أوراق عمل المماسات وطول المنحنى



تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية	
موقع المناهج ⇦ المناهج الإماراتية ⇦ الصف الثاني عشر المتقدم ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الأول ⇦ ملفات متنوعة ⇦ الملف	
تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2026-11-18 20:20:04	
المزيد من مادة رياضيات:	ملفات ا كتب للمعلم ا كتب للطالب ا اختبارات الكترونية ا اختبارات ا حلول ا عروض بوربوينت ا أوراق عمل منهج انجليزي ا ملخصات وتقارير ا مذكرات وبنوك ا الامتحان النهائي ا للمدرس
	إعداد: محمد عمر الخطيب

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر المتقدم					
صفحة المناهج الإماراتية على فيسبوك					
المواد على تلغرام	التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات	

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الأول	
1	تغطية أسئلة الاختبار للقسم المقالي
2	أوراق عمل مشتقات الدوال المثلثية
3	ملزمة تجميعية أسئلة الهيكل كاملة
4	هيكل امتحان نهاية الفصل
5	هيكل امتحان نهاية الفصل المتقدم

تحميل تطبيق المناهج للهواتف الذكية	
تطبيق المناهج على Store App (آبل)	تطبيق المناهج على Play Google (أندرويد)

KhateebAcademy.com





اوراق عمل مادة

الرياضيات

الصـف الثاني عشـر متقدم

الفصل الدراسي الأول

2027/2026

اسم الطالب : .....

المدرســـة :.....

مع تمنياتي لكم بالنجاح والتفوق

إعداد : محمد عمر الخطيب

رابط أوراق العمل http://t.me/omaralkhateeb12AD

محمد عمر الخطيب

الوحدة الأولى : التمهيدات

لا... يوجد اسئلة مباشره على هذه الوحدة في امتحان الوزارة

(يوجد لها شرح على الموقع... في وحدة الاساسيات وهي مهمة لفهم الوحدات الباقية)

الوحدة الثانية : النهايات والاتصال

2-1 المماسات وطول المنحنى

2-2 مفهوم النهاية

2-3 حساب النهايات

2-4 الاتصال ونتائجه

2-5 النهايات التي تتضمن اللانهاية: خطوط التقارب

الوحدة الثالثة : التفاضل

3-1 المماسات والسرعة المتجهة

3-2 الاشتقاق

3-3 حساب المشتقات : قاعدة القوى

3-4 قاعدة الضرب والقسمة

3-5 قاعدة السلسلة

3-6 مشتقات الدوال المثلثية

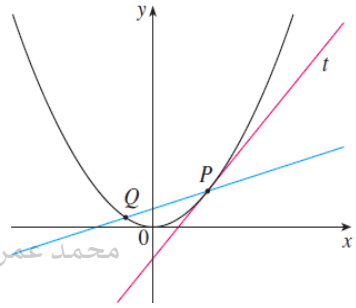
3-7 اشتقاق الدوال الأسية والدوال المثلثية اللوغاريتمية

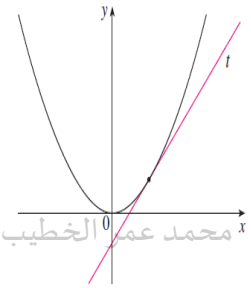
3-8 الاشتقاق الضمني والدوال المثلثية المعكوسة

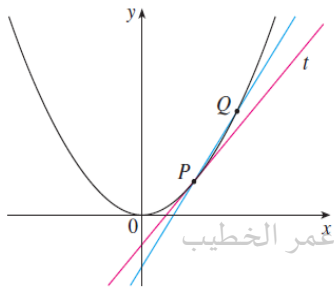
3-10 نظرية القيمة المتوسطة

اولاً: تقدير ميل المنحنى عند نقطة

(1) قدر ميل منحنى الدالة : $y = x^2$ عند النقطة $(2,4)$







النقطة المتحركة من اليسار		النقطة الثابتة	النقطة المتحركة من اليمين	
$(1.9,3.61)$	$(1.99,3.9601)$	$(2,4)$	$(2.01,4.0401)$	$(2.1,4.41)$
$m = 3.9$	$m = 3.99$		$m = 4.01$	$m = 4.1$

اذاً ميل المنحنى عند النقطة $(2,4)$ تقريباً يساوي .....

---

(2) قدر ميل منحنى الدالة : $y = \cos x$ عند $x = 0$

النقطة المتحركة من اليسار		النقطة الثابتة	النقطة المتحركة من اليمين	
$(-0.1,\cos -0.1)$	$(-0.01,\cos -0.01)$	$(0,1)$	$(0.01,\cos 0.01)$	$(0.1,\cos 0.1)$
$m = 0.05$	$m = 0.005$		$m = -0.005$	$m = -0.05$

اذاً ميل المنحنى عند النقطة $(0,1)$ تقريباً يساوي .....

---

(3) قدر ميل منحنى الدالة : $y = e^x$ عند $x = 0$

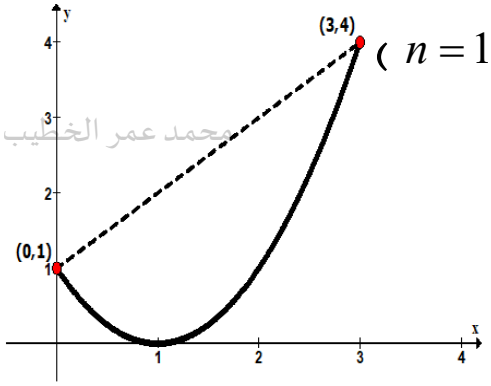
النقطة المتحركة من اليسار		النقطة الثابتة	النقطة المتحركة من اليمين	

اذاً ميل المنحنى عند النقطة $(0,1)$ تقريباً يساوي .....

ثانياً: تقدير طول منحنى دالة على فترة

(1) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f(x)=(x-1)^2$ حيث $0\le x\le 3$

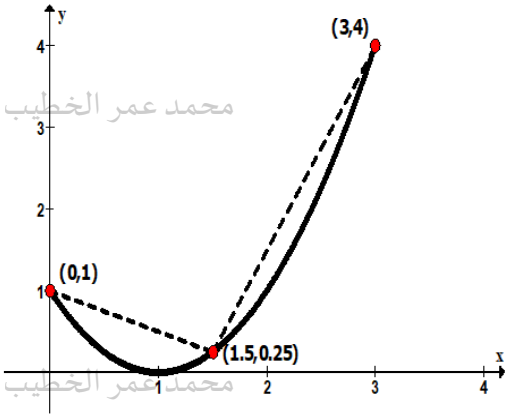
قدر طول منحنى الدالة $f(x)$ باستخدام قطعة مستقيمة واحدة ($n=1$)



---

(2) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f(x)=(x-1)^2$ حيث $0\le x\le 3$

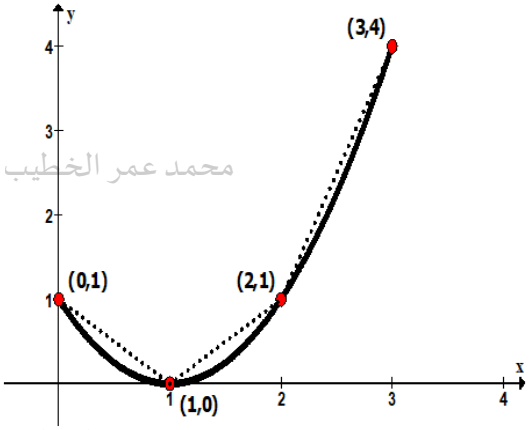
قدر طول منحنى الدالة $f(x)$ باستخدام قطعتين مستقيمتين ($n=2$)



---

(3) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f(x)=(x-1)^2$ حيث $0\le x\le 3$

قدر طول منحنى الدالة $f(x)$ باستخدام ثلاث قطع مستقيمة ($n=3$)



(1) قدر طول منحنى الدالة $f(x)=x^2+1$ باستخدام قطعتين مستقيمتين ($n=2$)

حيث $-2 \le x \le 2$

ملاحظة:
طول الفترة الجزئية
$\Delta x = \frac{b-a}{n}$

---

(2) قدر طول منحنى الدالة $f(x)=\cos x$ باستخدام قطعتين مستقيمتين ($n=2$)

حيث $0 \le x \le \frac{\pi}{2}$

---

(3) قدر طول منحنى الدالة $f(x)=\frac{1}{x}$ باستخدام اربع قطع مستقيمة ($n=4$)

حيث $1 \le x \le 2$ التجزئة (قيم x)

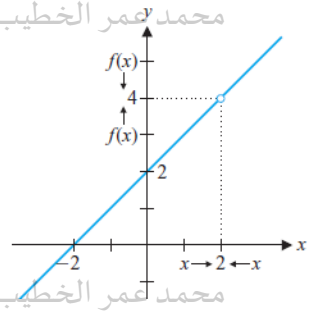
$\Delta x = \frac{2-1}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow P: \ 1, \frac{5}{4}, \frac{6}{4}, \frac{7}{4}, 2$

ممكن حل السؤال بطريقة الجدول اذا كانت $n \ge 4$

نهاية دالة عند نقطة

تعلمنا بالصفوف السابقة كيف نجد صورة اي عدد ضمن مجال الدالة بالتعويض المباشر، ولكن اذا ارادنا توقع صورة الدالة لعدد خارج مجال الدالة، فاننا سنقوم بدراسة هذه الدالة بجاور هذا العدد وليس عنده، والفكرة الرياضية التي تساعدنا في دراسة سلوك الدالة بجوار عدد معين تسمى النهاية (lim).

فمثلا اذا كانت الدالة : $f(x)=\frac{x^2-4}{x-2}$ فان الدالة غير معرفة عند $x=2$



اي لا يوجد صورة للعدد 2 (نقطة خارج المجال) ولكن يمكن توقع من الرسم البياني للدالة انه كلما :

اقتربنا للعدد 2 من جهة اليسار او من جهة اليمين فان الدالة تقترب من العدد 4

فنقول ان نهاية الدالة $f(x)$ تقترب من العدد 4 عندما تقترب x من العدد 2

ونعبر عن ذلك باستخدام الرموز الرياضية

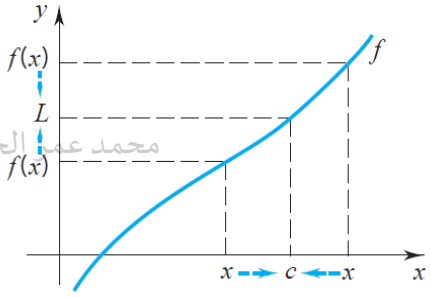
$$\lim_{x\to 2} f(x)=4$$

وبشكل عام

اذا كانت قيمة الدالة $f(x)$ تقترب من قيمة واحدة هي L

عندما تقترب x من c من الجهتين

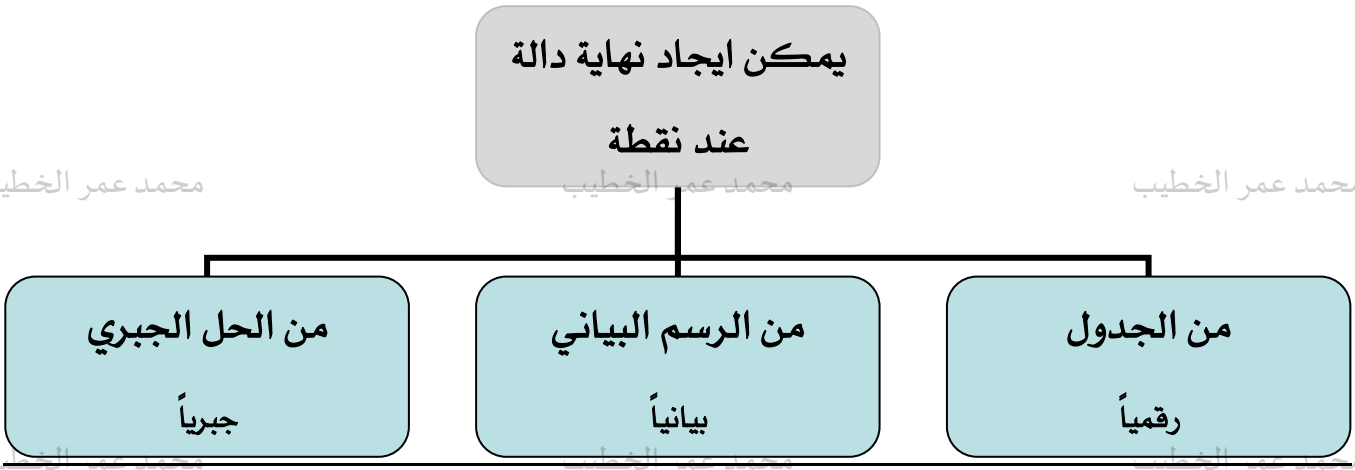
فان نهاية الدالة $f(x)$ تقترب من L عندما تقترب x من c



ونكتب ذلك بالرموز

$$\lim_{x\to c} f(x)=L$$

ايجاد نهاية دالة عند نقطة



اولاً: نهاية دالة عند نقطة من الجدول

(1) اوجد: $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-16}{x-4}$ من خلال الجدول

x	3.9	3.99	3.999	4.0	4.001	4.01	4.1
$f(x)$	7.9	7.99	7.999		8.001	8.01	8.1

يظهر الجدول السابق ان قيم $f(x)$ تقترب من العدد 8 عندما تقترب x من العدد 4 من الجهتين

$$\lim_{x\to 4} f(x)=8 \quad \text{اي ان}$$

---

(2) اذا كان : $f(x)=\begin{cases}3x-2 & ,x>-3\\ 2-x & ,x\le -3\end{cases}$ فاوجد $\lim\limits_{x\to -3} f(x)$ من خلال الجدول

x	-3.1	-3.01	-3.001	-3.0	-2.999	-2.99	-2.9
$f(x)$	5.1	5.01	5.001		-10.997	-10.97	-10.7

تكون النهاية موجودة اذا كانت النهاية من اليمين = النهاية من اليسار = عدد

اما اذا كانت النهاية من اليمين ≠ النهاية من اليسار

فان النهاية غير موجودة

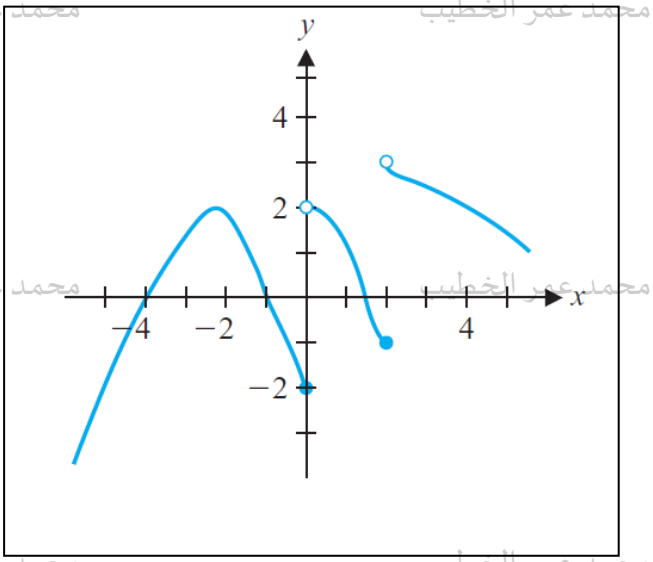
$\lim\limits_{x\to -3^-} f(x)=5$

$\lim\limits_{x\to -3^+} f(x)=-11$

اي ان $\lim\limits_{x\to -3} f(x)$ غير موجودة لان النهاية من اليمين لا تساوي النهاية من اليسار

ثانياً: نهاية دالة عند نقطة بيانياً

(1) استخدم الرسم البياني التالي الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ في الإجابة عن الأسئلة التالية :



(1) $f(0)$

(2) $\lim_{x\to 0^-} f(x)$

(3) $\lim_{x\to 0^+} f(x)$

(4) $\lim_{x\to 0} f(x)$

(5) $f(2)$

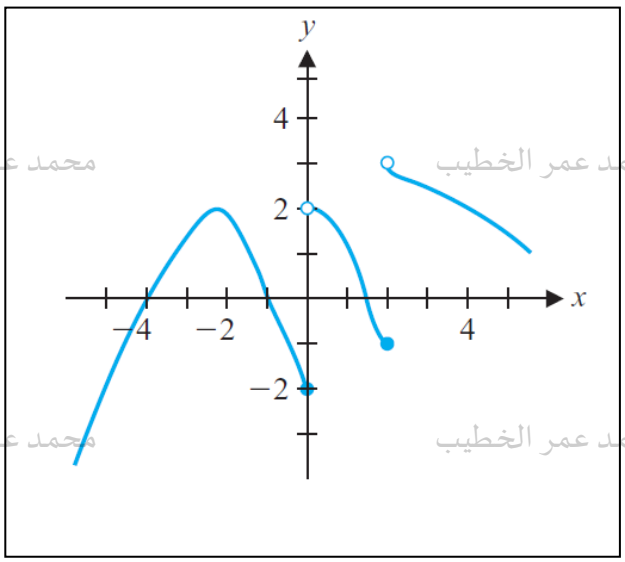
(6) $\lim_{x\to 2^-} f(x)$

(7) $\lim_{x\to 2^+} f(x)$

(8) $\lim_{x\to 2} f(x)$

---

(2) استخدم الرسم البياني التالي الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ في الإجابة عن الأسئلة التالية :



(1) $f(4)$

(2) $\lim_{x\to 4^-} f(x)$

(3) $\lim_{x\to 4^+} f(x)$

(4) $\lim_{x\to 4} f(x)$

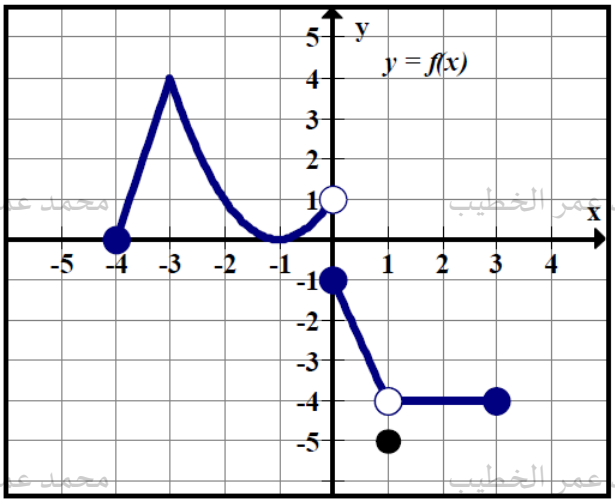
(5) $f(-1)$

(6) $\lim_{x\to -1^-} f(x)$

(7) $\lim_{x\to -1^+} f(x)$

(8) $\lim_{x\to -1} f(x)$

استخدم الرسم البياني التالي الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ في الإجابة عن الأسئلة التالية :

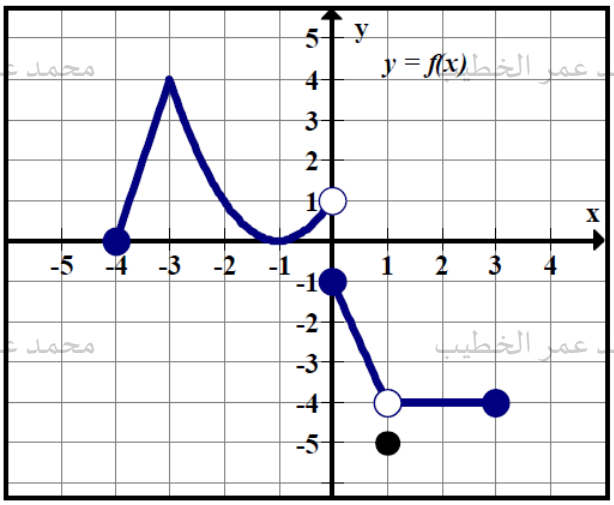


(1) $f(0)$

(2) $\lim_{x\to 0^+} f(x)$

(3) $\lim_{x\to 0^-} f(x)$

(4) $\lim_{x\to 0} f(x)$

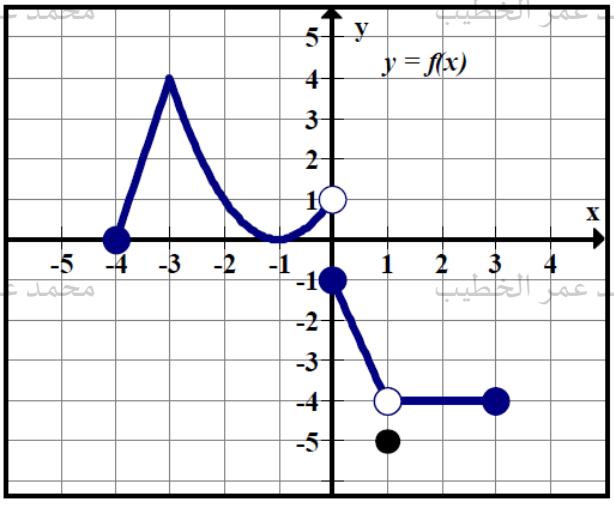


(5) $f(1)$

(6) $\lim_{x\to 1^+} f(x)$

(7) $\lim_{x\to 1^-} f(x)$

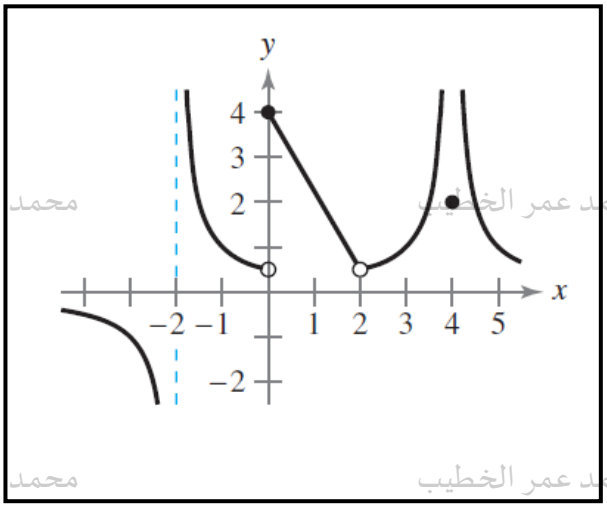
(8) $\lim_{x\to 1} f(x)$



(9) $\lim_{x\to 2} f(x)$

(10) $\lim_{x\to -3} f(x)$

استخدم الرسم البياني التالي الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ في الإجابة عن الأسئلة التالية :



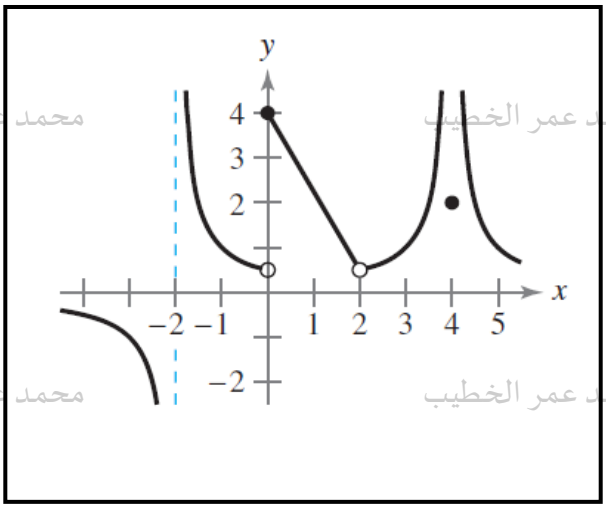
(1) $f(0)$

(2) $\lim_{x\to 0^+} f(x)$

(3) $\lim_{x\to 0^-} f(x)$

(4) $\lim_{x\to 0} f(x)$

(5) $f(2)$

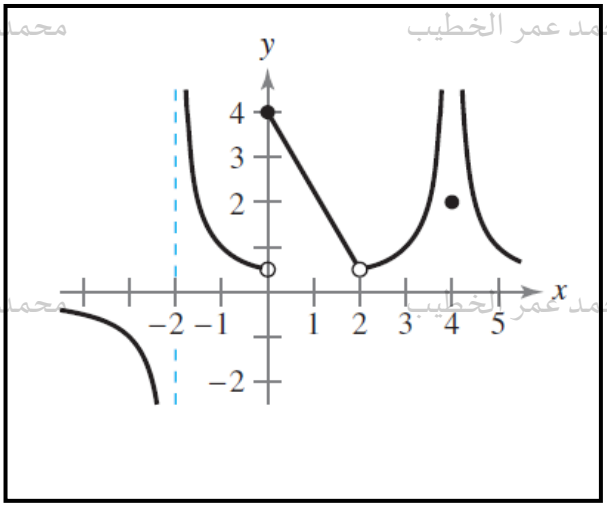


(6) $\lim_{x\to 2^+} f(x)$

(7) $\lim_{x\to 2^-} f(x)$

(8) $\lim_{x\to 2} f(x)$

(9) $f(4)$



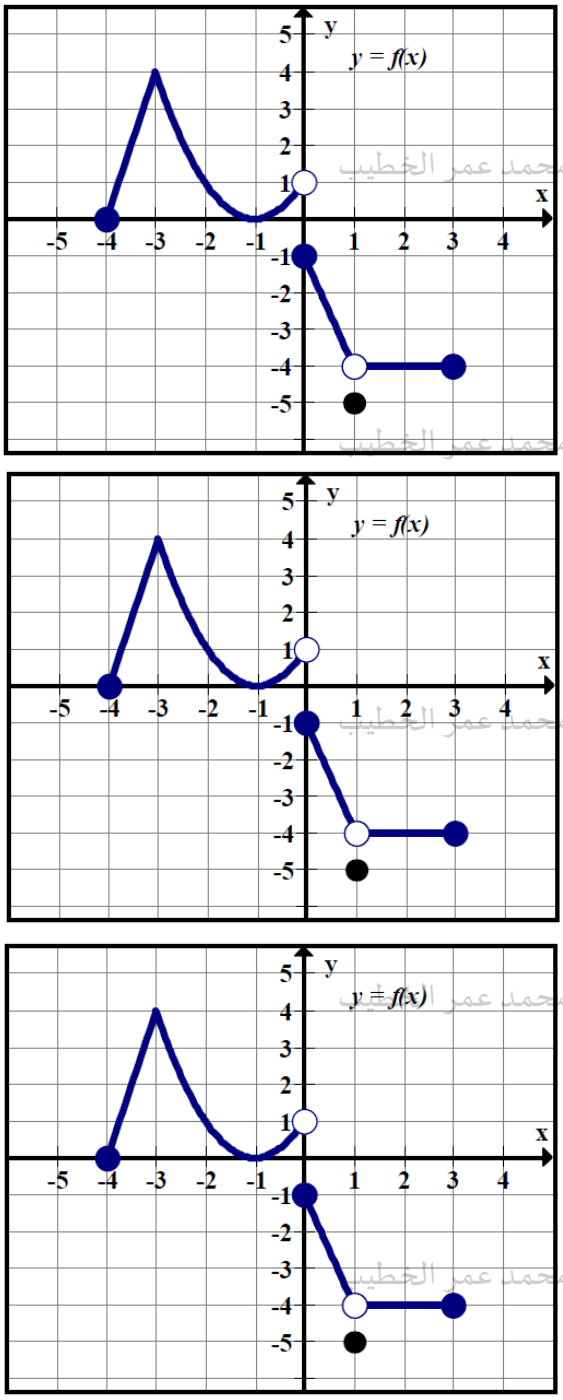
(10) $\lim_{x\to 4^-} f(x)$

(11) $\lim_{x\to 4^+} f(x)$

(12) $\lim_{x\to 4} f(x)$

(13) $\lim_{x\to -2} f(x)$

استخدم الرسم البياني التالي الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ في الإجابة عن الأسئلة التالية :



(1) $\lim_{x\to -1} f(x)$

(2) $\lim_{x\to 3^-} f(x)$

(3) $\lim_{x\to 3^+} f(x)$

(4) $\lim_{x\to 3} f(x)$

(5) $\lim_{x\to -4^+} f(x)$

(6) $\lim_{x\to -4^-} f(x)$

(7) $\lim_{x\to -4} f(x)$

(8) $\lim_{x\to 0} |f(x)|$

(9) $\lim_{x\to 1} |f(x)|$

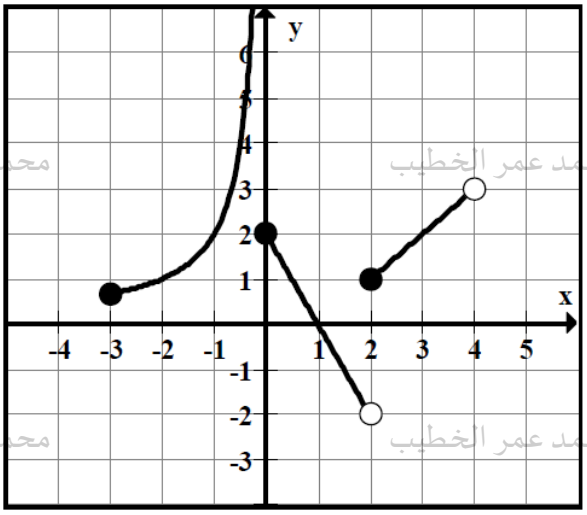
(10) $\lim_{x\to -1} \sqrt{f(x)}$

(11) مجموعة قيم c التي تجعل $\lim_{x\to c} f(x)$ غير موجودة هي

(12) مجموعة قيم c التي تجعل $\lim_{x\to c} f(x)$ من جهة اليمين فقط موجودة هي

(13) مجموعة قيم c التي تجعل $\lim_{x\to c} f(x)$ من جهة اليسار فقط موجودة هي

استخدم الرسم البياني التالي الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ في الإجابة عن الأسئلة التالية :

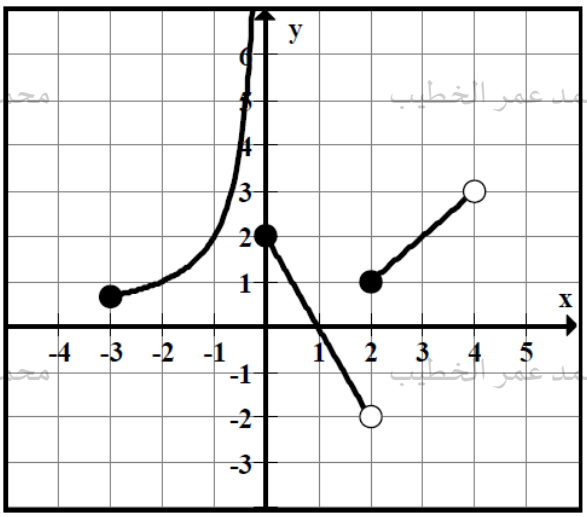


(1) $f(0)$

(2) $f(2)$

(3) $\lim_{x\to 0^+} f(x)$

(4) $\lim_{x\to 0^-} f(x)$

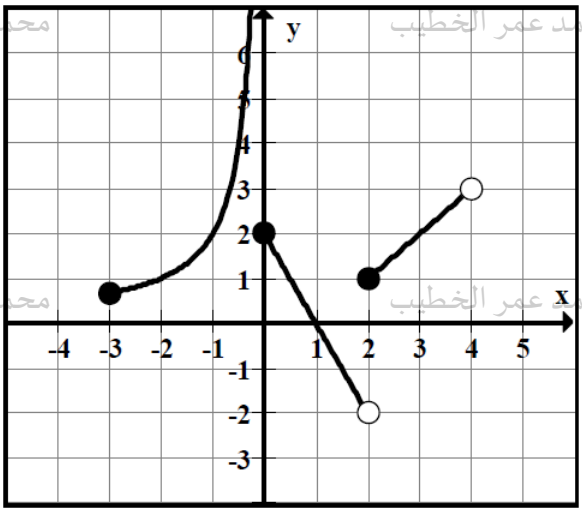


(5) $\lim_{x\to 0} f(x)$

(6) $\lim_{x\to 2} f(x)$

(7) $\lim_{x\to 4^-} f(x)$

(8) $\lim_{x\to -3} f(x)$



(9) $\lim_{x\to 1} f(x)$

(10) $\lim_{x\to 2} |f(x)|$

(11) $\lim_{x\to 1} \sqrt{f(x)}$

(12) $\lim_{x\to 0} f(|x|)$

محمد عمر الخطيب

خواص النهايات

ملاحظة: يمكن استخدام خواص النهايات اذا كانت النهايات موجودة

اذا كانت a, c اعداد حقيقية

حيث $\lim_{x\to a} f(x)$ و $\lim_{x\to a} g(x)$ موجودتين

فان

(1) نهاية الدالة الثابتة $\lim_{x\to a} c = c$

(2) نهاية الدالة المحايدة $\lim_{x\to a} x = a$

(3) نهاية مجموع وطرح دالتين $\lim_{x\to a}\left[f(x)\pm g(x)\right] = \lim_{x\to a} f(x) \pm \lim_{x\to a} g(x)$

(4) نهاية الضرب في ثابت $\lim_{x\to a} c\times f(x) = c\times \lim_{x\to a} f(x)$

(5) نهاية ضرب دالتين $\lim_{x\to a}\left[f(x)\times g(x)\right] = \lim_{x\to a} f(x)\times \lim_{x\to a} g(x)$

(6) نهاية قسمة دالتين $\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x\to a} f(x)}{\lim_{x\to a} g(x)}$, $\lim_{x\to a} g(x)\neq 0$

(7) نهاية الدالة المركبة (احد اشكال تركيب دالتين) $\lim_{x\to a}\left[f(x)\right]^n = \left[\lim_{x\to a} f(x)\right]^n$

ملاحظة: اذا كانت احدى النهايات غير موجودة نبحث عن طرق اخرى وذلك بايجاد قاعدة الدالة الناتجة عن الجمع او الطرح او الضرب او القسمة او التركيب ثم نجد النهاية

او نستخدام خواص النهايات من كل جهه ثم نقارن بين الجهتين بشرط ان لا يكون نهاية احدى الجهات ملانهاية اي انه يمكن استخدام خواص النهايات من جهة وحدة بشرط ان نكون كلاهما اعداد حقيقة

إذا علمت أن: $\lim_{x\to5} f(x) = -3$, $\lim_{x\to5} g(x) = 4$ فاوجد

(1) $\lim_{x\to5}[4f(x)+7]$

---

(2) $\lim_{x\to5}[f(x)\times g(x)-x]$

---

(3) $\lim_{x\to5}\left[f^2(x)-\sqrt{g(x)}\right]$

---

(4) $\lim_{x\to5}\dfrac{f(x)+2x}{g(x)-1}$

---

(5) $\lim_{x\to5}\dfrac{2f(x)g(x)}{f(x)+g(x)}$

محمد عمر الخطيب

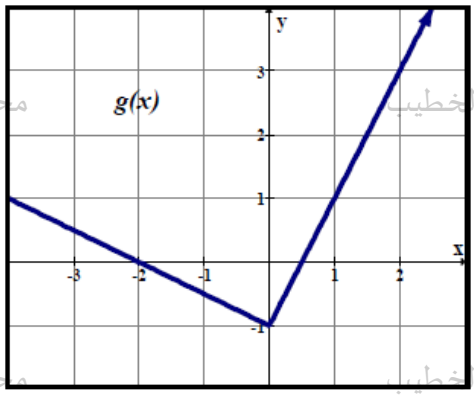
(1) إذا كانت $p(x)=x^2-1$ فاوجد

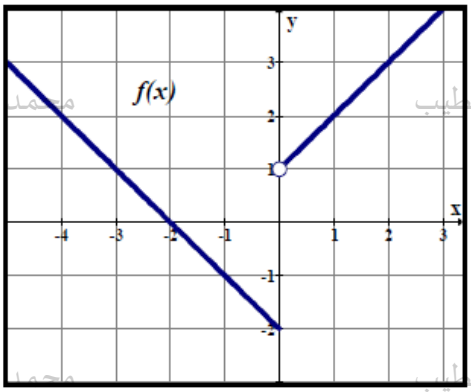
$$(a)\ \lim_{x\to 0} p(p(p(p(x))))$$

$$(b)\ \lim_{x\to 0} p(3+2p(x-p(x)))$$

---

(2) استخدم الرسم البياني المجاور في الإجابة عن الاسئلة التالية :





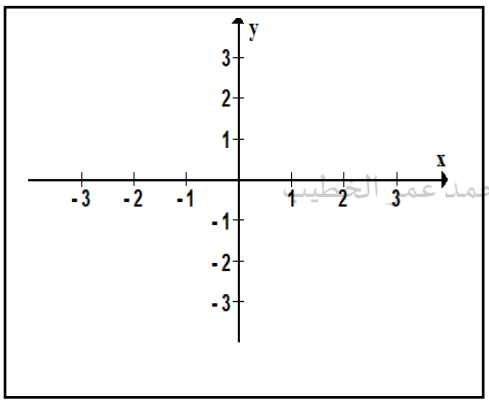
$$(a)\ \lim_{x\to 1}\left[f(x)+g(x)\right]$$

$$(b)\ \lim_{x\to 0}\left[f(x)+g(x)\right]$$

ارسم التمثيل البياني للدالة $f(x)$ بالخواص التالية

(1) $f(x)=1 \quad , -2 \le x \le 1$

$\lim_{x\to -2} f(x)=1 \quad , \lim_{x\to 1^+} f(x)=3$

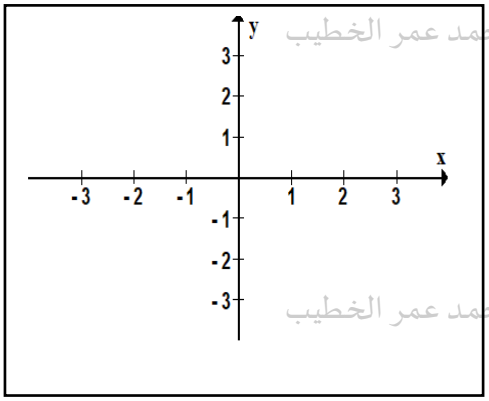


---

(2) $f(x)=x \quad , -1 < x < 2$

$f(-1)=-2$

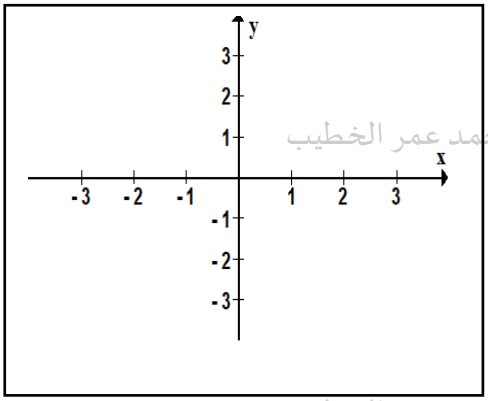
$\lim_{x\to -1} f(x)=-1 \quad , \lim_{x\to 2} f(x)=2$



---

(3) $f(2)=2 \quad , f(0)=-1, f(-2)=0$

$\lim_{x\to -2} f(x)$ و $\lim_{x\to 2} f(x)$ غير موجودة

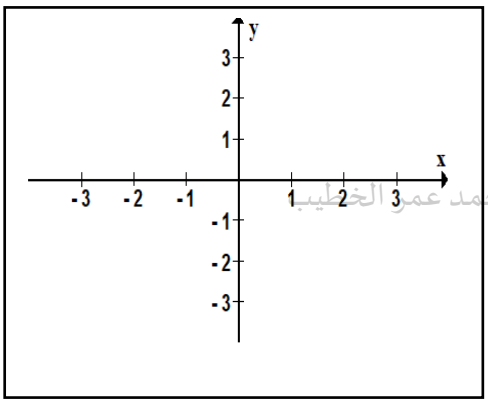


---

(4) $f(0)=1 \quad , f(2)=3$

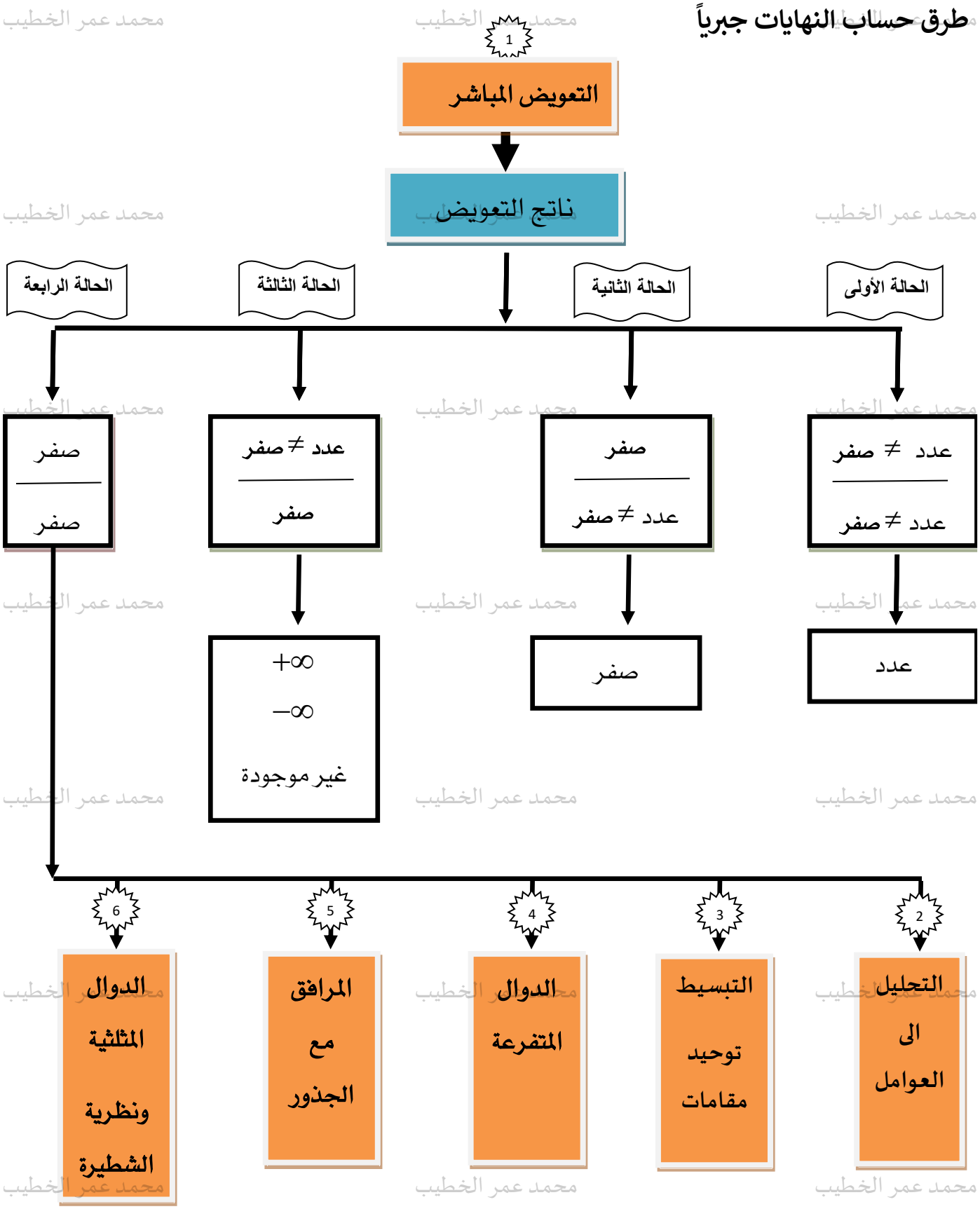
$\lim_{x\to 0} f(x)=2$

$\lim_{x\to 2} f(x)$ غير موجودة



اولاً: نهاية دالة عند نقطة من الجدول **ثانياً:** نهاية دالة عند نقطة بيانياً **ثالثاً: نهاية دالة عند نقطة جبرياً**

طرق حساب النهايات جبرياً



محمد عمر الخطيب

(1) التعويض المباشر

اوجد قيمة كل من النهايات الآتية:

(1) $\lim_{x\to -2}\frac{2x+3}{x-2}$

---

(2) $\lim_{x\to 0}\frac{(x+1)^3}{x+1}$

---

(3) $\lim_{x\to 2}\frac{2x-4}{9x^2-4}$

---

(4) $\lim_{x\to -3}\frac{x^2-3x}{x^2+9}$

---

(5) $\lim_{x\to -2}\sqrt{x^2+5}$

---

(6) $\lim_{x\to -5}\sqrt[3]{3x-12}$

---

(7) $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} x\sin x$

---

(8) $\lim_{x\to -1} e^x$

---

(9) $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} ln\,(sinx)+x$

---

(10) $\lim_{x\to 3}\log_2(x+5)$

---

(11) $\lim_{x\to 3}|2-3x|$

---

(12) $\lim_{x\to 0}\cos^{-1}(x^2)$

---

(13) $\lim_{x\to 0}\sin^{-1}(\frac{x+1}{2})$

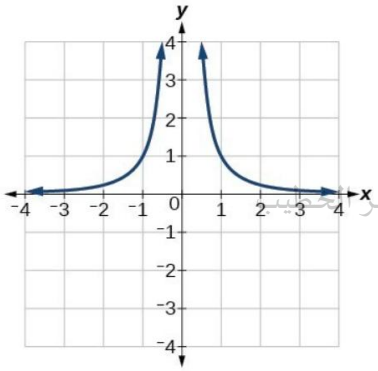
ملاحظة : يمكن الاستفادة من دراسة <u>اشارة المقام</u> قبل حساب النهاية في حالة :

البسط عدد لا يساوي صفر والمقام يساوي صفر

ملاحظة:

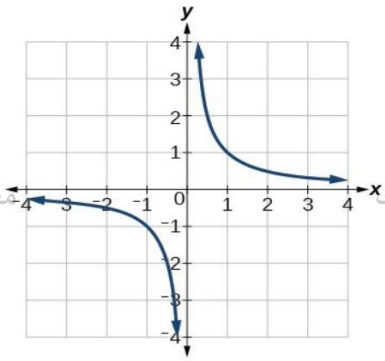
$$\lim_{x\to 0}\frac{1}{x^2}=\infty$$

وممكن اعتباها غير موجودة



ملاحظة:

$$\left.\begin{array}{l}(1)\quad \lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{1}{x}=-\infty\\ (2)\quad \lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1}{x}=\infty\end{array}\right\}\Rightarrow \lim_{x\to 0}\frac{1}{x}$$ **غير موجودة**



اوجد قيمة كل من النهايات الآتية:

(1) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x}{(x-2)^2}$

---

(2) $\lim\limits_{x\to 5^+}\dfrac{-3}{2x-10}$

محمد عمر الخطيب

اوجد قيمة كل من النهايات الآتية:

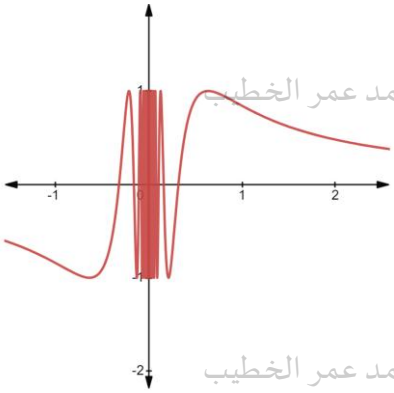
(1) $\lim\limits_{x\to 4^+} \dfrac{-2}{x^2-2x-8}$

(2) $\lim\limits_{x\to 9^-} \dfrac{x^2}{18-2x}$

(3) $\lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{3}{x^3-1}$

(4) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x}{x^2-4}$

(5) $\lim\limits_{x\to 0} \sin(\dfrac{1}{x})$



$\lim\limits_{x\to 0^+} \sin(\dfrac{1}{x})$, $\lim\limits_{x\to 0^-} \sin(\dfrac{1}{x})$

النهاية غير موجودة

(2) التحليل إلى العوامل

طرق التحليل

1. العامل المشترك
2. الفرق بين مربعين
3. الحدود الثلاثية
4. الفرق بين مكعبين
5. مجموع مكعبين
6. التجميع
7. طرق اخرى

ملاحظة : يجب التعويض المباشر اولاً وفي حالة البسط والمقام كلاهما صفر

نبحث عن طرق اخرى مثل التحليل الى العوامل او التبسيط او المرافق ...

اوجد قيمة كل من النهايات الآتية:

(1) $\lim_{x\to 2}\frac{x^2-2x}{x-2}$

---

(2) $\lim_{x\to 9}\frac{x^2-9x}{18-2x}$

---

(3) $\lim_{x\to -2}\frac{x+2}{x^2-4}$

---

(4) $\lim_{x\to 3}\frac{x^3-9x}{3x-x^2}$

---

(5) $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-5x+6}{x^2-9}$

محمد عمر الخطيب

اوجد قيمة كل من النهايات الآتية :

(1) $\lim_{x\to 2}\dfrac{6-x-x^2}{x^2-4}$

---

(2) $\lim_{x\to 2}\dfrac{x^3-8}{2x^2-3x-2}$

$$x^3+a^3=(x+a)(x^2-ax+a^2)$$
$$x^3-a^3=(x-a)(x^2+ax+a^2)$$

---

(3) $\lim_{h\to 0}\dfrac{(h-4)^2-16}{h}$

مساعدة... افرض

$u=h-4$

---

(4) $\lim_{h\to 0}\dfrac{(h+2)^3-8}{h}$

مساعدة... افرض

$u=h+2$

محمد عمر الخطيب

اوجد قيمة كل من النهايات الآتية :

(1) $\lim_{x\to 1}\dfrac{x^4-1}{x^3-1}$

---

(2) $\lim_{x\to 1}\dfrac{x^4+x^2-2}{x-1}$

---

(3) $\lim_{x\to 1}\dfrac{(x^2-1)^{10}}{(x^2-2x+1)^5}$

---

(4) $\lim_{x\to 1}\dfrac{x^3-x^2+3x-3}{x-1}$

محمد عمر الخطيب

اوجد قيمة كل من النهايات الآتية :

$$(1)\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$$

مساعدة... افرض

$u=\sqrt{x}$

$$(2)\lim_{x\to 9}\frac{x-\sqrt{x}-6}{\sqrt{x}-3}$$

مساعدة... افرض

$u=\sqrt{x}$

$$(3)\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1}$$

مساعدة... افرض

$u=\sqrt[3]{x}$

محمد عمر الخطيب

اوجد قيمة كل من النهايات الآتية :

(1) $\lim_{x\to 0}\dfrac{xe^{-2x+1}}{x^2+x}$

---

(2) $\lim_{x\to 0}\dfrac{1-e^{2x}}{e^x-1}$

---

(3) $\lim_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}+e^x-2}{e^x-1}$

(1) اذا كانت : $\lim_{x\to 1}\frac{(x^3-1)^{2n}}{(x^2-2x+1)^n}=81$ فاوجد قيمة الثابت n

---

(2) اذا كانت: $\lim_{x\to 2}\frac{x^2+a\,x+b}{x-2}=7$ فاوجد قيمة الثوابت a,b

ملاحظة:

اذا كانت النهاية عند c موجودة والمقام صفر

فان

(1) نهاية البسط عند c تساوي صفر

(2) يجب ان يحتوي البسط والمقام على عامل مشترك مثل $(x-c)$

محمد عمر الخطيب

(3) التبسيط (توحيد المقامات)

اوجد قيمة كل من النهايات الآتية :

(1) $\lim_{x\to 2}\dfrac{x-2}{\frac{1}{x}-\frac{1}{2}}$

---

(2) $\lim_{x\to 2}\dfrac{\frac{1}{2}x-1}{x^2-4}$

---

(3) $\lim_{x\to 3}(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{3})\times\dfrac{x}{x^2-9}$

---

(4) $\lim_{x\to 2}(\dfrac{1}{x-2}-\dfrac{4}{x^2-4})$

محمد عمر الخطيب

اوجد قيمة كل من النهايات الآتية :

(1) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\dfrac{5}{2x-3}+5}{x-1}$

---

(2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^{-2}-1}{2x^{-2}+1}$

(1) في إحدى الدراسات على عيون القطط وجد إن قطر البؤبؤ $f(x)$ للقطط يتناسب عكسياً مع شدة الإضاءة x التي تسقط على عين القط وفق العلاقة:

$$f(x)=\frac{160x^{-0.04}+90}{4x^{-0.04}+15}$$

اوجد نهاية قطر البؤبؤ عندما تقترب شدة الإضاءة x من الصفر(تنعدم الرؤية).

---

(2) اوجد قيمة الثوابت : a,b حيث $a\neq 0$ التي تجعل $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\dfrac{a}{x+a}-b}{x}=-1$

(4) الدوال المتفرعة (الدوال المعرفة بأكثر من قاعدة وتشمل دالة المطلق والصحيح)

(1) اذا كانت :

$$f(x)=\begin{cases} x^2+2 & ,x<1 \\ 2x+3 & ,x\geq 1 \end{cases}$$

فاوجد :

$(a)\quad f(1)$

$(b)\quad \lim\limits_{x\to 3} f(x)$

$(c)\quad \lim\limits_{x\to 1} f(x)$

---

(2) اذا كانت:

$$f(x)=\begin{cases} 2\cos x+1 & ,x<0 \\ e^x-4 & ,x>0 \end{cases}$$

فاوجد

$\lim\limits_{x\to 0} f(x)$

---

(3) اذا كانت:

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2-4}{x-2} & ,x\neq 2 \\ 5 & ,x=2 \end{cases}$$

فاوجد :

$(a)\quad f(2)$

$(b)\quad \lim\limits_{x\to 2} f(x)$

محمد عمر الخطيب

(1) اذا كانت $h(x)\,,\,g(x)$ كثيرات حدود وكانت $f(x)=\begin{cases} g(x) & x<a \\ h(x) & x>a \end{cases}$

اوجد

$(i)\quad \lim\limits_{x\to a^-} f(x)$

$(ii)\quad \lim\limits_{x\to a^+} f(x)$

---

(2) اذا كانت: $f(x)=\begin{cases} x^2+\cos x & ,x\geq 0 \\ e^x-1 & ,x<0 \end{cases}$, $g(x)=x^2-x$

وكان $h(x)=f(x)\times g(x)$

(أ) اشرح هل يمكن تطبيق نهاية حاصل ضرب دالتين في إيجاد قيمة $\lim\limits_{x\to 0} h(x)$

(ب) ابحث عن طريقة تحليلية لايجاد قيمة هذه النهاية

(1) اذا كانت: $f(x)=\begin{cases}\log x+4 & ,x\geq 1\\ 5x-1 & ,x<1\end{cases}$ ، $g(x)=\dfrac{x-1}{1-x}$

فاوجد

$$\lim_{x\to 1}(f(x)+g(x))$$

---

(2) اذا كانت: $f(x)=\begin{cases}x^2+3 & ,x\geq 1\\ 4-2x & ,x<1\end{cases}$ ، $g(x)=\begin{cases}-3x & ,x\geq 1\\ 2x^2-3x & ,x<1\end{cases}$

وكان $h(x)=f(x)+g(x)$

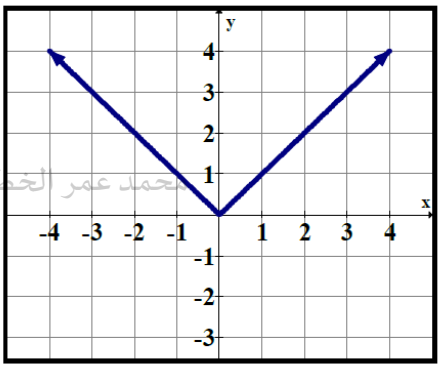
(أ) اشرح هل يمكن تطبيق نهاية حاصل جمع دالتين في إيجاد قيمة $\lim_{x\to 1}h(x)$

(ب) ابحث عن طريقة تحليلية لايجاد قيمة هذه النهاية

محمد عمر الخطيب

دالة المطلق

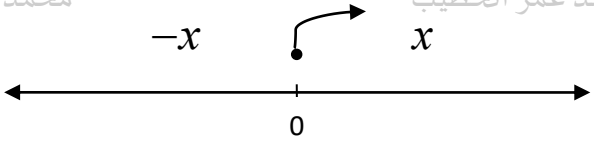
دالة المطلق : $y=|x|$



$$|x|=\begin{cases} x & ,x\geq 0 \\ -x & ,x<0 \end{cases}$$

$|5|=5$

$|-5|=5$



اوجد قيمة كل من النهايات الآتية:

$$(1)\lim_{x\to -1}\frac{x+|x|-2}{x^2+1}$$

$$(2)\lim_{x\to 9}\frac{5-|x-4|}{|10-x|-1}$$

$$(3)\lim_{x\to 3}\frac{x|1-x|-6}{x^2-3x}$$

محمد عمر الخطيب

اوجد قيمة كل من النهايات الآتية:

ملاحظة:

اذا كان ناتج التعويض

ما بداخل المطلق هو صفر

فمن الافضل

اخذ النهاية من اليمين واليسار

$$(1)\lim_{x\to 0}\frac{1}{|x|}$$

$$(2)\lim_{x\to 2}\frac{|x-2|}{x-2}$$

$$(3)\lim_{x\to -1}\frac{|x+1|}{x^2-1}$$

$$(4)\lim_{x\to 0}\left(\frac{2}{x}-\frac{2}{|x|}\right)$$

(1) اوجد قيمة كل من النهايات الآتية:

$$(a)\ \lim_{x\to 0}\left(\frac{1+|x|}{x}-\frac{1-x}{|x|}\right)$$

$$(b)\ \lim_{x\to 0}\frac{2x-|x|}{|3x|-2x}$$

---

(2) اوجد قيمة الثابت b اذا كانت

$$\lim_{x\to b}\frac{x^2-b^2}{x-b}=\lim_{x\to -2}(|x|+8)$$

دالة الصحيح

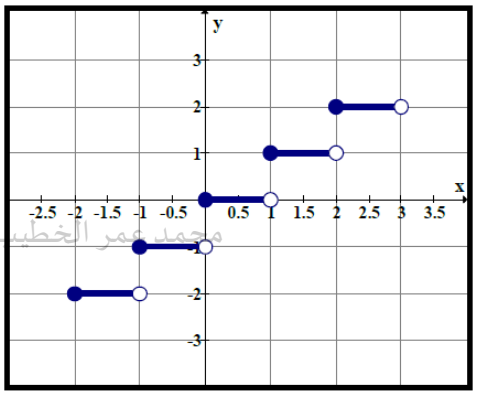
$$[5]=5$$
$$[5.7]=5$$
$$[-5.99]=-6$$

$(i)\quad [x+n]=[x]+n$

$(ii)\quad x-1\le [x]\le x$

ملاحظة: اذا كانت n عدد صحيح فان

دالة الصحيح : $y=[x]$



اوجد قيمة كل من النهايات الآتية :

(1) $\lim\limits_{x\to 2.9}[x]$

(2) $\lim\limits_{x\to \frac{1}{2}}[3x+1]$

(3) $\lim\limits_{x\to 2^-}[x]$

(4) $\lim\limits_{x\to -2^-}\dfrac{|x|}{[x]}$

(5) $\lim\limits_{x\to 2^-}[5-x]$

(6) $\lim\limits_{x\to 2^-}3[x]-|x|$

(7) $\lim\limits_{x\to 2^-}|x-2|+[x]+x$

(8) $\lim\limits_{x\to 0^-}([x]+5)^{[x]}$

(9) $\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{x[x]}{x^2+x}$

(10) $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{[x]}{x-1}$

(11) $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{x-1}{|x-2|+[x-2]}$

ملاحظة: نهاية دالة الصحيح $[x]$

(الدالة الاساسية فقط)

(1) اذا كانت n عدد صحيح فان

غير موجودة $\lim\limits_{x\to n}[x]$

لان

$$\lim_{x\to n^-}[x]=n-1\quad ,\lim_{x\to n^+}[x]=n$$

اي انه اذا كان ناتج التعويض ما بداخل الصحيح هو عدد صحيح فان النهاية غير موجودة وممكن التاكد باخذ النهاية من الجهتين

(2) اذا كانت a عدد غير صحيح (كسر) فان

موجودة $\lim\limits_{x\to a}[x]=[a]$

اي انه اذا كان ناتج التعويض ما بداخل الصحيح هو كسر فان النهاية موجودة ويكفي التعويض لايجاد النهاية

محمد عمر الخطيب

اوجد قيمة كل من النهايات الآتية :

(1) $\lim_{x\to 1}[x]$

(2) $\lim_{x\to \frac{1}{3}}[3x+1]$

(3) $\lim_{x\to 1}(x-[x])$

(4) $\lim_{x\to 0} x[x+2]$

(5) $\lim_{x\to 1}(x+2)^{[x]}$

ايجاد الثوابت من خلال وجود نهاية دالة عند نقطة

(1) إذا كانت: $f(x)=\begin{cases} x^2+a & ,x\le -1 \\ 2x-b & ,x>-1 \end{cases}$

وكانت $\lim\limits_{x\to -1} f(x)=2$ فاوجد كل من الثابتين a,b

---

(2) إذا كانت: $f(x)=\begin{cases} \log_2 x & 0<x\le 8 \\ 3^{ax} & x>8 \end{cases}$ فاوجد قيمة a حيث $\lim\limits_{x\to 8} f(x)$ موجودة

---

(3) إذا كانت: $g(x)=\begin{cases} x^2+4 & x\ge a \\ 4x & x<a \end{cases}$ فاوجد قيم a حيث $\lim\limits_{x\to a} g(x)$ موجودة .

