.4$$

تعويض

$$2(13) + x = 38.4$$

تعويض

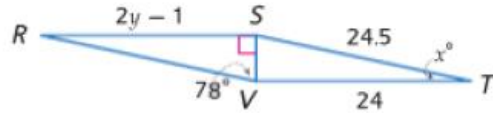
$$26 + x = 38.4$$

بسط.

$$x = 12.4$$

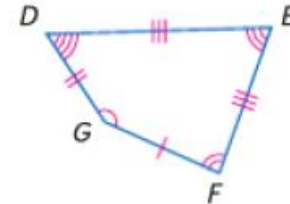
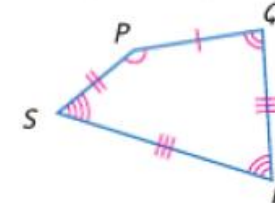
اطرح 26 من كل طرف.

تمرين موجه

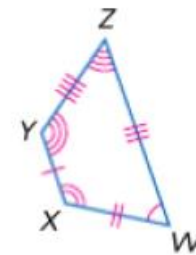
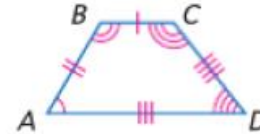
2. في الرسم التخطيطي،  $\triangle RSV \cong \triangle TVS$ .جد قيمة  $x$  و  $y$ .  $x = 12$ ;  $y = 12.5$ 

## مثال 1 تحديد الأجزاء المتطابقة المتناظرة

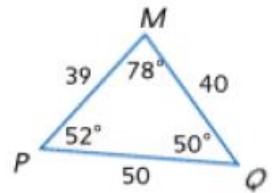
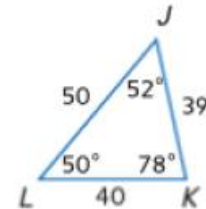
وضح أن الشكلين المضلعين متطابقان عن طريق تحديد جميع الأجزاء المتناظرة المتطابقة. ثم اكتب جملة التطابق.

الزوايا:  $\angle P \cong \angle G$ ,  $\angle Q \cong \angle F$ ,  
 $\angle R \cong \angle E$ ,  $\angle S \cong \angle D$ الأضلاع:  $\overline{PQ} \cong \overline{GF}$ ,  $\overline{QR} \cong \overline{FE}$ ,  
 $\overline{RS} \cong \overline{ED}$ ,  $\overline{SP} \cong \overline{DG}$ جميع الأجزاء المتناظرة في المضلعين متطابقة.  
ولذلك، المضلع  $PQRS \cong$  المضلع  $GFED$ .

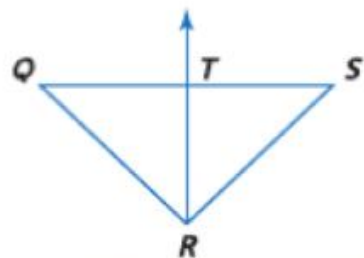
1A.



1B.

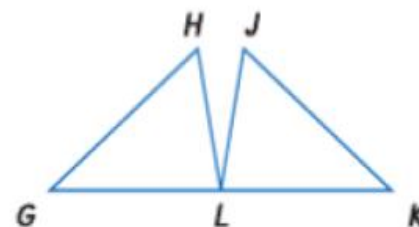


تمرين موجه 1A-1B. انظر الهامش.



تمرين موجه

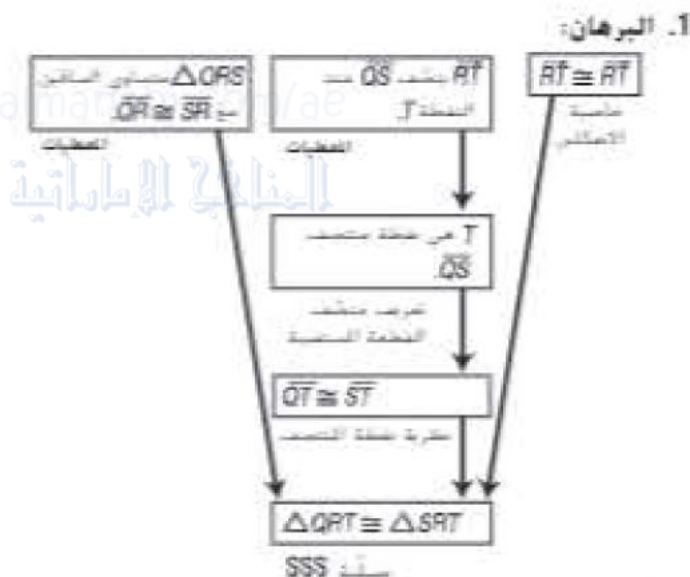
1. اكتب برهاناً تسلسلياً. انظر ملحق إجابات الوحدة 13

المعطيات:  $\triangle QRS$  متساوي الساقين حيث  $\overline{QR} \cong \overline{SR}$ . $\overline{RT}$  ينصف  $\overline{QS}$  عند النقطة  $T$ .المطلوب:  $\triangle QRT \cong \triangle SRT$ 

اكتب برهاناً تسلسلياً.

