

أسئلة وشرح وفق هيكل 2026



تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

موقع المناهج ← المناهج الإماراتية ← الصف الثاني عشر المتقدم ← رياضيات ← الفصل الثالث ← ملفات متنوعة ← الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2026-06-02 21:28:39

ملفات اكتب للمعلم اكتب للطالب | اختبارات الكترونية | اختبارات | حلول | عروض بوربوينت | أوراق عمل
منهج انجليزي | ملخصات وتقارير | مذكرات وبنوك | الامتحان النهائي | للمدرس

المزيد من مادة
رياضيات:

إعداد: هشام عطوان

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر المتقدم



صفحة المناهج
الإماراتية على
فيسبوك

الرياضيات

اللغة الانجليزية

اللغة العربية

التربية الاسلامية

المواد على تلغرام

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الثالث

1 : أسئلة موضوعية في الرياضيات - إيجاد المساحة المحصورة بين المنحنيات وفق هيكل الوزارة 2026

1

2 : أسئلة موضوعية في التكامل وفق هيكل الوزارة العام الحالي 2026

2

3 : الأسئلة الموضوعية في الرياضيات للعام الحالي 2026

3

4 : أسئلة موضوعية في الرياضيات وفق هيكل الوزارة للعام 2026

4

5 : أسئلة موضوعية في التكامل المحدود وفق هيكل الوزارة 2026

5

هيكل الرياضيات

الثاني عشر متقدم

الفصل الدراسي الثالث

2025-2026

TERM 3

شامل إمتحانات السنوات السابقة



هشام عطوان



تذكر أن

$$\textcircled{1} \int \cos kx \, dx = \frac{\sin kx}{k} + c$$

$$\textcircled{2} \int \sin kx \, dx = -\frac{\cos kx}{k} + c$$

$$\textcircled{3} \int \sec^2 kx \, dx = \frac{\tan kx}{k} + c$$

$$\textcircled{4} \int \csc^2 kx \, dx = -\frac{\cot kx}{k} + c$$

$$\textcircled{5} \int \sec kx \tan kx \, dx = \frac{\sec kx}{k} + c$$

$$\textcircled{6} \int \csc kx \cot kx \, dx = -\frac{\csc kx}{k} + c$$

$$\textcircled{7} \int e^{ax+b} \, dx = \frac{e^{ax+b}}{a} + c$$

$$\textcircled{8} \int \frac{f'(x)}{f(x)} \, dx = \ln|f(x)| + c$$

$$\textcircled{9} \int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} \, dx = \sin^{-1} \frac{x}{a} + c$$

$$\textcircled{10} \int \frac{1}{a^2 + x^2} \, dx = \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + c$$

$\textcircled{1}$ Find the general antiderivative $\int (2\sin x + \cos x) \, dx$ أوجد الدالة الأصلية

a) $2 \cos x + \sin x + c$

b) $-2 \cos x + \sin x + c$

c) $-3 \sin x + \cos x + c$

d) $3 \sin x + \cos x + c$

$\textcircled{2}$ Find the general antiderivative $\int (3 \cos x - \sin x) \, dx$ أوجد الدالة الأصلية

a) $2 \cos x + \sin x + c$

b) $-2 \cos x + \sin x + c$

c) $-3 \sin x + \cos x + c$

d) $3 \sin x + \cos x + c$



③ Find the general antiderivative $\int 2 \sec x \tan x \, dx$ أوجد الدالة الأصلية

a) $2 \sec x + c$

b) $2 \sec^2 x + c$

c) $2 \tan^2 x + c$

d) $2 \tan x + c$

④ Find the general antiderivative $\int 5 \sec^2 x \, dx$ أوجد الدالة الأصلية

a) $5 \sec x + c$

b) $5 \sec^2 x + c$

c) $5 \tan^2 x + c$

d) $5 \tan x + c$

⑤ Find the general antiderivative $\int 4 \frac{\cos x}{\sin^2 x} \, dx$ أوجد الدالة الأصلية

a) $4 \sec x \tan x + c$

b) $-4 \csc x \cot x + c$

c) $4 \sec x + c$

d) $-4 \csc x + c$

⑥ Find the general antiderivative $\int (3e^x - 2) \, dx$ أوجد الدالة الأصلية

a) $3e^x - 2 + c$

b) $3e^x - 2x + c$

c) $e^x - 2 + c$

d) $-3e^x - 2x + c$



⑦ Find the general antiderivative $\int (4x - 2e^{5x}) dx$ أوجد الدالة الأصلية

a) $2x - 2e^{5x} + c$

b) $2x^2 - \frac{2}{5}e^{5x} + c$

c) $e^x - 2 + c$

d) $-3e^x - 2x + c$

⑧ Find the general antiderivative $\int \left(3 \cos x - \frac{1}{x}\right) dx$ أوجد الدالة الأصلية

a) $2 \cos x + \frac{1}{x} + c$

b) $-3 \sin x + \ln x + c$

c) $3 \cos x - x + c$

d) $3 \sin x - \ln x + c$

⑨ Find the general antiderivative $\int (2x^{-1} - \sin x) dx$ أوجد الدالة الأصلية

a) $-\cos x + \ln x + c$

b) $\cos x + 2 \ln x + c$

c) $3 \cos x - x + c$

d) $\ln x - \sin x + c$

⑩ Find the general antiderivative $\int \frac{4}{\sqrt{1-x^2}} dx$ أوجد الدالة الأصلية

a) $4 \sin^{-1} x + c$

b) $4 \cos^{-1} x + c$

c) $4 \tan^{-1} x + c$

d) $\sqrt{1-x^2} + c$

مسائل وردت في امتحانات وزارية سابقة على نفس فكرة السؤال 1

Exam moe 2024 – 2025

Find n if $\int 3 \sin\left(\frac{x}{3n}\right) dx = -45 \cos\left(\frac{x}{3n}\right) + c$ أوجد قيمة n إذا كانت

- a) - 6
- b) - 5
- c) 5
- d) - 3

Exam moe 2024 – 2025

Evaluate the integral $\int a e^{\frac{x}{a}} dx$ أوجد قيمة التكامل

- a) $\frac{1}{a} e^{\frac{x}{a}} + c$
- b) $\sqrt{a} e^{\frac{x}{a}} + c$
- c) $a^2 e^{\frac{x}{a}} + c$
- d) $2a e^{\frac{x}{a}} + c$

Exam moe 2022 – 2023

Evaluate the integral $\int \sin\left(\frac{x}{a}\right) dx, a \neq 0$ أوجد قيمة التكامل

- a) $-a \cos\left(\frac{x}{a}\right) + c, a \neq 0$
- b) $-\frac{1}{a} \cos\left(\frac{x}{a}\right) + c, a \neq 0$
- c) $-a \sin\left(\frac{x}{a}\right) + c, a \neq 0$
- d) $-\frac{1}{a} \cos\left(\frac{x}{a}\right) + c, a \neq 0$



Exam moe 2023 – 2024

Evaluate

$$\int \frac{e^x + 4}{e^x} dx$$

أوجد قيمة

a) $\ln|e^x + 4| + c$

b) $\ln|e^x| + c$

c) $x - 4e^{-x} + c$

d) $x - 4e^x + c$

Exam moe 2022 – 2023

Find the general antiderivative

$$\int \frac{2x}{x^2 + 4} dx$$

أوجد الدالة الأصلية

a) $2x^2(x^2 + 4) + c$

b) $\ln|x^2 + 2x| + c$

c) $(x^2 + 4)^2 + c$

d) $\ln|x^2 + 4| + c$

Exam moe 2022 – 2023

Evaluate

$$\int \tan 2x dx$$

أوجد قيمة

a) $-\cot 2x + c$

b) $\frac{\sin 2x}{\cos 2x} + c$

c) $-\frac{1}{2}\ln|\sin 2x| + c$

d) $-\frac{1}{2}\ln|\cos 2x| + c$



Exam moe 2022 – 2023

Evaluate

$$\int \left(\frac{e^{2x} - 2e^{3x}}{e^{3x}} \right) dx$$

أوجد قيمة

a) $-\frac{1}{e^x} - 2x + c$

b) $\frac{1}{e^x} - x + c$

c) $-\frac{1}{e^x} - 2xe^x + c$

d) $e^x - 2x + c$

Exam moe 2021 – 2022

Find the general antiderivative

$$\int \frac{8x}{x^2 + 7} dx$$

أوجد الدالة الأصلية

a) $\frac{1}{2} \ln|x^2 + 7| + c$

b) $\frac{1}{4} \ln|x^2 + 7| + c$

c) $2 \ln|x^2 + 7| + c$

d) $4 \ln|x^2 + 7| + c$

Exam moe 2019 – 2020

Evaluate the integral

$$\int m \sin(mx) dx, \text{ where } m \neq 0$$

أوجد قيمة التكامل

a) $-\cos(mx) + c$

b) $\cos(mx) + c$

c) $-\sin(mx) + c$

d) $\frac{1}{m} \cos(mx) + c$



Exam moe 2017 – 2018

Evaluate

$$\int \frac{1}{4 + x^2} dx$$

أوجد قيمة

- a) $2 \tan^{-1} \left(\frac{x}{2} \right) + c$
- b) $-2 \tan^{-1} \left(\frac{x}{2} \right) + c$
- c) $\frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{x}{2} \right) + c$
- d) $-\frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{x}{2} \right) + c$

Exam moe 2016 – 2017

Find

$$\int \frac{e^{3x}}{5 + e^{3x}} dx$$

أوجد

- a) $3 \ln|e^{3x}| + c$
- b) $\frac{3}{5} \ln|e^{3x}| + c$
- c) $5x + e^{3x} + c$
- d) $\frac{1}{3} \ln|5 + e^{3x}| + c$

Exam moe 2016 – 2017

Find

$$\int \csc^2 x dx$$

أوجد

- a) $\tan x + c$
- b) $-\cos x + c$
- c) $-\cot x + c$
- d) $\cot x + c$



Exam moe 2016 – 2017

Find

$$\int 4 e^{\ln x} dx$$

أوجد

a) $\ln x^4 + c$

b) $4x^{-1} + c$

c) $2x^2 + c$

d) $4e^x + c$

Exam moe 2016 – 2017

Evaluate

$$\int \frac{4}{1+x^2} dx$$

أوجد قيمة

a) $4 \cos^{-1} x + c$

b) $4 \tan^{-1} x + c$

a) $\frac{1}{4} \tan^{-1} x + c$

d) $4 \sin^{-1} x + c$



تذكر أن

$$f(x) = \int f'(x) dx \quad \text{and} \quad f'(x) = \int f''(x) dx$$

① Find the function $f(x)$ satisfyingجد الدالة $f(x)$ التي تحقق

the given condition:

$$f'(x) = 3e^x + x, \quad f(0) = 4$$

الشروط المعطاة

$$a) f(x) = 3e^x + \frac{x^2}{2} + 1$$

$$b) f(x) = 3e^{\frac{x^2}{2}} + \frac{x^2}{2} + 1$$

$$c) f(x) = 3e^x - \frac{x^2}{2} - 1$$

$$d) f(x) = 3e^x + \frac{x}{2} + 1$$

② Find the function $f(x)$ satisfyingجد الدالة $f(x)$ التي تحقق

the given condition:

$$f'(x) = 4 \cos x, \quad f(0) = 3$$

الشروط المعطاة

$$a) f(x) = 4 \sin x - 3$$

$$b) f(x) = \sin x + 3$$

$$c) f(x) = 3 \sin x + 4$$

$$d) f(x) = 4 \sin x + 3$$



③ Find the function $f(x)$ satisfying the given condition: $f''(x) = 12x^2 + 2e^x, f'(0) = 2, f(0) = 3$ جد الدالة $f(x)$ التي تحقق الشروط المعطاة

a) $f(x) = x^5 + \frac{1}{2}e^{2x} - 4x + \frac{3}{2}$

b) $f(x) = x^4 + e^{2x} + 1$

c) $f(x) = x^5 + \frac{1}{2}e^{2x} + 4x - \frac{3}{2}$

d) $f(x) = x^4 + 2e^x + 1$

④ Find the function $f(x)$ satisfying the given condition: $f''(x) = 20x^3 + 2e^{2x}, f'(0) = -3, f(0) = 2$ جد الدالة $f(x)$ التي تحقق الشروط المعطاة

Find the function $f(x)$ such that جد الدالة $f(x)$ تكون فيها النقطة

a) $f(t) = x^5 + \frac{1}{2}e^{2x} - 4x + \frac{3}{2}$

b) $f(x) = x^4 + e^{2x} + 1$

c) $f(t) = x^5 + \frac{1}{2}e^{2x} + 4x - \frac{3}{2}$

d) $f(t) = x^4 + 2e^x + 1$



⑤ Find the function $f(t)$ satisfying the given condition: $f''(t) = 2 + 2t, f(0) = 2, f(3) = 2$

جد الدالة $f(t)$ التي تحقق الشروط المعطاة

a) $f(t) = 2t^2 + t^3 + \frac{3}{2}t - 3/2$

b) $f(t) = t^2 + t^3/3 + 6t - 2$

c) $f(t) = 2t^2 + \frac{3}{2}t^3 + t - \frac{3}{2}$

d) $f(t) = t^2 + t^3/3 - 6t + 2$

⑥ Find the function $f(t)$ satisfying the given condition: $f''(t) = 4 + 6t, f(1) = 3, f(-1) = -2$

جد الدالة $f(t)$ التي تحقق الشروط المعطاة

a) $f(t) = 2t^2 + t^3 + \frac{3}{2}t - \frac{3}{2}$

b) $f(x) = t^2 + \frac{1}{3}t^3 + 6t - 2$

c) $f(t) = 2t^2 + \frac{3}{2}t^3 + t - \frac{3}{2}$

d) $f(t) = t^2 + t^3/3 - 6t + 2$



مسائل وردت في امتحانات وزارية سابقة على نفس فكرة السؤال 2

Exam moe 2016 – 2017

Find the function $f(x)$ satisfying

جد الدالة $f(x)$ التي تحقق

the given condition:

$$f'(x) = 3e^{-x}, \quad f(0) = 3$$

الشروط المعطاة

a) $f(x) = 6 - 3e^{-x}$

b) $f(x) = 3 + 6e^{-x}$

c) $f(x) = 2 - e^{-x}$

d) $f(x) = 6 + 3e^{-x}$



Compute the sum.

$$\sum_{i=1}^{70} (3i - 1)$$

احسب المجموع

a) 7583

b) 7853

c) 7385

d) 7005

Compute the sum.

$$\sum_{i=1}^{45} (3i - 4)$$

احسب المجموع

a) 2592

b) 2925

c) 2953

d) 22955

Compute the sum.

$$\sum_{i=1}^{40} (4 - i^2)$$

احسب المجموع

a) 21890

b) – 21890

c) – 21980

d) – 21980

Compute the sum.

$$\sum_{i=1}^{50} (8 - i)$$

احسب المجموع

a) 875

b) 857

c) – 875

d) – 857

Compute the sum.

$$\sum_{k=3}^n (k^2 - 3)$$

احسب المجموع

$$a) \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - 3n$$

$$b) \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + 3n + 3$$

$$c) \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - 3n + 1$$

$$d) \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - 3n - 1$$

مسائل وردت في امتحانات وزارية سابقة على نفس فكرة السؤال 3

Exam moe 2023 – 2024

Compute the sum.

$$\sum_{i=6}^{10} (i + 4)$$

احسب المجموع

$$a) 60$$

$$b) 95$$

$$c) 40$$

$$d) 220$$

Exam moe 2021 – 2022

Compute the sum.

$$\sum_{i=5}^9 (i^2 + 3)$$

احسب المجموع

$$a) 42$$

$$b) 70$$

$$c) 312$$

$$d) 270$$

For any function $f(x)$ defined on $[a, b]$

لأي دالة $f(x)$ مُعرَّفة على $[a, b]$

the definite integral of f from a to b is

يكون التكامل المحدود لـ f من a إلى b هو

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(c_i) \Delta x = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x$$

① write definite integral

$$\int_a^b f(x) dx$$

اكتب تكامل محدد

as limit form

على صورة نهائية

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(x_i)$

b) $\lim_{n \rightarrow c} \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x$

c) $\sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x$

d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x$

② If

$$\int_2^6 f(x) dx = 5$$

إذا كان

Find

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x, [2, 6]$$

أوجد

a) 3

b) -5

c) -3

d) 5



③ If

$$\int_1^4 (f(x) - 3) dx = 2$$

إذا كان

Find

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x, [1, 4]$$

أوجد

a) 11

b) 5

c) -3

d) 2

④ write definite integral

$$\int_0^1 2x dx$$

اكتب تكامل محدد

as limit form

على صورة نهاية

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{2i}{n^2}$$

$$b) \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{2i}{n}$$

$$c) \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{4i}{n^2}$$

$$d) \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n 2i$$

⑤ write definite integral

$$\int_0^2 (x^2 - 2) dx$$

اكتب تكامل محدد

as limit form

على صورة نهاية

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \left(\frac{2i^2}{n^2} - 2 \right) \frac{2}{n}$$

$$b) \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \left(\frac{i^2}{n^2} - 2 \right) \frac{2}{n}$$

$$c) \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \left(\frac{4i^2}{n^2} - 2 \right) \frac{2}{n}$$

$$d) \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \left(\frac{4i^2}{n^4} \right)$$

⑥ If

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x = 8, [3, 7]$$

إذا كان

Find

$$\int_7^3 2f(x) dx$$

أوجد

a) 11

b) -16

c) 16

d) 2

⑦ Which definite integral is represented by the following limit of a Riemann sum أى التكاملات المحدد الأنوية يمثلها
نهاية مجموع ريمان

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n (5c_i + 4) \Delta x, [-1, 2]$$

$$a) \int_{-1}^2 (5x - 4) dx$$

$$b) \int_2^{-1} (5x + 4) dx$$

$$c) \int_{-1}^2 (4x + 5) dx$$

$$d) \int_{-1}^2 (5x + 4) dx$$

⑧ Which definite integral is represented by the following limit of a Riemann sum أى التكاملات المحدد الأنوية يمثلها
نهاية مجموع ريمان

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{2i^2}{n^2} \right)$$

$$a) \int_0^2 x^2 dx$$

$$b) \int_0^2 2x dx$$

$$c) \int_0^1 2x^2 dx$$

$$d) \int_1^0 2x^2 dx$$



⑨ Which definite integral is represented by the following limit of a Riemann sum أي التكاملات المحددة الأنوية يمثلها نهاية مجموع ريمان