---

(4) لتكن: $f(x)=\begin{cases} 2ax-5 & x<2 \\ \dfrac{x-3}{|x-3|} & x>2 \end{cases}$ فما قيمة a التي تجعل $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ موجودة

(5) الجذر والمرافق

ملاحظة : اذا كان ناتج ما بداخل الجذر التربيعي (دليل الجذر عدد زوجي) صفر عند التعويض

يفضل دراسة اشارة ما تحت الجذر قبل حساب النهاية وغير ذلك فانه يكفي التعويض المباشر

اوجد قيمة كل من النهايات الآتية:

(1) $\lim_{x \to 0^+} \sqrt{x}$

---

(2) $\lim_{x \to 0^-} \sqrt{x}$

---

(3) $\lim_{x \to 0} \sqrt{x}$

---

(4) $\lim_{x \to 3} \sqrt[3]{1-x^2}$

---

(5) $\lim_{x \to 5^+} \sqrt{25-x^2}$

---

(6) $\lim_{x \to 1^-} \sqrt{x-[x]}$

---

(7) $\lim_{x \to 1^+} \sqrt{[x]-x}$

---

(8) $\lim_{x \to 5} \dfrac{\sqrt{(x-5)^2}}{x-5}$

ملاحظة

$\sqrt{x^2} = |x|$

$(\sqrt{x})^2 = x$

محمد عمر الخطيب

اوجد قيمة كل من النهايات :

(1) $\lim_{x\to 0^-} \sqrt{x^2-2x}$

---

(2) $\lim_{x\to 0^+} \sqrt{x^2-2x}$

---

(3) $\lim_{x\to 0} \sqrt{x^2-2x}$

---

(4) $\lim_{x\to 1^-} \dfrac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+1}}$

---

(5) $\lim_{x\to 0^-} \dfrac{x}{\sqrt{x^4+x^2}}$

ملاحظة: مرافق المقدار الجبري $\sqrt{x}-\sqrt{a}$ هو $\sqrt{x}+\sqrt{a}$ ويكون حاصل ضربهم هو $x-a$

اوجد قيمة كل من النهايات الآتية:

(1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x}$

---

(2) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{3x+1}-2}{x-1}$

---

(3) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{3-\sqrt{x+9}}$

محمد عمر الخطيب

اوجد قيمة كل من النهايات الآتية :

(1) $\lim_{x\to 1} \dfrac{x^2 - x}{\sqrt{x} - 1}$

(2) $\lim_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{x+1} - \sqrt{2}}{x - 1}$

(3) $\lim_{x\to 1} \dfrac{x^2 + x - 2}{\sqrt{2x-1} - 1}$

محمد عمر الخطيب

اوجد قيمة كل من النهايات الآتية :

(1) $\lim_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1-x}-\sqrt{x+1}}{x}$

---

(2) $\lim_{x\to -2}\dfrac{x+2}{\sqrt{x^2+5}-3}$

---

(3) $\lim_{x\to 9}\dfrac{x\sqrt{x}-27}{x-9}$

محمد عمر الخطيب

اوجد قيمة كل من النهايات الآتية :

$$(1)\lim_{x\to 1}\frac{\frac{1}{\sqrt{x}}-1}{1-x}$$

$$(2)\lim_{x\to 4}\frac{1}{\sqrt{x}-2}-\frac{4}{x-4}$$

محمد عمر الخطيب

اوجد قيمة كل من النهايات الآتية :

$$(1)\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{5-x}-2}{\sqrt{10-x}-3}$$

مرافق الجذر التكعيبي للمقدار $\sqrt[3]{x}\pm\sqrt[3]{a}$ **هو**

$$(\sqrt[3]{x})^2\mp\sqrt[3]{a}\times\sqrt[3]{x}+(\sqrt[3]{a})^2$$

ويكون حاصل ضربهم $x\pm a$

$$(2)\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{1+2x}-1}{x}$$

ممكن الحل بالضرب في مرافق الجذر التكعيبي

ولكن الافضل بالتعويض $u=\sqrt[3]{1+2x}$

(1) لتكن: $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x-a}-3}{x-1}$ موجودة فاوجد قيمة الثابت a

---

(2) لتكن : $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{a\,x+1}-\sqrt{2x+1}}{x}=4$ فاوجد قيمة الثابت a

---

(3) لتكن : $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{a\,x+b}-2}{x}=1$ فاوجد قيمة الثوابت a,b

(6) الدوال المثلثية (الدائرية)

النسب المثلثية والمتطابقات المهمة

المتطابقات النسبية

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \quad , \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

متطابقات المقلوب

$$\csc x = \frac{1}{\sin x} \quad , \quad \sec x = \frac{1}{\cos x} \quad , \quad \cot x = \frac{1}{\tan x}$$

متطابقات فيثاغورس

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad , \quad \tan^2 x + 1 = \sec^2 x \quad , \quad \cot^2 x + 1 = \csc^2 x$$

متطابقات الزويا المتتامة

$$\sin x = \cos(\tfrac{\pi}{2} - x) \quad , \quad \tan x = \cot(\tfrac{\pi}{2} - x) \quad , \quad \sec x = \csc(\tfrac{\pi}{2} - x)$$
$$\cos x = \sin(\tfrac{\pi}{2} - x) \quad , \quad \cot x = \tan(\tfrac{\pi}{2} - x) \quad , \quad \csc x = \sec(\tfrac{\pi}{2} - x)$$

متطابقات الدوال الزوجية والفردية

$$\sin(-x) = -\sin x \quad , \quad \tan(-x) = -\tan x \quad , \quad \cos(-x) = \cos x$$
$$\csc(-x) = -\csc x \quad , \quad \cot(-x) = -\cot x \quad , \quad \sec(-x) = \sec x$$

متطابقات ضعف الزاوية

$$\sin(2x) = 2\sin x \cos x$$
$$\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x, \cos(2x) = 1 - 2\sin^2 x, \cos(2x) = 2\cos^2 x - 1$$

متطابقات المجموع والفرق

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$$
$$\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$$

متطابقات الدوال المثلثية العكسية

$$\sin^{-1} x + \cos^{-1} x = \frac{\pi}{2} \quad , \quad \tan^{-1} x + \cot^{-1} x = \frac{\pi}{2}$$
$$\csc^{-1} x = \sin^{-1}(\frac{1}{x}) \quad , \quad \sec^{-1} x = \cos^{-1}(\frac{1}{x})$$
$$\cot^{-1}(x) = \begin{cases} \tan^{-1}(\frac{1}{x}) & x > 0 \\ \pi + \tan^{-1}(\frac{1}{x}) & x < 0 \end{cases}$$

نظرية

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1\ ,\ \lim_{x\to 0}\frac{x}{\sin x}=1\ ,\ \lim_{x\to 0}\frac{\tan x}{x}=1\ ,\lim_{x\to 0}\frac{x}{\tan x}=1,\ \lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{\tan x}=1$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin(a\,x)}{b\,x}=\lim_{x\to 0}\frac{\tan(a\,x)}{b\,x}=\frac{\sin(a\,x)}{\tan b\,x}=\frac{\tan(a\,x)}{\sin b\,x}=\frac{a}{b}\quad b\neq 0$$

اي ان عندما تقترب x من الصفر فان $x\approx\sin x\approx\tan x\approx\sin^{-1}x\approx\tan^{-1}x$

اوجد قيمة كل من النهايات الآتية :

(1) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{3}}(\sin x+\cos x)$

---

(2) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}(x\tan x)$

---

(3) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{\cos x}$

---

(4) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{2x}$

---

(5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 6x}{2x\cos 3x}$

---

(6) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin^{-1}x}{5x}$

---

(7) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan 3x}{2x}$

---

(8) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\,e^{3x}}{\tan 2x}$

---

(9) $\lim\limits_{x\to 0}3x\cot 2x$

محمد عمر الخطيب

اوجد قيمة كل من النهايات الآتية :

(1) $\lim_{x\to 0^-} \dfrac{\sin 2x}{x[x]}$

(2) $\lim_{x\to 0^-} \dfrac{\sin|x|}{x} - 2[x-2]$

(3) $\lim_{x\to 0} \dfrac{\sin 3x}{\tan 4x}$

(4) $\lim_{x\to 0} (\tan 2x \csc \pi x)$

(5) $\lim_{x\to 0^-} [x](x\cot 2x)$

(6) $\lim_{x\to 0} \sin x\,(\cot x - \dfrac{3}{x})$

محمد عمر الخطيب

اوجد قيمة كل من النهايات الآتية :

(1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\sin 5x}{\sin^2 3x}$

(2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin^2 3x}{x\tan 5x}$

(3) $\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{\sin^2 3x}{3x|x|}$

(4) $\lim\limits_{x\to 0} x^2\csc^2 5x$

(5) $\lim\limits_{x\to 0} 3x^2\csc 3x\cot 2x$

(6) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos^2 x-1}{x^2}$

محمد عمر الخطيب

اوجد قيمة كل من النهايات الآتية :

(1) $\lim_{x\to 0} \dfrac{1}{(x^2+x)\csc 2x}$

---

(2) $\lim_{x\to 0} \dfrac{2x\sin x+\tan 3x}{x}$

---

(3) $\lim_{x\to 0} \dfrac{\sin 2x+\tan x}{4x-\sin x}$

---

(4) $\lim_{x\to 0} \dfrac{\sqrt[3]{x\sin^2 8x}}{x}$

محمد عمر الخطيب

اوجد قيمة كل من النهايات الآتية

(1) $\lim_{x\to 0^-} \dfrac{\sqrt{1-\cos^2 x}}{x}$

---

(2) $\lim_{x\to 0} \dfrac{\sin x}{1-\sqrt{1+x}}$

---

(3) $\lim_{x\to 0} \dfrac{1-\cos x}{x\sin x}$

---

(4) $\lim_{x\to 0} \dfrac{\sin|x|}{x}$

محمد عمر الخطيب

اوجد قيمة كل من النهايات الآتية

(1) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sin(x-1)}{2x-2}$

ملاحظة

اذا كان $f(c)=0$

$$\lim_{\substack{f(x)\to 0\\ x\to c}}\frac{\sin\left(f(x)\right)}{f(x)}=1$$

$$\lim_{\substack{f(x)\to 0\\ x\to c}}\frac{\tan\left(f(x)\right)}{f(x)}=1$$

او ممكن استخدام الفرض

$u=f(x)$

---

(2) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sin(x-2)}{x^2-4}$

---

(3) $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{\sin x}{\sqrt{x}}$

---

(4) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x^2}{3x}$

---

(5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin(\tan x)}{2x}$

---

(6) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sin(x^2-4)}{x^2+x-6}$

$\cos x=\sin(\dfrac{\pi}{2}-x)$

(7) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{x-\frac{\pi}{2}}$

(1) اذا كانت: $\lim_{x\to 1}\frac{|x+1|-2}{x^2-x}=\lim_{x\to 0}\frac{5x}{\sin kx}$ فاوجد قيمة k

---

(2) اذا كانت: $\lim_{x\to 0^-}\frac{\sqrt{\sin^2 x}}{x}=\lim_{x\to 3^-}a[x]$ فاوجد قيمة a

---

(3) اذا كانت: $\lim_{x\to 0}\frac{(\sin x+\cos x)^2-1}{x}=\lim_{x\to k}4^x$ فاوجد قيمة k

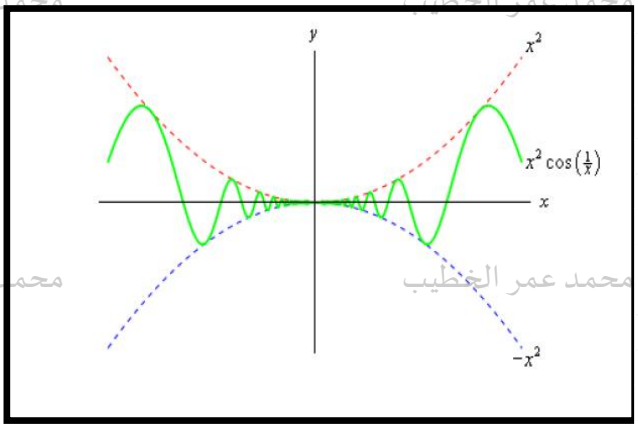
إذا كان $g(x) \le f(x) \le h(x)$ لكل $x \ne c$ في فترة حول c

وكان $\lim_{x \to c} g(x) = \lim_{x \to c} h(x) = l$

فإن $\lim_{x \to c} f(x) = l$

اوجد قيمة كل من النهايات الآتية باستخدام نظرية الشطيرة:

(1) $\lim_{x \to 0} x^2 \cos \frac{1}{x}$



---

(2) $\lim_{x \to 0^+} \sqrt{x} \sin^2 \frac{1}{x}$

محمد عمر الخطيب

اوجد قيمة كل من النهايات الآتية باستخدام نظرية الشطيرة:

$$(1)\lim_{x\to 0}(\cos^2 x + x^2 \sin\frac{1}{x})$$

$$(2)\lim_{x\to 0}(e^{x^2 \sin\frac{1}{x}})$$

$$(3)\lim_{x\to 0}\frac{2x^3}{x^2+1}$$

(1) اذا كانت : $|g(x)| \le M$ حيث M عدد حقيقي موجب فبين ان : $\lim_{x\to 0} x^2\, g(x) = 0$

---

(2) اوجد $\lim_{x\to 3} g(x)$ حيث $|g(x)+4| \le 2(3-x)^4$ باستخدام نظرية الشطيرة

---

(3) اوجد $\lim_{x\to 0} f(x)$ حيث $\dfrac{\sin x}{\tan 3x} \le f(x) \le \dfrac{x^2+x}{3x}$

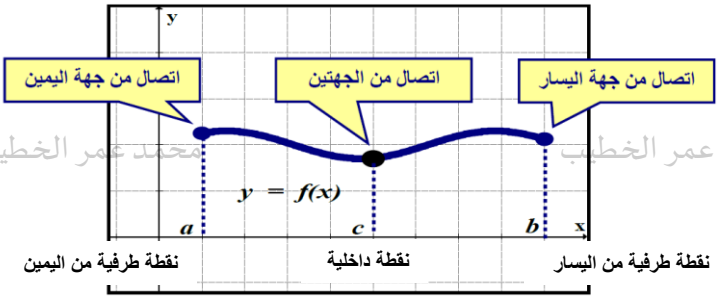
---

(4) اوجد $\lim_{x\to 0} f(x)$ حيث $x^2 - x^3 \le x^2 f(x) \le \sin^2 x$

---

(5) اوجد $\lim_{x\to 0^-} \dfrac{f(x)}{x}$ حيث $\sin x \le f(x) \le x$

الاتصال عند نقطة



(1) نقطة داخلية: تكون الدالة $y=f(x)$ متصلة عند نقطة داخلية c في مجالها اذا كان

$$\lim_{x\to c} f(x)=f(c) \Longrightarrow$$

(1) $f(c)$ موجودة (للدالة صورة عند $x=c$)

(2) $\lim_{x\to c} f(x)$ موجودة (اي ان $\lim_{x\to c^-} f(x)=\lim_{x\to c^+} f(x)$)

(3) $\lim_{x\to c} f(x)=f(c)$

(2) نقطة طرفية : تكون الدالة $y=f(x)$ متصلة عند

الاتصال من جهة واحدة

(أ) نقطة طرفية a لها نهاية من جهة اليمين اذا كان

$$\lim_{x\to a^+} f(x)=f(a)$$

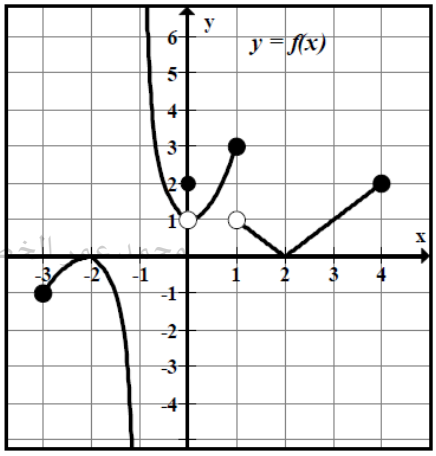
بداية الفترة المغلقة

(ب) نقطة طرفية b لها نهاية من جهة اليسار اذا كان

$$\lim_{x\to b^-} f(x)=f(b)$$

نهاية الفترة المغلقة

اعتمد على الرسم المجاور الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ للاجابة عن الاسئلة التالية



(1) هل الدالة متصلة عند $x=1$

(2) هل الدالة متصلة عند $x=0$

(3) هل الدالة متصلة عند $x=-1$

(4) هل الدالة متصلة عند $x=2$

(5) هل الدالة متصلة عند $x=4$

(6) هل الدالة متصلة عند $x=4$ من جهة اليسار

اي من الدوال التالية تكون متصلة عند $x=1$ مع ذكر السبب :

تذكر

شروط الاتصال عند النقطة الداخلية

$x=c$

(1) الدالة معرفة عند $x=c$

(2) $\lim\limits_{x\to c^-} f(x)=\lim\limits_{x\to c^+} f(x)$

(3) $\lim\limits_{x\to c} f(x)=f(c)$

يمكن البحث

عن نقاط انفصال الدالة عند

(1) اصفار المقام (اكيد)

(2) نقاط التفرع (ممكن)

ملاحظة: اي نقطة خارج مجال الدالة تعتبر نقطة انفصال للدالة

(1) $f(x)=\begin{cases} x^2 & ,x<1 \\ 2-x & ,x>1 \end{cases}$

---

(2) $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x-1}$

---

(3) $f(x)=[x]$

---

(4) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2-1}{x-1} & ,x\neq 1 \\ 3 & ,x=1 \end{cases}$

محمد عمر الخطيب

اي من الدوال التالية تكون متصلة عند $x=1$ مع ذكر السبب.

(1) $$f(x)=\begin{cases}5x & ,x<1\\ 5 & ,x=1\\ 6-x & ,x>1\end{cases}$$

---

(2) $$f(x)=\sqrt[3]{x-1}$$

---

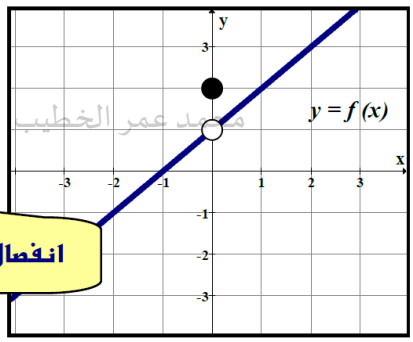
(3) $$f(x)=|x-1|$$

---

(4) $$f(x)=\frac{\sin(x-1)}{x-1}$$

انواع نقاط عدم الاتصال (نقاط الانفصال)

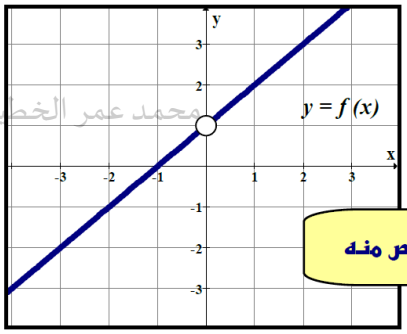
(1) الفجوة (قابل للازالة) او (يمكن التخلص منه)



النهاية موجودة

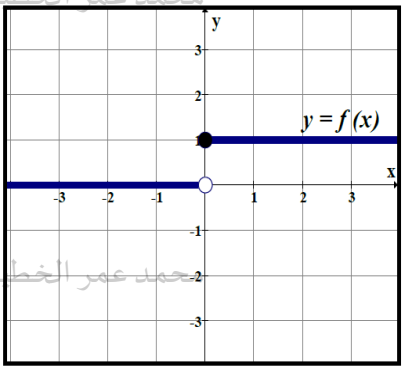
ولكن لا تساوي الصورة

او الصورة غير موجودة



انفصال يمكن التخلص منه

(2) القفزة (غير قابل للازالة)

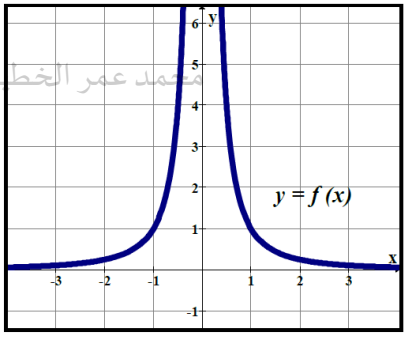


النهاية غير موجودة

النهاية من اليمين لا تساوي النهاية من اليسار

ولكن كلاهم عدد حقيقي

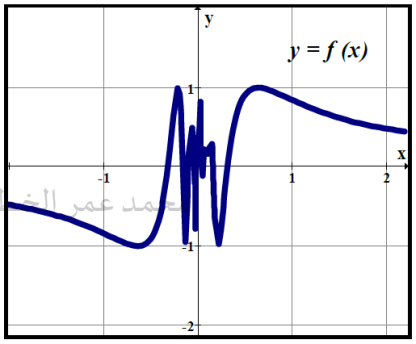
(3) لا نهائي / خطوط التقارب (غير قابل للازالة)



النهاية غير موجودة او ملانهاية

احدى النهايتين تساوي ملانهاية او كلاهم

(4) التذبذبي (غير قابل للازالة)



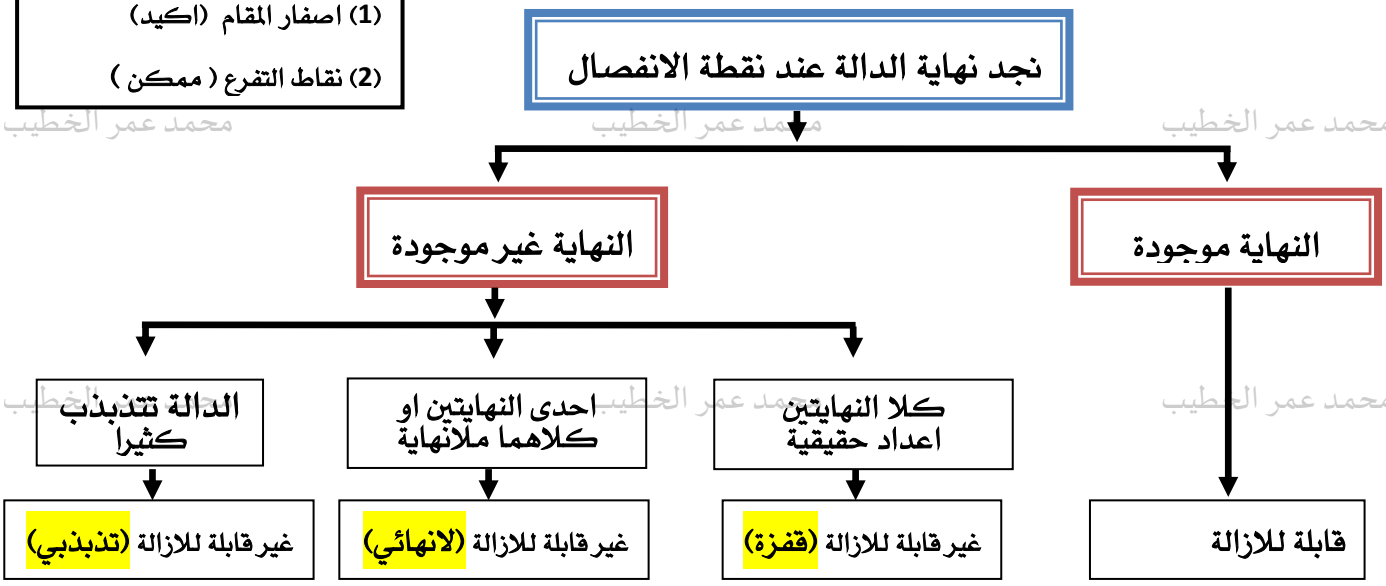
النهاية غير موجودة

الدالة تتذبذب كثيراً عند نقطة الانفصال

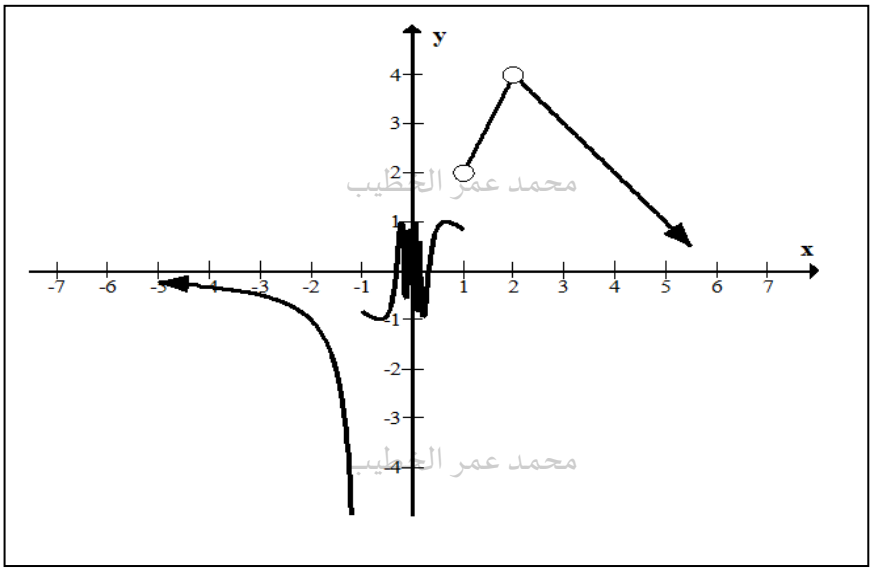
امثلة $f(x)=\sin\frac{1}{x}$, $g(x)=\cos\frac{1}{x^2}$, $h(x)=\tan\frac{1}{x}$

ملخص نقاط الانفصال

ملاحظة: يمكن البحث عن نقاط انفصال الدالة عند
(1) اصفار المقام (اكيد)
(2) نقاط التفرع (ممكن)



في الشكل المجاور اوجد نقاط انفصال الدالة (نقاط عدم الاتصال) ، ثم حدد نوع كل منها:



نقطة انفصال الدالة				
نوع الانفصال				

اكمل الجدول التالي:

ملاحظة: يمكن البحث عن نقاط انفصال الدالة عند
(1) اصفار المقام (اكيد)
(2) نقاط التفرع (ممكن)

الدالة	نقطة (نقاط) الانفصال	نوع الانفصال
(1) $f(x)=\dfrac{x^2-2x-3}{x-3}$		
(2) $f(x)=\dfrac{\sin 5x}{x}$		
(3) $f(x)=\begin{cases}3-x & ,x>1\\ x^2 & ,x\le 1\end{cases}$		
(4) $f(x)=\dfrac{2}{x-3}$		
(5) $f(x)=\dfrac{\lvert x\rvert}{x}$		
(6) $f(x)=\dfrac{x-5}{x^2-2x-15}$		
(7) $f(x)=x^2\sin\dfrac{1}{x}$		
(8) $f(x)=\ln x^2$		

الاتصال على فترة

تكون الدالة $y=f(x)$ متصلة على الفترة المغلقة $[a,b]$ اذا كانت

(1) متصلة على كل نقطة في الفترة المفتوحة (a,b)

(2) متصلة عند النقطة a من جهة اليمين اي ان $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)=f(a)$

(3) متصلة عند النقطة b من جهة اليسار اي ان $\lim\limits_{x\to b^-} f(x)=f(b)$

وتكون الدالة $y=f(x)$ متصلة على مجموعة الاعداد الحقيقة اذا كانت متصلة عند كل نقطة

تعتبر النقطة الطرفية نقطة انفصال لان الدالة غير معرفة عند احدى الجهتين

اما اذا كان المطلوب فترة الاتصال فيجب دراسة الاتصال من جهة واحدة واذا تحقق شرط الاتصال تكون ضمن فترة الاتصال

ملاحظات مهمة

اولاً: الدوال المتصلة على مجالها | فترة الاتصال هي مجال الدالة

(1) كثيرات الحدود (2) الدوال النسبية (3) الدوال الجذرية (4) الدوال المثلثية

(5) دوال المطلق (6) الدوال الاسية (7) الدوال اللوغارتمية

ثانياً: الدوال المتصلة على جزء من مجالها | فترة الاتصال هي مجال الدالة او جزء من مجال الدالة

بعض الدوال المتفرعة مثل دالة الصحيح

ثالثاً: العمليات على الدوال المتصلة

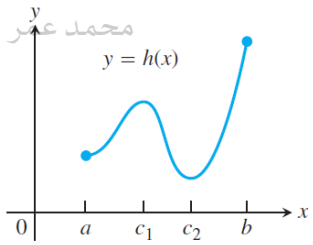
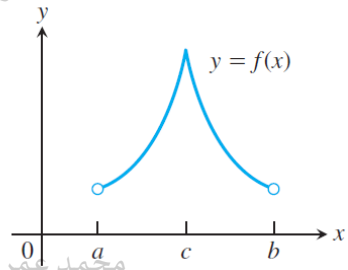
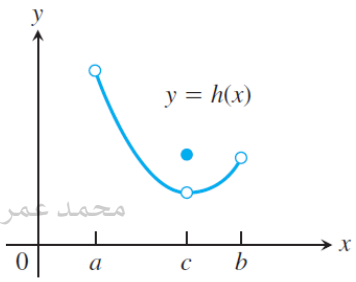
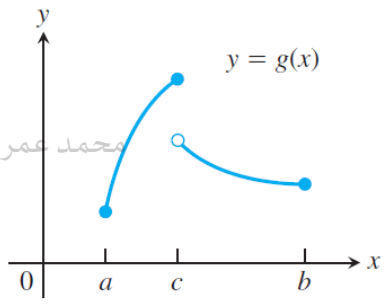
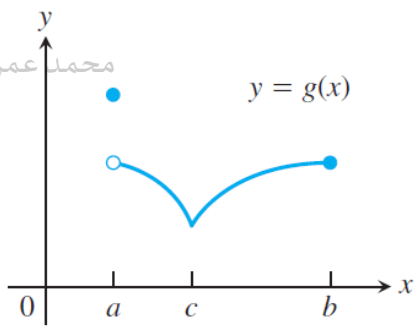
(1) حاصل جمع وطرح وضرب دالتين متصلتين هي دالة متصلة

(2) حاصل قسمة دالتين متصلتين هي دالة متصلة بشرط ان المقام لا يساوي صفر

(3) حاصل تركيب دالتين متصلتين هي دالة متصلة

محمد عمر الخطيب

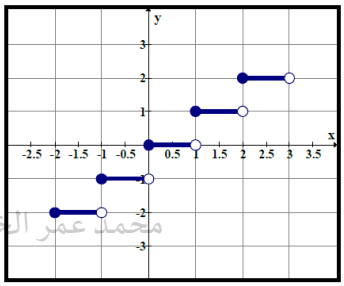
اكتب فترة الاتصال لكل دالة من الدوال التالية

الدالة	فترة الاتصال
1. 	
2. 	
3. 	
4. 	
5. 	

محمد عمر الخطيب

(1) اعتمد على الدالة $f(x)=[x]$ للاجابة عن الاسئلة التالية

دالة الصحيح : $y=[x]$



(أ) هل الدالة متصلة عند $x=1$ من جهة اليمين

(ب) هل الدالة متصلة عند $x=2$ من جهة اليسار

(ج) هل الدالة متصلة على الفترة $(1,2)$

(د) هل الدالة متصلة على الفترة $[1,2]$

---

(2) اي من الدوال الآتية متصلة على الفترة $[0,2]$ واذا كانت غير ذلك، اكتب فترة الاتصال

$$(a)\quad f(x)=\begin{cases}6 & 0\le x<1\\ 7x & 1\le x\le 2\end{cases}$$

$$(b)\quad f(x)=\begin{cases}7 & 0\le x<1\\ 7x & 1\le x\le 2\end{cases}$$

$$(c)\quad f(x)=\begin{cases}6 & x=0\\ 7 & 0<x<1\\ 7x & 1\le x\le 2\end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

حدد الفترة التي تكون عليها الدالة متصلة:

(1) $f(x)=x^2+5x-1 \quad ,x\in[1,2]$

---

(2) $f(x)=\sqrt{x-1}$

---

(3) $f(x)=\begin{cases} x+2 & ,x\le 2 \\ x^2 & x>2 \end{cases}$

---

(4) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2-x-2}{x-2} & ,x\neq 2 \\ 3 & ,x=2 \end{cases}$

---

(5) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2-x-2}{x-2} & ,x\neq 2 \\ 2 & ,x=2 \end{cases}$

---

(6) $f(x)=\dfrac{x}{e^x}$

محمد عمر الخطيب

حدد الفترة التي تكون عليها الدالة متصلة:

(1) $f(x)=x^2\cos\frac{1}{x}$

---

(2) $f(x)=(x-1)^{\frac{3}{2}}+e^x$

---

(3) $f(x)=\sqrt{4-x^2}$

---

(4) $f(x)=\sqrt{x^2-3x}$

---

(5) $f(x)=\frac{\sqrt{x}}{e^x-1}$

---

(6) $f(x)=\frac{\sqrt{x+1}+e^x}{x^2-4}$

محمد عمر الخطيب

حدد الفترة التي تكون عليها الدالة متصلة:

(1) $f(x)=ln(x-2)$

---

(2) $f(x)=ln(x^2-x-6)$

---

(3) $f(x)=\dfrac{1}{\ln(x-2)}$

---

(4) $f(x)=\dfrac{3}{\ln x^2}$

ملاحظة:

$$\ln x^2 = 2\ln|x|$$

---

(5) $f(x)=\dfrac{\ln(1-x^2)}{\sqrt{x}}$

---

(6) $f(x)=\dfrac{ln(x^2-1)}{\sqrt{x^2-2x}}$

محمد عمر الخطيب

حدد الفترة التي تكون عليها الدالة متصلة:

(1) $f(x)=\sin^{-1}(x+2)$

---

(2) $f(x)=\tan^{-1}(2x+1)$

---

(3) $f(x)=\tan x$

---

(4) $f(x)=\ln(\sin x)$

الدالة الموسعة (ازالة الفجوة)

اذا كانت الدالة $f(x)$ متصلة على مجال معين بأستثناء نقطة (او عدد محدود من النقاط) التي عندها انفصال نوعه فجوة (يمكن ازالتة) فانه يمكن تعريف دالة جديدة متصلة عند هذه النقطة وتعتمد على الدالة $f(x)$ وتسمى الدالة الموسعة

ملاحظة: لا يمكن ايجاد الدالة الموسعة لدالة لها نقطة انفصال نوعه (قفزة ، لانهائي، تذبذبي)

(1) اكتب الدلة الموسعة للدالة : $f(x)=\dfrac{x^2-x-6}{x-3}$ حتى تصبح متصلة عند $x=3$

---

(2) اكتب الدلة الموسعة للدالة : $f(x)=x\cot x$ حتى تصبح متصلة عند $x=0$

اعد تعريف الدلة الآتية عند النقطة المشار إليها لتصبح الدالة متصلة عند النقطة المشار اليها.

(اكتب الدالة الممتدة او الموسعة).

(1) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+1}-3}{x-8}$, $x=8$

---

(2) $f(x)=\dfrac{e^{2x}-1}{e^{x}-1}$, $x=0$

---

(3) $f(x)=\dfrac{x+3}{\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{3}}$, $x=-3$

محمد عمر الخطيب

اعد تعريف كل من الدوال الآتية عند النقطة المشار إليها لتصبح الدالة متصلة عند النقطة المشار اليها.

(اوجد الدالة الممتدة او الموسعة).

(1) $f(x)=\dfrac{|x-2|-1}{x-3}$, $x=3$

---

(2) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{\sin x}$, $x=0$

---

(3) $f(x)=\dfrac{3}{\ln x^2}$, $x=0$

محمد عمر الخطيب

ايجاد الثوابت من خلال تعريف الاتصال

(1) اوجد قيمة الثابت a حتى تصبح الدالة $f(x)$ متصلة عند $x=2$ حيث:

$$f(x)=\begin{cases} x^2+ax-2 & , \quad x<2 \\ a & , \quad x\geq 2 \end{cases}$$

---

(2) اوجد قيمة الثابت c حتى تصبح الدالة $f(x)$ متصلة على مجالها حيث:

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{1-\cos 2x}{6x^2} & ,x\neq 0 \\ c & ,x=0 \end{cases}$$

---

(3) اوجد قيمة الثوابت a,b حتى تصبح الدالة $f(x)$ متصلة على مجالها حيث:

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{2\sin x}{x} & ,x<0 \\ a & ,x=0 \\ b\cos x-1 & ,x>0 \end{cases}$$

(1) اوجد قيمة الثوابت a,b حتى تصبح الدالة $f(x)$ متصلة على مجالها حيث:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\tan 5x}{x} & ,x<0\\ a & ,x=0\\ b\cos x+e^{x} & ,x>0\end{cases}$$

---

(2) اوجد قيمة الثوابت a,b حتى تصبح الدالة $f(x)$ متصلة على مجالها حيث:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{|x|}{x} & ,x<0\\ b & ,x=0\\ \dfrac{\sin ax}{2x} & ,x>0\end{cases}$$

(1) اوجد قيمة الثوابت a,b حتى تصبح الدالة $f(x)$ متصلة على مجالها حيث:

$$f(x)=\begin{cases} bx^2-a & ,x<3 \\ 9 & ,x=3 \\ ax+6 & ,x>3 \end{cases}$$

---

(2) اوجد قيمة الثوابت a,b حتى تصبح الدالة $f(x)$ متصلة على مجالها حيث:

$$f(x)=\begin{cases} a\,x^2+5 & ,x>-1 \\ 7 & ,x=-1 \\ x-b & ,x<-1 \end{cases}$$

(1) اوجد قيمة الثوابت a,b حتى تصبح الدالة $f(x)$ متصلة على مجالها حيث:

$$f(x)=\begin{cases} a\,e^{x}+1 & ,x\le 0 \\ \sin^{-1}\dfrac{x}{2} & ,0<x<2 \\ x^{2}-x+b & ,x\ge 2 \end{cases}$$

---

(2) اوجد قيمة الثوابت a,b حتى تصبح الدالة $f(x)$ متصلة على مجالها حيث:

$$f(x)=\begin{cases} 3x-2 & ,x\le -2 \\ a\,x+b & ,-2<x<5 \\ x^{2}-12 & ,x\ge 5 \end{cases}$$

(1) اوجد قيمة الثوابت a,b حتى تصبح الدالة $f(x)$ متصلة على مجالها حيث:

$$f(x)=\begin{cases}2x+a & ,x\le 1\\ x^2-2x & ,1<x<3\\ a+b & ,x\ge 3\end{cases}$$

---

(2) اوجد قيمة الثوابت a,b و $b\neq 0$ حتى تصبح الدالة $f(x)$ متصلة على مجالها حيث:

$$f(x)=\begin{cases}a(\tan^{-1}x+2) & ,x<0\\ 2b^x-7 & ,0\le x\le 3\\ \ln(x-2)+x^2 & ,x>3\end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

(1) اوجد قيمة الثوابت m,n حتى تصبح الدالة $f(x)$ متصلة على مجالها حيث:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-mx+2}{x-1} & ,x\neq 1\\ n & ,x=1\end{cases}$$

---

(2) اوجد قيمة الثوابت a,b حتى تصبح الدالة $f(x)$ متصلة على مجالها حيث:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x^2-a}{x-2} & ,x<2\\ bx+6 & ,x\geq 2\end{cases}$$

---

(3) حدد جميع قيم x حتى تصبح الدالة $f(x)$ متصلة

$$f(x)=\begin{cases}x^2+3 & x \text{ عدد نسبي}\\ 4x & x \text{ عدد غير نسبي}\end{cases}$$

ملاحظة

الدالة $f(x)=\begin{cases}1 & x \text{ عدد نسبي}\\ 0 & x \text{ عدد غير نسبي}\end{cases}$

غير متصلة عند اي نقطة في مجالها

محمد عمر الخطيب

نهاية تركيب دالتين

اذا كانت $\lim_{x\to a} g(x) = L$ والدالة $f(x)$ دالة متصلة عند L فان

$$\lim_{x\to a} f(g(x)) = f(\lim_{x\to a} g(x))$$

اذا كانت نهاية الدالة الداخلية $g(x)$ موجودة والدالة الخارجية $f(x)$ متصلة عند قيمة النهاية فان النهاية تدخل بداخل الدالة (يمكن تبديل الدالة مع النهاية)

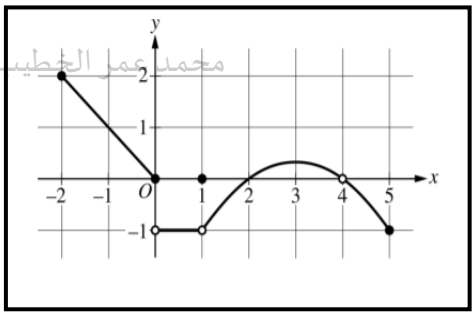
ملاحظة: اذا لم تتحق احدى الشروط يجب ايجاد ناتج تركيب الدالتين ثم ايجاد النهاية او فرض الدالة الداخلية u

(1) اذا كانت الدالة $g(x) = \begin{cases} 2 & x \neq 1 \\ 3 & x = 1 \end{cases}$ والدالة $f(x) = 2x - 5$

اوجد $\lim_{x\to 1} f(g(x))$

---

(2) اعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$



والدالة $g(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x - 1}$

اوجد $\lim_{x\to 1} f(g(x))$

(1) اذا كانت الدالة $f(x)=\begin{cases} x^2 & x\neq 0 \\ 4 & x=0 \end{cases}$ **والدالة** $g(x)=2x$

اوجد

$(a)\ f(\lim_{x\to 0}(g(x))$

$(b)\ \lim_{x\to 0} f(g(x))$

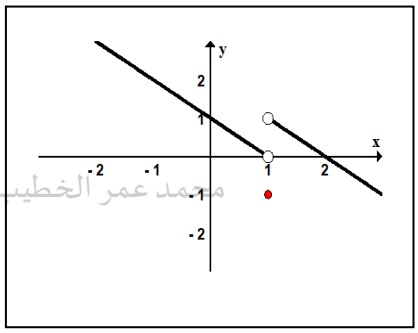
مساعدة...

ممكن تفرض

$u=2x$

---

(2) اعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$



اوجد

مساعدة... افرض

$u=1-x$

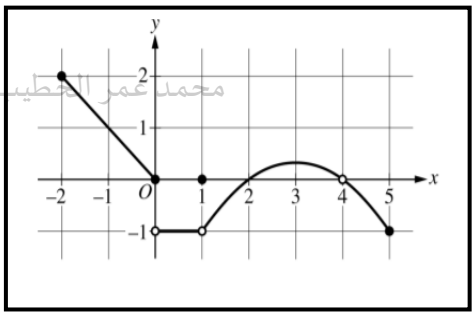
$(a)\ \lim_{x\to 0^+} f(1-x)$

$(b)\ \lim_{x\to 0^-} f(1-x)$

$(c)\ \lim_{x\to 0} f(1-x)$

---

(3) اعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$



اوجد

مساعدة... افرض

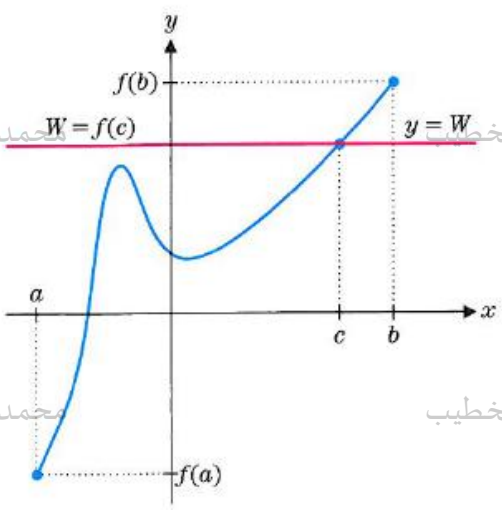
$u=x^2-x$

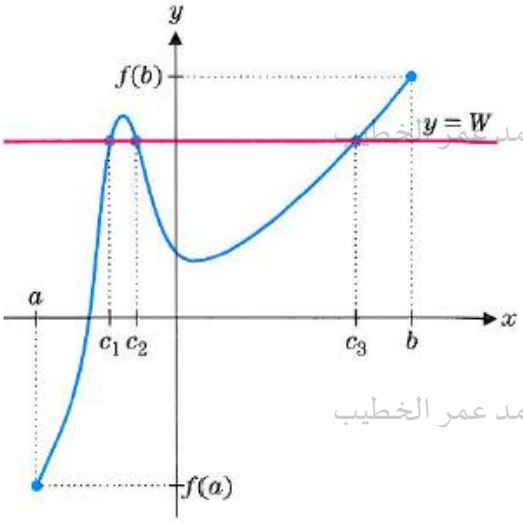
$(a)\ \lim_{x\to 0^+} f(x^2-x)$

$(b)\ \lim_{x\to 0^-} f(x^2-x)$

نظرية القيمة الوسطية

اذا كانت $f(x)$ دالة متصلة على الفترة المغلقة $[a\,,b]$, وكانت W اي عدد يقع بين $f(a)$ و $f(b)$ فانه يوجد عدد على الاقل مثل c ينتمي الى الفترة $[a\,,b]$ بحيث $f(c)=W$





اذا كانت $f(x)=x^3-x+3$ دالة متصلة على الفترة $[1\,,2]$ فاوجد التقريب الثاني للعدد c والذي ينتمي الى الفترة ويحقق $f(c)=4$

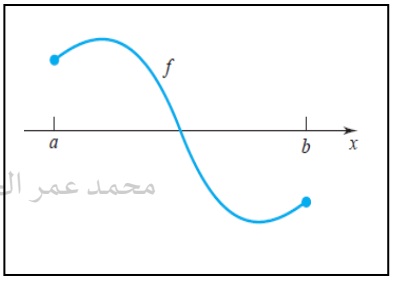
نتيجة نظرية القيمة الوسطية (نظرية بلزانو) التصنيف

اذا كانت $f(x)$ دالة متصلة على الفترة المغلقة $[a\ ,b]$

وكانت $f(a)$ و $f(b)$ لهما <u>اشارتان مختلفتان</u>

فانه يوجد عدد على الاقل مثل r ينتمي الى الفترة $(a\ ,b)$

بحيث $f(r)=0$ (يكون r صفر للدالة)



(1) اذا كانت $f(x)=x^2-7$ دالة متصلة على الفترة $[2\ ,3]$ فاوجد قيمة تقريبية لصفر الدالة مقرباً لأقرب منزلتين عشريتين

---

(2) اذا كانت $f(x)=e^x+x$ فاوجد قيمة تقريبية لصفر الدالة مقرباً لأقرب منزلتين عشريتين

(1) اوجد قيمة تقريبية لحل المعادلة $\cos x = x$ في الفترة $[0\,,1]$ مقرباً لأقرب منزلتين عشريتين

---

(2) اذا كانت $f(x) = x^3 - x - 1$ دالة متصلة على الفترة $[1\,,2]$ استخدم طريقة التصنيف لايجاد فترة طولها $\frac{1}{4}$ تحتوي صفر الدالة .

---

(3) اذا كانت $f(x)$ دالة متصلة على الفترة $[a\,,b]$

حيث $f(a) < a$ و $f(b) > b$

فأثبت انه يوجد عدد مثل c ينتمي الى الفترة $(a\,,b)$ ويحقق $f(c) = c$.

مساعدة :افرض الدالة

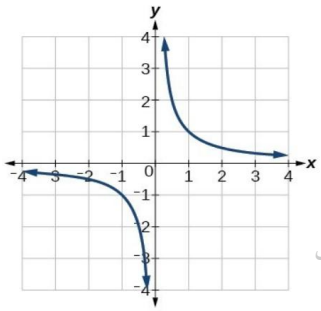
$g(x) = f(x) - x$

اولاً: نهاية الدالة عند ما تساوي ملانهاية (خطوط التقارب الرأسية)

ملاحظة:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ \lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1}{x}=+\infty \\ 2)\ \lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{1}{x}=-\infty \end{array}\right\}\Rightarrow \lim_{x\to 0}\frac{1}{x}$$

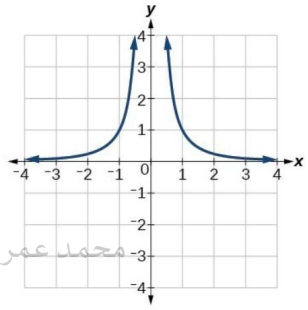
غير موجودة



ملاحظة:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ \lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1}{x^2}=+\infty \\ 2)\ \lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{1}{x^2}=+\infty \end{array}\right\}\Rightarrow \lim_{x\to 0}\frac{1}{x^2}=\infty$$

وممكن اعتباها غير موجودة



الكميات غير المعينة (الصيغ غير المحددة) (7 كميات)

$\frac{0}{0}\ ,\ \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$	صيغ القسمة
$\infty-\infty$	صيغة الطرح
$0\times\infty$	صيغة الضرب
$0^0\ ,\ \infty^0\ ,\ 1^\infty$	الصيغ الاسية

الكميات المعينة (اي صيغة غير الصيغ السابقة)

$$\frac{a}{0}\to\pm\infty\ ,\ \frac{a}{\pm\infty}\to 0\ ,\ \frac{0}{\pm\infty}\to 0\ ,\ \frac{\infty}{0}\to\pm\infty \qquad a\neq 0$$

$$\infty\pm a=\infty\ ,\ \infty+\infty=\infty$$

$$a\times\infty=\pm\infty$$

$$a^0=1\ ,\ \infty^\infty=\infty$$

$$b^\infty=\begin{cases}\infty & if\ b>1\\ 0 & if\ b<1\end{cases} \qquad b>0$$

محمد عمر الخطيب

اوجد قيمة كل مما ياتي :

(1) $\lim_{x\to 2^-} \frac{x}{(x-2)}$

(2) $\lim_{x\to 2^+} \frac{x}{(x-2)}$

(3) $\lim_{x\to 2} \frac{x}{(x-2)}$

(4) $\lim_{x\to -1} \frac{1-x}{(x+1)^2}$

(5) $\lim_{x\to -1^+} \frac{1-2x}{x^2-1}$

(6) $\lim_{x\to 3^-} \frac{x+1}{x^2-x-6}$

(7) $\lim_{x\to 0^-} \frac{e^x+\cos x}{x}$

محمد عمر الخطيب

اوجد قيمة كل مما ياتي

(1) $\lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{e^x}{x^2-4}$

(2) $\lim\limits_{x\to -1^-} (x^2-2x-3)^{-2/3}$

(3) $\lim\limits_{x\to 0^+} e^{\frac{1}{x}}$

$$\lim_{x\to+\infty} b^x = \begin{cases} \infty & ,b>1 \\ 0 & ,0<b<1 \end{cases}$$

(4) $\lim\limits_{x\to 0^-} e^{\frac{1}{x}}$

(5) $\lim\limits_{x\to 0} e^{\frac{1}{x}}$

(6) $\lim\limits_{x\to 0} e^{\frac{1}{x^2}}$

(7) $\lim\limits_{x\to 0^+} e^{\frac{-2}{x^3}}$

(8) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}^+} \tan x$

(9) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}^-} \tan x$

(10) $\lim\limits_{x\to 0^-} \cot x$

محمد عمر الخطيب

اوجد قيمة كل مما ياتي :

(1) $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} x\sec^2 x$

---

(2) $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^+} e^{\tan x}$

---

(3) $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^-} e^{\tan x}$

---

(4) $\lim_{x\to 0^+} \ln(x)$

$$\lim_{x\to 0^+} \ln x = -\infty$$

---

(5) $\lim_{x\to 0^+} \ln(x\sin x)$

---

(6) $\lim_{x\to 0} \sin(e^{-1/x^2})$

---

(7) $\lim_{x\to 0^+} \tan^{-1}(\ln x)$

$$\lim_{x\to\infty} \tan^{-1}(x) = \frac{\pi}{2}$$

---

(8) $\lim_{x\to 0^-} \cot^{-1} x$

ثانياً: نهاية الدالة عند الملانهاية (خطوط التقارب الافقية)

اذا كانت الدالة : $\lim_{x\to\infty} f(x)=L$ او $\lim_{x\to-\infty} f(x)=L$ (احداهما يكفي) حيث L عدد حقيقي

فان للدالة $f(x)$ خط تقارب افقي معادلته $y=L$

ملاحظات مهمة :

(1) اذا كانت k عدد حقيقي فان : $\lim_{x\to\pm\infty} k=k$

(2) اذا كانت n عدد صحيح موجب فان : $\lim_{x\to\pm\infty} \frac{k}{x^n}=0$ حيث k عدد حقيقي لا يساوي صفر

(3) اذا كانت n عدد صحيح موجب زوجي فان :

$$\lim_{x\to\pm\infty} ax^n=\begin{cases}\infty & ,a>0\\ -\infty & ,a<0\end{cases}$$

(4) اذا كانت n عدد صحيح موجب فردي فان :

$$\lim_{x\to+\infty} ax^n=\begin{cases}\infty & ,a>0\\ -\infty & ,a<0\end{cases} \quad \text{و} \quad \lim_{x\to-\infty} ax^n=\begin{cases}-\infty & ,a>0\\ \infty & ,a<0\end{cases}$$

(5) اذا كانت $p(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\ldots+a_1x+a_0$ كثيرة حدود فان :

$$\lim_{x\to\pm\infty} a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\ldots+a_1x+a_0=\lim_{x\to\pm\infty} ax^n$$

عند الملانهاية
تهمل كل الحدود في الدالة الحدودية ما عدا الحد الذي له الأس الاكبر

(6) نهاية الدالة النسبية تكون حسب القاعدة التالية او (نقسم كل من البسط والمقام على اعلى درجة في المقام)

$$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{a_mx^m+a_{m-1}x^{m-1}+\ldots+a_1x+a_0}{b_nx^n+b_{n-1}x^{n-1}+\ldots+b_1x+b_0}$$

m>n	m=n	m<n
درجة البسط اكبر من درجة المقام	درجة البسط تساوي درجة المقام	درجة البسط اصغر من درجة المقام
$\pm\infty$	$\frac{a_m}{b_n}$	0

محمد عمر الخطيب

اوجد قيمة كل مما ياتي:

(1) $\lim\limits_{x\to-\infty} 3x^2-5x+3$

(2) $\lim\limits_{x\to\infty} -x^7-5x^4+8$

(3) $\lim\limits_{x\to-\infty} x^4-5x^5+7$

(4) $\lim\limits_{x\to\infty} e^x+x$

(5) $\lim\limits_{x\to\infty} 2^{-x}$

(6) $\lim\limits_{x\to\infty} (0.8)^x$

$$\lim_{x\to+\infty} b^x=\begin{cases}\infty & ,b>1\\ 0 & ,0<b<1\end{cases}$$

(7) $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{-|x|}$

(8) $\lim\limits_{x\to-\infty} 5-\dfrac{2}{x}$

(9) $\lim\limits_{x\to\infty} x-\dfrac{3}{x}$

(10) $\lim\limits_{x\to\infty} \sqrt{x}$

(11) $\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt{x^2}$

(12) $\lim\limits_{x\to-\infty} (x-5)^{-2/3}$

(13) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{3x^3+4x-5}{x^4-1}$

محمد عمر الخطيب

اوجد قيمة كل مما ياتي :

(1) $\lim_{x\to\infty} \dfrac{4-5x^2}{10x^2-5x+1}$

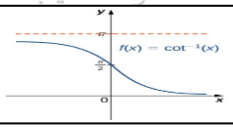
(2) $\lim_{x\to-\infty} \dfrac{4+x^5}{x^4+1}$

(3) $\lim_{x\to-\infty} \dfrac{x^6+1}{x^2+1}$

(4) $\lim_{x\to-\infty} \dfrac{\sin x}{2x}$

(5) $\lim_{x\to\infty} \dfrac{x^2-4x}{2x^2+\cos x}$

(6) $\lim_{x\to\infty} \cot^{-1} x$



(7) $\lim_{x\to-\infty} \cot^{-1} x$

(8) $\lim_{x\to\infty} \ln(\dfrac{x^2+1}{x^2-5})$

(9) $\lim_{x\to\infty} \ln(\dfrac{x^2+1}{x-5})$

(10) $\lim_{x\to\infty} \ln(\dfrac{x+1}{x^2-5})$

ملاحظة:

يمكن تبديل النهاية مع الدالة المتصلة

(11) $\lim_{x\to\infty} \log(\dfrac{10x+\sin x}{x+\cos x})$

(12) $\lim_{x\to\infty} \ln(e\,x-2)-\ln(x+4)$

محمد عمر الخطيب

اوجد قيمة كل مما ياتي :

(1) $\lim_{x\to\infty} \dfrac{\ln(e^{2x}+2)}{\ln(e^{x}-1)}$

(2) $\lim_{x\to\infty} \dfrac{\ln(x+2)}{\ln(x^{2}+3x-3)}$

(3) $\lim_{x\to\infty} \sin(\tan^{-1}x)$

(4) $\lim_{x\to\infty} \sec^{-1}\left(\dfrac{x^{2}+1}{x+1}\right)$

(5) $\lim_{x\to\infty} e^{(x+1)/(x^{2}+1)}$

(6) $\lim_{x\to-\infty} e^{x^{2}/(x+1)}$

(7) $\lim_{x\to-\infty} e^{\cos(1/x)}$

(8) $\lim_{x\to-\infty} 4\tan^{-1}(3x-1)$

(9) $\lim_{x\to0^{-}} \cot^{-1}(\sin x)$

(10) $\lim_{x\to\infty} \left(1+\dfrac{2}{x}\right)^{x}$

(11) $\lim_{x\to\infty} \left(1+\dfrac{1}{2x}\right)^{x}$

(12) $\lim_{x\to0^{+}} (1-x)^{\frac{1}{x}}$

تعريف العدد e .

$$\lim_{x\to\infty} \left(1+\frac{1}{x}\right)^{x} = e$$

$$\lim_{x\to\infty} \left(1+\frac{a}{x}\right)^{x} = e^{a} \quad a\neq 0$$

محمد عمر الخطيب

اوجد قيمة كل مما ياتي :

(1) $\lim_{x\to\infty} \frac{300}{9(0.8)^x + 1}$

---

(2) $\lim_{x\to\infty} \frac{2x^{-3} + 6}{x^{-2} + 2}$

---

(3) $\lim_{x\to\infty} \frac{80x^{-0.3} + 60}{2x^{-0.3} + 5}$

---

(4) $\lim_{x\to-\infty} \frac{-x}{\sqrt{x^2 + 4}}$

---

(5) $\lim_{x\to\infty} \sqrt{4x^2 - 2x + 1} - 2x$

ملاحظة :

$\infty - \infty$

كمية غير معينة وليس صفر

ولا يجوز حذف حدود في هذه الحالة الا بعد تحويلها الى قسمة

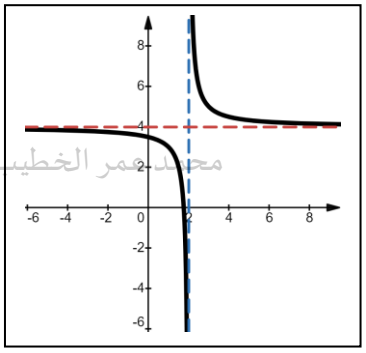
خطوط التقارب للدوال النسبية

$$f(x)=\frac{g(x)}{h(x)}$$

(1) يجب كتابة الدالة النسبية في ابسط صورة قبل ايجاد خطوط التقارب واذا تم اختصار احد العوامل وليكن $x-a$,واختفى من المقام فان للدالة فجوة عند $x=a$ وليس خط تقارب رأسي

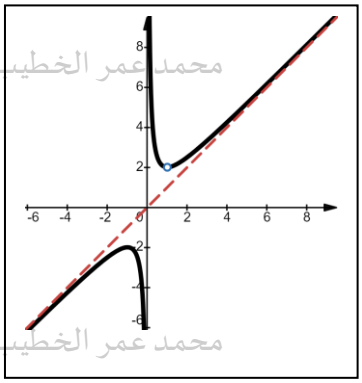
$x-a$ عامل غير مكرر

(2) يكون للدالة النسبية خطوط تقارب رأسية عند اصفار المقام وتكون معادلتة على الصورة $x=a$



(3) يكون للدالة النسبية خطوط تقارب افقية اذا كانت درجة البسط اصغر من او تساوي درجة المقام وتكون معادلتة على الصورة $y=a$

(4) يكون للدالة النسبية خط تقارب مائل اذا كانت درجة البسط اكبر من درجة المقام بواحد .



