نموذج التوقعات الوزارية



تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية	
موقع المناهج ⇦ المناهج الإماراتية ⇦ الصف الثاني عشر المتقدم ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الأول ⇦ ملفات متنوعة ⇦ الملف	
تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2026-11-23 18:54:30	
المزيد من مادة رياضيات:	ملفات ا كتب للمعلم ا كتب للطالب ا اختبارات الكترونية ا اختبارات ا حلول ا عروض بوربوينت ا أوراق عمل منهج انجليزي ا ملخصات وتقارير ا مذكرات وبنوك ا الامتحان النهائي ا للمدرس
	إعداد: عبدالله السباعي

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر المتقدم					
صفحة المناهج الإماراتية على فيسبوك					
المواد على تلغرام	التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات	

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الأول	
1	نموذج التوقعات الوزارية
2	امتحان تجريبي في حساب التفاضل والنهايات
3	امتحان نهاية الفصل – بريدج حسب الهيكل
4	اختبار تجريبي 2 لنهاية الفصل
5	اختبار تجريبي 1 في – نهاية الفصل

تحميل تطبيق المناهج للهواتف الذكية	
تطبيق المناهج على Store App (آبل)	تطبيق المناهج على Play Google (أندرويد)


توقعات
12 متقدم
رياضيات
2026 - 2027
ف1
الأستاذ
عبدالله السباعي
Mathematics
Algebra
Geometry


توقعات
12 متقدم
رياضيات
2026 - 2027
ف1
الأستاذ
عبدالله السباعي
Mathematics
Algebra
Geometry

نموذج التوقعات الوزارية — رياضيات الصف الثاني عشر المتقدم (ف1)

العام الدراسي 2026 – 2027 | وفق هيكل الاختبار المعتمد (20 سؤالاً موضوعياً + 6 أسئلة كتابية)

اسم الطالب:	الشعبة:	الدرجة: ..... / 100

القسم الأول: الاختيار من متعدد | السؤال 1 (Q1)

تقدير طول القوس على منحنى دالة معطاة

ملاحظات إرشادية ومفتاح الحل السريع:

- لإيجاد طول القوس L لمنحنى الدالة $y = f(x)$ على الفترة المغلقة $[a, b]$، نستخدم التكامل المحدود: $L = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2}\, dx$.
- لتقدير طول القوس بتجزئة الفترة إلى n من القطع المستقيمة المتساوية في العرض $\Delta x = \frac{b-a}{n}$، نجمع أطوال الأوتار: $L \approx \sum \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y_i)^2}$.
- تأكد من ضبط الآلة الحاسبة على نظام **الراديان (RAD)** عند التعامل مع الدوال المثلثية.

نص السؤال الوزاري المتوقع (1):

قدر طول المنحنى ل $y = \sin x$ مستخدماً قطعتين مستقيمتين $n = 2$ حيث $0 \le x \le \frac{\pi}{2}$

$a)1.9$ $b)2.53$ $c)\ 3.025$ $d)\ 1.02$

مساحة خطوات الحل والتعويض:

almanahj.com/ae
موقع المناهج الإماراتية

القسم الأول: الاختيار من متعدد | السؤال 2 (Q2)

إيجاد قيمة نهاية دالة جبرياً (الدوال المتشعبة)

ملاحظات إرشادية ومفتاح الحل السريع:

- عند إيجاد النهاية $\lim_{x\to c} f(x)$ لدالة متشعبة عند نقطة التفرع $x = c$، يجب حساب النهاية من اليمين $\lim_{x\to c^+} f(x)$ والنهاية من اليسار $\lim_{x\to c^-} f(x)$.
- **شرط وجود النهاية:** النهاية موجودة وتساوي L إذا وفقط إذا كان $\lim_{x\to c^+} f(x) = \lim_{x\to c^-} f(x) = L$، وإلا فإن النهاية **غير موجودة (DNE)**.
- لإيجاد قيمة ثابت مجهول a يجعل النهاية موجودة عند $x = c$، نساوي قاعدة اليمين بقاعدة اليسار عند $x = c$.

نص السؤال الوزاري المتوقع (2):

إذا كانت الدالة المتشعبة $f(x)$ معرّفة بالقاعدة الآتية: $f(x) = \begin{cases} ax + 4, & x < 2 \\ x^2 - 2, & x \geq 2 \end{cases}$ فما قيمة الثابت a التي تجعل $\lim_{x\to 2} f(x)$ موجودة؟

A) -1	**B)** 1
C) 0	**D)** 2

مساحة خطوات الحل والتحقق من النهاية اليمنى واليسرى:

القسم الأول: الاختيار من متعدد | السؤال 3 (Q3)

استخدام نظرية الشطيرة لإيجاد النهايات

ملاحظات إرشادية ومفتاح الحل السريع:

- **نظرية الشطيرة (Squeeze Theorem):** إذا كان $f(x) \le g(x) \le h(x)$ لجميع قيم x بالقرب من c، وكان $\lim_{x\to c} f(x) = \lim_{x\to c} h(x) = L$، فإن $\lim_{x\to c} g(x) = L$.
- **مفتاح الحصر:** نبدأ دائماً بحصر الدوال المثلثية المحدودة: $-1 \le \sin(\theta) \le 1$ و $-1 \le \cos(\theta) \le 1$، أو $0 \le \cos^2(\theta) \le 1$.
- **تنبيه هام:** لا تنطبق نظرية الشطيرة على دوال غير محدودة مثل $\sec(1/x)$ أو $\tan(1/x)$ لأنها غير محصورة بين قيمتين ثابتتين.