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sin\left(\frac{\pi i}{n}\right)$$

a) $\int_0^1 \sin(\pi x) dx$

b) $\int_0^\pi \sin(\pi x) dx$

c) $\int_0^1 \cos(\pi x) dx$

d) $\int_0^\pi \sin(x) dx$



تذكر أن

① $\int_a^b k dx = k(b - a)$ where k is constant (ثابت) **Ex:** $\int_3^7 2 dx = 2(7 - 3)$

② $\int_a^a f(x) dx = 0$ **Ex:** $\int_1^1 f(x) dx = 0$

③ $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$ **Ex:** $\int_1^3 f(x) dx = 5$ then $\int_3^1 f(x) dx = -5$

④ $\int_a^b [f(x) \pm g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx$

⑤ $\int_a^b [nf(x) \pm mg(x)] dx = n \int_a^b f(x) dx \pm m \int_a^b g(x) dx$

① Assume that $\int_1^3 f(x) dx = 3$ and $\int_1^3 g(x) dx = -2$

بفرض أن

Find

$$\int_1^3 [f(x) + g(x)] dx$$

أوجد

a) 2

b) 1

c) -1

d) 5

② Assume that $\int_1^3 f(x) dx = 3$ and $\int_1^3 g(x) dx = -2$

بفرض أن

Find

$$\int_1^3 [2f(x) - g(x)] dx$$

أوجد

a) 2

b) 1

c) 8

d) 5



③ Assume that

$$\int_1^3 f(x) dx = 3 \text{ and } \int_1^3 g(x) dx = -2$$

بفرض أن

Find

$$\int_1^3 [4g(x) - 3f(x)] dx$$

أوجد

a) - 17

b) 1

c) 8

d) 5

④ Assume that

$$\int_1^3 3f(x) dx = 3 \text{ and } \int_3^1 g(x) dx = -2$$

بفرض أن

Find

$$\int_1^3 [f(x) - g(x)] dx$$

أوجد

a) - 1

b) 1

c) 8

d) 5

⑤ Assume that

$$\int_1^3 6f(x) dx = 12 \text{ and } \int_1^3 g(x) dx = -2$$

بفرض أن

Find

$$\int_1^3 [4g(x) - 3f(x) + 2x] dx$$

أوجد

a) 2

b) - 44

c) - 14

d) 5

مسائل وردت في امتحانات وزارية سابقة على نفس فكرة السؤال 5

Exam moe 2024 – 2025

Assume that

$$\int_1^3 f(x) dx = 4 \text{ and } \int_1^3 g(x) dx = -3$$

بفرض أن

a) Find

$$4 \int_1^3 f(x) dx - 3 \int_1^3 g(x) dx$$

أوجد

a) 27

b) 25

c) - 26

d) 2

b) Find

$$\int_1^3 [2g(x) - 5f(x)] dx$$

أوجد

a) 27

b) 25

c) - 26

d) 2

Exam moe 2022 – 2023

Assume that

$$\int_2^4 f(x) dx = -5 \text{ and } \int_2^4 g(x) dx = 3$$

بفرض أن

Find

$$\int_2^4 [4g(x) - 3f(x)] dx$$

أوجد

a) 27

b) - 3

c) 1

d) 2



Exam moe 2021 – 2022

Assume that

$$\int_1^4 f(x) dx = 5 \text{ and } \int_1^4 g(x) dx = -3$$

بفرض أن

Find

$$\int_1^4 [2f(x) - g(x)] dx$$

أوجد

a) 27

b) 25

c) 13

d) 2

Exam moe 2021 – 2022

write the expression as a single integral.

اكتب التعبير في صورة تكامل منفرد.

$$\int_0^5 f(x) dx - \int_2^5 f(x) dx$$

a) $\int_5^2 f(x) dx$

b) $\int_0^2 f(x) dx$

c) $\int_2^5 f(x) dx$

d) $\int_0^5 f(x) dx$



① Use the geometric formula to evaluate
the integral

$$\int_0^2 3x \, dx$$

استخدم القوانين الهندسية لحساب

التكامل

a) 12

b) 6

c) 15

d) 16

② Use the geometric formula to evaluate
the integral

$$\int_1^4 2x \, dx$$

استخدم القوانين الهندسية لحساب

التكامل

a) 12

b) 6

c) 15

d) 16

③ Use the geometric formula to evaluate
the integral

$$\int_0^2 \sqrt{4 - x^2} \, dx$$

استخدم القوانين الهندسية لحساب

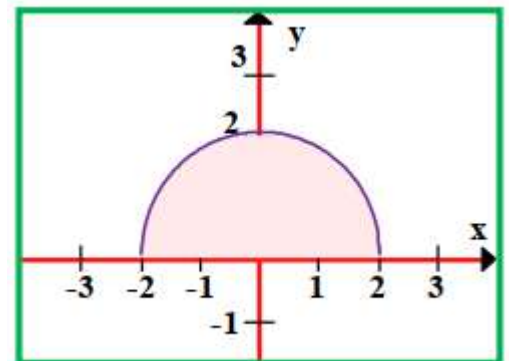
التكامل

a) π

b) 2π

c) $\frac{1}{2}\pi$

d) 4π

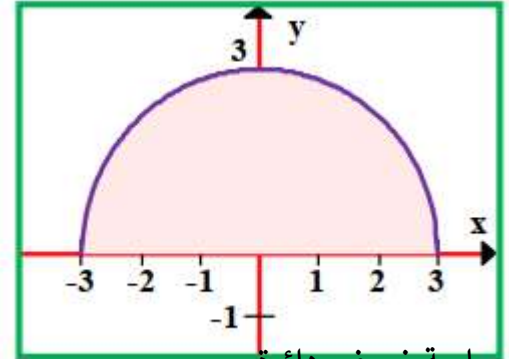


④ Use the geometric formula to evaluate the integral

$$\int_{-3}^0 \sqrt{9 - x^2} dx$$

استخدم القوانين الهندسية لحساب

التكامل



a) Area of a semicircle

$$\frac{9}{4}\pi$$

مساحة نصف دائرة

b) Area of a quarter circle

$$\frac{9}{4}\pi$$

مساحة ربع دائرة

c) Area of a circle

$$\frac{9}{4}\pi$$

مساحة دائرة

d) Circumference of a circle

$$\frac{9}{4}\pi$$

محيط نصف دائرة

⑤ Use geometric formulas to evaluate the integral

استخدم القوانين الهندسية لحساب التكامل

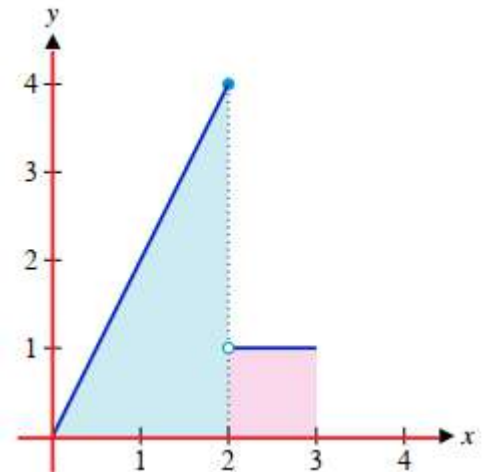
$$\int_0^3 f(x) dx$$

a) 12

b) 6

c) 5

d) 4



تذكر أن

If f is continuous on $[a, b]$, then إذا كانت الدالة f متصلة على الفترة $[a, b]$ فإنه يوجد

there is a number $c \in (a, b)$ for which عدد مثل c ينتمي الى الفترة (a, b) بحيث

$$f_{ave} = f(c) = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$$

Exam moe 2022 – 2023

① Find c value of c that satisfies the conclusion of the integral Mean وجد قيمة c التي تحقق نتيجة نظرية القيمة المتوسطة للتكامل

Value theorem $\int_0^2 3x^2 dx (= 8)$

a) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

b) $-\frac{2}{\sqrt{3}}$

c) $\sqrt{3}$

d) 1

② Find c value of c that satisfies the conclusion of the integral Mean وجد قيمة c التي تحقق نتيجة نظرية القيمة المتوسطة للتكامل

Value theorem $\int_{-1}^1 (x^2 - 2x) dx (= \frac{2}{3})$

a) $\frac{3 + 2\sqrt{3}}{3}$

b) $\frac{3 - 2\sqrt{3}}{3}$

c) $\sqrt{3}$

d) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

تذكر أن

إذا كانت الدالة $f(x)$ متصلة على الفترة $[a, b]$ و $F(x)$ هي أي دالة أصلية للدالة $f(x)$ فإن:

$$\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

① Evaluate

$$\int_0^2 (2x - 3) dx$$

أوجد قيمة

a) 25

b) 3

c) - 2

d) - 4

② Evaluate

$$\int_0^3 (x^2 - 2) dx$$

أوجد قيمة

a) 0

b) 3

c) - 2

d) - 4

③ Evaluate

$$\int_{-1}^1 (x^3 + 2x) dx$$

أوجد قيمة

a) 0

b) 3

c) - 2

d) - 4



④ Evaluate

$$\int_0^2 (x^3 + 3x - 1) dx$$

أوجد قيمة

a) 0

b) 8

c) -2

d) -4

⑤ Evaluate

$$\int_1^2 \left(4x + \frac{2}{x^2}\right) dx$$

أوجد قيمة

a) 5

b) $3 - 3 \ln 4$

c) $\frac{1}{3}$

d) $\frac{62}{5} + 3 \ln 4$

⑥ Evaluate

$$\int_1^4 \left(x\sqrt{x} + \frac{3}{x}\right) dx$$

أوجد قيمة

a) 5

b) $3 - 3 \ln 4$

c) $\frac{1}{3}$

d) $\frac{62}{5} + 3 \ln 4$

⑦ Evaluate

$$\int_0^1 (6e^{-3x} + 4) dx$$

أوجد قيمة

a) $e + 1$

b) $-2e^{-3} + 6$

c) 2π

d) $-e^{-2} - 3$



⑧ Evaluate

$$\int_0^2 \left(\frac{e^{2x} - 2e^{3x}}{e^{3x}} \right) dx$$

أوجد قيمة

- a) $e + 1$
 b) $-2e^{-3} + 6$
 c) 2π
 d) $-e^{-2} - 3$

مسائل وردت في امتحانات وزارية سابقة على نفس فكرة السؤال 8

Exam moe 2024 – 2025

Evaluate

$$\int_0^1 (e^x - 2)^2 dx$$

أوجد قيمة

- a) $e + 1$
 b) $\frac{1}{2}e^2 - 4e + \frac{7}{2}$
 c) 2π
 d) $-e^{-2} - 3$

Exam moe 2021 – 2022

Evaluate

$$\int_0^3 (x^2 - 2) dx$$

أوجد قيمة

- a) 3
 b) 25
 c) 21
 d) 7



تذكر أن

$$\textcircled{1} \int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = \sin^{-1} \frac{x}{a} + c$$

$$\textcircled{2} \int \frac{1}{a^2 + x^2} dx = \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + c$$

① Evaluate

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{3}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

أوجد قيمة

$$a) [\sin^{-1} 3x]_0^{\frac{1}{2}}$$

$$b) [3 \cos^{-1} x]_0^{\frac{1}{2}}$$

$$c) [3 \sin^{-1} x]_0^{\frac{1}{2}}$$

$$b) [-\cos^{-1} 3x]_0^{\frac{1}{2}}$$

② Evaluate

$$\int_{-1}^1 \frac{4}{1+x^2} dx$$

أوجد قيمة

$$a) [4 \sin^{-1} x]_{-1}^1$$

$$b) [4 \cos^{-1} x]_{-1}^1$$

$$c) [4 \tan^{-1} x]_{-1}^1$$

$$d) [-4 \tan^{-1} x]_{-1}^1$$



تذكر أن

① If $y = \int_a^{u(x)} f(t) dt$ إذا كان

Then $y' = \frac{d}{dx} \left(\int_a^{u(x)} f(t) dt \right) = f(u(x)) \cdot u'(x)$ فإن

① Find $f'(x)$ if $f(x) = \int_0^x (t^2 - 3t + 2) dt$ أوجد $f'(x)$ إذا كانت

a) $f'(x) = 2 - x$

b) $f'(x) = x^2 - 3x$

c) $f'(x) = x^2 - 3x + 2$

d) $f'(x) = 2x - 3$

② Find $f'(x)$ if $f(x) = \int_2^x (t^2 - 3t - 4) dt$ أوجد $f'(x)$ إذا كانت

a) $f'(x) = x^2 - 3x - 4$

b) $f'(x) = x^2 - 3x$

c) $f'(x) = x^2 - 3x + 2$

d) $f'(x) = 2x - 3$

③ Find $f'(x)$ if $f(x) = \int_0^{x^2} (e^{-t^2} + 1) dt$ أوجد $f'(x)$ إذا كانت

a) $f'(x) = 2x(e^{-x^2} + 1)$

b) $f'(x) = 2x(e^{-x^4} + 1)$

c) $f'(x) = -x^2(e^{-x^4} + 1)$

d) $f'(x) = 2xe^{-x^4}$



④ Find $f'(x)$ if

$$f(x) = \int_x^2 \sec t \, dt$$

أوجد $f'(x)$ إذا كانت

a) $f'(x) = 2 - \sec x$

b) $f'(x) = \sec x$

c) $f'(x) = \sec x \tan x$

d) $f'(x) = -\sec x$

مسائل وردت في امتحانات وزارية سابقة على نفس فكرة السؤال 10

Exam moe 2016 – 2017

If $F(x) = \int_x^2 (t - 2) \, dt$ find $F'(x)$ إذا كانت $F(x) = \int_x^2 (t - 2) \, dt$ أوجد $F'(x)$

a) $F'(x) = 2 - x$

b) $F'(x) = x - 2$

c) $F'(x) = x + 2$

d) $F'(x) = 2x - 2$

Exam moe

Find $h'(2)$ if

$$h(x) = \int_{-1}^{g(x)} f(t) \, dt$$

أوجد $h'(2)$ إذا كانت

by using the table

بإستخدام الجدول

x	$f(x)$	$f'(x)$	$g(x)$	$g'(x)$
0	2	1	10	-2
1	-5	-8	5	1
2	15	-1	1	3

a) 2

b) -5

c) 3

d) -15



تذكر أن

① If $y = \int_a^{u(x)} f(t) dt$ إذا كان

Then $y' = \frac{d}{dx} \left(\int_a^{u(x)} f(t) dt \right) = f(u(x)) \cdot u'(x)$ فإن

② Equation of the tangent line at (x_1, y_1) معادلة المماس للدالة $f(x)$ عند
 $y = m(x - x_1) + y_1$

① for the equation $y = \int_0^x \sin \sqrt{\pi^2 + t^2} dt$ للمعادلة

Find an equation of the tangent line at $x = 0$ أوجد معادلة المماس عند

a) $y = x - 2$

b) $y = 4x + 4$

c) $y = 0$

d) $y = ex$

② for the equation

$$y = \int_{-1}^x \ln(t^2 + 2t + 2) dt$$

للمعادلة

Find an equation of the tangent line at

$$x = -1$$

أوجد معادلة المماس عند

$$a) y = x - 2$$

$$b) y = 4x + 4$$

$$c) y = 0$$

$$d) y = ex$$

Exam moe 2022 – 2023

③ for the equation

$$y = \int_2^x \cos(\pi t^3) dt$$

للمعادلة

Find an equation of the tangent line at

$$x = 2$$

أوجد معادلة المماس عند

$$a) y = x - 2$$

$$b) y = 4x + 4$$

$$c) y = 0$$

$$d) y = ex$$



④ for the equation

$$y = \int_0^x e^{-t^2+1} dt$$

للمعادلة

Find an equation of the tangent line at

$$x = 0$$

أوجد معادلة المماس عند

$$a) y = x^e$$

$$b) y = -ex$$

$$c) y = e - x$$

$$d) y = ex$$

مسائل وردت في امتحانات وزارية سابقة على نفس فكرة السؤال 11

Exam moe 2024 – 2025

for the equation

$$y = \int_1^{x^2} \sqrt{t^2 + 1} dt$$

للمعادلة

Find an equation of the tangent line at

$$x = 1$$

أوجد معادلة المماس عند

$$a) y = \sqrt{2}(x + 1)$$

$$b) y = 2\sqrt{2}(x - 1)$$

$$c) y = \sqrt{2}(x - 1)$$

$$d) y = 2\sqrt{2}(x + 1)$$



تذكر أن

$$\textcircled{1} \int [f(x)]^n f'(x) dx = \frac{[f(x)]^{n+1}}{n+1} + c$$

$$\textcircled{2} \int f'(x) \sin f(x) dx = -\cos f(x) + c$$

$$\int f'(x) \cos f(x) dx = \sin f(x) + c$$

$$\int f'(x) \sec^2 f(x) dx = \tan f(x) + c \quad \text{etc..}$$

$$\textcircled{3} \int e^{f(x)} f'(x) dx = e^{f(x)} + c$$

Exam moe 2022 – 2023

① Evaluate the indicated integral $\int x^3 \sqrt{x^4 + 3} dx$ أوجد قيمة التكامل غير المحدد

$$a) \frac{1}{2} (x^4 + 3)^{\frac{3}{2}} + c$$

$$b) \frac{1}{6} x^4 (x^5 + 3)^{\frac{3}{2}} + c$$

$$c) \frac{1}{2} (x^4 + 3)^{\frac{1}{2}} + c$$

$$d) \frac{1}{6} (x^4 + 3)^{\frac{3}{2}} + c$$



② Evaluate the indicated integral $\int \sqrt{1+10x} dx$ أوجد قيمة التكامل غير المحدد

a) $\frac{1}{5}(1+10x)^{\frac{3}{2}} + c$

b) $\frac{1}{15}x(1+10x)^{\frac{3}{2}} + c$

c) $\frac{1}{2}(1+10x)^{\frac{1}{2}} + c$

d) $\frac{1}{15}(1+10x)^{\frac{3}{2}} + c$

③ Evaluate the indicated integral $\int \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}} dx$ أوجد قيمة التكامل غير المحدد

a) $2\sqrt{\cos x} + c$

b) $-2\sqrt{\cos x} + c$

c) $\frac{1}{\sqrt{\cos x}} + c$

d) $-2\sqrt{\sin x} + c$



④ Evaluate the indicated integral $\int \sin^3 x \cos x \, dx$ أوجد قيمة التكامل غير المحدد