وتكون معادلتة على الصورة $y=a\,x+b$

ونستخدم القسمة المطولة او القسمة التركيبية لايجادة

لا يجوز ان يكون للدالة خط تقارب افقي ومائل في نفس الوقت

خطوط التقارب للدوال غير النسبية

(1) يكون للدالة خط تقارب رأسي عند $x=k$

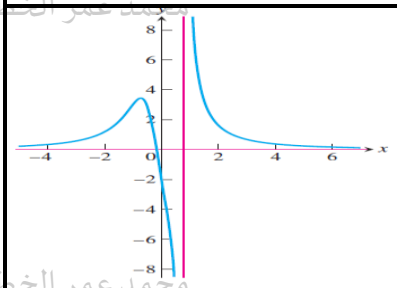
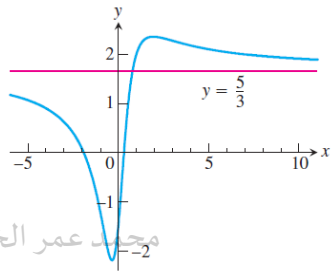
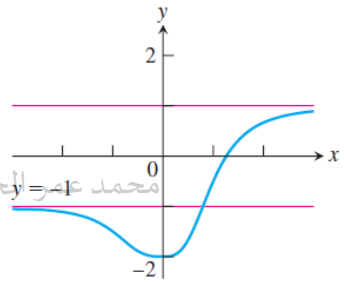
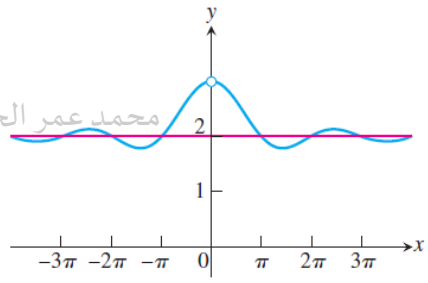
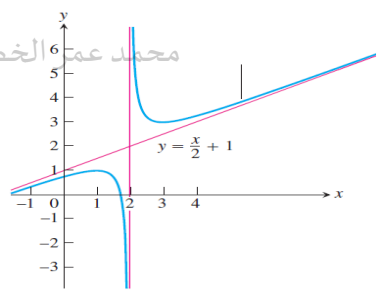
اذا كانت واحدة من العبارات التالية صحيحة

$$\lim_{x\to k} f(x)=+\infty \; or \; -\infty, \quad \lim_{x\to k^{+}} f(x)=+\infty \; or \; -\infty, \quad \lim_{x\to k^{-}} f(x)=+\infty \; or \; -\infty$$

(2) يكون للدالة خط تقارب افقي عند $y=l$

اذا كانت احد الشروط التالية صحيحة $\lim_{x\to\infty} f(x)=l$, $\lim_{x\to-\infty} f(x)=l$

اكمل الجدول التالي

خطوط التقارب المائلة	خطوط التقارب الافقية	خطوط التقارب الرأسية	الفجوات	التمثل البياني الدالة
				
				
				
				
				

محمد عمر الخطيب

اوجد خطوط التقارب والفجوات لكل مما ياتي

(1) $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x^2-4}$

---

(2) $f(x)=\dfrac{x}{x^2-x-6}$

---

(3) $f(x)=\dfrac{x^2-4}{x^2-x-6}$

---

(4) $f(x)=\dfrac{2}{x-3}+1$

محمد عمر الخطيب

اوجد خطوط التقارب والفجوات لكل مما ياتي

(1) $f(x)=\dfrac{x^2+4x-2}{x+1}$

---

(2) $f(x)=\dfrac{x^3}{4-x^2}$

---

(3) $f(x)=\dfrac{x^4}{x^3+2}$

---

(4) $f(x)=x+\dfrac{2}{x+1}$

محمد عمر الخطيب

خطوط التقارب للدوال غير النسبية

اوجد خطوط التقارب الافقية والرأسية (ان وجدت)

(1) $f(x)=\dfrac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$

---

(2) $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{4-x^2}}$

---

(3) $f(x)=\dfrac{x-4}{|x|-1}$

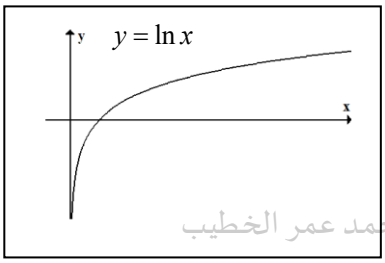
---

(4) $f(x)=\dfrac{1}{e^x-3}$

محمد عمر الخطيب

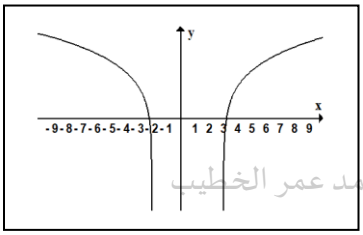
اوجد خطوط التقارب الافقية والرأسية (ان وجدت)

(1) $f(x)=3\ln(x-1)$



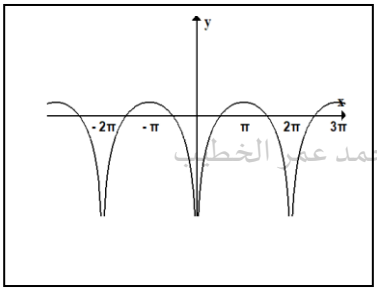
---

(2) $f(x)=\ln(x^2-x-6)$



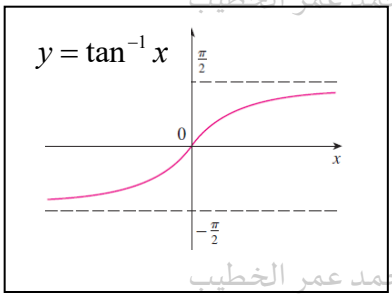
---

(3) $f(x)=\ln(1-\cos x)$



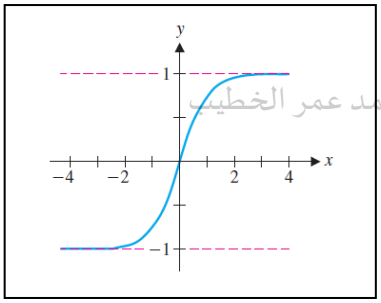
---

(4) $f(x)=3\tan^{-1}x$



---

(5) $f(x)=\dfrac{e^{x}-e^{-x}}{e^{x}+e^{-x}}$



محمد عمر الخطيب

(1) اذا كانت للدالة : $f(x)=\dfrac{ax}{bx+6}$ خط تقارب رأسي معادلتة : $x=-2$ وخط تقارب افقي معادلتة : $y=-3$ فاوجد قيمة الثوابت a,b

---

(2) اذا كانت للدالة : $f(x)=\dfrac{2}{x-a}+b$ خط تقارب رأسي معادلتة : $x=1$ وخط تقارب افقي معادلتة : $y=-3$ فاوجد قيمة الثوابت a,b

---

(3) اذا كانت للدالة : $f(x)=\dfrac{ax^2}{x+b}$ خط تقارب رأسي معادلتة : $x=1$ وخط تقارب مائل معادلتة : $y=2x+2$ فاوجد قيمة الثوابت a,b

محمد عمر الخطيب

(1) اذا كانت للدالة النسبية: $f(x)=\frac{x^2-4}{q(x)}$ لها خط تقارب رأسي وحيد معادلتة : $x=3$

وخط تقارب افقي معادلتة : $y=-\frac{1}{2}$ فاوجد الدالة $q(x)$

---

(2) اذا كانت للدالة النسبية : $f(x)=\frac{x^2-4}{q(x)}$ لها خطين تقارب رأسية معادلتهما : $x=\pm 3$

وخط تقارب افقي معادلتة: $y=2$ فاوجد الدالة $q(x)$

---

(3) اذا كانت للدالة النسبية: $f(x)=\frac{x^2-4}{q(x)}$ لها خط تقارب رأسي معادلتة : $x=3$ و فجوة عند $x=2$ وخط تقارب افقي معادلتة : $y=\frac{1}{2}$ فاوجد الدالة $q(x)$

---

(4) اذا كانت للدالة النسبية: $f(x)=\frac{x^3-3}{q(x)}$ لها خط تقارب مائل معادلته : $y=x$

وليس له خط تقارب رأسي ، فاوجد الدالة $q(x)$

---

(5) اذا كانت للدالة : $f(x)=\frac{x-4}{q(x)}$ خطين تقارب افقي هما : $y=\pm 1$ وليس له خط تقارب رأسي ،

فاوجد الدالة $q(x)$ (اكيد الدالة $q(x)$ ليست حدودية)

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

(1) اذا كان طول حيوان بعد عدة ايام من الولادة يعطى بالعلاقة : $h(t)=\dfrac{300}{1+9(0.8)^t}$

(أ) اوجد طول الحيوان عند الولادة $(t=0)$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

(ب) اوجد طول الحيوان النهائي $(t\to\infty)$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

---

(2) في إحدى الدراسات على عيون الحيوانات وجد إن قطر البؤبؤ $f(x)$ للحيوان يتناسب عكسياً مع شدة الإضاءة x التي تسقط على عينيه وفق العلاقة:

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

$$f(x)=\frac{80x^{-0.03}+60}{8x^{-0.03}+15}$$

(أ) اوجد نهاية قطر البؤبؤ عندما تنعدم الرؤية $(x\to 0)$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

(ب) اوجد نهاية قطر البؤبؤ عند الحد الاقصى من الرؤية $(x\to\infty)$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

الوحدة الثانية ///// اسئلة الدرس الأول

(1) عند تقدير طول منحنى الدالة $f(x)=x^2$ على الفترة $[0,1]$ باستخدام قطعتين مستقيمتين فانه يساوي

(a) 1.46 **(b)** 1.24 **(c)** 0.92 **(d)** 0.55

---

(2) عند تقدير طول منحنى الدالة $f(x)=\cos x$ حيث $0\le x\le \frac{\pi}{2}$ باستخدام قطعتين مستقيمتين $(n=2)$ فانه يساوي

(a) 0.84 **(b)** 1.06 **(c)** 1.23 **(d)** 1.90

---

(3) عند تقدير طول منحنى الدالة $f(x)=\sqrt{x+1}$ حيث $0\le x\le 3$ باستخدام قطعتين مستقيمتين $(n=2)$ فانه يساوي

(a) 1.61 **(b)** 3.17 **(c)** 1.56 **(d)** 3.01

---

(4) الجدول المجاور يمثل بعض قيم الدالة $f(x)=x^2+1$ بجوار النقطة $(2,5)$ فان ميل المنحنى عند $x=2$ تقريبا يساوي

النقطة المتحركة من اليسار		النقطة الثابتة	النقطة المتحركة من اليمين	
$(1.9,4.61)$	$(1.99,4.9601)$	$(2,5)$	$(2.01,5.0401)$	$(2.1,5.41)$

---

(5) الطول الدقيق لمنحنى الدالة $f(x)=\sqrt{4-x^2}$ حيث $-2\le x\le 0$ هو

(a) π **(b)** 2π **(c)** 4π **(d)** $-\pi$

(1) الجدول التالي يبين بعض قيم الدالة $f(x)$ ان $\lim_{x\to -3} f(x)$ تكون

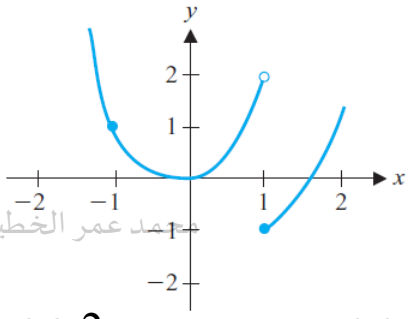
x	-3.1	-3.01	-3.001	-3.0	-2.999	-2.99	-2.9
$f(x)$	5.1	5.01	5.001		-10.997	-10.97	-10.7

(a) 5 **(b)** -11 **(c)** 3 **(d)** غير موجودة

---

(2) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$

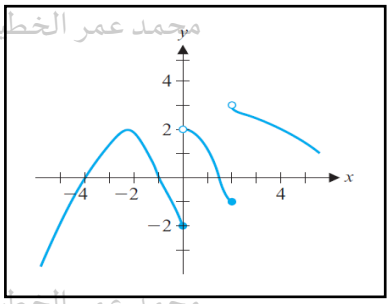
ان قيمة $\lim_{x\to 1} f(x)$



(a) 2 **(b)** 1 **(c)** -1 **(d)** غير موجودة

---

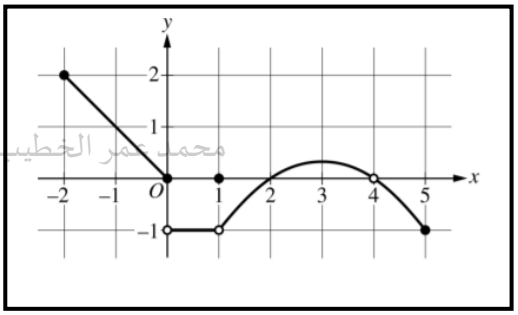
(3) بالاعتماد على الشكل المجاور ان قيمة $\lim_{x\to 2^+} f(x)$ تساوي



(a) -1 **(b)** 3 **(c)** 2 **(d)** غير موجودة

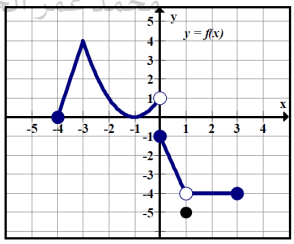
---

(4) بالاعتماد على الشكل المجاور ان قيمة $\lim_{x\to 1} f(x)$ تساوي



(a) 0 **(b)** -1 **(c)** 1 **(d)** غير موجودة

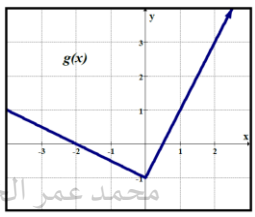
(5) في الشكل المجاور ان قيمة $\lim_{x\to 0}|f(x)|$



(a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) غير موجودة

---

(6) في الشكل المجاور ان قيمة $\lim_{x\to -2}\sqrt{g(x)}$



(a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) غير موجودة

---

(7) اذا كان $p(x)=x-1$ فان $\lim_{x\to 0} p(2+3p(x-p(x)))$ تساوي

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

---

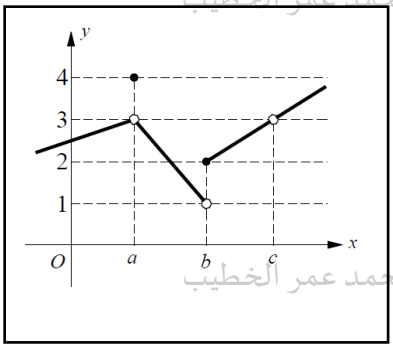
(8) اي من اي المعلومات التالية ينطبق على الشكل المجاور :

(a) $f(a)=4,\quad f(b)=1,\quad \lim_{x\to c} f(x)=3$

(b) $f(b)=2,\quad f(c)=3,\quad \lim_{x\to a} f(x)=3$

(c) $\lim_{x\to b} f(x)$ غير موجودة $\lim_{x\to a} f(x)$ غير موجودة

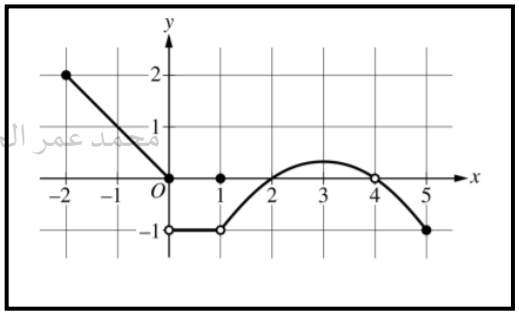
(d) $f(a)=4$,$\lim_{x\to c} f(x)=3,\quad \lim_{x\to b} f(x)$ غير موجودة



---

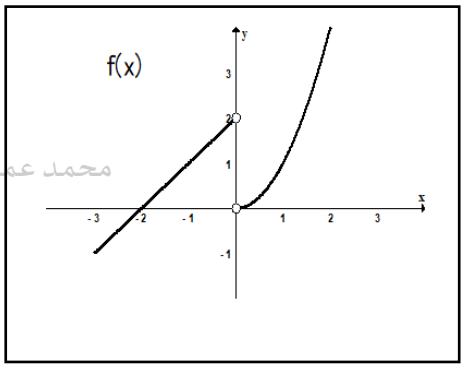
(9) بالاعتماد على الشكل المجاور

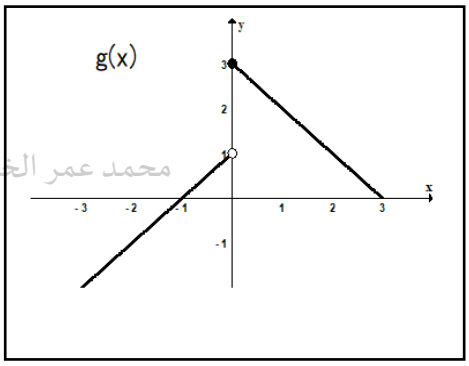
ان قيمة (قيم) a التي تجعل $\lim_{x\to a} f(x)=0$ هي



(a) 2 (b) $2,4$ (c) $0,2$ (d) $0,1,2$

(10) بالاعتماد عل الشكل المجاور ان قيمة $\lim_{x\to 0}[f(x)+g(x)]$ **تساوي**

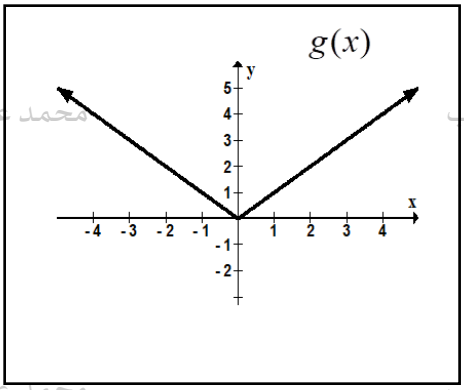


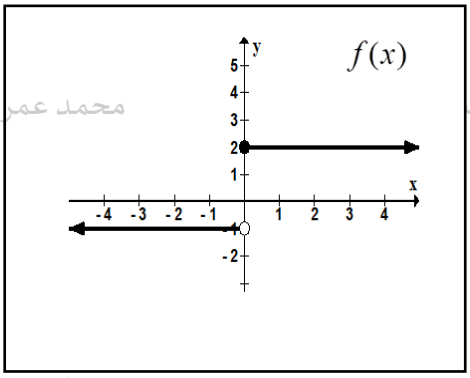


(a) 3 **(b)** 2 **(c)** 1 **(d) غير موجودة**

---

(11) بالاعتماد على الشكل المجاور ان $\lim_{x\to 0}(f\times g)(x)$ **تساوي**





(a) 0 **(b)** 2 **(c)** -1 **(d) غير موجودة**

---

(1) $\lim_{x\to 0} \sin^{-1}(\frac{x+1}{2}) =$

(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $-\frac{\pi}{2}$ (c) $\frac{\pi}{6}$ (d) $-\frac{\pi}{6}$

---

(2) $\lim_{x\to 0} \cos^{-1}(\frac{x-1}{2}) =$

(a) $\frac{2\pi}{3}$ (b) $\frac{5\pi}{3}$ (c) $\frac{\pi}{6}$ (d) $\frac{\pi}{3}$

---

(3) $\lim_{x\to 0} \frac{\sin^{-1} x}{\tan^{-1} x} =$

(a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) غير موجودة

---

(4) $\lim_{x\to 0^-} \frac{3\sin x}{|x|} - [x] =$

(a) 2 (b) -2 (c) 0 (d) -4

---

(5) $\lim_{x\to 1} \frac{(x-1)^2}{x^2-1} =$

(a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) 2

---

(6) $\lim_{x\to 0} \frac{\sin 4x}{2x\cos 2x} =$

(a) 0 (b) 4 (c) 2 (d) 1

(7) $\lim_{h\to 0}\frac{(2+h)^3-8}{h}=$

(a) 8 **(b)** 4 **(c)** 12 **(d)** ∞

---

(8) $\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1}=$

(a) 0 **(b)** 1 **(c)** 2 **(d)** 3

---

(9) $\lim_{x\to 0}\frac{1-e^{2x}}{e^{x}-1}=$

(a) 2 **(b)** -2 **(c)** 1 **(d)** ∞

---

(10) $\lim_{x\to 0}\frac{\sin|x|}{x}$

(a) 0 **(b)** 1 **(c)** -1 **(d)** غير موجودة

---

(11) $\lim_{x\to 0}\frac{1-e^{-x}}{1-e^{x}}=$

(a) 0 **(b)** 1 **(c)** -1 **(d)** ∞

---

(12) $\lim_{x\to -1^-}\frac{|x+1|}{x^2-1}$

(a) $\frac{1}{2}$ **(b)** $-\frac{1}{2}$

(c) 0 **(d)** غير موجودة

(13) $\lim_{x\to 0} x\cot x =$

(a) 0 **(b)** -1 **(c)** 1 **(d)** غير موجودة

---

(14) $\lim_{x\to 0} \dfrac{1-\cos x}{x\sin x}$

(a) $\dfrac{1}{2}$ **(b)** $-\dfrac{1}{2}$ **(c)** $\dfrac{3}{2}$ **(d)** $\dfrac{1}{4}$

---

(15) $\lim_{x\to 0} \dfrac{1-\cos x}{2x^2} =$

(a) $-\dfrac{1}{2}$ **(b)** $\dfrac{1}{2}$ **(c)** $\dfrac{1}{4}$ **(d)** $-\dfrac{1}{4}$

---

(16) $\lim_{x\to 0^-} \dfrac{2x-|x|}{|x|-2x} =$

(a) 1 **(b)** -1 **(c)** 2 **(d)** 0

---

(17) $\lim_{x\to 3} \dfrac{\sin(x^2-9)}{x-3} =$

(a) 6 **(b)** 1 **(c)** 2 **(d)** 3

---

(18) $\lim_{x\to 0^+} \dfrac{1-\cos^2\sqrt{x}}{x} =$

(a) 0 **(b)** -1 **(c)** 1 **(d)** غير موجودة

---

(19) $\lim_{x\to 1} 3(x-1)^2 \sin\dfrac{2}{(x-1)} =$

(a) 0 **(b)** 3 **(c)** 2 **(d)** 6

(20) $\lim_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{\sin x+1}-1}{x}=$

(a) $\dfrac{1}{2}$ **(b)** $-\dfrac{1}{2}$ **(c)** $\dfrac{1}{4}$ **(d)** $-\dfrac{1}{4}$

---

(21) $\lim_{x\to 0}\dfrac{3x}{2-\sqrt{x+4}}=$

(a) -12 **(b)** 0 **(c)** 12 **(d)** ∞

---

(22) $\lim_{x\to 0^-}\dfrac{\sqrt{1-\cos x}}{x}$

(a) $-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ **(b)** $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ **(c)** $\dfrac{1}{2}$ **(d)** $-\dfrac{1}{2}$

---

(23) $\lim_{x\to \pi/4}\dfrac{\tan x-1}{\sin x-\cos x}$

(a) 2 **(b)** $\sqrt{2}$ **(c)** 1 **(d)** 0

---

(24) $\lim_{x\to \pi/2}\dfrac{\cos x}{2x-\pi}$

(a) $\dfrac{1}{2}$ **(b)** $-\dfrac{1}{2}$

(c) 0 **(d)** -1

---

(25) $\lim_{x\to 0^+}\dfrac{1-\cos\sqrt{x}}{x}$

(a) $\dfrac{1}{2}$ **(b)** $-\dfrac{1}{2}$

(c) 0 **(d)** 1

(26) $\lim_{x\to 1}\left(\frac{1}{x-1}-\frac{2}{x^2-1}\right)$

(a) $\frac{3}{2}$ (b) $\frac{1}{2}$

(c) 0 (d) ∞

---

(27) $\lim_{x\to 3}\frac{x^3-27}{x^2-9}=$

(a) $\frac{3}{2}$ (b) $\frac{9}{2}$ (c) $-\frac{9}{2}$ (d) غير موجودة

---

(28) $\lim_{x\to 16}\frac{x-\sqrt{x}-12}{\sqrt{x}-4}=$

(a) 7 (b) 9 (c) -1 (d) غير موجودة

---

(29) اذا كانت $\lim_{x\to 0^+}\frac{1-\cos x}{x^2}=\frac{1}{2}$ فان $\lim_{x\to 0^+}\frac{\sqrt{1-\cos x}}{x}$ تساوي

(a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (b) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) $-\frac{1}{2}$

---

(30) ان قيمة a التي تجعل النهاية $\lim_{x\to 3}\frac{x^2+a\,x-6}{x-3}$ موجودة هي

(a) 1 (b) -1 (c) 5 (d) -5

محمد عمر الخطيب

(31) ان قيمة a التي تجعل $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x-a}-3}{x-1}$ موجودة هي

(a) 1 **(b)** 8 **(c)** -8 **(d)** -10

---

(32) ان قيمة (قيم) a التي تجعل $\lim\limits_{x\to 1} g(x)$ موجودة حيث $g(x)=\begin{cases} a^2x+4 & ,x\geq 1 \\ 4a & ,x<1 \end{cases}$ هي

(a) $2,-2$ **(b)** -2 **(c)** 2 **(d)** $0,-4$

---

(33) إذا كانت : $\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{\sqrt{\sin^2 x}}{x}=\lim\limits_{x\to 3^-} a[x]$ فان قيمة a تساوي

(a) $\dfrac{1}{2}$ **(b)** $-\dfrac{1}{2}$ **(c)** $\dfrac{1}{3}$ **(d)** $-\dfrac{1}{3}$

---

(34) اذا كانت $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2x}{\ln e^{ax}}=\dfrac{1}{3}$ فان قيمة a تساوي

(a) 1 **(b)** 2 **(c)** 3 **(d)** 6

---

(35) اذا كانت $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{2+a\,x}-\sqrt{2}}{x}=\sqrt{2}$ فان قيمة a تساوي

(a) 2 **(b)** 1 **(c)** 8 **(d)** 4

---

(36) اذا كانت الدلة $f(x)$ كثيرة حدود حيث $\lim\limits_{x\to 3}(f(x)+b)=2$ ، $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{f(x)+5}{x-3}=4$

فان قيمة b تساوي

(a) 7 **(b)** -7 **(c)** -3 **(d)** 3

محمد عمر الخطيب

(37) اذا كان $\lim_{x\to 1}\frac{ax^2+bx+2}{x-1}=1$ ، فان $a+b$ تساوي

(a) 2 **(b)** -2 **(c)** 3 **(d)** -3

---

(38) اذا كانت $\lim_{x\to b}\frac{x-b}{x^2-2x-15}$ موجودة ، فان قيمة (قيم) b تساوي

(a) 5 **(b)** -3 **(c)** $3,-5$ **(d)** $-3,5$

---

(39) اذا كانت $\lim_{x\to 0}\frac{\sin^2(a\,x)}{x^2}=4$ فان قيمة (قيم) الثابت a هي

(a) 4 **(b)** 2 **(c)** $-4,4$ **(d)** $-2,2$

---

(40) باستخدام نظرية الشطيرة ان $\lim_{x\to 0}x^2\,e^{\sin\frac{1}{x}}$ تساوي

(a) 0 **(b)** 1 **(c)** e **(d)** غير موجودة

---

(41) اذا كانت $|g(x)-4|\le 2(2-x)^2$ فان $\lim_{x\to 2}g(x)$ تساوي

(a) 0 **(b)** 4 **(c)** -4 **(d)** 8

---

(42) اذا كانت : $|g(x)|\le M$ حيث M عدد حقيقي موجب فان : $\lim_{x\to 0}x^2\,g(x)$ تساوي

(a) 0 **(b)** 1 **(c)** $-M$ **(d)** M

---

(43) اذا كان $x^2-x^3\le x^2 f(x)\le \sin^2 x$ فان $\lim_{x\to 0}f(x)$ تساوي

(a) 0 **(b)** 1 **(c)** -1 **(d)** غير موجودة

(44) $\lim_{x\to 0}\dfrac{\cos^2 x+\cos x-2}{\sin^2 x}=$

(a) $\dfrac{3}{2}$ (b) $-\dfrac{3}{2}$ (c) $\dfrac{2}{3}$ (d) غير موجودة

---

(45) $\lim_{x\to 2^+}\left[\dfrac{2}{x}\right]=$

(a) 2 (b) 1 (c) 0 (d) غير موجودة

---

(46) $\lim_{x\to 2}\dfrac{\sin(x^2+x-6)}{x^2-4}=$

(a) $\dfrac{5}{4}$ (b) $\dfrac{4}{5}$ (c) $-\dfrac{5}{4}$ (d) غير موجودة

---

(47) $\lim_{x\to 0^-}\dfrac{\tan|\sin x|}{x}=$

(a) 0 (b) -1 (c) 1 (d) غير موجودة

---

(48) اذا كان : $f(x)=\begin{cases}1 & ,x>0\\ -1 & ,x<0\end{cases}$, $g(x)=\begin{cases}x^2+4 & ,x\geq 0\\ 6-x & ,x<0\end{cases}$

وكان $h(x)=f(x)+g(x)$ فان $\lim_{x\to 0}h(x)$ تساوي

(a) 1 (b) -1 (c) 5 (d) غير موجودة

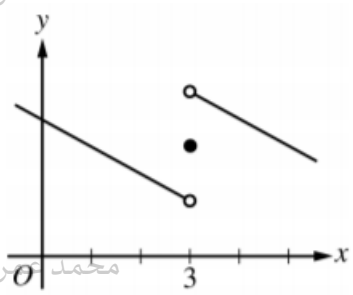
---

(49) $\lim_{x\to 1}\dfrac{x\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1}$

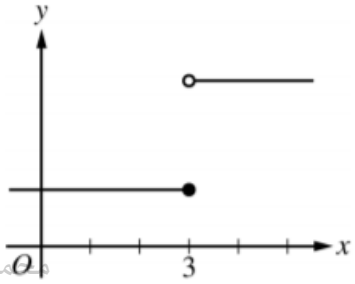
(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3

(1) الدالة التي لها انفصال يمكن ازالته عند $x=3$ هي

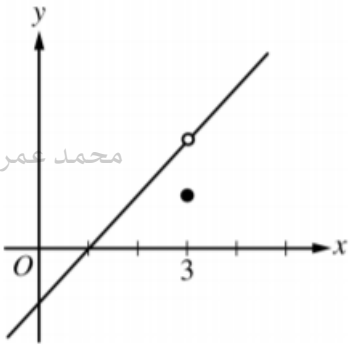
(A)



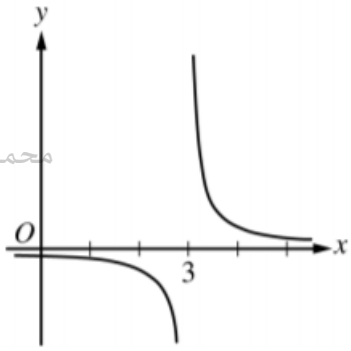
(B)



(C)



(D)



---

(2) للدالة $f(x)=\dfrac{x}{x^3+x^2}$ نقطة انفصال عند $x=0$ نوعها

(a) فجوة **(b)** قفزه **(c)** لانهائى **(d)** تذبذبى

---

(3) للدالة $f(x)=\dfrac{|2-x|}{2x-4}$ نقطة انفصال عند $x=2$ نوعها

(a) فجوة **(b)** قفزه **(c)** لانهائى **(d)** تذبذبي

---

(4) الدالة $g(x)=\dfrac{2x-6}{x^2-9}$ لها انفصال لانهائي عند

(a) 3 **(b)** -3 **(c)** $3,-3$ **(d)** -9

محمد عمر الخطيب

(5) عدد نقاط انفصال الدالة $f(x)=\dfrac{1}{\ln x^2}$ هي

(a) 0 (b) 1 (c) 3 (d) 2

---

(6) نوع انفصال الدالة $f(x)=\dfrac{1}{\ln x^2}$ عند $x=0$ هي

(a) قابل للازالة (b) قفزة

(c) لا نهائي (d) تذبذبي

---

(7) اي من الدوال التالية لها نقطة انفصال عند $x=0$ ويمكن التخلص منه

(a) $f(x)=\dfrac{x^2+x}{x}$ (b) $g(x)=\dfrac{x+1}{x^2+x}$

(c) $h(x)=e^{1/x}$ (d) $k(x)=\begin{cases}1 & x>0\\ -1 & x\le 0\end{cases}$

---

(8) عدد نقاط انفصال الدالة $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x^2-x} & x\le 2\\ 1 & x>2\end{cases}$ تساوي

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

---

(9) نوع انفصال الدالة $f(x)=x\sin\dfrac{1}{x}$ عند $x=0$ هي

(a) فجوة قابل للازالة (b) قفزة

(c) لا نهائي (d) تذبذبي

(10) اي من الدوال التالية لها انفصال عند $x=0$ لا يمكن ازالته

(a) $f(x)=\dfrac{\sin 2x}{x}$ (b) $f(x)=\dfrac{1}{\ln x^2}$

(c) $f(x)=x^2\sin\dfrac{1}{x}$ (d) $f(x)=\dfrac{1}{|x|}$

---

(11) فترة اتصال الدالة $g(x)=\sqrt{x^2-6x+9}$ هي

(a) $(-\infty,\infty)$ (b) $R/\{-3,3\}$ (c) $R/\{3\}$ (d) $(-\infty,3]$

---

(12) فترة اتصال الدالة $f(x)=\sqrt{4-x^2}$ هي

(a) $(-2,2)$ (b) $(-\infty,4)$ (c) $[-2,2]$ (d) $[4,\infty)$

---

(13) الفترة التي تكون عليها الدالة $g(x)=\cos^{-1}(x-1)$ متصلة هي

(a) $[0,\pi]$ (b) $[0,4]$ (c) $[0,2]$ (d) $[-1,1]$

---

(14) الفترة التي تكون عليها الدالة $g(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2x-x^2}}$ متصلة هي

(a) $[0,2]$ (b) $(0,2]$ (c) $[0,2)$ (d) $(0,2)$

---

(15) الفترة التي تكون عليها الدالة $g(x)=\dfrac{\ln(1-x^2)}{\sqrt{x}}$ متصلة هي

(a) $(0,1)$ (b) $(0,\infty)$

(c) $(-1,1)$ (d) $[0,1)$

(16) الفترة التي تكون عليها الدالة $g(x)=\ln(\cos x)$ **متصلة هي**

(a) $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]+2n\pi$

(b) $[0,\pi]+2n\pi$

(c) $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)+2n\pi$

(d) $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]+2n\pi$

---

(17) الفترة التي تكون عليها الدالة $g(x)=\frac{\sqrt{2x-x^2}}{\ln x}$ **متصلة هي**

(a) $[0,2]/\{1\}$

(b) $(0,2]/\{1\}$

(c) $(0,2)/\{1\}$

(d) $[0,2)/\{1\}$

---

(18) الفترة التي تكون عليها الدالة $g(x)=\frac{\ln(x^2-1)}{\sqrt{x^2-2x}}$ **متصلة هي**

(a) $(-\infty,-1),(2,\infty)$

(b) $(-\infty,-1],[2,\infty)$

(c) $(-\infty,-1),(1,\infty)$

(d) $(-\infty,0),(2,\infty)$

---

(19) الفترة التي تكون عليها الدالة $g(x)=\ln(e^x-1)$ **متصلة هي**

(a) $(-\infty,\infty)$

(b) $(-\infty,\infty)/\{0\}$

(c) $(0,\infty)$

(d) $(-\infty,0]$

محمد عمر الخطيب

(20) الفترة التي تكون عليها الدالة $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x^2-x^3}}$ **متصلة هي**

(a) $(-\infty,1)$ **(b)** $(-\infty,0)\cup(0,1)$

(c) $(-\infty,0)$ **(d)** $(-\infty,0]\cup[1,\infty)$

---

(21) الفترة التي تكون عليها الدالة $g(x)=\sqrt{\frac{x-1}{4-x^2}}$ **متصلة هي**

(a) $(1,2)$ **(b)** $[1,2)$

(c) $(-\infty,-2),[1,2)$ **(d)** $(-\infty,-2),(2,\infty)$

---

(22) الفترة التي تكون عليها الدالة $g(x)=\frac{1}{sin^{-1}x}$ **متصلة هي**

(a) $[-1,1]$ **(b)** $(-1,1)$

(c) $[-1,0),(0,1]$ **(d)** $(-\infty,0),(0,\infty)$

---

(23) الفترة التي تكون عليها الدالة $f(x)=\frac{\sqrt{x-1}+e^x}{x^2-2}$ **متصلة هي**

(a) $(1,\sqrt{2}),(\sqrt{2},\infty)$ **(b)** $(-1,\sqrt{2}),(\sqrt{2},\infty)$

(c) $[1,\sqrt{2}),(\sqrt{2},\infty)$ **(d)** $[-1,\sqrt{2}),(\sqrt{2},\infty)$

---

(24) اذا كانت الدالة $f(x)$ **متصلة على** R **حيث** $\lim_{x\to3^-}\frac{f(x)-x}{[x]-1}=3$ **فان** $f(3)$ **تساوي**

(a) 6 **(b)** 9 **(c)** 0 **(d)** 1

(25) اذا كانت الدلة $f(x)$ كثيرة حدود تمر بالنقطة $(0,-3)$ فان $\lim_{x\to 0}(2f(x)-\frac{\sin x}{x})$ تساوي

(a) 7 **(b)** -7 **(c)** -1 **(d)** -6

---

(26) اذا كانت الدالة $f(x)$ متصلة على R حيث $\lim_{x\to 0} f(\frac{\sin x}{x})-1=3$ فان $f(1)$ تساوي

(a) 3 **(b)** 4 **(c)** 2 **(d)** 0

---

(27) اذا كانت $g(x)=\frac{1-x^3}{1-x}$ فانه يمكن ايجاد الدالة الموسعة للدالة $g(x)$ بحيث يكون $g(1)$

(a) -2 **(b)** 2 **(c)** 3 **(d)** 0

---

(28) الدالة الموسعة للدالة $f(x)=\frac{e^{2x}-1}{e^x-1}$ حتى تصبح متصلة على مجموعة الأعداد الحقيقية هي

(a) $f(x)=\begin{cases} e^x+1 & x\neq 0 \\ 2 & x=0 \end{cases}$ **(b)** $f(x)=\begin{cases} e^x-1 & x\neq 0 \\ 0 & x=0 \end{cases}$

(c) $f(x)=\begin{cases} e^x+1 & x\neq 0 \\ 1 & x=0 \end{cases}$ **(d)** $f(x)=\begin{cases} e^x+1 & x\neq 1 \\ e & x=1 \end{cases}$

---

(29) الدالة الموسعة للدالة $f(x)=\frac{1-\cos^2 x}{x}$ حتى تصبح متصلة على مجموعة الأعداد الحقيقية هي

(a) $f(x)=\begin{cases} \frac{1-\cos^2 x}{x} & x\neq 0 \\ 1 & x=0 \end{cases}$ **(b)** $f(x)=\begin{cases} \frac{1-\cos^2 x}{x} & x\neq 0 \\ 0 & x=0 \end{cases}$

(c) $f(x)=\begin{cases} \frac{1-\cos^2 x}{x} & x\neq 0 \\ 2 & x=0 \end{cases}$ **(d)** $f(x)=\begin{cases} \frac{1-\cos^2 x}{x} & x\neq 0 \\ \pi & x=0 \end{cases}$

(30) ان قيمة a التي تجعل الدالة $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{2x+1}-1}{\sin 3x} & x\neq 0\\ a & x=0\end{cases}$ متصلة عند $x=0$ هي

(a) $\dfrac{1}{3}$ **(b)** $-\dfrac{2}{3}$ **(c)** $\dfrac{3}{2}$ **(d)** $\dfrac{2}{3}$

---

(31) اذا كانت الدالة $f(x)=\dfrac{9-x^2}{m\,x+2}$ متصلة على $(-\infty,\infty)$ فان قيمة m تساوي

(a) 0 **(b)** 3

(c) 9 **(d)** -2

---

(32) ان قيمة a التي تجعل الدالة $f(x)$

$$f(x)=\begin{cases}a(\tan^{-1}x+2) & ,x<0\\ 2b^{x}-7 & ,0\le x\le 3\\ \ln(x-2)+x^2 & ,x>3\end{cases}$$

متصلة على مجالها هي

(a) $\dfrac{5}{2}$ **(b)** $-\dfrac{5}{2}$ **(c)** $\dfrac{7}{2}$ **(d)** $-\dfrac{7}{2}$

---

(33) ان قيمة a التي تجعل الدالة $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-1}{1-x} & x>1\\ a & x\le 1\end{cases}$ متصلة عند $x=1$ هي

(a) -1 **(b)** 2 **(c)** -2 **(d)** 0

(34) ان قيمة a التي تجعل الدالة $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-\cos 2x}{4x^2} & x>0\\ a & x\le 0\end{cases}$ **متصلة عند** $x=0$ **هي**

(a) $-\dfrac{1}{2}$ **(b)** $\dfrac{1}{2}$ **(c)** $\dfrac{1}{4}$ **(d)** $-\dfrac{1}{4}$

---

(35) اذا كانت $f(x)=\begin{cases}x^2\sin\dfrac{1}{x} & ,x\neq 0\\ c-1 & ,x=0\end{cases}$ **فان قيمة c التي تجعل الدالة متصلة عند** $x=0$ **هي**

(a) 0 **(b)** 1 **(c)** -1 **(d)** 2

---

(36) ان قيمة c التي تجعل الدالة $f(x)=\begin{cases}x^2\sin\pi x & x>2\\ x^2+cx-18 & x\le 2\end{cases}$ **متصلة عند** $x=2$ **هي**

(a) 2 **(b)** 7 **(c)** 9 **(d)** 11

---

(37) ان قيمة الثوابت m,n التي تجعل الدالة

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-mx+2}{x-1} & ,x\neq 1\\ n & ,x=1\end{cases}$$

متصلة على مجالها هي

(a) $m=-3\,,n=1$ **(b)** $m=3\,,n=1$

(c) $m=3\,,n=-1$ **(d)** $m=-3\,,n=-1$

(38) ان قيمة الثابت b التي تجعل الدالة

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x^2-a}{x-2} & ,x<2\\ bx+6 & ,x\geq 2\end{cases}$$

متصلة على مجالها هي

(a) 1 **(b)** 3 **(c)** 8 **(d)** 7

---

(39) اذا كان للدالة $f(x)=\dfrac{x-3}{x^2+bx+6}$ **نقطة انفصال قابل للازالة فان قيمة** b **تساوي**

(a) 7 **(b)** -1

(c) 5 **(d)** -5

---

(40) ان قيمة (قيم) x **التي تجعل الدالة** $f(x)=\begin{cases}x^2+3 & x \text{ عدد نسبي}\\ 4x & x \text{ عدد غير نسبي}\end{cases}$ **متصلة على** R **هي**

(a) 1 **(b)** 3 **(c)** $1,3$ **(d)** $-1,-3$

---

(41) اذا كانت قيمة الضريبة تعطى بالدالة

$$f(x)=\begin{cases}12\%x & ,0\leq x\leq 20000\\ 16\%(x-20000)+b & ,\ 20000<x\end{cases}$$

فان قيمة b **التي تجعل الضريبة عادلة للجميع (اي الدالة متصلة) هي**

(a) 2400 **(b)** 240000 **(c)** 20000 **(d)** 24

---

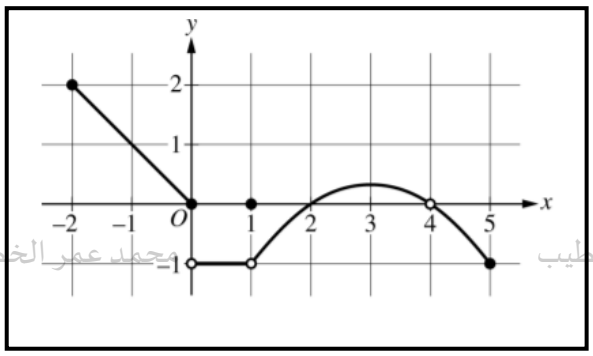
(42) اذا كانت الدالة $f(x)$ **متصلة عاى الفترة** $[1,2]$ **والجدول التالي يبن بعض قيم الدالة**

x	1	1.25	1.375	1.5	1.75	2
$f(x)$	3	1	-1	-3	-4	-5

فان جذر الدالة الذي يقع في فترة طولها $\dfrac{1}{4}$ **هو**

(a) 1.5 **(b)** 1.25 **(c)** 1.375 **(d)** 1.75

(43) بالاعتماد على الشكل المجاور



ان قيمة (قيم) b **التي تجعل** $\lim_{x\to b} f(x)$ **موجودة ولكن الدالة غير متصلة عندها هي**

(a) 1 **(b)** 4 **(c)** $1,4$ **(d)** $0,1,4$

---

(44) أي من الدوال الآتية متصلة على الفترة $[0,2]$

$$(a)\ f(x)=\begin{cases}6 & 0\le x<1\\ 7x & 1\le x\le 2\end{cases} \qquad (b)\ f(x)=\begin{cases}7 & 0\le x<1\\ 7x & 1< x\le 2\end{cases}$$

$$(c)\ f(x)=\begin{cases}6 & x=0\\ x+6 & 0<x<1\\ 7x & 1\le x\le 2\end{cases} \qquad (d)\ f(x)=\begin{cases}6 & x=0\\ 7 & 0<x<1\\ 7x & 1\le x\le 2\end{cases}$$

---

(45) اي من الدوال التالية متصلة على الفترة $[0,1]$

(a) $f(x)=[x+1]$ **(b)** $h(x)=\sqrt{1-x}$

(c) $g(x)=\dfrac{\sin x}{x}$ **(d)** $k(x)=\begin{cases}1 & 0\le x<0.5\\ -1 & 0.5\le x\le 1\end{cases}$

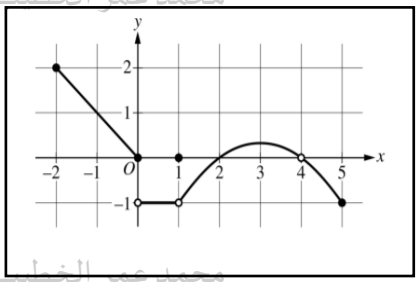
---

(46) اذا كانت الدالة $f(x)=\begin{cases}2 & x\neq 1\\ 3 & x=1\end{cases}$ **والدالة** $g(x)=2x-5$

فان $\lim_{x\to 1} g(f(x))$ **يساوي**

(a) 1 **(b)** -1 **(c)** 2 **(d)** 3

(47) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$

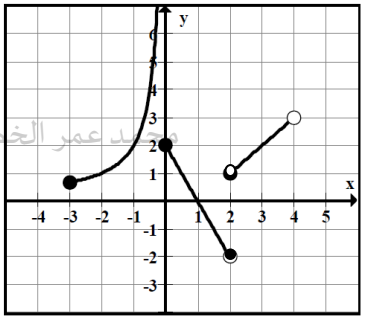


ان قيمة $\lim_{x\to 1} \sin\left[\frac{\pi}{2} f(x)\right]$ **هي**

(a) 1 **(b)** 0 **(c)** -1 **(d)** **غير موجودة**

---

(48) بالاعتماد على الشكل المجاور

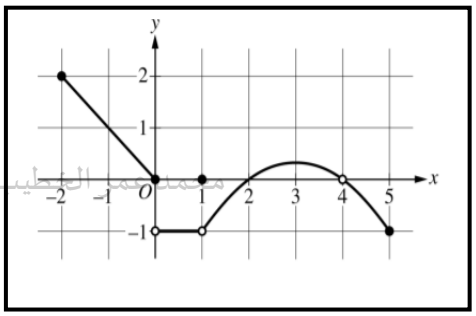


ان قيمة $\lim_{x\to 1^-} f(3-x)$ **هي**

(a) 0 **(b)** 1 **(c)** -2 **(d)** 3

---

(49) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$



والدالة $g(x)=\frac{x^2-1}{x-1}$

ان قيمة $\lim_{x\to 1} f(g(x))$ **هي**

(a) 1 **(b)** 0 **(c)** -1 **(d)** **غير موجودة**

---

(50) اذا كانت $\lim_{x\to 0^+} f(x)=5, \lim_{x\to 0^-} f(x)=3 \quad , f(0)=2$

فان $\lim_{x\to 0^+} f(x^2-x)$ **تساوي**

(a) 3 **(b)** 5 **(c)** 2 **(d)** 20

---

(51) اذا كانت الدالة $f(x)$ **متصلة حيث** $\lim_{x\to 1} \frac{f(x)-2}{x-1}=5$ **فان** $\lim_{x\to 1} \frac{f(x)-2x}{x-1}$

تساوي

(a) 2 **(b)** 3 **(c)** 5 **(d)** 7

(52) اذا كانت الدالة $f(x)$ متصلة حيث $\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-2}{x-1}=5$ فان $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{f(x)-2}$ يساوي

(a) $\frac{1}{5}$ (b) $\frac{2}{5}$

(c) 0 (d) 5

---

(53) التقريب الثاني لجذر الدالة $f(x)=x-\cos x$ على الفترة $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ هو

(a) $\frac{\pi}{4}$ (b) $\frac{\pi}{8}$ (c) $\frac{3\pi}{8}$ (d) $\frac{5\pi}{8}$

---

(54) احدى الدوال التالية تحقق نظرية القيمة الوسطية، ويكون لها جذر في الفترة $[0,1]$

(a) $f(x)=x^2-4$ (b) $f(x)=x-e^x$

(c) $f(x)=\frac{x-2}{2x-1}$ (d) $f(x)=\frac{2x-1}{x^2+1}$

---

(55) اذا كانت الدالة $f(x)$ دالة متصلة على الفترة $[2,3]$ و وكان

$$f(2)=-2, f(2.5)=-1, f(3)=4$$

فان التقريب الثاني لجذر الدالة $f(x)$ في الفترة $[2,3]$ هو

(a) 2.5 (b) 2.25 (c) 2.75 (d) 1.5

---

(56) $\lim_{x\to 0}\cos\left(\frac{\sin \pi x}{x}\right)=$

(a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) π

(57) اذا كانت الدالة $f(x)=\frac{1}{x+1}$ **و** $g(x)=x^2-5$ **فان مجموعة قيم** x **التي تجعل الدالة** $f(g(x))$ **غير متصلة هي**

(a) $-1,1$ **(b)** $\pm\sqrt{5}$ **(c)** $-1,\sqrt{5}$ **(d)** $-2,2$

---

(58) نقطة (نقاط) انفصال الدالة $f(x)=\tan(\frac{\pi}{2}x)$ **هي**

(a) 1 **(b)** ±1 **(c)** $2n\ ,n\in Z$ **(d)** $2n+1\ ,n\in Z$

---

(1) $\lim_{x\to-\infty} e^x =$

(a) 0 **(b)** 1 **(c)** $-\infty$ **(d)** ∞

---

(2) $\lim_{x\to\infty} (1-\frac{2}{x})^x =$

(a) 2 **(b)** -2 **(c)** e^2 **(d)** e^{-2}

---

(3) $\lim_{x\to0^+} \ln(x^2+x) - \ln x =$

(a) -1 **(b)** 0 **(c)** 1 **(d)** ∞

---

(4) $\lim_{x\to3^+} e^{\ln\frac{x-3}{x^2-9}} =$

(a) $\frac{-1}{6}$ **(b)** $\frac{1}{6}$ **(c)** $\frac{1}{9}$ **(d)** $\frac{-1}{9}$

---

(5) $\lim_{x\to-\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} =$

(a) 1 **(b)** -1 **(c)** ∞ **(d)** 0

---

(6) $\lim_{x\to-\infty} e^{-|x|} =$

(a) 1 **(b)** -1 **(c)** ∞ **(d)** 0

(7) $\lim_{x\to\infty} x(\sqrt{x^2+2}-x) =$

(a) 1 **(b)** -1 **(c)** 2 **(d)** 0

---

(8) $\lim_{x\to 0^-} \frac{1}{2+10^{\frac{1}{x}}} =$

(a) $\frac{1}{2}$ **(b)** $\frac{1}{12}$ **(c)** $\frac{-1}{2}$ **(d)** غير موجودة

---

(9) $\lim_{x\to-\infty} \frac{5x-3x^5}{2|x^5|+x} =$

(a) $\frac{3}{2}$ **(b)** $-\frac{3}{2}$ **(c)** $\frac{5}{2}$ **(d)** $\frac{2}{3}$

---

(10) $\lim_{x\to 0} \tan^{-1}(\frac{1}{x})$

(a) $\frac{\pi}{2}$ **(b)** $-\frac{\pi}{2}$

(c) 0 **(d)** غير موجودة

---

(11) $\lim_{x\to\infty} \frac{2^x}{3e^x}$

(a) $\frac{2}{3}$ **(b)** $\frac{2}{3e}$

(c) 0 **(d)** 1

(12) $\lim_{x\to\infty} \cot^{-1}\left(\frac{x+1}{x^2+1}\right)$

(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $-\frac{\pi}{2}$

(c) 0 (d) 1

---

(13) $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} e^{-\tan^2 x}$

(a) 1 (b) -1 (c) ∞ (d) 0

---

(14) $\lim_{x\to 0^+} e^{-\cot x}$

(a) 1 (b) -1 (c) ∞ (d) 0

---

(15) $\lim_{x\to 0} \sin(e^{-1/x^2})$

(a) 1 (b) -1 (c) ∞ (d) 0

---

(16) $\lim_{x\to\infty} \sqrt{x^2+1} - x$

(a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) ∞

---

(17) $\lim_{x\to 0^-} \sqrt{3+\tan^{-1}\frac{1}{x}} =$

(a) $\sqrt{\frac{3}{2}}$ (b) $\sqrt{3-\frac{\pi}{2}}$ (c) $\sqrt{3+\frac{\pi}{2}}$ (d) غير موجودة

(18) $\lim_{x\to\infty} \sec^{-1}\left(\frac{x^2+1}{x+1}\right) =$

(a) $-\frac{\pi}{2}$ **(b)** $\frac{3\pi}{2}$ **(c)** $\frac{\pi}{2}$ **(d)** غير موجودة

---

(19) $\lim_{x\to\infty} \ln(x-2) - \ln(e\,x+4) =$

(a) 0 **(b)** 1 **(c)** -1 **(d)** غير موجودة

---

(20) $\lim_{x\to\infty} \sqrt{4x^2-2x+1} - 2x =$

(a) $-\frac{1}{2}$ **(b)** $\frac{1}{4}$ **(c)** $\frac{1}{2}$ **(d)** $-\frac{1}{4}$

---

(21) $\lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt[3]{x^3+x^2+1}}{\sqrt{x^2+x}}$

(a) 0 **(b)** -1 **(c)** 1 **(d)** غير موجودة

---

(22) $\lim_{x\to\infty} \frac{(x^3+1)^2-2x^6}{1-x^6} =$

(a) 2 **(b)** -2 **(c)** -1 **(d)** 1

---

(23) $\lim_{x\to\infty} \sin(\tan^{-1} x) =$

(a) 1 **(b)** -1 **(c)** 0 **(d)** ∞

(24) $\lim_{x\to\infty}\frac{\ln(\sin x+e^x)}{\ln(2e^x)}=$

(a) 0 (b) 1

(c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{\ln 2}$

---

(25) $\lim_{x\to 0^+}(1-x)^{2/x}=$

(a) e^{-1} (b) e^{-2} (c) e^{2} (d) غير موجودة

---

(26) $\lim_{x\to-\infty}\cot^{-1}(x)$

(a) 0 (b) π (c) $-\pi$ (d) $-\infty$

---

(27) $\lim_{x\to 0^+}\tan^{-1}(\ln x)$

(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $-\frac{\pi}{2}$ (c) $\frac{3\pi}{2}$ (d) $\frac{3\pi}{2}$

---

(28) $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} x\sec^2 x$

(a) 0 (b) $-\infty$ (c) ∞ (d) غير موجودة

---

(29) $\lim_{x\to 0^+}\sec^{-1}(\ln x)=$

(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $-\frac{\pi}{2}$

(c) 0 (d) غير موجودة

(30) اي من الدوال التالية لها خط تقارب مائل

(a) $f(x)=\dfrac{x-1}{x^2+1}$ **(b)** $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x^2+1}$