نص السؤال الوزاري المتوقع (3):

إذا علمت أن الدالة $g(x)$ تحقق المتباينة $3 - x^2 \le g(x) \le 3 + x^2$ لجميع قيم $x \neq 0$، فما قيمة النهاية $\lim_{x\to 0} [g(x) + x^2 \sin(\frac{1}{x})]$؟

A) 3	**B)** 0
C) 1	**D)** غير موجودة

مساحة خطوات الحل وحصر الدوال:

القسم الأول: الاختيار من متعدد | السؤال 4 (Q4)

إيجاد النهايات لكثيرات الحدود والدوال الكسرية والمثلثية

ملاحظات إرشادية ومفتاح الحل السريع:

- **الخطوة 1:** التعويض المباشر؛ إذا نتج عدد حقيقي فهو قيمة النهاية مباشرة.
- **الخطوة 2:** إذا نتجت صيغة عدم التعيين $\frac{0}{0}$:
  - حلّل البسط والمقام (فرق مربعين، فرق مكعبين، مقدار ثلاثي) ثم اختصر العامل الصفري.
  - إذا احتوى الكسر على جذر تربيعي، اضرب البسط والمقام في **المرافق (Conjugate)**.
- **النهايات المثلثية الأساسية:** $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$ ، $\lim_{x\to 0}\frac{\tan x}{x}=1$ ، $\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x}=0$.

نص السؤال الوزاري المتوقع (4):

ما قيمة النهاية $\lim_{x\to 0}\frac{2x}{3-\sqrt{x+9}}$؟

A) -12	**B)** 12
C) -6	**D)** 0

مساحة خطوات الحل والضرب في المرافق:

القسم الأول: الاختيار من متعدد | السؤال 5 (Q5)

دراسة اتصال الدالة عند نقطة أو على فترة

ملاحظات إرشادية ومفتاح الحل السريع:

- تكون الدالة متصلة على مجالها الطبيعي إذا تركبت من دوال أولية متصلة، ولإيجاد فترات الاتصال نبحث عن قيود المجال:
- **الجذور الزوجية** $\sqrt{g(x)}$: يجب أن يكون ما تحت الجذر أكبر من أو يساوي صفراً $(g(x) \geq 0)$.
- **المقامات:** يجب استبعاد أصفار المقام (المقام $\neq 0$).
- **اللوغاريتم الطبيعي** $\ln(g(x))$: يجب أن يكون ما داخل اللوغاريتم موجباً تماماً $(g(x) > 0)$.
- **الدوال المثلثية العكسية** $\sin^{-1}(g(x))$: محصورة في الفترة $-1 \leq g(x) \leq 1$.

نص السؤال الوزاري المتوقع (5):

ما الفترة التي تكون عندها الدالة $f(x) = \frac{\sqrt{x+1} + e^x}{x^2 - 2}$ متصلة؟

A) $[-1, \sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, \infty)$	**B)** $[-1, \infty)$
C) $(-1, \sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, \infty)$	**D)** $(-\infty, -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, \infty)$

مساحة تحديد شروط البسط والمقام وتقاطع الفترات:

أى من الدوال التالية فترة اتصالها $(-\infty, -1) \cup (2, \infty)$

a) $\frac{\ln(x^2-1)}{\sqrt{x^2-2x}}$

b) $\frac{\sqrt{x-1}+e^x}{x^2-2}$

c) $cos^{-1}(x-2)$

d) $\sqrt[3]{9-x^2}$

القسم الأول: الاختيار من متعدد | السؤال 6 (Q6)

استخدام خصائص الاتصال (إزالة عدم الاتصال)

ملاحظات إرشادية ومفتاح الحل السريع:

- يكون للدالة $f(x)$ **عدم اتصال قابل للإزالة (فجوة)** عند $x = c$ إذا كانت $\lim_{x\to c} f(x) = L$ موجودة ومحدودة، بينما $f(c)$ غير معرّفة أو لا تساوي L.
- **طريقة سد الفجوة:** نُبسّط الدالة باختصار العامل الصفري $(x - c)$، ثم نحسب $L = \lim_{x\to c} f(x)$، ونُعرّف $g(c) = L$ لتصبح الدالة متصلة عند $x = c$.