المعطيات:  $\overline{GH} \cong \overline{JL}$  و  $\overline{HL} \cong \overline{KL}$  و  $L$ نقطة المنتصف في  $\overline{GK}$ .المطلوب:  $\triangle GHL \cong \triangle KJL$ 

البرهان التسلسلي:





## مثال 2 على الاختبار المعياري تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS) على المستوى الإحداثي

إجابة موسعة المثلث  $ABC$  رؤوسه  $A(1, 1)$  و  $B(0, 3)$  و  $C(2, 5)$  . والمثلث  $EFG$  رؤوسه  $E(1, -1)$  و  $F(2, -5)$  و  $G(4, -4)$  .

a. ارسم كلا المثلثين على مستوى إحداثي واحد.

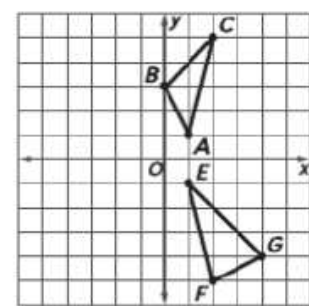
b. استخدم التمثيل البياني لتخمين ما إذا كان المثلثان متطابقين أم لا. اشرح تبريرك.

c. اكتب فرضية منطقية باستخدام هندسة الإحداثيات لدعم التخمين الذي توصلت إليه في الجزء b. قراءة فقرة الاختبار

مطلوب منك ثلاثة أشياء في هذه المسألة. في الجزء a. عليك تصميم تمثيل بياني لكل من  $\triangle EFG$  و  $\triangle ABC$  على المستوى الإحداثي ذاته. في الجزء b. عليك تخمين أن  $\triangle ABC \equiv \triangle EFG$  أو  $\triangle ABC \neq \triangle EFG$  بناءً على التمثيل البياني. وأخيرًا في الجزء c. مطلوب منك إثبات التخمين.

## حل فقرة الاختبار

b. يبدو من التمثيل البياني أن المثلثين ليسا بالشكل نفسه. إذا يمكننا تخمين أنها ليسا متطابقين.



c. استخدم قانون المسافة لبيان عدم تساوي قياس كل الأضلاع المتناظرة.

$$AB = \sqrt{(0-1)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$$

$$EF = \sqrt{(2-1)^2 + [-5-(-1)]^2} = \sqrt{1+16} = \sqrt{17}$$

$$BC = \sqrt{(2-0)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8}$$

$$FG = \sqrt{(4-2)^2 + [-4-(-5)]^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$$

$$AC = \sqrt{(2-1)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{1+16} = \sqrt{17}$$

$$EG = \sqrt{(4-1)^2 + [-4-(-1)]^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18}$$

بينما  $AB = FG$  و  $AC = EF$  و  $BC \neq EG$  نظرًا لعدم التطابق بتساوي الأضلاع الثلاثة.  $\triangle ABC \neq \triangle EFG$

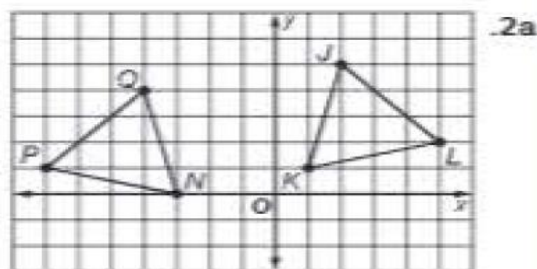
## تمرين موجّه

2. المثلث  $JKL$  رؤوسه  $J(2, 5)$  و  $K(1, 1)$  و  $L(5, 2)$  . والمثلث  $NPQ$  رؤوسه  $N(-3, 0)$  و  $P(-7, 1)$  و  $Q(-4, 4)$  . **2a-c. انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**

a. مثل المثلثين بيانيًا على مستوى إحداثي واحد.

b. استخدم التمثيل البياني لتخمين ما إذا كان المثلثان متطابقين أم لا. اشرح تبريرك.

c. اكتب فرضية منطقية باستخدام هندسة الإحداثيات لدعم التخمين الذي توصلت إليه في الجزء b.



almanahj.com/ae

2b. من التمثيلات البيانية، يبدو أن المثلثين ليسا بالشكل نفسه. إذا يمكننا تخمين أن المثلثين متطابقين أم لا. اشرح تبريرك.

2c.

$$JL = \sqrt{(2-5)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18}$$

$$QP = \sqrt{[-4-(-7)]^2 + (4-1)^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18}$$

$$LK = \sqrt{(5-1)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{16+1} = \sqrt{17}$$

$$PN = \sqrt{[-7-(-3)]^2 + (1-0)^2} = \sqrt{16+1} = \sqrt{17}$$

$$KJ = \sqrt{(2-1)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{1+16} = \sqrt{17}$$

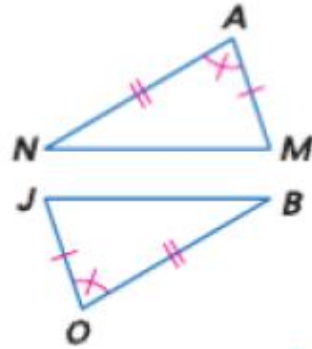
$$NO = \sqrt{[-4-(-3)]^2 + (4-0)^2} = \sqrt{1+16} = \sqrt{17}$$

$JL = QP$  و  $LK = PN$  و  $KJ = NO$  بناءً على تعريف القطع

المستقيمة المتطابقة. جميع القطع المستقيمة المتناظرة متطابقة. وبالتالي  $\triangle JKL \equiv \triangle ONP$  بناءً على التطابق بتساوي الأضلاع الثلاثة (SSS).