(c) $f(x)=\dfrac{x^3-1}{x^2+1}$ **(d)** $f(x)=\dfrac{x^4-1}{x^2+1}$

---

(31) خط التقارب الافقي للدالة $g(x)=e^{1/x}-1$ **هو**

(a) $y=0$ **(b)** $y=-1$ **(c)** $y=1$ **(d)** $y=e$

---

(32) خط التقارب الرأسي للدالة $g(x)=\dfrac{3}{e^x-2}$ **هو**

(a) $x=0$ **(b)** $x=2$ **(c)** $x=3$ **(d)** $x=\ln 2$

---

(33) خط التقارب الراسي للدالة $g(x)=2ln(2x-6)+1$ **هو**

(a) $x=1$ **(b)** $x=2$

(c) $x=3$ **(d)** $x=0$

---

(34) خط التقارب المائل للدالة $g(x)=2x+\dfrac{1}{x-1}$ **هو**

(a) $y=x$ **(b)** $y=2x+1$ **(c)** $y=x-1$ **(d)** $y=2x$

---

(35) خط (خطوط) التقارب الافقية للدالة $g(x)=\dfrac{x^3}{(|x|)^3}$ **هي**

(a) $y=0$ **(b)** $y=1$ **(c)** $y=-1$ **(d)** $y=\pm 1$

محمد عمر الخطيب

(36) خط التقارب الافقي للدالة $f(x)=2e^{x}+1$ **هو**

(a) $y=0$ **(b)** $y=1$ **(c)** $y=2$ **(d)** $y=3$

---

(37) خط التقارب الافقي للدالة $g(x)=\dfrac{4x^{-1}-10}{x^{-1}+5}$ **هو**

(a) $y=2$ **(b)** $y=-2$

(c) $y=5$ **(d)** $y=-5$

---

(38) خط(خطوط) التقارب الافقية للدالة $g(x)=\dfrac{x-4}{|x|-2}$ **هي**

(a) $y=\pm1$ **(b)** $y=1$

(c) $y=-1$ **(d)** $y=\pm2$

---

(39) خط(خطوط) التقارب الرأسية للدالة $g(x)=\dfrac{x-2}{|x|-2}$ **هي**

(a) $x=\pm1$ **(b)** $x=2$

(c) $x=-2$ **(d)** $x=\pm2$

---

(40) خط التقارب المائل للدالة $g(x)=\dfrac{x^{3}}{4-x^{2}}$ **هو**

(a) $y=x$ **(b)** $y=-x$ **(c)** $y=x+4$ **(d)** $y=-x+4$

---

(41) عدد خطوط التقارب الرأسية للدالة $f(x)=\tan x$ **هي**

(a) واحد **(b)** اثنان **(c)** لانهائي **(d)** لا يوجد

(42) اذا كان للدالة $f(x)$ خط تقارب رأسي هو $x=3$ وخط تقارب افقي هو $y=2$ فان $\lim_{x\to\infty} 2f(x)$ تساوي

(a) 0 **(b)** 2 **(c)** 3 **(d)** 4

---

(43) اذا كانت للدالة النسبية $f(x)=\dfrac{x^2-4}{q(x)}$ لها خط تقارب رأسي معادلة $x=3$ و فجوة عند $x=2$ وخط تقارب افقي معادلتة $y=\dfrac{1}{2}$ فان الدالة $q(x)$ تكون

(a) $q(x)=\dfrac{1}{2}(x+2)(x-3)$ **(b)** $q(x)=\dfrac{1}{2}(x-2)(x-3)$

(c) $q(x)=2(x-2)(x-3)$ **(d)** $q(x)=2(x+2)(x-3)$

---

(44) ان قيمة (قيم) a التي تجعل $\lim_{x\to\infty}\dfrac{|a|x^3-4}{2+3x^3}=1$ هي

(a) 3 **(b)** 1 **(c)** $1,-1$ **(d)** $-3,3$

---

(45) اذا كانت $\lim_{x\to\infty}\dfrac{kx^2+1}{(1-2x)^2}=1$ فان قيمة k

(a) 4 **(b)** -4 **(c)** 2 **(d)** -2

---

(46) اذا كانت $\lim_{x\to\infty}\dfrac{ax^n+2x^3-1}{1-5x^4}=2$ فان قيمة $a+n$ تساوي

(a) -2 **(b)** 6 **(c)** -6 **(d)** 2

محمد عمر الخطيب

(47) اذا كانت $\lim_{x\to\infty}\frac{3x^4+mx^4-2x^3-1}{2x^4+2x^3-x}=4$ **فان قيمة** m **تساوي**

(a) 8 **(b)** 5 **(c)** 0 **(d)** 4

---

(48) اذا كانت $\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2(k|x|-1)}{1-3x^3}=2$ **فان قيمة** k **تساوي**

(a) -2 **(b)** 6 **(c)** -6 **(d)** 2

---

(49) اذا كانت للدالة $f(x)=\frac{ax+1}{x+c}$ **خط تقارب افقي معادلته** $y=2$ **وخط تقارب رأسي معادلته** $x=-3$ **فان** $a+c$ **يساوي**

(a) 1 **(b)** -1

(c) 5 **(d)** -5

---

(50) تمثل الدالة $f(t)=\frac{70}{1+3e^{-0.2t}}$ **النسبة المئوية لعدد السكان التي تصلهم اشاعة معينة بعد الزمن** t **بالساعة فان نسبة عدد السكان الذين ستصلهم الاشاعة هي (النهاية عند الملانهاية).**

(a) 70% **(b)** 23%

(c) 46% **(d)** 17.5%

---

(51) باستخدام نظرية الشطيرة فان $\lim_{x\to\infty}\frac{[x]}{x}$ **تساوي**

(a) 0 **(b)** 1 **(c)** -1 **(d) غير موجودة**

---

(52) اذا كانت $\lim_{x\to\infty}\frac{x^2+2x}{x}+kx=2$ **فان قيمة** k **تساوي**

(a) -1 **(b)** 1 **(c)** 0 **(d)** 2

(53) خطوط التقارب الرأسية والمائلة للدالة $f(x)=\dfrac{x^3}{x^2+x-6}$ هي

(a) $x=-3,\ x=2,\quad y=x-1$ (b) $x=-3,\ x=2,\quad y=x+1$

(c) $x=3,\ x=-2,\quad y=x-1$ (d) $x=3,\ x=-2,\quad y=x+1$

---

(54)خطوط التقارب الراسية والافقية للدالة $f(x)=e^{1/x}$ هما

(a) $x=0\ ,y=0$ (b) $x=0\ ,y=1$

(c) $x=1\ ,y=0$ (d) $x=1\ ,y=1$

---

(55) الدالة التي لها خطوط التقارب $x=1\ ,\ x=2\ ,\ y=3$ هي

(a) $f(x)=\dfrac{3x}{(x-1)(x-2)}$ (b) $f(x)=\dfrac{3x^2}{(x-1)(x-2)}$

(c) $f(x)=\dfrac{3x}{(x+1)(x+2)}$ (d) $f(x)=\dfrac{3x^2}{(x+1)(x+2)}$

---

(56) الدالة التي لها خطوط التقارب $x=-1\ ,\ x=1\ ,\ y=0$ هي

(a) $f(x)=\dfrac{x}{(x-1)(x+1)}$ (b) $f(x)=\dfrac{x^2}{(x-1)(x+1)}$

(c) $f(x)=\dfrac{x^3}{(x+1)(x+1)}$ (d) $f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$

---

(57) $\lim\limits_{x\to\infty}\cot^{-1}\left(\dfrac{x+1}{1-x}\right)$

(a) 0 (b) $-\pi/4$ (c) $3\pi/4$ (d) غير موجودة

---

(58)خطوط التقارب الافقية للدالة $f(x)=\sqrt{4x^2+8x}-2x$ هي

(a) $y=2$ (b) $y=2\ ,y=-2$

(c) $x=2$ (d) لا يوجد خطوط تقارب افقية

إجابات الوحدة الثانية

الأول	1	2	3	4	5														
	A	D	B	C	A														

الثاني	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11								
	D	D	B	B	B	D	A	D	B	A	A								

الدرس الثالث	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	C	A	B	B	A	C	C	D	B	D	C	A	C	A	C	B	A	C	A	A
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
	A	A	B	B	A	B	B	A	A	B	C	C	B	D	D	A	B	D	D	A
	41	42	43	44	45	46	47	48	49											
	B	A	B	B	C	A	B	C	D											

الدرس الرابع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	C	C	B	B	C	A	A	C	A	D	A	C	C	D	A	C	B	A	C	B
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
	C	C	C	A	B	B	C	A	B	A	A	B	C	B	B	B	C	A	D	C
	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58		
	A	C	C	C	B	B	C	B	B	A	B	B	B	D	C	C	D	D		

الدرس الخامس	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	A	D	B	B	B	D	A	A	A	D	C	A	D	D	D	A	B	C	C	A
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
	B	D	A	B	B	B	B	C	A	C	A	D	C	D	D	B	B	A	C	B
	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58		
	C	D	C	D	A	C	B	B	C	A	B	A	A	B	B	A	C	A		

انتهت الوحدة الثانية بحمد الله ..... إعداد : محمد عمر الخطيب

KhateebAcademy.com
Alpha Education Center
الإمـــارات THE EMIRATES

الصف الثاني عشر متقدم

2027/2026

الوحدة الثالثة

التقاضل

3-1 المماسات والسرعة المتجهة

3-2 الاشتقاق

3-3 حساب المشتقات : قاعدة القوى

3-4 قاعدة الضرب والقسمة

3-5 قاعدة السلسلة

3-6 مشتقات الدوال المثلثية

3-7 اشتقاق الدوال الأسية والدوال اللوغاريتمية

3-8 الاشتقاق الضمني والدوال المثلثية المعكوسة

3-10 نظرية القيمة المتوسطة

مع تمنياتي لكم بالنجاح والتفوق

إعداد : محمد عمر الخطيب

ملاحظة : سيتم ترتيب الدرس الأول والثاني بطريقة عرض مختلفة عن الكتاب ولكن سيكون نفس المحتوى في النهاية

يمكن ايجاد مشتقة دالة عند نقطة من خلال **التعريف او القواعد**

تعريف المشتقة

يسمى ميل المنحنى عند النقطة $x=a$ بمشتقة الدالة عند تلك النقطة ويرمز لها بالرمز $f'(a)$ حيث:

التعريف الاساسي للمشتقة عند نقطة

$$f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

التعريف البديل للمشتقة عند نقطة

ويمكن استخدام التعريف البديل:

$$f'(a)=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

والتعريف الرياضي لمشتقة الدالة f هي الدالة f' حيث:

التعريف الاساسي للمشتقة كدالة

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

التعريف البديل للمشتقة كدالة

$$f'(x)=\lim_{z\to x}\frac{f(x)-f(z)}{x-z}$$

تكون الدالة f قابلة للاشتقاق عند النقطة $x=a$ اذا كانت النهاية موجودة بشرط ان تكون الدالة متصلة عند تلك النقطة

ملاحظات

$$(1)\ \lim_{h\to 0}\frac{f(a+c\,h)-f(a)}{h}=c\,f'(a)$$

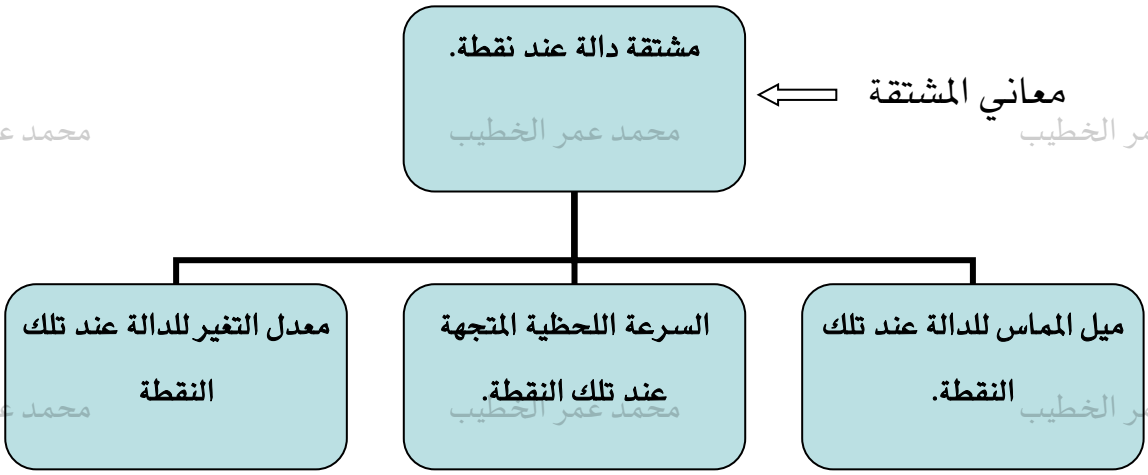
$$(2)\ \lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a-h)}{2h}=f'(a)$$

اذا كانت $s(t)$ تمثل دالة الموقع لجسم يتحرك على خط مستقيم فان السرعة اللحظية المتجهة عند الزمن $t=a$ تعطى بالعلاقة

$$v(a)=\lim_{h\to 0}\frac{s(a+h)-s(a)}{h}$$

والقيمة المطلقة للسرعة المتجهة هي السرعة

رموز ومعاني المشتقة



رموز المشتقة

$$f'(x)$$
$$y'$$
$$\frac{dy}{dx}$$
$$\frac{df}{dx}$$

إذا كانت: $f(x)=x^2-4x$ فاوجد $f'(3)$ باستخدام تعريف المشتقة

محمد عمر الخطيب

(1) إذا كانت: $f(x)=\sqrt{x}$ **فاوجد** $f'(x)$ **باستخدام تعريف المشتقة**

---

(2) إذا كانت: $f(x)=\dfrac{2}{x}$ **فاوجد** $f'(x)$ **باستخدام تعريف المشتقة**

---

(3) إذا كانت: $f(x)=\dfrac{x}{x-1}$ **فاوجد** $f'(0)$ **باستخدام تعريف المشتقة**

محمد عمر الخطيب

(1) إذا كانت: $f(x)=\sqrt[3]{x}\sin x$ **فاوجد** $f'(0)$ **باستخدام تعريف المشتقة**

---

(2) إذا كانت: $f(x)=\cos x$ **فاوجد** $f'(0)$ **باستخدام تعريف المشتقة .**

---

(3) إذا كانت $f(x)=3x^2+1$ **فاوجد** $f'(x)$ **باستخدام تعريف المشتقة**

(1) إذا كانت $f(x)=\frac{3}{x+1}$ فاوجد $f'(x)$ باستخدام تعريف المشتقة

(2) إذا كانت $f(x)=x^3+x$ فاوجد $f'(x)$ باستخدام تعريف المشتقة

(3) قدر قيمة $f'(1)$ من البيانات التالية

x	0	0.5	1	1.5	2
$f(x)$	2.0	2.6	3.0	3.4	4.0

إذا كان: $f'(5)=7$, $f'(3)=4$, $f'(2)=-5$, $f(2)=-3$, فاوجد

(1) $\lim_{h\to 0}\frac{f(3+h)-f(3)}{h}$

(2) $\lim_{h\to 0}\frac{5f(3+h)-5f(3)}{2h}$

(3) $\lim_{h\to 0}\frac{f(3+4h)-f(3)}{h}$

(4) $\lim_{h\to 0}\frac{f(5-h)-f(5)}{h}$

(5) $\lim_{h\to 0}\frac{f(2)-f(2+h)}{h}$

(6) $\lim_{h\to 0}\frac{f(3+h)-f(3-h)}{h}$

(7) $\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{\sqrt{x}-\sqrt{2}}$

(8) $\lim_{x\to 2}\frac{f^2(x)-f^2(2)}{x^2-4}$

تكون الدالة المتصلة : $y=f(x)$ قابلة للاشتقاق عند النقطة الداخلية a

اذا كانت المشتقة على يمين النقطة a وهي $f'(a^+)$ والمشتقة على يسار النقطة a وهي $f'(a^-)$ متساويتان

اي ان : $f'(a^+)=f'(a^-)$

حيث

$$D_+f(a)=f'(a^+)=\lim_{h\to 0^+}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}=\lim_{x\to a^+}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

$$D_-f(a)=f'(a^-)=\lim_{h\to 0^-}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}=\lim_{x\to a^-}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

ملاحظة : اولاً نبحث اتصال الدالة عند $x=0$ فاذا كانت غير متصلة فانها غير قابلة للاشتقاق اما اذا كانت الدالة متصلة فاننا نبحث اشتقاق الدالة عند النقطة من الجهتين وممكن ان تكون الدالة قابلة او غير قابلة للاشتقاق عند النقطة

(1) إذا كانت: $f(x)=|x|$

فأوجد $f'(0)$ بإستخدام تعريف المشتقة

---

(2) هل الدالة $f(x)=\begin{cases}5 & x\geq 0\\ 2x+1 & x<0\end{cases}$ ، لها مشتقة عند $x=0$

محمد عمر الخطيب

ملاحظة : اولاً نبحث اتصال الدالة عند $x=1$
فاذا كانت غير متصلة فانها غير قابلة للاشتقاق
اما اذا كانت متصلة فاننا نبحث الاشتقاق

(1) إذا كانت: $f(x)=\begin{cases} x^2+1 & x\geq 1 \\ 2x & x<1 \end{cases}$

فاوجد $f'(1)$ **باستخدام تعريف المشتقة**

---

(2) إذا كانت: $f(x)=\begin{cases} x^2 & x\geq 0 \\ 2x & x<0 \end{cases}$ **فاثبت باستخدام تعريف المشتقة أن** $f'(0)$ **غير موجودة.**

---

(3) إذا كانت: $f(x)=\begin{cases} 0 & x=0 \\ x^3\sin\dfrac{1}{x} & x\neq 0 \end{cases}$ **فاوجد** $f'(0)$ **باستخدام تعريف المشتقة.**

محمد عمر الخطيب

(1) اذا كانت f دالة قابلة للاشتقاق عند $x=a$ فاثبت ان

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(a+ch)-f(a)}{h}=c\,f'(a)$$

.

---

(2) اذا كانت f دالة قابلة للاشتقاق عند $x=a$ حيث $a\neq 0$ فاثبت ان

$$\lim_{x\to a}\frac{[f(x)]^2-[f(a)]^2}{x^2-a^2}=\frac{1}{a}f(a)f'(a)$$

.

---

(3) اذا كانت f دالة قابلة للاشتقاق على مجموعة الأعداد الحقيقة حيث:

$$f(x+h)=x^2h+3xh^2+f(x)$$

و h هو مقدار التغير في x فاوجد : $f'(2)$.

محمد عمر الخطيب

يمكن تاجيل حل الصفحة الى بعد قواعد الاشتقاق

تطبيقات على المشتقة باستخدام التعريف

(1) لتكن:

أ) اوجد ميل المماس لمنحنى الدالة $f(x)=x^2-4x$ عند النقطة $(1,-3)$ باستخدام تعريف المشتقة

ب) اوجد معادلة المماس عند النقطة $(1,-3)$

---

(2) يسقط جسم بشكل رأسي من ارتفاع برج ويحدد ارتفاعه عن الارض في اي زمن بالعلاقة

$h(t)=256-16t^2$ حيث t بالثواني و h بالقدم

أ) اوجد ارتفاع الجسيم عندالزمن $t=1$

ب) اوجد السرعة المتجهه المتوسطة اول ثلاث ثواني

ج) اوجد السرعة المتجهه للجسيم عند الزمن $t=3$

الاتصال والاشتقاق

(1) اذا كانت الدالة $f(x)$ قابلة للاشتقاق عند $x=a$ فان الدلة $f(x)$ تكون متصلة عند $x=a$

(2) اذا كانت الدالة $f(x)$ غير متصلة عند $x=a$ فانها تكون غير قابلة للاشتقاق عند $x=a$

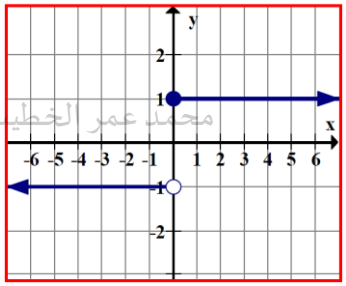
(3) اذا كانت الدالة $f(x)$ متصلة عند $x=a$ فان الدلة $f(x)$

اما ان تكون قابلة للاشتقاق عند $x=a$ او غير قابلة للاشتقاق عند $x=a$

الحالات التي تكون مشتقة الداله $f(x)$ غير موجودة عند نقطة

عدم الاتصال

(1) فجوة
(2) قفزة
(3) لانهائي(خطوط التقارب الرأسية)
(4) تذبذبي

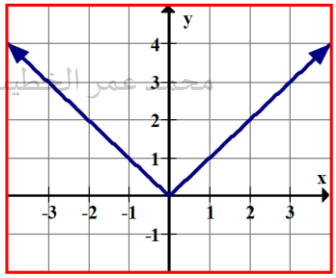


رأس مدبب (ركن)

المشتقة من اليمين لا تساوي المشتقة من اليسار

وكلاهما اعداد حقيقية

يجب ان تكون الدالة متصلة عند هذه النقطة

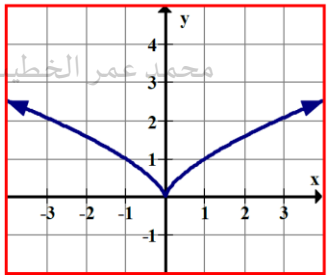


رأس مدبب (ناب)

المشتقة من اليمين لا تساوي المشتقة من اليسار

احدهما ملانهاية والاخرى سالب ملانهاية او واحدة ملانهاية والاخرى عدد حقيقي

يجب ان تكون الدالة متصلة عند هذه النقطة

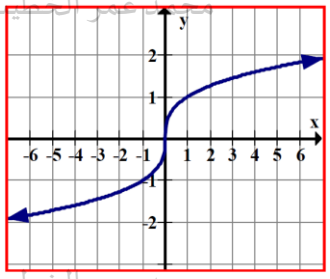


مماس رأسي

يجب ان تكون النهاية من اليسار واليمين للمشتقة (الميل)

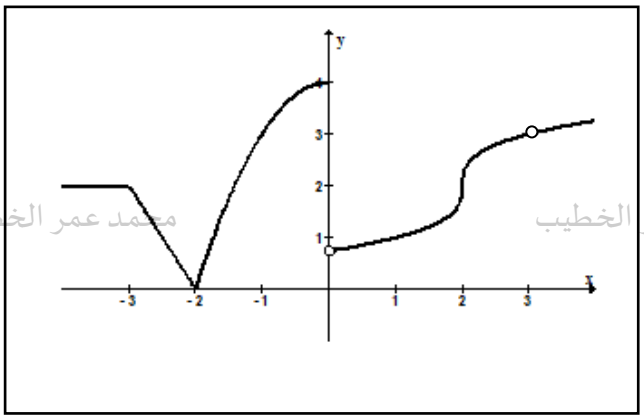
اما كلاهما ملانهاي او سالب مالانهاي

يجب ان تكون الدالة متصلة عند هذه النقطة



محمد عمر الخطيب

(1) اعتمد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ للإجابة عن الأسئلة التالية:



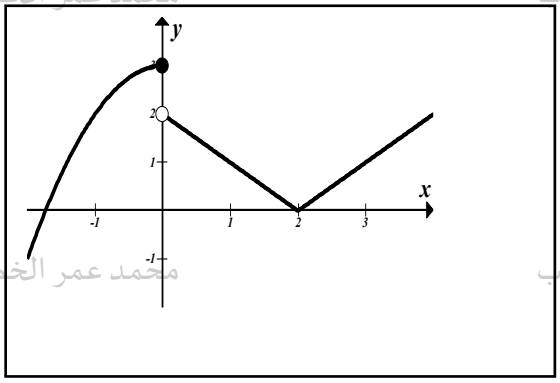
مجموعة قيم x التي تكون عندها:

$f'(x)$ غير موجودة مع بيان السبب

x					
السبب					

---

(2) اعتمد على الرسم البياني التالي الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ للاجابة عن الاسئلة التالية :

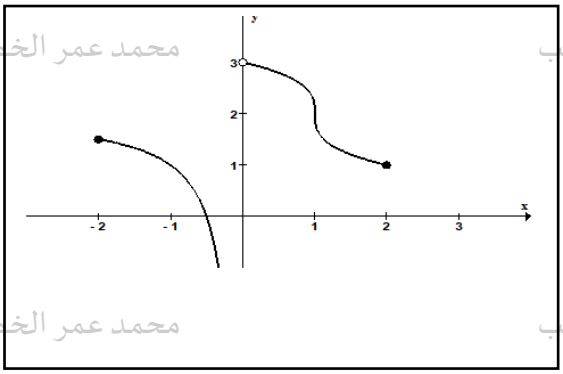


(أ) الفترة التي تكون عليها الدالة متصلة .

(ب) الفترة التي تكون عليها الدالة قابلة للاشتقاق

---

(3) اعتمد على الرسم البياني التالي الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ للاجابة عن الاسئلة التالية :



(أ) الفترة التي تكون عليها الدالة متصلة .

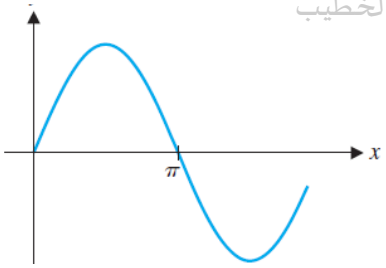
(ب) الفترة التي تكون عليها الدالة قابلة للاشتقاق

ملاحظة : كتابنا لم يناقش قابلية الاشتقاق عند اطراف الفترة المغلقة في حين بعض الكتب تجعلها موجودة والبعض الاخر غير موجودة وهي غير مهمة في كتابنا

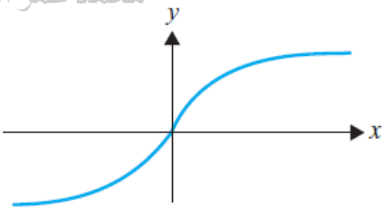
العلاقة بين الرسوم البيانية للدالة و وبيان مشتقاتها

(1) ارسم المماس للدالة عند النقطة المحددة ان امكن

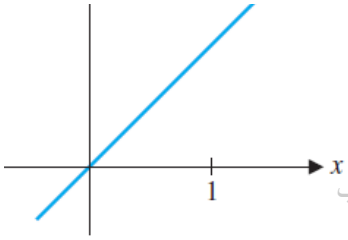
(أ) $y=\sin x$ عند $x=\frac{\pi}{2}$



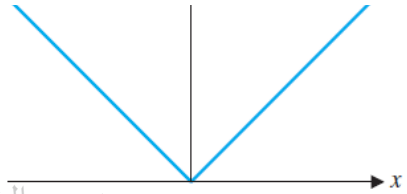
(ب) $y=\tan^{-1}x$ عند $x=0$



(ج) $y=x$ عند $x=0$

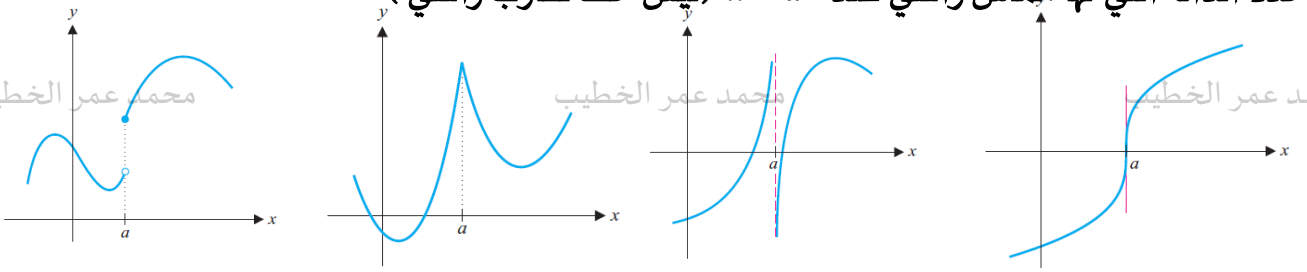


(د) $y=|x|$ عند $x=0$



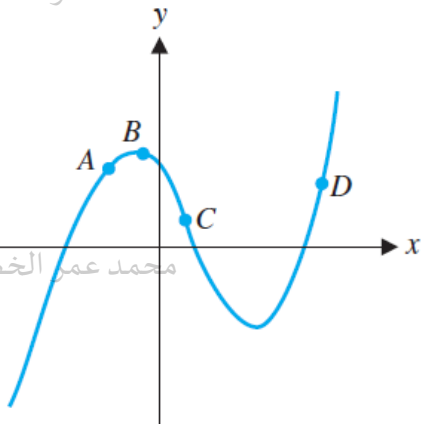
---

(2) حدد الدالة التي لها مماس رأسي عند $x=a$ (ليس خط تقارب رأسي)



---

(3) اعتمد على الشكل المجاور في الاجابة عن الاسئلة التالية : (استخدم الحروف الموجودة على الرسم)



(أ) عند اي النقاط يكون ميل المماس للدالة موجب

(ب) عند اي النقاط يكون ميل المماس للدالة سالب

(ج) عند اي نقطة يكون ميل المماس للدالة اكبر

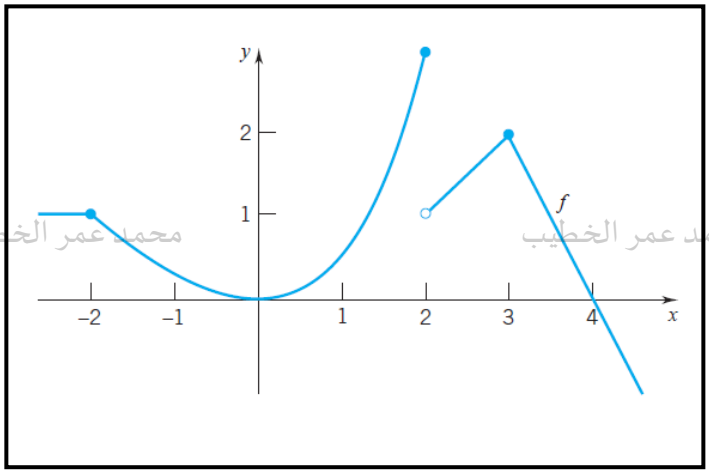
(د) عند اي نقطة يكون ميل المماس للدالة اصغر

(هـ) رتب الحروف حسب قيمة الميل من الاصغر الى الأكبر (ترتيب تصاعدي)

(اولاً) التمثيل البياني للدالة $f'(x)$ من بيان الدالة $f(x)$

$$f(x) \Rightarrow f'(x)$$

اعتمد على الشكل المجاور للإجابة عن الاسئلة التالية



ملاحظة:
مشتقة دالة عند نقطة من الرسم
يساوي
ميل المماس للدالة عند تلك النقطة

(1) $f'(0)$

(2) $f'(3^-)$

(3) $f'(3^+)$

(4) $f'(3)$

(5) $f'(-2^-)$

(6) $f'(-2)$

(7) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}$

(8) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(4+2h)-f(4)}{h}$

(9) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{[f(x)]^2-[f(4)]^2}{x^2-4^2}$

(10) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(1+h)-f(1)}{h}$

تقدير الميل

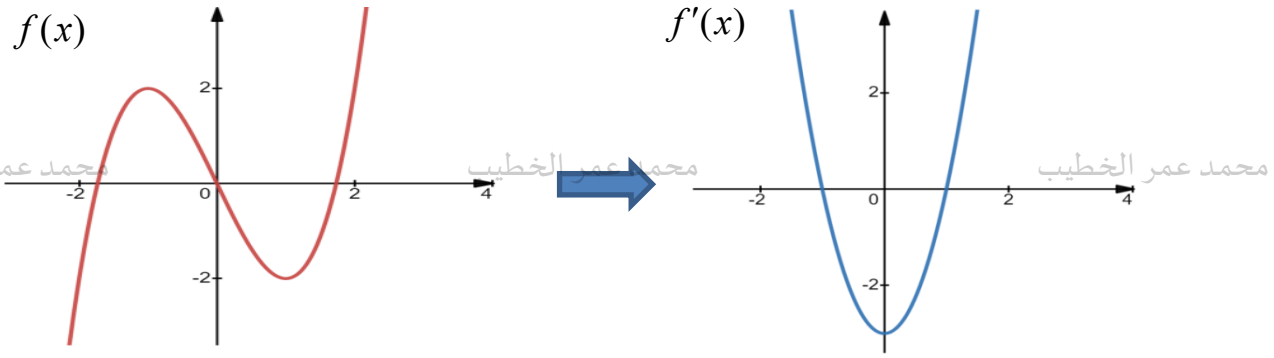
محمد عمر الخطيب

ملاحظات مهمة : على العلاقة بين الرسوم البيانية للدالة ومشتقاتها

(1) مشتقة دالة كثير الحدود من الدرجة n هي دالة دالة كثير من الدرجة $n-1$ والعكس صحيح

(2) المماس الافقي في بيان الدالة $f(x)$ يقابله عند نفس النقطة مقطع مع المحور x في بيان الدالة $f'(x)$

(عدد المماسات الافقية في بيان الدالة $f(x)$ يساوي عدد المقاطع السينية في بيان الدالة $f'(x)$)



(3) اذا كانت الدالة $f(x)$ متزايدة (↗) فان اشارة الدالة $f'(x)$ تكون موجبة

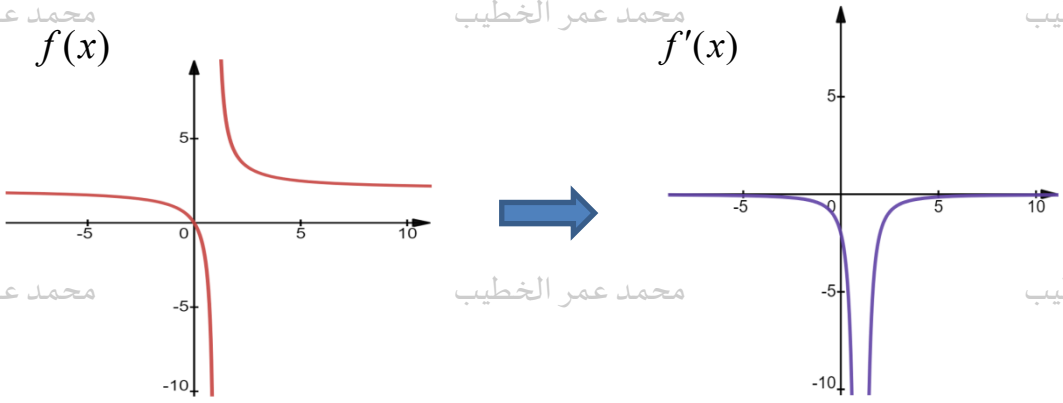
(الدالة $f(x)$ المتزايدة يكون التمثيل البياني لمشتقتها $f'(x)$ فوق محور السينات) والعكس صحيح

(4) اذا كانت الدالة $f(x)$ متناقصة(↘) فان اشارة الدالة $f'(x)$ تكون سالبة

(الدالة $f(x)$ المتناقصة يكون التمثيل البياني لمشتقتها $f'(x)$ تحت محور السينات) والعكس صحيح

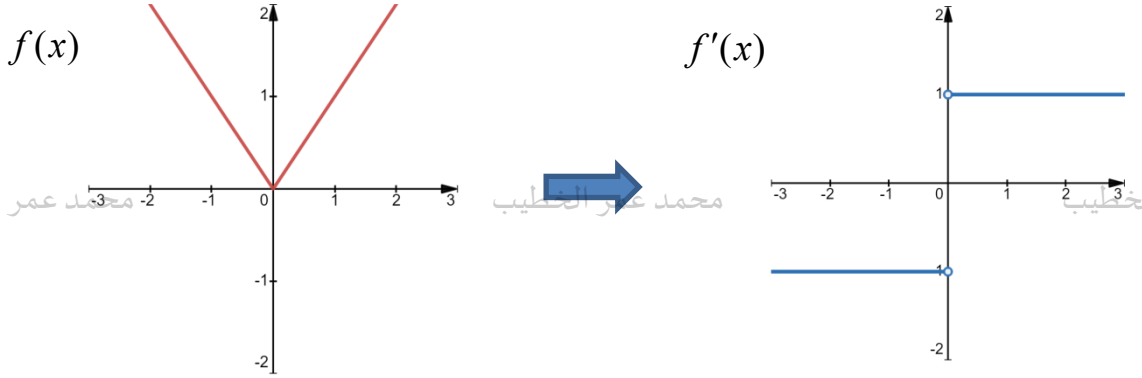
(5) مشتقة الدالة الزوجية هي دالة فردية والعكس صحيح

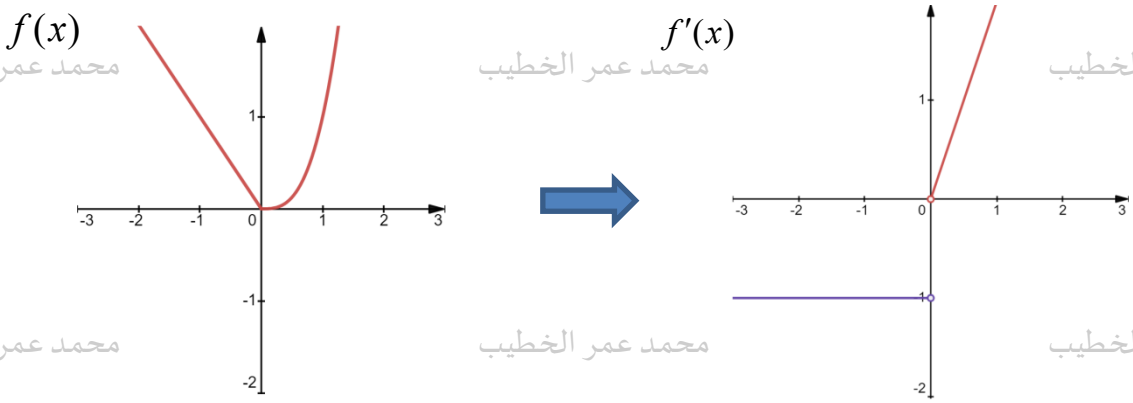
(6) اذا كان للدالة $f(x)$ خط تقارب رأسي $x=k$ فان للدالة $f'(x)$ نفس خط التقارب الرأسي $x=k$



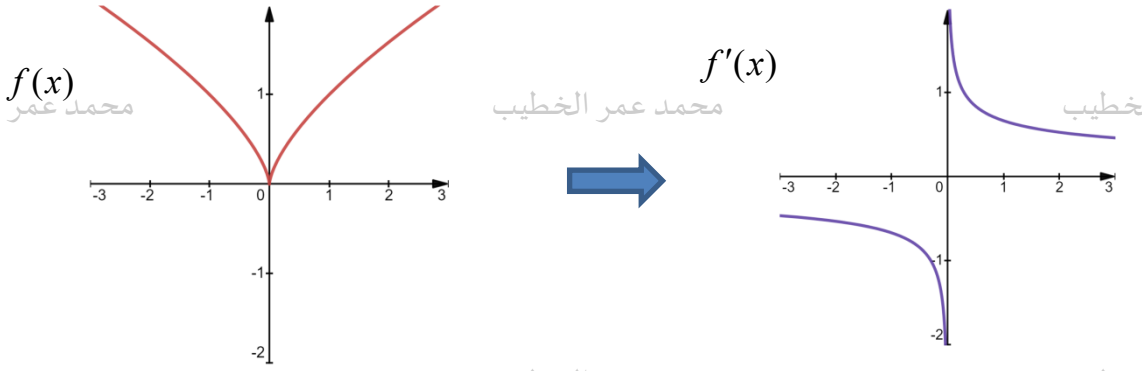
(7) اذا كان للدالة $f(x)$ خط تقارب افقي $y=l$ فان للدالة $f'(x)$ خط تقارب افقي $y=0$ والعكس صحيح

(8) اذا كان للدالة $f(x)$ ركن عند نقطة فان للدالة $f'(x)$ نقطة انفصال قفزة

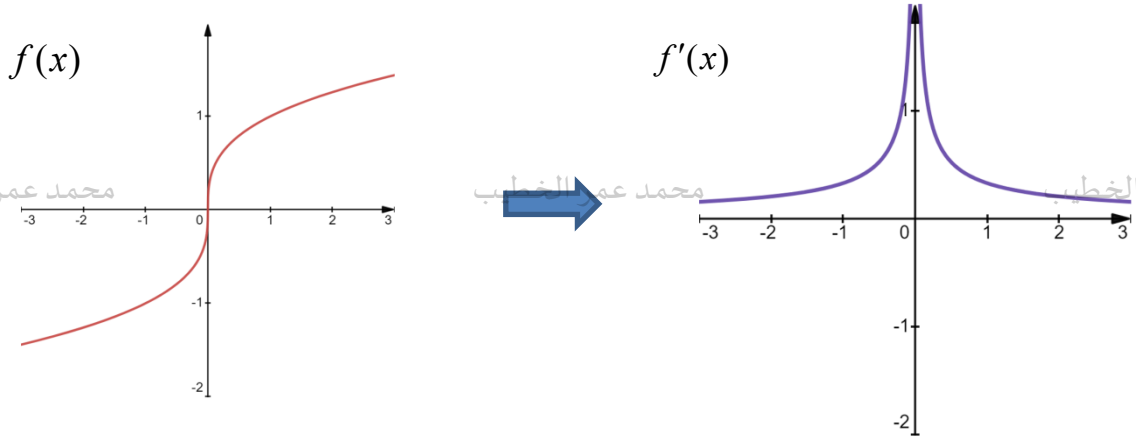




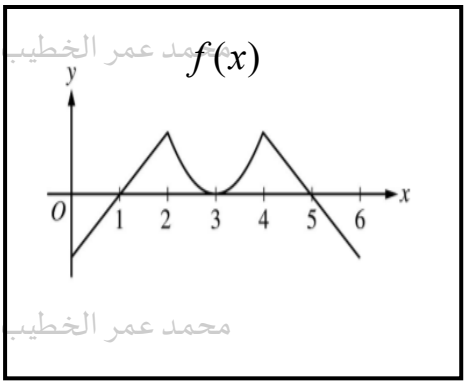
(9) اذا كان للدالة $f(x)$ ناب عند نقطة فان للدالة $f'(x)$ نقطة انفصال لانهائي في جهتين مختلفتين



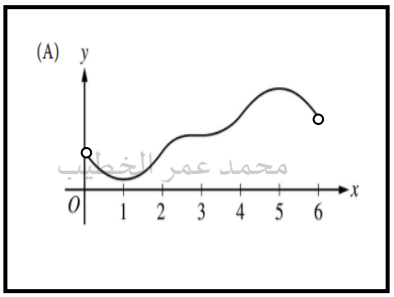
(10) اذا كان للدالة $f(x)$ مماس رأسي عند نقطة فان للدالة $f'(x)$ نقطة انفصال لانهائي في نفس الجهة



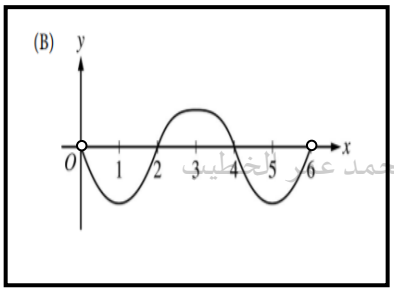
(1) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f(x)$ اي من الاشكال التالية ممكن ان يكون لبيان الدالة $f'(x)$



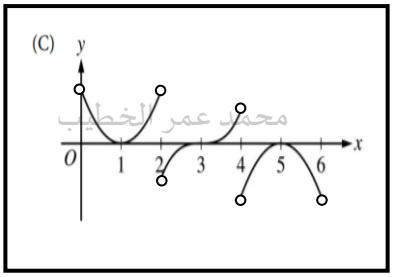
(A)



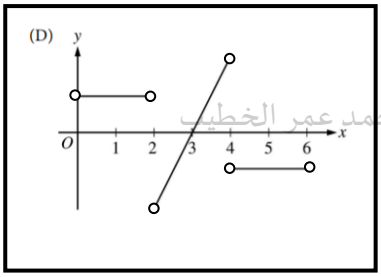
(B)



(C)

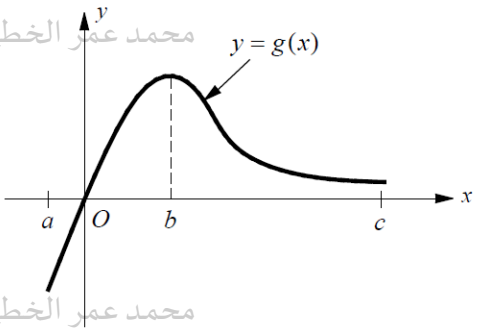


(D)



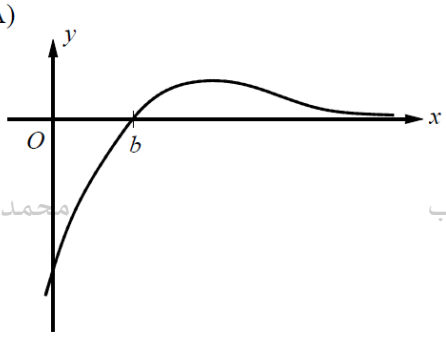
---

(2) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $g(x)$

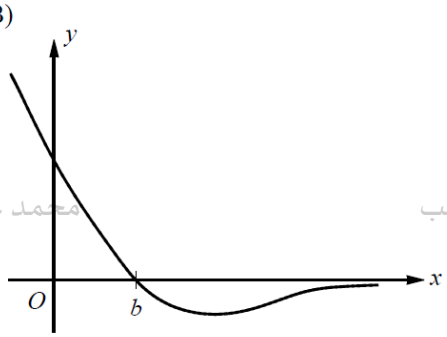


اي من الاشكال التالية يمكن ان يمثل بيان الدالة $g'(x)$

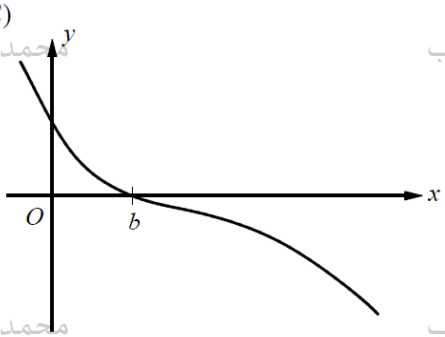
(A)



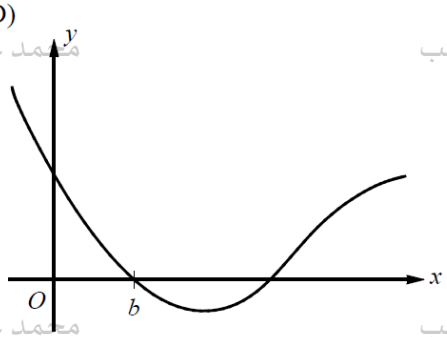
(B)



(C)



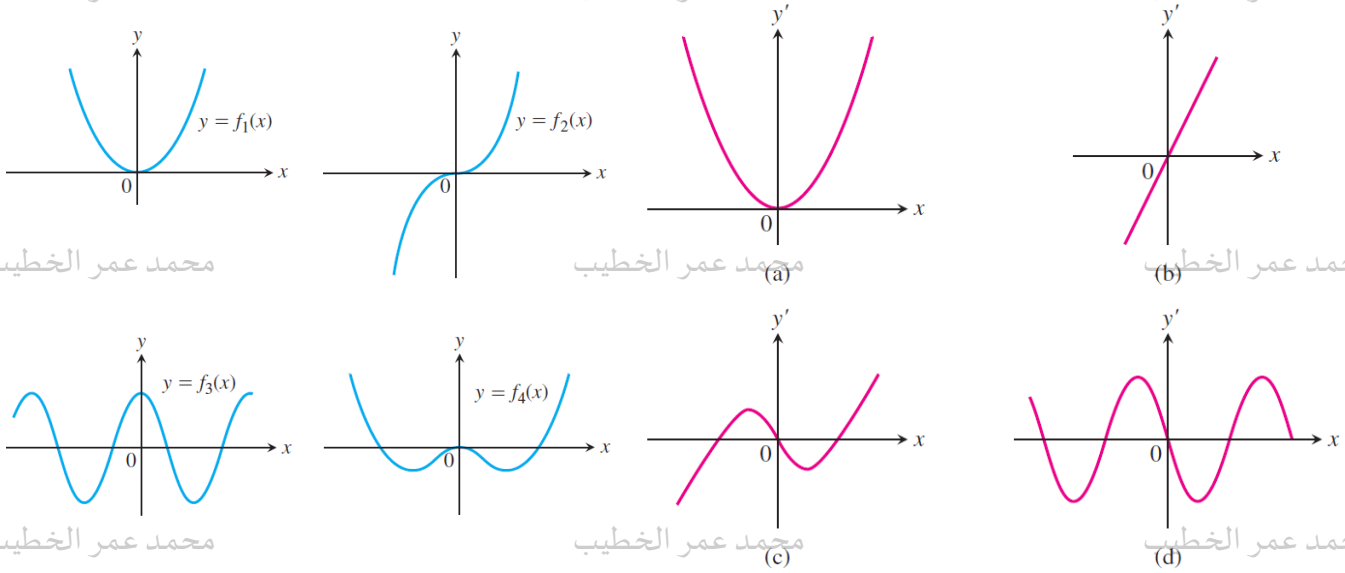
(D)



(1) صل بين كل رسم بياني يمثل الدالة $f(x)$ من المجموعة A بالرسم البياني الذي يمثل مشتقتها $f'(x)$ من المجموعة B.

A	f

B	f'

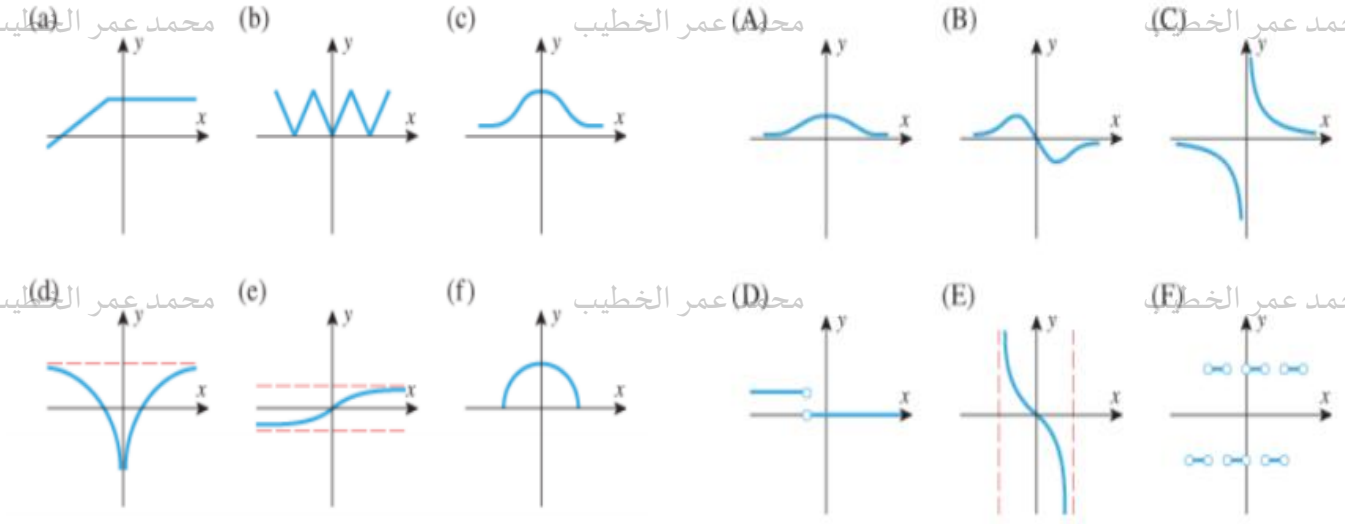


---

(2) صل بين كل رسم بياني يمثل الدالة $f(x)$ من المجموعة A بالرسم البياني الذي يمثل مشتقتها $f'(x)$ من المجموعة B.