نص السؤال الوزاري المتوقع (6):

ما قيمة الثابت a التي تجعل الدالة الآتية متصلة عند $x = 1$؟

$$g(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 + 2x - 3}{x - 1}, & x \neq 1 \\ a, & x = 1 \end{cases}$$

A) 4	**B)** -3
C) 2	**D)** 0

مساحة التحليل وحساب النهاية:

أعد تعريف الدالة $f(x) = \dfrac{4x-x^2}{|x-5|-1}$ بحيث تكون متصلة عند $x = 4$

a) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{4x - x^2}{|x - 5| - 1}, & x \neq 4 \\ 4, & x = 4 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{4x - x^2}{|x - 5| - 1}, & x \neq 4 \\ -4, & x = 4 \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{4x - x^2}{|x - 5| - 1}, & x \neq 4 \\ 0, & x = 4 \end{cases}$

d) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{4x - x^2}{|x - 5| - 1}, & x \neq 4 \\ 1, & x = 4 \end{cases}$

القسم الأول: الاختيار من متعدد | السؤال 7 (Q7)

إيجاد النهايات التي تؤول إلى اللانهاية (خطوط التقارب الأفقية)

ملاحظات إرشادية ومفتاح الحل السريع:

- **قاعدة القوى للدوال النسبية عند $x \to \pm\infty$:**
  - درجة البسط < درجة المقام ⇐ النهاية تساوي 0.
  - درجة البسط = درجة المقام ⇐ النهاية تساوي $\frac{\text{معامل أكبر أس في البسط}}{\text{معامل أكبر أس في المقام}}$.
  - درجة البسط > درجة المقام ⇐ النهاية تساوي ∞ أو $-\infty$.
- **تنبيه الجذور:** تذكر أن $\sqrt{x^2} = |x|$؛ فإذا كان $x \to -\infty$ فإن $\sqrt{x^2} = -x$.

نص السؤال الوزاري المتوقع (7):

ما قيمة النهاية $\lim_{x\to-\infty} \frac{-x}{\sqrt{4+x^2}}$؟

A) 1	**B)** -1
C) 0	**D)** $-\frac{1}{2}$

مساحة خطوات الحل والتبسيط عند $x \to -\infty$:

$\lim_{x\to\infty} \frac{ax^4+bx^3+2x}{3x+6x^3} = 12$, what are the values of a and b?

a) $a = 0,\ b = 72$

b) $a = 72,\ b = 0$

c) $a = 0,\ b = 2$

d) $a = 36,\ b = 12$

القسم الأول: الاختيار من متعدد | السؤال 8 (Q8)

إيجاد السرعة المتوسطة واللحظية عند نقطة معطاة

ملاحظات إرشادية ومفتاح الحل السريع:

- **السرعة المتجهة المتوسطة (Average Velocity)** على الفترة الزمنية $[t_1, t_2]$ هي ميل القاطع: $v_{avg} = \dfrac{s(t_2) - s(t_1)}{t_2 - t_1}$.
- **السرعة المتجهة اللحظية (Instantaneous Velocity)** عند اللحظة $t = a$ هي مشتقة دالة الموقع:

$$v(a) = s'(a) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{s(a + \Delta t) - s(a)}{\Delta t}.$$

نص السؤال الوزاري المتوقع (8):

يُعطى موقع جسم يتحرك في خط مستقيم بالدالة $s(t) = 3t^3 + t$ بالأمتار بعد t ثانية. ما الفرق بين السرعة اللحظية للجسم عند $t = 2$ وسرعته المتوسطة على الفترة $[0, 2]$؟

A) 24 m/s	**B)** 37 m/s
C) 13 m/s	**D)** 11 m/s

مساحة حساب السرعة المتوسطة والسرعة اللحظية:

القسم الأول: الاختيار من متعدد | السؤال 9 (Q9)

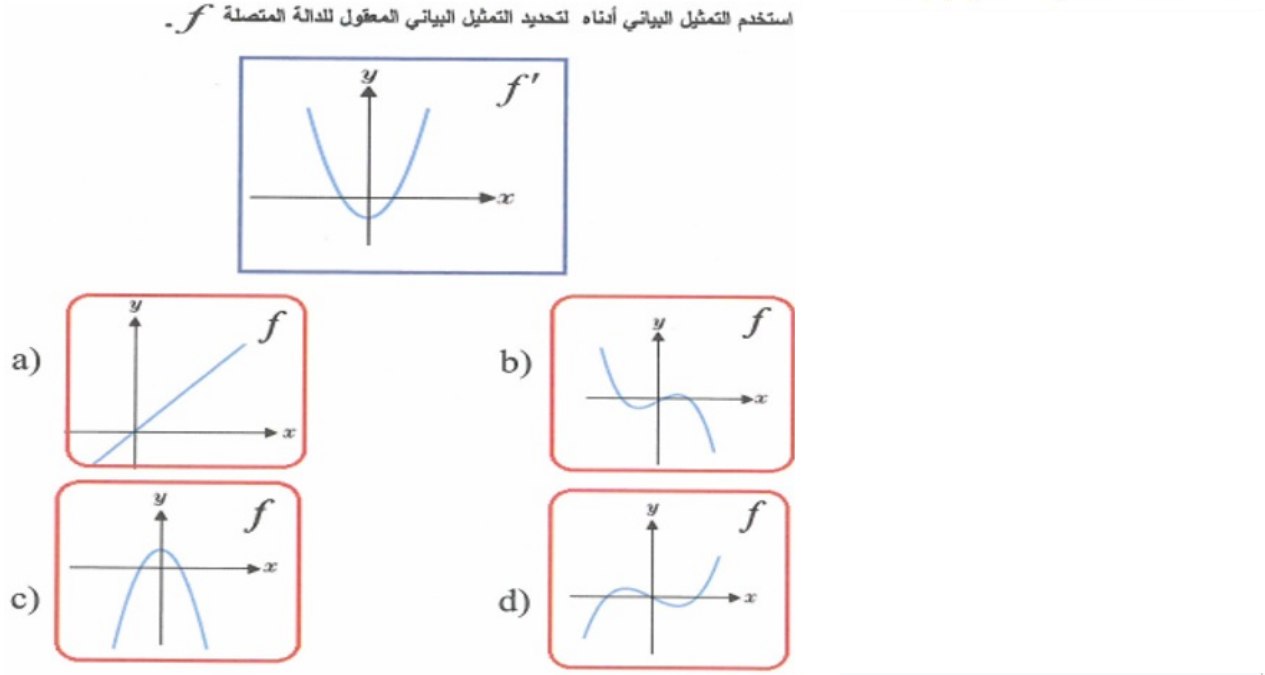
رسم منحنى دالة اعتماداً على منحنى مشتقتها (والعكس)