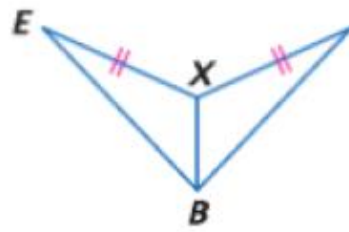
**B** **فرضيات** حدد المسلمة التي يمكن استخدامها لإثبات أن المثلثين متطابقان. وإذا لم يكن ممكناً إثبات التطابق، فاكتب لا يمكن.

16.



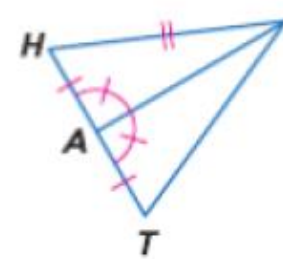
مسلمة ضلعين وزاوية

17.



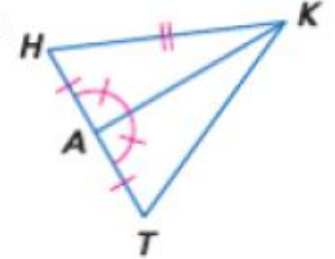
لا يمكن

18.



مسلمة ضلعين وزاوية

19.



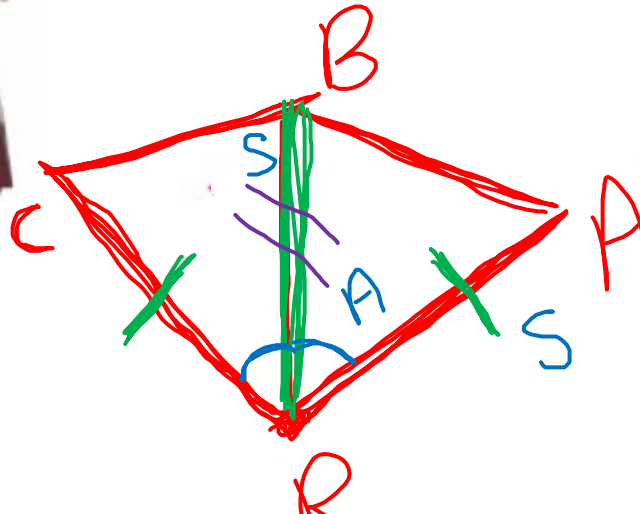
لا يمكن

almanahj.com/ae

المنهج الإلكتروني

20.  $\overline{BR} \cong \overline{BR}$  حسب خاصية الانعكاس.  $\overline{BA} \cong \overline{BC}$  حيث إن القطع المستقيمة مشكلة بطول البندول.  $\angle 1 \cong \angle 2$  حيث إن الزوايا مشكلة من قارح البندول تكون متطابقة. وعليه فإن  $\triangle BRC \cong \triangle BRA$  حسب مسلمة SAS.

20. **الموسيقى** لتحديد وتيرة معينة، يتم ضبط الوزن على بندول الإيقاع (المسرع) بحيث يتأرجح بمعدل محدد. أثبت أن المثلثات المتشكلة نتيجة حركة البندول متطابقة، أي أثبت أن  $\triangle ABR \cong \triangle CBR$ .



SAS

### المسلمة 13.2 التطابق بتساوي ضلعين وزاوية (SAS)

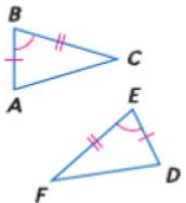
**الشح** عند تطابق ضلعين والزاوية المحصورة بينهما في مثلث مع ضلعين والزاوية المحصورة بينهما في مثلث آخر، فيكون المثلثان متطابقين.

**مثال** إذا كان الضلع  $\overline{AB} \cong \overline{DE}$ .

والزاوية  $\angle B \cong \angle E$

والضلع  $\overline{BC} \cong \overline{EF}$

فإن  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$



## مثال 1 استخدام مسلّمة زاويتين والضلع المحصور بينهما (ASA) لإثبات أن المثلثين متطابقان

اكتب برهاناً من عمودين.

المعطيات:  $\overline{QS}$  ينصف  $\angle PQR$  $\angle PSQ \cong \angle RSQ$ المطلوب:  $\triangle PQS \cong \triangle RQS$ 

البرهان:

العبارات

المبررات

1.  $\overline{QS}$  ينصف  $\angle PQR$ ،  $\angle PSQ \cong \angle RSQ$ 

1. المعطيات

2.  $\angle PQS \cong \angle RQS$ 

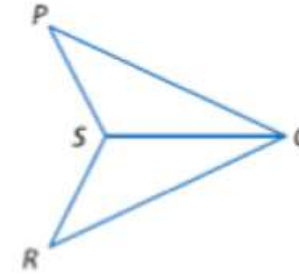
2. تعريف منصف الزاوية

3.  $\overline{QS} \cong \overline{QS}$ 

3. خاصية الانعكاس في التطابق

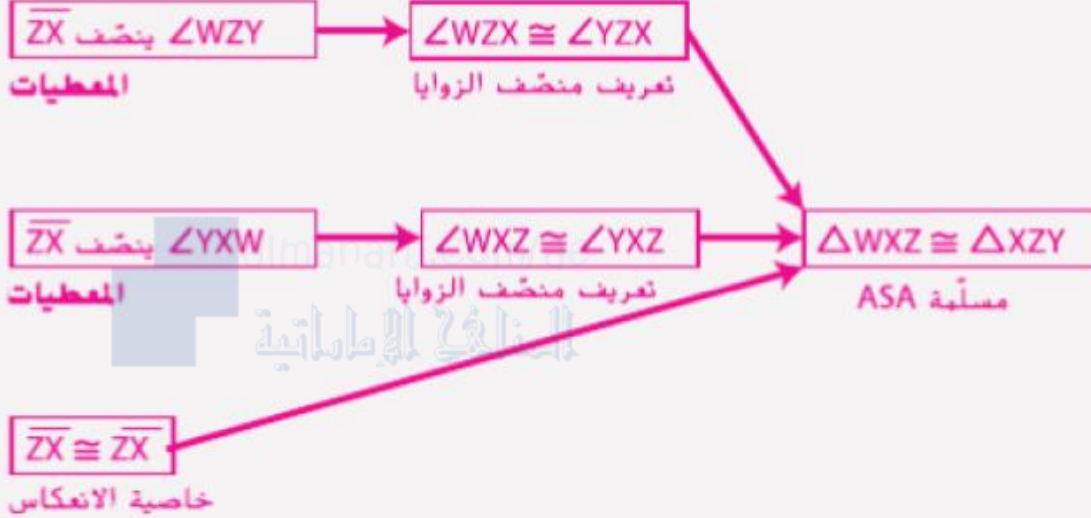
4.  $\triangle PQS \cong \triangle RQS$ 

4. مسلّمة زاويتين والضلع المحصور بينهما (ASA)

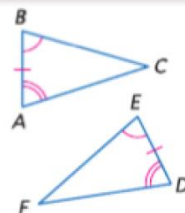


## تمرين موجّه

1. اكتب برهاناً تسلسلياً.

المعطيات:  $\overline{ZX}$  ينصف  $\angle WZY$ ،  $\angle YXW$  ينصف  $\angle YXW$ .المطلوب:  $\triangle WXZ \cong \triangle XZY$ 

## المسلّمة 13.3 تطابق زاويتين والضلع المحصور بينهما (ASA)

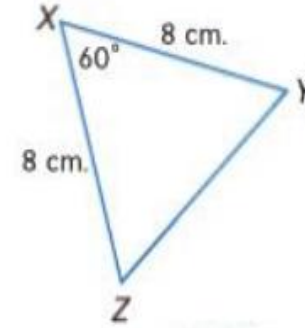


عند تطابق زاويتين والضلع المحصور بينهما في مثلث مع زاويتين والضلع المحصور بينهما في مثلث آخر، يكون المثلثان متطابقان.

مثال إذا كانت الزاوية  $\angle A \cong \angle D$ والضلع  $\overline{AB} \cong \overline{DE}$ الزاوية  $\angle B \cong \angle E$ فإن  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

## مثال 2 إيجاد القياسات المجهولة

جد قياس كل مما يلي.

a.  $m\angle Y$ 

بما أن  $XY = XZ$ ,  $\overline{XY} \cong \overline{XZ}$  حسب نظرية المثلث متساوي الساقين، زاويتي القاعدة  $Y$  و  $Z$  متطابقتان، ولذلك  $m\angle Z = m\angle Y$ . استخدم نظرية مجموع المثلث لكتابة معادلة وحلها لإيجاد  $m\angle Y$ .

$$m\angle X + m\angle Y + m\angle Z = 180$$

نظرية مجموع المثلث

$$60 + m\angle Y + m\angle Y = 180$$

$$m\angle X = 60, m\angle Z = m\angle Y$$

$$60 + 2(m\angle Y) = 180$$

بسط.

$$2(m\angle Y) = 120$$

اطرح 60 من كل طرف.

$$m\angle Y = 60$$

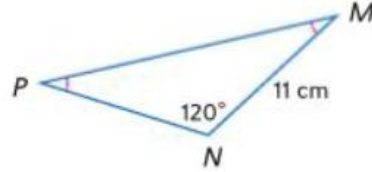
اقسم كل طرف على 2.

b.  $YZ$ 

$m\angle Z = m\angle Y$ . إذا  $m\angle Z = 60$  بالتعويض. بما أن  $m\angle X = 60$  وقياس الزوايا الثلاث جميعها يبلغ 60، إذا فالمثلث متساوي الزوايا. بما أن المثلث متساوي الزوايا يكون متساوي الأضلاع أيضا.  $XY = XZ = ZY$ . بما أن  $XY = 8$  سم،  $YZ = 8$  سم بالتعويض.

2A.  $m\angle M$  30

2B.  $PN$  11 cm



تمرين موجه

almanahj.com/ae

المنهج الإلكتروني



## مثال 3 إيجاد القيم المجهولة

الجبر جـد قيمة كل متغير.