A	f

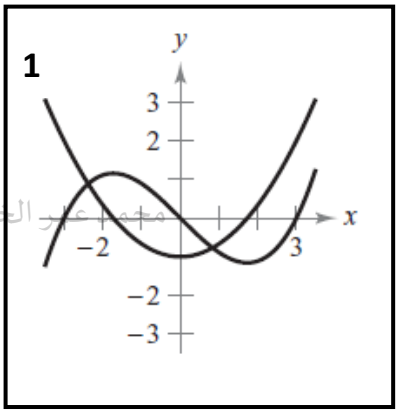
B	f'



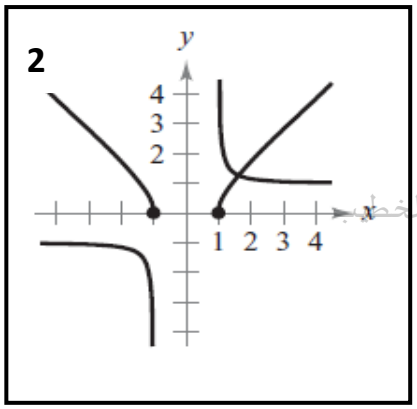
محمد عمر الخطيب

(1) عين الدالة f وعين مشتقاتها في كل شكل من الاشكال التالية

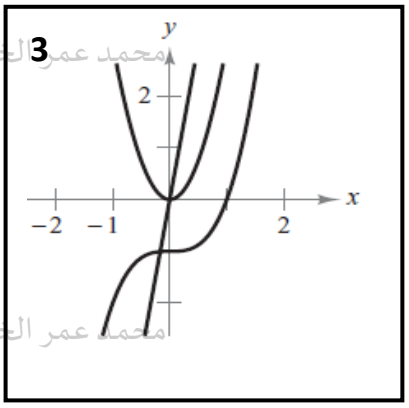
1



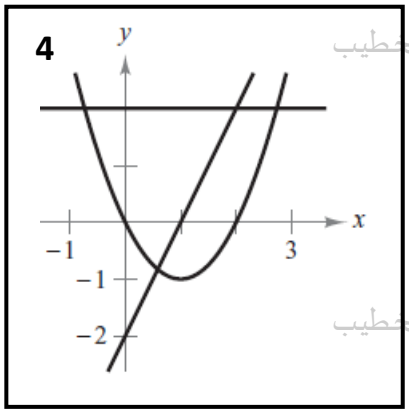
2



3

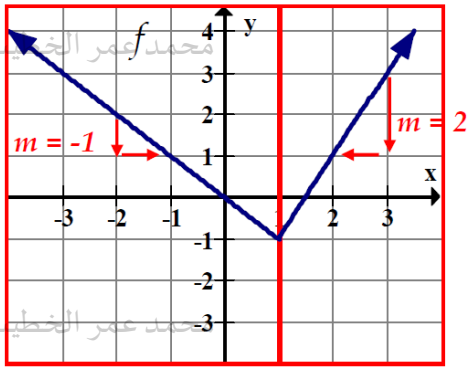


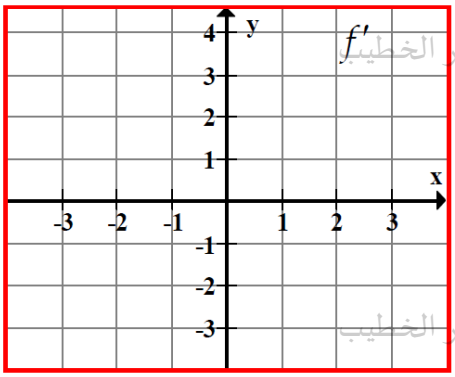
4

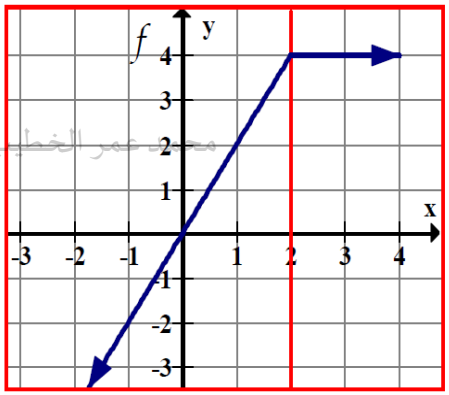


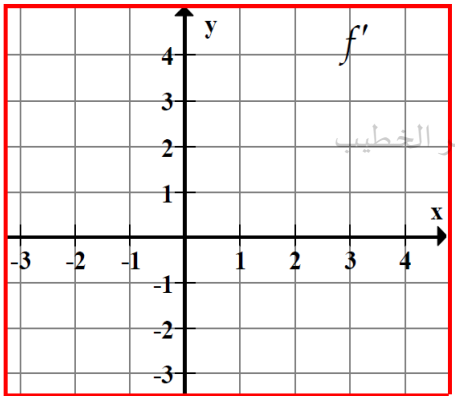
---

(2) الرسم البياني المجاور يمثل بيان للدالة f ، استفد من ذلك لرسم بيان الدالة f'





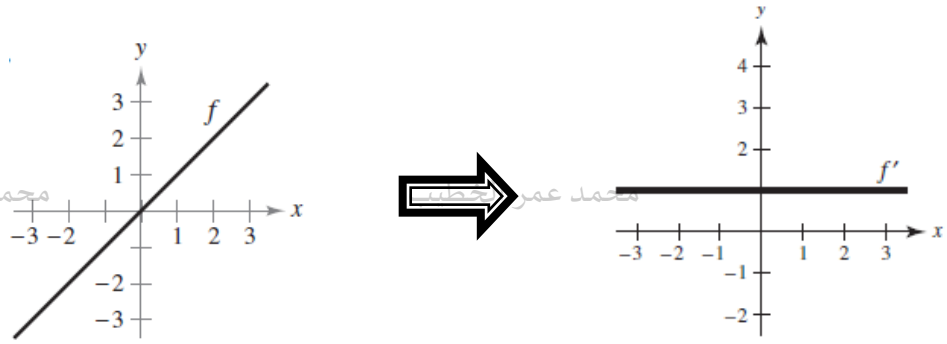




محمد عمر الخطيب

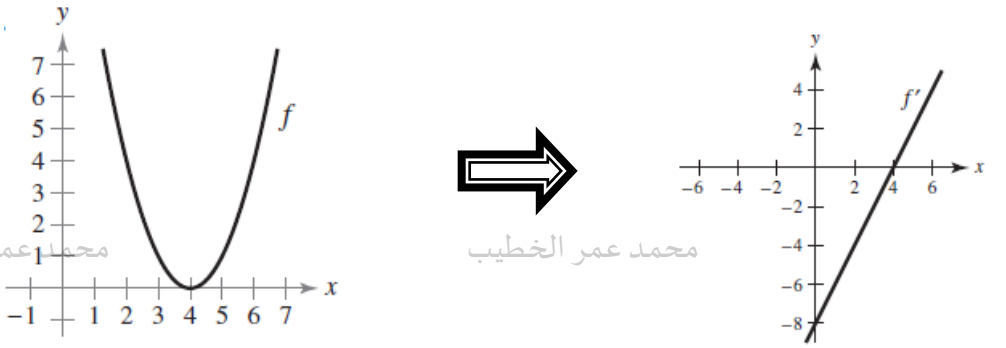
الرسم البياني المجاور يمثل بيان للدالة f ، استفد من ذلك لرسم بيان تقريبي للدالة f'

(1)



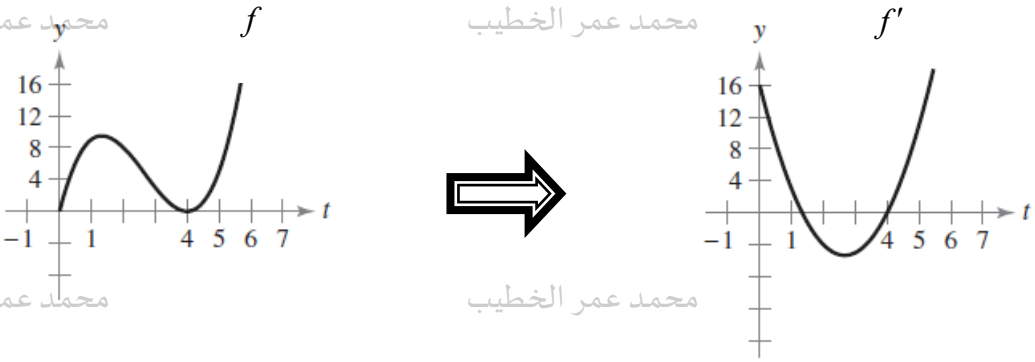
---

(2)



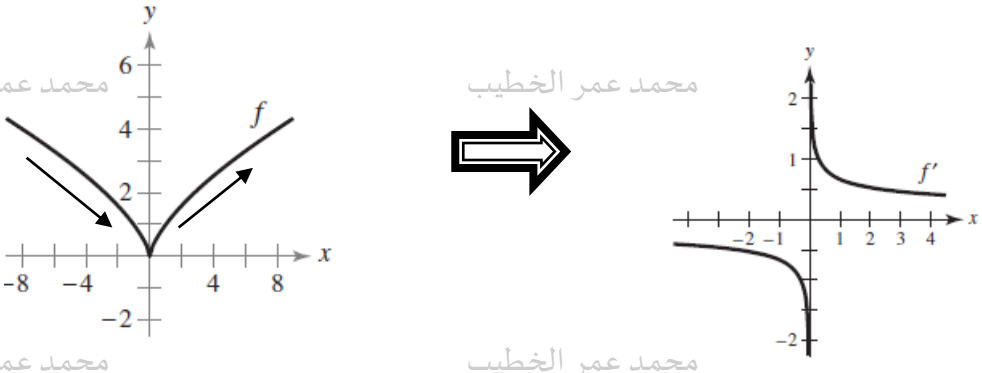
---

(3)



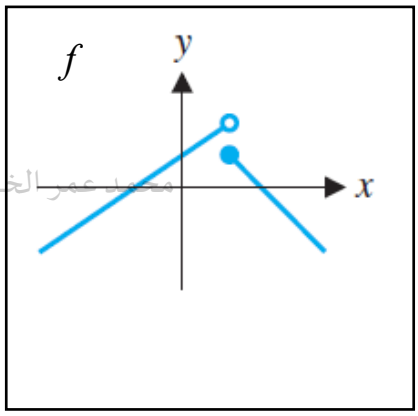
---

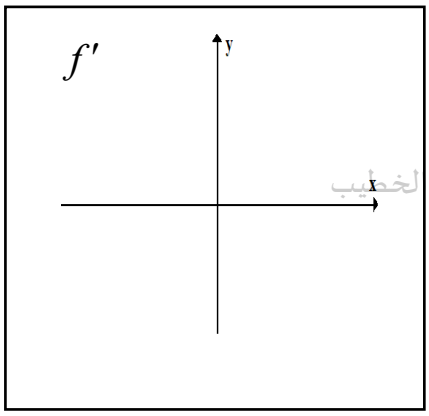
(4)



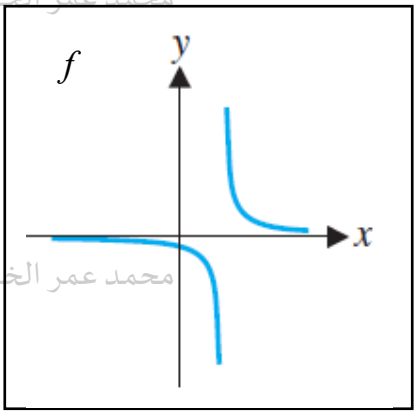
الرسم البياني المجاور يمثل بيان للدالة f . استفد من ذلك لرسم بيان تقريبي للدالة f'

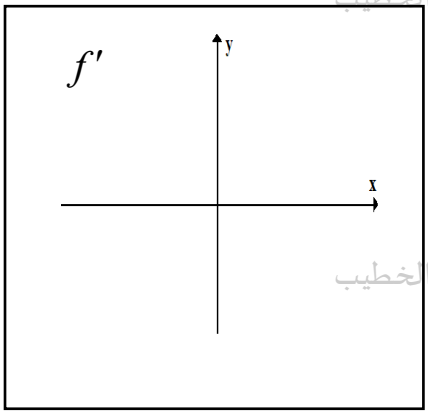
(1)



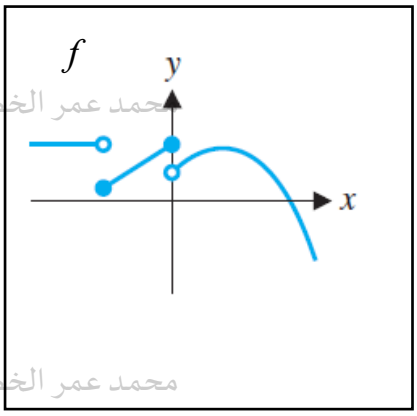


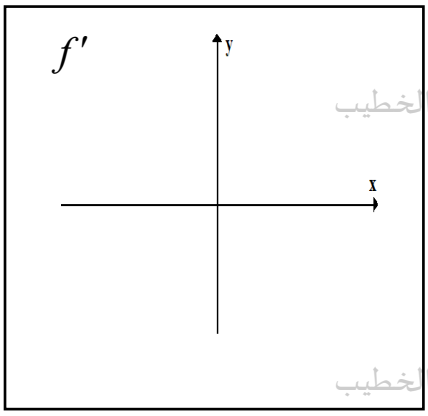
(2)



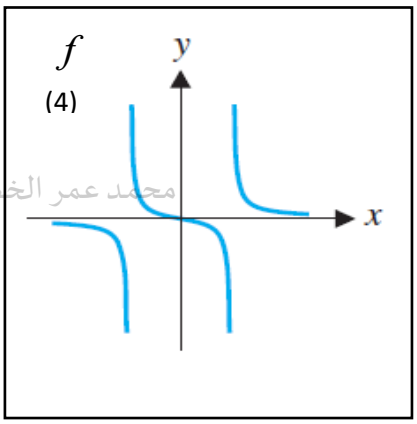


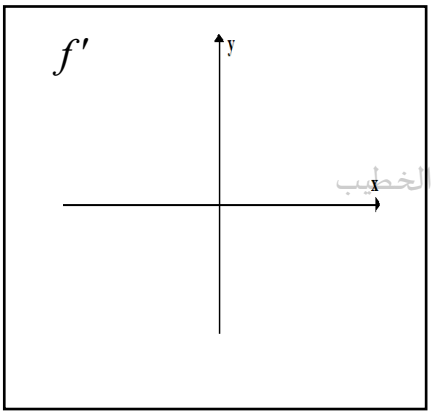
(3)



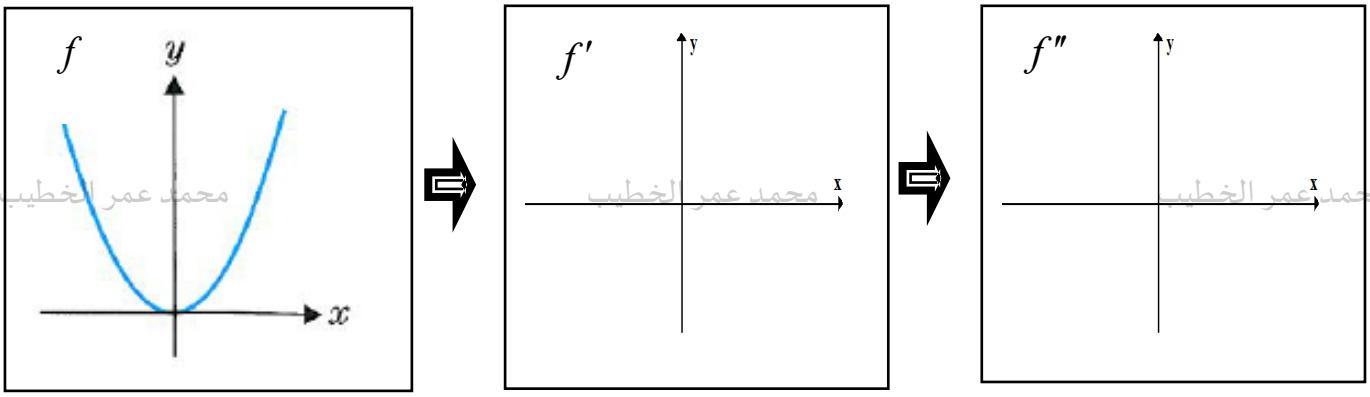


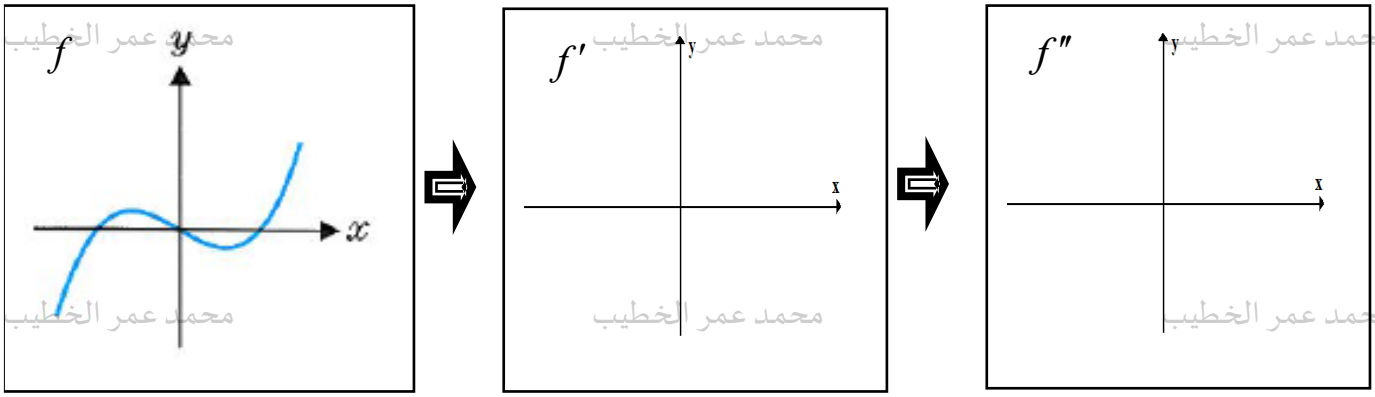
(4)

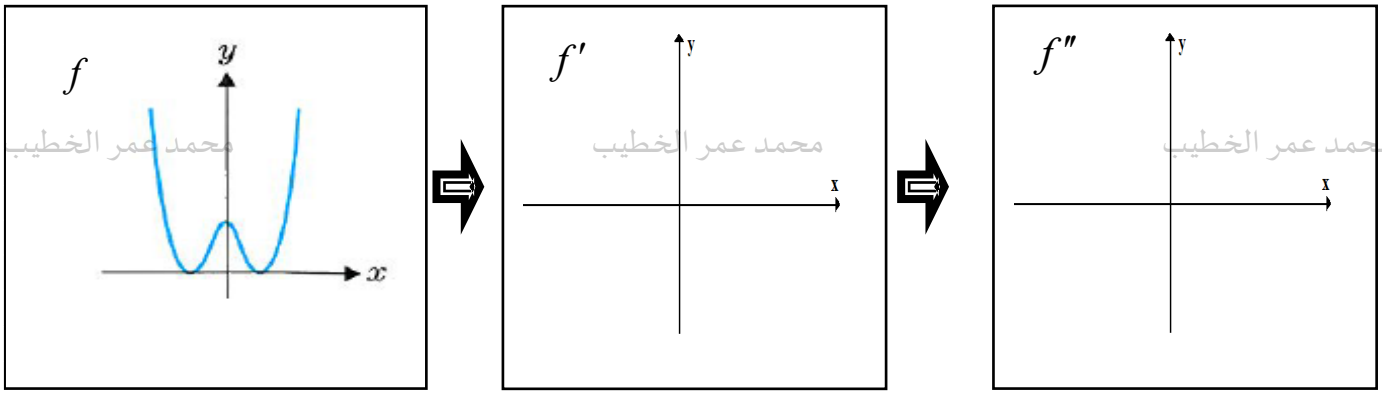


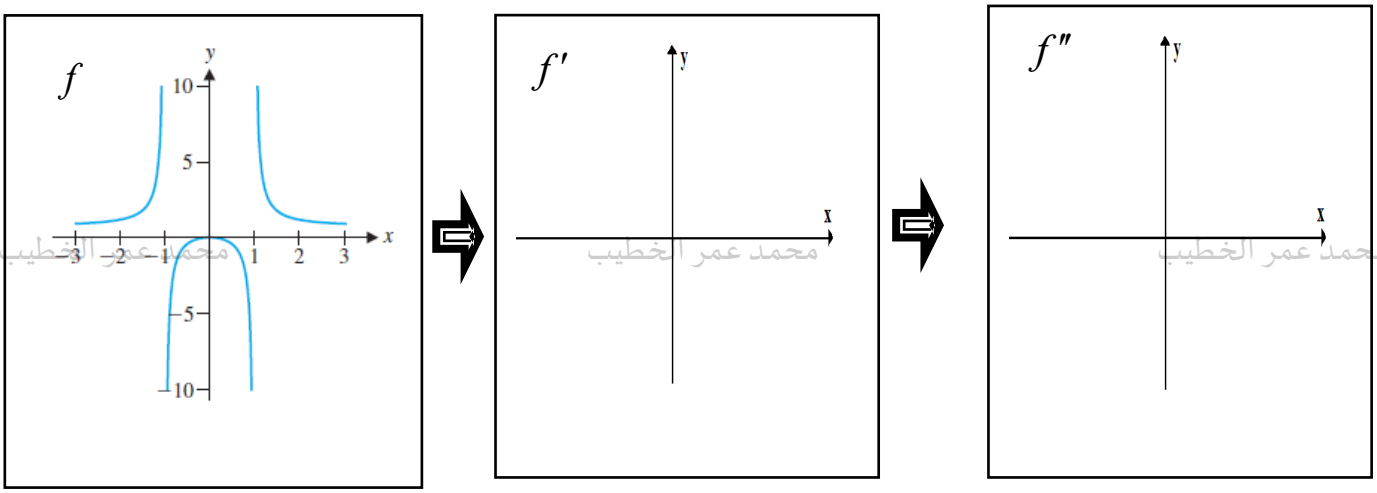


الرسم البياني المجاور يمثل بيان للدالة f . استفد من ذلك لرسم بيان تقريبي للدالة f''









(ثانياً) التمثيل البياني للدالة $f(x)$ من بيان الدالة $f'(x)$

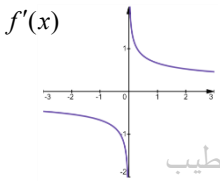
$$f'(x) \Rightarrow f(x)$$

ملاحظات مهمة :

(1) خط تقارب رأسي
(2) ناب
(3) مماس رأسي

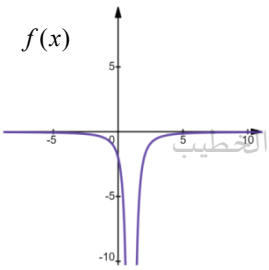
(1) اذا كانت للدالة $f'(x)$ خط تقارب رأسي فان للدالة $f(x)$ ام

والدالة الاصلية $f(x)$ غير متصلة



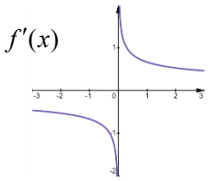
فان للدالة $f(x)$

نفس خط تقارب رأسي



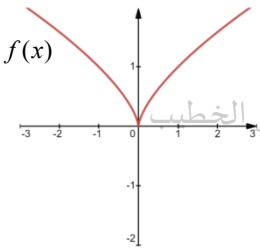
والدالة الاصلية $f(x)$ متصلة

اذا كان خط تقارب $f'(x)$ في اتجاهين مختلفين

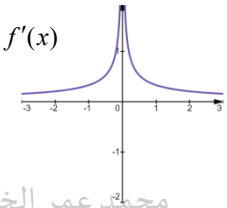


فان للدالة $f(x)$

ناب

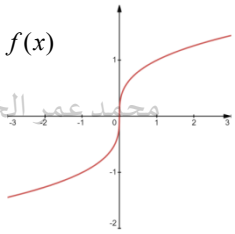


اذا كان خط تقارب $f'(x)$ في نفس الاتجاة



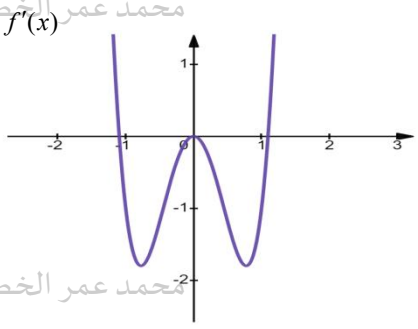
فان للدالة $f(x)$

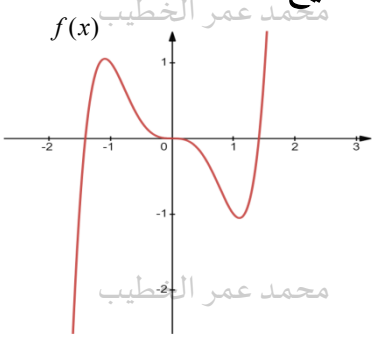
مماس رأسي

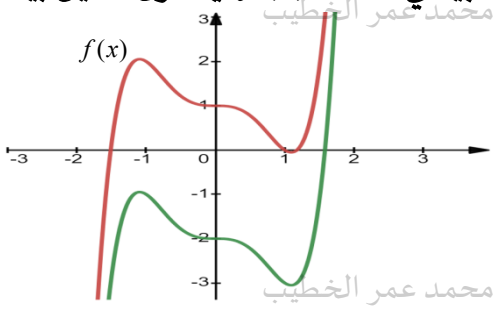


---

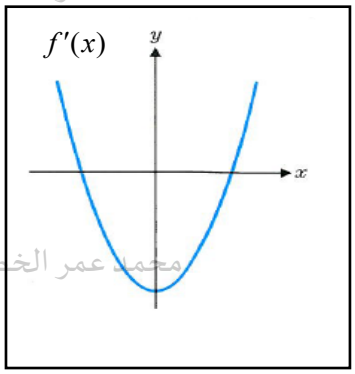
(2) اذا تم رسم التمثيل البياني للدالة $f(x)$ من التمثيل البياني للدالة $f'(x)$ فان اي ازاحة رأسية للتمثيل البياني للدالة $f(x)$ يكون تمثيل بياني صحيح

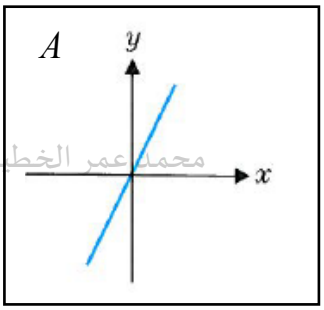


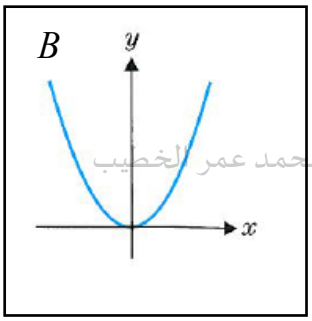


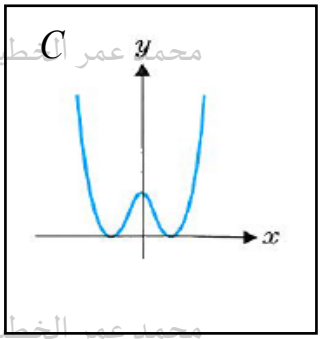


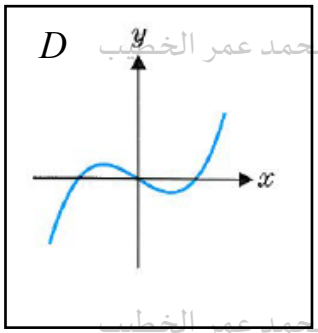
(1) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f'(x)$ اي من الاشكال التالية ممكن ان يكون لبيان الدالة $f(x)$





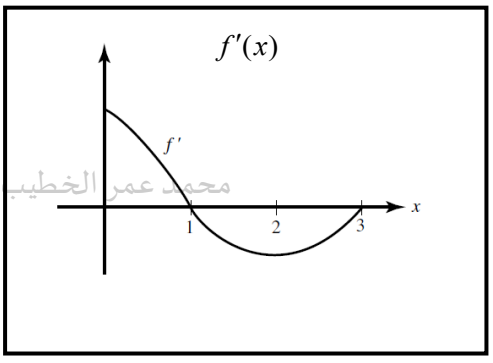


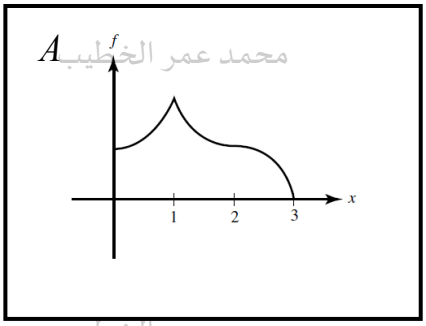


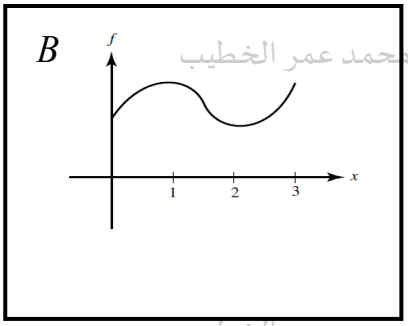


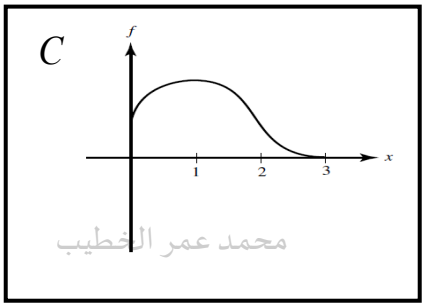
---

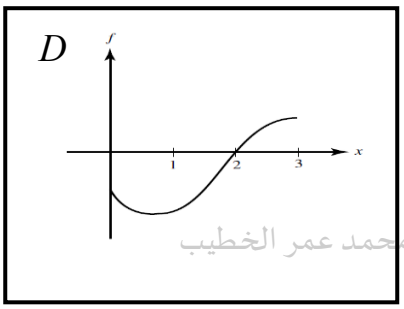
(2) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f'(x)$ اي من الاشكال التالية ممكن ان يكون لبيان الدالة $f(x)$







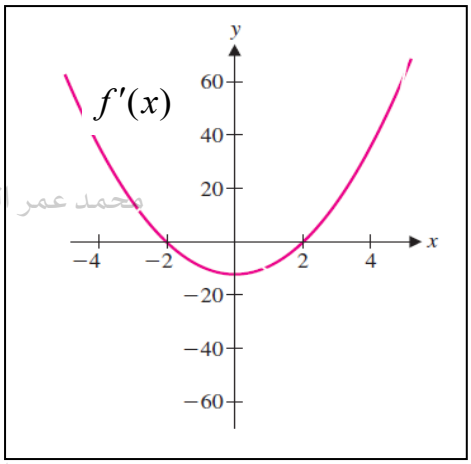


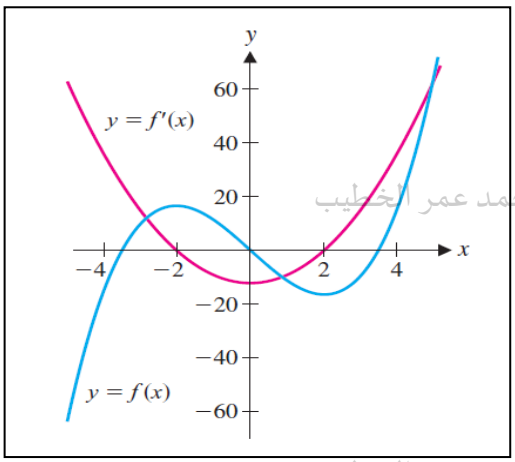


محمد عمر الخطيب

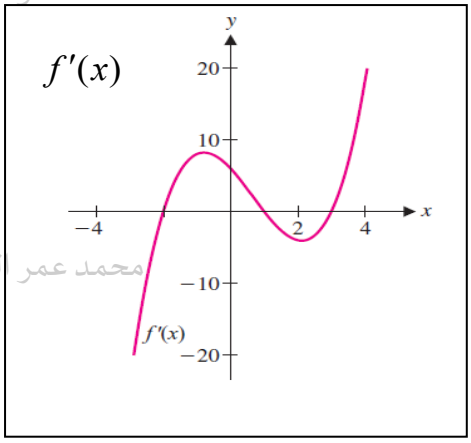
اعتمد على الرسم البياني للدالة f' لرسم صورة تقريبية لبيان الدالة المتصلة f

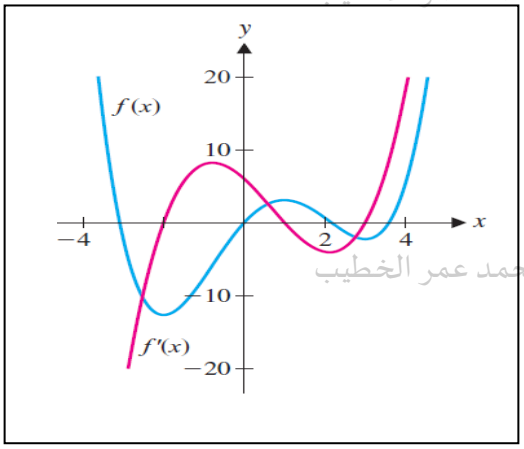
(1)



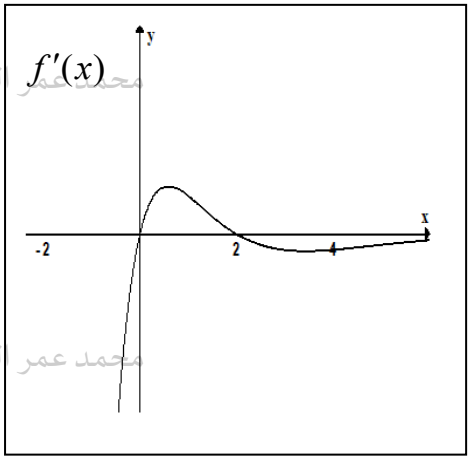


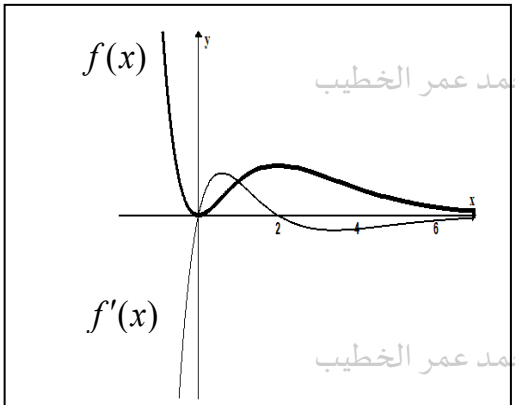
(2)



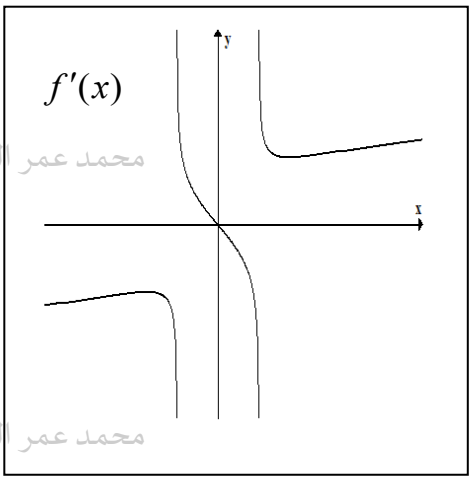


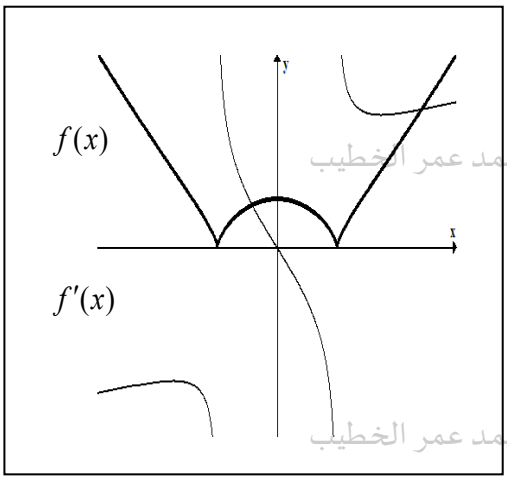
(3)





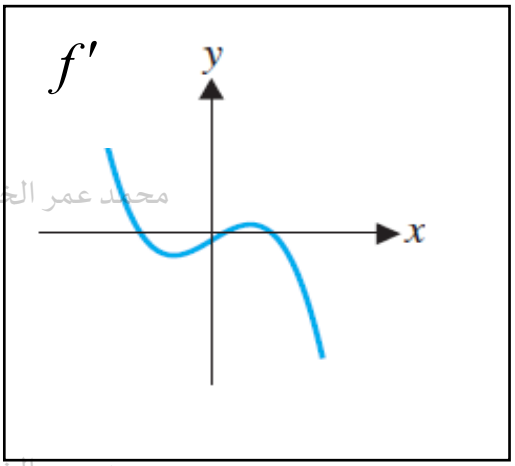
(4)

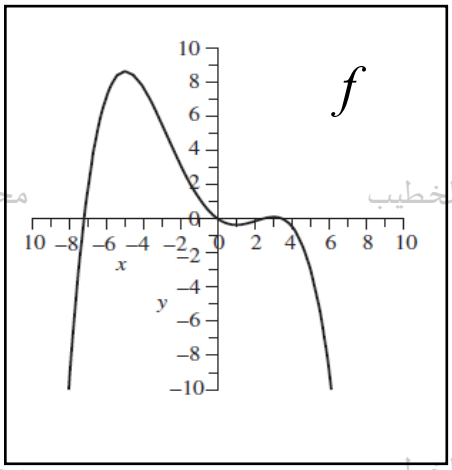




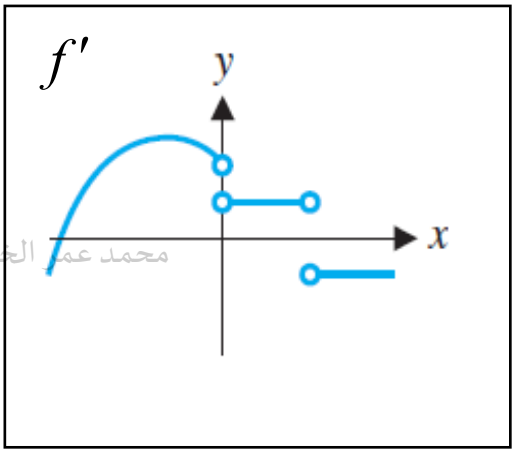
استخدم التمثيل البياني الموضح للدالة f' لرسم تمثيل بياني معقول للدالة المتصلة f

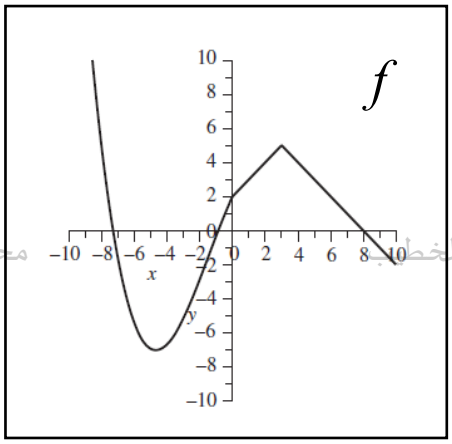
(1)



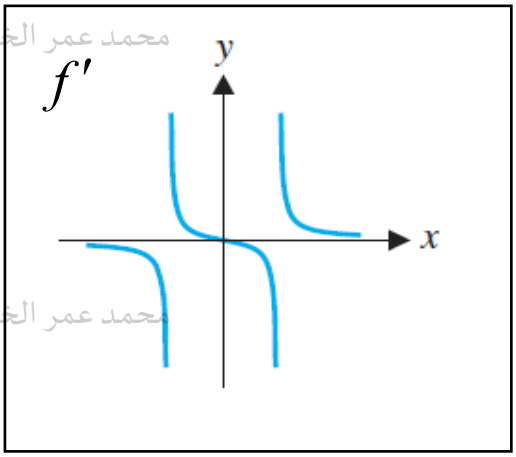


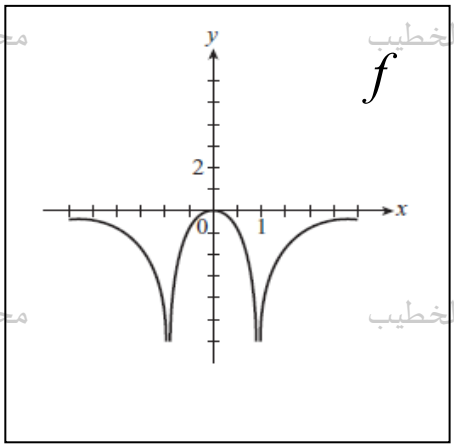
(2)



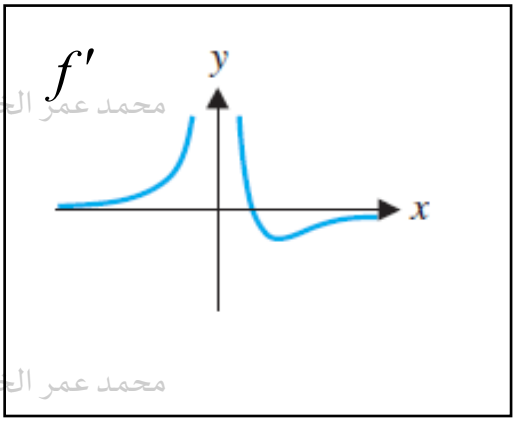


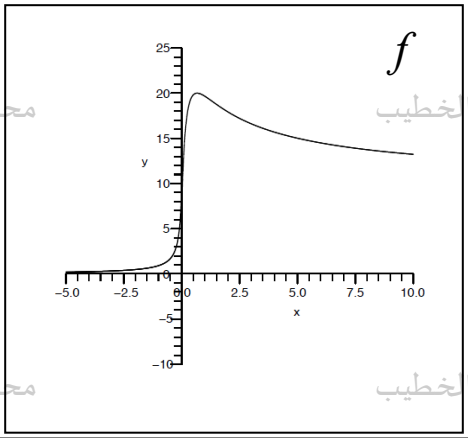
(3)



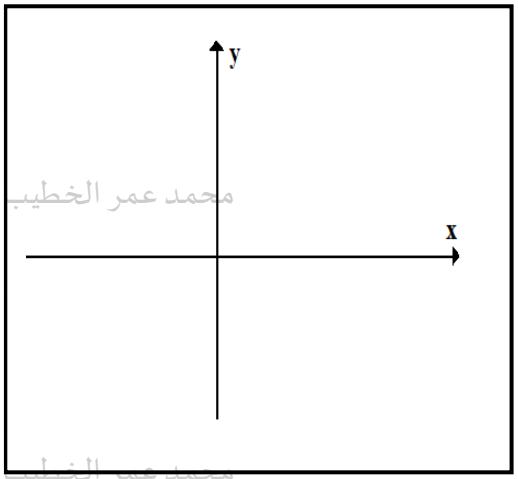


(4)





(1) ارسم التمثيل البياني المجاور للدالة f التي تحقق الخواص التالية

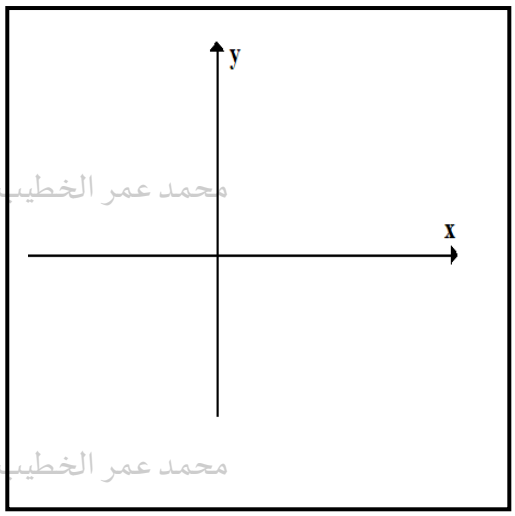


$$f'(x) = 2x \quad ,$$
$$f(0) = -1 \quad , \quad f(1) = 0 \quad , \quad f(-1) = 0$$

---

(2) ارسم التمثيل البياني المجاور للدالة f

التي تحقق الخواص التالية

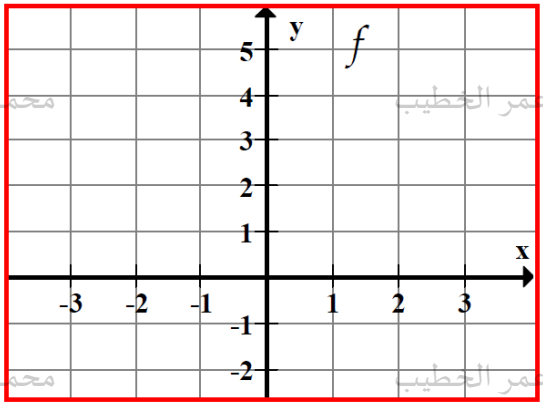


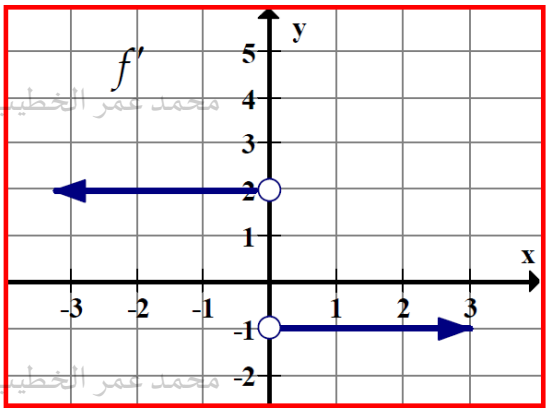
$$f(3) = 3 \quad , \quad f(1) = 0, \quad f(0) = 1$$
$$f'(3) = 4 \quad , f'(1) = -1 \quad , f'(0) = 0$$
$$f'(2) \quad \text{غير موجودة}$$

---

(3) ارسم صورة تقريبية للرسم البياني للدالة f المتصلة والتي لها الخواص الآتية:

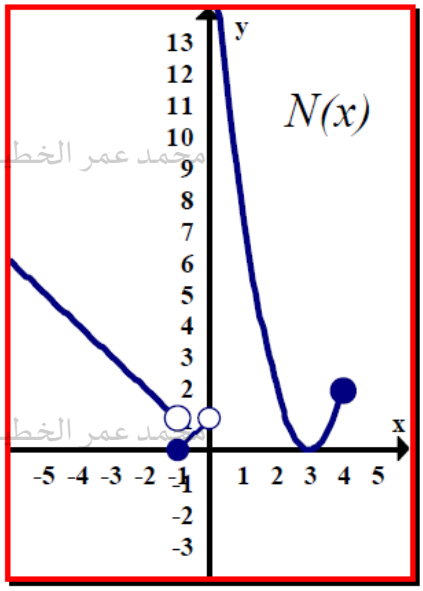
$f(0) = 1$ والتمثيل البياني للدالة f' (مشتقة الدالة) f كما هو بالشكل

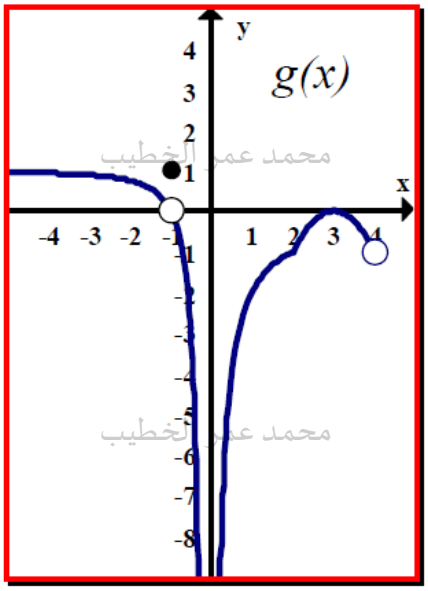


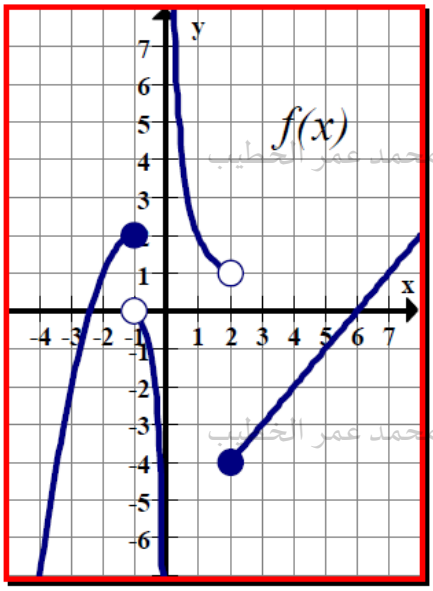


محمد عمر الخطيب

الروسومات البيانية التالية تمثل كل من الدوال: $f(x)$ و $g(x)$ و $N(x)$







اكمل الجدول التالي بوضع (نعم) او (لا)

$N(x)$	$g(x)$	$f(x)$	
.....	.....	.....	متصلة عند $x=1$
.....	.....	.....	لها انفصال لا نهائي عند $x=0$
.....	.....	.....	قابلة للإشتقاق عند $x=-2$
.....	.....	.....	معدل التغير عند $x=3$ يساوي صفراً
.....	.....	.....	تكون فقط النهاية لجهة اليسار موجودة عند $x=4$
.....	.....	.....	لها انفصال يمكن التخلص منه عند $x=-1$

الدالة التي تحقق جميع ما سبق هي : .....

ملاحظة : سيتم ترتيب الدرس الثالث والرابع بطريقة عرض مختلفة عن الكتاب حيث سيكون في الدرس الثالث من الملزمة قواعد الاشتقاق الموجودة في الدرس الثالث والرابع من الكتاب وتكون تطبيقات الدرس الثالث والرابع من الكتاب في الدرس الرابع من الملزمة

قواعد الاشتقاق

القواعد الخاصة

$$\frac{d}{dx}c = 0$$

$$\frac{d}{dx}ax = a$$

$$\frac{d}{dx}x^n = nx^{n-1}$$

القواعد العامة

$$(1)\ \frac{d}{dx}[c \times f(x)] = c \times f'(x)$$

$$(2)\ \frac{d}{dx}[f(x) \pm g(x)] = f'(x) \pm g'(x)$$

$$(3)\ \frac{d}{dx}[f(x) \times g(x)] = f'(x) \times g(x) + f(x) \times g'(x)$$

$$(4)\ \frac{d}{dx}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{f'(x) \times g(x) - f(x) \times g'(x)}{[g(x)]^2}$$

$$(5)\ \frac{d}{dx}\sqrt{f(x)} = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$$

$$(6)\ \frac{d}{dx}\left[\frac{a}{f(x)}\right] = \frac{-a \times f'(x)}{[f(x)]^2}$$

قاعدة الضرب ⇐ مشتقة الأول في الثاني + الأول في مشتقة الثاني

قاعدة االقسمة ⇐ (مشتقة البسط في المقام – البسط في مشتقة المقام) على مربع المقام

قاعدة الجذر التربيعي ⇐ مشتقة ما تحت الجذر على 2 في الجذر

قاعدة ثابت على دالة ⇐ سالب الثابت في مشتقة المقام على مربع المقام

محمد عمر الخطيب

أوجد المشتقة $\frac{dy}{dx}$ في كل مما يأتي:

(1) $y = 2x^7$

(2) $y = -3x$

(3) $y = 5^2$

(4) $y = \frac{x}{2}$

(5) $y = \frac{4}{x}$

(6) $y = \frac{2}{x^3}$

(7) $y = \sqrt{x}$

(8) $y = \sqrt[3]{x^2}$

(9) $y = x^{\pi}$

(10) $y = e^2$

(11) $y = \cos \pi$

(12) $y = x\sqrt{x}$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

أوجد المشتقة في كل مما يأتي:

(1) $y = 2x^3 + 7x - 3\pi$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

---

(2) $y = x^5 - x^e + 6$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

---

(3) $y = -5x^4 - 2x^{-3} + 4x^{\frac{5}{4}} - \cos\frac{\pi}{4}$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

---

(4) $y = 3x^2 - \frac{3}{x^3} + \sqrt{x} - \frac{1}{2}$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

---

(5) $y = \frac{1}{2t} - \frac{4}{t^2} + \sqrt{t^3}$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

اوجد مشتقة كل دالة فيما يلي

(1) $f(t)=3t^3-2\sqrt{t}$

---

(2) $f(s)=5\sqrt{s}-4s^2+3$

---

(3) $f(w)=\frac{3}{w}-8w+1$

---

(4) $f(y)=\frac{2}{y^4}-y^3+2$

---

(5) $f(x)=\frac{10}{\sqrt[3]{x}}-2x+\pi$

---

(6) $f(x)=12x-x^2-\frac{10}{\sqrt[3]{x^2}}$

محمد عمر الخطيب

اوجد مشتقة كل دالة فيما يلي

(1) $f(s)=2s^{3/2}-3s^{-1/3}$

(2) $f(t)=3t^{\pi}-2t^{1.3}$

(3) $f(x)=x(3x^2-\sqrt{x})$

(4) $f(x)=\dfrac{3x^2-3x+1}{2x}$

(5) $f(x)=\dfrac{4x^2-x+3}{\sqrt{x}}$

(6) $f(x)=(x+1)(3x^2-4)$

محمد عمر الخطيب

أوجد $f'(x)$ ثم اوجد $f'(0)$ في كل مما يأتي:

(1) $f(x)=(x+5)(1-x^5)$

---

(2) $f(x)=(x^2+5)(x^2-5)$

---

(3) $f(x)=x(x+1)(2x-5)$

---

(4) $f(x)=(x^2+1)^2$

أوجد المشتقة $\frac{dy}{dx}$ ثم اوجد $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=1}$ في كل مما يأتي:

(1) $y=\frac{x^2-4}{x+3}$

---

(2) $y=\frac{6x}{\sqrt{x}+1}$

---

(3) $y=\frac{3}{x^2+1}$

---

(4) $y=(x+3)\frac{x^2-1}{x^2+5x}$

محمد عمر الخطيب

اشتقاق الدوال المعرفه بأكثر من قاعدة (الدوال المتفرعة)

ملاحظة: قبل دراسة اشتقاق الدالة عند نقطة يجب دراسة الاتصال عند هذه النقطة ونتاكد ان الدالة متصلة عندها

(1) لتكن: $f(x)=\begin{cases} x^3+1 & ,x\geq 1 \\ 3x & ,x<1 \end{cases}$

(أ) هل الدالة $f(x)$ متصلة عند $x=1$

(ب) هل الدالة $f(x)$ قابلة للاشتقاق عند $x=1$

(ج) اوجد $f'(x)$

---

(2) لتكن : $g(x)=|2x-6|$

(أ) هل الدالة $g(x)$ متصلة عند $x=3$

(ب) ابحث قابلية الاشتقاق للدالة $g(x)$ عند $x=3$

(ج) اوجد $g'(x)$

---

(3) لتكن : $g(x)=\begin{cases} x^3+1 & ,x\geq 1 \\ 3x-1 & ,x<1 \end{cases}$ اوجد $g'(x)$

---

(4) لتكن : $f(x)=[2x+1]$ اوجد

ملاحظة: مشتقة دالة الصحيح عند نقطة

(1) اذا كانت ناتج التمويض ما بداخل الصحيح عدد صحيح فان المشتقة غير موجودة

(2) اذا كانت ناتج التمويض ما بداخل الصحيح عدد كسر فان المشتقة موجودة وتساوى صفر

$(a)\ f'(1)$

$(b)\ f'(0.5)$

$(c)\ f'(2.4)$

محمد عمر الخطيب

اوجد النقاط التي تكون عندها الدالة $f(x)$ غير قابلة للاشتقاق

لايجاد النقاط التي عندها الدالة غير قابلة للاشتقاق نبحث عند

(1) نقاط التفرع (ممكن)

(2) اصفار مقام الدالة (اكيد)

(3) اصفار مقام المشتقة (اكيد)

$$(1)\ f(x)=\begin{cases}2x+1 & ,x\geq 1\\ 3x & ,x<1\end{cases}$$

$$(2)\ f(x)=\frac{1}{x-1}$$

$$(3)\ f(x)=\sqrt[3]{x}$$

$$(4)\ f(x)=|x-2|$$

$$(5)\ f(x)=|x|+|x-2|$$

$$(6)\ f(x)=|x^2-4|$$

$$(7)\ f(x)=|x-2|^2$$

$$(8)\ f(x)=\sqrt{|x|}$$

بفرض ان الدوال $g(x), f(x)$ ومشتقاتهما لهم القيم التالية عند $x = 2$

x	$f(x)$	$f'(x)$	$g(x)$	$g'(x)$
2	1	3	5	-4

اوجد :

(1) $\lim_{x\to 2}(f(x)+g(x))$ فسر إجابتك

---

(2) $\frac{d}{dx}(3f(x)+\frac{1}{4}g(x))$ $x=2$

---

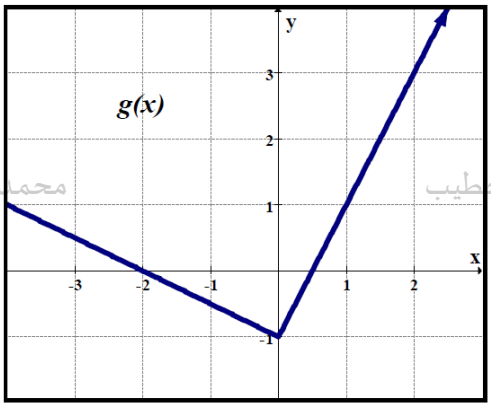
(3) $\frac{d}{dx}(f(x)\times g(x))$ $x=2$

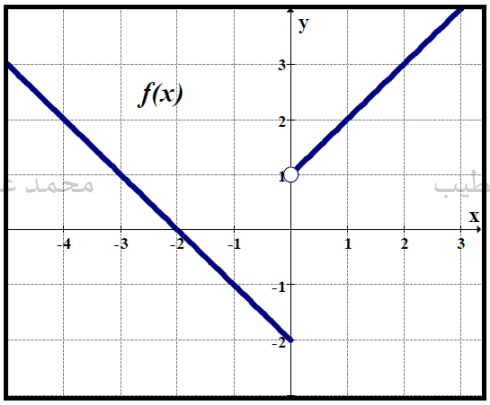
---

(4) $\frac{d}{dx}(\frac{f}{g})(x)$ $x=2$

المشتقة من الرسم هي الميل

بالاعتماد على الاشكال المجاورة





اوجد

(1) $\frac{d}{dx}\left[2g(x)-3f(x)\right]$ عند $x=-2$

---

(2) $\frac{d}{dx}\left[f(x)\times g(x)\right]$ عند $x=1$

---

(3) $\frac{d}{dx}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]$ عند $x=2$

المشتقات ذات الرتب العليا

المشتقات العليا هي اي مشتقة للدالة بعد المشتقة الأولى مثل المشتقة الثانية او الثالثة ...

وتكون المشتقة الثانية هي مشتقة المشتقة وهكذا

رمز المشتقة والمشتقات العليا

الرتبة	المشتقة	تفاضل ليبنز
1	$y' = f'(x)$	$\frac{dy}{dx}$
2	$y'' = f''(x)$	$\frac{d^2y}{dx^2}$
3	$y''' = f'''(x)$	$\frac{d^3y}{dx^3}$
4	$y^{(4)} = f^{(4)}(x)$	$\frac{d^4y}{dx^4}$

(1) إذا كانت: $y = x^4 - 3x^2 + 5$ **فاوجد :** $\frac{d^2y}{dx^2}$

---

(2) إذا كانت: $f(x) = x^5 - 6x^3 + 2x + 8$ **فاوجد :**

(a) $f^{(4)}(x)$

(b) $f^{(10)}(x)$

(1) اوجد صيغة عامة لـ $f^{(n)}(x)$ (المشتقة ذات الرتبة n) للدالة $f(x)=\frac{1}{x}$

---

(2) إذا كانت: $f(x)=x\,g(x)$ اوجد $f^{(n)}(x)$ (المشتقة ذات الرتبة n).

---

(3) اذا كانت الدالة $f(x)$ قابلة لاشتقاق عند $x=a$ فأثبت ان الدالة $f(x)$ متصلة عند $x=a$

ايجاد الثوابت للدوال القابلة للاشتقاق

(1) اوجد كل من a , b **التي تجعل** $f'(1)$ **موجودة حيث** $f(x)=\begin{cases} x^2+2x & x<1 \\ ax+b & x\geq 1 \end{cases}$

---

(2) اوجد كل من k , m **التي تجعل الدالة** $f(x)=\begin{cases} mx^2-2 & x<1 \\ k\sqrt{x} & x\geq 1 \end{cases}$ **قابلة للاشتقاق عند** $x=1$

محمد عمر الخطيب

(1) اوجد كل من a , b التي تجعل $f'(1)$ موجودة حيث

$$f(x)=\begin{cases}3-x & ,x<1\\ ax^2+bx & ,x\geq 1\end{cases}$$

---

(2) اوجد كل من a , b التي تجعل $f'(0)$ موجودة حيث

$$f(x)=\begin{cases}x+2 & ,x<0\\ a(x+b)^2 & ,x\geq 0\end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

(1) اذا كانت $f(x)=x^5-5x$ **فاوجد**

$(a)\ \lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}$

$(b)\ \lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f'(x)-f'(2)}{x-2}$

$(c)\ \lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^5-5x-4}{x+1}$

---

(2) اذا كانت $f(x)=x^3-ax$ **حيث** $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(3+h)-f(3)}{h}=22$ **فاوجد قيمة الثابت** a

---

(3) اذا كانت $f(x)=x^4+bx^2+3$ **حيث** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f'(x)-f'(2)}{x-2}=10$ **فاوجد قيمة الثابت** b

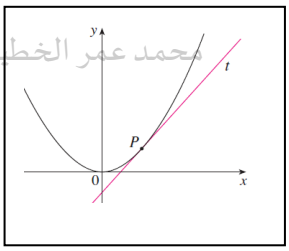
---

(4) أوجد كثيرة حدود من الدرجة الثانية $f(x)=ax^2+bx+c$ **و التي تحقق**

$f(0)=-2\ ,\ f'(0)=2\ ,\ f''(0)=3$

التطبيقات الهندسية (معادلة المماس والعمودي)

(1) معادلة المماس للدالة $f(x)$ **عند النقطة** (x_1, y_1) **هي**

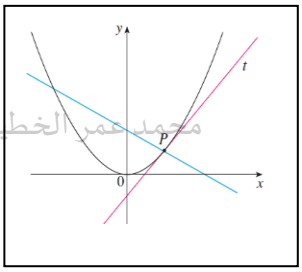


$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

حيث $m = m_t = f'(x_1)$

ملاحظة: نقطة التماس هي النقطة التي تقع على منحنى الدالة وعلى المماس ويكون عندها ميل المنحنى وميل المماس متساويان

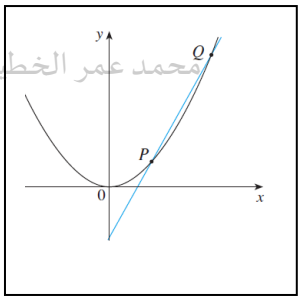
(2) معادلة العمودي على المماس للدالة $f(x)$ **عند النقطة** (x_1, y_1) **هي**



$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

حيث $m = m_\perp = \dfrac{-1}{m_t}$

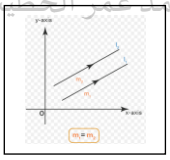
(3) معادلة القاطع التي تمر بالنقطتين $(x_2, y_2), (x_1, y_1)$ **هي**



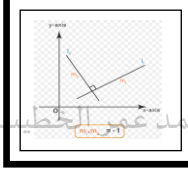
$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

حيث $m = m_s = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

ملاحظة: ليكن ميل المستقيم L_1 **هو** m_1 **و ميل المستقيم** L_2 **هو** m_2

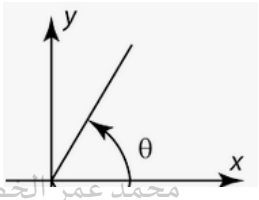


(1) اذا كان $m_2 = m_1$ فان $L_2 \,//\, L_1$ *(التوازي)* والعكس صحيح



(2) اذا كان $m_2 \times m_1 = -1$ فان $L_2 \perp L_1$ (التعامد) والعكس صحيح

ملاحظة: ميل المماس للدالة عند نقطة يساوي ظل الزاوية الموجبة (الدوران عكس عقارب الساعة) **التي يصنعها المماس مع محور السينات (** x **)**



$m = \tan\theta$

اذا كانت الزاوية سالبة اضف π او 180°

محمد عمر الخطيب

لتكن: $f(x)=x^2-3x$

(1) أوجـــد ميل المماس لمنحنى الدالة $f(x)$ عند النقطة $(1,-2)$

---

(2) أوجـــد معادلة المماس لمنحنى الدالة $f(x)$ عند النقطة $(1,-2)$

---

(3) أوجـــد معادلة العمودي على المماس لمنحنى الدالة $f(x)$ عند النقطة $(1,-2)$

---

(4) أوجد قيم x التي يكون المماس عندها أفقي

---

(5) اوجد الزاوية الموجبة التي يصنعها المماس مع محور السينات عند $x=1$.