ملاحظات إرشادية ومفتاح الحل السريع:

- عندما يكون منحنى $f(x)$ **متزايداً** على فترة ⇐ يكون منحنى المشتقة $f'(x) > 0$ (فوق محور x).
- عندما يكون منحنى $f(x)$ **متناقصاً** على فترة ⇐ يكون منحنى المشتقة $f'(x) < 0$ (تحت محور x).
- عند **القيم القصوى المحلية (قمم أو قيعان ملساء)** لـ $f(x)$ ⇐ يقطع منحنى المشتقة محور x حيث $f'(x) = 0$.

نص السؤال الوزاري المتوقع (9):

استخدم التمثيل البياني أدناه لتحديد التمثيل البياني المعقول للدالة المتصلة f.



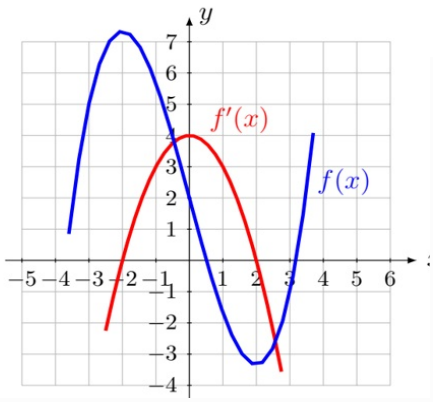
إضافى للفهم
أى العبارات التالية صحيحة

(a) $f(2) > f'(2)$

(b) $f''(2) > f'(2)$

(c) $f''(0) = f'(0)$

(d) $f''(-2) > f''(0)$



القسم الأول: الاختيار من متعدد | السؤال 10 (Q10)

إيجاد المشتقة للدالة عند نقطة معينة ومتى تكون غير قابلة للاشتقاق

ملاحظات إرشادية ومفتاح الحل السريع:

- تكون الدالة $f(x)$ **غير قابلة للاشتقاق** عند $x = a$ في الحالات الآتية:
  1. **عدم الاتصال** (قفزة، فجوة، أو خط تقارب رأسي).
  2. **ركن حاد (Corner) أو ناب (Cusp)**، مثل أصفار دالة القيمة المطلقة $|g(x)| = 0$ عندما لا تتساوى المشتقة اليمنى مع اليسرى.
  3. **مماس رأسي** (عندما يكون أس الجذر في البسط كسراً أقل من 1، مثل $x^{1/3}$ عند $x = 0$).

نص السؤال الوزاري المتوقع (10):

ما جميع قيم x التي تكون عندها الدالة $f(x) = |x^2 - 4x|$ **غير قابلة للاشتقاق؟**

A) $x = 0 , x = 4$	**B)** $x = 2$
C) $x = 0 , x = 2 , x = 4$	**D)** قابلة للاشتقاق لجميع قيم x

مساحة إعادة تعريف القيمة المطلقة وفحص المشتقة اليمنى واليسرى:

القسم الأول: الاختيار من متعدد | السؤال 11 (Q11)

إيجاد مشتقة دالة باستخدام قاعدة القوة

ملاحظات إرشادية ومفتاح الحل السريع:

- **قاعدة القوة الأساسية:** $\frac{d}{dx}(x^n) = n\,x^{n-1}$ لأي عدد حقيقي n، ومشتقة أي ثابت (مثل π أو e^2) تساوي 0.
- **تجهيز الدالة قبل الاشتقاق:**
  - حوّل الجذور إلى أسس نسبية: $\sqrt[m]{x^{(n)}} = x^{m/n}$.
  - ارفع المتغير من المقام إلى البسط بتغيير إشارة الأس: $\frac{1}{x^n} = x^{-n}$.