a) $-\frac{\sin^4 x}{4} + c$

b) $-\frac{\cos^4 x}{4} + c$

c) $\frac{1}{4} \sin^4 x + c$

d) $\sin^2 x \cos x + c$

⑤ Evaluate the indicated integral $\int t^2 \cos t^3 \, dt$ أوجد قيمة التكامل غير المحدد

a) $\frac{1}{4} \cos t^4 + c$

b) $\frac{1}{3} \cos t^3 + c$

c) $\frac{1}{3} \sin t^3 + c$

d) $\frac{1}{3} \sin^3 t + c$



⑥ Evaluate the indicated integral $\int \sin x (\cos x + 3)^{\frac{3}{4}} dx$ أوجد قيمة التكامل غير المحدد

a) $-\frac{2}{7}(\cos x + 3)^{\frac{7}{2}} + c$

b) $\frac{4}{7}(\cos x + 3)^{\frac{7}{4}} + c$

c) $-\frac{4}{7}(\cos x + 3)^{\frac{7}{4}} + c$

d) $-\frac{7}{4}(\cos x + 3)^{\frac{7}{4}} + c$

⑦ Evaluate the indicated integral $\int x e^{x^2+1} dx$ أوجد قيمة التكامل غير المحدد

a) $\frac{1}{2}e^{x^2+1} + c$

b) $\frac{1}{2}x e^{x^2+1} + c$

c) $\frac{3}{2}e^{x^2+1} + c$

d) $2e^{x^2+1} + c$



⑧ Evaluate the indicated integral $\int e^x \sqrt{e^x + 1} dx$ أوجد قيمة التكامل غير المحدد

a) $\frac{1}{2}(e^x + 1)^{\frac{3}{2}} + c$

b) $\frac{2}{3}(e^x + 1)^{\frac{3}{2}} + c$

c) $\frac{3}{2}(e^x + 1)^{\frac{3}{2}} + c$

d) $\frac{2}{3}(e^x + 1)^{\frac{2}{3}} + c$

Exam moe 2021 – 2022

⑨ Evaluate the indicated integral $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$ أوجد قيمة التكامل غير المحدد

a) $\frac{1}{2e^{\sqrt{x}}} + c$

b) $\frac{1}{2}e^{\sqrt{x}} + c$

c) $\frac{2}{e^{\sqrt{x}}} + c$

d) $2e^{\sqrt{x}} + c$



Exam moe 2016 – 2017

⑩ Evaluate the indicated integral $\int \frac{\cos(1/x)}{x^2} dx$ أوجد قيمة التكامل غير المحدد

a) $-\sin \frac{1}{x^2} + c$

b) $-\sin \frac{1}{x} + c$

c) $\sin \frac{1}{x} + c$

d) $\sin \frac{1}{x^2} + c$

مسائل وردت في امتحانات وزارية سابقة على نفس فكرة السؤال 12

Exam moe 2017 – 2018

Evaluate the indicated integral $\int \sin^5 x \cos x dx$ أوجد قيمة التكامل غير المحدد

a) $-\frac{\sin^6 x}{6} + c$

b) $\frac{\sin^6 x}{6} + c$

c) $-\frac{\cos^6 x}{6} + c$

d) $6 \sin^5 x \cos x + c$

Exam moe 2021 – 2022

Evaluate the indicated integral $\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$ أوجد قيمة التكامل غير المحدد

a) $-2 \sin \sqrt{x} + c$

b) $-2 \cos \sqrt{x} + c$

c) $2 \sin \sqrt{x} + c$

d) $2 \cos \sqrt{x} + c$



تذكر أن

$$\textcircled{1} \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln|f(x)| + c$$

$$\textcircled{2} \int \frac{u'}{\sqrt{a^2 - u^2}} dx = \sin^{-1} \frac{u}{a} + c$$

$$\textcircled{3} \int \frac{u'}{a^2 + u^2} dx = \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{u}{a} + c$$

$$\textcircled{4} \int \frac{u'}{|u|\sqrt{u^2 - a^2}} dx = \frac{1}{|a|} \sec^{-1} \frac{u}{a} + c$$

Exam moe 2019 – 2020

① Find the value of the integral $\int \frac{x^5}{1+x^6} dx$ أوجد قيمة التكامل

$$a) \ln \left| \frac{x^5}{1+x^6} \right| + c$$

$$b) \frac{1}{5} \ln|1+x^5| + c$$

$$c) \ln|1+x^6|^{\frac{1}{6}} + c$$

$$d) \frac{1}{6} x^6 \ln|x| + c$$

② Find the value of the integral $\int \frac{x^2}{1+x^6} dx$ أوجد قيمة التكامل

$$a) \tan^{-1} x^3 + c$$

$$b) \tan^{-1} \frac{x^3}{3} + c$$

$$c) \frac{1}{3} \tan^{-1} x^3 + c$$

$$d) \tan^{-1} x + c$$



③ Find the value of the integral

$$\int \frac{3\sqrt{x}}{1+x^3} dx$$

أوجد قيمة التكامل

a) $\tan^{-1} x^{\frac{3}{2}} + c$

b) $\frac{1}{2} \tan^{-1} x^{\frac{2}{3}} + c$

c) $\frac{1}{2} \tan^{-1} x^{\frac{3}{2}} + c$

d) $2 \tan^{-1} x^{\frac{3}{2}} + c$

④ Find the value of the integral

$$\int \frac{x\sqrt{x}}{1+x^5} dx$$

أوجد قيمة التكامل

a) $\frac{2}{5} \tan^{-1} x^{\frac{5}{2}} + c$

b) $\frac{5}{2} \tan^{-1} x^{\frac{5}{2}} + c$

c) $\frac{1}{5} \tan^{-1} x^{\frac{5}{2}} + c$

d) $\frac{1}{2} \tan^{-1} x^{\frac{5}{2}} + c$



⑤ Evaluate the indicated integral $\int_0^2 \frac{e^x}{1 + e^{2x}} dx$ أوجد قيمة التكامل غير المحدد

a) $\tan^{-1} e^2 - \frac{\pi}{2}$

b) $\frac{\pi}{4} \tan^{-1} e^2$

c) $\frac{1}{5} \tan^{-1} e^2 - \frac{\pi}{4}$

d) $\tan^{-1} e^2 - \frac{\pi}{4}$

مسائل وردت في امتحانات وزارية سابقة على نفس فكرة السؤال 13

Exam moe 2017 – 2018

Evaluate the indicated integral $\int \frac{36x + 18}{1 + 9x + 9x^2} dx$ أوجد قيمة التكامل غير المحدد

a) $\ln|9x^2 + 9x + 1| + c$

b) $2 \ln|9x^2 + 9x + 1| + c$

c) $2 \ln|36x + 18| + c$

d) $2 (9x^2 + 9x + 1) + c$

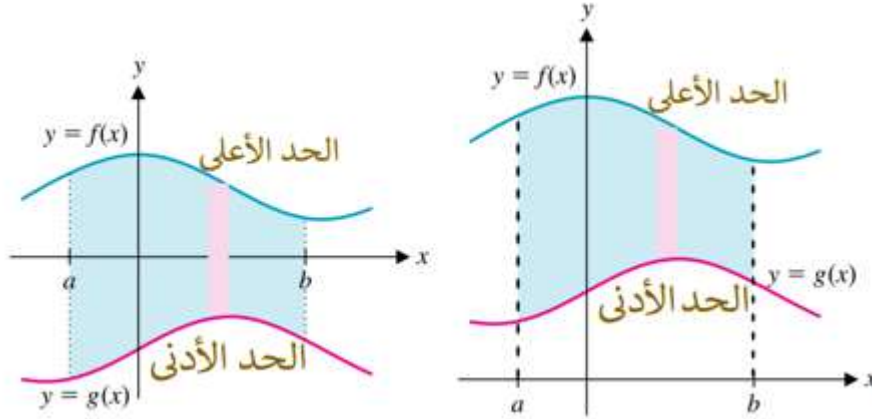


تذكر أن

1 If

 $f(x) \geq g(x)$ on $[a, b]$

إذا كانت

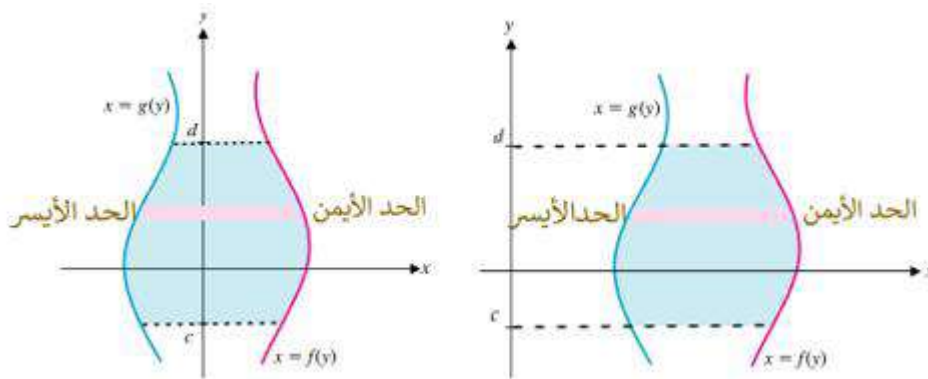


$$A = \int_a^b (\text{الحد الأعلى} - \text{الحد الأدنى}) dx = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx \quad \text{هو}$$

2 If

 $f(y) \geq g(y)$ on $[c, d]$

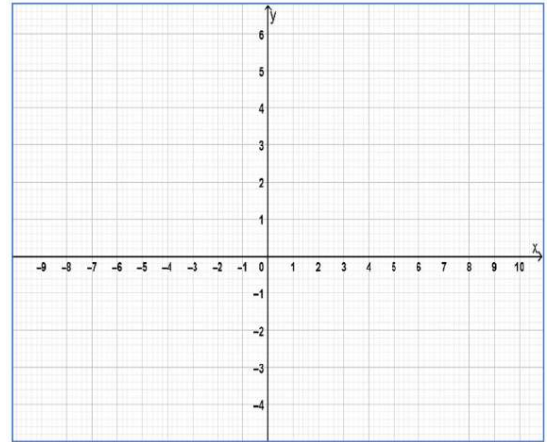
إذا كانت



$$A = \int_c^d (\text{الحد الأيمن} - \text{الحد الأيسر}) dy = \int_c^d (f(y) - g(y)) dy$$

① Find the area bounded by the curves أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات

$$y = x^2 - 1 \text{ and } y = 7 - x^2$$



a) $A = \frac{1}{3}$

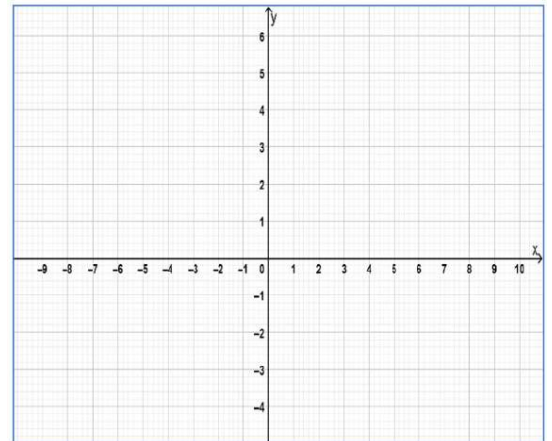
b) $A = \frac{64}{3}$

c) $A = \frac{4\sqrt{2}}{3}$

d) $A = \frac{27}{4}$

② Find the area bounded by the curves أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات

$$y = x^2 - 1 \text{ and } y = \frac{1}{2} x^2$$



a) $A = \frac{1}{3}$

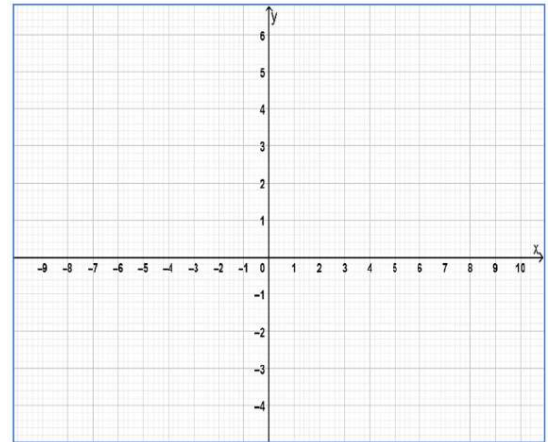
b) $A = \frac{64}{3}$

c) $A = \frac{4\sqrt{2}}{3}$

d) $A = \frac{27}{4}$

③ Find the area bounded by the curves أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات

$$y = x^3 \quad \text{and} \quad y = 3x + 2$$



a) $A = \frac{1}{3}$

b) $A = \frac{64}{3}$

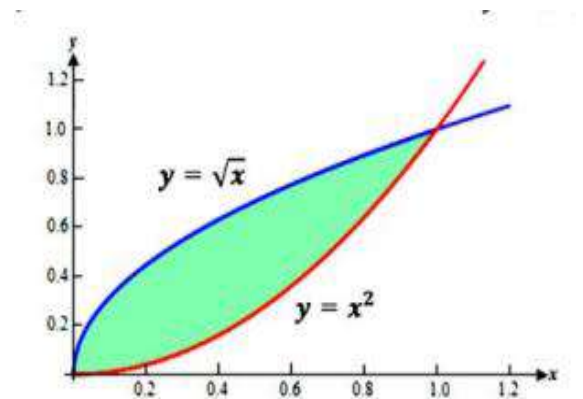
c) $A = \frac{4\sqrt{2}}{3}$

d) $A = \frac{27}{4}$

Exam moe 2021 – 2022

④ Find the area bounded by the curves أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات

$$y = x^2 \quad \text{and} \quad y = \sqrt{x}$$



a) $A = \frac{1}{3}$

b) $A = \frac{64}{3}$

c) $A = \frac{4\sqrt{2}}{3}$

d) $A = \frac{27}{4}$

مسائل وردت في امتحانات وزارية سابقة على نفس فكرة السؤال 14

Exam moe 2024 – 2025

Find the area bounded by the curves أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات

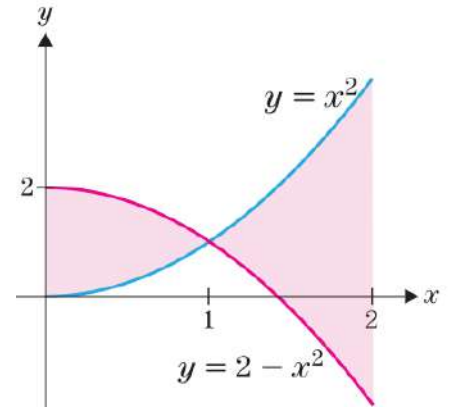
$$y = x^2 \text{ and } y = 2 - x^2$$

$$a) A = \int_0^1 (2 - 2x^2) dx + \int_1^2 (2x^2 - 2) dx$$

$$b) A = \int_0^1 (2x^2 - 1) dx + \int_1^2 (2 - 2x^2) dx$$

$$c) A = \int_0^1 x^2 dx + \int_1^2 (2x^2 - 2) dx$$

$$d) A = \int_0^2 (2 - 2x^2) dx$$



Exam moe 2022 – 2023

Find the area bounded by the curves أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات

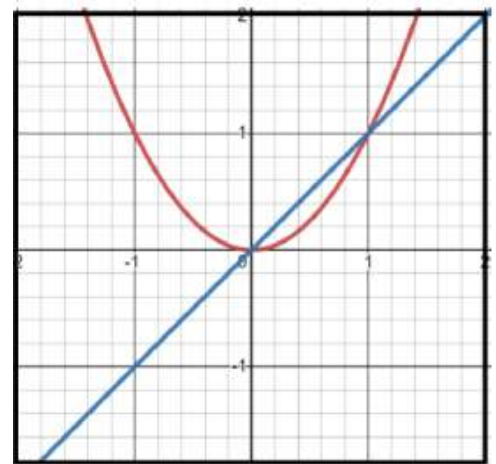
$$y = x \text{ and } y = x^2$$

$$a) A = \int_{-1}^1 (x - x^2) dx$$

$$b) A = \int_0^1 (x^2 - x) dx$$

$$c) A = \int_0^1 (x - x^2) dx$$

$$d) A = \int_{-1}^1 (x^2 - x) dx$$



Find the area bounded by the curves أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات

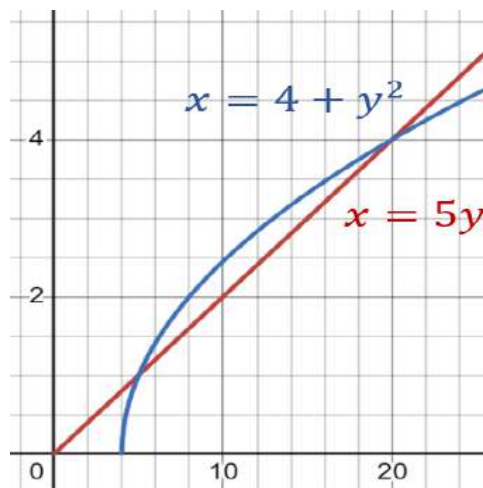
$$x = 5y \text{ and } x = 4 + y^2$$

$$a) A = \int_1^4 (5y - (4 + y^2)) dy$$

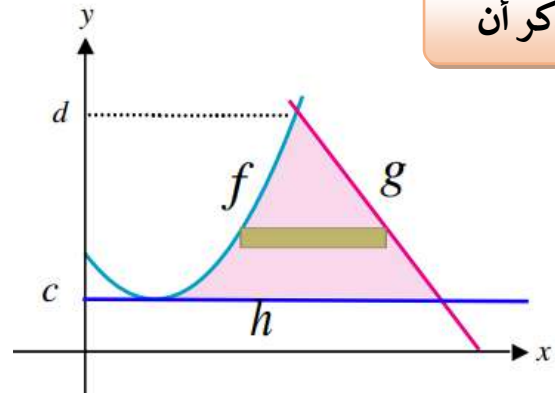
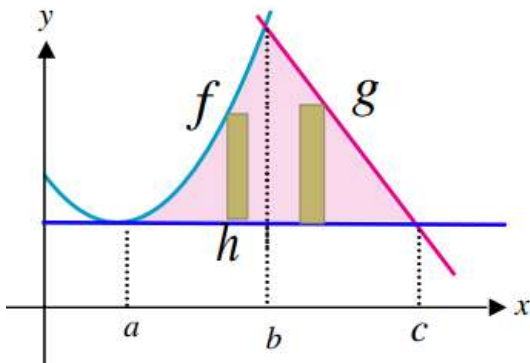
$$b) A = \int_5^{20} ((4 + y^2) - 5y) dy$$

$$c) A = \int_5^{20} (5x - (4 + x^2)) dx$$

$$d) A = \int_1^4 ((4 + x^2) - 5x) dx$$



تذكر أن



$$A = \int_a^b (f(x) - h(x)) dx + \int_b^c (g(x) - h(x)) dx \quad \text{or} \quad A = \int_a^b (g(y) - f(y)) dy$$

تكامل واحد

① Find the area bounded by the
graphs

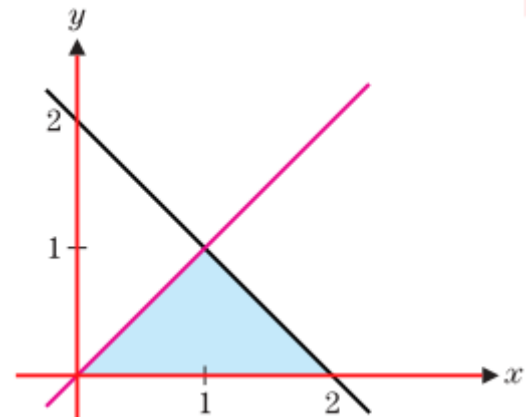
$$y = x, \quad y = 2 - x, \quad y = 0$$

أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين

المنحنيات

Choose the variable of integration to
write the area as a single integral.