محمد عمر الخطيب

(1) اوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة $f(x)=\frac{x+3}{x^2+1}$ عند $x=1$

---

(2) أوجـــد معادلة العمودي على المماس لمنحنى الدالة $f(x)=\frac{1}{x-1}$ عند $x=3$

---

(3) اوجد الزاوية الموجبة التي يصنعها المماس مع محور السينات للدالة $f(x)=\frac{1}{x-1}$ عند $x=3$

محمد عمر الخطيب

(1) إذا كانت: $f(x)=\frac{1}{x}$ اوجد جميع قيم x التي يكون عندها الميل يساوي $-\frac{1}{4}$

---

(2) اوجد قيم x التي يكون عندها المماس للدالة: $f(x)=x^3-3x+1$ أفقيا

---

(3) اوجد قيم x التي يكون عندها المماس للدالة: $f(x)=x^2+\frac{2}{x}$ أفقيا

---

(4) اوجد قيم x التي يصنع عندها المماس للدالة: $f(x)=x^3-2x+1$ زاوية قياسها 45°

---

(5) اوجد جميع قيم x والتي عندها يكون المماسان على الدالتين $y=x^3+2x+1$ ،

$y=x^4+x^3+3$ متوازيين

---

(6) اوجد قيمة x التي عندها المستقيم : $y=1-3x$ والمماس للمنحنى $y=x^3+1$ متعامدين

(1) بفرض ان الدالة $g(x)$ قابلة للاشتقاق حيث $g'(1)=-1, g(1)=3$

فاوجد معادلة المماس للدالة $h(x)$ عند $x=1$ حيث $h(x)=x^2 g(x)$

---

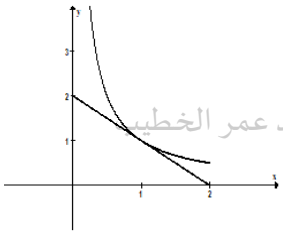
(2) بفرض ان $f(x), g(x)$ دوال قابلة للاشتقاق حيث

$f(1)=-2 , f'(1)=3$ و $g(1)=1 , g'(1)=-2$

فاوجد معادلة المماس للدالة $h(x)$ عند $x=1$ حيث $h(x)=\dfrac{f(x)}{g(x)}$

(1) لتكن $f(x)=\frac{1}{x}$ (أ) اوجد معادلة المماس للدالة عند $x=1$

(ب) اوجد مساحة المثلث في الربع الأول و المحصورة بالمماس



---

(2) اوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة : $y=x^2+2x$ عند النقطة التي يكون المماس عندها موازياً للمستقيم الذي معادلته: $y=4x+1$

---

(3) اوجد ميل المماس لكل دالة عند نقطة التقاطع ثم حدد الزاوية المحصورة بين المماسين

$(a)\quad y=x$ $(b)\quad y=\frac{1}{x^2}$

اوجد نقطة التقاطع

اوجد ميل المماس الأول m_1

واوجد الزاوية الموجبة θ_1

اوجد ميل المماس الثاني m_2

واوجد الزاوية الموجبة θ_2

الزاوية المحصورة هي حاصل طرح

الزاويتين (الاكبر ناقص الاصغر)

(1) إذا كان منحنى الدالة: $y = 2x^3 - kx + 2$ له مماس افقي عند $x = -1$ فاوجد قيمة k

---

(2) لتكن $f(x) = \sqrt{x}$ ، اوجد قيمة الثابت b التي تجعل المماس عند $x = 4$ موازياً للوتر(القاطع) المار بالنقطتين: $(b, \sqrt{b})$, $(1,1)$

---

(3) إذا كان المستقيم الذي معادلته : $y = 3x - a$ مماساً لمنحنى الدالة: $f(x) = 2x^2 - x + 1$

فاوجد قيمة الثابت a

(1) اوجد قيمة (قيم) x التي عندها لايوجد ميل للمماس على المنحنى $f(x)=\dfrac{x+2}{x-1}$

(قيم x التي عندها المشتقة غير موجودة)

---

(2) اوجد قيمة (قيم) x التي عندها لايوجد ميل للمماس على المنحنى $f(x)=x^{2/3}$

(قيم x التي عندها المشتقة غير موجودة)

---

(3) اوجد قيمة (قيم) x التي عندها لايوجد ميل للمماس على المنحنى $f(x)=|x-5|$

---

(4) اوجد قيمة (قيم) x التي عندها لايوجد ميل للمماس على المنحنى $f(x)=|x^2-3x-4|$

---

(5) اوجد قيمة (قيم) x التي عندها لايوجد ميل للمماس للدالة $f(x)=|x+1|+|x-3|$

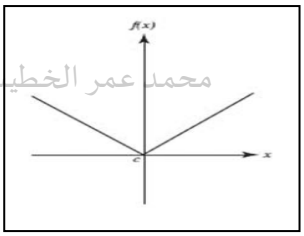
الركن والناب والمماس الرأسي

من خارج الكتاب

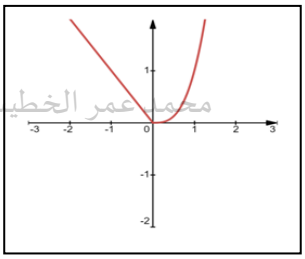
يسمى كل من الركن والناب رأس مدبب

اذا كانت الدالة $f(x)$ متصلة عند $x=c$

(1) يكون للدالة $f(x)$ ركن عند النقطة $x=c$



اذا كان $f'(c^-)\neq f'(c^+)$ وكلاهما اعداد حقيقية

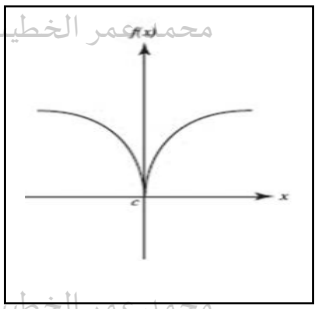


مثال $f(x)=\begin{cases}-x & x\le 0\\ x & x>0\end{cases}\Longrightarrow f'(x)=\begin{cases}-1 & x<0\\ 1 & x>0\end{cases}$

يوجد ركن عند $x=0$ $\boxed{\begin{array}{l}f'(0^-)=-1\\ f'(0^+)=1\end{array}}$

---

(2) يكون للدالة $f(x)$ ناب عند النقطة $x=c$



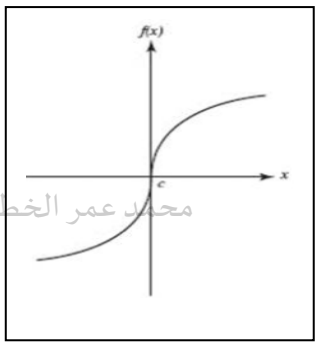
اذا كان $f'(c^-),f'(c^+)$ احداهما ∞ او $-\infty$

مثال $f(x)=x^{\frac{2}{3}}\Longrightarrow f'(x)=\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}=\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$

يوجد ناب عند $x=0$ $\boxed{\begin{array}{l}f'(0^-)\to-\infty\\ f'(0^+)\to\infty\end{array}}$

---

(3) يكون للدالة $f(x)$ مماس رأسي عند النقطة $x=c$



اذا كان $f'(c^-),f'(c^+)$ كلاهما ∞ او كلاهما $-\infty$

مثال $f(x)=x^{\frac{1}{3}}\Longrightarrow f'(x)=\frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}=\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$

يوجد مماس رأسي عند $x=0$ $\boxed{\begin{array}{l}f'(0^-)\to\infty\\ f'(0^+)\to\infty\end{array}}$

التطبيقات الفيزيائية (الحركة على خط مستقيم)

اذا كانت دالة الموضع او الموقع لجسم يتحرك على خط مستقيم هي $s(t)$

فان

(1) الازاحة خلال الفترة الزمنية $[t_1,t_2]$ هي $\Delta s = s(t_2) - s(t_1)$

(2) السرعة المتجهه(السرعة المتجهه اللحظية) هي المشتقة الأولى لدالة الموقع $v(t) = s'(t)$

(3) التسارع هو المشتقة الثانية لدالة الموقع $a(t) = v'(t) = s''(t)$

(4) السرعة المتجهه المتوسطة على الفترة الزمنية $[t_1,t_2]$ هي

$$v_{avg} = \frac{s(t_2) - s(t_1)}{t_2 - t_1}$$

(5) السرعة هي القيمة المطلقة للسرعة المتجهه

ملاحظات

(1) اذا كانت اشارة السرعة المتجهة موجبة (+) يكون الجسم متجهاً لليمين او (للاعلى)

(2) اذا كانت اشارة السرعة المتجهة سالبة (-) يكون الجسم متجهاً لليسار او (للاسفل)

(3) يكون الجسم متسارعاً اذا كانت للسرعة والتسارع لهما نفس الاشارة (+ و +) او(- و -)

(4) يكون الجسم متباطئاً اذا كانت السرعة والتسارع لهما اشاراتين مختلفاتين (- و +) او(+ و -)

(5) اقصى ارتفاع يصل الية الجسم عندما تنعدما السرعة

[نجد زمن اقصى ارتفاع بوضع $v(t) = 0$ ثم نعوض هذ الزمن بالدالة $s(t)$]

(6) سرعة اصطدام الجسم بالارض

[نجد زمن الاصطدام بوضع $s(t) = 0$ ثم نعوض هذ الزمن بالدالة $v(t)$]

تمثل الدالة : $s(t) = 60t - 5t^2$ ارتفاع جسم قذف رأسياً للاعلى من الارض حيث t بالثواني و s بالمتر

(1) اوجد موقع الجسيم بعد مرور 3 ثواني.

---

(2) اوجد موقع الجسيم بعد مرور 10 ثواني.

---

(3) اوجد السرعة المتجهة المتوسطة اول 5 ثواني.

---

(4) اوجد السرعة المتجهة المتوسطة على الفترة الزمنية $[2,7]$

---

(5) اوجد السرعة المتجهه اللحظية للجسيم عند $t = 4$.

---

(6) اوجد السرعة المتجهه للجسيم عند $t = 9$.

---

(7) اوجد تسارع الجسيم عند $t = 5$.

تمثل الدالة : $s(t) = 60t - 5t^2$ ارتفاع جسم قذف رأسياً للاعلى من الارض حيث t بالثواني و s بالمتر

(1) اوجد أقصى ارتفاع يصل إلية الجسم. (اقصى ارتفاع يصل اليه الجسم عندما تنعدم السرعة)

---

(2) أوجد سرعة الجسم عندما يكون على ارتفاع $100\ m$.

---

(3) أوجد سرعة الجسم عندما يرتطم بالارض

---

(4) هل كان الجسم صاعداً أم هابطاً عند $t = 7$

محمد عمر الخطيب

تحرك جسم على خط مستقيم بحيث يعطى موقعه S في أي لحظة t بالدالة:

$s(t)=t^2-10t+12$ حيث t بالثانية و s بالقدم

فاوجد:

(1) ازاحة الجسم خلال أول 10 ثواني.

---

(2) السرعة المتوسطة المتجهة للجسم في الفترة $[2,5]$

---

(3) السرعة المتجهة عند الثانية الثالثة.

---

(4) متى تتعدم سرعة الجسم.

---

(5) ما قيم التسارع في أي لحظة.

---

(6) صف حركة الجسم (متى يتحرك لليمين ومتى لليسار، متى يكون متسارعاً ومتى متباطئاً)

t	
إشارة $v(t)$	
إشارة $a(t)$	

(1) تمثل الدالة $s(t)=\sqrt{t^2+8t}$ موقع جسم بالقدم عند الزمن t ثانية اوجد السرعة المتجهة المتوسطة بين $t=0$ و $t=1$

---

(2) تمثل الدالة $s(t)=\sqrt{t^2+8t}$ موقع جسم بالقدم عند الزمن t ثانية اوجد السرعة المتجهة اللحظية عند $t=1$

---

(3) جسيم يتحرك في خط مستقيم بحيث ان : $s(t)=t\sqrt{t}+6\,t$ حيث s المسافة بالأمتار و t الزمن بالثانية اوجد تسارع هذا الجسم عندما تكون سرعته المتجهه $12m/s$

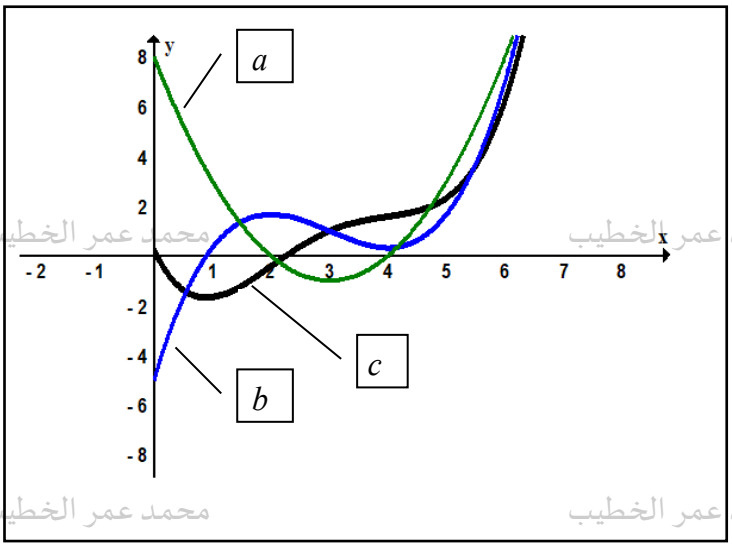
---

(4) يمثل الجدول المجاور المسافات المقطوعة $s(t)$ بالمتر خلال الفترة الزمنية t ، قدر السرعة اللحظية المتجهة عند $t=2$

t	1.6	1.8	2.0	2.2	2.4
$s(t)$	3.1	3.9	4.5	5.1	5.5

محمد عمر الخطيب

(1) في الشكل المقابل اياً من المنحنيات يمثل:



دالة الموقع.

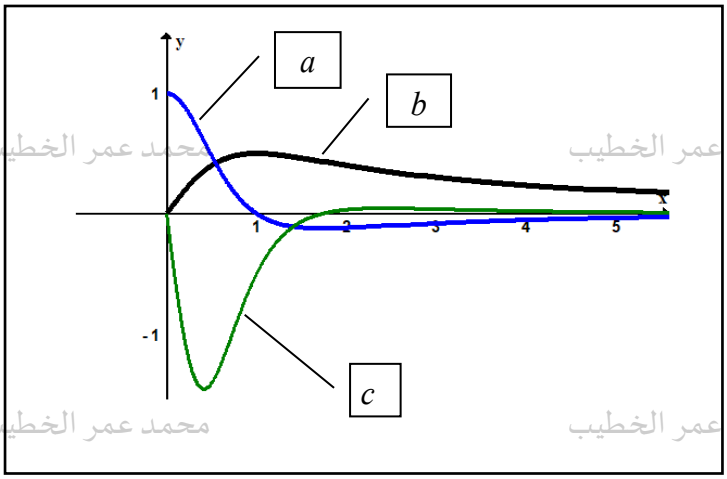
دالة السرعة المتجهة.

دالة التسارع.

---

(2) في الشكل المقابل اياً من المنحنيات

يمثل:



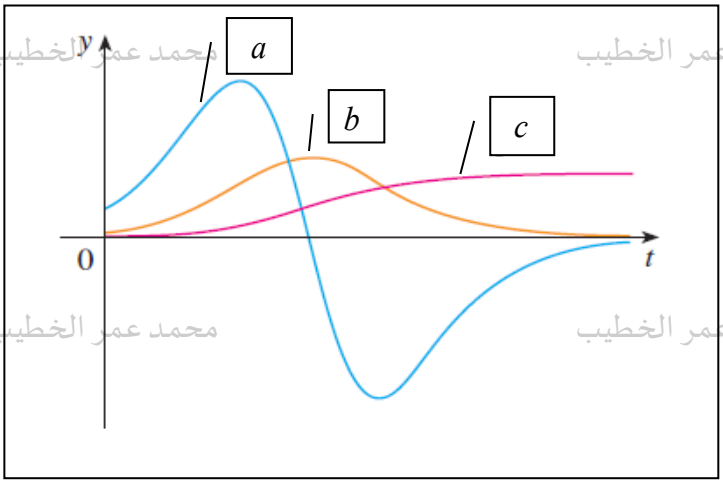
دالة الموقع.

دالة السرعة المتجهة.

دالة التسارع.

---

(3) في الشكل المقابل اياً من المنحنيات يمثل:



دالة الموقع.

دالة السرعة المتجهة.

دالة التسارع.

تحدد العلاقة $u(\mathrm{m})=\dfrac{83m}{m+0.05}$ $meter/s$ السرعة الإبتدائية لكرة جولف كتلتها $0.05\ kg$

ضربت بعصا كتلتها $m\ kg$ والسرعة الابتدائية للعصا $50\ m/s$

وزن الكرة ...ثابت

سرعة المضرب ...ثابت

(1) اوجد السرعة الابتدائية للكرة عندما يكون وزن العصا $0.15\ kg$

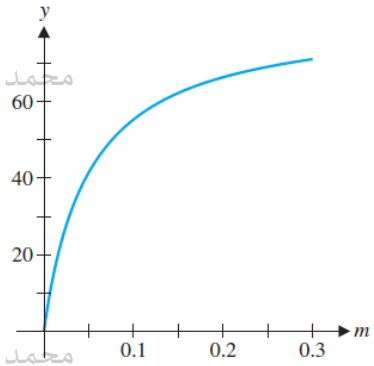
(2) اوجد السرعة الابتدائية للكرة عندما يكون وزن العصا $0.20\ kg$. ماذا تلاحظ

(3) اوجد $u'(m)$

التفسير:

بما ان المشتقة موجبة (الميل موجب) يعني كلما زادت كتلة العصا زادت السرعة الأبتدائية للكرة

(العلاقة بين المتغيرين طردية)



(4) بين ان $u'(m)>0$ ثم فسر النتيجة

(5) اوجد $u'(0.15)$ و $u'(0.20)$ ثم فسر النتيجة

التفسير:

معدل التغير (الزيادة او النقصان) للعصا الثقيلة اقل من معدل التغير (الزيادة او النقصان) للعصا الخفيفة في وحدة الزمن

محمد عمر الخطيب

تمثل المعادلة:

$$r=\frac{1}{\frac{0.55}{c}+\frac{0.45}{h}}=\frac{ch}{0.55h+0.45c}$$

كمية الوقود المستهلك بالجالون لسيارة تسير داخل المدينة مسافة c ميل وعلى الطريق السريع مسافة h ميل

(أ) اوجد كمية الوقود المستهلك عندما تقطع السيارة 100 ميل داخل المدينة و 50 ميل على الطريق السريع

(ب) اوجد كمية الوقود المستهلك عندما تقطع السيارة 50 ميل داخل المدينة و 100 ميل على الطريق السريع

(ج) اوجد $\frac{dr}{dc}$ ثم بين ان $\frac{dr}{dc}>0$ وفسر النتيجة

اعتبر h ثابت

التفسير:

العلاقة بين المتغيرين طردية

التطبيقات الحياتية (معدلات التغير)

ملاحظة : معدل التغير = المشتقة

(1) في بستان فاكهة به أشجار خوخ ،وجد أن الكمية P من الخوخ السليم بالكيلو غرام تنتجها شجرة متوسطة الإنتاج يتوقف على عدد الكيلو غرامات x من المبيد الحشري المستخدم لرش الشجرة

حسب العلاقة: $P(x)=300-\frac{100}{x}$

اوجد معدل التغير في انتاج الشجرة من الخوخ عند استخدام 4 كيلو من المبيد الحشري.

---

(2) تشير دراسة بيئية لاحد المدن ان تركيز اول اكسيد الكربون في الهواء يعطى بالعلاقة:

$$Q(t)=0.05t^2+0.1t+3.4$$

حيث Q تقاس بالجزء من المليون و t تقاس بالسنوات

(أ) اوجد متوسط التغير في تركيز اول اكسيد الكربون في الفترة الزمنية $[1,10]$

(ب) اوجد معدل التغير في تركيز غاز اول اكسيد الكربون بعد 3 سنوات

---

(3) تمثل الدالة $f(t)=\sqrt{t+4}$ اجمالي المبيعات عند الزمن t بالشهور ،اوجد معدل التغير في المبيعات عند الشهر الخامس ، صف ماذا يحدث لمعدل التغير في المبيعات مع مرور الزمن

(1) يبيع مصنع دمى 120000 قطعة سنوياً بسعر القطعة 25 درهم ، اذا اراد صاحب المصنع زيادة لمبيعات بمعدل 2000 قطعة سنويا وتخفيض سعر القطعة بمعدل 50 فلس للقطعة ، اوجد معدل التغير التقريبي في دخل المصنع السنوي ، هل قرار ادارة المصنع كان صحيحاً.

الكمية $Q(t)$
معدل التغير في الكمية $Q'(t)$
السعر $P(t)$
معدل التغير في السعر $P'(t)$
الايراد $R(t)$
$R(t)=Q(t)\times P(t)$
معدل التغير في الايراد $R'(t)$
ملاحظة: في حالة لم يعطى زمن فاننا نعوض بدل الزمن صفر ويكون الجواب معدل تقريبي للتغير عند اي سنة

---

(2) شركة لإنتاج العاب الأطفال تبيع إنتاجها البالغ 25000 قطعة سنوياً بسعر 40 درهم للقطعة الواحدة إذا قررت الشركة زيادة الإنتاج بمعدل 2000 قطعة سنوياً لرفع إيراداته بمعدل 130000 درهم سنوياً احسب معدل التغير في سعر القطعة سنوياً الذي على الشركة أن تزيده لتحقيق ذلك الإيرادات.

(1) استأجر أعضاء احد النوادي بركة سباحة لمدة 10 سنوات .وتم تقسيم الايجار بالتساوي على الاعضاء المساهمين .وكان هناك 80 عضواً.حيث ايجار البركة 8000 درهم سنوياً. فاذا كان عدد الأعضاء يتزايدون بمعدل 20 عضواً في السنة وايجار البركة يتزايد بمعدل 1000 درهم سنوياً. ما المعدل اللحظي للتغير في نصيب كل واحد من الاعضاء المشاركين من ايجار بركة السباحة.

---

(2) يبيع مصنع دمى $Q(t)$ قطعة سنوياً وبنسبة نقصان في معدل التغير هو 4% سنوياً ،اذا كان سعر القطعة $P(t)$ ويتزايد بنسبة في معدل التغير هو 3% سنوياً ، ،والدخل السنوي للمصنع هو $R(t)$ ،اوجد النسبة المئوية لمعدل التغير في دخل المصنع السنوي ،هل قرار ادارة المصنع كان صحيحاً.

النسبة المئوية لمعدل التغير في الايراد هو $\dfrac{R'(t)}{R(t)}\times 100\%$

---

(3) يمثل الجدول المجاور المبيعات السنوية $f(t)$ لاحدى الشركات بملاين الدراهم خلال فترة زمنية

t	1990	1995	2000	2005	2010
$f(t)$	1.7	2.1	2.4	2.8	3.0

قدر معدل التغير في المبيعات عام 2000 السنوي

ملاحظة: سيتم شرح الدرس السادس (مشتقة الدوال الدائرية) قبل الدرس الخامس (قاعدة السلسلة)

مشتقات الدوال المثلثية

$\frac{d}{dx}\sin x=\cos x$ $\frac{d}{dx}\cos x=-\sin x$ $\frac{d}{dx}\tan x=\sec^2 x$	$\frac{d}{dx}\sec x=\sec x\tan x$ $\frac{d}{dx}\csc x=-\csc x\cot x$ $\frac{d}{dx}\cot x=-\csc^2 x$	تذكر ان قوانين النهايات $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$ $\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x}=0$

اوجد $\frac{dy}{dx}$ في كل مما يأتي:

(1) $y=1+x-\cos x$

---

(2) $y=\tan x-\sin\frac{\pi}{2}$

---

(3) $y=\sin x+\cot x-\frac{2}{x}$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

اوجد $\frac{dy}{dx}$ في كل مما يأتي:

(1) $y = 3x - 4\sin x + \pi$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

---

(2) $y = \sec x - \csc x$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

---

(3) $y = \sin x - \cos x - \sqrt{x}$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

---

(4) $y = \sin x \cos x$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

---

(5) $y = x^3 \tan x$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

---

(6) $y = \frac{x}{1 + \cos x}$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

أوجد $f'(x)$ في كل مما يأتي:

(1) $f(x)=\sin^2 x+\cos^2 x$

---

(2) $f(x)=\dfrac{\sin x}{\sec x+x}$

---

(3) $f(x)=\dfrac{\sin x}{\sin x+\cos x}$

---

(4) $f(x)=\dfrac{x}{1+\cot x}$

---

(5) $f(x)=\dfrac{\csc x}{x^2-1}$

محمد عمر الخطيب

أوجد $f'(x)$ في كل مما يأتي:

(1) $f(x)=\dfrac{-2}{1+\sec x}$

---

(2) $f(x)=\dfrac{\cot x}{x}-\sec x$

---

(3) $f(x)=\dfrac{\sec^2 x-\tan^2 x}{\sec x}$

---

(4) $f(x)=(3x^2+1)\cot x$

---

(5) $f(x)=\dfrac{\sec x-\csc x}{\sin x+\cos x}$

---

(6) $f(x)=x\sin x\cos x$

محمد عمر الخطيب

(1) إذا كان: $y = \sec x$ **فاوجد** $\frac{d^2y}{dx^2}$

---

(2) إذا كانت: $f(x) = x\sin x + \cos x$

فاثبت أن: $xf''(x) + xf(x) - 2f'(x) = 0$

محمد عمر الخطيب

المشتقات المتكررة

إذا كان : $y = x^3 + \sin x$ فاوجد:

(1) $\frac{d^2y}{dx^2}$

(2) $\frac{d^{10}y}{dx^{10}}$

(3) $\frac{d^{263}y}{dx^{263}}$

(4) $\frac{d^{801}y}{dx^{801}}$

(5) $\frac{d^{1000}y}{dx^{1000}} + \frac{d^{502}y}{dx^{502}}$

(6) $\frac{d^{1000}}{dx^{1000}}\left(\frac{d^{404}y}{dx^{404}}\right) = \frac{d^{1404}}{dx^{1404}}$

ملاحظة: في الدوال الدورية

لايجاد المشتقة ذات الرتبة n

نقسم العدد n على 4 بالآلة الحاسبة

ونلاحظ الكسر العشري فقط

فاذا كان الكسر العشري

0 تكون الدالة الاصلية

0.25 (ربع) تكون المشتقة الأولى

0.50 (ربعين) تكون المشتقة الثانية

0.75 (3 ارباع) تكون المشتقة الثالثة

مع ملاحظة ان الدالة الحدودية

تختفي بعد عدد معين من المشتقات

محمد عمر الخطيب

(1) اذا كانت : $g(x)=\begin{cases}\sin x & ,x\geq \pi \\ a\,x+b & ,x<\pi\end{cases}$

اوجد قيمة كل من الثابتين a,b **بحيث تكون الدالة** $g(x)$ **قابلة للاشتقاق عند** $x=\pi$

---

(2) اوجد معادلة المماس للدالة $y=\dfrac{\sin x}{1+\cos x}$ **عند** $x=\dfrac{\pi}{2}$

---

(3) اذا كان $f(x)=\sqrt[3]{x}\sin x$ **فاوجد** $f'(0)$

ملاحظة :

اذا كان ناتج التعويض بعد الاشتقاق يساوي صفر على صفر فيجب اخذ النهاية لايجاد قيمة المشتقة عند النقطة او ايجاد المشتقة بالتعريف

قاعدة السلسلة

محمد عمر الخطيب

(الشكل الأول)

ام قوس

$$\frac{d}{dx}[f(x)]^n = n \times [f(x)]^{n-1} f'(x)$$

(الشكل الثاني)

التركيب

$$\frac{d}{dx}[(f \circ g)(x)] = \frac{d}{dx}[f(g(x)] = f'(g(x)) \times g'(x)$$

(الشكل الثالث)

السلسلة

$$y \rightarrow u \rightarrow x$$

$$y = f(u) \quad , \quad u = g(x)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{\frac{dt}{dx}}$$

مشتقة الدالة العكسية

اذا كانت $g(x) = f^{-1}(x)$ فان

$$g'(x) = \frac{1}{f'(g(x))}$$

او

$$\left[f^{-1}(x)\right]' = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

اوجد $\frac{dy}{dx}$ في كل مما يأتي:

(1) $y=(x^2+3)^5$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

---

(2) $y=\frac{3}{(x^3-5x+8)^3}$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

---

(3) $y=x^5(4x-1)^3$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

---

(4) $y=(2x+1)^5(2x-1)^5$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

---

(5) $y=(\frac{x^2+3}{2x-4})^3$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

---

(6) $y=\sqrt{x+\sqrt{x}}$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

اوجد $\frac{dy}{dx}$ في كل مما يأتي:

(1) $y = (\sin x - x)^5$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

---

(2) $y = \sin^2 x$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

---

(3) $y = \sec^5 x$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

---

(4) $y = x\cos^2 x$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

---

(5) $y = \sin^3 x \cos x$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

---

(6) $y = x\sqrt{\sin x}$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

اوجد المشتقة $f'(x)$ في كل مما يأتي:

الزاوية خلاف x

(1) $f(x)=\cos(\sqrt{x})$

(2) $f(x)=\tan\sqrt{x^3+1}$

(3) $f(x)=\sin(\cos 4x)$

(4) $f(x)=\sin^2(2x)$

(5) $f(x)=\cot^2 x^3$

(6) $f(x)=\cos(\frac{1}{\cos x})$

(7) $f(x)=\frac{1}{\sin 4x}$

محمد عمر الخطيب

اوجد المشتقة $f'(x)$ في كل مما يأتي:

(1) $f(x)=\sin(\cos\sqrt{x})$

---

(2) $f(x)=\sec^2 x\tan x^2$

---

(3) $f(x)=\dfrac{\sin x^2}{x^2}$

---

(4) $f(x)=\tan 3x-\csc^2 x$

---

(5) $f(x)=\sqrt{\tan x^2+2}$

---

(6) $f(x)=\sqrt{\sin x\cos x}$

محمد عمر الخطيب

اوجد مشتقة كل من الدوال التالية

(1) $f(x) = \sin x^2 \tan x$

(2) $f(x) = \sin^2(\tan x)$

(3) $f(x) = \sin(\tan^2 x)$

(4) $f(x) = \sec x^2 \tan x^2$

(5) $f(x) = \sec^2(\tan x)$

(6) $f(x) = \sec(\tan^2 x)$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

اوجد مشتقة كل دالة فيما يلي

(1) $f(x) = 4sin^2 3x + 4cos^2 3x$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

---

(2) $f(t) = \sqrt{cos\,5t\ sec\,5t}$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

---

(3) $f(x) = x\ tan\sqrt{x^2+1}$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

---

(4) $f(x) = 4x^2 sin\,x\ sec\,3x$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

---

(5) $f(x) = tan^4(sin^3(x^2))$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) اذا كان : $f(x)=\sin 2x$ **فاوجد**

$(a)\quad f^{(75)}(x)$

$(b)\quad f^{(101)}(x)$

$(c)\quad f^{(101)}(\pi)$

---

(2) اذا كان : $f(x)=\sin x+\cos 3x$ **فاوجد**

$(a)\quad f^{(11)}(x)$

$(b)\quad f^{(20)}(\pi)$

$(c)\quad \lim_{x\to 0}\dfrac{f(x)-f(0)}{x}$

محمد عمر الخطيب

اوجد $\frac{dy}{dx}$ في كل مما يأتي عند النقطة المشار إليها:

(1) $y = u^2 + 3\sin u \quad , u = x^2 - 1, \quad x = 1$

---

(2) $y = u^2 + \sec u \quad , \; u = \pi x^2 \quad , x = \frac{1}{2}$

---

(3) $\left.\frac{dy}{du}\right|_{u=-1} = -3 \quad , u = x^2 - 3x + 1, \quad x = 1$

---

(4) $y = \tan(t + \frac{\pi}{4}) \quad , x = 3t^2 - t \quad , t = 0$

محمد عمر الخطيب

اوجد $\frac{dy}{dx}$ في كل مما يأتي

(1) $y = f(x^2)$

(2) $y = f(\sqrt{x})$

(3) $y = [f(x)]^2$

(4) $y = \sqrt{f(x)}$

(5) $y = f(f(x))$

(6) $y = f(x\, f(x))$

(7) $y = f(\frac{x}{f(x)})$

(8) $y = x\, f(x^3)$

محمد عمر الخطيب

بفرض ان الدوال: $f(x)$, $g(x)$ ومشتقاتهما لهم القيم التالية عند $x = 2$

x	$f(x)$	$f'(x)$	$g(x)$	$g'(x)$
2	1	3	2	-4

اوجد $h'(2)$ في الحالات التالية

(1) $h(x) = 4f(x) + g(x) - x^2$

---

(2) $h(x) = f^3(x) + \dfrac{1}{g(x)}$

---

(3) $h(x) = \sqrt{f(x) + 2g(x)}$

---

(4) $h(x) = f(g(x))$

بفرض أن الدوال: $g(x), f(x)$ ومشتقاتهما لهم القيم التالية عند $x=2, x=4$

x	$f(x)$	$f'(x)$	$g(x)$	$g'(x)$
2	3	7	4	6
4	2	-5	9	-3

اوجد $h'(x)$ عند القيمة المشار اليها:

(1) $h(x)=f(\sqrt{x})$ $x=4$

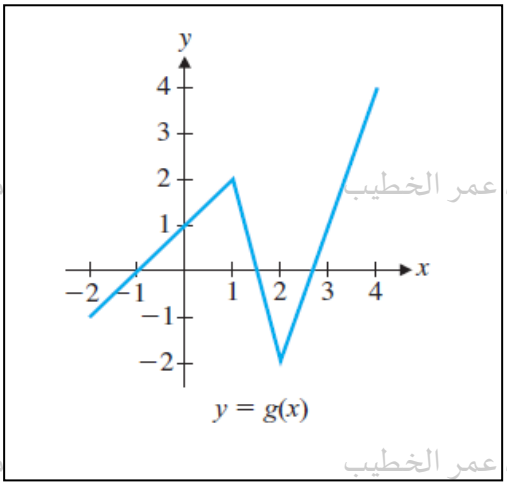
---

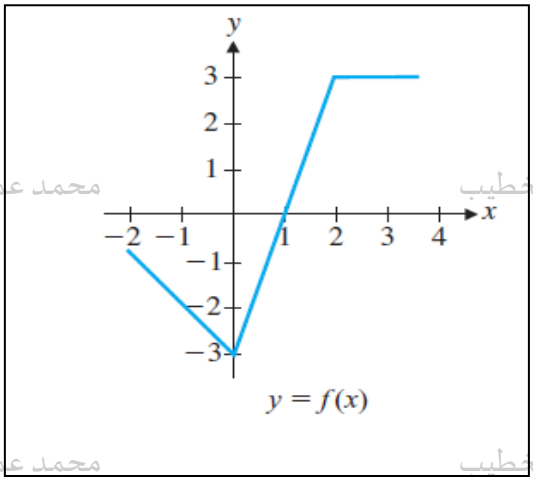
(2) $h(x)=f(g(x))$ $x=2$

---

(3) $h(x)=f^3(x^2)$ $x=2$

الرسم البياني المجاور يمثل بيان الدالة $f(x), g(x)$





(1) اوجد $h'(0)$ **حيث**

$$h(x) = f(g(x))$$

---

(2) اوجد $h'(-1)$ **حيث**

$$h(x) = f(f(x))$$

---

(3) اوجد $h'(1)$ **حيث**

$$h(x) = (g \circ f)(x)$$

محمد عمر الخطيب

(1) بفرض ان الدوال: $g(x), f(x)$ **ومشتقاتهما لهم القيم التالية**

$$f(1)=3, g(1)=2, f'(1)=4, f'(2)=3, g'(1)=-2, g'(3)=5$$

اوجد $h'(1)$ **حيث** $h(x)=f(g(x))$

---

(2) اذا كان $y=f(x^2+x)+f(2)$ **وكان** $f'(2)=-1$ **،فاوجد** $\frac{dy}{dx}$ **عند** $x=1$

---

(3) اذا علمت ان: $h(x)=f(x^2+g(x))$

$g(-2)$	$f'(3)$	$g'(-2)$
-1	-4	2

اوجد $h'(-2)$

---

(4) إذا كان $f(\frac{1}{x})=4x^3-7x+1$ **فاوجد** $f'(2)$

محمد عمر الخطيب

(1) لتكن:

$$f(x)=\begin{cases}1+\cos 2x & ,x \geq \dfrac{\pi}{4}\\ a+bx & ,x < \dfrac{\pi}{4}\end{cases}$$

دالة قابلة للاشتقاق عند $x=\dfrac{\pi}{4}$ فاوجد قيمة كل من a,b

---

(2) اذا كانت $h'(x)=n\sqrt{h(x)}$ حيث $n>0$ و $h''(x)=18$ فاوجد قيمة الثابت n

محمد عمر الخطيب

(1) اوجد معادلة المماس للدالة $f(x)=\sin 4x$ **عند** $x=\frac{\pi}{8}$

---

(2) اوجد قيم x **التي يكون عندها المماس للدالة** $f(x)=x-\sin 2x$ **افقي**

---

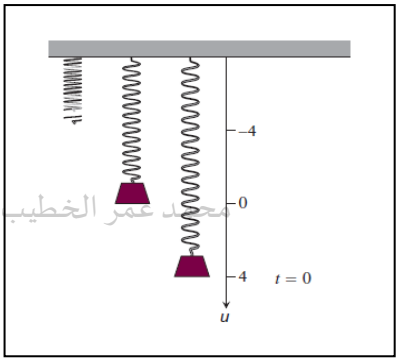
(3) اوجد قيم x **التي يصنع عندها المماس لمنحنى الدالة** $f(x)=x-2\cos x$

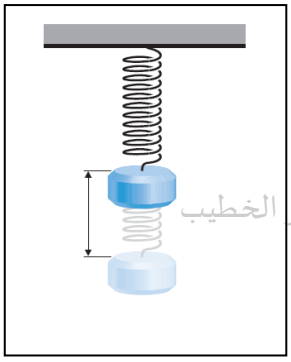
مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية مقدارها 135°

---

(4) اوجد قيم x **التي تجعل الدالة** $f(x)=\sqrt[3]{x^3-3x^2+2x}$ **غير قابلة للاشتقاق**

لتكن $u(t)=4\cos(2t)$ تقيس مقدار الازاحة بالبوصة لكتلة معلقة في زنبرك لمدة t ثانية بعد تحريرها





(1) احسب السرعة المتجهة عند اي زمن

---

(2) اوجد اقصى سرعة متجهه للزنبرك

اقصى سرعة متجهة هي السعة

نقطة التوازن عندما تكون

$$u(t)=0$$

---

(3) اوجد الزمن الذي تكون فية السرعة المتجهه اكبر ما يمكن

---

(4) احسب موقع الجسم عندما تتعدم سرعتة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) اوجد الدالة $g(x)$ **التي تجعل** $g'(x)=f(x)$ **حيث**

الحل بالتخمين

$(a)\quad f(x)=2x\left(x^2+3\right)^3$

$(b)\quad f(x)=\dfrac{\cos x}{\sqrt{\sin x+1}}$

---

(2) تسمى الدالة $f(x)$ **دالة زوجية اذا حققت** $f(-x)=f(x)$ **لكل قيم** x

وتسمى دالة فردية اذا حققت $f(-x)=-f(x)$ **لكل قيم** x

اثبت ان مشتقة الدالة الزوجية هي دالة فردية

مشتقة الدالة العكسية

اذا كانت $g(x)=f^{-1}(x)$ فان

$$g'(x)=\frac{1}{f'(g(x))}$$

او

$$\left[f^{-1}(x)\right]'=\frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$$

(1) اذا كانت $f(x)=x^3-3$ **وكانت** $g(x)=f^{-1}(x)$ **،فاوجد** $g'(5)$

---

(2) اذا كانت $f(x)=x^3+4x-1$ **وكانت** $g(x)=f^{-1}(x)$ **،فاوجد** $g'(-1)$

---

(3) اذا كانت $f(x)=x^3+3\sin x+2\cos x$ **وكانت** $g(x)=f^{-1}(x)$ **،فوجد** $g'(2)$

محمد عمر الخطيب

(1) اذا كانت الدالة $f(x)=\sqrt{x^3+2x+4}$ **لها معكوس هي** $g(x)$ **،فاوجد** $g'(2)$

---

(2) اعتمد على الجدول المجاور لايجاد معادلة المماس للدالة $g(x)=f^{-1}(x)$ **عند** $x=2$

x	$f(x)$	$f'(x)$
2	3	4
3	2	5

---

(3) اذا كانت $f(x)=x^3+5x$ **حيث** $f(1)=6$ **،فاوجد** $\left[f^{-1}(x)\right]'$ **عند** $x=6$

---

(4) اذا كانت $f(x)=x^3+5x+6$ **لها الدالة العكسية** $g(x)$ **،فاوجد** $g'(x)$ **بدلالة** $g(x)$

مشتقة الدوال الاسية

$$\frac{d}{dx}e^{f(x)} = e^{f(x)} \times f'(x)$$
$$\frac{d}{dx}a^{f(x)} = a^{f(x)} \times f'(x) \times \ln a$$

$$\frac{d}{dx}e^{x} = e^{x}$$
$$\frac{d}{dx}a^{x} = a^{x} \times \ln a$$

تذكر

خاصية تغير الأساس

$$a^{x} = e^{x \ln a}$$

مشتقة الدوال اللوغارتمية

$$\frac{d}{dx}\ln f(x) = \frac{f'(x)}{f(x)}$$
$$\frac{d}{dx}\log_a f(x) = \frac{f'(x)}{f(x) \times \ln a}$$

$$\frac{d}{dx}\ln x = \frac{1}{x}$$
$$\frac{d}{dx}\log_a x = \frac{1}{x \times \ln a}$$

$$\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$$

وبشكل عام $\frac{d}{dx}\ln|x| = \frac{1}{x}$ و $\frac{d}{dx}\ln|f(x)| = \frac{f'(x)}{f(x)}$

ملاحظة: يمكن الاستفادة من خواص الأسس واللوغاريتمات قبل الاشتقاق

اوجد $\frac{dy}{dx}$ **في كل مما يلي :**

(1) $y = 2e^{-3x}$

(2) $y = e^{\sin x}$

(3) $y = (\frac{1}{e})^{x^2-1}$

(4) $y = 2^{\tan x}$

(5) $y = 3^{\sqrt{x}}$

محمد عمر الخطيب

اوجد $\frac{dy}{dx}$ في كل مما يلي :

(1) $y = 5^{2x} + \ln(x^2 - 5x)$

---

(2) $y = e^{\sqrt{x}} + \ln|2 - \cos x|$

---

(3) $y = \ln|\sec x + \tan x|$

---

(4) $y = x^2 e^{\cos x}$

---

(5) $y = x\ 5^{3x}$

---

(6) $y = \frac{e^{\sqrt{x^2+1}}}{2x}$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

اوجد $\frac{dy}{dx}$ في كل مما يلي :

(1) $y = 2^{e^x} + 3^{\cos x} + \log_2 x$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

---

(2) $y = \ln(\sin 2x)$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

---

(3) $y = e^{1/x} + x \ln x$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

---

(4) $y = \ln(\tan^2 x^3)$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

---

(5) $y = \ln(x-1) + \ln(e^{\sec x}) + e^{2\ln x}$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

---

(6) $y = \ln(\cos 3x) + 3^{\sin x^3}$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

اوجد مشتقة كل من الدوال التالية

(1) $f(x)=\sin(\ln x^2)$

---

(2) $g(t)=\ln(\sin t^2)$

---

(3) $f(x)=\dfrac{\sqrt{\ln x}}{x}$

---

(4) $g(t)=\dfrac{\ln\sqrt{t}}{t}$

---

(5) $f(x)=\dfrac{e^x}{2^x}$

محمد عمر الخطيب

اوجد $\frac{dy}{dx}$ في كل مما يلي :

(1) $y = x \ln(\sqrt{x^2+1})$

---

(2) $y = e^{\tan x} \ln|x|$

---

(3) $y = \sqrt[3]{\ln(x^2-1)}$

---

(4) $y = \ln(\frac{x+\sin x}{1-\cos x})$

---

(5) $y = \ln(x^3 e^{\sin x} \tan^3 x)$

محمد عمر الخطيب

(1) إذا كان : $f(x)=e^{2x}$ **فاوجد**

$(a)\quad f^{(10)}(x)$

$(b)\quad f^{(100)}(0)$

---

(2) إذا كان : $f(x)=e^{2x}+\cos 2x-x$ **فاوجد**

$(a)\quad f^{(11)}(x)$

$(b)\quad f^{(22)}(0)$

$(c)\quad \lim_{x\to 0}\dfrac{f(x)-f(0)}{x}$

محمد عمر الخطيب

التفاضل اللوغاريتمي

يستخدم التفاضل اللوغاريتمي لايجاد مشتقة دالة على الصورة $y=[f(x)]^{g(x)}$

اوجد $\frac{dy}{dx}$ في كل مما يلي :

(1) $y=x^x$

(1) خذ ln للطرفين

(2) اشتق الطرفين ضمنياً

(3) اضرب الطرفين في y

(4) استرجع الفرض

---

(2) $y=x^{\sin x}$

---

(3) $y=(\frac{1}{2})^{x^2}$

محمد عمر الخطيب

استخدم التفاضل اللوغاريتمي في ايجاد $f'(x)$ في كل مما يلي :

(1) $f(x)=(x^2)^{3x}$

---

(2) $f(x)=x^{\sqrt{x}}$

---

(3) $f(x)=x^{\ln x}$

---

(4) $f(x)=(\sin x)^{\ln x}$

(1) اذا كانت $f(x)=4x-\ln x^3$ وكانت $g(x)=f^{-1}(x)$ فاوجد $g'(4)$

---

(2) اوجد جميع قيم x التي يكون عندها للدالة $f(x)=x\,e^{-2x}$ مماس افقي

---

(3) اوجد معادلة المماس للدالة $f(x)=3^{\tan x}$ عند $x=\dfrac{\pi}{4}$

---

(4) اوجد معادلة المماس للدالة $f(x)=\ln x$ والتي تمر معادلة المماس بنقطة الأصل

(1) تحدد الدالة $v(t)=100\times 4^t$ قيمة الاستثمار لمبلغ 100 درهم بعد الزمن t اوجد النسبة المئوية للمعدل اللحظي للتغير

النسبة المئوية للمعدل اللحظي للتغير

$$\frac{v'(t)}{v(t)}\times 100\%$$

---

(2) يبدأ تكاثر البكتريا بالعدد 200 ويتضاعف ثلاث مرات كل يوم، اوجد قانون لتكاثر البكتيريا بعد t يوم، ثم اوجد النسبة المئوية للمعدل للحظي للتغير في التكاثر

عدد البكتيريا يساوي $p(t)=p_0\ a^{rt}$

حيث p_0 عدد البكتيريا في بداية التجربة

حيث a عدد المرات التي تضاعف فيها البكتيريا في وحدة الزمن

حيث r معدل نمو البكتيريا ونجدة من خلال تعويض المعطيات

---

(3) يبدأ تكاثر البكتريا بالعدد 500 ويتضاعف كل اربعة ايام، اوجد قانون لتكاثر البكتيريا بعد t يوم، ثم اوجد النسبة المئوية للمعدل للحظي للتغير في التكاثر

محمد عمر الخطيب

لتكن $c(t)=\dfrac{10}{9e^{-20t}+1}$ تقيس تركيز مادة معينة بعد t ثانية من التفاعل

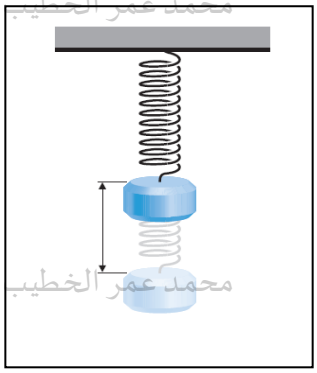
(أ) اوجد تركيز المادة عند بداية التفاعل.

(ب) اوجد $c'(t)$ وماذا تعني

(ج) بين ان $c'(t)>0$ وفسر النتيجة

(د) اوجد اكبر قيمة للتركيز (الحد الأقصى للتركيز) مع مرور الزمن

$\lim\limits_{t\to\infty} c(t)$



(1) تعطى الدالة $s(t)=e^{-2t}\sin 3t$ موقع كتلة مرتبطة بزنبرك في اي زمن t

(أ) اوجد دالة السرعة المتجهه

(ب) ا اوجد السرعة المتجهه عند $t=0$

نقطة التوازن عندما تكون

$s(t)=0$

(ج) متى تكون السرعة المتجهه صفر (اول مرة)

---

(2) يمكن تقريب الدالة $f(x)=e^x$ بدالة حدودية من الدرجة الثانية $\mathrm{T}(x)=ax^2+bx+c$

حيث $f(x)\approx T(x)$ و تحقق الشروط $f(0)=T(0)\,,\,f'(0)=T'(0)\,,\,f''(0)=T''(0)$

اوجد قيم الثوابت a,b,c التي تجعل $f(x)\approx T(x)$

الاشتقاق الضمني

تسمى الدالة التي على الصورة $y = f(x)$ علاقة (دالة) صريحة وغير ذلك تسمى علاقة ضمنية

اشتقاق العلاقات الضمنية

$$\frac{d}{dx}g(y) = g'(y) \times \frac{dy}{dx}$$

خطوات ايجاد المشتقة ضمنياً

(1) ايجاد مشتقة كل حد ضمنياً في مكانة

(2) تجميع الحدود التي تحتوي y' في الطرف الايسر

(3) اخراج y' كعامل مشترك

(4) قسمة الطرفين على معامل y'

بعض الامثلة للمشتقات الضمنية

$$y \to y'$$

$$y^2 \to 2y\,y'$$

$$\sqrt{y} \to \frac{y'}{2\sqrt{y}}$$

$$\sin y \to \cos y\;\; y'$$

$$e^y \to e^y y'$$

$$ln\, y \to \frac{y'}{y}$$

اذا كان : $x^2 + y^3 - 2y = 0$ اوجد $\frac{dy}{dx}$

محمد عمر الخطيب

(1) اذا كان : $x^2y - 3y^3 = x^2 + 1$ **اوجد** $\frac{dy}{dx}$

---

(2) اذا كان : $x^2 + y^2 = 2xy + e^y$ **اوجد** $\frac{dy}{dx}$

---

(3) اذا كان : $e^{x^2y} = x$ **اوجد** $\frac{dy}{dx}$

(1) اذا كان : $x^2 = \frac{x-y}{x+y}$ حيث $x \neq -y$ اوجد $\frac{dy}{dx}$

---

(2) اذا كان : $\frac{x}{y} + \frac{2}{x} = 5$ اوجد $\frac{dy}{dx}$

---

(3) اذا كان : $\sin(xy) + x^2 = x - y$ اوجد $\frac{dy}{dx}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) اذا كان : $e^{4y} - \ln(y^2+3) = 2x$ **اوجد** $\frac{dy}{dx}$

(2) اذا كان : $x - 2y^2 = 3e^{x/y}$ **اوجد** $\frac{dy}{dx}$

(3) اذا كان : $xy^2 + 5x = (2y+1)^3$ **اوجد** $\frac{dy}{dx}$

محمد عمر الخطيب

(1) اذا كان : $x^2y+\ln y=xy+1$ اوجد $\frac{dy}{dx}$ عند النقطة $(1,e)$

---

(2) إذا كان : $xy+y^2=1$ اوجد $\frac{d^2y}{dx^2}$ عند النقطة $(0,-1)$

---

(3) إذا كان : $x+2y^3+xy=5$ اوجد $\frac{d^2y}{dx^2}$

محمد عمر الخطيب

(1) اذا كان $x = \tan y$ **اثبت ان** $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x^2+1}$

---

(2) إذا كانت $6x^2 + 5 = 4xy$ **فاثبت ان** $xy'' + 2y' = 3$

---

(3) إذا كانت $xy = \sin x$ **فاثبت ان** $2y' + x(y + y'') = 0$

محمد عمر الخطيب

اوجد معادلة المماس لكل من العلاقات التالية عند النقطة المشار إليها:

(1) $y^2 - xy + x = 5 \quad , \quad (-1,2)$

---

(2) $x^2 y^2 = 3y + 1 \quad , \quad (2,1)$

---

(3) $\sqrt{xy} = 2 \quad , \quad (1,4)$

محمد عمر الخطيب

اوجد معادلة المماس لكل من العلاقات التالية عند النقطة المشار إليها:

(1) $x^2y^2 = 4x \qquad ,(1,2)$

---

(2) $2xy + \pi \sin y = 2\pi \qquad ,\left(1,\frac{\pi}{2}\right)$

---

(3) $y^2 + xe^y = 2 \qquad ,(2,0)$

محمد عمر الخطيب

(1) اوجد النقاط التي يكون عندها مماسات افقية ومماسات رأسية للمعادلة

$$x^2 + y^2 - 3y = 0$$

---

(2) اوجد مواقع (معادلات) كل المماسات الافقية والراسية للمعادلة

$$x^2 + y^2 - 2y = 3$$

محمد عمر الخطيب

(1) اوجد ميل المماس لكل منحنى من المنحنيين التاليين عند النقطة $(0,0)$ ثم حدد الزاوية المحصورة بين المماسين

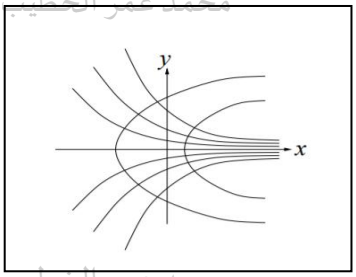
$(a)\quad y=x\sqrt{x+4}$

$(b)\quad 2y+x+y^5=x^5$

---

(2) إذا كانت معادلة المماس لمنحنى العلاقة $x^2y+ay^2=b$ عند النقطة $(1,1)$ هي $4x+3y=7$ فاوجد قيمة a,b

محمد عمر الخطيب



(1) وضح ان عائلية المنحنيات $y=\frac{c}{x}$ **و** $y^2=x^2+k$ **تكون متعامدة**

(بين ان المماسات للمنحنيات متعامدة عند نقطة التقاطع)

مساعدة

اوجد ميل المعادلة الأولى m_1

واجعلة فقط بدلالة x **و** y

اوجد ميل المعادلة الثانية m_2

واجعلة فقط بدلالة x **و** y

ثم بين ان

$$m_1 \times m_2 = -1$$

---

(2) اي من عائلية المنحنيات (المعادلات) تكون متعامدة

$(a)\ y=x+c \quad , \quad y=2x+k$

$(b)\ y=2x+c \quad , \quad 2y+x=k$

$(c)\ y=cx^3 \quad , \quad x^2+y^2=k$

(1) تحدد المعادلة $(P+\frac{5}{V^2})(V-0.03)=9.7$ **العلاقة بين الحجم** V **والضغط** P **لغاز معين في ظروف خاصة. اوجد** $\frac{dV}{dP}$ **عند النقطة** $(5,1)$

---

(2) يقف لاعب كرة البيسبول على بعد قدمين من اللوح الرئيس للكرة ويشاهد الكرة قادمة بتجاهه بشكل افقي وبسرعة متجهة $130\,ft/s$**، ما معدل التغير في زاوية النظر للاعب لمتابعة الكرة عندما تعبر الكرة اللوح** $(x=0)$

الحل ..... من المثلث القائم المجاور فان

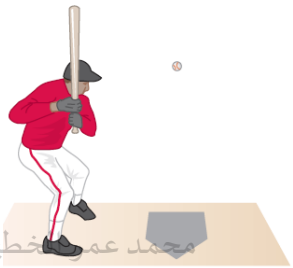
$$\tan\theta=\frac{x}{2}$$

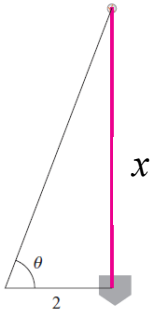
نشتق كل متغير ضمنيا بالنسبة للزمن

$$\sec^2\theta\times\frac{d\theta}{dt}=\frac{1}{2}\times\frac{dx}{dt}$$

نعوض المعطيات مع ملاحظة ان $\theta=0$ **عند** $x=0$

$$\sec^2 0\times\frac{d\theta}{dt}=\frac{1}{2}(-130)\Rightarrow\frac{d\theta}{dt}=-65\,rad/s$$





لتكن x **هي المسافة بين الكرة و اللوح الرئيسي**

فان $\frac{dx}{dt}=-130$ **سرعة الكرة وهي سالبة لان قيمة** x **تتناقص**

المطلوب $\frac{d\theta}{dt}$ **عندما** $x=0$

$$\frac{d}{dx}\sin^{-1}x=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\quad,\quad |x|<1$$

$$\frac{d}{dx}\cos^{-1}x=\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}\quad,\quad |x|<1$$

$$\frac{d}{dx}\tan^{-1}x=\frac{1}{x^2+1}$$

$$\frac{d}{dx}\cot^{-1}x=\frac{-1}{x^2+1}$$

$$\frac{d}{dx}\sec^{-1}x=\frac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}}\quad,\quad |x|>1$$

$$\frac{d}{dx}\csc^{-1}x=\frac{-1}{|x|\sqrt{x^2-1}}\quad,\quad |x|>1$$

$$\frac{d}{dx}\sin^{-1}f(x)=\frac{1}{\sqrt{1-[f(x)]^2}}f'(x)$$

$$|f(x)|<1$$

اذا كان $y=\sin^{-1}x$ فاثبت ان $\frac{d}{dx}\sin^{-1}x=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

أوجد $\frac{dy}{dx}$ في كل مما يأتي:

(1) $y = \cos^{-1} 2x$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

---

(2) $y = \sin^{-1} e^{2x}$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

---

(3) $y = \tan^{-1}(\frac{1}{x^2})$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

---

(4) $y = \sec^{-1} \ln x$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

---

(5) $y = \cot^{-1} \sin x$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

---

(6) $y = \csc^{-1}(\sqrt{x})$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

اوجد مشتقة كل دالة فيما يلي

(1) $f(x)=sin^{-1}(x^3+1)$

---

(2) $f(x)=sin^{-1}(\sqrt{x})$

---

(3) $f(x)=cos^{-1}(x^2+x)$

---

(4) $f(x)=cos^{-1}(\frac{2}{x})$

---

(5) $f(x)=tan^{-1}(\sqrt{x})$

---

(6) $f(x)=4\sec^{-1}(x^4)$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

أوجد $\frac{dy}{dx}$ في كل مما يأتي:

(1) $y = \sin(\cos^{-1} x^2)$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

---

(2) $y = e^{\tan^{-1} x}$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

---

(3) $y = \tan^{-1}(\cos 2x)$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

---

(4) $y = \sin^{-1} \sin x$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

---

(5) $y = x \sin^{-1} x$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

---

(6) $y = \sqrt{2 + \tan^{-1} x}$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

(1) اوجد مجال الدالة $f(x)$

فترة الاتصال

$$f(x)=\sin^{-1}(2x-1)$$

---

(2) اوجد مجال الدالة $f'(x)$

الفترة التى تكون عليها الدالة قابلة للاشتقاق

$$f(x)=\sin^{-1}(2x-1)$$

---

(3) اثبت أن الدالة $y=\sin^{-1}x+\cos^{-1}x$ **هي دالة ثابتة، ثم اوجد قيمة هذا الثابت**

نظرية القيمة المتوسطة [للمشتقات]

تذكر : نظرية القيمة الوسطية [للاتصال]

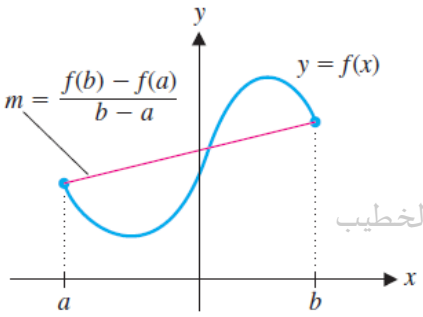
اذا كانت الدالة $f(x)$

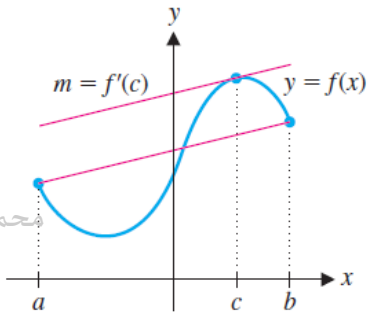
(1) دالة متصلة على الفترة المغلقة $[a,b]$ (2) قابلة للاشتقاق على الفترة المفتوحة (a,b) فانة

يوجد عدد على الاقل $c\in(a,b)$ يحقق

$$f'(c)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

ميل القاطع يساوي ميل المماس عند نقطة في الفترة المفتوحة





ملاحظة: الدالة لا تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة

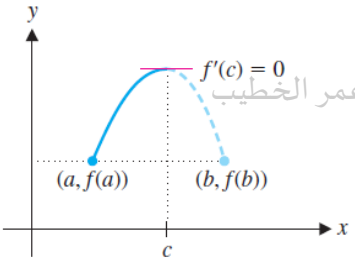
اذا كانت الدالة غير متصلة على $[a,b]$ او غير قابلة للاشتقاق على الفترة (a,b)

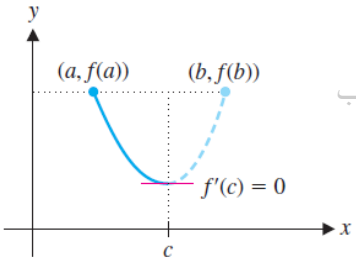
نظرية رول

اذا كانت الدالة $f(x)$

(1) دالة متصلة على الفترة المغلقة $[a,b]$ (2) قابلة للاشتقاق على الفترة المفتوحة (a,b)

(3) $f(a)=f(b)$ فانة يوجد عدد على الاقل $c\in(a,b)$ يحقق $f'(c)=0$





يوجد للدالة مماس افقي عند احدى النقاط في الفترة

محمد عمر الخطيب

اي من الدوال التالية تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0,3]$ مع ذكر السبب:

(1) $f(x)=\dfrac{1}{x^2-1}$

(2) $f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$

(3) $f(x)=|x-1|$

(4) $f(x)=\left|(x-2)^2\right|$

(5) $f(x)=\sqrt[3]{x-1}$

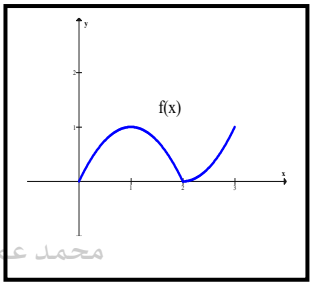
(6) $f(x)=\sqrt{x}$

(7) $f(x)=\tan x$

(8) $f(x)=\begin{cases}2x & x>0\\ 2x-4 & x\le 0\end{cases}$

(9) $f(x)=\begin{cases}x^2+x & x>2\\ 5x-4 & x\le 2\end{cases}$

(10)



محمد عمر الخطيب

(1) بين ان الدالة $f(x)=x^2-2x$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0,2]$

ثم اوجد قيمة c

الحل :

الدالة $f(x)$ متصلة على الفترة $[0,2]$ وقابلة للاشتقاق على الفترة $(0,2)$ لانها حدودية

اذاً الدالة تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة

اذاً يوجد على الاقل عدد مثل c في الفترة $(0,2)$ ويحقق

---

(2) بين ان الدالة $f(x)=x^3+1$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على $[-3,1]$ ثم اوجد قيمة c

الحل :

الدالة $f(x)$ متصلة على الفترة $[-3,1]$ وقابلة للاشتقاق على الفترة $(-3,1)$ ..... لانها حدودية

اذاً الدالة تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة

اذاً يوجد على الاقل عدد مثل c في الفترة $(-3,1)$ ويحقق

محمد عمر الخطيب

(1) اذا كانت $f(x)=x^3-2x^2+x$

اوجد قيمة c التي تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0,2]$

---

(2) اذا كانت $f(x)=x^3+x^2$

اوجد قيمة c التي تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0,1]$

---

(3) اذا كانت $f(x)=x^3+x^2$

اوجد قيمة c التي تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[-1,1]$

(1) اذا كانت $f(x)=4-x+\sin x$ حيث x تقع في الفترة $[-\pi,\pi]$

اوجد قيمة c التي تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة

---

(2) اذا كانت $f(x)=\begin{cases}2x & 0\le x\le 1\\ x^2+1 & 1<x\le 2\end{cases}$ حيث x تقع في الفترة $[0,2]$

بين ان الدالة f تحقق فرضيات نظرية القيمة المتوسطة على هذه الفترة ثم اوجد قيمة c

محمد عمر الخطيب

(1) اذا كانت الدالة $f(x)=x^2+2x+5$ **تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة** $[1,b]$ **حيث** $c=3$ **فاوجد قيمة** b

---

(2) اذا كانت $f(x)=x^2+a\,x$ **تحقق نظرية القيمة المتوسطة على الفترة** $[0,3]$ **وكان** $f'(c)=1$ **حيث** $c\in(0,3)$

(أ) اوجد قيمة الثابت a

(ب) اوجد قيمة الثابت c

محمد عمر الخطيب

(1) بين ان الدالة $f(x)=x^3-x^2$ **تحقق فرضيات نظرية رول على الفترة** $[0,1]$ **ثم اوجد قيمة** c

الحل : **الدالة** $f(x)$ **متصلة على الفترة** $[0,1]$ **وقابلة للاشتقاق على الفترة** $(0,1)$ **.... لانها حدودية**

$$\left.\begin{matrix} f(0)=0 \\ f(1)=0 \end{matrix}\right\} \rightarrow f(0)=f(1)$$

اذاً الدالة تحقق شروط نظرية رول

اذاً يوجد على الاقل عدد مثل c **في الفترة** $(0,1)$ **ويحقق**

---

(2) اذا كانت $f(x)=\sin x$ **فاوجد قيمة (قيم)** c **التي تحقق نظرية رول على الفترة** $[-\pi,0]$

---

(3) اذا كانت $f(x)=\sin x+\cos x$ **فاوجد قيمة (قيم)** c **التي تحقق نظرية رول على الفترة** $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$

---

(4) اذا كانت: $f(x)=x+\frac{4}{x}$ **اوجد قيمة** c **التي تحقق نظرية رول على الفترة** $[1,4]$

نظرية (العلاقة بين عدد جذور الدالة وعدد جذور مشتقتها)

اذا كانت $f(x)$ دالة متصلة على $[a,b]$ وكانت قابلة للاشتقاق على (a,b) ويوجد n من الجذور للدالة $f(x)$ في الفترة $[a,b]$ فان للدالة $f'(x)$ على الاقل $n-1$ من الجذور تنتمي الى الفترة (a,b)

فمثلاً :اذا كانت $f(x)$ دالة متصلة على $[a,b]$ وكانت قابلة للاشتقاق على (a,b) ويوجد جذرين للدالة $f(x)$ في الفترة $[a,b]$ فان للدالة $f'(x)$ على الاقل جذر واحد ينتمي الى الفترة (a,b)

ملاحظة مهمة : اذا لم يكن للدالة $f'(x)$ اي جذور فان الدالة $f(x)$ لها على الاكثر جذر واحد فقط

واذا كان للدالة $f'(x)$ جذر واحد فان للدالة $f(x)$ على الأكثر جذرين وهكذا...