نص السؤال الوزاري المتوقع (11):

ما مشتقة الدالة $h(x) = \frac{10}{\sqrt[3]{x}} - 2x + \pi$؟

A) $-\frac{10}{3x^{4/3}} - 2$	**B)** $-\frac{10}{3x^{2/3}} - 2$
C) $\frac{10}{3x^{4/3}} - 2 + 1$	**D)** $-30x^{-4/3} - 2$

مساحة كتابة الدالة بالصورة الأسية وتطبيق قاعدة القوة:

almanahj.com/ae
موقع المناهج الإماراتية

القسم الأول: الاختيار من متعدد | السؤال 12 (Q12)

تطبيق قاعدتي الضرب والقسمة على المشتقات

ملاحظات إرشادية ومفتاح الحل السريع:

- **قاعدة الضرب:** $(f \cdot g)'(x) = f'(x)\,g(x) + f(x)\,g'(x)$.
- **قاعدة القسمة:** $\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)\,g(x) - f(x)\,g'(x)}{[g(x)]^2}$.
- **معادلة المماس عند $x = a$:** نوجد نقطة التماس $(a, h(a))$ والميل $m = h'(a)$، ثم نطبق $y - y_1 = m(x - x_1)$.

نص السؤال الوزاري المتوقع (12):

إذا علمت أن $f(1) = 2$، $f'(1) = 3$، $g(1) = 1$، و $g'(1) = -2$، وكانت الدالة $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$، فما قيمة $h'(1)$؟

A) 7	**B)** -1
C) $-\frac{3}{2}$	**D)** 5

مساحة تطبيق قاعدة القسمة والتعويض بالقيم المعطاة:

القسم الأول: الاختيار من متعدد | السؤال 13 (Q13)

تطبيق قاعدة السلسلة في الاشتقاق وتراكيب الدوال

ملاحظات إرشادية ومفتاح الحل السريع:

- **قاعدة السلسلة (Chain Rule):** إذا كان $h(x) = f(g(x))$، فإن $h'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$ (مشتقة الدالة الخارجية مع بقاء الداخلية كما هي × مشتقة الدالة الداخلية).
- **تراكيب خاصة:** $\frac{d}{dx}[f(x^2)] = f'(x^2) \cdot 2x$ ، بينما $\frac{d}{dx}[f(x)]^2 = 2f(x) \cdot f'(x)$.
- مشتقة الدالة الزوجية هي دالة فردية، ومشتقة الدالة الفردية هي دالة زوجية.

نص السؤال الوزاري المتوقع (13):

بالاعتماد على القيم الآتية: $g(1) = 2$، $g'(1) = -2$، $f(1) = 3$، $f'(1) = 4$، و $f'(2) = 3$، ما قيمة $h'(1)$ للدالة المركبة $h(x) = f(g(x))$؟

A) -6	**B)** -8
C) 6	**D)** -4

مساحة كتابة صيغة قاعدة السلسلة والتعويض:

القسم الأول: الاختيار من متعدد | السؤال 14 (Q14)

إيجاد مشتقة معكوس دالة باستخدام قاعدة السلسلة

ملاحظات إرشادية ومفتاح الحل السريع:

- **نظرية مشتقة الدالة العكسية:** لإيجاد $(f^{-1})'(a)$، نستخدم القانون: $(f^{-1})'(a) = \frac{1}{f'(f^{-1}(a))}$.
- **خطوات الحل الثلاث:**

1. أوجد قيمة x التي تحقق المعادلة $f(x) = a$ (هذه القيمة هي $b = f^{-1}(a)$).
2. اشتق الدالة الأصلية لإيجاد $f'(x)$ ثم عوض بـ $x = b$.
3. اقلب الناتج للحصول على $\frac{1}{f'(b)}$.

نص السؤال الوزاري المتوقع (14):

إذا كانت الدالة $f(x) = x^5 + 3x^3 + x$ قابلة للانعكاس، فما قيمة $(f^{-1})'(5)$؟

A) $\frac{1}{15}$	B) 15
C) $\frac{1}{5}$	D) $\frac{1}{9}$

إذا كان $f(2) = 5$ ، $f'(2) = 6$ ، $f'(5) = 7$ و $g(x) = f^{-1}(x)$، فإن $g'(5)$ تساوي:

(a) $\frac{1}{6}$	(b) $-\frac{1}{6}$
(c) $\frac{1}{7}$	(d) $-\frac{1}{7}$

إذا كانت $f(x) = x^3 + 4x - 2$ ولها الدالة العكسية $g(x)$، فإن $g'(x)$ تساوي:

(a) $\frac{1}{[g(x)]^2 - 2}$	(b) $\frac{1}{3[g(x)]^2}$
(c) $\frac{1}{3[g(x)]^2 + 4[g(x)]}$	(d) $\frac{1}{3[g(x)]^2 + 4}$

القسم الأول: الاختيار من متعدد | السؤال 15 (Q15)

إيجاد مشتقات الدوال المثلثية باستخدام قواعد التفاضل

ملاحظات إرشادية ومفتاح الحل السريع:

- **المشتقات المثلثية الأساسية:** $(\sin u)' = \cos u \cdot u'$ ، $(\cos u)' = -\sin u \cdot u'$ ، $(\tan u)' = \sec^2 u \cdot u'$ ، $(\sec u)' = \sec u \tan u \cdot u'$.
- **نصيحة ذهبية (التبسيط قبل الاشتقاق):** استخدم المتطابقات المثلثية لتبسيط الدالة قبل الاشتقاق: $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ ، $\sin\theta \sec\theta = \tan\theta$ ، $2\sin\theta\cos\theta = \sin(2\theta)$.