اختر متغير لكتابة المساحة على صورة
تكامل واحد.



$$a) A = \int_0^2 (2 - 2x) dx$$

$$b) A = \int_0^1 (2 - y) dy$$

$$c) A = \int_0^1 (2 - 2y) dy$$

$$d) A = \int_0^2 (y - 2) dy$$

② Find the area bounded by the

أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين

graphs

$$y = x, y = 2, y = 6 - x, y = 0$$

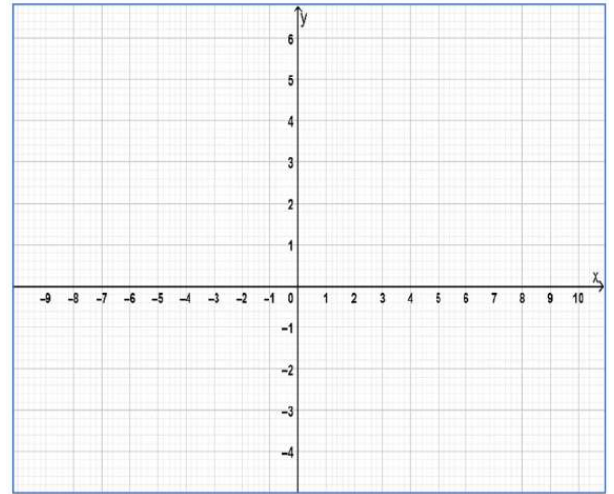
المنحنيات

Choose the variable of integration to

اختر متغير لكتابة المساحة على صورة

write the area as a single integral.

تكاملي واحد.



$$a) A = \int_0^2 (2 - 2x) dx$$

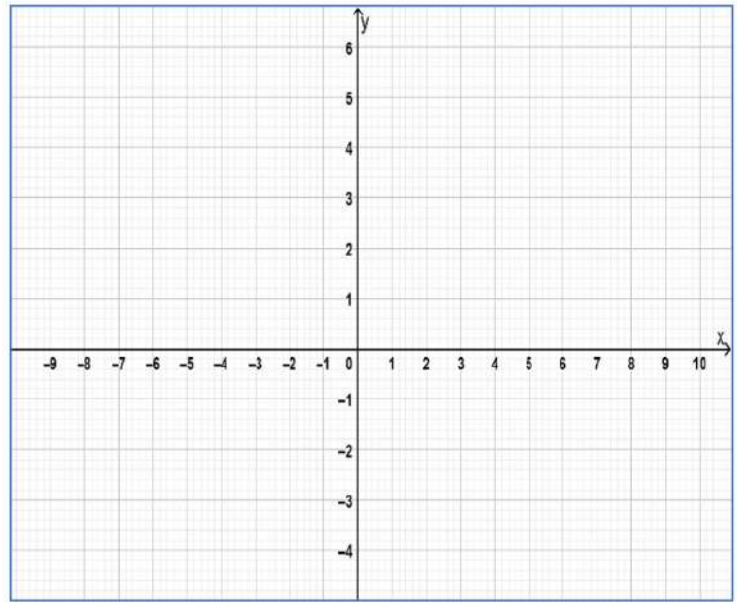
$$b) A = \int_0^1 (2 - y) dy$$

$$c) A = \int_0^1 (2 - 2y) dy$$

$$d) A = \int_0^2 (6 - 2y) dy$$

③ Find the area bounded by the graphs $y = x$, $x = -y$, , $x = 1$

Choose the variable of integration to write the area as a single integral.



a) $A = \int_0^1 (y) dy$

b) $A = \int_0^1 (2y) dy$

c) $A = \int_0^1 (2x) dx$

d) $A = \int_0^1 (x) dx$



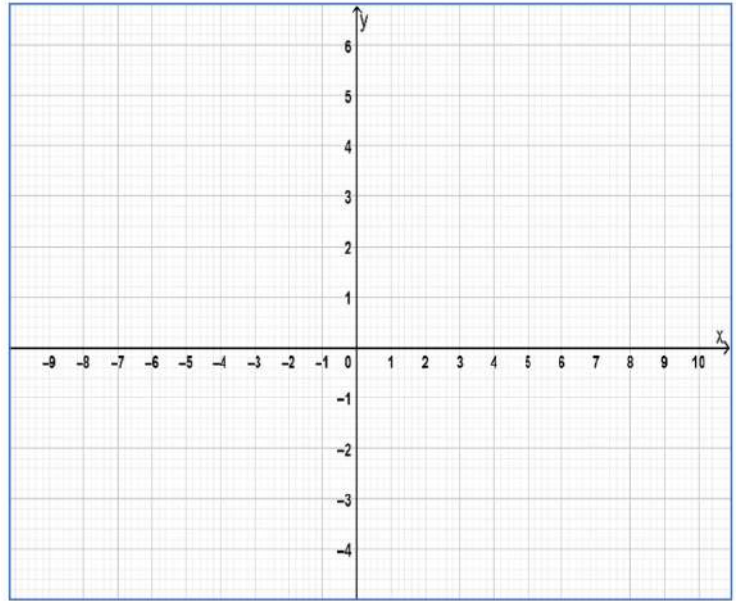
④ Find the area bounded by the
graphs

$$x = 3y, \quad x = 2 + y^2$$

أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين
المنحنيات

Choose the variable of integration to
write the area as a single integral.

اختر متغير لكتابة المساحة على صورة
تكامل واحد.



$$a) A = \int_0^1 (2 - x - x^2) dx$$

$$b) A = \int_1^2 (3y - 2 - y^2) dy$$

$$c) A = \int_1^2 (3y - 2 + y^2) dy$$

$$d) A = \int_0^2 (2 - y) dy$$



⑤ Find the area bounded by the graphs $y = 2x (x > 0)$, $y = 3 - x^2$, $x = 0$
 أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات
 Choose the variable of integration to write the area as a single integral.
 اختر متغير لكتابة المساحة على صورة تكامل واحد.

a) $A = \int_0^1 (3 - x^2 - 2x) dx$

b) $A = \int_0^1 (3 - 2y - y^2) dy$

c) $A = \int_0^1 (3 + x^2 + 2x) dx$

d) $A = \int_0^1 (3 - x^2 + 2x) dx$

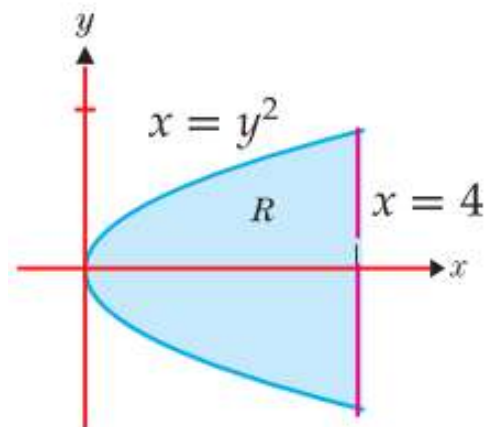
⑥ Find the area bounded by the graphs $x = y^2$, $x = 4$
 أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات
 Choose the variable of integration to write the area as a single integral.
 اختر متغير لكتابة المساحة على صورة تكامل واحد.

a) $A = \int_0^3 (4 - \sqrt{x}) dx$

b) $A = \int_{-2}^2 (4 - y^2) dy$

c) $A = \int_{-2}^2 (y^2 - 4) dy$

d) $A = \int_{-2}^2 (y^2 + 4) dy$



مسائل وردت في امتحانات وزارية سابقة على نفس فكرة السؤال 15

Exam moe 2020 – 2021

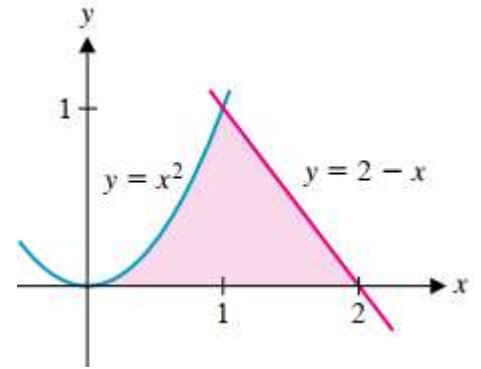
Find the area bounded by the graphs $y = 2 - x$ and $y = x^2$ respect to y أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين التمثيلين البيانين بالنسبة إلى y

a) $A = \int_0^1 (2 - x - x^2) dx$

b) $A = \int_0^2 (2 - y - \sqrt{y}) dy$

c) $A = \int_0^1 (2 - y - \sqrt{y}) dy$

d) $A = \int_0^2 (2 - y + \sqrt{y}) dy$



Exam moe 2020 – 2021

Find the area bounded by the graphs of $y = -x$, $y = \sqrt{x}$ and $y = 2$. Choose the variable of integration to write the area as a single integral. أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات $y = 2$ و $y = \sqrt{x}$, $y = -x$ اختر متغير لكتابة المساحة على صورة تكامل واحد.

a) $A = \int_0^2 (y^2 + y) dy$

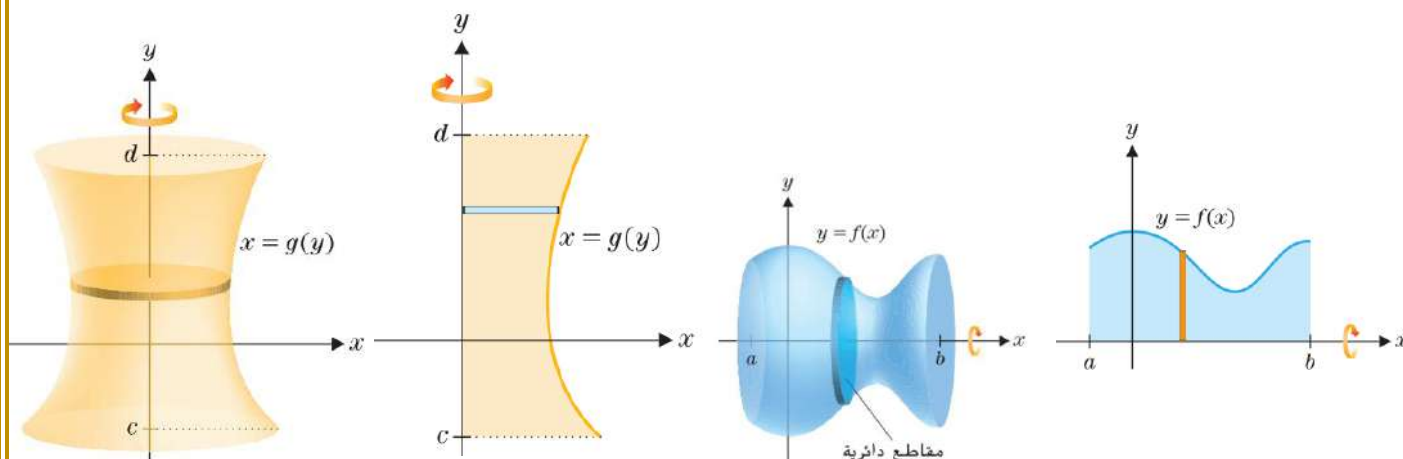
b) $A = \int_0^2 (y^2 - y) dy$

c) $A = \int_{-2}^4 (\sqrt{x} - x) dx$

d) $A = \int_{-2}^4 (\sqrt{x} + x) dx$

تذكر أن

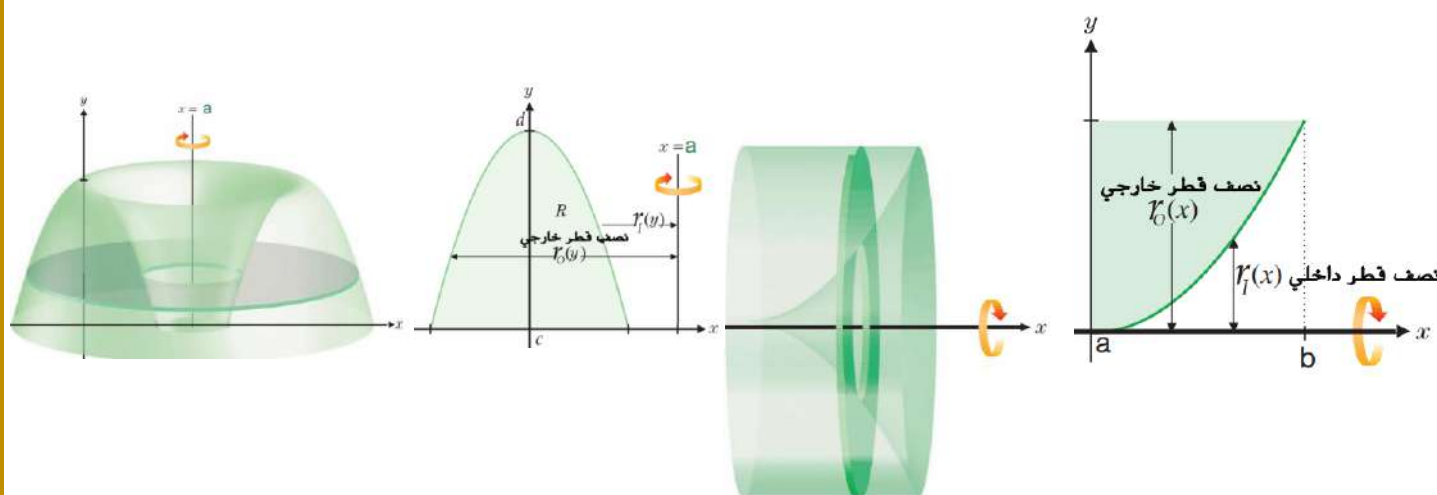
الحجم بطريقة القرص The Method of Disks



$$V = \pi \int_c^d (r(y))^2 dy$$

$$V = \pi \int_a^b (r(x))^2 dx$$

الحجم بطريقة الحلقة The Method of Washers



$$V = \pi \int_c^d [(r_o(y))^2 - (r_i(y))^2] dy$$

$$V = \pi \int_a^b [(r_o(x))^2 - (r_i(x))^2] dx$$



خطوات الحل :

1- رسم المنطقة المحددة بالمنحنيات.

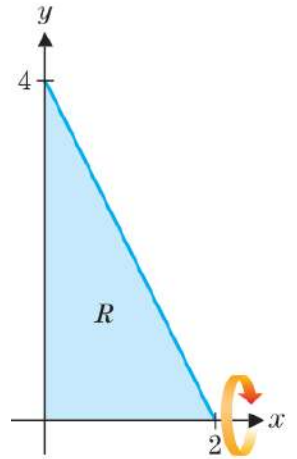
2 - تحديد محور الدوران لتحديد كلا من قرص أم حلقة والتكامل بالنسبة إلى x أو y .