(1) اثبت ان للدالة $f(x)=x^5+4x-1$ لها جذر واحد فقط

---

(2) اوجد عدد حلول المعادلة $x^4+6x^2-1=0$

اثبات متباينات باستخدام نظرية القيمة المتوسطة

(1) استخدم نظرية القيمة المتوسطة لاثبات ان $|\sin a| \le |a|$ **لكل** a

الحل : اذا كانت $a = 0$ فان المتباينة صحيحة بالتعويض المباشر بالمتباينة

اذا كانت $a \neq 0$ لتكن $f(x) = \sin x$ على الفترة المغلقة التي حدودها $0, a$

الدالة $f(x)$ متصلة على الفترة المغلقة وقابلة للاشتقاق على الفترة المفتوحة لانها دالة مثلثية

اذاً الدالة تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة

اذاً يوجد على الاقل عدد مثل c في الفترة المفتوحة التي حدودها $0, a$ و يحقق

---

(2) استخدم نظرية القيمة المتوسطة لاثبات ان $|\sin u - \sin v| \le |u - v|$ **لكل** u, v

محمد عمر الخطيب

(1) استخدم نظرية القيمة المتوسطة لاثبات ان $|\cos x - 1| \le |x|$ **لكل** x

---

(2) استخدم نظرية القيمة المتوسطة لاثبات ان $|\tan^{-1} a| < |a|$ **لكل** $a \neq 0$

---

(3) استخدم نظرية القيمة المتوسطة لاثبات ان $|x| \le |\sin^{-1} x|$ **لكل** $0 < |x| < 1$

اثبات نظريات باستخدام نظرية القيمة المتوسطة

(1) اذا كانت $f'(x)=0$ **لكل قيم** x **في الفترة المفتوحة** I **فاثبت ان** $f(x)$ **دالة ثابتة على الفترة** I

---

(2) اذا كانت $f'(x)=g'(x)$ **لكل قيم** x **في الفترة المفتوحة** I **فاثبت ان** $g(x)=f(x)+c$ **على الفترة** I

---

(3) اذا كانت $f(x),g(x)$ **دوال متصلة على** $[a,b]$ **وكانت قابلة للاشتقاق** (a,b) **على حيث** $f(a)=g(a),f(b)=g(b)$ **فاثبت ان للدالتين مماسان متوازيان عند نقطة ما في الفترة** (a,b)

(1) اذا كانت $f(x)$ دالة متصلة على $[a,b]$ وكانت قابلة للاشتقاق على الفترة (a,b) على حيث $f(a)=a, f(b)=b$ فاثبت انه يوجد عدد مثل c على الاقل تنتمي الى (a,b) بحيث $f'(c)=1$

---

(2) اذا كانت $f(x)$ دالة متصلة على $[a,b]$ وكانت قابلة للاشتقاق على (a,b) ويوجد جذرين للدالة $f(x)$ في الفترة $[a,b]$ فاثبت ان للدالة $f'(x)$ على الاقل جذر واحد ينتمي الى الفترة (a,b)

تكون الدالة $f(x)$ دالة متزايدة اذا كانت $f(b) > f(a)$ لكل $b > a$

(1) اذا كانت $f'(x) > 0$ لكل قيم x فاثبت ان الدالة $f(x)$ متزايدة

(الدالة التي مشتقتها موجبة تكون متزايدة)

---

(2) بين ان الدالة $f(x) = \tan^{-1} x$ متزايدة على R

---

(3) بين ان الدالة $f(x) = \ln(x-3)$ متزايدة على مجالها

محمد عمر الخطيب

تكون الدالة $f(x)$ دالة متناقصة اذا كانت $f(b) < f(a)$ لكل $b > a$

(1) اذا كانت $f'(x) < 0$ لكل قيم x فاثبت ان الدالة $f(x)$ متناقصة

(الدالة التي مشتقتها سالبة تكون متناقصة)

---

(2) بين ان الدالة $f(x) = -x^3 + 1$ متناقصة على R

---

(3) بين ان الدالة $f(x) = 3 - x + e^{-x}$ متناقصة على R

جدول قواعد الاشتقاق الخاصة والعامة

#	الدالة	المشتقة	#	الدالة	المشتقة
1	c	0	15	$\ln x$	$\frac{1}{x}$
2	x^n	nx^{n-1}	16	$\ln f(x)$	$\frac{f'(x)}{f(x)}$
3	$f(x)\pm g(x)$	$f'(x)\pm g'(x)$	17	$\sin x$	$\cos x$
4	$c\times f(x)$	$c\times f'(x)$	18	$\cos x$	$-\sin x$
5	$f\times g$	$f'\times g+f\times g'$	19	$\tan x$	$\sec^2 x$
6	$\frac{f}{g}$	$\frac{f'\times g-f\times g'}{g^2}$	20	$\cot x$	$-\csc^2 x$
7	$\frac{c}{g}$	$\frac{-c\times g'}{g^2}$	21	$\sec x$	$\sec x\tan x$
8	$\sqrt{f(x)}$	$\frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$	22	$\csc x$	$-\csc x\cot x$
9	$(f(x))^n$	$n(f(x))^{n-1}\times f'(x)$	23	$\sin^{-1}x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
10	$(f\circ g)(x)$	$f'(g(x))\times g'(x)$	24	$\cos^{-1}x$	$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
11	$y=f(u)$ $u=g(x)$	$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{du}\times\frac{du}{dx}$	25	$\tan^{-1}x$	$\frac{1}{1+x^2}$
12	$g=f^{-1}(x)$	$\frac{1}{f'(g(x))}$	26	$\cot^{-1}x$	$\frac{-1}{1+x^2}$
13	$a^{f(x)}$	$a^{f(x)}\times f'(x)\times\ln a$	27	$\sec^{-1}x$	$\frac{1}{\lvert x\rvert\sqrt{x^2-1}}$
14	$e^{f(x)}$	$e^{f(x)}\times f'(x)$	28	$\csc^{-1}x$	$\frac{-1}{\lvert x\rvert\sqrt{x^2-1}}$

محمد عمر الخطيب

الوحدة الثالثة ///// اسئلة الدرس الأول

اختر الاجابة الصحيحة لكل فقرة من الفقرات التالية

(1) $\lim_{h\to 0}\frac{f(x)-f(x+2h)}{3h}=$

(a) $\frac{1}{3}f'(x)$ **(b)** $-\frac{1}{3}f'(x)$

(c) $\frac{2}{3}f'(x)$ **(d)** $-\frac{2}{3}f'(x)$

---

(2) اذا كانت $f'(4)=-8$ فان $\lim_{x\to 4}\frac{f(x)-f(4)}{\sqrt{x}-2}$

(a) -2 **(b)** 2

(c) 0 **(d)** -32

---

(3) اذا كانت $f(x)=\sqrt{x}$ فاحدى العبارات التالية سوف تكون من خطوات ايجاد مشتقة الدلة بالتعريف الاساسي

(a) $\lim_{h\to 0}\frac{1}{\sqrt{x+h}+\sqrt{x}}$ **(b)** $\lim_{h\to 0}\frac{1}{\sqrt{x+h}-\sqrt{x}}$

(c) $\lim_{h\to 0}\frac{h}{\sqrt{x+h}+\sqrt{x}}$ **(d)** $\lim_{h\to 0}\frac{1}{h(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})}$

---

(4) اذا كانت $f(2)=4\,,\,f'(2)=5$ فان $\lim_{x\to 2}\frac{f^2(x)-16}{x^2-4}$ يساوي

(a) 5 **(b)** -10 **(c)** 10 **(d)** -20

محمد عمر الخطيب

(5) اذا كانت f دالة قابلة للاشتقاق على مجموعة الأعداد الحقيقة حيث:

$f(x+h)=x^2h+3xh^2+f(x)$ و h هو مقدار التغير في x فان $f'(3)$ تساوي

(a) 3 **(b)** 9 **(c)** 6 **(d)** 0

---

(6) استخدم التعريف $f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ حيث $f(x)=x^2+2$ لايجاد

$f'(3)$

(a) 6 **(b)** 2 **(c)** 6 **(d)** 8

---

(7) اذا كانت $f(x)=x^{2/3}$ فان $f'(0)$ تساوي

(a) 0 **(b)** 1 **(c)** -1 **(d)** غير موجودة

---

(8) اذا كانت $f(x)=|x|$ فان $f'(0)$ تساوي

(a) 0 **(b)** 1 **(c)** -1 **(d)** غير موجودة

---

(9) معادلة المماس للدالة $f(x)=\sqrt{2x+1}$ عند $x=0$ هي

(a) $y=x-1$ **(b)** $y=x+1$ **(c)** $y=x$ **(d)** $y=-x$

---

(10) قذف جسيم رأسياً لأعلى فتحرك حسب العلاقة $s(t)=60t-5t^2$ حيث t بالثواني و s بالأمتار ان السرعة المتجهة الابتدائيه هي

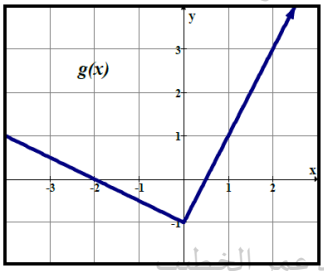
(a) 0 **(b)** 60 **(c)** -60 **(d)** 30

---

(11) معادلة المماس للدالة $f(x)=1+\frac{2}{x}$ عند $x=1$ هي

(a) $y=2x+1$ **(b)** $y=2x-1$ **(c)** $y=-2x+5$ **(d)** $y=-2x+3$

(1) في الشكل المجاور ان $g(0)\times g'(-2)$ يساوي

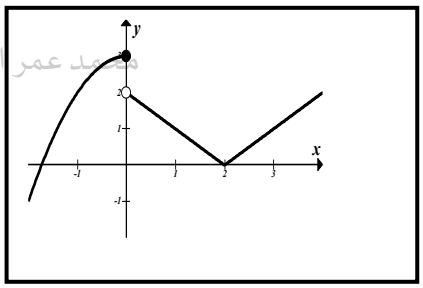


(a) 0 (b) -2

(c) $\frac{1}{2}$ (d) $-\frac{1}{2}$

---

(2) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f(x)$



ان الفترة التي تكون الدالة $f(x)$

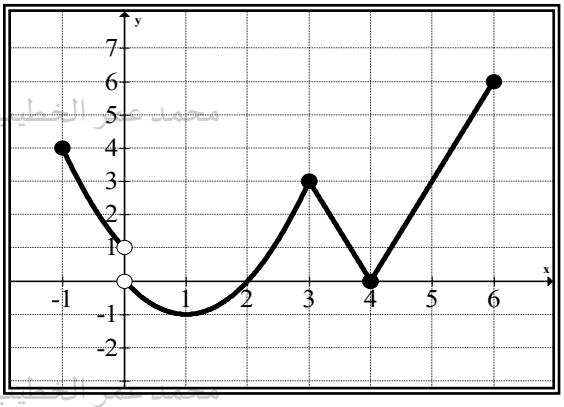
قابلة للاشتقاق عليها هي

(a) $(-\infty,2),(2,\infty)$ (b) $(-\infty,0),(0,2),(2,\infty)$

(c) $(-\infty,0),(0,\infty)$ (d) $(-\infty,\infty)$

---

(3) اعتمد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ في تحديد اي الفقرات التالية صحيحة



(a) الدالة متصلة وقابلة للاشتقاق عند $x=3$

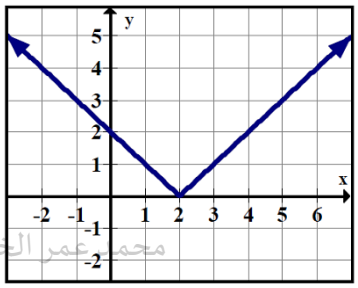
(b) ميل المماس عند $x=4$ يساوي صفر

(c) معدل التغير عند $x=5$ يساوي 3

(d) نوع الانفصال عند $x=0$ يمكن التخلص منه

محمد عمر الخطيب

(4) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة f



ان قيمة $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{f(x)-f(4)}{x-4}$ **هي**

(a) 2 **(b)** 0 **(c)** 1 **(d)** -1

---

(5) اي مما يلي ينطبق على الدالة :

$$g(x)=\begin{cases} x^3\sin\dfrac{1}{x} & x\neq 0 \\ 0 & x=0 \end{cases}$$

(a) متصلة وقابلة للاشتقاق عند $x=0$

(b) متصلة وغيرقابلة للاشتقاق عند $x=0$

(c) غير متصلة وغيرقابلة للاشتقاق عند $x=0$

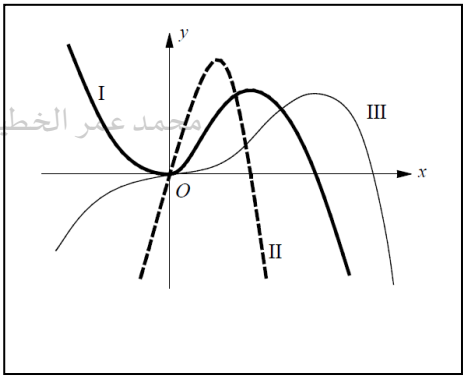
(d) غيرمتصلة وقابلة للاشتقاق عند $x=0$

---

(6) اعتمد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدوال

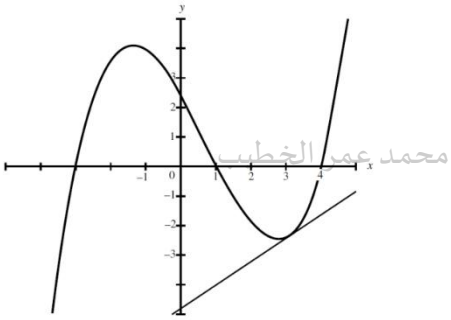
$$f''(x), f'(x), f(x)$$

ان الدالة التي تمثل $f'(x)$ **هي**



(a) I **(b)** II **(c)** III **(d)** غيرذلك

(7) اعتمد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة f فان $f'(3)$ تقريباً يساوي



(a) 0.3

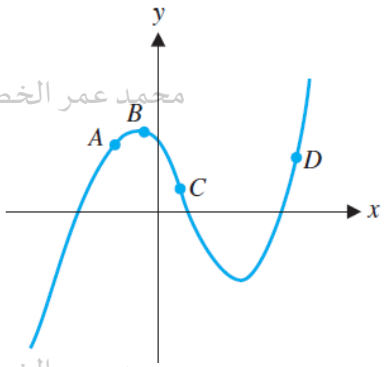
(b) 0.8

(c) 1.5

(d) 1.8

---

(8) ان ترتيب قيم المشتقة (الميل) للدالة f عند النقاط المبينة على الدالة من الاصغر الى الاكبر هو



(a) $B\,,C\,,D\,,A$

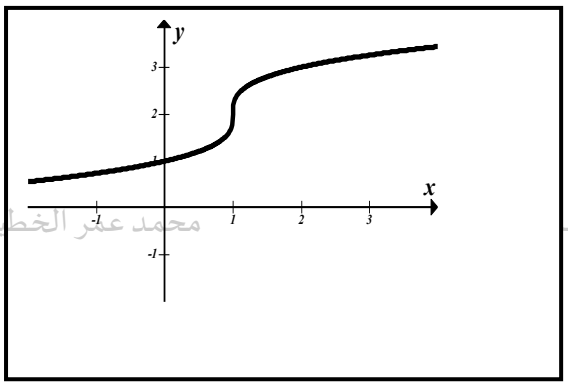
(b) $A\,,B\,,C\,,D$

(c) $C\,,B\,,A\,,D$

(d) $D\,,C\,,B\,,A$

---

(9) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة ان الفترة التي تكون الدالة قابلة للاشتقاق عليها هي



(a) $(-\infty,1),(1,\infty)$

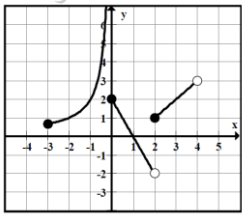
(b) $(-\infty,2),(2,\infty)$

(c) $(-\infty,\infty)$

(d) $(-\infty,0)\cup(0,\infty)$

محمد عمر الخطيب

(10) ان قيمة $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)}{x-1}$ في الشكل المجاور هي



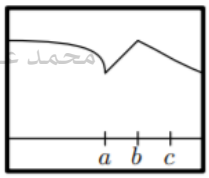
(a) -1 **(b)** 2 **(c)** -2 **(d)** غير موجودة

---

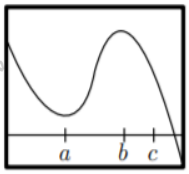
(11) اعتمد على الجدول المجاور في تحديد التمثيل البياني الذي يناسب الدالة $f(x)$

x	$f'(x)$
a	غير موجودة
b	0
c	-2

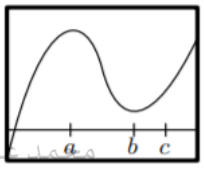
(a)



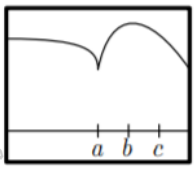
(b)



(c)



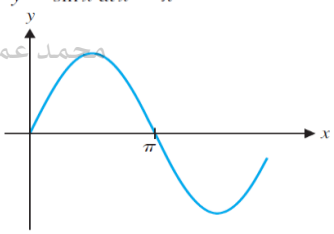
(d)



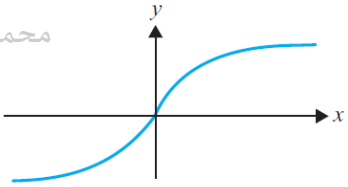
---

(12) اي من التمثيلات البيانية التالية <u>لا يمكن</u> رسم لها مماس عن النقطة المشار اليها

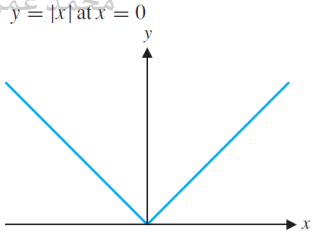
(a) $y=\sin x \text{ at } x=\pi$



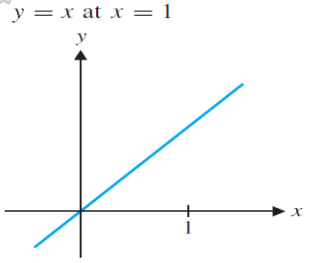
(b) $y=\tan^{-1} x \text{ at } x=0$



(c) $y=|x| \text{ at } x=0$

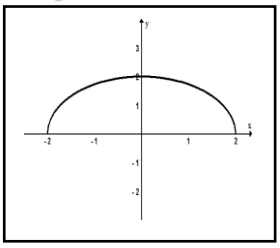


(d) $y=x \text{ at } x=1$



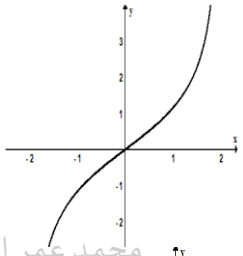
محمد عمر الخطيب

(13) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f(x)$

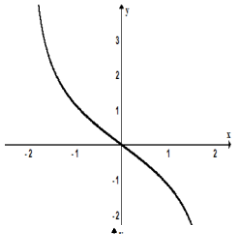


اي من الاشكال التالية ممكن ان يكون لبيان الدالة $f'(x)$

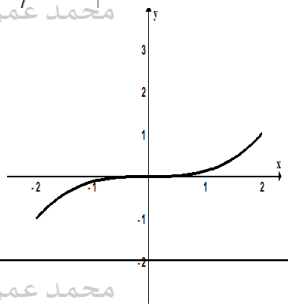
(A)



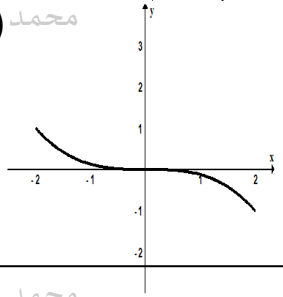
(B)



(C)

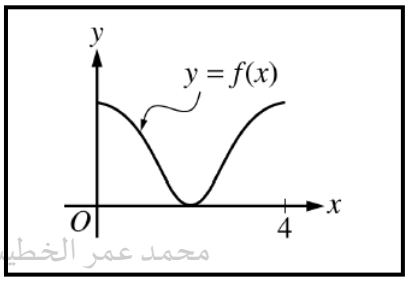


(D)



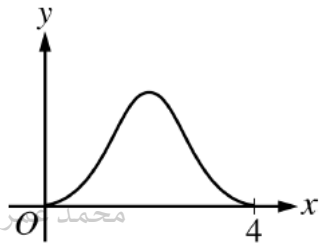
---

(14) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f(x)$

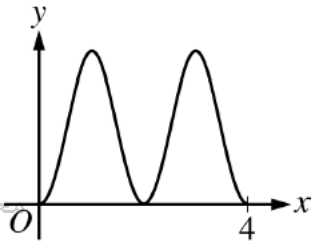


اي من الاشكال التالية ممكن ان يكون لبيان الدالة $f'(x)$

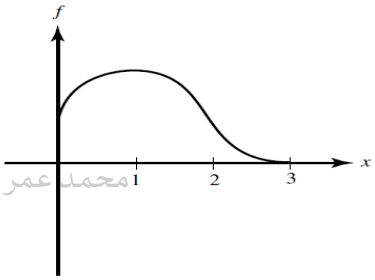
(A)



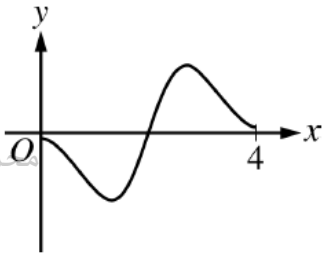
(B)



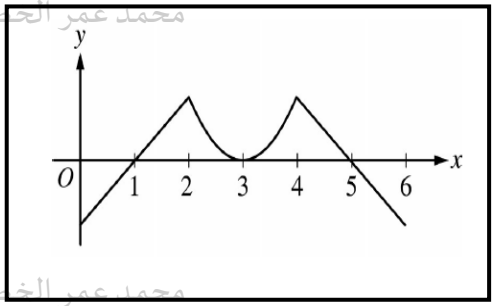
(C)



(D)

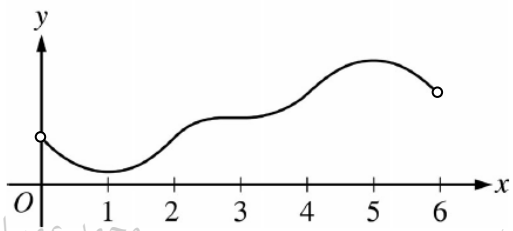


(15) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f(x)$

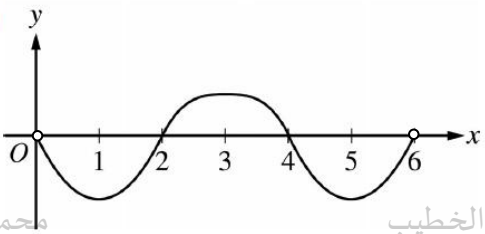


اي من الاشكال التالية ممكن ان يكون لبيان الدالة $f'(x)$

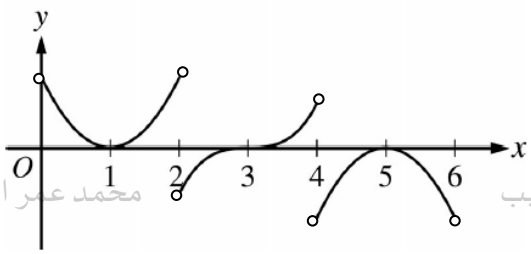
(A)



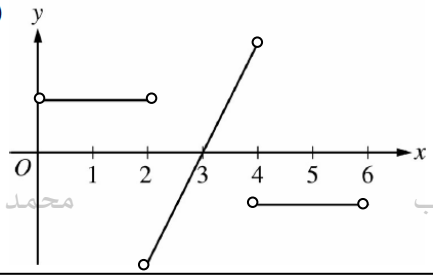
(B)



(C)



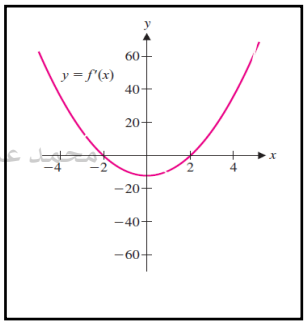
(D)



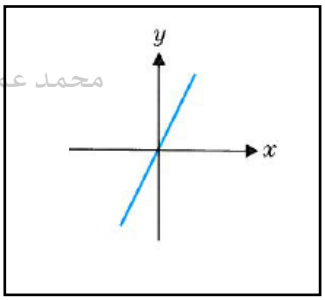
---

(16) اعتمد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة $f'(x)$

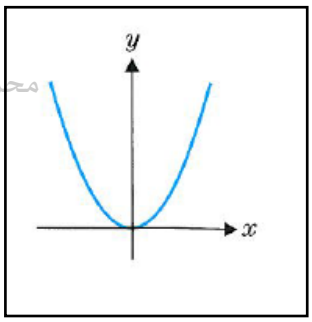
في تحديد بيان الدالة $f(x)$



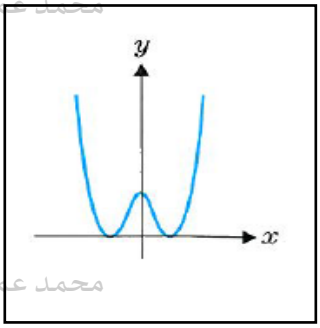
(a)



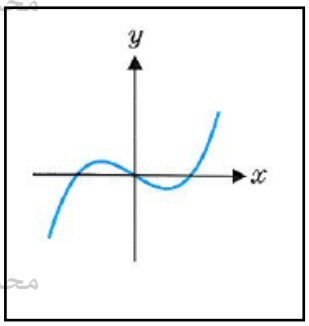
(b)



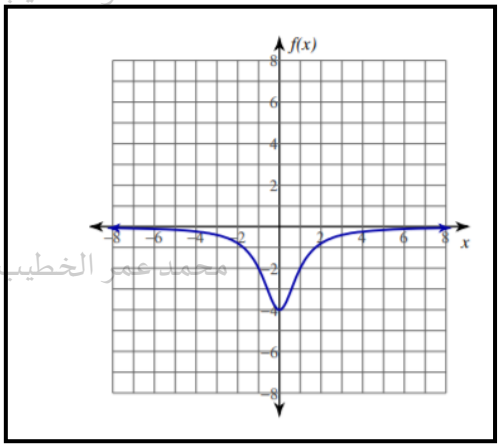
(c)



(d)

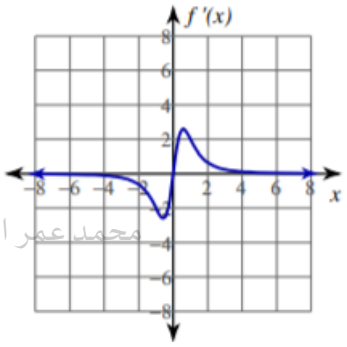


(17) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f(x)$

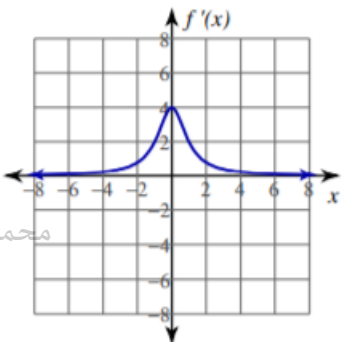


اي من الاشكال التالية ممكن ان يكون لبيان الدالة $f'(x)$

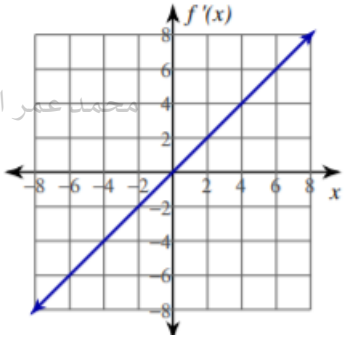
A)



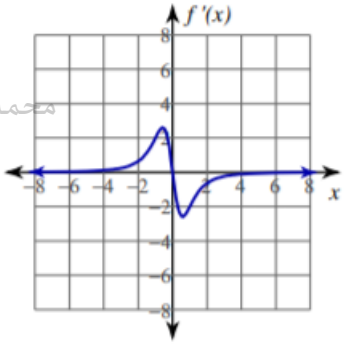
B)



C)

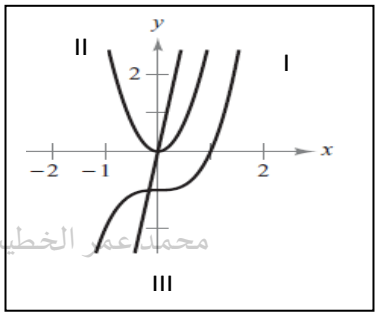


D)



---

(18) اعتمد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدوال

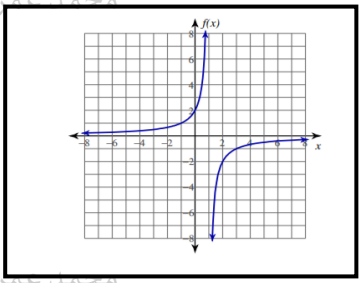


$$f''(x), f'(x), f(x)$$

ان الدالة التي تمثل $f'(x)$ هي

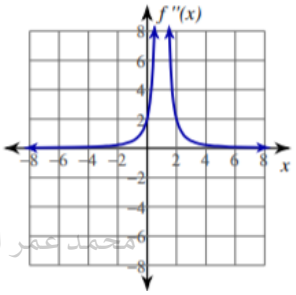
(a) I (b) II (c) III (d) غير ذلك

(19) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f(x)$

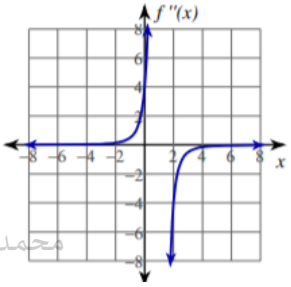


اي من الاشكال التالية ممكن ان يكون لبيان الدالة $f''(x)$

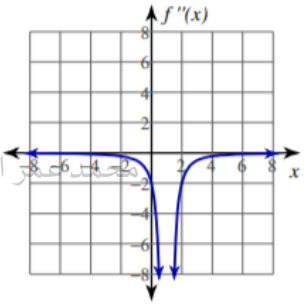
A)



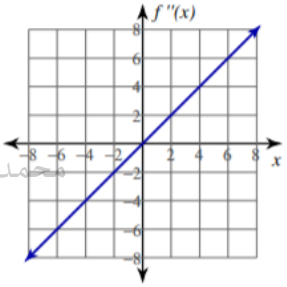
B)



C)

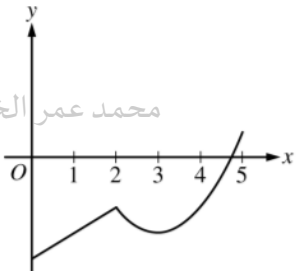


D)



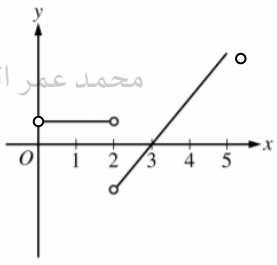
---

(20) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f(x)$

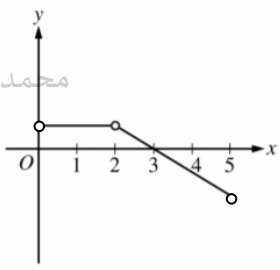


اي من الاشكال التالية ممكن ان يكون لبيان الدالة $f'(x)$

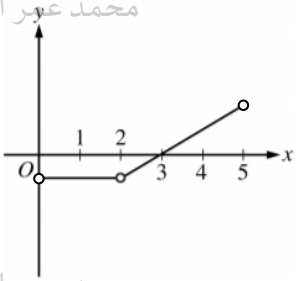
(A)



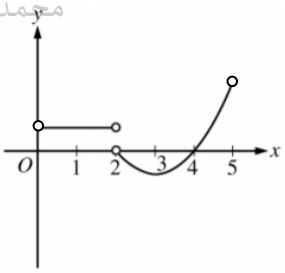
(B)



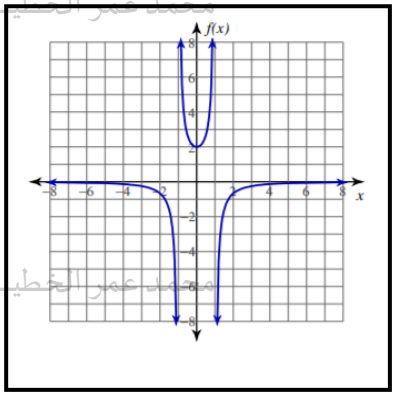
(C)



(D)

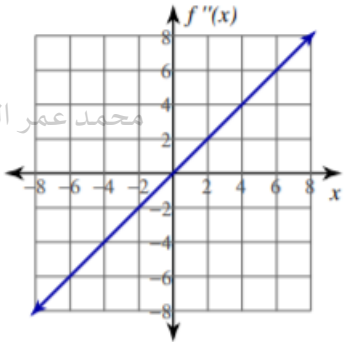


(21) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f(x)$

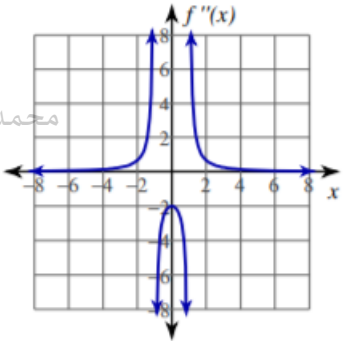


اي من الاشكال التالية ممكن ان يكون لبيان الدالة $f''(x)$

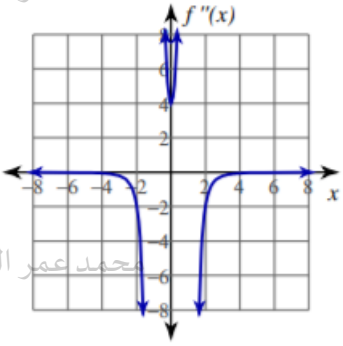
A)



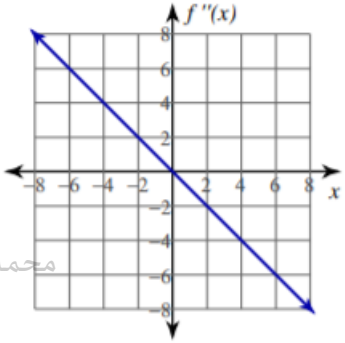
B)



C)

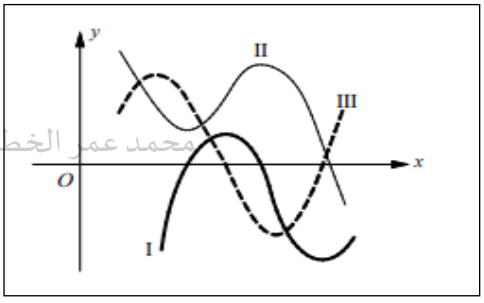


D)



---

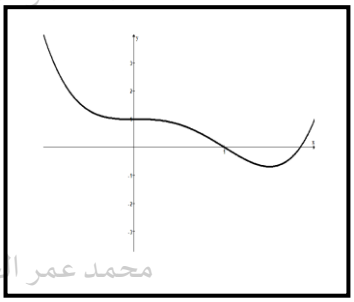
(22) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f''(x), f'(x), f(x)$



اي من الخيارات التالية هي الصحيحة

	f	f'	f''
(a)	I	II	III
(b)	II	I	III
(c)	III	II	I
(d)	II	III	I

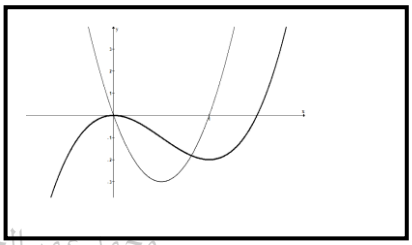
(23) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f(x)$



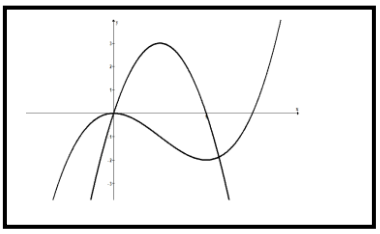
اي من الاشكال التالية ممكن ان يكون لبيان الدالة

$$f'(x), f''(x)$$

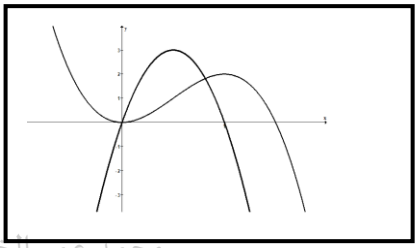
a.



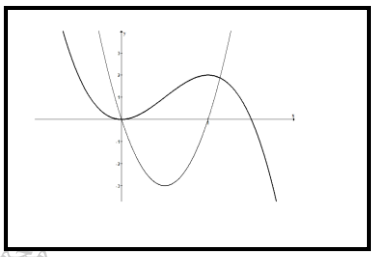
b



c.

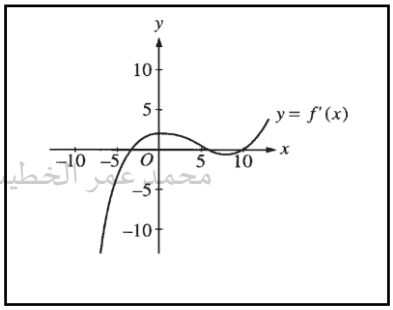


d.



---

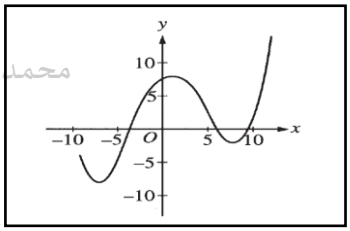
(24) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة $f'(x)$



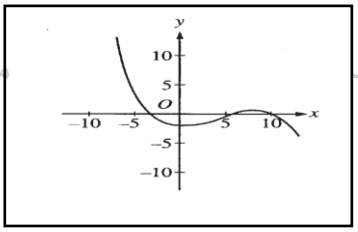
اي من الرسومات البيانية التالية ممكن

ان يكون للدالة $f(x)$

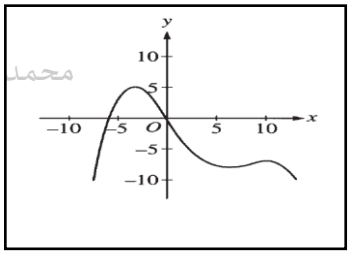
(a)



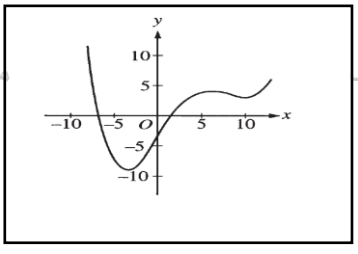
(b)



(c)

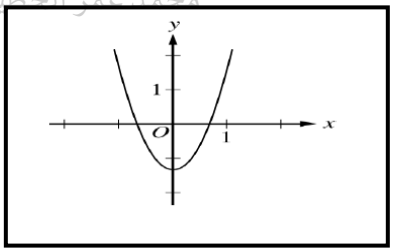


(d)

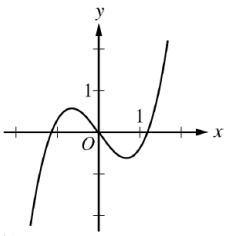


(25) اعتمد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة $f''(x)$

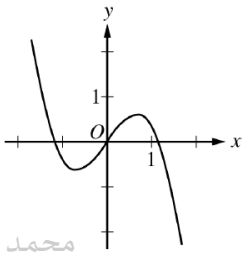
في تحديد بيان الدالة $f(x)$



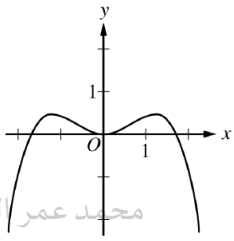
(A)



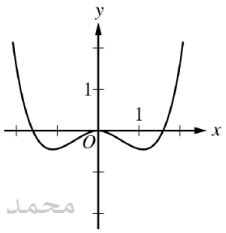
(B)



(C)



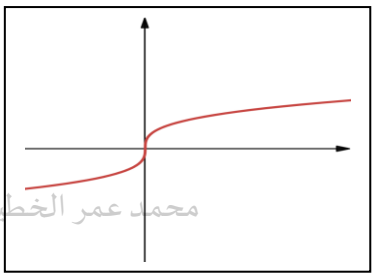
(D)



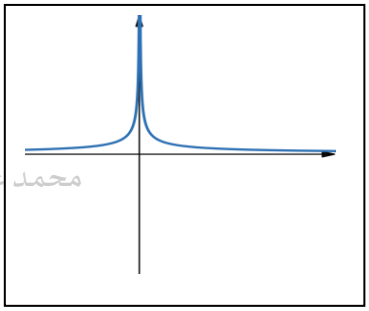
---

(26) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f(x)$

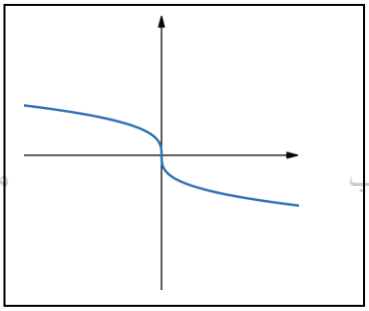
اي من الاشكال التالية ممكن ان يكون لبيان الدالة $f'(x)$



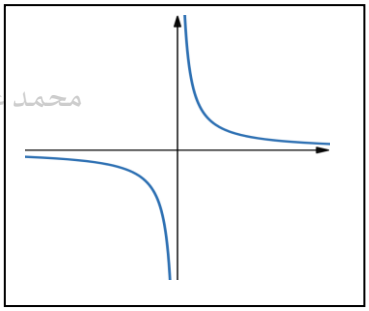
(a)



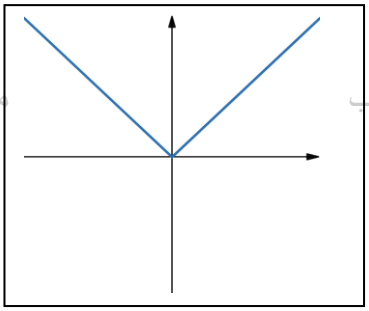
(b)



(c)



(d)



(1) ان مشتقة الدالة $f(x)=e^{-\ln x}$ هو

(a) 1 (b) -1

(c) $\frac{1}{x^2}$ (d) $-\frac{1}{x^2}$

---

(2) $\frac{d}{dx}\left[\frac{\sqrt{x}-x}{x^2}\right]=$

(a) $\frac{\sqrt{x}}{x^2}-\frac{x}{x^2}$ (b) $-\frac{3}{2}x^{\frac{-5}{2}}-x^{-3}$

(c) $-\frac{3}{2\sqrt{x^5}}+\frac{1}{x^2}$ (d) $\frac{3}{2\sqrt{x^5}}-\frac{1}{x^2}$

---

(3) ان مشتقة الدالة $f(x)=\frac{6x}{\sqrt{x}+1}$ هو

(a) $\frac{3\sqrt{x}+6}{(\sqrt{x}+1)^2}$ (b) $\frac{3\sqrt{x}-6}{(\sqrt{x}+1)^2}$

(c) $\frac{6\sqrt{x}+6}{(\sqrt{x}+1)^2}$ (d) $\frac{6-3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+1)^2}$

---

(4) اذا كانت $f(x)=\frac{6x-2}{x^2+\sqrt{x}}$ فان $f'(1)$ يساوي

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $-\frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{12}{5}$

(5) ان مشتقة الدالة $f(x)=(2x+1)^2$ هي

(a) $4x+4$ (b) $8x+4$ (c) $8x+1$ (d) $8x+2$

---

(6) اي من الدوال التالية غير قابلة للاشتقاق عند $x=2$

(a) $f(x)=|x-2|^2$ (b) $g(x)=x^2-4$

(c) $p(x)=\begin{cases}x^2+1 & ,x\geq 2\\ 4x-1 & ,x<2\end{cases}$ (d) $h(x)=\dfrac{1}{x-3}$

---

(7) اذا كانت $f(x)=(|x|)^2$ فان $f'(0)$

(a) 0 (b) 2 (c) -2 (d) غير موجودة

---

(8) اذا كانت $f(x)=x+|x|$ فان $f'(0)$

(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) غير موجودة

---

(9) لتكن: $f(x)=\begin{cases}x^3+1 & ,x\geq 1\\ 3x & ,x<1\end{cases}$ فان $f'(1)$

(a) 3 (b) 2 (c) 0 (d) غير موجودة

---

(10) اي من الدوال التالية قابلة للاشتقاق عند $x=1$

(a) $f(x)=\sqrt[3]{x-1}$ (b) $g(x)=|x-1|$

(c) $h(x)=\begin{cases}2x & ,x>1\\ x^2 & ,x\leq 1\end{cases}$ (d) $k(x)=\begin{cases}3x & ,x>0\\ 3 & ,x\leq 0\end{cases}$

(11) اذا كانت $f(x)=x^5-2x$ **فان** $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{f'(x)-f'(1)}{x-1}$ **تساوي**

(a) 3 **(b)** 20

(c) 0 **(d)** -2

---

(12) اذا كانت $f(x)=x^2-|x|$ **فان** $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(-2+h)-f(-2)}{h}$ **تساوي**

(a) -3 **(b)** 3 **(c)** -5 **(d)** **غير موجودة**

---

(13) ان قيمة k **التي تجعل الدالة** $f(x)=\begin{cases}x^3 & x<1\\ 3x+k & x\geq1\end{cases}$ **قابلة للاشتقاق عند** $x=1$ **هي**

(a) -3 **(b)** 3 **(c)** 2 **(d)** -2

---

(14) اذا كانت $f(x)=x^3-a\,x$ **حيث** $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(h+3)-f(3)}{h}=22$

فان قيمة a **تساوي**

(a) -5 **(b)** 49 **(c)** 1 **(d)** 5

---

(15) اذا كانت $g(x)=\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}$ **حيث** $f(x)=x^4-2x$

فان $g'(-1)$ **تساوي**

(a) -6 **(b)** 12

(c) -12 **(d)** 3

(16) لتكن : $g(x)=\frac{d}{dx}|x|$ **فان نوع نقطة الانفصال للدالة** $g(x)$ **عند** $x=0$ **هي.**

(a) قابلة للازالة (فجوة)

(b) قفزة

(c) لا نهائي

(d) تذبذبي

---

(17) اي مما يلي ينطبق على الدالة : $g(x)=x|x|$

(a) متصلة وقابلة للاشتقاق عند $x=0$

(b) متصلة وغيرقابلة للاشتقاق عند $x=0$

(c) غير متصلة وغيرقابلة للاشتقاق عند $x=0$

(d) غيرمتصلة وقابلة للاشتقاق عند $x=0$

---

(18) اي مما يلي ينطبق على الدالة : $g(x)=|x|-[x]$

(a) متصلة وقابلة للاشتقاق عند $x=1$

(b) متصلة وغير قابلة للاشتقاق عند $x=1$

(c) غير متصلة وغير قابلة للاشتقاق عند $x=1$

(d) غيرمتصلة وقابلة للاشتقاق عند $x=1$

(19) اذا كانت $f(x)=[2x+0.7]$ فان $f'(2)$ يساوي

(a) 4 (b) 5 (c) 0 (d) غير موجودة

---

(20) الفترة التي تكون الدالة $f(x)=|4x-x^2|$ قابلة للاشتقاق عليها هي

(a) $(-\infty,4),(4,\infty)$ (b) $(-\infty,0),(0,4),(4,\infty)$

(c) $(0,4)$ (d) $(-\infty,\infty)$

---

(21) اذا كانت الدالة $f(x)=x^p$ حيث $(p\neq 0)$ قابلة للاشتاق عند $x=0$ فاي من العبارات التالية صحيحة (اكبر فترة لقيم p)

(a) $p\geq 1$ (b) $p>1$

(c) $p<1$ (d) $p\leq 1$

---

(22) بفرض ان الدالة $f(x)$ قابلة للاشتقاق حيث $f(2)=1\ ,f'(2)=-2$

فان $h'(2)$ حيث $h(x)=\dfrac{x^2}{f(x)}$ تساوي

(a) 12 (b) -12 (c) 4 (d) -4

---

(23) ان قيمة a,b التي تجعل $f(x)=\begin{cases} ax+b & x<0 \\ x^2-3x & x\geq 0 \end{cases}$ قابلة للاشتقاق عند $x=0$ هي

(a) $a=-3\ ,b=0$ (b) $a=0\ ,b=-3$ (c) $a=0\ ,b=3$ (d) $a=3\ ,b=0$

---

(24) اذا علمت ان $f(x)\times g(x)=f(x)+2g(x)$ حيث ان كل من $f(x),g(x)$ دوال قابلة للاشتقاق وان $g(1)=2,g'(1)=3$ فان $f'(1)$ تساوي

(a) 6 (b) -6 (c) -4 (d) 4

(1) ميل المستقيم العمودي على المماس للدالة $f(x)$ عند $x=a$ هو

(a) $f'(a)$ (b) $-f'(a)$

(c) $\frac{1}{f'(a)}$ (d) $\frac{-1}{f'(a)}$

---

(2) اذا كانت $f(3)=2, f'(3)=-1, f''(3)=4$ فان معادلة العمودي على المماس للدالة $f(x)$ عند $x=3$ هي

(a) $y=-x+5$ (b) $y=x-1$ (c) $y=4x-9$ (d) $y=-4x+1$

---

(3) ان قيمة x التي يكون عندها المماسان للدالتين $y=x$, $y=x^2+1$ متوازيان هي

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $-\frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) $-\frac{1}{4}$

---

(4) إذا كان منحنى الدالة: $y=2x^3-kx+2$ له مماس افقي عند $x=-1$ فان قيمة k تساوي

(a) 6 (b) -6 (c) 0 (d) 2

---

(5) اذا كانت معادلة العمودي على المماس للدالة $f(x)$ عند $(2,1)$ هي $y=3x-5$ فان $f'(2)$ يساوي

(a) 1 (b) 3

(c) $\frac{1}{3}$ (d) $-\frac{1}{3}$

(6) ان معادلة المماس للدالة $h(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$ عند $x=0$ هي

(a) $y=-2x-1$ (b) $y=-2x+1$

(c) $y=2x-1$ (d) $y=2x+1$

---

(7) اذا كان مماس الدلة $f(x)=2x^2+ax+b$ عند النقطة $(-1,3)$ يصنع زاوية مقدارها 45° مع محور (السينات) x فان

(a) $a=5,b=6$ (b) $a=3,b=4$

(c) $a=1,b=2$ (d) $a=-1,b=3$

---

(8) ان الزاوية المحصورة بين المستقيم $y=x$ والمماس المرسوم للدالة $y=\dfrac{1}{x}$ عند النقطة $(1,1)$ تساوي

(a) 45° (b) 90° (c) 180° (d) 135°

---

(9) ان معادلة المماس الافقي للدالة $f(x)=x^2+4x-1$ هي

(a) $y=2$ (b) $y=-2$ (c) $y=5$ (d) $y=-5$

---

(10) إذا كان المستقيم الذي معادلتة : $y=3x+a$ مماساً لمنحنى الدالة: $f(x)=2x^2-x+6$ فان قيمة الثابت a هي

(a) 1 (b) 4 (c) 3 (d) 7

محمد عمر الخطيب

(11) الزاوية الموجبة التي يصنعها مماس الدالة $f(x)=x^2-2$ عند $x=\frac{\sqrt{3}}{2}$ مع محور x هي

(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{\pi}{4}$ (c) $\frac{\pi}{3}$ (d) $\frac{\pi}{6}$

---

(12) ان معادلة المماس للدالة $h(x)$ عند $x=2$ حيث $h(x)=x^2 f(x)$ و $f(2)=1, f'(2)=-3$ هي

(a) $y=-8x-16$ (b) $y=8x-4$

(c) $y=-8x+20$ (d) $y=8x+12$

---

(13) اذا كان مماس الدلة $f(x)$ عن النقطة $(2,3)$ يصنع زاوية مقدارها 135° مع محور (السينات) x فان معادلة المماس للدالة عند النقطة $(2,3)$ هي

(a) $y=x+1$ (b) $y=-x+1$

(c) $y=-x+5$ (d) $y=x+5$

---

(14) اذا كانت منحنى الدالة $f(x)$ تمر بالنقطة $(2,3)$ وكان المماس للدالة عند النقطة يصنع زاوية قياسها 45° مع الاتجاة الموجب لمحور السينات فان $\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-3}{-3(x-2)}$ تساوي

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $-\frac{1}{2}$ (c) $-\frac{1}{3}$ (d) $\frac{1}{3}$

(15) ان قيمة x التي يصنع عندها المماس للدالة $f(x)=x^2-5x+1$ زاوية مقدارها 45° مع الاتجاة الموجب مع محور السينات هي

(a) 3 **(b)** -3 **(c)** 2 **(d)** -2

---

(16) اذا كان مماس منحنى الدالة f عند النقطة $(1,2)$ افقياً ،فان معادلة العمودي على المماس عند نفس النقطة هي

(a) $y=x$ **(b)** $x=1$

(c) $y=2$ **(d)** $y=2x$

---

(17) اي من الدوال التالية لها مماس افقي عند $x=0$

(a) $f(x)=|x|$ **(b)** $g(x)=\sqrt[3]{x}$

(c) $p(x)=x^2$ **(d)** $h(x)=x$

---

(18) يسقط جسم من قمة برج و تحدد موقعة الدالة $s(t)=64-16t^2$ حيث t بالثواني و s بالامتار فان متوسط السرعة المتجهه في الفترة الزمنية $[1,2]$ هي

(a) $-48\ m/s$ **(b)** $48\ m/s$ **(c)** $2\ m/s$ **(d)** $1\ m/s$

---

(19) قذف جسيم رأسياً لأعلى فتحرك حسب العلاقة $s(t)=60t-5t^2$ حيث t بالثواني و s بالأمتار فان اقصى ارتفاع يصل الية الجسم هو

(a) $60m$ **(b)** $180m$ **(c)** $360m$ **(d)** $120m$

---

(20) قذف جسيم رأسياً لأعلى فتحرك حسب العلاقة $s(t)=60t-5t^2$ حيث t بالثواني و s بالأمتار ان الفترة التي يتحرك بها الجسم متسارعاً هي

(a) $(0,6)$ **(b)** $(6,12)$ **(c)** $(0,12)$ **(d)** $(0,\infty)$

محمد عمر الخطيب

(21) قذف جسيم رأسياً لأعلى فتحرك حسب العلاقة $s(t)=60t-5t^2$ حيث t بالثواني و s بالأمتار ان السرعة على ارتفاع 100 متر تساوي

(a) $40m/\sec$ **(b)** $-40m/\sec$ **(c)** $60m/\sec$ **(d)** $-60m/\sec$

---

(22) يتحرك جسم بسرعة متجهة تعطى بالعلاقة $v(t)=\frac{3}{2}\sqrt{t}+6$ فان تسارع هذا الجسيم عندما تكون سرعته **12 m/sec** هي

(a) $\frac{16}{3}$ **(b)** $\frac{3}{4\sqrt{2}}$ **(c)** $\frac{3}{16}$ **(d)** $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

---

(23) قذف جسيم رأسياً لأعلى فتحرك حسب العلاقة $s(t)=60t-5t^2$ حيث t بالثواني و s بالأمتار فان السرعة المتجهة والتسارع عند $t=7s$ على الترتيب هما

(a) $10,10$ **(b)** $-10,-10$ **(c)** $10,-10$ **(d)** $-10,10$

---

(24) يبيع محل ملابس اطفال القطعة بسعر 20 درهم ويبيع سنوياً 25000 قطعة اذا كان السعر القطعة يزداد بمعدل 2 درهم سنوياً وتنقص المبيعات بمعدل 800 قطعة سنوياً فان معدل تغير الايراد السنوي يساوي

(a) 34000 **(b)** -34000 **(c)** 50000 **(d)** 16000

---

(25) ينتج مصنع 20000 من احدى السلع سنوياً ويبيع السلعة الواحدة بـ 20 درهم ويريد زيادة سعر السلعة 125 فلس ويزيد الانتاج بـ 2000 سلعة سنويا فان مقدار ا الايراد السنوي سيزداد بمعدل

(a) 402500 **(b)** 65000 **(c)** 467500 **(d)** 2500

(26) يمثل الجدول المجاور المبيعات السنوية لاحدى الشركات بملاين الدراهم $f(t)$ خلال فترة زمنية

قدر معدل التغير السنوي في المبيعات عام 2000

t	1990	1995	2000	2005	2010
$f(t)$	1.7	2.1	2.4	2.8	3.0

(a) 0.3 **(b)** 0.03

(c) 0.07 **(d)** 0.7

---

(27) يبيع مصنع دمى 60000 قطعة سنوياً بسعر القطعة 15 درهم ، اذا اراد صاحب المصنع زيادة لمبيعات بمعدل 3000 قطعة سنويا وتخفيض سعر القطعة بمعدل درهم واحد للقطعة، فان النسبةالمئوية لمعدل التغير في دخل المصنع السنوي يساوي.