نص السؤال الوزاري المتوقع (15):

ما مشتقة الدالة $f(t) = \sin(3t) \cdot \sec(3t)$؟

A) $3\sec^2(3t)$	**B)** $\sec^2(3t)$
C) $3\cos(3t)\sec(3t)\tan(3t)$	**D)** $3\tan^2(3t)$

ما مشتقة الدالة $f(x) = 2\sin(2x)\cos(2x)$؟

أ) $4\cos(4x)$	**ب)** $\cos(4x)$
ج) $-4\cos(4x)$	**د)** $4\sin(4x)$

almanahj.com/ae موقع المناهج الإماراتية

القسم الأول: الاختيار من متعدد | السؤال 16 (Q16)

إيجاد مشتقات الدوال الأسية والمماسات الأفقية

ملاحظات إرشادية ومفتاح الحل السريع:

- **مشتقة الدالة الأسية الطبيعية:** $\frac{d}{dx}\left(e^{u(x)}\right) = e^{u(x)} \cdot u'(x)$.
- **المماس الأفقي (Horizontal Tangent):** يكون لمنحنى الدالة $y = f(x)$ مماس أفقي عند النقاط التي ينعدم عندها ميل المماس، أي عندما $f'(x) = 0$.
- تذكر أن المقدار الأسي $e^{kx} > 0$ دائماً ولا يساوي صفراً أبداً لأي عدد حقيقي x.

نص السؤال الوزاري المتوقع (16):

ما جميع قيم x التي يكون عندها لمنحنى الدالة $f(x) = x^2 e^{-2x}$ مماس أفقي؟

A) $x = 0 , x = 1$	**B)** $x = 1$
C) $x = 0 , x = \frac{1}{2}$	**D)** $x = 0 , x = -1$

مساحة إيجاد $f'(x)$ وحل المعادلة $f'(x) = 0$:

القسم الأول: الاختيار من متعدد | السؤال 17 (Q17)

التعرّف على قاعدة الاشتقاق المناسبة ومشتقات اللوغاريتمات والدوال الأسية العامة

ملاحظات إرشادية ومفتاح الحل السريع:

- **مشتقة اللوغاريتم الطبيعي:** $\frac{d}{dx}[\ln(u)] = \frac{u'}{u}$.
- **مشتقة الدالة الأسية ذات الأساس a:** $\frac{d}{dx}(a^u) = a^u \cdot \ln(a) \cdot u'$.
- لتحديد القاعدة المناسبة، انظر إلى العملية الخارجية الكبرى (حاصل ضرب، خارج قسمة، أو تركيب دالة داخل دالة).

نص السؤال الوزاري المتوقع (17):

ما مشتقة الدالة $f(x) = \frac{e^x}{2^x}$؟

A) $(\frac{e}{2})^x (1 - \ln 2)$	**B)** $(\frac{e}{2})^x$
C) $\frac{e^x}{2^x \ln 2}$	**D)** $(\frac{e}{2})^x (1 + \ln 2)$

مساحة تطبيق قاعدة القسمة أو قوانين الأسس والاشتقاق:

القسم الأول: الاختيار من متعدد | السؤال 18 (Q18)

الاشتقاق الضمني (Implicit Differentiation)

ملاحظات إرشادية ومفتاح الحل السريع:

- عند الاشتقاق الضمني بالنسبة إلى x، نشتق حدود x كالمعتاد، وعند اشتقاق أي حد يحتوي على المتغير y نشتقه ثم نضرب في y' (أو $\frac{dy}{dx}$).
- **تذكير هام:** الحد على صورة $x^2 y^2$ هو حاصل ضرب دالتين، فيُشتق بقاعدة الضرب: $2x\,y^2 + 2x^2\,y\,y'$.
- لإيجاد قيمة المشتقة عند نقطة (x_1, y_1)، يمكنك التعويض المباشر بالإحداثيات فور الاشتقاق لتسهيل عزل y'.

نص السؤال الوزاري المتوقع (18):

ما ميل المماس لمنحنى العلاقة الضمنية $x^2 y^2 - 2x = 4 - 4y$ عند النقطة $(2, -1)$؟

A) $\frac{1}{2}$	B) $-\frac{1}{2}$
C) $\frac{3}{2}$	D) $-\frac{1}{6}$

ما ميل المماس لمنحنى العلاقة الضمنية $\sin(xy) + y^2 = x + 1$ عند النقطة $(0, 1)$؟

A) 0	B) $\frac{1}{2}$
C) $-\frac{1}{2}$	D) 1

almanahj.com/ae
موقع المناهج الإماراتية

القسم الأول: الاختيار من متعدد | السؤال 19 (Q19)

مشتقات الدوال المثلثية العكسية

ملاحظات إرشادية ومفتاح الحل السريع:

- **مشتقة معكوس الجيب:** $\frac{d}{dx}[\sin^{-1}(u)] = \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$.
- **مشتقة معكوس جيب التمام:** $\frac{d}{dx}[\cos^{-1}(u)] = \frac{-u'}{\sqrt{1-u^2}}$.
- **مشتقة معكوس الظل:** $\frac{d}{dx}[\tan^{-1}(u)] = \frac{u'}{1+u^2}$.