بما أن  $\overline{AC} \cong \overline{BC}$  وفقاً لعكس نظرية المثلث متساوي الساقين. كل أضلاع المثلث متطابقة. إذا فالمثلث متساوي الأضلاع. يبلغ قياس كل زاوية في المثلث متساوي الأضلاع  $60^\circ$  درجة. إذا  $x = 30$  و  $2x = 60$

المثلث متساوي الأضلاع. إذا فكل الأضلاع متطابقة وأطوال كل الأضلاع متساوية.

تعريف المثلث متساوي الأضلاع

$$AB = BC \quad \text{تعويض}$$

$$3 = 4y - 5 \quad \text{اجمع 5 على كل طرف.}$$

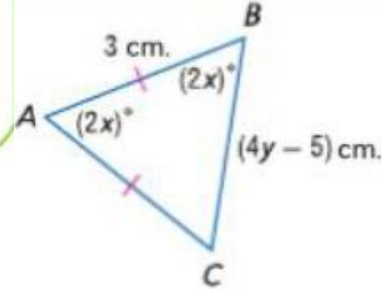
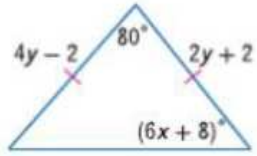
$$8 = 4y \quad \text{اقسم كل طرف على 4.}$$

$$2 = y$$

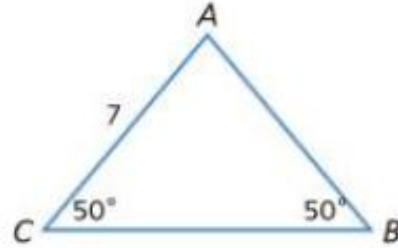
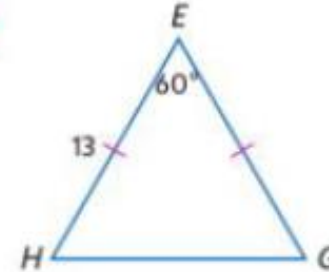
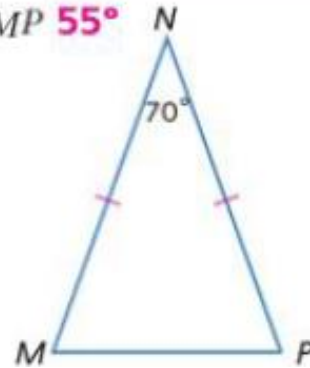
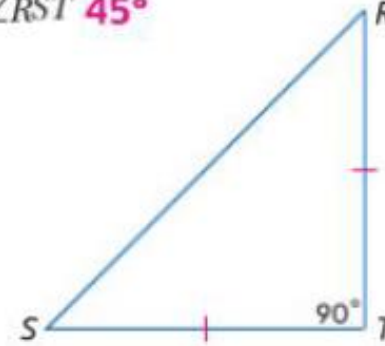
تمرين موجّه

3. جـد قيمة كل متغير.

$$x = 7, y = 2$$



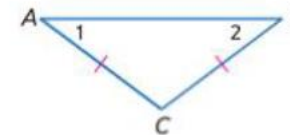
جد قياس كل مما يلي.

14.  $AB$  715.  $HG$  1316.  $m\angle NMP$  55°17.  $m\angle RST$  45°

almanahj.com/ae

المنهج الإلكتروني

## النظريات المثلث متساوي الساقين



**13.10 نظرية المثلث متساوي الساقين** إذا كان ضلعان في المثلث متطابقين، فالزاويتان المقابلتان لهذين الضلعين متطابقتان.

مثال إذا كان  $\overline{AC} \cong \overline{BC}$ ، فإن  $\angle 2 \cong \angle 1$ .

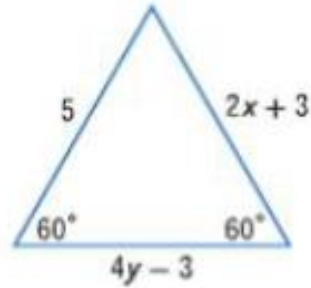


**13.11 معكوس نظرية المثلث متساوي الساقين** إذا كانت زاويتان في المثلث متطابقتين، فالضلعان المقابلان لهاتين الزاويتين متطابقتان.

الجبر جد قيمة كل متغير.

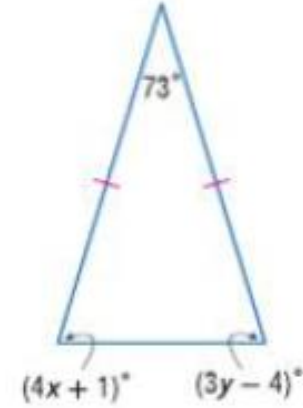
18.

$x = 1, y = 2$



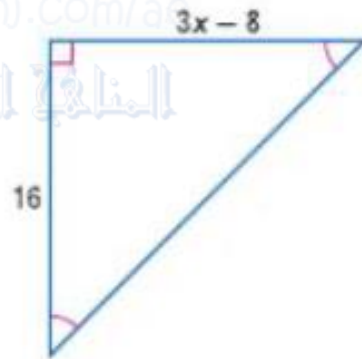
19.

$x = 4, y = 7$



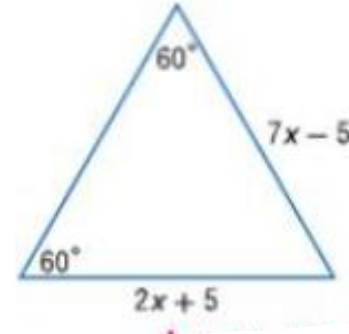
20.

$x = 8$

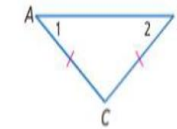


21.

$x = 2$

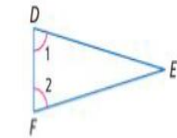


### النظريات المثلث متساوي الساقين



**13.10 نظرية المثلث متساوي الساقين** إذا كان ضلعان في المثلث متطابقين، فالزاويتان المقابلتان لهذين الضلعين متطابقتان.

**مثال** إذا كان  $\overline{AC} \cong \overline{BC}$ ، فإن  $\angle 2 \cong \angle 1$ .

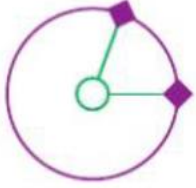


**13.11 معكوس نظرية المثلث متساوي الساقين** إذا كانت زاويتان في المثلث متطابقتين، فالضلعان المقابلان لهاتين الزاويتين متطابقتان.

**مثال** إذا كان  $\angle 1 \cong \angle 2$ ، فإن  $\overline{FE} \cong \overline{DE}$ .

23	Identify reflections, translations, and rotations.	Example- 1-2	719
	تحديد الإزاحة والانعكاس والدوران.	مثال 2-1	

### مثال 2 من الحياة اليومية تحديد تحويل في الحياة اليومية



**الألعاب** راجع المعلومات المبينة في الجانب الأيسر. حدد نوع تحويل التطابق الظاهر في الرسم التخطيطي باعتباره انعكاساً أو إزاحة أو دوراناً.

يعطي موضع الوزن في أوقات مختلفة مثلاً على الدوران. ومركز الدوران هو كاحل الشخص.

تمرين موجّه انعكاس 2B. إزاحة 2A.

حدد نوع تحويل التطابق الظاهر باعتباره انعكاساً أو إزاحة أو دوراناً.

2A.



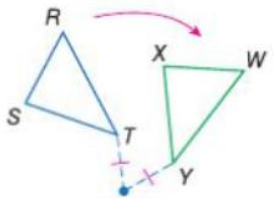
2B.



### المفهوم الأساسي الانعكاس والإزاحة والدوران

يعتبر **الدوران** أو الاستدارة تحويلاً حول نقطة ثابتة تسمى مركز الدوران بزاوية معينة وفي اتجاه معين. وتقع كل نقطة في الشكل الأصلي وصورتها تقع على مسافة واحدة من المركز.

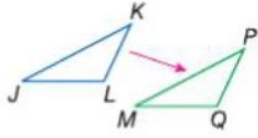
مثال



$$\triangle RST \rightarrow \triangle WXY$$

تعتبر **الإزاحة** أو التحريك تحويلاً يؤدي إلى تحريك كل نقاط الشكل الأصلي للمسافة نفسها وفي الاتجاه نفسه.

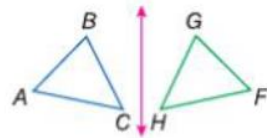
مثال



$$\triangle JKL \rightarrow \triangle MPQ$$

يعتبر **الانعكاس** أو القلب تحويلاً على خط يسمى خط الانعكاس. وتقع كل نقطة في الصورة الأصلية وصورتها على مسافة واحدة من خط الانعكاس.

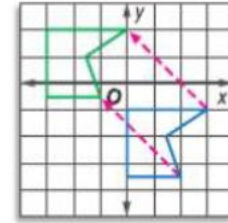
مثال



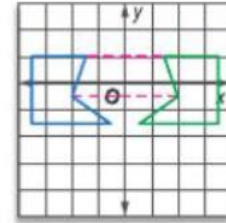
$$\triangle ABC \rightarrow \triangle FGH$$

### مثال 1 تحديد تحويلات التطابق

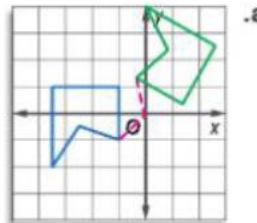
حدد نوع تحويل التطابق الظاهر باعتباره انعكاساً أو إزاحة أو دوراناً.



يقع كل رأس وصورة في الموضع نفسه، لكن بعد 3 وحدات إلى اليسار و 3 وحدات لأعلى. هذه إزاحة.



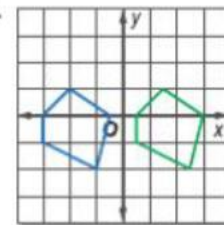
يقع كل رأس وصورة على مسافة واحدة من المحور الرأسي y. هذا انعكاس.



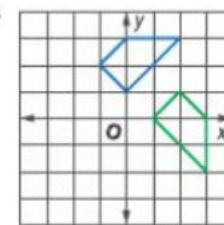
يقع كل رأس وصورة على مسافة واحدة من نقطة الأصل. والزوايا المتكونة من كل زوج من النقاط المتناظرة ونقطة الأصل تكون متطابقة. هذا دوران.

تمرين موجّه إزاحة 1C. دوران 1B. انعكاس 1A.

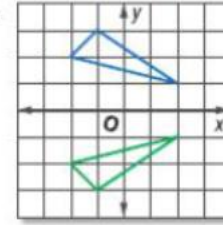
1A.



1B.

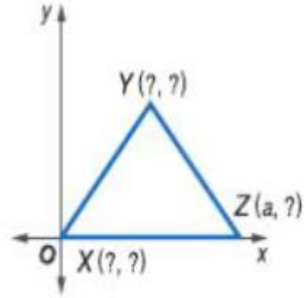


1C.





## مثال 2 تحديد الإحداثيات المجهولة

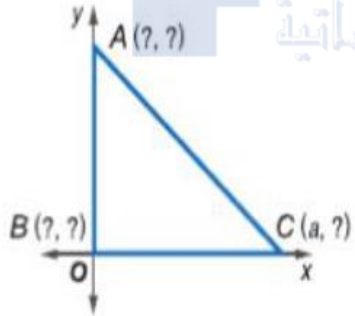


عين الإحداثيات المجهولة للمثلث متساوي الساقين  $XYZ$ .

يقع الرأس  $X$  عند نقطة الأصل؛ وإحداثياته هي  $(0, 0)$ .

يقع الرأس  $Z$  على المحور  $X$  إذا إحداثي  $y$  هو  $0$ . إحداثيات الرأس  $Z$  هي  $(a, 0)$ .

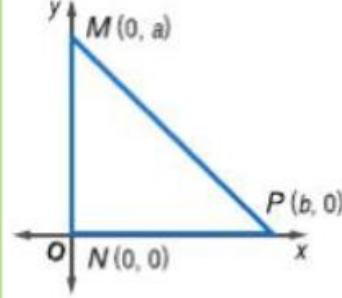
$\triangle XYZ$  متساوي الساقين. إذا باستخدام قطعة رأسية من  $Y$  إلى المحور  $X$  ونظرية الوتر-الساق ثبت أن إحداثي  $X$  لـ  $Y$  في منتصف المسافة بين  $0$  و  $a$  أو  $\frac{a}{2}$ . لا يمكننا كتابة إحداثي  $Y$  بدلالة  $a$ . إذا تسميها  $b$ . إحداثيات النقطة  $Y$  هي  $(\frac{a}{2}, b)$ .



## تمرين موجّه

2. عين الإحداثيات المجهولة للمثلث متساوي الساقين القائم الزاوية  $ABC$   $A(0, a), B(0, 0), C(a, 0)$

## مثال 1 تحديد موقع مثلث وتسميته



حدد موقع المثلث قائم الزاوية  $MNP$  واسمه على المستوى الإحداثي بحيث يصل طول الساق  $MN$  إلى  $a$  من الوحدات وطول الساق  $NP$  إلى  $b$  من الوحدات.

• سيكون طول (أطوال) الضلع (الأضلاع) الموازي للمحاور أسهل في التحديد من طول (أطوال) الضلع (الأضلاع) الذي ليس موازيًا لمحور. بما أن هذا مثلث قائم الزاوية. يمكن تحديد موقع ضلعين على محور.

• سيتيح وضع الزاوية القائمة للمثلث،  $\angle N$ ، عند نقطة الأصل إمكانية وضع الساقين بمحاذاة المحورين الأفقي  $x$  والرأسي  $y$ .

• ضع المثلث في الربع الأول.

• بما أن  $M$  على المحور  $y$ ، فإحداثي  $x$  لها هو  $0$ . وإحداثي  $y$  هو  $a$  لأن طول الساق  $a$  وحدات.

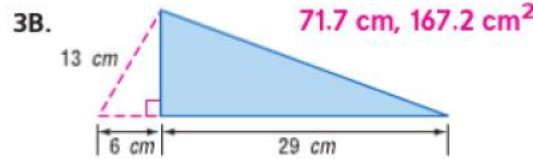
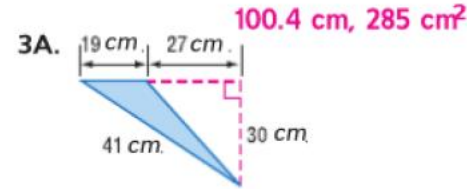
• بما أن  $P$  على المحور  $x$ ، فإحداثي  $y$  هو  $0$ . وإحداثي  $x$  هو  $b$  لأن طول الساق  $b$  وحدات.

## تمرين موجّه

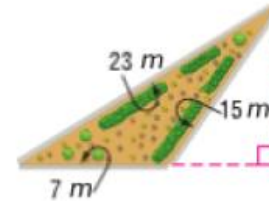
1. حدد موقع المثلث متساوي الساقين  $JKL$  واسمه على المستوى الإحداثي بحيث يصل طول قاعدته  $\overline{JL}$  إلى  $a$  وحدات وتقع رأسه  $K$  على المحور الرأسي  $y$  ويبلغ ارتفاع المثلث  $b$  وحدات.

## تمرين موجه

جد محيط كل مثلث ومساحته.



## مثال 3 من الحياة اليومية محيط ومساحة المثلث



**البستنة** أمير يحتاج كمية كافية من النشارة لتغطية الحديقة المثلثة الموضحة وكمية كافية من حجارة الممشى لعمل حدود لها. إذا علمت أن كيسا واحداً من النشارة يغطي  $12 \text{ m}^2$  وكل حجر من أحجار الممشى يغطي  $10 \text{ cm}$  من الحد، فكم عدد أكياس النشارة وأحجار الممشى التي يجب عليه شراءها؟

**الخطوة 1** جد محيط الحديقة.

$$23 + 15 + 7 = 45 \text{ m}$$

**الخطوة 2** جد مساحة الحديقة.

$$A = \frac{1}{2}bh$$

مساحة المثلث

$$= \frac{1}{2}(7)(9) = 31.5 \text{ m}^2 \quad b = 7 \text{ و } h = 9$$

**الخطوة 2** لستخدام تحليل الوحدات لتحديد المطلوب من كل عنصر.

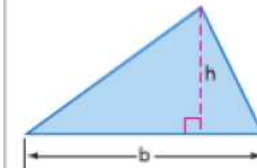
أحجار الممشى

أكياس النشارة

$$45 \text{ m} \cdot \frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}} \cdot \frac{1 \text{ stone}}{10 \text{ cm}} = 450 \text{ حجراً} \quad 31.5 \text{ m}^2 \cdot \frac{1 \text{ bag}}{12 \text{ m}^2} = 2.625 \text{ من الأكياس}$$

قرب عدد الأكياس للأعلى بحيث تكون هناك كمية كافية من النشارة. سوف يحتاج إلى 3 أكياس من النشارة و 135 من أحجار الممشى.

## المفهوم الأساسي مساحة المثلث



الشرح المساحة  $A$  للمثلث هي نصف ناتج ضرب القاعدة  $b$  في الارتفاع  $h$ .

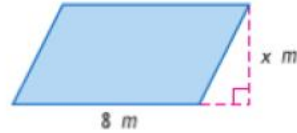
$$A = \frac{bh}{2} \text{ أو } A = \frac{1}{2}bh$$

الرموز

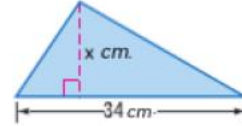
## تمرين موجّه

الجبر جد قيمة  $x$ .

4A.  $A = 148 \text{ m}^2$  **18.5 m**



4B.  $A = 357 \text{ cm}^2$  **21 cm**



4C. **الجبر** قاعدة متوازي أضلاع ضعف ارتفاعه. إذا علمت أن مساحة متوازي الأضلاع  $72 \text{ cm}^2$ . فجد القاعدة والارتفاع.  
 **$b = 12 \text{ m}$ ,  $h = 6 \text{ m}$**

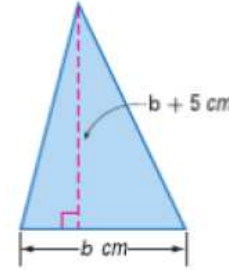
## مثال 4 استخدام المساحة لإيجاد القياسات المجهولة

**الجبر** ارتفاع مثلث يزيد عن قاعدته بمقدار  $5 \text{ cm}$ . ومساحة المثلث  $52 \text{ cm}^2$ .  
 جد القاعدة والارتفاع.

**الخطوة 1** اكتب تعابير لتمثيل كل قياس.

افترض أن  $b$  تمثل قاعدة المثلث. إذا، الارتفاع يساوي  $b + 5$ .

**الخطوة 2** استخدم صيغة مساحة المثلث لإيجاد  $b$ .



$$A = \frac{1}{2}bh$$

مساحة المثلث

$$52 = \frac{1}{2}b(b + 5)$$

استبدل  $A$  بـ 25 و  $h$  بـ  $b + 5$ .

$$104 = b(b + 5)$$

اضرب كل طرف في 2.

$$104 = b^2 + 5b$$

خاصية التوزيع

$$0 = b^2 + 5b - 104$$

اطرح 104 من كل طرف.

$$0 = (b + 13)(b - 8)$$

حلل إلى العوامل.

$$b + 13 = 0 \quad \text{و} \quad b - 8 = 0$$

خاصية ناتج الضرب الصفري

$$b = -13$$

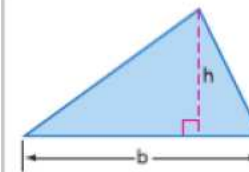
$$b = 8$$

حل لإيجاد  $b$ .

**الخطوة 3** استخدم التعابير من الخطوة 1 لإيجاد كل قياس.

بما أن الطول لا يمكن أن يكون بالسالب. إذا فياس القاعدة  $8 \text{ cm}$  وقياس الارتفاع  $8 + 5$  أو  $13 \text{ cm}$ .

## المفهوم الأساسي مساحة المثلث



**الشرح** المساحة  $A$  للمثلث هي نصف ناتج ضرب القاعدة  $b$  في الارتفاع  $h$ .

**الرموز**  $A = \frac{bh}{2}$  أو  $A = \frac{1}{2}bh$