3- تحديد حدود التكامل

4- تحديد نصف القطر الداخلي ونصف القطر الخارجي

5- عندما يكون التكامل بالنسبة لـ x يكون الدالة السفلية – الدالة العلوية = نصف القطر (الداخلي أو الخارجي)6- عندما يكون التكامل بالنسبة لـ y يكون دالة اليسار – دالة اليمين = نصف القطر (الداخلي أو الخارجي)

احسب حجم المجسم الذي تتكون من دوران *Compute the volume of solid formed*
by revlving the region bounded $y = 4 - 2x$, $x = y = 0$ *بواسطة*
about the $x - axis$ *حول المحور* x



$$a) v = \int_0^4 (4 - 2x)^2 dx$$

$$b) v = \int_0^2 \pi(4 - 2x)^2 dx$$

$$c) v = \int_0^x \pi(4 - 2x)^2 dx$$

$$d) v = \int_0^2 (4 - 2x)^2 dx$$



② Let R be the region bounded by $y = 4 - 2x, x = y = 0$ لتكن R هي المنطقة المحدودة بواسطة

Compute the volume of the solid R احسب حجم المجسم الذي تكون من دوران

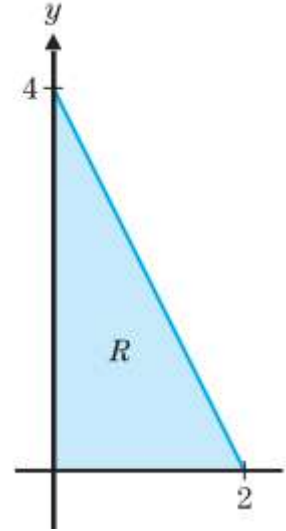
formed by revolving R about the line $y = -4$ حول المستقيم $y = -4$

$$a) v = \int_0^4 (8 - 2x)^2 dx$$

$$b) v = \pi \int_0^2 (8 - 2x)^2 - 4^2 dx$$

$$c) v = \pi \int_0^2 4^2 - (2x)^2 dx$$

$$d) v = \int_0^2 (8 - 2y)^2 dy$$



③ Let R be the region bounded by $y = 4 - 2x, x = y = 0$ لتكن R هي المنطقة المحدودة بواسطة

Compute the volume of the solid R احسب حجم المجسم الذي تكون من دوران

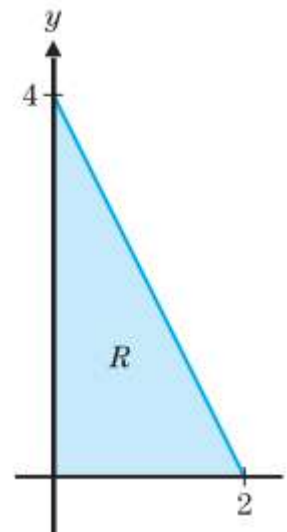
formed by revolving R about the line $y = 4$ حول المستقيم $y = 4$

$$a) v = \int_0^4 (8 - 2x)^2 dx$$

$$b) v = \pi \int_0^2 (8 - 2x)^2 - 4^2 dx$$

$$c) v = \pi \int_0^2 4^2 - (2x)^2 dx$$

$$d) v = \int_0^2 (8 - 2y)^2 dy$$



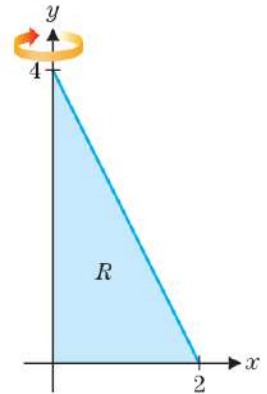
④ compute the volume of solid formed احسب حجم المجسم الذي تتكون من دوران المنطقة المحددة بواسطة $y = 4 - 2x, x = y = 0$ حول المحور y about the y – axis

a) $v = \int_0^2 (4 - y)^2 dy$

b) $v = \int_0^4 \left(\frac{4 - y}{2}\right)^2 dy$

c) $v = \int_0^4 \pi \left(\frac{4 - y}{2}\right)^2 dy$

d) $v = \int_0^2 \pi \left(\frac{y - 4}{2}\right)^2 dy$



⑤ Let R be the region bounded by لتكن R هي المنطقة المحدودة بواسطة $y = 4 - 2x, x = y = 0$

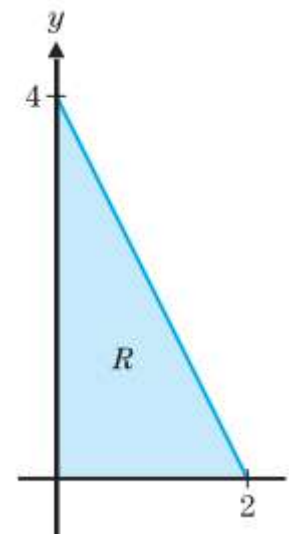
Compute the volume of the solid احسب حجم المجسم الذي تكون من دوران R about the line $x = 2$ حول المستقيم $x = 2$ formed by revolving R about the line $x = 2$

a) $\frac{32}{3}\pi$

b) $\frac{1}{2}\pi$

c) $\frac{112}{3}\pi$

d) $\frac{32}{5}$



⑥ Let R be the region bounded by لتكن R هي المنطقة المحدودة بواسطة

$$y = 4 - 2x, x = y = 0$$

Compute the volume of the solid احسب حجم المجسم الذي تكون من دوران R

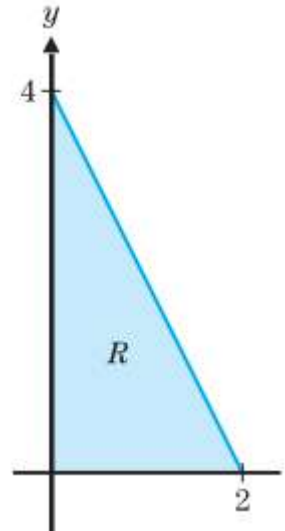
formed by revolving R about the line $x = -2$ حول المستقيم $x = -2$

a) $\frac{16}{3}\pi$

b) $\frac{1}{2}\pi$

c) $\frac{64}{3}\pi$

d) $\frac{32}{5}$



Exam moe 2016 – 2017

⑦ Let R be the region bounded by لتكن R هي المنطقة المحدودة بواسطة

$$y = x^2 \text{ and } y = 4.$$

Compute the volume of the solid احسب حجم المجسم الذي تكون من دوران R

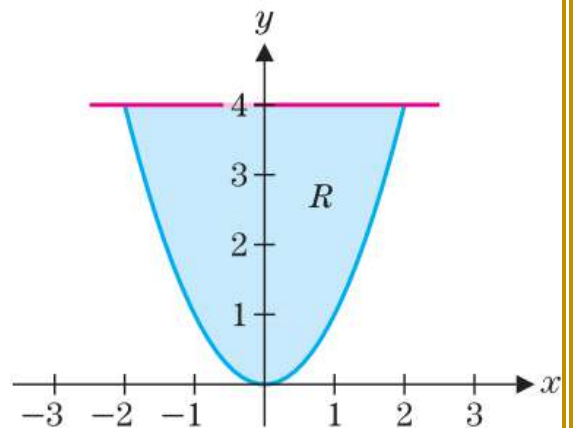
formed by revolving R about the y – axis حول المحور y

a) $v = \int_0^4 \pi \left[(2 + \sqrt{y})^2 - (2 - \sqrt{y})^2 \right] dy$

b) $v = \pi \int_0^4 (\sqrt{y})^2 dy$

c) $v = \int_0^4 \pi \left[(2 - \sqrt{y})^2 - (2 + \sqrt{y})^2 \right] dy$

d) $v = \int_0^4 \pi \left[(4 + \sqrt{y})^2 - (4 - \sqrt{y})^2 \right] dy$



⑧ Let R be the region bounded by

لتكن R هي المنطقة المحدودة بواسطة

$$y = x^2, y = 4$$

Compute the volume of the solid

احسب حجم المجسم الذي تكون من دوران R

formed by revolving R about the line $x = 2$

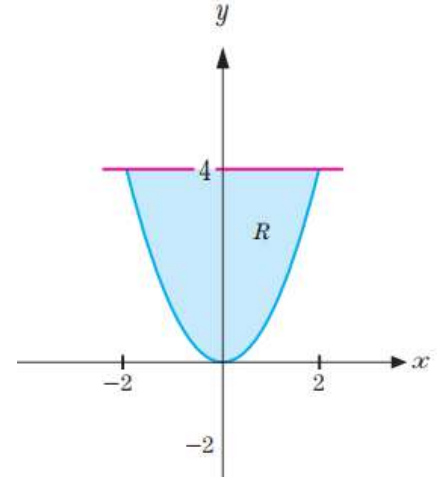
حول المستقيم $x = 2$

$$a) v = \int_0^4 \pi \left[(2 + \sqrt{y})^2 - (2 - \sqrt{y})^2 \right] dy$$

$$b) v = \pi \int_0^4 (\sqrt{y})^2 dy$$

$$c) v = \int_0^4 \pi \left[(2 - \sqrt{y})^2 - (2 + \sqrt{y})^2 \right] dy$$

$$d) v = \int_0^4 \pi \left[(\sqrt{y} + 4)^2 - (4 - \sqrt{y})^2 \right] dy$$



⑨ Let R be the region bounded by

لتكن R هي المنطقة المحدودة بواسطة

$$y = x^2, y = 4$$

Compute the volume of the solid

احسب حجم المجسم الذي تكون من دوران R

formed by revolving R about the line $x = -4$

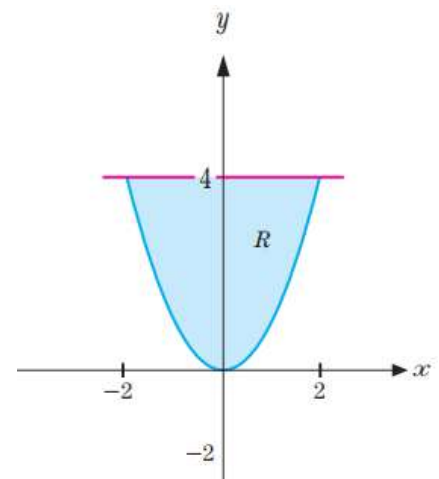
حول المستقيم $x = -4$

$$a) v = \int_0^4 \pi \left[(2 + \sqrt{y})^2 - (2 - \sqrt{y})^2 \right] dy$$

$$b) v = \pi \int_0^4 (\sqrt{y})^2 dy$$

$$c) v = \int_0^4 \pi \left[(2 - \sqrt{y})^2 - (2 + \sqrt{y})^2 \right] dy$$

$$d) v = \int_0^4 \pi \left[(\sqrt{y} + 4)^2 - (4 - \sqrt{y})^2 \right] dy$$



⑩ Let R be the region bounded by $y = x^2, y = 4$ لتكن R هي المنطقة المحدودة بواسطة

$$y = x^2, y = 4$$

Compute the volume of the solid R احسب حجم المجسم الذي تكون من دوران

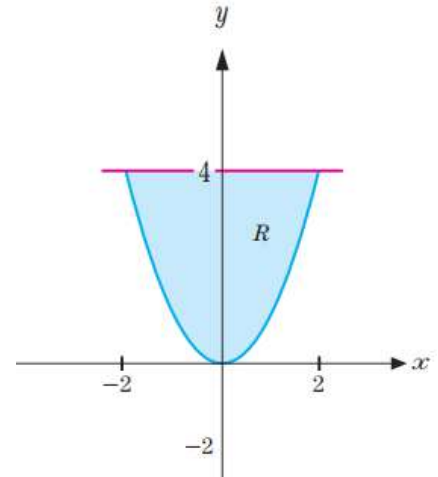
formed by revolving R about the line $y = 4$ حول المستقيم $y = 4$

a) $\frac{1408}{15}\pi$

b) $\frac{512}{15}\pi$

c) $\frac{384}{5}\pi$

d) $\frac{32}{5}$



⑪ Let R be the region bounded by $y = x^2, y = 4$ لتكن R هي المنطقة المحدودة بواسطة

$$y = x^2, y = 4$$

Compute the volume of the solid R احسب حجم المجسم الذي تكون من دوران

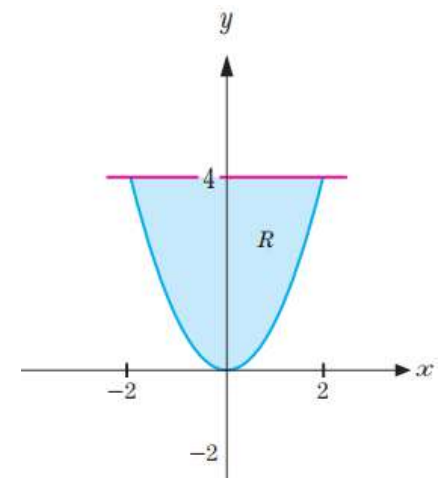
formed by revolving R about the line $y = 6$ حول المستقيم $y = 6$

a) $\frac{1408}{15}\pi$

b) $\frac{512}{15}\pi$

c) $\frac{384}{5}\pi$

d) $\frac{32}{5}\pi$



⑫ Let R be the region bounded by $y = x^2, y = 4$ لتكن R هي المنطقة المحدودة بواسطة

$$y = x^2, y = 4$$

Compute the volume of the solid R احسب حجم المجسم الذي تكون من دوران

formed by revolving R about the line $y = -2$

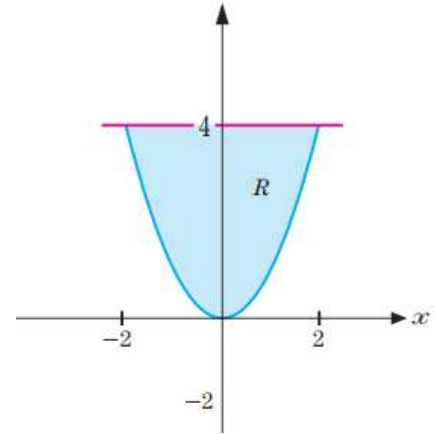
حول المستقيم $y = -2$

a) $\frac{1408}{15} \pi$

b) $\frac{512}{15} \pi$

c) $\frac{384}{5} \pi$

d) $\frac{32}{5} \pi$



مسائل وردت في امتحانات وزارية سابقة على نفس فكرة السؤال 16

Exam moe 2023 – 2024

Let R be the region bounded by $y = 6 - 2x, y = 0$ and $x = 0$. لتكن R هي المنطقة المحدودة بواسطة

$$y = 6 - 2x, y = 0 \text{ and } x = 0.$$

Compute the volume of the solid R احسب حجم المجسم الذي تكون من دوران

formed by revolving R about the y – axis

حول المحور y

a) $v = \int_0^3 \left(\frac{6-y}{2} \right)^2 dy$

b) $v = \int_0^6 \pi \left(\frac{6-y}{2} \right)^2 dy$

c) $v = \int_0^3 \pi \left(\frac{6-y}{2} \right)^2 dy$

d) $v = \int_0^6 \left(\frac{6-y}{2} \right)^2 dy$



Exam moe 2021 – 2022

Let R be the region bounded by $y = x^2$, $y = 0$ and $x = 1$. لتكن R هي المنطقة المحدودة بواسطة

$$y = x^2, y = 0 \text{ and } x = 1.$$

Compute the volume of the solid R formed by revolving R about the x – axis احسب حجم المجسم الذي تكون من دوران

formed by revolving R about the x – axis حول المحور x

a) $\frac{1}{5}\pi$

b) $\frac{1}{2}\pi$

c) $\frac{1}{6}\pi$

d) $\frac{32}{5}$

Exam moe 2018 – 2019

compute the volume of solid formed by revling the region bounded $y = 9 - x^2$ and $y = 2$ احسب حجم المجسم الذي تكون من دوران

المنطقة المحددة بواسطة $y = 9 - x^2$ and $y = 2$ من $x = \sqrt{7}$ إلى $x = 0$ حول المحور y

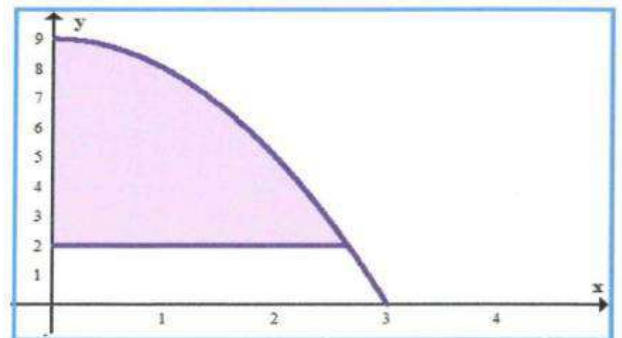
form $x = \sqrt{7}$ and $x = 0$ by the y – axis

a) $v = \int_2^9 \pi(9 - y)^2 dy$

b) $v = \int_2^9 \pi\sqrt{9 - y} dy$

c) $v = \int_2^9 (9 - y)^2 dy$

d) $v = \int_2^9 \pi(9 - y)$



① Let R be the region bounded by لتكن R هي المنطقة المحدودة بواسطة

$$y = 0, y = 2 - x \text{ and } x = 0$$

Compute the volume of the solid احسب حجم المجسم الذي تكون من دوران R

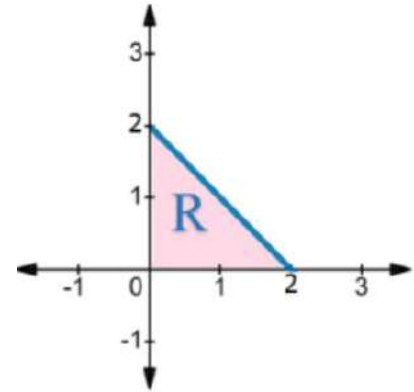
formed by revolving R about the x – axis حول المحور x

$$a) V = \int_0^2 \pi (2 - x)^2 dx$$

$$b) V = \int_0^2 \pi (3 - (2 - x))^2 dx$$

$$c) V = \int_0^2 \pi (3)^2 dx - \int_0^2 \pi (2 - x)^2 dx$$

$$d) V = \int_0^2 \pi (3)^2 dx - \int_0^2 \pi (3 - (2 - x))^2 dx$$



Exam moe 2021 – 2022 and 2023 – 2024

② Let R be the region bounded by لتكن R هي المنطقة المحدودة بواسطة

$$y = 2 - x, y = 0 \text{ and } x = 0.$$

Compute the volume of the solid احسب حجم المجسم الذي تكون من دوران R

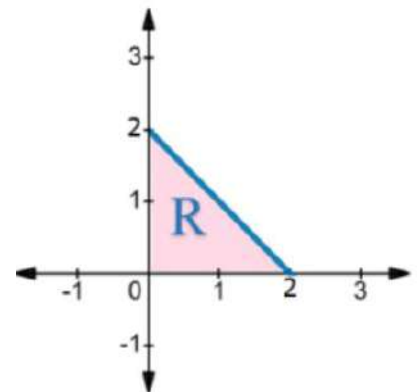
formed by revolving R about the $y = 3$ حول المحور $y = 3$

$$a) V = \int_0^2 \pi (3) dx - \int_0^2 \pi (3 - (2 - x))^2 dx$$

$$b) V = \int_0^2 \pi (3 - (2 - x))^2 dx$$

$$c) V = \int_0^2 \pi (3)^2 dx - \int_0^2 \pi (1 - x)^2 dx$$

$$d) V = \int_0^2 \pi (3)^2 dx - \int_0^2 \pi (3 - (2 - x))^2 dx$$

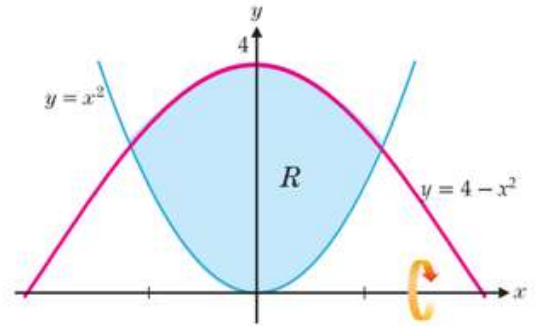


③ Let R be the region bounded by $y = x^2$, $y = 4 - x^2$ لتكن R هي المنطقة المحدودة بواسطة

$$y = x^2, y = 4 - x^2$$

Compute the volume of the solid R formed by revolving R about the x – axis احسب حجم المجسم الذي تكون من دوران

حول المحور x



a) $V = \frac{5\pi}{32}$

b) $V = \frac{64\sqrt{2}\pi}{3}$

c) $V = \frac{64\sqrt{3}\pi}{2}$

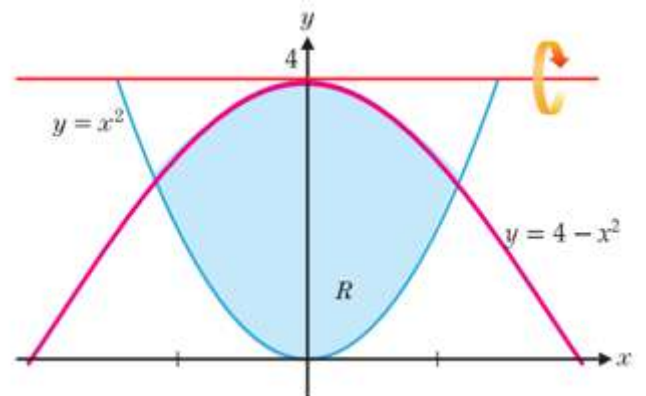
d) $V = \frac{224\pi}{5}$

④ Let R be the region bounded by $y = x^2$, $y = 4 - x^2$ لتكن R هي المنطقة المحدودة بواسطة

$$y = x^2, y = 4 - x^2$$

Compute the volume of the solid R formed by revolving R about the line $y = 4$ احسب حجم المجسم الذي تكون من دوران

حول المستقيم $y = 4$



a) $V = \frac{5\pi}{32}$

b) $V = \frac{64\sqrt{2}\pi}{3}$

c) $V = \frac{64\sqrt{3}\pi}{2}$

d) $V = \frac{224\pi}{5}$

⑤ Let R be the region bounded by $y = \sqrt{x}$, $y = 2$ and $x = 0$. لتكن R هي المنطقة المحدودة بواسطة

$$y = \sqrt{x}, y = 2 \text{ and } x = 0.$$

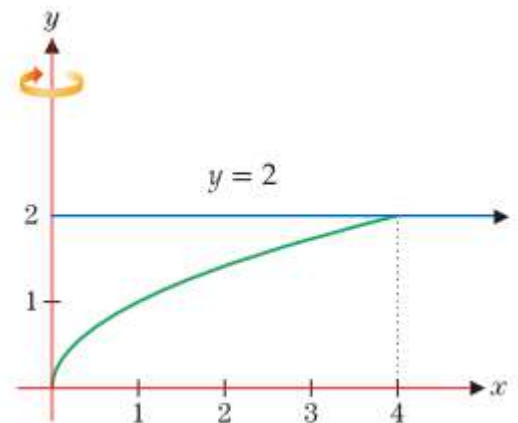
Compute the volume of the solid R formed by revolving R about the y -axis. احسب حجم المجسم الذي تكون من دوران R حول المحور y

a) $V = \frac{5\pi}{32}$

b) $V = \frac{32\pi}{5}$

c) $V = \frac{224\pi}{15}$

d) $V = \frac{224\pi}{5}$



⑥ Let R be the region bounded by $y = \sqrt{x}$, $y = 2$ and $x = 0$. لتكن R هي المنطقة المحدودة بواسطة

$$y = \sqrt{x}, y = 2 \text{ and } x = 0.$$

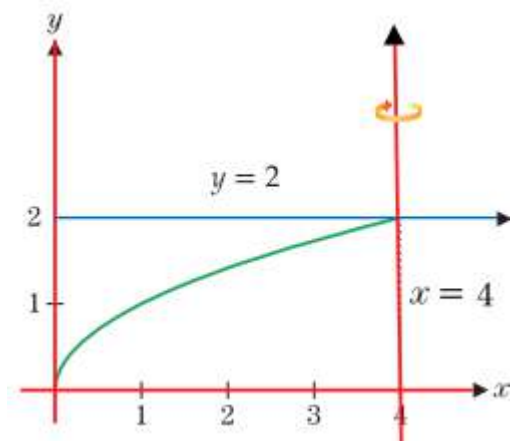
Compute the volume of the solid R formed by revolving R about the line $x = 4$. احسب حجم المجسم الذي تكون من دوران R حول المستقيم $x = 4$

a) $V = \frac{5\pi}{32}$

b) $V = \frac{32\pi}{5}$

c) $V = \frac{224\pi}{15}$

d) $V = \frac{224\pi}{5}$



⑦ compute the volume of solid formed by revolving the region bounded by $y = x^2$ and $x = y^2$ about the y -axis

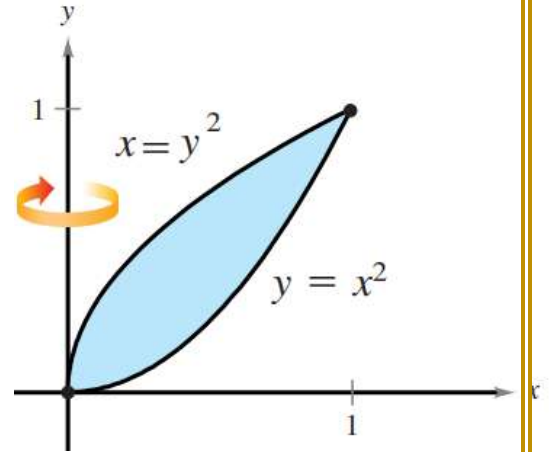
احسب حجم المجسم الذي تتكون من دوران المنطقة المحددة بواسطة $y = x^2$ and $x = y^2$ حول المحور y

$$a) V = \pi \int_0^1 (y) dy - \pi \int_0^1 y^4 dy$$

$$b) V = \pi \int_0^1 (y - y^2)^2 dy$$

$$c) V = \pi \int_0^1 (1 - y^2)^2 dy - \pi \int_0^1 (1 - \sqrt{y})^2 dy$$

$$d) V = \pi \int_0^1 (1 - x^2)^2 dx - \pi \int_0^1 (1 - \sqrt{x})^2 dx$$



⑧ Compute the volume of solid formed by revolving the region bounded by $y = x^2$ and $x = y^2$ about $x = 1$

احسب حجم المجسم الذي تتكون من دوران المنطقة المحددة بواسطة $y = x^2$ and $x = y^2$ حول $x = 1$

$$a) V = \pi \int_0^1 (y) dy - \pi \int_0^1 y^4 dy$$

$$b) V = \pi \int_0^1 (y - y^2)^2 dy$$

$$c) V = \pi \int_0^1 (1 - y^2)^2 dy - \pi \int_0^1 (1 - \sqrt{y})^2 dy$$

$$d) V = \pi \int_0^1 (1 - x^2)^2 dx - \pi \int_0^1 (1 - \sqrt{x})^2 dx$$

تذكر أن

If $y = f(x)$ then arc Lengthإذا كانت $y = f(x)$ فإن طول القوس

$$s = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx$$

① Find the arc length of the portion of curve أوجد طول القوس لجزء من المنحنى

$$y = 2x - x^2 \quad \text{for} \quad 0 \leq x \leq 2$$

a) $s = \sqrt{26}$

b) $s = 2\sqrt{26}$

c) $s = \sqrt{26} \pi$

d) $2\sqrt{26} \pi$

Exam moe 2020 – 2021

② Find the arc length of the portion of curve أوجد طول القوس لجزء من المنحنى

$$y = \tan x \quad \text{for} \quad 0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$$

a) $s = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{1 + \sec^4 x} dx$

b) $s = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (1 + \sec^4 x) dx$

c) $s = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{1 + \sec^2 x} dx$

d) $s = \pi \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{1 + \tan^2 x} dx$



③ Find the arc length of the portion of curve أوجد طول القوس لجزء من المنحنى

$$y = \cos x \quad \text{with } 0 \leq x \leq \pi$$

a) $s = \int_0^{\pi} \sqrt{1 + 4\sin^2(x)} \, dx$

b) $s = \int_0^{\pi} \sqrt{1 + 4\sin(x)} \, dx$

c) $s = \int_0^{\pi} \sqrt{1 + \sin(x)} \, dx$

d) $s = \int_0^{\pi} \sqrt{1 + \sin^2(x)} \, dx$

Exam moe 2019 – 2020

④ Find the arc length of the portion of curve أوجد طول القوس لجزء من المنحنى

$$y = \ln x \quad \text{with } 1 \leq x \leq 3$$

a) $s = \int_1^3 (1 + x^2) \, dx$

b) $s = \int_1^3 \frac{\sqrt{1 - x^2}}{x} \, dx$

c) $s = \pi \int_1^3 \frac{\sqrt{1 + x^2}}{x} \, dx$

d) $s = \int_1^3 \frac{\sqrt{1 + x^2}}{x} \, dx$



مسائل وردت في امتحانات وزارية سابقة على نفس فكرة السؤال 16

Exam moe 2024 – 2025

Find the arc length of the portion of curve أوجد طول القوس لجزء من المنحنى

$$y = \sin 2x \quad \text{with } 0 \leq x \leq \pi$$

$$a) s = \int_0^{\pi} \sqrt{1 + 4\cos^2(2x)} dx$$

$$b) s = \int_0^{\pi} \sqrt{1 + 4\cos(2x)} dx$$

$$c) s = \int_0^{\pi} \sqrt{1 + 4\sin(2x)} dx$$

$$d) s = \int_0^{\pi} \sqrt{1 + 4\sin^2(2x)} dx$$

Exam moe 2023 – 2024

Find the arc length of the portion of curve أوجد طول القوس لجزء من المنحنى

$$y = 5x + 1 \quad \text{with } 0 \leq x \leq 2$$

$$a) s = \sqrt{26}$$

$$b) s = 2\sqrt{26}$$

$$c) s = \sqrt{26} \pi$$

$$d) 2\sqrt{26} \pi$$



Exam moe 2022 – 2023

Find the arc length of the portion of curve أوجد طول القوس لجزء من المنحنى

$$y = \ln x \quad \text{with } 1 \leq x \leq 3$$

$$a) s = \int_1^3 \sqrt{1 + \ln x^2} dx$$

$$b) s = \int_1^3 \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} dx$$

$$c) s = \int_1^3 \sqrt{1 + \frac{1}{x}} dx$$

$$d) s = \int_1^3 \left(1 + \frac{1}{x^2}\right) dx$$

Exam moe 2021 – 2022

Find the arc length of the portion of curve أوجد طول القوس لجزء من المنحنى

$$y = 3x + 2 \quad \text{with } 0 \leq x \leq 2$$

$$a) \sqrt{10}$$

$$b) 2\sqrt{10}$$

$$c) \sqrt{5}$$

$$d) 2\sqrt{5}$$



تذكر أن

① The surface area of surface

مساحة السطح المتولد من تدوير

generated by revolving

$$y = f(x), \quad a \leq x \leq b$$

المنحنى

about the x – axis.

$$s = \int_a^b 2\pi f(x) \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx$$

حول المحور x .

① Find the surface area of surface

أوجد مساحة السطح المتولد من تدوير

generated by revolving

$$y = x^3 - 4x, \quad -2 \leq x \leq 0$$

المنحنى

, about the x – axis.حول المحور x .

$$a) s = \int_{-2}^0 2\pi(x^3 - 4x) \sqrt{1 + (3x^2 - 4)^2} dx$$

$$b) s = \int_{-2}^0 \pi(x^3 - 4x) \sqrt{1 + (3x^2 - 4)^2} dx$$

$$c) s = \int_{-2}^0 2\pi(x^3 - 4x) \sqrt{1 + 3x^2 - 4} dx$$

$$d) s = \int_{-2}^0 2\pi(3x^2 - 4) \sqrt{1 + (x^3 - 4x)^2} dx$$

③ Find the surface area of surface

أوجد مساحة السطح المتولد من تدوير

generated by revolving

$$y = e^x, \quad 0 \leq x \leq 1$$

المنحنى

, about the x – axis.حول المحور x .

$$a) s = \int_0^1 4\pi e^x \sqrt{1 + e^{2x}} dx$$

$$b) s = \int_0^1 2e^x \sqrt{1 + e^{2x}} dx$$

$$c) s = \int_0^1 2\pi e^x \sqrt{1 + e^{2x}} dx$$

$$d) s = \int_0^1 2\pi e^x \sqrt{1 + e^{x^2}} dx$$



④ Find the surface area of surface generated by revolving $y = \cos x$, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, about the x – axis. أوجد مساحة السطح المتولد من تدوير المنحنى حول المحور x .

a) $s = 2\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \sqrt{1 + \sin^2 x} dx$

b) $s = 2\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \sqrt{1 + \sin x} dx$

c) $s = 2\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \sqrt{1 + \cos^2 x} dx$

d) $s = 2\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \sqrt{1 + \cos x} dx$

Exam moe 2022 – 2023

Select the surface area of surface generated by revolving $y = \ln x$, $1 \leq x \leq 2$, about the x – axis. حدد مساحة السطح المتولد من تدوير المنحنى حول المحور x .

a) $s = \int_1^2 4\pi \ln x \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} dx$

b) $s = \int_1^2 2\ln x \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} dx$

c) $s = \int_1^2 2\pi \ln x \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} dx$

d) $s = \int_1^2 2\pi \left(\frac{1}{x}\right) \sqrt{1 + (\ln x)^2} dx$



Exam moe 2020 – 2021

حدد التكامل لمساحة السطح الدوراني الذي
 of the surface of revolution for $y = \sqrt{x}$, $1 \leq x \leq 2$ يتكون بدوران
 revolved about the x – axis. حول المحور x .

$$a) s = 2\pi \int_1^2 \sqrt{1 + \frac{1}{4x}} dx$$

$$b) s = 2\pi \int_1^2 \sqrt{x} \sqrt{1 + \frac{1}{4x}} dx$$

$$c) s = \int_1^2 \sqrt{x} \sqrt{1 + \frac{1}{4x}} dx$$

$$d) s = 2\pi \int_1^2 \sqrt{x} \sqrt{1 + x} dx$$

مسائل وردت في امتحانات وزارية سابقة على نفس فكرة السؤال 19

Exam moe 2024 – 2025

Select the surface area of surface
 generated by revolving $y = \sqrt{2x}$, $1 \leq x \leq 2$ حدد مساحة السطح المتولد من تدوير
 about the x – axis. المنحنى حول المحور x .

$$a) s = \int_1^2 \sqrt{2x} \sqrt{1 + \frac{1}{2x}} dx$$

$$b) s = \int_1^2 2\pi \sqrt{2x} \sqrt{1 + \frac{1}{2x^2}} dx$$

$$c) s = \int_1^2 2\pi \sqrt{2x} \sqrt{1 + \frac{1}{2x}} dx$$

$$d) s = \int_1^2 2\pi \sqrt{4 + \frac{1}{2x}} dx$$



Exam 2022 – 2023 and Exam 2019 – 2020

Find the surface area of surface
generated by revolving
about the x – axis.

أوجد مساحة السطح المتولد من تدوير
المنحنى
حول المحور x .

$$y = \sin x, \quad 0 \leq x \leq \pi$$

$$a) s = 2\pi \int_0^{\pi} \sin x \sqrt{1 + \cos^2 x} dx$$

$$b) s = 2\pi \int_0^{\pi} \sin^2 x \sqrt{1 + \cos x} dx$$

$$c) s = 2\pi \int_0^{\pi} \cos x \sqrt{1 + \sin^2 x} dx$$

$$d) s = 2\pi \int_0^{\pi} \cos^2 x \sqrt{1 + \sin x} dx$$

Exam 2021 – 2022 and Exam 2016 – 2017

Find the surface area of surface
generated by revolving
about the x – axis.

أوجد مساحة السطح المتولد من تدوير
المنحنى
حول المحور x .

$$y = x^2, \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$a) s = \int_0^1 4\pi x \sqrt{1 + 2x} dx$$

$$b) s = \int_0^1 2\pi x \sqrt{1 + (2x)^2} dx$$

$$c) s = \int_0^1 2\pi x^2 \sqrt{1 + (2x)^2} dx$$

$$d) s = \int_0^1 4\pi x^2 \sqrt{1 + 2x} dx$$



Exam moe 2017 – 2018

Find the surface area of the surface
generated by revolving
about the x – axis.

حدد التكامل لمساحة السطح الدوراني الذي

$$y = x^4, 1 \leq x \leq 2$$

يتكون بدوران

حول المحور x .

$$a) s = \pi \int_1^2 x^4 \sqrt{1 + 16x^6} dx$$

$$b) s = 2\pi \int_1^2 x^4 \sqrt{1 + 16x^6} dx$$

$$c) s = 2\pi \int_1^2 x^3 \sqrt{1 + 4x^6} dx$$

$$d) s = 2\pi \int_1^2 x^4 \sqrt{1 + 4x^6} dx$$



تذكر أن

① Vertical velocity

$$h'(t) = -gt + v_i$$

السرعة الرأسية

② the height function

$$h(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_it + y_i$$

الارتفاع

③ the velocity at impact?

السرعة المتجهة لحظة الإصطدام

$$v = -\sqrt{v_i^2 + 2g(y - y_i)}$$

④

$$g = 9.8 \text{ m/s}^2 \quad \text{or} \quad g = 32 \text{ ft/s}^2$$

A diver drops from 30 ft above the water يسقط غطاس من ارتفاع 30 ft فوق الماء

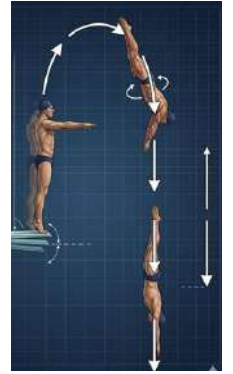
What is the diver's velocity at impact? ما السرعة المتجهة للغطاس لحظة الإصطدام

a) -32.6 ft/s

b) $\sqrt{30} \text{ ft/s}$

c) $-8\sqrt{30} \text{ ft/s}$

d) 120 ft/s



Exam moe 2020 – 2021

A diver drops from 120 ft above the water يسقط غطاس من ارتفاع 120 ft فوق الماء

What is the diver's velocity at impact? ما السرعة المتجهة للغطاس لحظة الإصطدام

a) -32.6 ft/s

b) $\sqrt{30} \text{ ft/s}$

c) $-16\sqrt{30} \text{ ft/s}$

d) 120 ft/s



③ Compare the impact velocities of objects falling from 30 ft, 120 ft and 3000 ft
If height is increased by a factor of h
by what factor does the impact velocity increase?

قارن بين سرعات تأثير الأجسام الساقطة من ارتفاع 30ft , 120ft , 300ft
إذا زاد الارتفاع بمعامل h فبأي عامل تزداد سرعة التأثير؟

- a) h
- b) $\sqrt{h}$
- c) h^2
- d) $5h$

مسائل وردت في امتحانات وزارية سابقة على نفس فكرة السؤال 20

Exam moe 2019 – 2020

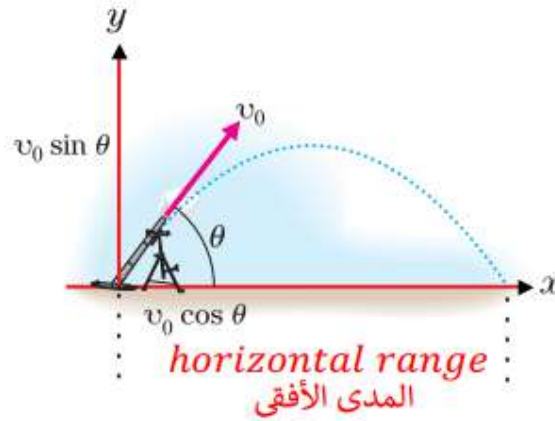
A diver drops from 36 ft above the water
What is the diver's velocity at impact?

يسقط غطاس من ارتفاع 36 m فوق الماء
ما السرعة المتجهة للغطاس لحظة الإصطدام

- a) -26.6 m/s
- b) -36 m/s
- c) 36 m/s
- d) 26.6 m/s



تذكر أن



① Vertical velocity

$$h'(t) = -g t + v_i \sin \theta$$

السرعة الرأسية

② The equation of the projectile's path

معادلة مسار المقذوف

$$y = h(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + t v_i \sin \theta + y_i$$

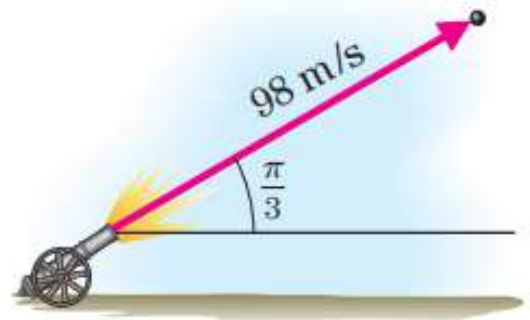
③ Horizontal distance or horizontal range

المسافة الأفقية أو المدى الأفقي

$$x = t v_i \cos \theta$$

④ If $y_i = 0$ then Time of flight $T = \frac{2v_i \sin \theta}{g}$ إذا كان $y_i = 0$ فإن زمن التحليق⑤ If $y_i = 0$ horizontal range $R = \frac{v_i^2 \sin 2\theta}{g}$ المدى الأفقي إذا كان $y_i = 0$

① An object is launched at angle $\theta = \pi/3$ راديان $\theta = \pi/3$ ما بزاوية من الأفق مع سرعة ابتدائية 98 m/s Determine the time of flight and the horizontal range

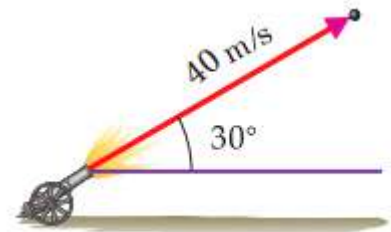


- a) $t = 3\sqrt{10} \text{ s}$ and $R = 3\sqrt{490} \text{ m}$
- b) $t = 10\sqrt{3} \text{ s}$ and $R = 490\sqrt{3} \text{ m}$
- c) $t = \sqrt{3} \text{ s}$ and $R = 40\sqrt{3} \text{ m}$
- d) $t = 490\sqrt{3} \text{ s}$ and $R = 10\sqrt{3} \text{ m}$

Exam moe 2021 – 2022

② Find the time of flight and horizontal range of an object launched at angle 30° with initial speed 40 m/s .

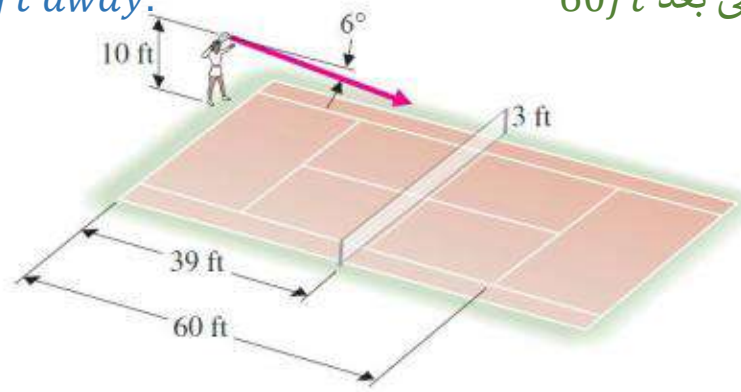
أوجد زمن التحليق و المدى الأفقي لجسم أطلق بزاوية 30° مع سرعة ابتدائية 40 m/s



- a) $t = 3\sqrt{10} \text{ s}$ and $R = 3\sqrt{490} \text{ m}$
- b) $t = 20\sqrt{3} \text{ s}$ and $R = 4.08 \text{ m}$
- c) $t = 4.08 \text{ s}$ and $R = 20\sqrt{3} \text{ m}$
- d) $t = 490\sqrt{3} \text{ s}$ and $R = 10\sqrt{3} \text{ m}$

③ Venus Williams has one of the fastest serves in women's tennis. Suppose that she hits a serve from a height of 10 ft at an initial speed of 176 ft/s and at an angle of 7° below the horizontal. The serve is "in" if the ball clears a 3 ft that is 39 ft away and hits the ground in front of the service line 60 ft away.

فينوس وليامز واحدة من أسرع الضربات في تنس السيدات. على فرض أنها سددت ضربة من ارتفاع 10 ft بسرعة ابتدائية 176 ft/s و بزاوية 6° تحت المركبة الأفقية تكون الضربة موجهة " داخل الحد " إذا مرت الكرة على شبكة ارتفاعها 3 ft و تبعد مسافة 39 ft و ترتطم بالأرض أمام خط لتسديد على بعد 60 ft



A) Find the time of flight

أوجد زمن التحليق

a) $t = 0.8 \text{ s}$

b) $t = 0.4 \text{ s}$

c) $t = 0.2 \text{ s}$

d) $t = 0.33 \text{ s}$

B) Find the horizontal of range

أوجد المدى الأفقي

a) $R = 70 \text{ ft}$

b) $R = 68 \text{ ft}$

c) $R = 71 \text{ ft}$

d) $R = 69 \text{ ft}$

مسائل وردت في امتحانات وزارية سابقة على نفس فكرة السؤال 21

Exam moe 2023 – 2024

Find the time of flight of an object

أوجد زمن التحليق لجسم أطلق بزاوية 60°

launched at angle 60° with initial speed 30 m/s

مع سرعة ابتدائية 30 m/s

a) $t = 2.08 \text{ s}$

b) $t = 3.06 \text{ s}$

c) $t = 5.30 \text{ s}$

d) $t = 4.33 \text{ s}$

Exam moe 2022 – 2023

An object is launched from the

يتم إطلاق جسم ما من الأرض بزاوية 20° بسرعة

ground at an angle 20° with an

سرعة ابتدائية 48 ft/s أوجد زمن التحليق

initial speed of 48 ft/s Find the time of flight

تجاهل مقاومة الهواء

a) $t = 1.026 \text{ s}$

b) $t = 16.4 \text{ s}$

c) $t = 2.03 \text{ s}$

d) $t = 45.1 \text{ s}$



تذكر أن

① Integration by Parts $\int u dv = uv - \int v du$ التكامل بالأجزاء

التكامل الجدولي: يُستخدم عندما يوجد تكرارات متعددة للتكامل بالأجزاء

	u	dv	

① Evaluate the integral

$$\int x \cos x dx$$

أوجد قيمة التكامل

a) $-\cos x + \sin x + c$

b) $x \sin x + \cos x + c$

c) $\sin x - x \cos x + c$

d) $\sin x - x \cos x + c$

② Evaluate the integral

$$\int x \sin 4x dx$$

أوجد قيمة التكامل

a) $-\frac{1}{16} \cos 4x + \frac{x}{4} \sin 4x + c$

b) $-\frac{x}{4} \cos 4x + \frac{1}{16} \sin 4x + c$

c) $\cos 4x - x \sin 4x + c$

d) $4 \cos 4x - 16x \sin 4x + c$

③ Evaluate the integral

$$\int x e^{2x} dx$$

أوجد قيمة التكامل

$$a) \frac{1}{4} x e^{2x} - \frac{1}{2} e^{2x} + c$$

$$b) \frac{1}{2} x e^{2x} + \frac{1}{4} e^{2x} + c$$

$$c) \frac{1}{2} e^{2x} - \frac{1}{4} x e^{2x} + c$$

$$d) \frac{1}{2} x e^{2x} - \frac{1}{4} e^{2x} + c$$

④ Evaluate the integral

$$\int x \ln x dx$$

أوجد قيمة التكامل

$$a) \frac{1}{2} \ln x - \frac{1}{4} x^2 + c$$

$$b) \frac{1}{2} x^2 \ln x - \frac{1}{4} x^2 + c$$

$$c) \frac{1}{4} x^2 \ln x - \frac{1}{2} x^2 + c$$

$$d) \frac{1}{2} x^2 \ln x + \frac{1}{4} x^2 + c$$



مسائل وردت في امتحانات وزارية سابقة على نفس فكرة السؤال 22

Exam moe 2024 – 2025

Evaluate the integral

$$\int x \sin x \, dx$$

أوجد قيمة التكامل

- a) $-\cos x + \sin x + c$
- b) $-x \cos x + \sin x + c$
- c) $\cos x - \sin x + c$
- d) $\cos x - x \sin x + c$

Exam moe 2022 – 2023

Evaluate the integral

$$\int \ln(2x) \, dx$$

أوجد قيمة التكامل

- a) $x \ln(2x) - \int dx$
- b) $\frac{\ln(2x)}{2} - \int dx$
- c) $2x \ln(2x) - \int dx$
- d) $2x \ln(2x) - x^2 + c$

Exam moe 2021 – 2022

Evaluate the integral

$$\int x^2 \ln x \, dx$$

أوجد قيمة التكامل

- a) $\frac{x^3 \ln x}{3} - \frac{x^2}{3} + c$
- b) $\frac{x^3 \ln x}{3} - \frac{x^3}{9} + c$
- c) $\frac{x^3 \ln x}{3} + \frac{x^3}{9} + c$
- d) $\frac{x^3 \ln x}{3} + \frac{x^3}{3} + c$



1

$$\int_a^b u \, dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b v \, du$$

① Evaluate the integral

$$\int_0^1 x \sin 2x \, dx$$

أوجد قيمة التكامل

$$a) \left[\frac{1}{4} \sin 2x - \frac{1}{2} x \cos 2x \right]_0^1$$

$$b) 2x \sin x - \int_0^1 2 \sin 2x \, dx$$

$$c) [2x \sin 2x + 2 \cos 2x]_0^1$$

$$d) [2x \sin 2x]_0^1 - \int_0^1 2 \sin 2x \, dx$$

Exam moe 2019 – 2020

② Evaluate the integral

$$\int_0^\pi 2x \cos x \, dx$$

أوجد قيمة التكامل

$$a) [2x \sin x - 2 \cos x]_0^\pi$$

$$b) 2x \sin x - \int_0^\pi 2 \sin x \, dx$$

$$c) [2x \sin x + 2 \cos x]_0^\pi$$

$$d) [2x \sin x]_0^\pi - \int_0^\pi 2 \sin x \, dx$$

③ Evaluate the integral

$$\int_0^1 x^2 \cos \pi x \, dx$$

أوجد قيمة التكامل

$$a) \frac{\pi^2}{2}$$

$$b) \frac{2}{\pi^2}$$

$$c) -\frac{2}{\pi^2}$$

$$d) -\frac{\pi^2}{2}$$

④ Evaluate the integral

$$\int_0^1 x^2 e^{3x} dx$$

أوجد قيمة التكامل

$$a) \frac{1}{27} - \frac{5e^3}{27}$$

$$b) \frac{1}{27} + \frac{5e^3}{27}$$

$$c) \frac{5e^3}{27} + \frac{2}{27}$$

$$d) \frac{5e^3}{27} - \frac{2}{27}$$

⑤ Evaluate the integral

$$\int_1^{10} \ln 2x dx$$

أوجد قيمة التكامل

$$a) (x \ln 2x)_1^2 - \int_1^{10} dx$$

$$b) 2 \ln 20 + 9$$

$$c) (x \ln 2x)_1^2 + \int_1^{10} dx$$

$$d) (x \ln 2x - x)_1^{10}$$

⑥ Evaluate the integral

$$\int_1^2 x \ln x dx$$

أوجد قيمة التكامل

$$a) \left(\frac{1}{4} x^2 \ln x - \frac{1}{2} x^2 \right)_1^2$$

$$b) 2 \ln 2 + \frac{3}{4}$$

$$c) \left(\frac{1}{2} x^2 \ln x - \frac{1}{4} x^2 \right)_1^2$$

$$d) \left(\frac{1}{2} x^2 \ln x + \frac{1}{4} x^2 \right)_1^2$$



مسائل وردت في امتحانات وزارية سابقة على نفس فكرة السؤال 23

Exam moe 2021 – 2022

Evaluate the integral

$$\int_1^2 x e^x dx$$

أوجد قيمة التكامل

- a) 1
- b) e^2
- c) $e^2 + 1$
- d) $e^2 - 1$

Exam moe 2020 – 2021

Evaluate the integral

$$\int_{-0.5}^{0.5} \cos^{-1} x dx$$

أوجد قيمة التكامل

- a) $[x \cos^{-1} x]_{-0.5}^{0.5} + \int_{-0.5}^{0.5} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$
- b) $[2x \cos^{-1} x]_{-0.5}^{0.5} - \int_{-0.5}^{0.5} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$
- c) $[x \cos^{-1} x]_{-0.5}^{0.5} - \int_{-0.5}^{0.5} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$
- d) $[x \cos^{-1} x]_{-0.5}^{0.5} + \int_{-0.5}^{0.5} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$



① Evaluate the integral

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x \sin^3 2x \, dx$$

أوجد قيمة التكامل

a) 8

b) $\frac{1}{8}$

c) -8

d) $-\frac{1}{8}$

② Evaluate the integral

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \cos^3 3x \sin^3 3x \, dx$$

أوجد قيمة التكامل

a) $\frac{1}{72}$

b) $\frac{1}{2}$

c) $-\frac{1}{2}$

d) $-\frac{1}{72}$

③ Evaluate the integral

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \sin x \, dx$$

أوجد قيمة التكامل

a) $\frac{1}{3}$

b) $\frac{1}{4}$

c) $-\frac{1}{4}$

d) $-\frac{1}{3}$



④ Evaluate the integral

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \cos^3 x \sin x \, dx$$

أوجد قيمة التكامل

a) $\frac{1}{3}$

b) $\frac{1}{4}$

c) $-\frac{1}{4}$

d) $-\frac{1}{3}$

مسائل وردت في امتحانات وزارية سابقة على نفس فكرة السؤال 24

Exam moe 2018 – 2019

Evaluate the integral

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} 3 \cos^2 x \sin x \, dx$$

أوجد قيمة التكامل

a) 1

b) -3

c) -1

d) 3



تذكر أن

① $\sqrt{a^2 - x^2} \rightarrow x = a \sin \theta, dx = a \cos \theta d\theta, \sqrt{a^2 - x^2} = a \cos \theta$

① Which substitution can be used

ما التعويض الذي يمكن استخدامه لإيجاد قيمة

evaluate the integral

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{16 - x^2}} dx$$

التكامل

a) $x = \sec \theta \tan \theta$

b) $x = 4 \sec \theta$

c) $x = 4 \sin \theta$

d) $x = 4 \tan \theta$

② Evaluate the integral

$$\int \frac{x^3}{\sqrt{9 - x^2}} dx$$

أوجد قيمة التكامل

a) $9\sqrt{9 - x^2} + \frac{1}{3}(9 - x^2)^{\frac{3}{2}} + c$

b) $-9\sqrt{9 - x^2} + \frac{1}{3}(9 - x^2)^{\frac{3}{2}} + c$

c) $-9\sqrt{9 - x^2} - \frac{1}{3}(9 - x^2)^{\frac{3}{2}} + c$

d) $-9\sqrt{9 - x^2} + (9 - x^2)^{\frac{3}{2}} + c$

③ Evaluate the integral $\int_0^2 \sqrt{4-x^2} \, dx$ أوجد قيمة التكامل

a) $2 - \sqrt{3}$

b) $-\pi$

c) $2 + \sqrt{3}$

d) π

④ Evaluate the integral $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} \, dx$ أوجد قيمة التكامل

a) $2 - \sqrt{3}$

b) $-\pi$

c) $2 + \sqrt{3}$

d) π



تذكر أن

$$\textcircled{1} \sqrt{x^2 - a^2} \rightarrow x = a \sec \theta, \quad dx = a \sec \theta \tan \theta \, d\theta, \quad \sqrt{x^2 - a^2} = a \tan \theta$$

① Evaluate the integral

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{x^2 - 9}} \, dx$$

أوجد قيمة التكامل

$$a) \frac{1}{2} x \sqrt{x^2 - 9} + \frac{9}{2} \ln \left| \frac{x}{3} - \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{3} \right| + c$$

$$b) \frac{1}{2} x \sqrt{x^2 - 9} + \frac{9}{2} \ln \left| \frac{x}{3} + \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{3} \right| + c$$

$$c) \frac{1}{2} \sqrt{x^2 - 9} + \frac{9}{2} \ln \left| \frac{x}{3} + \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{3} \right| + c$$

$$d) \frac{9}{2} x \sqrt{x^2 - 9} + \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{3} \right| + c$$

② Evaluate the integral

$$\int x^3 \sqrt{x^2 - 1} \, dx$$

أوجد قيمة التكامل

$$a) \frac{1}{5} (x^2 - 1)^{\frac{5}{2}} + \frac{1}{3} (x^2 - 1)^{\frac{3}{2}} + c$$

$$b) \frac{1}{3} (x^2 - 1)^{\frac{5}{2}} + \frac{1}{5} (x^2 - 1)^{\frac{3}{2}} + c$$

$$c) \frac{1}{5} (x^2 - 1)^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{3} (x^2 - 1)^{\frac{5}{2}} + c$$

$$d) \frac{1}{5} (x^2 - 1)^{\frac{5}{2}} - \frac{1}{3} (x^2 - 1)^{\frac{3}{2}} + c$$



③ Evaluate the integral

$$\int \frac{2}{\sqrt{x^2 - 4}} dx$$

أوجد قيمة التكامل

$$a) \ln \left| \frac{x}{2} + \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{2} \right| + c$$

$$b) 2 \ln \left| \frac{x}{2} - \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{2} \right| + c$$

$$c) 2 \ln \left| \frac{x}{2} + \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{2} \right| + c$$

$$d) 2x \ln \left| \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{2} \right| + c$$

④ Evaluate the integral

$$\int \frac{x}{\sqrt{x^2 - 4}} dx$$

أوجد قيمة التكامل

$$a) 2\sqrt{x^2 - 4} + c$$

$$b) \sqrt{4 - x^2} + c$$

$$c) \sqrt{2x^2 - 4} + c$$

$$d) \sqrt{x^2 - 4} + c$$

مسائل وردت في امتحانات وزارية سابقة على نفس فكرة السؤال 26

Exam moe 2021 – 2022

Which substitution can be used

ما التعويض الذي يمكن استخدامه لإيجاد قيمة

evaluate the integral

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2 - 25}} dx$$

التكامل

$$a) x = \sec \theta \tan \theta$$

$$b) x = 5 \sec \theta$$

$$c) x = 5 \sin \theta$$

$$d) x = 5 \tan \theta$$

①a Find the partial fraction for

$$\frac{x-5}{x^2-1}$$

أوجد تفكيك الكسور الجزئية لـ

$$a) \frac{3}{x+1} - \frac{2}{x-1}$$

$$b) \frac{-3}{x+1} + \frac{1}{x-1}$$

$$c) \frac{4}{x+1} + \frac{1}{x-1}$$

$$d) \frac{3}{x+1} + \frac{2}{x-1}$$

Exam moe 2021 – 2022

①b Evaluate

$$\int \frac{x-5}{x^2-1} dx$$

أوجد قيمة التكامل

$$a) 3\ln|x+1| + 2\ln|x-1| + c$$

$$b) 3\ln|x+1| - 2\ln|x-1| + c$$

$$c) 2\ln|x+1| - 3\ln|x-1| + c$$

$$d) 2\ln|x+1| + 3\ln|x-1| + c$$

②a Find the partial fraction for

$$\frac{5x-2}{x^2-4}$$

أوجد تفكيك الكسور الجزئية لـ

$$a) \frac{3}{x+2} - \frac{2}{x-2}$$

$$b) \frac{-3}{x+2} - \frac{2}{x-2}$$

$$c) \frac{2}{x+2} + \frac{3}{x-2}$$

$$d) \frac{3}{x+2} + \frac{2}{x-2}$$



②b Evaluate

$$\int \frac{5x - 2}{x^2 - 4} dx$$

أوجد قيمة التكامل

a) $\ln|x + 2| + \ln|x - 2| + c$

b) $2 \ln|x - 2| + 3 \ln|x + 2| + c$

c) $-2 \ln|x + 2| - \ln|x - 2| + c$

d) $-2 \ln|x - 2| + 3 \ln|x + 2| + c$

③a Find the partial fraction for

$$\frac{6x}{x^2 - x - 2}$$

أوجد تفكيك الكسور الجزئية لـ

a) $\frac{3}{x - 2} - \frac{2}{x + 1}$

b) $\frac{4}{x - 2} + \frac{2}{x + 1}$

c) $\frac{2}{x - 2} + \frac{3}{x + 1}$

d) $\frac{3}{x - 2} + \frac{2}{x + 1}$

③b Evaluate

$$\int \frac{6x}{x^2 - x - 2} dx$$

أوجد قيمة التكامل

a) $2 \ln|x - 2| + 4 \ln|x + 1| + c$

b) $4 \ln|x - 2| + 2 \ln|x + 1| + c$

c) $4 \ln|x - 2| - 2 \ln|x + 1| + c$

d) $-4 \ln|x - 2| - 2 \ln|x + 1| + c$



④a Find the partial fraction for $\frac{3x}{x^2-3x-4}$ أوجد تفكيك الكسور الجزئية لـ

a) $\frac{\frac{12}{5}}{x-4} - \frac{\frac{3}{5}}{x+1}$

b) $\frac{\frac{12}{5}}{x-4} + \frac{\frac{3}{5}}{x+1}$

c) $\frac{-\frac{12}{5}}{x-4} + \frac{3\frac{3}{5}}{x+1}$

d) $\frac{12}{x-4} + \frac{2}{x+1}$

Exam moe 2017 – 2018

④b Evaluate $\int \frac{3x}{x^2-3x-4} dx$ أوجد قيمة التكامل

a) $\frac{12}{5} \ln|x-4| + \frac{3}{5} \ln|x+1| + c$

b) $-\frac{12}{5} \ln|x-4| + \frac{3}{5} \ln|x+1| + c$

c) $\frac{5}{12} \ln|x-4| - \frac{3}{5} \ln|x+1| + c$

d) $-\frac{5}{12} \ln|x-4| - 2 \ln|x+1| + c$



⑤a Find the partial fraction for $\frac{-x+5}{x^3-x^2-2x}$ أوجد تفكيك الكسور الجزئية لـ

$$a) \frac{2}{x} + \frac{\frac{1}{2}}{x-2} + \frac{\frac{-5}{2}}{x+1}$$

$$b) \frac{\frac{-5}{2}}{x} + \frac{\frac{1}{2}}{x-2} + \frac{2}{x+1}$$

$$c) \frac{\frac{1}{2}}{x} + \frac{\frac{-5}{2}}{x-2} - \frac{2}{x+1}$$

$$d) \frac{\frac{-5}{2}}{x} + \frac{2}{x-2} - \frac{\frac{1}{2}}{x+1}$$

⑤b Evaluate

$$\int \frac{-x+5}{x^3-x^2-2x} dx$$

أوجد قيمة التكامل

$$a) 2\ln|x| + \frac{1}{2} \ln|x-2| - \frac{5}{2} \ln|x+1| + c$$

$$b) -\frac{5}{2} \ln|x| + \frac{1}{2} \ln|x-2| + 2 \ln|x+1| + c$$

$$c) \frac{1}{2} \ln|x| - \frac{5}{2} \ln|x-2| + 2 \ln|x+1| + c$$

$$d) -\frac{5}{2} \ln|x| + 2 \ln|x-2| + \frac{1}{2} \ln|x+1| + c$$



⑥a Find the partial fraction for $\frac{3x+8}{x^3+5x^2+6x}$ وجد تفكيك الكسور الجزئية لـ

$$a) \frac{\frac{4}{3}}{x} + \frac{1}{x+2} - \frac{\frac{1}{3}}{x+3}$$

$$b) \frac{\frac{4}{3}}{x} - \frac{1}{x+2} + \frac{\frac{1}{3}}{x+3}$$

$$c) \frac{\frac{4}{3}}{x} + \frac{1}{x+2} - \frac{\frac{1}{3}}{x+3}$$

$$d) \frac{\frac{4}{3}}{x} - \frac{1}{x+2} - \frac{\frac{1}{3}}{x+3}$$

⑥b Evaluate

$$\int \frac{3x+8}{x^3+5x^2+6x} dx$$

أوجد قيمة التكامل

$$a) \frac{1}{3} \ln|x| + \ln|x+2| - \frac{4}{3} \ln|x+3| + c$$

$$b) \frac{4}{3} \ln|x| + \ln|x+2| - \frac{1}{3} \ln|x+3| + c$$

$$c) \ln|x| + \frac{4}{3} \ln|x+2| - \frac{1}{3} \ln|x+3| + c$$

$$d) \frac{4}{3} \ln|x| - \ln|x+2| + \frac{1}{3} \ln|x+3| + c$$



مسائل وردت في امتحانات وزارة سابقة على نفس فكرة السؤال 27

Exam moe 2022 – 2023

Find the partial fraction for $\frac{x-6}{x^2-4}$ أوجد تفكيك الكسور الجزئية لـ

a) $\frac{2}{x+2} - \frac{1}{x-2}$

b) $\frac{1}{x+2} - \frac{2}{x-2}$

c) $\frac{2}{x+1} - \frac{1}{x-4}$

d) $\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x-2}$

Exam moe 2022 – 2023

Evaluate $\int \frac{x+4}{x^3-3x^2+2x} dx$ أوجد قيمة التكامل

a) $-5 \ln|x| + 2 \ln|x-2| - 3 \ln|x-1| + c$

b) $2 \ln|x| + 3 \ln|x-2| - 5 \ln|x-1|$

c) $2 \ln|x| - 3 \ln|x-2| + 5 \ln|x-1| + c$

d) $2 \ln|x| + 3 \ln|x-2| - 5 \ln|x-1| + c$

Exam moe 2018 – 2019

Evaluate $\int \frac{2}{x^2-1} dx$ أوجد قيمة التكامل

a) $\ln|x+1| + \ln|x-1| + c$

b) $\ln|x-1| - \ln|x+1| + c$

c) $\ln|x+1| - \ln|x-1| + c$

d) $-\ln|x-1| - \ln|x+1| + c$

① Find the partial fraction for

$$\frac{4x^2 + 2}{(x^2 + 1)^2}$$

أوجد تفكيك الكسور الجزئية لـ

a) $\frac{4}{x^2 + 1} - \frac{2}{(x^2 + 1)^2}$

b) $\frac{4}{x^2 + 1} + \frac{2 - x}{(x^2 + 1)^2}$

c) $\frac{2 - x}{x^2 + 1} + \frac{x}{(x^2 + 1)^2}$

d) $\frac{x + 2}{x^2 + 1} + \frac{x}{(x^2 + 1)^2}$

② Find the partial fraction for

$$\frac{x^3 + 2}{(x^2 + 1)^2}$$

أوجد تفكيك الكسور الجزئية لـ

a) $\frac{x}{x^2 + 1} - \frac{2 - x}{(x^2 + 1)^2}$

b) $\frac{x}{x^2 + 1} + \frac{2 - x}{(x^2 + 1)^2}$

c) $\frac{2 - x}{x^2 + 1} + \frac{x}{(x^2 + 1)^2}$

d) $\frac{x + 2}{x^2 + 1} + \frac{x}{(x^2 + 1)^2}$



③ Find the partial fraction for $\frac{4x^2 + 3}{(x^2 + x + 1)^2}$ أوجد تفكيك الكسور الجزئية لـ

a) $\frac{x}{x^2 + x + 1} - \frac{x + 4}{(x^2 + x + 1)^2}$

b) $\frac{4}{x^2 + x + 1} + \frac{4x + 1}{(x^2 + x + 1)^2}$

c) $\frac{4x + 1}{x^2 + x + 1} - \frac{4}{(x^2 + x + 1)^2}$

d) $\frac{4}{x^2 + x + 1} - \frac{4x + 1}{(x^2 + x + 1)^2}$

④ Find the partial fraction for $\frac{x^4 + x^3}{(x^2 + 4)^2}$ أوجد تفكيك الكسور الجزئية لـ

a) $1 + \frac{x - 8}{x^2 + 4} - \frac{-4x + 24}{(x^2 + 4)^2}$

b) $1 + \frac{x - 8}{x^2 + 4} - \frac{4x - 16}{(x^2 + 4)^2}$

c) $1 + \frac{-4x + 24}{x^2 + 4} + \frac{x - 8}{(x^2 + 4)^2}$

d) $1 + \frac{x + 2}{x^2 + 4} + \frac{x - 8}{(x^2 + 4)^2}$



تذكر أن

The differential equation $y' = ky$, $y(a) = b$ المعادلة التفاضلية
the general solution $y = be^{k(x-a)}$ الحل العام

① Find the solution of the differential equation $y' = 4y$ حل المعادلة التفاضلية
satisfying the initial condition $y(0) = 2$ والتي تحقق الشرط الابتدائي

a) $y = 2e^{-4x}$

b) $y = 2e^{x-4}$

c) $y = -2e^{-2x}$

d) $y = 2e^{4x}$

② Find the solution of the differential equation $y' = 3y$ حل المعادلة التفاضلية
satisfying the initial condition $y(0) = -2$ والتي تحقق الشرط الابتدائي

a) $y = -2e^{3x}$

b) $y = 3e^{-2x}$

c) $y = 2e^{3x}$

d) $y = \frac{1}{2}e^{3x}$

③ Find the solution of the differential equation $y' = -3y$ حل المعادلة التفاضلية
satisfying the initial condition $y(0) = 5$ والتي تحقق الشرط الابتدائي

a) $y = -5e^{3x}$

b) $y = 5e^{3x}$

c) $y = 5e^{-3x}$

d) $y = 3e^{-5x}$



④ Find the solution of the differential equation $y' = -2y$ حل المعادلة التفاضلية
satisfying the initial condition $y(0) = -6$ والتي تحقق الشرط الابتدائي

a) $y = -2e^{6x}$

b) $y = 6e^{-2x}$

c) $y = -6e^{-2x}$

d) $y = 2e^{-6x}$

⑤ Find the solution of the differential equation $y' = 2y$ حل المعادلة التفاضلية
satisfying the initial condition $y(1) = 2$ والتي تحقق الشرط الابتدائي

a) $y = 2e^{-2x}$

b) $y = 2e^{2x-2}$

c) $y = -2e^{-2x}$

d) $y = \frac{1}{2}e^{2x}$

⑥ Find the solution of the differential equation $y' = -y$ حل المعادلة التفاضلية
satisfying the initial condition $y(1) = 2$ والتي تحقق الشرط الابتدائي

a) $y = 2e^{-2x}$

b) $y = 2e^{1-x}$

c) $y = -2e^{-2x}$

d) $y = \frac{1}{2}e^{2x}$



مسائل وردت في امتحانات وزارية سابقة على نفس فكرة السؤال 29

Exam moe 2024 – 2025

Find the solution of the differential equation $y' = 2y$ حل المعادلة التفاضلية
satisfying the initial condition $y(-1) = 2$ والتي تحقق الشرط الابتدائي

a) $y = 2e^{-2x}$

b) $y = 2e^{2x+2}$

c) $y = -2e^{-2x}$

d) $y = \frac{1}{2}e^{2x}$

Exam moe 2020 – 2021

Find the solution of the differential equation $y' = -y$ حل المعادلة التفاضلية
satisfying the initial condition $y(-1) = 2$ والتي تحقق الشرط الابتدائي

a) $y = 2e^{2x}$

b) $y = 2e^{-x+1}$

c) $y = 2e^{1+x}$

d) $y = e^{1-x}$

Exam moe 2019 – 2020

Find the solution of the differential equation $y' = 3y$ حل المعادلة التفاضلية
satisfying the initial condition $y(1) = 2$ والتي تحقق الشرط الابتدائي

a) $y = -2e^{3x}$

b) $y = -2e^{\frac{1}{3}x}$

c) $y = 2e^{3x-3}$

d) $y = 2e^{3x} - 4$

تذكر أن

For

$$y' = f(x) \cdot g(y)$$

لكل

① Separate

$$\frac{dy}{g(y)} = f(x)dx$$

الفصل

② Integrate both sides

$$\int \frac{dy}{g(y)} = \int f(x)dx$$

تكامل الطرفين

③ Solve for y

$$y = h(x) + c$$

الحل في y

① The differential equation

$$y' = \frac{2x}{y} e^{y-x}$$

المعادلة التفاضلية

is seperable find the general solution

قابلة للفصل أوجد الحل العام

, in an explicit form if possible

بصيغة صريحة إذا أمكن

$$a) e^{-y}(1+y) = e^{-x}(2+x) + c$$

$$b) e^{-y}(1+y) = -e^{-x}(1+x) + c$$

$$c) e^{-y}(1+y) = 2e^{-x}(1+x) + c$$

$$d) e^{-x}(1+y) = e^{-y}(2-x) + c$$



Exam moe 2022 – 2023

② The differential equation $y' = \frac{\sqrt{1-y^2}}{x \ln x}$ المعادلة التفاضلية
is seperable find the general solution قابلة للفصل أوجد الحل العام
, in an explicit form if possible بصيغة صريحة إذا أمكن

a) $y = \cos[\ln x + c]$

b) $y = \sin[\ln x + c]$

c) $y = \cos[\ln(\ln x) + c]$

d) $y = \sin[\ln(\ln x) + c]$

③ The differential equation $y' = \frac{\cos x}{\sin y}$ المعادلة التفاضلية
is seperable find the general solution قابلة للفصل أوجد الحل العام
, in an explicit form if possible بصيغة صريحة إذا أمكن

a) $y = \cos^{-1}(\sin x + c)$

b) $y = -\cos^{-1}(\sin x + c)$

c) $y = \sin^{-1}(\cos x + c)$

d) $y = \cos^{-1}(-\sin x + c)$



Exam moe 2019 – 2020

④ The differential equation $y' = x \cos^2 y$ المعادلة التفاضلية
is separable find the general solution قابلة للفصل أوجد الحل العام
, in an explicit form if possible بصيغة صريحة إذا أمكن

$$a) y = \cos^{-1} \left(\frac{x^2}{2} + c \right)$$

$$b) y = \tan^{-1} \left(\frac{x^2}{2} + c \right)$$

$$c) y = \tan \left(\frac{x^2}{2} + c \right)$$

$$d) y = \cos \left(\frac{x^2}{2} + c \right)$$

Exam moe 2020 – 2021

⑤ The differential equation $y' = \frac{xy}{1+x^2}$ المعادلة التفاضلية
is separable find the general solution قابلة للفصل أوجد الحل العام
, in an explicit form if possible بصيغة صريحة إذا أمكن

$$a) y = x^2 + 1 + c$$

$$b) y = e^{\ln|x^2+1|+c}$$

$$c) y = e^{\ln\sqrt{x^2+1}+c}$$

$$d) y = \ln|x^2 + 1| + c$$



Exam moe 2021 – 2022

⑥ The differential equation $y' = \frac{2}{xy + y}$ المعادلة التفاضلية
is seperable find the general solution قابلة للفصل أوجد الحل العام
, in an explicit form if possible بصيغة صريحة إذا أمكن

a) $\frac{y^2}{2} = \frac{1}{2}x^2 + x + c$

b) $y = \ln |2x + 1| + c$

c) $y = \frac{1}{2}x^2 + x + c$

d) $\frac{y^2}{2} = 2\ln |x + 1| + c$

مسائل وردت في امتحانات وزارية سابقة على نفس فكرة السؤال 30

Exam moe 2018 – 2019

find the general solution $y' = 2(y^2 + 1)$ أوجد الحل العام

a) $y = \tan^{-1}(2x + c)$

b) $y = \tan(2x + c)$

c) $y = \sin(2x + c)$

d) $y = \cos(2x + c)$