نص السؤال الوزاري المتوقع (19):

ما مشتقة الدالة $f(x) = \tan^{-1}(\sqrt{x})$؟

A) $\frac{1}{2\sqrt{x}}\frac{1}{(1+x)}$	**B)** $\frac{1}{1+x}$
C) $\frac{1}{2\sqrt{x}}\frac{1}{(1+x^2)}$	**D)** $\frac{1}{\sqrt{1-x}}$

مساحة تطبيق قاعدة مشتقة معكوس الظل والسلسلة:

القسم الأول: الاختيار من متعدد | السؤال 20 (Q20)

التعرّف على فرضيات نظرية رول (Rolle's Theorem) وتطبيقها

ملاحظات إرشادية ومفتاح الحل السريع:

- **الشروط الثلاثة لتطبيق نظرية رول على [a, b]:**
  1. f متصلة على الفترة المغلقة [a, b].
  2. f قابلة للاشتقاق على الفترة المفتوحة (a, b).
  3. $f(a) = f(b)$.
- **النتيجة:** يوجد عدد واحد على الأقل $c \in (a, b)$ بحيث $f'(c) = 0$. (تأكد من استبعاد أي قيمة تقع خارج الفترة المفتوحة (a, b)).

نص السؤال الوزاري المتوقع (20):

ما قيمة $c \in (0, 1)$ التي تحقق استنتاج نظرية رول للدالة $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 2$ على الفترة المغلقة $[0, 1]$؟

A) $1 - \frac{\sqrt{3}}{3} \approx 0.423$	**B)** $1 + \frac{\sqrt{3}}{3} \approx 1.577$
C) 0.5	**D)** لا تنطبق نظرية رول

مساحة التحقق من الشروط وحل المعادلة $f'(c) = 0$:

القسم الثاني: الأسئلة الكتابية (المقالية) | السؤال 21 (Q21)

البحث في اتصال دالة عند نقطة واستخدام خصائص الاتصال (الدوال المتشعبة)

إرشادات وملاحظات الحل الكامل (يُشترط كتابة الخطوات كاملة):

- **شروط اتصال الدالة عند $x = c$:** (1) $f(c)$ معرّفة، (2) $\lim_{x\to c} f(x)$ موجودة، (3) $\lim_{x\to c} f(x) = f(c)$.
- لإيجاد الثوابت التي تجعل دالة ضريبية متشعبة متصلة عند نقاط التحول، نساوي النهاية من اليسار بالنهاية من اليمين عند كل نقطة تفرع.

نص السؤال الكتابي المتوقع (21):

حدّد قيم a وb التي تجعل الدالة متصلة.

$$f(x)=\begin{cases} a(\tan^{-1}x+2), & x<0 \\ 2e^{bx}+1, & 0\le x\le 3 \\ \ln(x-2)+x^2, & x>3 \end{cases}$$

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{2\sin x}{x}, & x<0 \\ a, & x=0 \\ b\cos x, & x>0 \end{cases}$$

مساحة الإجابة النموذجية التفصيلية:

القسم الثاني: الأسئلة الكتابية (المقالية) | السؤال 22 (Q22)

إيجاد خطوط التقارب الأفقية والرأسية والمائلة (Asymptotes)

إرشادات وملاحظات الحل الكامل:

- **خطوط التقارب الرأسية (Vertical):** نوجد أصفار المقام بعد اختصار أي عوامل مشتركة بين البسط والمقام.
- **خط التقارب المائل (Slant / Oblique):** يوجد عندما تكون **درجة البسط أكبر من درجة المقام بمقدار 1 بالضبط**، ونوجده باستخدام **القسمة المطولة لكثيرات الحدود**، حيث يكون ناتج القسمة (دون الباقي) هو معادلة المستقيم المائل $y = mx + b$.

نص السؤال الكتابي المتوقع (22):

لتكن الدالة النسبية $y = \frac{x^3}{4 - x^2}$:

1. حدد جميع **خطوط التقارب الرأسية** لمنحنى الدالة مبرراً إجابتك بالنهايات.
2. أوجد معادلة **خط التقارب المائل** لمنحنى الدالة موضحاً خطوات القسمة المطولة.
3. هل يوجد خط تقارب أفقي للدالة؟ فسّر إجابتك.

مساحة الإجابة النموذجية التفصيلية:

القسم الثاني: الأسئلة الكتابية (المقالية) | السؤال 23 (Q23)

تطبيق قاعدتي الضرب والقسمة لإيجاد معادلة المماس

إرشادات وملاحظات الحل الكامل:

- **خطوات إيجاد معادلة المماس لمنحنى $y = f(x)$ عند $x = a$:**

1. احسب الإحداثي الصادي لنقطة التماس: $y_1 = f(a)$.
2. اشتق الدالة باستخدام قاعدة الضرب أو القسمة لإيجاد $f'(x)$، ثم احسب الميل $m = f'(a)$.
3. اكتب معادلة المماس بصيغة الميل والنقطة: $y - y_1 = m(x - a)$ ثم بسّطها لصيغة $y = mx + b$.