(a) 15000 **(b)** -15000

(c) 1.66% **(d)** -1.66%

---

(28) ان قيم x التي يكون عندها المماس للدالة $y=3x^4-6x^2+1$ افقي هي

(a) $0,\pm\sqrt{3}$ **(b)** $0,\pm\sqrt{2}$ **(c)** $0,\pm1$ **(d)** $0,\pm2$

---

(29) يتحرك جسم على خط مستقيم حسب العلاقة $s(t)=2\sqrt{t}+2t^2$ حيث t بالثواني و s بالأمتار فان دالة التسارع هي

(a) $a(t)=-\frac{1}{2}t^{-3/2}+4$ **(b)** $a(t)=-\frac{1}{2}t^{-3/2}+4t$

(c) $a(t)=t^{-1/2}+4t$ **(d)** $a(t)=t^{1/2}+4t$

(30) بفرض ان $f(x), g(x)$ دوال قابلة للاشتقاق حيث $f(1)=-2\ ,\ f'(1)=3$

و $g(1)=1\ ,\ g'(1)=-2$

فان معادلة المماس للدالة $h(x)$ عند $x=1$ حيث $h(x)=\dfrac{f(x)}{g(x)}$ هي

(a) $y=x-1$ **(b)** $y=-x+1$

(c) $y=-x+3$ **(d)** $y=-x-1$

---

(31) احدى الدوال التالية له مماس رأسي عند $x=0$

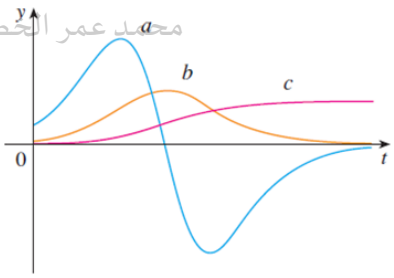
(a) $y=|x|$ **(b)** $y=x\sqrt{x}$ **(c)** $y=x^{-1}$ **(d)** $y=\sqrt[3]{x}$

---

(32) الشكل المجاور يمثل دالة الموقع والسرعة

المتجهة والتسارع لجسم يتحرك

على خط مسقيم . ان دالة السرعة المتجهة يمثلها المنحنى



(a) a **(b)** b **(c)** c **(d)** غير ذلك

---

(1) إذا كانت $f(x)=\sin x+\cos x$ فان $f'(x)$ تكون

(a) $\sin x+\cos x$ (b) $\sin x-\cos x$

(c) $\cos x+\sin x$ (d) $\cos x-\sin x$

---

(2) إذا كانت $f(x)=x\sin x$ فان $f'(x)$ تكون

(a) $\cos x$ (b) $x\cos x$

(c) $x\sin x+\cos x$ (d) $\sin x+x\cos x$

---

(3) إذا كانت $f(x)=\sin x\cos x$ فان $f'(x)$ تكون

(a) $\cos 2x$ (b) $-\sin x\cos x$

(c) $\sin 2x$ (d) 1

---

(4) إذا كانت $f(x)=\sec x\tan x$ فان $f'(x)$ تكون

(a) $\sec x$ (b) $\sec x\tan^2 x$

(c) $\sec x\tan^2 x+\sec^3 x$ (d) $\sec x\tan x+\sec^2 x$

---

(5) اذا كانت : $y=x^3+\sin x$ فان $\dfrac{d^{2022}y}{dx^{2022}}$ يساوي

(a) $\sin x$ (b) $-\sin x$ (c) $\cos x$ (d) $-\cos x$

(6) ميل المماس للدالة $f(x)=\dfrac{\sin x}{1+\cos x}$ عند $x=\dfrac{\pi}{2}$ هو

(a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) 2

---

(7) إذا كانت $f(x)=\sqrt[3]{x}\sin x$ فان $f'(0)$ تكون

(a) 1 (b) 0 (c) -1 (d) غير موجودة

---

(8) اي من الدوال التالية غير قابلة للاشتقاق عند $x=0$

(a) $f(x)=\sin|x|$ (b) $f(x)=\cos|x|$

(c) $f(x)=x|x|$ (d) $f(x)=[x+0.5]$

---

(9) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{\sin(\frac{\pi}{3}+h)-\sin\frac{\pi}{3}}{h}$

(a) 0 (b) 1

(c) $\dfrac{1}{2}$ (d) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

---

(10) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\dfrac{\tan x-1}{x-\frac{\pi}{4}}$

(a) 1 (b) 2

(c) -2 (d) 0

(1) $\frac{d}{dx}\left[\sqrt{x^2+1}\right]=$

(a) $\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ **(b)** $\frac{x}{2\sqrt{x^2+1}}$

(c) $\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$ **(d)** $\frac{1}{2\sqrt{x^2+1}}$

---

(2) $\frac{d}{dx}\left[\sin^3 3x\right]=$

(a) $3\sin^2 3x\cos 3x$ **(b)** $9\sin^2 3x\cos 3x$

(c) $3\sin^2 3x$ **(d)** $6\sin^2 3x$

---

(3) $\frac{d}{dx}\left[\tan x+\frac{1}{3}\tan^3 x\right]=$

(a) $\sec^2 x+\tan^2 x$ **(b)** $\sec^4 x$

(c) $\sec^2 x+\sec x\tan^2 x$ **(d)** $\sec^2 x+\sec^2 x\tan x$

---

(4) $\frac{d^2}{dx^2}\left[\sin^2 x\right]$

(a) $-2\cos 2x$ **(b)** $2\cos 2x$ **(c)** $-2\sin 2x$ **(d)** $2\sin 2x$

(5) $\frac{d}{dx}\left[\sec^3 2x\right] =$

(a) $3\sec^3 2x \tan 2x$ **(b)** $6\sec^3 2x \tan 2x$

(c) $6\sec^3 2x$ **(d)** $6\sec^2 2x \tan 2x$

---

(6) $\frac{d}{dx}\left[x(x^2+3)^5\right] =$

(a) $5(x^2+3)^4$ **(b)** $5x(x^2+3)^4$

(c) $5x(x^2+3)^5 + 10x(x^2+3)^4$ **(d)** $(11x^2+3)(x^2+3)^4$

---

(7) $\frac{d}{dx}\left[\sec^2 x \tan x\right] =$

(a) $2\sec^2 x \tan^2 x + \sec^4 x$ **(b)** $2\sec x \tan x + \sec^4 x$

(c) $2\sec^2 x \tan x + \sec^4 x$ **(d)** $2\sec x \tan^2 x + \sec^4 x$

---

(8) $\frac{d}{dx}\left[\sec^2 3x - \tan^2 3x\right] =$

(a) 1 **(b)** 0

(c) $6\sec 3x \tan 3x - 6\sec^2 3x$ **(d)** $6\sec^2 3x \tan 3x - 6\sec^4 3x$

محمد عمر الخطيب

(9) اذا كانت $f(x)=\sqrt{\dfrac{x}{x+1}}$ **فان** $f'(x)$ **تساوي**

(a) $\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{x}{x+1}\right)^{\frac{-1}{2}}$

(b) $\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{x}{x+1}\right)^{\frac{-1}{2}}\left[\dfrac{1}{(x+1)^2}\right]$

(c) $\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{x}{x+1}\right)^{\frac{-1}{2}}\left[\dfrac{-1}{(x+1)^2}\right]$

(d) $\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{x}{x+1}\right)^{\frac{-1}{2}}\left[\dfrac{2x+1}{(x+1)^2}\right]$

---

(10) اذا كانت : $x=3t^2-t$, $y=\tan(x+\dfrac{\pi}{4})$ **فان** $\dfrac{dy}{dt}$ **عند** $t=0$

(a) 2 **(b)** -2 **(c)** $-\sqrt{2}$ **(d)** $\sqrt{2}$

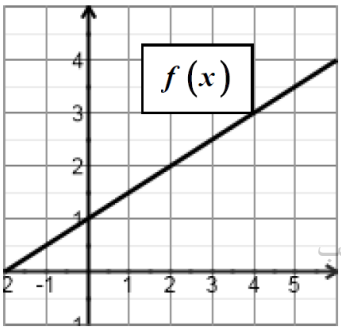
---

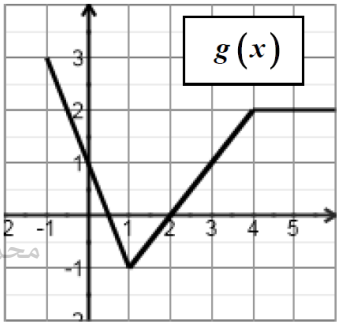
(11) اذا كان $u=2x\sqrt{x}$, $y=u^2-\dfrac{8}{u}$ **فان** $\dfrac{dy}{dx}$ **عند** $x=1$ **تساوي**

(a) 8 **(b)** 18 **(c)** 24 **(d)** 48

---

(12) الرسم البياني المجاور يمثل بيان للدالة $f(x), g(x)$ **حيث** $h(x)=f(g(x))$ **فان** $h'(0)$





(a) 0 **(b)** 2 **(c)** 1 **(d)** -1

(13) اذا كانت $h'(x)=n\sqrt{h(x)}$ حيث $n>0$ و $h''(x)=18$ فان قيمة الثابت n تساوي

(a) 3 (b) 36

(c) 6 (d) $3\sqrt{2}$

---

(14) اذا كانت : $f(x)=\begin{cases}1+\cos 2x & ,x\geq\frac{\pi}{4}\\ a+bx & ,x<\frac{\pi}{4}\end{cases}$ دالة قابلة للاشتقاق عند $x=\frac{\pi}{4}$

فان قيمة الثابت b تساوي

(a) 2 (b) -2 (c) 0 (d) -1

---

(15) مجال الدالة $f'(x)$ حيث $f(x)=\sqrt{4-x^2}$ هو (الدالة قابلة للاشتقاق على الفترة)

(a) $[0,2]$ (b) $(0,2)$ (c) $[-2,2]$ (d) $(-2,2)$

---

(16) بالاعتماد على الجدول المجاور

x	3	7
$f(x)$	7	22
$f'(x)$	5	10

اذا كانت $f(g(x))=g(f(x))=x$

فان $g'(7)$ يساوي

(a) $-\frac{1}{10}$ (b) $\frac{1}{10}$

(c) $\frac{1}{5}$ (d) $\frac{7}{5}$

(17) اذا كان : $y=f(x^2)$ وكان $f'(x)=\sqrt{5x-1}$ فان $\frac{dy}{dx}$ تساوي

(a) $2x\sqrt{5x-1}$ (b) $\sqrt{5x-1}$

(c) $2x\sqrt{5x^2-1}$ (d) $\sqrt{5x^2-1}$

---

(18) اذا كانت : $f(x)=\sqrt{x^2+1}$, فان $f'(x)$ تساوي

(a) $f(x)$ (b) $x\,f(x)$

(c) $\frac{f(x)}{x}$ (d) $\frac{x}{f(x)}$

---

(19) اذا كان $f'(1)=-2\,,\,f(1)=4$ فان $\left(\sqrt{f(x)}\right)'$ عند $x=1$ يساوي

(a) 1 (b) -1

(c) $\frac{1}{2}$ (d) $-\frac{1}{2}$

---

(20) ان قيم x التي عندها الدالة $f(x)=\sqrt[3]{x^2-x-2}$ غير قابلة للاشتقاق هي

(a) $2,-1$ (b) $1,-2$

(c) 1 (d) -1

---

(21) اذا كان $f(1)=2\,,f'(1)=3\,,f'(2)=4$ و $g(x)=f^{-1}(x)$ فان $g'(2)$ تساوي

(a) $\frac{1}{3}$ (b) $-\frac{1}{3}$

(c) $\frac{1}{4}$ (d) $-\frac{1}{4}$

(22) اذا $h(x)=f(\sqrt{x})+\sqrt{f(x)}$ كانت حيث $f'(1)=2\,,f(1)=1$ فان $h'(1)$

(a) 1 (b) 0

(c) 4 (d) 2

---

(23) الفترة التي تكون الدالة $f(x)=\sqrt[3]{x-2}$ قابلة للاشتقاق عليها هي

(a) $[2,\infty)$ (b) $(-\infty,2),(2,\infty)$

(c) $(-\infty,-2],[2,\infty)$ (d) $(-\infty,\infty)$

---

(24) اذا كانت $f(x)=10x(x^2+1)^4$ حيث $g'(x)=f(x)$ فان $g(x)$

(a) $5x^2(x^2+1)^5$ (b) $(x^2+1)^4$

(c) $(x^2+1)^5$ (d) $2x(x^2+1)^5$

---

(25) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{(x+h)^5+1-(x^5+1)}{h}=$

(a) $5x^4$ (b) $5(x+1)^4$

(c) $5x^4+5$ (d) $5x^4+h$

---

(26) اذا كانت $f(\dfrac{1}{x})=4x^3-7x+1$ فان $f'(2)$ تساوي

(a) 1 (b) -1 (c) -4 (d) 4

(27) اذا كانت $h(x)=f(x^2)$ فان $h''(x)$ تساوي

(a) $2f''(x^2)$ **(b)** $2xf''(x^2)$

(c) $2f'(x^2)+4x^2f''(x^2)$ **(d)** $2f'(x^2)+2xf''(x^2)$

---

(28) اذا كانت $f(x)=x\sqrt{2x-3}$ فان $f'(x)$ تساوي

(a) $\dfrac{3x-3}{\sqrt{2x-3}}$ **(b)** $\dfrac{x}{\sqrt{2x-3}}$

(c) $\dfrac{5x-6}{2\sqrt{2x-3}}$ **(d)** $\dfrac{-x}{\sqrt{2x-3}}$

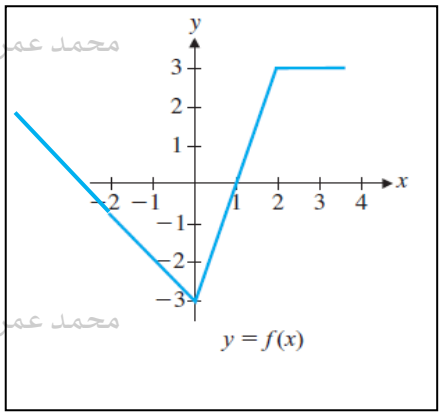
---

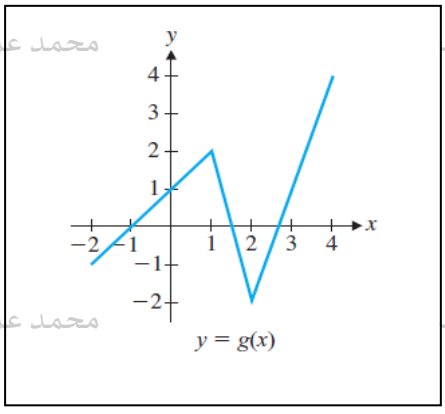
(29) اذا كانت $f(3x)=6x^3$ فان $f''(6)$ يساوي

(a) 216 **(b)** 72 **(c)** 24 **(d)** 8

---

(30) الرسم البياني المجاور يمثل بيان الدالة $f(x),g(x)$ حيث $h(x)=g(f(x))$ فان $h'(3)$





(a) 0 **(b)** 9 **(c)** -9 **(d)** 3

(31) اي مما يلي ينطبق على الدالة : $f(x)=\begin{cases} x^2-2x & ,x\geq 2 \\ \sin(2x-4) & ,x<2 \end{cases}$

(a) متصلة وقابلة للاشتقاق عند $x=2$

(b) متصلة وغير قابلة للاشتقاق عند $x=2$

(c) غير متصلة وغير قابلة للاشتقاق عند $x=2$

(d) غيرمتصلة وقابلة للاشتقاق عند $x=2$

---

(32) اي مما يلي ينطبق على الدالة : $g(x)=\sqrt{|x-1|}$

(a) متصلة وقابلة للاشتقاق عند $x=1$

(b) متصلة وغيرقابلة للاشتقاق عند $x=1$

(c) غير متصلة وغيرقابلة للاشتقاق عند $x=1$

(d) غيرمتصلة وقابلة للاشتقاق عند $x=1$

---

(33) اذا كانت $f(x)=\sqrt{x^3+2x+4}$ ولها الدالة العكسية $g(x)$ فان $g'(2)$

(a) 1 (b) 2 (c) 4 (d) 8

---

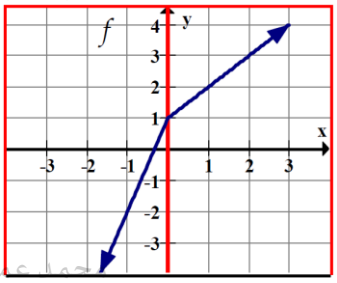
(34) اذا كانت $f(x)=x^3+5x+6$ ولها الدالة العكسية $g(x)$ فان $g'(x)$

(a) $\dfrac{1}{[g(x)]^2+6}$ (b) $\dfrac{1}{3[g(x)]^2}$

(c) $\dfrac{1}{3[g(x)]^2+5[g(x)]}$ (d) $\dfrac{1}{3[g(x)]^2+5}$

محمد عمر الخطيب

(35) بالاعتماد على الرسم البياني المجاور الذي يمثل



بيان للدالة $f(x)$

ان $(f^{-1})'(-2)$ يساوي

(a) $-\frac{1}{2}$ **(b)** $\frac{1}{2}$ **(c)** $-\frac{1}{3}$ **(d)** $\frac{1}{3}$

---

(36) اعتمد على الجدول المجاور لايجاد ميل المماس للدالة $g(x)=f^{-1}(x)$ عند $x=2$

x	$f(x)$	$f'(x)$
2	3	4
3	2	5

(a) $\frac{1}{4}$ **(b)** $\frac{1}{5}$

(c) $\frac{1}{3}$ **(d)** $\frac{1}{2}$

---

(37) الجدول المجاور يمثل بعض قيم الدالة $f(x)$ ومشتقتها

x	2	3	4
$f(x)$	1	2	6
$f'(x)$	4	5	3

والدالة $g(x)=f^{-1}(x)$

فان معادلة المماس للدالة $g(x)$ عند $x=2$ هي

(a) $y=\frac{-1}{5}(x-2)+3$ **(b)** $y=\frac{1}{5}(x-2)+3$

(c) $y=\frac{-1}{4}(x-2)+1$ **(d)** $y=\frac{1}{4}(x-2)+1$

---

(38) يتحرك جسم بسرعة متجهة تعطى بالعلاقة $v(t)=b\sqrt{s(t)}$ حيث t بالثواني و s موقع الجسم بالأمتار و b عدد ثابت اكبر من صفر. فان قيمة b التي تجعل التسارع $8\ m/\sec^2$ هي

(a) 4 **(b)** 2 **(c)** 16 **(d)** 8

(39) ان السرعة المتجهة المتوسطة لدالة الموقع $s(t)=\sqrt{t^2+8t}$ بين $t=0$ و $t=1$ تساوي

(a) $3m/\sec$ **(b)** $-3m/\sec$ **(c)** $4m/\sec$ **(d)** $-4m/\sec$

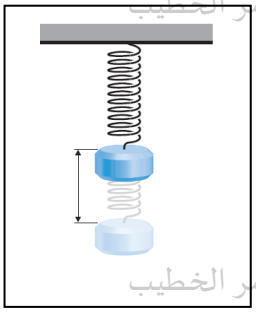
---

(40) ان السرعة المتجهة لدالة الموقع $s(t)=\sqrt{t^2+8t}$ عند $t=1$ تساوي

(a) $\frac{5}{3}m/\sec$ **(b)** $\frac{3}{2}m/\sec$ **(c)** $\frac{10}{3}m/\sec$ **(d)** $\frac{3}{5}m/\sec$

---

(41) لتكن $u(t)=4\cos(2t)$ تقيس مقدار الازاحة بالبوصة لكتلة معلقة في زنبرك لمدة t ثانية بعد تحريرها فان اقصى سرعة متجهة يصل اليها الجسم هي

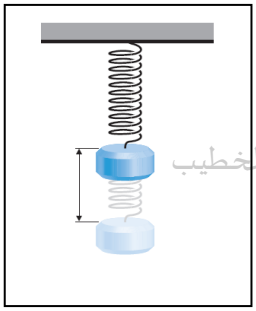


(a) 8 **(b)** 4

(c) -8 **(d)** 2

---

(42) لتكن $u(t)=4\cos(2t)$ تقيس مقدار الازاحة بالبوصة لكتلة معلقة في زنبرك لمدة ثانية t بعد تحريرها فان الجسم يصل الى سرعتة القصوى اول مرة عند الزمن



(a) $\frac{\pi}{4}$ **(b)** $\frac{3\pi}{4}$

(c) $\frac{\pi}{2}$ **(d)** $\frac{3\pi}{2}$

(43) اذا كانت $f(x)=x^3+2x+1$ ولها الدالة العكسية $g(x)$ فان $g'(-2)$

(a) $\frac{1}{5}$ (b) $-\frac{1}{5}$ (c) $\frac{2}{5}$ (d) $-\frac{2}{5}$

---

(44) $\frac{d}{dx}\left[\sin^2(\tan x)\right]=$

(a) $2\sin(\tan x)\cos(\tan x)\sec^2 x$ (b) $2\sin(\tan x)\ \sec^2 x$

(c) $2\sin(\tan x)\cos x\sec^2 x$ (d) $2\sin(\tan x)\cos(\tan x)\sec^2(\tan x)$

---

(45) اذا كانت $f(x)=\sec(\tan^2 x)$ فان $f'(x)$ تساوي

$(a)\quad 2\sec(\tan^2 x).\tan(\tan^2 x).\tan x$

$(b)\quad 2\sec(\tan^2 x).\tan(\tan^2 x).\tan x.\sec^2 x$

$(c)\quad 2\sec(x).\tan(x).\tan x.\sec^2 x$

$(d)\quad 2\sec(\tan^2 x).\tan(\tan^2 x).\sec^2 x$

---

(46) اذا كانت $f(x)=\csc^2(\cot x)$ فان $f'(x)$ تساوي

$(a)\quad -2\csc(\cot x).\csc^2 x$

$(b)\quad -2\csc(\cot x).\csc^2 x$

$(c)\quad 2\csc(\cot x).\csc^3 x.\cot x$

$(d)\quad 2\csc^2(\cot x).\cot(\cot x).\csc^2 x$

(1) $\frac{d}{dx}\left[e^x \ln x\right] =$

(a) $\frac{1}{x}e^x$ **(b)** $e^x + \frac{1}{x}$

(c) $\frac{e^x}{x} + \ln x$ **(d)** $\frac{e^x}{x} + e^x \ln x$

---

(2) $\frac{d}{dx}\left[2^{\sin x}\right] =$

(a) $2^{\cos x}$ **(b)** $2^{\sin x}\cos x$

(c) $2^{\sin x}\cos x \ln 2$ **(d)** $-2^{\sin x}\cos x \ln 2$

---

(3) اذا كانت $f(w) = \frac{w}{e^{6w}}$ فان

(a) $f'(w) = \frac{1}{6e^{6w}}$ **(b)** $f'(w) = \frac{1-6w}{e^{6w}}$

(c) $f'(w) = \frac{1+6w}{e^{6w}}$ **(d)** $f'(w) = \frac{1+6w}{e^{12w}}$

(4) $\frac{d}{dx}\left[\ln\sqrt{x^2+1}\right] =$

(a) $\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ **(b)** $\frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$

(c) $\frac{x}{x^2+1}$ **(d)** $\frac{2x}{x^2+1}$

(5) $\frac{d}{dx}\ln(\sec x+\tan x)=$

(a) $\sec x$ **(b)** $\sec x+\tan x$ **(c)** $\sec x-\tan x$ **(d)** $\csc x$

---

(6) $\frac{d}{dx}\left[\sqrt[3]{x^3e^{3x}}\right]=$

(a) xe^x+1 **(b)** $e^x(1+x)$

(c) $9x^2e^{3x}$ **(d)** $\sqrt[3]{3x^2+3e^{3x}}$

---

(7) $\frac{d}{dx}\left[\log_2(3^x+1)\right]=$

(a) $\frac{3^x}{3^x+1}$ **(b)** $\frac{3^x}{3^x+1}\log_2 3$

(c) $\frac{3^x}{3^x+1}\ln 3$ **(d)** $\frac{3^x}{(3^x+1)\ln 2}$

---

(8) $\frac{d}{dx}\left[\sqrt{x}\,e^{\sin x}\right]=$

(a) $\frac{1}{2\sqrt{x}}e^{\sin x}\cos x$ **(b)** $\frac{1}{2\sqrt{x}}e^{\sin x}+\sqrt{x}e^{\sin x}\cos x$

(c) $\frac{1}{2\sqrt{x}}e^{\sin x}+\sqrt{x}e^{\sin x}$ **(d)** $\frac{1}{2\sqrt{x}}e^{\sin x}+\sqrt{x}e^{\cos x}$

(9) $\frac{d}{dx}\left[\ln\left(\frac{\sin x - x}{\tan x + 1}\right)\right] =$

(a) $\frac{(\cos x - 1)(\tan x + 1) - (\sin x - x)(\sec^2 x)}{(\tan x + 1)^2}$ **(b)** $\frac{\cos x - 1}{\sin x - x} - \frac{\sec^2 x}{\tan x + 1}$

(c) $\frac{\cos x - 1}{\sec^2 x}$ **(d)** $\frac{1}{\cos x - 1} - \frac{1}{\sec^2 x}$

---

(10) $\frac{d}{dx}\left[\ln(x-1) + \log_3(3^{\sec x}) + e^{\ln x}\right] =$

(a) $\frac{1}{x-1} + \sec x$ **(b)** $\frac{x}{x-1} + \sec x \tan x$

(c) $\frac{1}{x-1} + \sec x + e^{\ln x}$ **(d)** $\frac{1}{x-1} + \sec x + 1$

---

(11) $\frac{d}{dx}\left[\sin^3(e^{2x})\right] =$

(a) $6\sin^2(e^{2x})\cos(e^{2x})\,e^{2x}$ **(b)** $6\sin^2(e^{2x})\;e^{2x}$

(c) $6\sin(e^{2x})\cos(e^{2x})\,e^{2x}$ **(d)** $3\sin^2(e^{2x})\cos(e^{2x})$

---

(12) $\frac{d}{dx}\left[\ln(x^3 e^{2x}\cos^5 x\right] =$

(a) $\frac{3}{x} + 2 - 5\tan x$ **(b)** $\frac{1}{x^3} + 2x - 5\tan^4 x \sec^2 x$

(c) $\frac{1}{x} + 2e^{2x} - 5\tan^4 x \sec^2 x$ **(d)** $\frac{1}{x} + 2x - 5\cos^4 x \sin x$

(13) $\frac{d}{dx}\left[x^{\ln x}\right]=$

(a) $\frac{x^{\ln x}\ln x}{x^2}$ **(b)** $\frac{2x^{\ln x}\ln x}{x}$

(c) $\frac{2\ln x}{x}$ **(d)** $\frac{x^{\ln x}\ln x}{x}$

---

(14) $\frac{d}{dx}\left[x^2\right]^{4x}=$

(a) $x^{4x}\left[1+x\ln x\right]$ **(b)** $8x^{8x}\left[1+\ln x\right]$

(c) $8x^{8x}\ln x$ **(d)** $8x^{8x}\left[1-\ln x\right]$

---

(15) اذا كانت $h(\ln x)=f(x)+x$ **حيث** $f'(0)=3$ **و** $f'(1)=-2$

فان قيمة $h'(0)$ **تساوي**

(a) 4 **(b)** -1

(c) 3 **(d)** -2

---

(16) اذا كان $f(x)=e^{-x}$ **و** $g(x)=f(f(x))$ **فان قيمة** $g'(0)$ **تساوي**

(a) $\frac{2}{e}$ **(b)** $\frac{1}{e}$

(c) $\frac{-1}{e}$ **(d)** $\frac{1}{e^2}$

---

(17) اذا كانت : $f'(x)=\tan x$ **, فان** $f(x)$ **ممكن ان تكون**

(a) $\ln(\sin x)+c$ **(b)** $\ln(\cos x)+c$ **(c)** $\ln(\sec x)+c$ **(d)** $\ln(\csc x)+c$

(18) اذا كانت $e^{f(x)}=1+x^2$ فان $f'(x)$ يساوي

(a) $\frac{1}{x^2+1}$ (b) $\frac{2x}{x^2+1}$

(c) $2x(1+x^2)$ (d) $2x\ln(1+x^2)$

---

(19) اذا كانت $f(x)=x-\ln x$ و $g(x)=f^{-1}(x)$ فان $g'(x)$ يساوي

(a) $\frac{g(x)}{g(x)-1}$ (b) $\frac{g(x)-1}{g(x)}$

(c) $\frac{1}{g(x)}$ (d) $\frac{1}{g(x)-\ln g(x)}$

---

(20) اذا كانت الدالة $f(x)=e^{x^3+2x}$ فان $(f^{-1})'(1)$ يساوي

(a) $\frac{1}{5}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{2e}$ (d) $\frac{1}{5e}$

---

(21) اذا كانت $f(x)=x^{x^2}$ فان $f'(\sqrt{2})$ يساوي

(a) $\sqrt{2}(\ln 2+1)$ (b) $2\sqrt{2}(\ln 2+1)$

(c) $2\sqrt{2}\ln 2$ (d) $2\sqrt{2}(\ln 2+2)$

---

(22) $\frac{d}{dx}[x]^{4-x^2}=$

(a) $-2x\ln x+\frac{1}{x}(4-x^2)$ (b) $x^{4-x^2}\left[-2x\ln x+\frac{1}{x}(4-x^2)\right]$

(c) $x^{4-x^2}\left[-2x\ln x+(4-x^2)\right]$ (d) $x^{4-x^2}\left[-\ln x+\frac{1}{x}(4-x^2)\right]$

محمد عمر الخطيب

(23) اذا كانت $f(x)=\dfrac{\sqrt{\ln x}}{x}$ فان $f'(x)$

(a) $f'(x)=\dfrac{1-2\ln x}{2x^2\sqrt{\ln x}}$ (b) $f'(x)=\dfrac{1-2\ln x}{2x^2\ln x}$

(c) $f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{\ln x}}$ (d) $f'(x)=\dfrac{1+2\ln x}{2x^2\sqrt{\ln x}}$

---

(24) $\dfrac{d}{dx}\left[x\times 3^{x^2}\right]=$

(a) $3^{x^2}\times 2x\ln 3$ (b) $3^{x^2}\left[1+2x^2\right]$

(c) $3^{x^2}\times 2x$ (d) $3^{x^2}\left[1+2x^2\ln 3\right]$

---

(25) اذا كانت : $y=xe^x$ فان $\dfrac{d^ny}{dx^n}$ يعطى بالعلاقة

(a) $(2n+x)e^x$ (b) $n(1+x)e^x$ (c) $(n+x)e^x$ (d) $(n-x)e^x$

---

(26) اذا كانت $f(x)=\begin{cases}x+2 & ,x\geq 0\\ e^{a+bx} & ,x<0\end{cases}$ دالة قابلة للاشتقاق عند $x=0$ فان قيمة b تساوي

(a) $\dfrac{1}{e}$ (b) $\dfrac{1}{2}$

(c) 2 (d) $\ln 2$

(27) اذا كانت الدالة $f(x)=e^{ax}$ حيث a عدد ثابت ،فان قيمة(قيم) a التي تحقق المعادلة $f''(x)-f(x)=0$ هي

(a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) $-1,1$

---

(28) اذا كان $f(x)=e^{2x}-\sin x$ فان $f^{(27)}(0)$ يساوي

(a) $2^{27}+1$ (b) $2^{27}-1$

(c) 2^{27} (d) $2^{3}+1$

---

(29) اذا كانت $f(x)=e^{2x}-e^{-2x}$ فان $f^{(21)}(0)$ يساوي

(a) 0 (b) 2

(c) 2^{21} (d) 2^{22}

---

(30) ميل المستقيم العمودي على المماس للدالة $f(x)=\dfrac{x}{e^{x}}$ عند $x=0$ هو

(a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) e

---

(31) يوجد للدالة $f(x)=xe^{2x}$ مماس افقي عند

(a) $x=\dfrac{1}{2}$ (b) $x=-\dfrac{1}{2}$ (c) $x=-\dfrac{1}{e}$ (d) $x=\dfrac{1}{e}$

---

(32) يحدد عدد البكتيريا في اليوم t بالعلاقة $p(t)=500(2)^{t}$ فان النسبة المئوية لمعدل التغير في عدد البكتيريا تقريبا يساوي

(a) 7% (b) 70% (c) 170% (d) 50%

(33) تمثل الدالة $f(t)=\dfrac{70}{1+3e^{-0.2t}}$ نسبة عدد السكان التي تصلهم اشاعة معينة بعد الزمن t بالساعة فان معدل التغير في انتشار الاشاعة بعد ساعتين يساوي

(a) 70% **(b)** 23%

(c) 3.1% **(d)** 17.5%

---

(34) للدالة $f(x)=x^2e^{-2x}$ مماسات افقية عند

(a) $x=0,x=-1$ **(b)** $x=1$ **(c)** $x=0,x=1$ **(d)** $x=0$

---

(35) معادلة مماس الدالة $y=3^{\tan x}$ عند $x=0$ هي

(a) $y=x+1$ **(b)** $y=x-1$

(c) $y=(\ln 3)x+1$ **(d)** $y=(\ln 3)x+3$

---

(36) ميل المماس لمنحنى الدالة $y=xe^{-2x}$, عند $x=1$ يساوي

(a) $\dfrac{-1}{e^2}$ **(b)** $\dfrac{-2}{e^4}$

(c) $\dfrac{2}{e^4}$ **(d)** $\dfrac{-3}{e^4}$

---

(37) تحدد الدالة $v(t)=60\,e^{-0.2t}$ قيمة الاستثمار لمبلغ معين بعد الزمن t فان النسبة المئوية للمعدل اللحظي للتغير تساوي

(a) -20% **(b)** 60%

(c) -60% **(d)** 20%

(38) يبدأ تكاثر البكتريا بالعدد 200 ويتضاعف ثلاث مرات كل يوم، فان عدد البكتيريا بعد t يوم يعطى بالمعادلة

(a) $P(t)=200\times 3^t$ (b) $P(t)=600\times 3^t$

(c) $P(t)=200\times 9^t$ (d) $P(t)=200^t$

---

(39) يبدأ تكاثر البكتريا بالعدد 500 ويتضاعف كل اربع ايام ، فان عدد البكتيريا بعد t يوم يعطى بالمعادلة

(a) $P(t)=500\times 8^t$ (b) $P(t)=500\times 2^t$

(c) $P(t)=500\times (\frac{1}{4})^t$ (d) $P(t)=500\times 2^{\frac{t}{4}}$

---

(40) ميل المماس للدالة 3^{x^e} عند $x=1$ يساوي

(a) $3\ln 3$ (b) $3e$

(c) $\ln 3$ (d) $3e\ln 3$

---

(41) اذا كان للدالة $f(x)=\ln x$ مماس يمر بنقطة الاصل فان نقطة التماس تكون

(a) $(1,0)$ (b) $(e^2,2)$

(c) $(e,1)$ (d) (e,e)

---

(42) لتكن $c(t)=\frac{10}{9e^{-20t}+1}$ تقيس تركيز مادة معينة بعد t ثانية من التفاعل فان قيمة التركيز تكون متزايدة وحدها الاعلى هو

(a) 1 (b) 100

(c) 10 (d) 1000

(43) لتكن $c(t)=\dfrac{6}{2e^{-10t}+1}$ تقيس تركيز مادة معينة بعد t ثانية من التفاعل

فاي عبارة من العبارت التالية صحيحة دائماً :

(a) العلاقة بين الزمن والتركيز علاقة طردية و اكبر قيمة للتركيز 6

(b) العلاقة بين الزمن والتركيز علاقة عكسية و اكبر قيمة للتركيز 6

(c) العلاقة بين الزمن والتركيز علاقة طردية و اكبر قيمة للتركيز 3

(d) العلاقة بين الزمن والتركيز علاقة طردية و اكبر قيمة للتركيز 2

---

(44) اذا كانت درجات شخص بعد دراسة (t) ساعة تعطى بالدالة $f(t)=\dfrac{90}{1+4\,e^{-0.4t}}$

فان درجاته سترتفع تقريبا بعد دراسة ساعة واحدة زيادة عن عدد الساعات السابقة بمعدل

(a) 5.76 **(b)** 7.12 **(c)** 1.44 **(d)** 23.04

---

(45) يتم وصف حركة زنبرك معين بالدالة $f(t)=e^{-t}\cos t$ فان اول مرة تنعدم السرعة عند الموقع

(a) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}e^{\frac{3\pi}{4}}$ **(b)** $\dfrac{1}{\sqrt{2}}e^{-\frac{3\pi}{4}}$ **(c)** $-\dfrac{1}{\sqrt{2}}e^{\frac{3\pi}{4}}$ **(d)** $-\dfrac{1}{\sqrt{2}}e^{-\frac{3\pi}{4}}$

---

(46) اذا كان $f(x)=\ln(\sqrt{e^x+x}+\sqrt{x})+\ln(\sqrt{e^x+x}-\sqrt{x})$ فان $f'(x)$

(a) 1 **(b)** e

(c) 0 **(d)** -1

(1) $\frac{d}{dx}\left[\cos^{-1} 2x\right] =$

(a) $\frac{2\sin(2x)}{\cos^2(x-2)}$ **(b)** $\frac{-2}{\sqrt{1+4x^2}}$

(c) $\frac{2}{\sqrt{1-4x^2}}$ **(d)** $\frac{-2}{\sqrt{1-4x^2}}$

---

(2) $\frac{d}{dx}\left[\tan^{-1} x^2\right] =$

(a) $\frac{1}{x^4+1}$ **(b)** $\frac{x}{x^4+1}$

(c) $\frac{4x^3}{x^4+1}$ **(d)** $\frac{2x}{x^4+1}$

---

(3) $\frac{d}{dx}\left[\cos(\sin^{-1} x)\right] =$

(a) $\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$ **(b)** $\frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}$

(c) $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ **(d)** $\frac{-2x}{\sqrt{1-x^2}}$

(4) $\frac{d}{dx}\left[e^{\tan^{-1}x^2}\right]=$

(a) $\frac{2x}{1+x^4}$ **(b)** $e^{\tan^{-1}x^2}\frac{2x}{1+x^4}$

(c) $e^{\tan^{-1}x^2}\frac{1}{1+x^4}$ **(d)** $e^{\tan^{-1}x^2}\frac{1}{1+x^2}$

---

(5) $\frac{d}{dx}\left[2^{\tan^{-1}x}\right]=$

(a) $2^{\tan^{-1}x}\ln 2$ **(b)** $2^{\tan^{-1}x}\sec^2 x\ln 2$

(c) $2^{\tan^{-1}x}\frac{1}{1+x^2}$ **(d)** $2^{\tan^{-1}x}\frac{\ln 2}{1+x^2}$

---

(6) $\frac{d}{dx}\left[\cos^{-1}\sqrt{x}\right]=$

(a) $\frac{-1}{\sqrt{x}\sqrt{1-x}}$ **(b)** $\frac{-1}{2\sqrt{x}\sqrt{1-x}}$

(c) $\frac{-1}{\sqrt{1-x}}$ **(d)** $\frac{-1}{\sqrt{1-\sqrt{x}}}$

---

(7) اذا كانت : $y=e^{xy}$ **فان** $\frac{dy}{dx}$ **عند النقطة** $(0,1)$ **يساوي**

(a) 0 **(b)** e **(c)** -1 **(d)** 1

---

(8) اذا كانت : $\sin x=e^{y}$ **فان** $\frac{dy}{dx}$ **يساوي**

(a) $\tan x$ **(b)** $-\cot x$ **(c)** $\cot x$ **(d)** $\csc x$

(9) ان اذا كان $x = \tan y$ فان $\frac{dy}{dx}$ تساوي

(a) $\frac{1}{x^2+1}$ (b) $\frac{x}{x^2+1}$ (c) $\frac{1}{y^2+1}$ (d) $\frac{y}{y^2+1}$

---

(10) اذا كانت $\sin(xy) = x$ فان $\frac{dy}{dx}$ تساوي

(a) $\frac{\sec(xy)}{x}$ (b) $\frac{\sec(xy)}{y}$

(c) $\frac{\sec(xy) - y}{y}$ (d) $\frac{\sec(xy) - y}{x}$

---

(11) معادلة المماس للعلاقة $x^2 + 2y^2 = 6$ عند النقطة $(2,1)$ هي

(a) $y = -x$ (b) $y = -x + 3$ (c) $y = x + 2$ (d) $y = x - 2$

---

(12) معادلة (معادلات) المماسات الافقية للدالة $x^2 + y^2 - 2y = 0$ هي

(a) $y = 0, 2$ (b) $y = 1, -1$ (c) $x = -1, 1$ (d) $x = 0, 2$

---

(13) معادلة العمودي على المماس للعلاقة $y^2 - xy + x = 5$ عند النقطة $(-1,2)$ هي

(a) $y = -5x + 3$ (b) $y = -5x - 3$ (c) $y = 5x + 9$ (d) $y = 5x + 7$

---

(14) ميل مماس الدالة $\sqrt{xy} = 2$ عند النقطة $(1,4)$ هو

(a) 4 (b) -4 (c) 1 (d) -1

محمد عمر الخطيب

(15) اذا كانت $\ln x - \ln y = y - 4$ **فان** y' **عند النقطة** $(4,4)$ **يساوي**

(a) $\frac{1}{2}$ **(b)** $\frac{1}{3}$

(c) $\frac{1}{5}$ **(d)** $\frac{17}{5}$

---

(16) معادلة(معادلات) المماس الرأسي للعلاقة $x^2 + y^2 - 2y = 0$ **هي**

(a) $y = 1$ **(b)** $x = \pm 1$ **(c)** $x = 1$ **(d)** $x = -1$

---

(17) مجال الدالة $f'(x)$ **حيث** $f(x) = \sin^{-1}(2x-1)$ **هو**

(a) $[0,1]$ **(b)** $(0,1)$

(c) $[0,1)$ **(d)** $(-1,1)$

---

(18) اذا كانت $f(x) = (1+x)\tan^{-1}\sqrt{x}$ **فان** $f'(x)$

(a) $\tan^{-1}\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$ **(b)** $\tan^{-1}\sqrt{x} + 1$

(c) $\frac{1}{1+x} \times \frac{1}{\sqrt{x}}$ **(d)** $\tan^{-1} x + \frac{1}{2\sqrt{x}}$

---

(19) اذا كانت $x^2 + y^2 = 25$ **فان** y'' **عند** $(4,3)$ **تساوي**

(a) $\frac{25}{27}$ **(b)** $-\frac{25}{27}$

(c) $-\frac{7}{27}$ **(d)** $\frac{7}{27}$

محمد عمر الخطيب

(20) اذا كان $(x+2y)\dfrac{dy}{dx}=2x-y$ فان y'' عند النقطة $(3,0)$ هي

(a) $-\dfrac{1}{4}$ **(b)** $\dfrac{1}{4}$

(c) $-\dfrac{10}{3}$ **(d)** $\dfrac{10}{3}$

---

(21) ان النقطة (النقاط) التي يكون عندها مماس افقي للمعادلة $x^2+y^2-2y=0$ هي

(a) $(0,0)$ **(b)** $(0,2)$

(c) $(0,0),(0,2)$ **(d)** $(0,0),(0,-2)$

---

(22) ان النقطة (النقاط) التي يكون عندها مماس رأسي للمعادلة $x^2+y^2-2y=0$ هي

(a) $(1,1)$ **(b)** $(-1,1)$

(c) $(1,1),(-1,1)$ **(d)** $(1,1),(-1,-1)$

---

(23) اذا كانت $y=\ln(x^2+y^2)$ فان y' عند $(1,0)$ يساوي

(a) 0 **(b)** 1

(c) 2 **(d)** -2

---

(24) اذا كانت $f(x)=\cos^{-1}(2/x)$ فان $f'(x)$

(a) $f'(x)=\dfrac{1}{2x\sqrt{x^2-1}}$ **(b)** $f'(x)=\dfrac{2}{|x|\sqrt{x^2-4}}$

(c) $f'(x)=\dfrac{2}{|x|\sqrt{4-x^2}}$ **(d)** $f'(x)=\dfrac{1}{x\sqrt{4-x^2}}$

محمد عمر الخطيب

(25) تحدد المعادلة $(P+\frac{5}{V^2})(V-0.03)=9.7$ العلاقة بين الحجم V والضغط P لغاز معين في ظروف خاصة. فان $\frac{dV}{dP}$ عند النقطة $(5,1)$ يساوي

(a) $\frac{103}{97}$ **(b)** $\frac{30}{97}$ **(c)** $\frac{-103}{97}$ **(d)** $\frac{97}{30}$

---

(26) اي من عائلية المنحنيات (المعادلات) تكون متعامدة

(a) $y=x+c\ ,\ y=2x+k$ **(b)** $y=2x+c\ ,\ y=2x+k$

(c) $y=3x\ ,\ 3x-y=k$ **(d)** $y=cx\ ,\ x^2+y^2=k$

---

(27) اذا كانت $f(x)=4\sec^{-1}(x^4)$ فان

(a) $f'(x)=\frac{16}{x\sqrt{x^4-1}}$ **(b)** $f'(x)=\frac{16}{x\sqrt{x^8-1}}$

(c) $f'(x)=\frac{16}{x^4\sqrt{x^8-1}}$ **(d)** $f'(x)=\frac{4}{x\sqrt{x^8-1}}$

---

(28) اذا كانت $f(x)=\sin^{-1}\sqrt{x}$ فان

(a) $f'(x)=\frac{1}{\sqrt{1-x}}$ **(b)** $f'(x)=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

(c) $f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x-x^2}}$ **(d)** $f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x^2-x}}$

---

(29) إذا كانت $x^2+y^2=25$ فان $(y')^2+yy''$ تساوي

(a) 1 **(b)** -1 **(c)** 2 **(d)** 0

(1) اذا كانت $f(x)$ دالة متصلة على الفترة $[a,b]$ وقابلة للاشتقاق على الفترة (a,b) فانه يوجد على الاقل عدد مثل c في الفترة (a,b) يحقق

(a) $f(c)=0$

(b) $f'(c)=0$

(c) $f'(c)=\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$

(d) $f'(c)=\dfrac{f(b)+f(a)}{b+a}$

---

(2) اذا كانت $f(x)$ تحقق شروط نظرية رول على الفترة فاي من العبارات التالية صحيحة

(a) يوجد على الاقل عدد مثل c في الفترة (a,b) يحقق $f'(x)=0$

(b) يوجد على الاقل عدد مثل c في الفترة $[a,b]$ يحقق $f'(x)=0$

(c) يوجد على الاقل عدد مثل c في الفترة (a,b) يحقق $f'(x)=c$

(d) يوجد على الاقل عدد مثل c في الفترة (a,b) يحقق $f(x)=c$

---

(3) ان قيمة c التي تحقق نظرية القيمة المتوسطة للدالة $f(x)=x^3+x$ على $[-1,0]$ هي

(a) $c=\pm\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

(b) $c=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

(c) $c=-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

(d) $c=\pm\sqrt{\dfrac{2}{3}}$

(4) ان قيمة c التي تحقق نظرية القيمة المتوسطة للدالة $f(x)=x^3+x^2$ على الفترة $[-1,1]$ هي

(a) $0,1$ (b) -1

(c) $\frac{1}{3},-1$ (d) $\frac{1}{3}$

---

(5) ان قيمة (قيم) c التي تحقق نظرية القيمة المتوسطة للدالة $f(x)=\sin(\pi x)$ على الفترة $[0,2]$ هي

(a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{4},\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{2},\frac{3}{2}$

---

(6) ان الفترة التي تحقق عليها الدالة $f(x)=x^2-x+1$ نظرية رول ، وقيمة c التي تعينها النظرية هما

(a) $[-1,1],c=\frac{1}{2}$ (b) $[0,1],c=\frac{1}{2}$

(c) $[-2,2],c=0$ (d) $[0,4],c=2$

---

(7) ان قيمة (قيم) c التي تحقق نظرية رول للدالة $f(x)=x+\frac{1}{x}$ على الفترة $\left[\frac{1}{2},2\right]$ هي

(a) $1,-1$ (b) -1 (c) 1 (d) 1.25

---

(8) اي من الدوال التالية تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0,3]$

(a) $f(x)=\frac{1}{x^2-1}$ (b) $f(x)=|x-1|$

(c) $f(x)=\sqrt{x}$ (d) $f(x)=\sqrt[3]{x-1}$

محمد عمر الخطيب

(9) اذا كانت $f(x)=x^2+a\,x$ تحقق نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0,3]$ وكان $f'(c)=1$ حيث $c\in(0,3)$ فان قيمة a تساوي

(a) 2 **(b)** -2 **(c)** 1 **(d)** -1

---

(10) اذا كانت الدالة $f(x)=a\,x^2-5x$ تحقق شروط نظرية رول على الفترة $[1,3]$ فان قيمة a تساوي

(a) $\frac{4}{5}$ **(b)** $\frac{5}{4}$ **(c)** $\frac{20}{9}$ **(d)** $\frac{9}{20}$

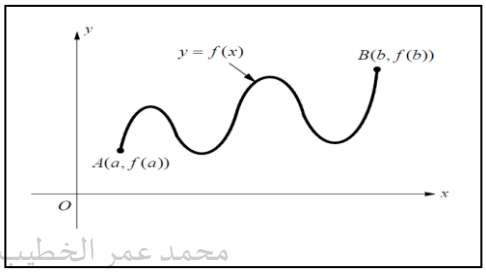
---

(11) ان قيمة (قيم) c التي تحققها نظرية رول للدالة $f(x)=\sin x$ على الفترة $[-\pi,0]$ هي

(a) $\frac{\pi}{2}$ **(b)** $-\frac{\pi}{2}$ **(c)** $-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}$ **(d)** $-\frac{\pi}{2},-\frac{3\pi}{2}$

---

(12) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f(x)$



المتصلة على $[a,b]$ والقابلة للاشتقاق على (a,b) فان عدد قيم c التي تحقق نظرية القيمة المتوسطة هي

(a) 2 **(b)** 3 **(c)** 4 **(d)** 5

---

(13) اذا كان للدالتين $f(x)=a\,x^2+5x-1$, $g(x)=a\,x-x^2$ مماسان متوازيان عند $x=2$ فان قيمة a تساوي

(a) 4 **(b)** 1 **(c)** 3 **(d)** -3

محمد عمر الخطيب

(14) عدد الحلول الحقيقية للمعادلة : $x^5+4x-1=0$ هو

(a) 1 **(b)** 2 **(c)** 3 **(d)** 5

---

(15) اي من الدوال التالية متزايدة على مجموعة الاعداد الحقيقة R

(a) $f(x)=x^2$ **(b)** $f(x)=e^x$

(c) $f(x)=\dfrac{1}{x}$ **(d)** $f(x)=x^3-3x$

---

(16) اذا كانت $f(x)=x^5+4x-1$ حيث $f(0)=-1\,,f(1)=4$

فاي من العبارات التالية صحيحة

(a) يوجد للدالة $f(x)$ جذر واحد فقط

(b) يوجد للدالة $f(x)$ جذرين فقط

(c) يوجد للدالة $f(x)$ خمس جذور

(d) لا يمكن تحديد عدد جذور الدالة $f(x)$

---

(17) اذا كانت $f(x)$ دالة متصلة على $[a,b]$ وكانت قابلة للاشتقاق على (a,b)

حيث $f(a)=a, f(b)=b$ فاي من العبارات التالية صحيحة

(a) يوجد على الاقل عدد مثل c في الفترة (a,b) يحقق $f'(c)=0$

(b) يوجد على الاقل عدد مثل c في الفترة (a,b) يحقق $f'(c)=1$

(c) يوجد على الاقل عدد مثل c في الفترة (a,b) يحقق $f'(c)=c$

(d) يوجد على الاقل عدد مثل c في الفترة (a,b) يحقق $f(c)=-1$

(18) اذا كانت $f(x)$ دالة كثيرة حدود ليس لمشتقتها جذور فاي من العبارات التالية صحيحة

(a) عدد جذور الدالة $f(x)$ هو 1 فقط

(b) عدد جذور الدالة $f(x)$ هو 1 على الاكثر

(c) عدد جذور الدالة $f(x)$ هو 1 على الاقل

(d) ليس للدالة $f(x)$ جذور

---

(19) اذا كانت $f(x)$ و $g(x)$ دوال قابلة للاشتقاق على الفترة (a,b) حيث $f(a)=g(a)$ و $f(b)=g(b)$

فاي عبارة من العبارات التالية صحيحة دائماً

(a) يوجد قيمة مثل c تنتمي الى الفترة المفتوحة (a,b) بحيث يكون عندها مماس افقي للدالة f

(b) يوجد قيمة مثل c تنتمي الى الفترة المفتوحة (a,b) بحيث يكون عندها مماس افقي للدالة g

(c) يوجد قيمة مثل c تنتمي الى الفترة المفتوحة (a,b) بحيث يكون عندها مماسان متوازيان للدالة f و g

(d) يوجد قيمة مثل c تنتمي الى الفترة المفتوحة (a,b) بحيث يكون عندها مماسان متعامدان للدالة f و g

---

(20) اذا كانت الدالة $f(x)$ تحقق نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[-1,3]$ حيث

$2\le f'(x)\le 5$ لكل $-1\le f'(x)\le 3$ و $f(-1)=2$ فاي من الجمل التالية صحيحة

(a) $0\le f(3)\le 10$

(b) $2\le f(3)\le 5$

(c) $8\le f(3)\le 20$

(d) $10\le f(3)\le 22$

محمد عمر الخطيب

إجابات الوحدة الثالثة

الأول	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11								
	D	D	A	C	B	C	D	D	B	B	C								

الدرس الثاني	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	C	B	C	C	A	A	B	C	A	C	D	C	B	D	D	D	A	B	B	A
	21	22	23	24	25	26														
	C	B	A	D	D	A														

الدرس الثالث	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	D	C	A	A	B	C	A	D	D	D	B	A	D	D	B	B	A	C	C	B
	21	22	23	24																
	A	A	A	B																

الدرس الرابع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	D	B	A	A	D	A	A	B	D	B	C	C	C	C	A	B	C	A	B	B
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32								
	A	C	B	A	B	C	B	C	A	D	D	B								

الخامس	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10										
	D	D	A	C	B	B	B	A	C	B										

السادس	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	A	B	B	B	B	D	A	B	B	B	B	D	C	B	D	C	C	D	D	A
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
	A	D	B	C	A	A	C	A	D	A	A	B	B	D	D	B	B	A	A	A
	41	42	43	44	45	46														
	A	B	A	A	B	D														

الدرس السابع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	D	C	B	C	A	B	B	B	B	B	A	A	B	B	B	B	C	B	A	B
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
	B	B	A	D	C	B	D	A	D	C	B	B	C	C	C	A	A	A	D	D
	41	42	43	44	45	46														
	C	C	A	A	D	A														

الدرس الثامن	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	D	D	B	B	D	B	D	C	A	D	B	A	B	B	C	B	B	D	B	C
	21	22	23	24	25	26	27	28	29											
	C	C	C	B	D	D	B	C	B											

العاشر	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	C	A	C	D	D	B	C	C	B	B	B	C	D	A	B	A	B	B	C	D

انتهت الوحدة الثالثة بحمد الله ..... إعداد : محمد عمر الخطيب