نص السؤال الكتابي المتوقع (23):

أجب عن الفقرتين الآتيتين موضحاً جميع خطوات الاشتقاق:

1. أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة $f(x) = (x^3 + x + 1)(3x^2 + 2x - 1)$ عند $a = 1$.
2. أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة $g(x) = \dfrac{x + 3}{x^2 + 1}$ عند $a = 1$.

مساحة الإجابة النموذجية التفصيلية:

القسم الثاني: الأسئلة الكتابية (المقالية) | السؤال 24 (Q24)

إيجاد مشتقات الدوال المثلثية المركبة (السلسلة والضرب والقسمة)

إرشادات وملاحظات الحل الكامل:

- عند اشتقاق قوى الدوال المثلثية مثل $\tan^3(2t) = [\tan(2t)]^3$، نبدأ باشتقاق الأس الخارجي أولاً، ثم الدالة المثلثية، ثم مشتقة الزاوية الداخلية (**قاعدة السلسلة المتتابعة**).
- تذكر المشتقات: $(\csc u)' = -\csc u \cot u \cdot u'$ و $(\tan u)' = \sec^2 u \cdot u'$.

نص السؤال الكتابي المتوقع (24):

أوجد مشتقة كلٍّ من الدوال المثلثية الآتية في أبسط صورة، موضحاً خطوات قاعدة السلسلة والضرب والقسمة:

1. $f(t) = \tan^3(2t) - \csc^4(3t)$
2. $g(x) = \dfrac{\sin(x^2)}{x^2}$

مساحة الإجابة النموذجية التفصيلية:

القسم الثاني: الأسئلة الكتابية (المقالية) | السؤال 25 (Q25)

حل مسائل حياتية (النمو الأسي والتفاعلات الكيميائية)

إرشادات وملاحظات الحل الكامل:

- **نموذج التضاعف:** إذا بدأ العدد بـ P_0 وتضاعف b مرة كل T وحدة زمنية، فإن $P(t) = P_0 \cdot b^{t/T}$، وتُعطى النسبة المئوية للمعدل اللحظي للتغير بالعلاقة: $\dfrac{P'(t)}{P(t)} \times 100\%$.
- **التفاعل الكيميائي:** لإثبات أن التركيز $c(t)$ يتزايد باستمرار نُبيّن أن $c'(t) > 0$، ولإثبات أنه لا يتخطى قيمة حدية k نحسب $\lim_{t\to\infty} c(t) = k$.

نص السؤال الكتابي المتوقع (25):

1. يبدأ تكاثر مستعمرة بكتيريا بالعدد 500 ويتضاعف عددها كل 4 أيام. اكتب قانون التكاثر $P(t)$ بعد t يوماً، ثم أوجد **النسبة المئوية للمعدل اللحظي للتغير** في التكاثر مقرباً لأقرب جزء من عشرة في المئة.
2. يُحدّد تركيز مادة كيميائية بعد t ثانية من تفاعل ذاتي التحفيز بالدالة $c(t) = \dfrac{10}{9e^{-10t} + 2}$. أثبت أن $c'(t) > 0$ لكل $t \geq 0$، واستخدم النهايات للتأكيد على أن تركيز المركب الكيميائي لا يتخطى 5 أبداً.

مساحة الإجابة النموذجية التفصيلية:

القسم الثاني: الأسئلة الكتابية (المقالية) | السؤال 26 (Q26)

التعرّف على نظرية القيمة المتوسطة (MVT) ونظرية رول وتطبيقهما

إرشادات وملاحظات الحل الكامل:

- **فرضيات نظرية القيمة المتوسطة (MVT):** (1) f متصلة على $[a, b]$، (2) f قابلة للاشتقاق على (a, b).
- **الاستنتاج الهندسي:** يوجد $c \in (a, b)$ بحيث يساوي ميل المماس عند c ميل القاطع الواصل بين طرفي الفترة:
$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$
- إذا تحقق الشرط الإضافي $f(a) = f(b)$، فإن نظرية رول تنطبق ويكون $f'(c) = 0$.

نص السؤال الكتابي المتوقع (26):

لتكن الدالة $f(x) = x^3 + x^2$ على الفترة المغلقة $[0, 1]$:

1. تحقق من فرضيات **نظرية رول** و**نظرية القيمة المتوسطة** على الفترة $[0, 1]$، وبيّن أيهما تنطبق.
2. أوجد قيمة $c \in (0, 1)$ التي تحقق استنتاج النظرية المطبّقة (مقرباً لأقرب منزلتين عشريتين).
3. فسّر الاستنتاج هندسياً مع رسم توضيحي للمنحنى والقاطع والمماس الموازي له.

مساحة الإجابة النموذجية التفصيلية والرسم التوضيحي: