

الحلول التفصيلية لنموذج أسئلة امتحان وفق الهيكل الوزاري



تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

موقع المناهج ← المناهج الإماراتية ← الصف الثاني عشر المتقدم ← رياضيات ← الفصل الأول ← حلول ← الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2026-06-06 14:56:55

ملفات اكتب للمعلم اكتب للطالب | اختبارات الكترونية | اختبارات | حلول | عروض بوربوينت | أوراق عمل
منهج انجليزي | ملخصات وتقارير | مذكرات وبنوك | الامتحان النهائي | للمدرس

المزيد من مادة
رياضيات:

إعداد: جمعة الشوبكي

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر المتقدم



صفحة المناهج
الإماراتية على
فيسبوك

الرياضيات

اللغة الانجليزية

اللغة العربية

التربية الاسلامية

المواد على تلغرام

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الأول

نموذج اختبار تجريبي مطابق .

1

حل مراجعة نهائية وفق الهيكل الوزاري الجديد منهجي ريفيل وبريدج

2

مراجعة نهائية وفق الهيكل الوزاري الجديد منهجي ريفيل وبريدج

3

اختبار نهائي وفق الهيكل الوزاري الجديد منهجي ريفيل وبريدج

4

نموذج توقعات ثان وفق الهيكل الوزاري والاختبارات السابقة

5

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية



الملف الحلول التفصيلية لنموذج أسئلة امتحان وفق الهيكل الوزاري

موقع المناهج ← المناهج الإماراتية ← الصف الثاني عشر المتقدم ← رياضيات ← الفصل الأول

روابط مواقع التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر المتقدم



روابط مواد الصف الثاني عشر المتقدم على تلغرام

[الرياضيات](#)

[اللغة الانجليزية](#)

[اللغة العربية](#)

[التربية الاسلامية](#)

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الأول

[أسئلة بونص Bonus متوقعة لم ترد بالهيكل](#)

1

[إجابات أسئلة نموذج امتحان وفق الهيكل الوزاري](#)

2

[نموذج أسئلة اختبار وفق الهيكل الوزاري](#)

3

[نموذج أسئلة امتحان وفق الهيكل الوزاري](#)

4

[نموذج أسئلة امتحان وفق الهيكل الوزاري](#)

5

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

نموذج هيكل الوزارة مع الحلول

رياضيات 12 متقدم امتحان

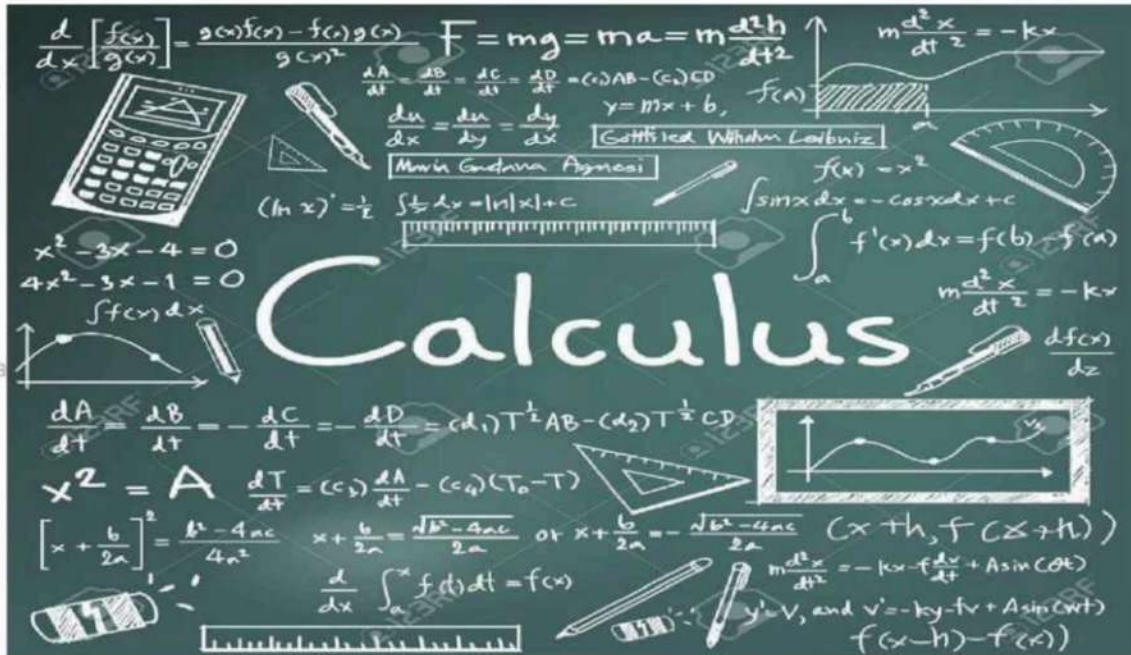
نهاية الفصل الدراسي الأول

2022/2023

Jalshobaki.com

Jalshobaki.com

Jalshobaki.com



الشوبكي

ki.com

الشوبكي

مع دعائي لكم بالتوفيق والنجاح الباهر

نموذج امتحان نهاية الفصل الدراسي الأول 2022/2023

السؤال	نتائج التعلم	مثال / تمرين رقم
1	تقدير طول قوس على منحنى دالة معطاة	(7-12)
Estimate an arc length for a given function		

في التمارين من (7-12) قَدِّر طول المنحنى $y = f(x)$ في الفترة المحددة باستخدام (A) $n = 4$ و (B) $n = 8$ قطع مستقيمة؟
(C) إذا تمكنت من برمجة حاسبة أو حاسب آلي، استخدم n أكبر وخمن الطول الفعلي للمنحنى؟

In exercises 7–12, estimate the length of the curve $y = f(x)$ on the given interval using (A) $n = 4$ and (B) $n = 8$ line segments? (C) If you can program a calculator or computer, use larger n 's and conjecture the actual length of the curve?

ملاحظات:

- مثل هذه الأسئلة وباستخدام عدد قطع (n) ، قلو كانت أعداد صغيرة كان تكون $n = 2$ ، أو $n = 4$ فتحل بقانون البعد بين نقطتين. أما لو كانت (n) كبيرة فتحل بالتكامل مباشرة، وفي أسئلة الامتحانات ستكون (n) عدد صغير إن شاء الله.
- لا تنسى أن تكون الآلة الحاسبة بالراديان (Rad).

7) $f(x) = \cos x$, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$
طول الفترة الجزئية = $\frac{b-a}{n} = \frac{\frac{\pi}{2}-0}{4} = \frac{\pi}{8}$

(A) $n = 4$

x	0	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{8}$	$\frac{\pi}{2}$
y	1	0.923	0.707	0.382	0

النقطة (Left)	النقطة (Right)	$D = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	
(0, 1)	$(\frac{\pi}{8}, 0.923)$	$D_1 = \sqrt{(0.923 - 1)^2 + (\frac{\pi}{8} - 0)^2}$	= 0.400
$(\frac{\pi}{8}, 0.923)$	$(\frac{\pi}{4}, 0.707)$	$D_2 = \sqrt{(0.707 - 0.923)^2 + (\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{8})^2}$	= 0.448
$(\frac{\pi}{4}, 0.707)$	$(\frac{3\pi}{8}, 0.382)$	$D_3 = \sqrt{(0.382 - 0.707)^2 + (\frac{3\pi}{8} - \frac{\pi}{4})^2}$	= 0.510
$(\frac{3\pi}{8}, 0.382)$	$(\frac{\pi}{2}, 0)$	$D_4 = \sqrt{(0 - 0.382)^2 + (\frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{8})^2}$	= 0.548
طول المنحنى			= 1.906

(B) باستخدام $n = 8$ يكون طول الفترة الجزئية $(\frac{\pi}{8} - 0 = \frac{\pi}{16})$ وتكون النقاط كالتالي:

x	0	$\frac{\pi}{16}$	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{3\pi}{16}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{16}$	$\frac{3\pi}{8}$	$\frac{7\pi}{16}$	$\frac{\pi}{2}$
y	1	0.98	0.92	0.83	0.71	0.56	0.38	0.195	0

D_1 D_2 D_3 D_4 D_5 D_6 D_7 D_8

نقوم بإيجاد المسافة بين كل نقطتين كما في الفرع (A) وتجميع المسافات من D_1 إلى D_8 ليكون طول المنحنى = 1.909

(C) باستخدام (n) عدد كبير جداً لإيجاد الطول الفعلي للمنحنى تقريباً، وذلك باستخدام القانون التالي:

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx$$

$$y = \cos x$$

$$\bar{y} = -\sin x$$

$$L = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 + (-\sin x)^2} dx = 1.91009 \approx 1.9101$$

بقية الأسئلة التالية تحل بنفس هذا الأسلوب

8) $f(x) = \sin x$, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$

x	0	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{8}$	$\frac{\pi}{2}$
y	0	0.383	0.707	0.924	1

A) $n = 4$ $\Delta x = \frac{\frac{\pi}{2} - 0}{4} = \frac{\pi}{8}$

النقطة (Left)	النقطة (Right)	الطول	
(0, 0)	($\frac{\pi}{8}$, 0.383)	$\Delta_1 = \sqrt{(0.383)^2 + (\frac{\pi}{8})^2}$	0.548
($\frac{\pi}{8}$, 0.383)	($\frac{\pi}{4}$, 0.707)	$\Delta_2 = \sqrt{(0.707 - 0.383)^2 + (\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{8})^2}$	0.509
($\frac{\pi}{4}$, 0.707)	($\frac{3\pi}{8}$, 0.924)	$\Delta_3 = \sqrt{(0.924 - 0.707)^2 + (\frac{3\pi}{8} - \frac{\pi}{4})^2}$	0.449
($\frac{3\pi}{8}$, 0.924)	($\frac{\pi}{2}$, 1)	$\Delta_4 = \sqrt{(1 - 0.924)^2 + (\frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{8})^2}$	0.400
طول المنحنى			1.906

B) $n = 8$

$\Delta x = \frac{\frac{\pi}{2} - 0}{8} = \frac{\pi}{16}$ $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \Delta_4, \Delta_5, \Delta_6, \Delta_7, \Delta_8 = 1.909$

C) الطول الفعلي =

$L = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 + \cos^2 x} dx = 1.91$

لاحظ الإجابات الثلاثة

$y = \sin x$
 $y' = \cos x$
 $(y')^2 + 1 = 1 + \cos^2 x$

n = 4	n = 8	n = 16
1.906	1.909	1.910

9) $f(x) = \sqrt{x+1}$, $0 \leq x \leq 3$

x	0	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{9}{4}$	3
y	1	1.323	1.581	1.803	2

A) $n = 4$ $\Delta x = \frac{3-0}{4} = \frac{3}{4}$

النقطة (Left)	النقطة (Right)	الطول	
(0, 1)	($\frac{3}{4}$, 1.323)	$\Delta_1 = \sqrt{(1.323 - 1)^2 + (\frac{3}{4} - 0)^2}$	0.817
($\frac{3}{4}$, 1.323)	($\frac{3}{2}$, 1.581)	$\Delta_2 = \sqrt{(1.581 - 1.323)^2 + (\frac{3}{2} - \frac{3}{4})^2}$	0.793
($\frac{3}{2}$, 1.581)	($\frac{9}{4}$, 1.803)	$\Delta_3 = \sqrt{(1.803 - 1.581)^2 + (\frac{9}{4} - \frac{3}{2})^2}$	0.782
($\frac{9}{4}$, 1.803)	(3, 2)	$\Delta_4 = \sqrt{(2 - 1.803)^2 + (3 - \frac{9}{4})^2}$	0.776
طول المنحنى			3.167

B) $n = 8$

$\Delta x = \frac{3-0}{8} = \frac{3}{8} \Rightarrow \Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \Delta_4, \Delta_5, \Delta_6, \Delta_7, \Delta_8 = 3.168$

C) الطول الفعلي =

$L = \int_0^3 \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2\sqrt{x+1}}\right)^2} dx = 3.1678$
 ≈ 3.168

لاحظ الإجابات

$y = \sqrt{x+1}$
 $y' = \frac{1}{2\sqrt{x+1}}$
 $(y')^2 + 1 = \left(\frac{1}{2\sqrt{x+1}}\right)^2 + 1$

n = 4	n = 8	n = 16
3.167	3.168	3.168

10) $f(x) = \frac{1}{x}$, $1 \leq x \leq 2$

A) $n = 4$ $\Delta x = \frac{2-1}{4} = \frac{1}{4}$

x	1	1.25	1.5	1.75	2
y	1	0.8	0.67	0.571	0.5

النقطة (Left)	النقطة (Right)	المسافة	
(1, 1)	(1.25, 0.8)	$D_1 = \sqrt{(0.8-1)^2 + (1.25-1)^2} =$	0.3202
(1.25, 0.8)	(1.5, 0.67)	$D_2 = \sqrt{(0.67-0.8)^2 + (1.5-1.25)^2} =$	0.2833
(1.5, 0.67)	(1.75, 0.571)	$D_3 = \sqrt{(0.571-0.67)^2 + (1.75-1.5)^2} =$	0.2675
(1.75, 0.571)	(2, 0.5)	$D_4 = \sqrt{(0.5-0.571)^2 + (2-1.75)^2} =$	0.2600
طول المنحنى			1.1310

B) $n = 8$

$\Delta x = \frac{2-1}{8} = \frac{1}{8} = 0.125$

$D_1, D_2, D_3, D_4, D_5, D_6, D_7, D_8 = 1.132$

C) الطول الفعلي =

$L = \int_1^2 \sqrt{1 + \frac{1}{x^4}} dx = 1.13209$
 ≈ 1.1321

$y = \frac{1}{x}$
 $y' = -\frac{1}{x^2}$
 $(y')^2 + 1 = 1 + \frac{1}{x^4}$

n = 4	n = 8	n فعلي
1.131	1.132	1.132

11) $f(x) = x^2 + 1$, $-2 \leq x \leq 2$

A) $n = 4$ $\Delta x = \frac{2-(-2)}{4} = 1$

x	-2	-1	0	1	2
y	5	2	1	2	5

النقطة (Left)	النقطة (Right)	المسافة	
(-2, 5)	(-1, 2)	$D_1 = \sqrt{(2-5)^2 + (-1-(-2))^2} =$	3.162
(-1, 2)	(0, 1)	$D_2 = \sqrt{(1-2)^2 + (0-(-1))^2} =$	1.414
(0, 1)	(1, 2)	$D_3 = \sqrt{(2-1)^2 + (1-0)^2} =$	1.414
(1, 2)	(2, 5)	$D_4 = \sqrt{(5-2)^2 + (2-1)^2} =$	3.162
طول المنحنى			9.152

B) $n = 8$

$\Delta x = \frac{2-(-2)}{8} = \frac{1}{2}$

$D_1, D_2, D_3, D_4, D_5, D_6, D_7, D_8 = 9.253$

C) الطول الفعلي =

$L = \int_{-2}^2 \sqrt{1 + 4x^2} dx = 9.2935$
 ≈ 9.294

$y = x^2 + 1$
 $y' = 2x$
 $(y')^2 + 1 = 4x^2 + 1$

n = 4	n = 8	n فعلي
9.152	9.253	9.294

12) $f(x) = x^3 + 2$, $-1 \leq x \leq 1$

A) $n = 4$ $\Delta x = \frac{1 - (-1)}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)$

x	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1
y	1	1.875	2	2.125	3

النقطة (Left)	النقطة (Right)	الطول	
$(-1, 1)$	$(-\frac{1}{2}, 1.875)$	$\Delta_1 = \sqrt{(1.875-1)^2 + (-\frac{1}{2}-(-1))^2} =$	1.0078
$(-\frac{1}{2}, 1.875)$	$(0, 2)$	$\Delta_2 = \sqrt{(2-1.875)^2 + (0-(-\frac{1}{2}))^2} =$	0.5154
$(0, 2)$	$(\frac{1}{2}, 2.125)$	$\Delta_3 = \sqrt{(2.125-2)^2 + (\frac{1}{2}-0)^2} =$	0.5154
$(\frac{1}{2}, 2.125)$	$(1, 3)$	$\Delta_4 = \sqrt{(3-2.125)^2 + (1-\frac{1}{2})^2} =$	1.0078
طول المنحنى			3.0463

B) $n = 8$

$\Delta x = \frac{1 - (-1)}{8} = \frac{1}{4}$ $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \Delta_4, \Delta_5, \Delta_6, \Delta_7, \Delta_8 = 3.084$

C) الطول الفعلي =

$L = \int_{-1}^1 \sqrt{9x^4 + 1} dx = 3.0957$
 ≈ 3.096

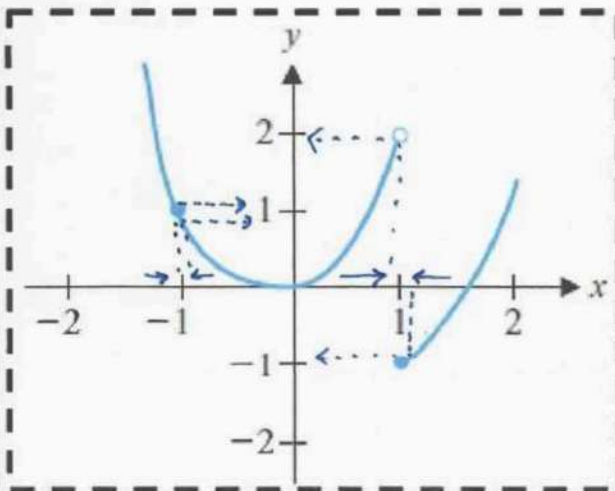
$y = x^3 + 2$
 $y' = 3x^2$
 $(y')^2 + 1 = 9x^4 + 1$

n	n	مغلي
4	8	n
3.0463	3.084	3.096

السؤال	نتائج التعلم	مثال / تمرين رقم
2	إيجاد قيمة نهاية دالة ما جبرياً وبيانياً، إن وجدت	مثال رقم (3)
Find the limit of a function algebraically and graphically, if it exists		

في المثال رقم (3) يمثل الرسم البياني الموضح بيان الدالة $f(x)$ ، جد النهاية لكل مما يلي؟

In Example (3), the graph of the function $f(x)$ is shown in the figure. Find the limit for each of the following?



A) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2$

B) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -1$

C) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \text{DNE}$ غير موجودة

D) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 1$

السؤال	نتائج التعلم	مثال / تمرين رقم
3+4	إيجاد نهاية الدوال كثيرة الحدود والنسبية والمثلثية باستخدام نظريات النهايات	(1-20)
Find limits for polynomials, rational, and trigonometric functions using theorems		

في الأسئلة (1-20) ، أوجد قيمة النهاية المشار إليها، إذا وجدت؟ على فرض أن $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

In exercises 1-20, evaluate the indicated limit, if it exists? Assume that $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

ملاحظة: مثل هذه الأسئلة تحل بالتعويض المباشر وتحل بالتحليل في حال كانت $\left(\frac{0}{0}\right)$ ، أو باستخدام قاعدة لوبيتال

1) $\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 - 3x + 1) = 1$

2) $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt[3]{2x+1} = \sqrt[3]{5}$

3) $\lim_{x \rightarrow 0} \cos^{-1}(x^2) = \cos^{-1}(0) = \frac{\pi}{2}$

4) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-5}{x^2+4} = -\frac{3}{8}$

5) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-x-6}{x-3} \left(\frac{0}{0}\right) \xrightarrow{L'} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x-1}{1} = 5$
لوبيتال

6) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+x-2}{x^2-3x+2} \left(\frac{0}{0}\right) \xrightarrow{L'} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x+1}{2x-3} = -3$
لوبيتال

7) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-x-2}{x^2-4} \left(\frac{0}{0}\right) \xrightarrow{L'} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-1}{2x} = \frac{3}{4}$
لوبيتال

8) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-1}{x^2+2x-3} \left(\frac{0}{0}\right) \xrightarrow{L'} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2}{2x+2} = \frac{3}{4}$
لوبيتال

9) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\tan x} = 1$

10) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$

$$11) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x e^{-2x+1}}{x^2+x} \left(\frac{0}{0} \right) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cancel{x} e^{-2x+1}}{\cancel{x}(x+1)} = e$$

Jalshobaki.com تم تحميل هذا الملف

Jalshobaki.com

Jalshobaki.com

$$12) \lim_{x \rightarrow 0} x^2 \csc^2 x = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = (1)(1) = 1$$

$$13) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} \left(\frac{0}{0} \right) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2\sqrt{x+4}} = \frac{1}{4}$$

لوبيتال

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

$$14) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{3-\sqrt{x+9}} \left(\frac{0}{0} \right) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{-1} = \frac{2}{-1} = -2$$

لوبيتال

$$15) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \left(\frac{0}{0} \right) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

$$16) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3-64}{x-4} \left(\frac{0}{0} \right) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 4} 3x^2 = 3(16) = 48$$

$$17) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2}{(x-1)(x+1)} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1-2}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x-1)(x+1)} = \frac{1}{2}$$

$$18) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2}{x} - \frac{2}{|x|} \right) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{2}{x} - \frac{2}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0^+} 0 = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{2}{x} - \frac{2}{-x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{2}{x} + \frac{2}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{4}{x} = -\infty$$

اذن النهاية غير موجودة DNE

$$19) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-e^{2x}}{1-e^x} \left(\frac{0}{0} \right) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1-e^x)(1+e^x)}{(1-e^x)} = 1+e^0 = 1+1 = 2$$

$$20) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin|x|}{x} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin(-x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-\sin x}{x} = -1$$

اذن النهاية غير موجودة DNE

السؤال	نتائج التعلم	مثال / تمرين رقم
5	إيجاد نهاية الدوال كثيرة الحدود والنسبية والمثلثية باستخدام نظريات النهايات	(37-39)
Find limits for polynomials, rational, and trigonometric functions using theorems		

(37) إذا كانت النهاية $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1-\cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$ ، فجد قيمة $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1-\cos x}}{x}$ بسرعة؟

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1-\cos x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1-\cos x}}{x} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ or } \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(38) إذا كانت النهاية $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ ، فجد قيمة $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos^2 x}{x^2}$ سريعاً؟

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos^2 x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x^2} = 1$$

(39) إذا كانت الدالة $f(x) = \begin{cases} g(x) & , x < a \\ h(x) & , x > a \end{cases}$ لكثيرتي الحدود $g(x)$ و $h(x)$. وضح السبب وراء أن $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = g(a)$ وحدد $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ ؟

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} g(x) = g(a)$$

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} h(x) = h(a)$$

السؤال	نتائج التعلم	مثال / تمرين رقم
6	البحث في اتصال دالة عند نقطة معطاة	(21-28)
Study the continuity of a function at a given point		

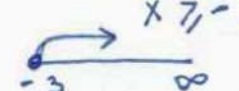
Determine the intervals on which f is continuous?

في الأسئلة (21-28) حدد الفترات التي تكون عندها f متصلة؟

21) $f(x) = \sqrt{x+3}$

متصلة على $[-3, \infty)$ فترة اتصال لدالة
or $x \geq -3$

الدالة متصلة على مجالها
 $x+3 \geq 0$
 $x \geq -3$



22) $f(x) = \sqrt{x^2-4}$

متصلة على $(-\infty, -2] \cup [2, \infty)$

$x^2-4 \geq 0$
 $x^2 \geq 4$
 $|x| \geq 2$
 $x \geq 2$ or $x \leq -2$



23) $f(x) = \sqrt[3]{x+2}$ $(-\infty, \infty)$ متصلة لجميع قيم x

24) $f(x) = (x-1)^{\frac{3}{2}} = \sqrt{(x-1)^3}$ الدالة معرفة لكل $(x-1)^3 \geq 0$

متصلة على $[1, \infty)$

$x-1 \geq 0$
 $x \geq 1$

25) $f(x) = \sin^{-1}(x+2)$

$$-1 \leq x+2 \leq 1$$

$$-3 \leq x \leq -1$$

إذن منبصلة على $[-3, -1]$

26) $f(x) = \ln(\sin x)$

أي على الفترة $(2n\pi, (2n+1)\pi)$ و $(n\pi, (n+1)\pi)$
 $n=0 \Rightarrow (0, \pi)$
 $n=1 \Rightarrow (2\pi, 3\pi)$ وهكذا

$$\sin x > 0 \quad (+)$$

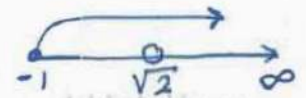


27) $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}+e^x}{x^2-2}$

1) البسط $\Rightarrow \sqrt{x+1} \Rightarrow x+1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -1$

إذن منبصلة لكل $x \geq -1$ ما عدا أصفار المقام

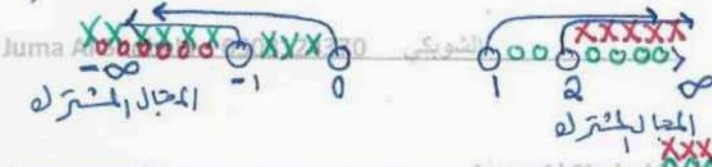
2) أصفار المقام $\Rightarrow x^2 - 2 = 0 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$

 $x = \sqrt{2}$ (خارج المجال المقيد)إذن منبصلة على $[-1, \infty) \setminus \{\sqrt{2}\}$ أو $[-1, \sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, \infty)$ 

28) $f(x) = \frac{\ln(x^2-1)}{\sqrt{x^2-2x}}$

1) البسط $\Rightarrow x^2 - 1 > 0 \Rightarrow x^2 > 1 \Rightarrow |x| > 1 \Rightarrow 1 < x < -1$

2) المقام $\Rightarrow \sqrt{x^2-2x} \Rightarrow x^2 - 2x > 0 \Rightarrow x(x-2) > 0 \Rightarrow x > 2$, $x < 0$



$$(-\infty, -1) \cup (2, \infty)$$

السؤال	نتائج التعلم	مثال / تمرين رقم
7	إيجاد النهايات التي توصل إلى اللانهاية والنهايات عند اللانهاية	(9-22)

Find infinite limits and limits at infinity

الأسئلة من (9-22) حدد كل نهاية؟ (أجب حسب الاقتضاء، بعدد أو ∞ أو $-\infty$ أو غير موجودة)؟In exercises (9-22), determine each limit (answer as appropriate, with a number, ∞ , $-\infty$ or does not exist) ?

9) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+3x-2}{2x^2+4x-1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

ملاحظة: كل هذه
الأسئلة نحل بالآلة
الحاسبة مباشرة.

10) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2-x+1}{4x^2-3x-1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

$$11) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{\sqrt{4+x^2}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{\sqrt{x^2(\frac{4}{x^2}+1)}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{|x| \sqrt{\frac{4}{x^2}+1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{-x \sqrt{\frac{4}{x^2}+1}} = \frac{1}{\sqrt{1}} = 1$$

$$12) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2-1}{4x^3-5x-1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2}{4x^3} = \frac{1}{\infty} = 0$$

$$13) \lim_{x \rightarrow \infty} \ln\left(\frac{x^2+1}{x-3}\right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \ln\left(\frac{x^2}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \ln(x) = \infty$$

$$14) \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x \sin x) =$$

$$\lim_{u \rightarrow 0^+} \ln(u) = -\infty$$

$$u = x \sin x$$

$$\text{عندما } x \rightarrow 0^+ \Rightarrow u \rightarrow 0^+$$

$$15) \lim_{x \rightarrow 0^+} e^{\frac{-2}{x^3}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} e^{\frac{-2}{(0^+)^3}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} e^{-\infty} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{e^{\infty}} = \frac{1}{\infty} = 0$$

$$16) \lim_{x \rightarrow \infty} e^{\frac{(x+1)}{(x^2+2)}} = \lim_{x \rightarrow \infty} e^{-\left(\frac{x}{x^2}\right)} = \lim_{x \rightarrow \infty} e^{-\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} e^0 = 1$$

$$17) \lim_{x \rightarrow \infty} \cot^{-1} x = \lim_{x \rightarrow \infty} \tan^{-1}\left(\frac{1}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \tan^{-1}\left(\frac{1}{\infty}\right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \tan^{-1}(0) = 0$$

$$\text{حل آخر سابقه} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \cot(0) = \infty \\ \cot^{-1}(\infty) = 0 \end{array} \right]$$

$$18) \lim_{x \rightarrow \infty} \sec^{-1} \frac{x^2+1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \cos^{-1}\left(\frac{x+1}{x^2+1}\right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \cos^{-1}\left(\frac{x}{x^2}\right) = \cos^{-1}(0) = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{حل آخر} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \sec \frac{\pi}{2} = \infty \\ \sec^{-1}(\infty) = \frac{\pi}{2} \end{array} \right]$$

$$19) \lim_{x \rightarrow 0} \sin\left(e^{\frac{1}{x^2}}\right) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \sin\left(e^{\frac{1}{x^2}}\right) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \sin(e^{\infty}) = \sin(0) = 0$$

$$\text{②} \lim_{x \rightarrow 0^-} \sin\left(e^{\frac{1}{x^2}}\right) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \sin(e^{\infty}) = \sin(0) = 0$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0} \sin\left(e^{\frac{1}{x^2}}\right) = 0$$

$$20) \lim_{x \rightarrow \infty} \sin(\tan^{-1}(x)) = \lim_{x \rightarrow \infty} \sin(\tan^{-1} \infty) = \lim_{x \rightarrow \infty} \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

$$\Rightarrow u = \tan^{-1} x$$

$$x \rightarrow \infty \Rightarrow u \rightarrow \tan^{-1}(\infty) = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \lim_{u \rightarrow \frac{\pi}{2}} \sin u = \sin \frac{\pi}{2} = 1$$

$$21) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} e^{-\tan x} =$$

$$1) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} e^{-\tan x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} e^{-(-\infty)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} e^{\infty} = \infty$$

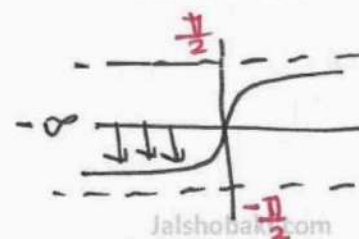
$$2) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} e^{-\tan x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} e^{(-\infty)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} e^{-\infty} = 0$$

غير موجود
DNE

ملاحظة: عند العمل بالآلة يجب التأكد من وضع (Rqd) لا يعاد القيمة ليس تعويض 1.5888 ولا يعاد القيمة ليس تعويض 1.5666

$$22) \lim_{x \rightarrow 0^+} \tan^{-1}(\ln x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \tan^{-1}(\ln(x)) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \tan^{-1}(-\infty) = -\frac{\pi}{2}$$



السؤال	نتائج التعلم	مثال / تمرين رقم
8	إيجاد السرعة المتوسطة والسرعة اللحظية عند نقطة معطاة	(19-22)
Find the average and instantaneous velocity at a given point		

في الأسئلة (19-22) تمثل الدالة موقع جسم ما بالقدم عند الزمن t ثانية. أوجد السرعة المتجهة المتوسطة بين:

The function represents the position in feet of an object at time t seconds. Find the average velocity between

A) $t = 0$, $t = 2$ B) $t = 1$, $t = 2$ C) $t = 1.9$, $t = 2$ D) $t = 1.99$, $t = 2$?

E) $t = 2$ ؟ قدر السرعة المتجهة اللحظية عند $t = 2$? Estimate the instantaneous velocity at $t = 2$?

$$19) s(t) = 16t^2 + 10$$

$$A) v_{av} = \frac{s(2) - s(0)}{2 - 0} = \frac{74 - 10}{2} = 32$$

$$B) v_{av} = \frac{s(2) - s(1)}{2 - 1} = \frac{74 - 26}{1} = 48$$

$$C) v_{av} = \frac{s(2) - s(1.9)}{2 - 1.9} = 62.4$$

$$D) v_{av} = \frac{s(2) - s(1.99)}{2 - 1.99} = 63.84$$

$$E) v(t) = s'(t) = 32t$$

$$s'(2) = 32(2) = 64$$

تحل بقواعد الاشتقاق مباشرة

20) $s(t) = 3t^3 + t$

$t=0, t=2$

A) $v_{av} = \frac{s(2) - s(0)}{2 - 0} = \frac{26 - 0}{2} = 13$

B) $v_{av} = \frac{s(2) - s(1)}{2 - 1} = 22$

$t=1, t=2$

Jalshobaki.com

C) $v_{av} = \frac{s(2) - s(1.9)}{2 - 1.9} = 35.23$

$t=1.9, t=2$

D) $v_{av} = \frac{s(2) - s(1.99)}{2 - 1.99} = 36.82$

$t=1.99, t=2$

e) $v(t) = s'(t) = 9t^2 + 1$
 $s(2) = 37$

at $t=2$

21) $s(t) = \sqrt{t^2 + 8t}$

A) $v_{av} = \frac{s(2) - s(0)}{2} = 2.236$

$t=0, t=2$

B) $v_{av} = \frac{s(2) - s(1)}{2 - 1} = 1.472$

$t=1, t=2$

C) $v_{av} = \frac{s(2) - s(1.9)}{2 - 1.9} = 1.3508$

$t=1.9, t=2$

D) $v_{av} = \frac{s(2) - s(1.99)}{2 - 1.99} = 1.342$

$t=1.99, t=2$

e) $v = s'(t) = \frac{2t + 8}{2\sqrt{t^2 + 8t}} = \frac{2(2) + 8}{2\sqrt{4 + 16}} = \frac{12}{2\sqrt{20}} = 1.3416$

22) $s(t) = 3\sin(t - 2)$

$t=0, t=2$

A) $v_{av} = \frac{s(2) - s(0)}{2} = 1.3639$

B) $v_{av} = \frac{s(2) - s(1)}{2 - 1} = 2.5244$

$t=1, t=2$

Jalshobaki.com

C) $v_{av} = \frac{s(2) - s(1.9)}{2 - 1.9} = 2.995$

$t=1.9, t=2$

D) $v_{av} = \frac{s(2) - s(1.99)}{2 - 1.99} = 3$

$t=1.99, t=2$

e) $v = s'(t) = 3\cos(t - 2)$

at $t=2$

$s(2) = 3\cos(0) = 3$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشويكي

السؤال	نتائج التعلم	مثال / تمرين رقم
9	كتابة معادلة المماس لمنحنى عند نقطة معطاة باستخدام النهايات	(1-8)

Write the equation of a tangent line to a graph at a given point using limits

في الأسئلة التالية، جد معادلة المماس لـ $y = f(x)$ عند $x = a$. مثل $y = f(x)$ والمماس بيانياً للتحقق من حصولك على المعادلة الصحيحة؟
In exercises 1-8, find an equation of the tangent line to $y = f(x)$ at $x = a$. Graph $f(x)$ and the tangent line to verify that you have the correct equation?

ملاحظة: مثل هذه الأسئلة تحل باستخدام قواعد الاشتقاق مباشرة.

1) $f(x) = x^2 - 2$, $a = 1$

$$\bar{f}(x) = 2x$$

$$m = \bar{f}(1) = 2$$

النقطة $(1, -1)$

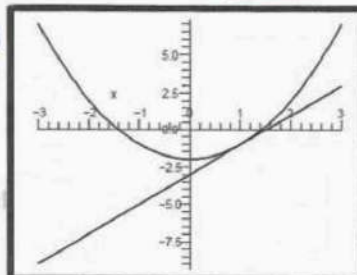
الميل $= \bar{f}(1) = 2$

المعادلة $\Rightarrow$

$$y = 2(x-1) - 1$$

$$y = 2x - 2 - 1$$

$$y = 2x - 3$$



2) $f(x) = x^2 - 2$, $a = 0$

$$\bar{f}(x) = 2x$$

$$m = \bar{f}(0) = 0$$

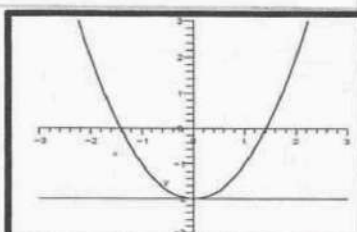
النقطة $(0, -2)$

الميل $= \bar{f}(0) = 0$

المعادلة $\Rightarrow y = 0(x-0) - 2$

$$y = -2$$

لاحظ الشكل



3) $f(x) = x^2 - 3x$, $a = -2$

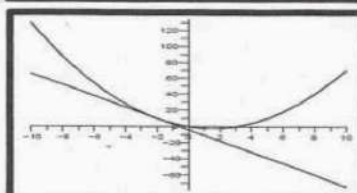
$$\bar{f}(x) = 2x - 3 \Rightarrow m = \bar{f}(-2) = -7$$

النقطة $(-2, 10)$

الميل $= \bar{f}(-2) = -7$

$\therefore$ المعادلة $\Rightarrow y = -7(x+2) + 10$

$$y = -7x - 4$$



4) $f(x) = x^3 + x$, $a = 1$

$$\bar{f}(x) = 3x^2 + 1 \Rightarrow m = \bar{f}(1) = 4$$

النقطة $(1, 2)$

الميل $= \bar{f}(1) = 4$

$\therefore y = 4(x-1) + 2$

$$y = 4x - 2$$

الشويكي

5) $f(x) = \frac{2}{x+1}$, $a = 1$

$$\bar{f}(x) = \frac{-2}{(x+1)^2} \Rightarrow m = \bar{f}(1) = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

النقطة $(1, 1)$

الميل $= -\frac{1}{2}$

$\therefore y = -\frac{1}{2}(x-1) + 1$

$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

النقطة $(0, 0)$

الميل $= -1$

6) $f(x) = \frac{x}{x-1}$, $a = 0$

$$\bar{f}(x) = \frac{(x-1)(1) - x}{(x-1)^2} = \frac{-1}{(x-1)^2} = -1$$

$\therefore y = -(x-0) + 0$

$$y = -x$$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشويكي

7) $f(x) = \sqrt{x+3}$, $a = -2$

$$\bar{f}(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+3}} \Rightarrow m = \bar{f}(-2) = \frac{1}{2}$$

النقطة $(-2, 1)$

$$\frac{1}{2} = \bar{f}(-2) = \text{الميل}$$

$$y = \frac{1}{2}(x+2) + 1$$

$$y = \frac{1}{2}x + 2$$

8) $f(x) = \sqrt{x+3}$, $a = 1$

$$\bar{f}(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+3}} \Rightarrow m = \bar{f}(1) = \frac{1}{4}$$

النقطة $(1, 2)$

$$\frac{1}{4} = \bar{f}(1) = \text{الميل}$$

$$\therefore y = \frac{1}{4}(x-1) + 2$$

Juma Al Shobaki 0508124370

$$y = \frac{1}{4}x + \frac{7}{4}$$

Juma Al Shobaki 0508124370

الشويكي

السؤال	نتائج التعلم	مثال / تمرين رقم
10	رسم منحنى الدالة اعتماداً على التمثيل البياني لمشتقة الدالة	(13-18)
Sketch the graph of a function using its derivative and sketching derivative using its function's graph		

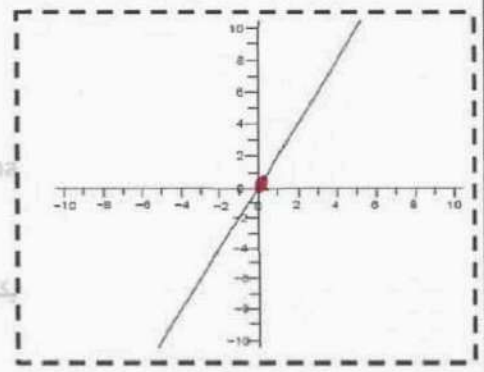
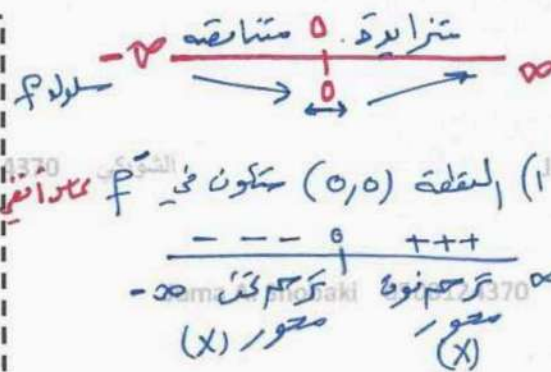
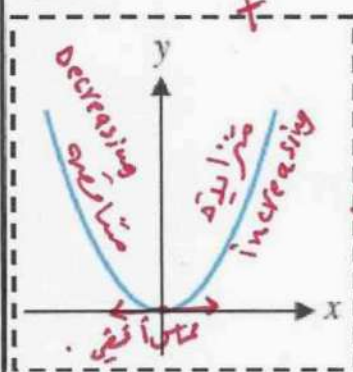
في الأسئلة (13-16) استخدم التمثيل البياني الموضح لـ f لرسم التمثيل البياني لمشتقة الدالة؟

In exercises 13-16, use the graph of f to sketch a graph of f' ?

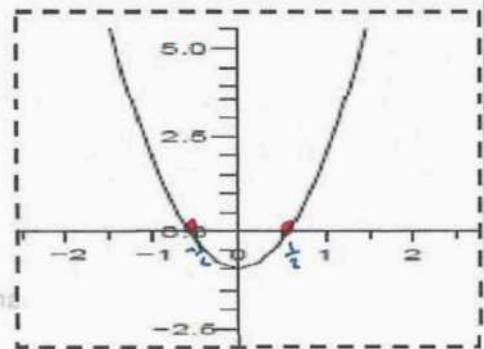
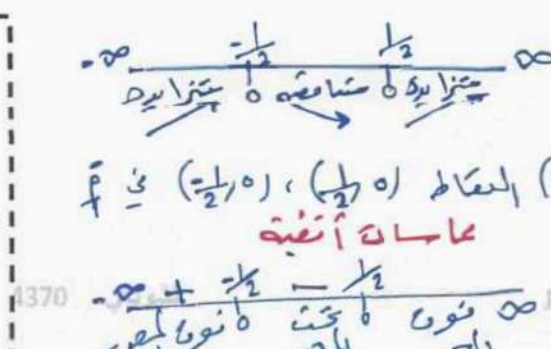
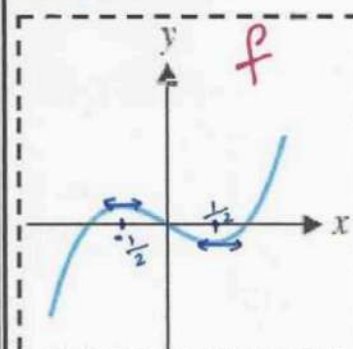
$$y = f(x)$$

$$\bar{f}(x)$$

13) A)



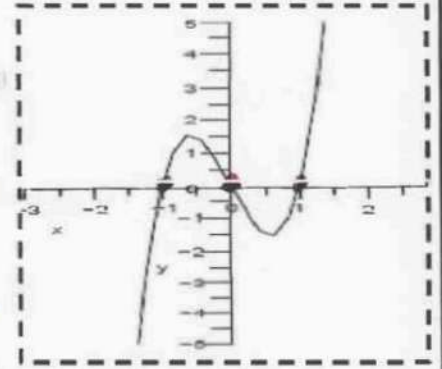
13) B)



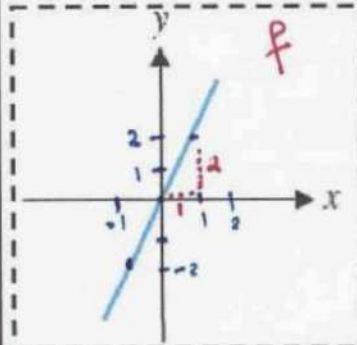
14) A)



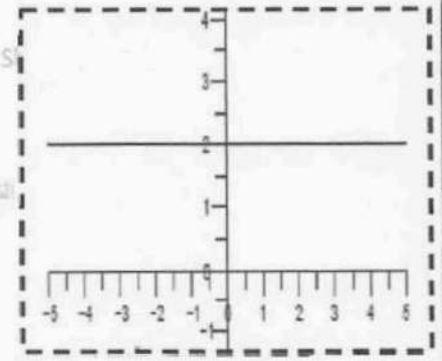
متزايدة انماض متزايدة متناضبة
 ① $(-1, 0), (0, 0), (1, 0)$ نقاط على
 محاور f
 -∞ -1 0 1 ∞
 تحت المحور فوق المحور تحت المحور فوق المحور
 (x) (x) (x) (x)



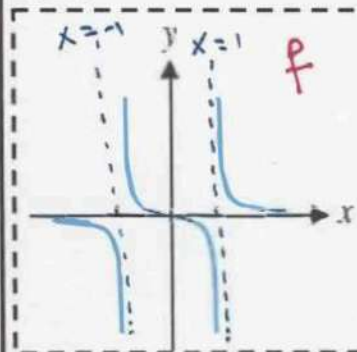
14) B)



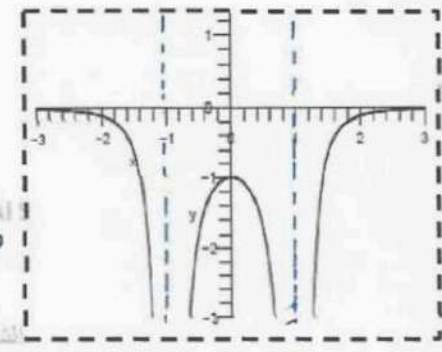
الرجوع (f) حالة خاصة من البرهان للحلول
 متزايدة
 ثابت $f = m = 2$



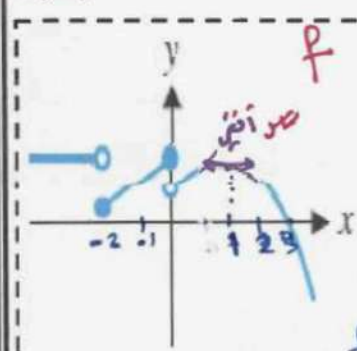
15) A)



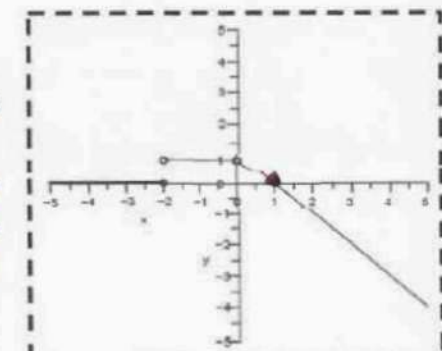
متناضبة متناضبة متناضبة
 متناضبة متناضبة
 -∞ -1 1 ∞
 رسم تحت محور (x) رسم فوق محور (x) رسم فوق محور (x)
 Juma Al Shobaki 0508124370 الشويكي



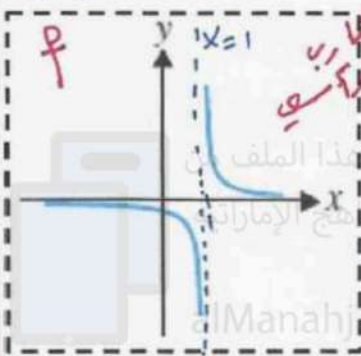
15) B)



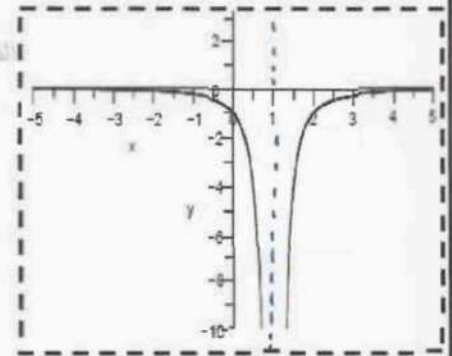
متناضبة متناضبة متناضبة
 متناضبة متناضبة
 -∞ -2 0 1 ∞
 رسم تحت محور (x) رسم فوق محور (x) رسم فوق محور (x)
 عند $x = 1$ عمود أفقي f مقلع في محور (x) في f
 (1, 0) في f



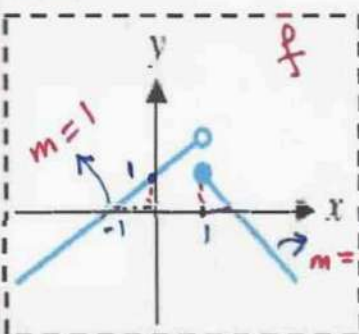
16) A)

مطابق
لا تفسد

Juma Al Shobaki 0508124370

الشويكي
متناقضة
متناقضة
Jalshobaki.comرسم كـ معـ (x)
رسم كـ معـ (x)
فـ
فـ

16) B)



370

Juma Al Shobaki 0508124370

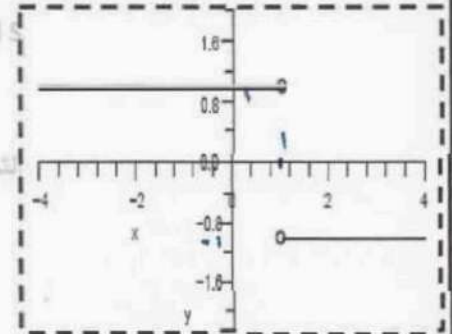
الشويكي

m=1 m=-1

Juma Al Shobaki 0508124370

الشويكي

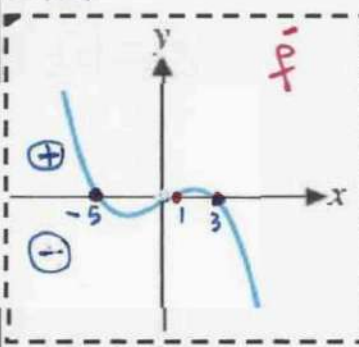
Jalshobaki.com



في الأسئلة (17-18) استخدم التمثيل البياني الموضح لـ $\bar{f}$ لرسم تمثيل بياني معقول لدالة متصلة f ؟

In exercises 17-18, use the given graph of $\bar{f}$ to sketch a plausible graph of a continuous function f ?

17) A)



370

Juma Al Shobaki 0508124370

الشويكي

مقاطع معـ (x) بما رسم فـ هي

محاسبات أنصبة بما رسم فـ

الرسم موجود فوق معـ (x) بما رسم فـ

لغنى التزايد في رسم فـ

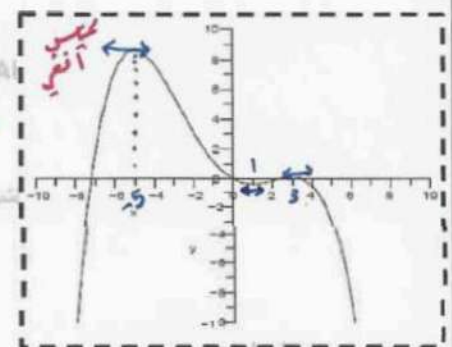
الرسم موجود كـ معـ (x) بما رسم فـ

لغنى التناقص بما رسم فـ

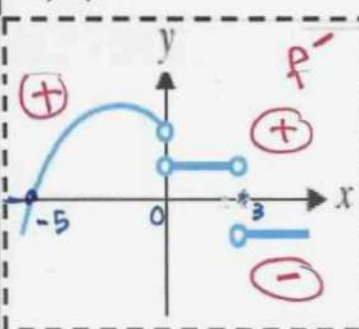
Juma Al Shobaki 0508124370

الشويكي

Jalshobaki.com



17) B)



370

Juma Al Shobaki 0508124370

الشويكي

رسم فـ

رسم فـ

رسم فـ

رسم فـ

رسم فـ

رسم فـ

رسم فـ

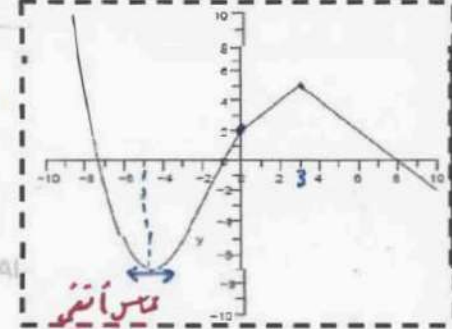
رسم فـ

رسم فـ

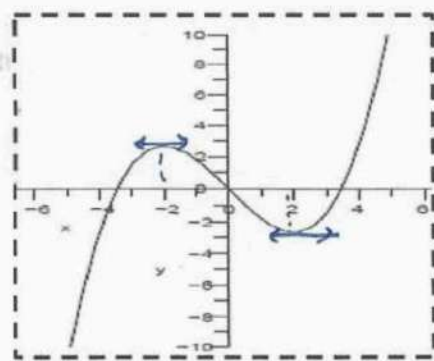
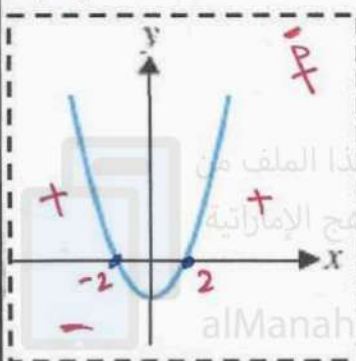
رسم فـ

رسم فـ

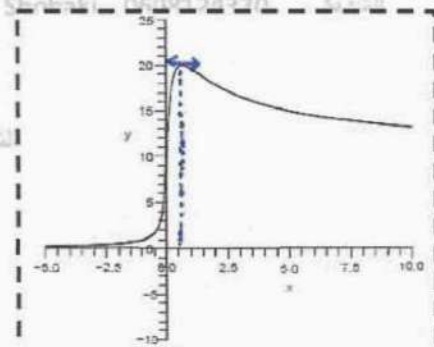
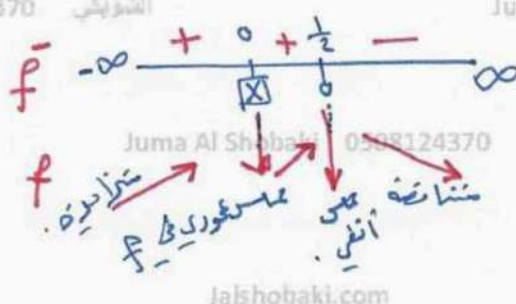
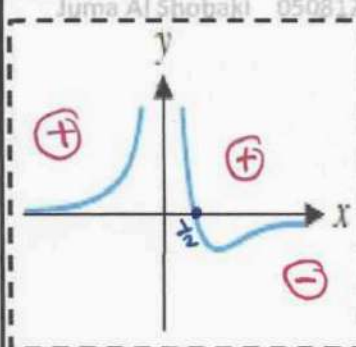
رسم فـ



18) A)



18) B)



السؤال	نتائج التعلم	مثال / تمرين رقم
11	إيجاد مشتقة دالة ما باستخدام قاعدة القوة عند نقطة معطاة	(33-36)
Find the derivative of a function using the Power Rule at a given point		

في الأسئلة (33-34) (A) حدد قيمة (قيم) x التي يكون عندها المماس على منحنى $y = f(x)$ أفقياً؟

(B) حدد قيمة (قيم) x التي عندها يقطع المماس على منحنى $y = f(x)$ المحور x عند زاوية قياسها 45° ؟

In exercises 33 and 34, (A) Determine the value(s) of x for which the tangent line to $y = f(x)$ is horizontal ?

(B) Determine the value(s) of x for which the tangent line to $y = f(x)$ intersects the x -axis at a 45° angle?

$$33) f(x) = x^3 - 3x + 1$$

$$A) f'(x) = 0 \text{ (مماس أفقي)} \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 3 = 0$$

$$3x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm 1$$

$$B) m = \tan \theta = \tan 45^\circ = 1$$

$$f'(x) = m$$

$$3x^2 - 3 = 1 \Rightarrow 3x^2 = 4 \Rightarrow x^2 = \frac{4}{3}$$

$$x = \pm \frac{2}{\sqrt{3}}$$

34) $f(x) = x^4 - 4x + 2$

A) $\bar{f}(x) = 0 \Rightarrow 4x^3 - 4 = 0 \Rightarrow 4x^3 = 4 \Rightarrow \sqrt[3]{4x^3} = \sqrt[3]{4} \Rightarrow x = 1$

B) $\bar{f}(x) = \tan 45^\circ = 1$
 $4x^3 - 4 = 1 \Rightarrow 4x^3 = 5 \Rightarrow \sqrt[3]{4x^3} = \sqrt[3]{\frac{5}{4}} \Rightarrow x = \sqrt[3]{\frac{5}{4}}$

في الأسئلة (35-36) حدد قيمة (قيم) x التي عندها لا يوجد ميل للمماس على منحنى $y = f(x)$ In exercises 35 and 36, determine the value(s) of x for which the slope of the tangent line to $y = f(x)$ does not exist?

35) A) $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$

$$f'(x) = \frac{2}{3} x^{-\frac{1}{3}} = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$$

لاحظ مماس عمودي (أسي) عند $x=0$ ، حيث المشتقة غير معرفة عندها.

B) $f(x) = |x - 5|$

$$f(x) = \begin{cases} x-5 & , x \geq 5 \\ 5-x & , x < 5 \end{cases} \Rightarrow \bar{f}(x) = \begin{cases} 1 & , x \geq 5 \\ -1 & , x < 5 \end{cases}$$

لا يوجد ميل للمماس بسبب وجود الركن. $\bar{f}(5^+) \neq \bar{f}(5^-)$

C) $f(x) = |x^2 - 3x - 4|$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x - 4 & , x \leq -1 \text{ , } x \geq 4 \\ -x^2 + 3x + 4 & , -1 < x < 4 \end{cases}$$

$$\bar{f}(x) = \begin{cases} 2x-3 & , x \leq -1 \text{ , } x \geq 4 \\ -2x+3 & , -1 < x < 4 \end{cases}$$

$$\bar{f}(-1) = -5, \bar{f}(-1^+) = 5 \text{ نائب}$$

$$\bar{f}(4) = -5, \bar{f}(4^+) = 5 \text{ نائب}$$

36) A) $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$
 $\bar{f}(x) = \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$

B) $f(x) = |x + 2|$

نقطة انحناء عند $x = -2$ ركن

C) $f(x) = |x^2 + 5x + 4|$

$$x^2 + 5x + 4 = 0$$

$$\bar{f}(x) = \begin{cases} 2x+5 & , x < -4 \text{ or } x > -1 \\ -2x-5 & , -4 < x < -1 \end{cases}$$

$$x = -1 \text{ نائب}$$

$$x = -4 \text{ نائب}$$

السؤال	نتائج التعلم	مثال / تمرين رقم
12	إيجاد مشتقة دالة ما باستخدام قاعدة القوة عند نقطة معطاة	(1-14)
Find the derivative of a function using the Power Rule at a given point		

Differentiate each function ?

في الأسئلة التالية، جد مشتقة كل دالة؟

$$1) f(x) = x^3 - 2x + 1$$

$$f'(x) = 3x^2 - 2$$

$$2) f(x) = x^9 - 3x^5 + 4x^2 - 4x$$

$$f'(x) = 9x^8 - 15x^4 + 8x - 4$$

$$3) f(t) = 3t^3 - 2\sqrt{t}$$

$$f'(t) = 9t^2 - \frac{2}{2\sqrt{t}} = 9t^2 - \frac{1}{\sqrt{t}}$$

$$4) f(s) = 5\sqrt{s} - 4s^2 + 3$$

$$f'(s) = \frac{5}{2\sqrt{s}} - 8s$$

$$5) f(w) = \frac{3}{w} - 8w + 1$$

$$f'(w) = -\frac{3}{w^2} - 8$$

$$6) f(y) = \frac{2}{y^4} - y^3 + 2 = 2y^{-4} - y^3 + 2$$

$$f'(y) = -8y^{-5} - 3y^2 = -\frac{8}{y^5} - 3y^2$$

$$7) h(x) = \frac{10}{\sqrt[3]{x}} - 2x + \pi = 10x^{-\frac{1}{3}} - 2x + \pi$$

$$h'(x) = -\frac{10}{3}x^{-\frac{4}{3}} - 2 = -\frac{10}{3\sqrt[3]{x^4}} - 2 = \frac{-10}{3\sqrt[3]{x^4}} - 2$$

$$\sqrt[3]{x^4} = \sqrt[3]{x^3} \sqrt[3]{x} = x\sqrt[3]{x}$$

$$8) h(x) = 12x - x^2 - \frac{3}{\sqrt{x^2}} = 12x - x^2 - 3x^{-\frac{2}{3}}$$

$$h'(x) = 12 - 2x + 2x^{-\frac{5}{3}}$$

$$= 12 - 2x + \frac{2}{\sqrt[3]{x^5}} = 12 - 2x + \frac{2}{x\sqrt[3]{x^2}}$$

$$\sqrt[3]{x^5} = \sqrt[3]{x^3} \cdot \sqrt[3]{x^2} = x\sqrt[3]{x^2}$$

$$9) f(s) = 2s^{\frac{3}{2}} - 3s^{-\frac{1}{3}}$$

$$f'(s) = 3s^{\frac{1}{2}} + s^{-\frac{4}{3}} = 3\sqrt{s} + \frac{1}{\sqrt[3]{s^4}}$$

$$10) f(t) = 3t^{\pi} - 2t^{1.3}$$

$$f'(t) = 3\pi t^{\pi-1} - 2.6t^{0.3}$$

$$11) f(x) = \frac{3x^2 - 3x + 1}{2x} = \frac{3x^2}{2x} - \frac{3x}{2x} + \frac{1}{2x} = \frac{3}{2}x - \frac{3}{2} + \frac{1}{2}x^{-1}$$

$$f'(x) = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}x^{-2} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2x^2}$$

$$12) f(x) = \frac{4x^2 - x + 3}{\sqrt{x}} = \frac{4x^2}{x^{\frac{1}{2}}} - \frac{x}{x^{\frac{1}{2}}} + \frac{3}{x^{\frac{1}{2}}} \Rightarrow$$

$$f(x) = 4x^{\frac{3}{2}} - x^{\frac{1}{2}} + 3x^{-\frac{1}{2}}$$

$$f'(x) = 6x^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} - \frac{3}{2}x^{-\frac{3}{2}}$$

$$f'(x) = 6\sqrt{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{3}{2\sqrt{x^3}}$$

$$13) f(x) = x(3x^2 - \sqrt{x}) = 3x^3 - x^{\frac{3}{2}}$$

$$f'(x) = 9x^2 - \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}$$

$$f'(x) = 9x^2 - \frac{3}{2}\sqrt{x}$$

$$14) f(x) = (x+1)(3x^2 - 4) = 3x^3 - 4x + 3x^2 - 4$$

$$f'(x) = 9x^2 - 4 + 6x$$

$$f'(x) = 9x^2 + 6x - 4$$

الموأل	نتائج التعلم	مثال / تمرين رقم
13	إيجاد مشتقات الدوال المثلثية باستخدام قواعد الاشتقاق	(19-22)
Find the derivatives of trigonometric functions using differentiation rules		

Differentiate each function ?

في الأسئلة التالية، أوجد مشتقة كل دالة؟

$$19) A) f(x) = \sin x^2$$

$$f'(x) = 2x \cos(x^2)$$

$$B) f(x) = \sin^2 x = (\sin x)^2$$

$$f'(x) = 2(\sin x) \cos x = \sin 2x$$

$$C) f(x) = \sin 2x$$

$$f'(x) = 2 \cos 2x$$

20) A) $f(x) = \cos \sqrt{x}$

$$\hat{f}(x) = -\frac{1}{2\sqrt{x}} \sin(\sqrt{x})$$

B) $f(x) = \sqrt{\cos x}$

$$\hat{f}(x) = \frac{-\sin x}{2\sqrt{\cos x}} \quad \text{or} \quad -\frac{1}{2} \sin x (\cos x)^{-\frac{1}{2}}$$

C) $f(x) = \cos\left(\frac{1}{2}x\right)$

$$\hat{f}(x) = -\frac{1}{2} \sin\left(\frac{1}{2}x\right)$$

21) A) $f(x) = \sin^2 \tan x$

$$\begin{aligned} \hat{f}(x) &= \sin^2 x \sec^2 x + \tan x (2x \cos x^2) \\ &= \sin^2 x \sec^2 x + 2x \cos x^2 \tan x \end{aligned}$$

B) $f(x) = \sin^2(\tan x) = [\sin(\tan x)]^2$

$$\hat{f}(x) = 2 (\sin(\tan x)) (\cos(\tan x)) (\sec^2 x)$$

$$\hat{f}(x) = 2 \sin(\tan x) \cos(\tan x) \sec^2 x$$

C) $f(x) = \sin(\tan^2 x)$

$$\begin{aligned} \hat{f}(x) &= \cos(\tan^2 x) (2 \tan x) \sec^2 x \\ &= 2 \cos(\tan^2 x) \sec^2 x \tan x \end{aligned}$$

22) A) $f(x) = \sec^2 \tan^2 x$

$$\hat{f}(x) = \sec(x^2) \sec^2(x^2) (2x) + \tan x^2 \sec^2 x \tan^2 x (2x)$$

$$\hat{f}(x) = 2x \sec(x^2) [\sec^2 x^2 + \tan^2 x^2]$$

B) $f(x) = \sec^2(\tan x) = [\sec(\tan x)]^2$

$$\begin{aligned} \hat{f}(x) &= 2 (\sec(\tan x)) \sec(\tan x) \tan(\tan x) \sec^2 x \\ &= 2 \sec^2(\tan x) \tan(\tan x) \sec^2 x \end{aligned}$$

C) $f(x) = \sec(\tan^2 x)$

$$\hat{f}(x) = \sec(\tan^2 x) \tan(\tan^2 x) (2 \tan x) \sec^2 x$$

$$\hat{f}(x) = 2 \sec(\tan^2 x) \tan(\tan^2 x) \sec^2 x \tan x$$

السؤال	ناتج التعلم	مثال / تمرين رقم
14	إيجاد مشتقات الدوال اللوغاريتمية الطبيعية	(15-22)
Find the derivatives of natural logarithmic functions		

Differentiate each function?

في الأسئلة التالية، اشتق كل دالة؟

Jalshobaki.com تم تحميل هذا الملف

Jalshobaki.com

Jalshobaki.com

15) $f(t) = \ln(t^3 + 3t)$

$$f'(t) = \frac{3t^2 + 3}{t^3 + 3t}$$

16) $f(t) = t^3 \ln t$

$$f'(t) = t^3 \cdot \frac{1}{t} + \ln t (3t^2) = t^2 + 3t^2 \ln t$$

17) $g(x) = \ln(\cos x)$

$$g'(x) = \frac{-\sin x}{\cos x} = -\tan x$$

18) $g(x) = \cos x \ln(x^2 + 1)$

$$g'(x) = \cos x \frac{2x}{x^2 + 1} + \ln(x^2 + 1) (-\sin x)$$

$$g'(x) = \frac{2x \cos x}{x^2 + 1} - \sin x \ln(x^2 + 1)$$

19) A) $f(x) = \sin(\ln x^2)$

$$f'(x) = \cos(\ln x^2) \cdot \frac{2x}{x^2} = \frac{2 \cos(\ln x^2)}{x}$$

B) $g(t) = \ln(\sin t^2)$

$$g'(t) = \frac{2t \cos(t^2)}{\sin(t^2)} = 2t \cot(t^2)$$

20) A) $f(x) = \frac{\sqrt{\ln x}}{x}$

$$f'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{\ln x}} - \frac{\sqrt{\ln x}}{x^2}}{x^2} = \frac{\frac{1}{2\sqrt{\ln x}} - \frac{\sqrt{\ln x}}{x^2}}{x^2} = \frac{1 - 2\ln x}{2\sqrt{\ln x} x^2}$$

$$f'(x) = \frac{1 - 2\ln x}{2x^2 \sqrt{\ln x}}$$

B) $g(t) = \frac{\ln \sqrt{t}}{t}$

$$g'(t) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{t}} - \frac{\ln \sqrt{t}}{t^2}}{t^2} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{\ln \sqrt{t}}{t}}{t^2} =$$

$$g'(t) = \frac{1 - 2\ln \sqrt{t}}{2t^2}$$

21) A) $h(x) = e^x \ln x$

$$h'(x) = e^x \frac{1}{x} + \ln x (e^x)$$

$$h'(x) = e^x \left(\frac{1}{x} + \ln x \right)$$

B) $f(x) = e^{kx} = x$

$$f'(x) = 1$$

22) A) $h(x) = 2^{e^x}$

$$h'(x) = 2^{e^x} \ln 2 \cdot e^x$$

B) $f(x) = \frac{e^x}{2^x}$

$$f'(x) = \frac{2^x e^x - e^x 2^x \ln(2)}{(2^x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{e^x [1 - \ln(2)]}{(2^x)^2} = \frac{e^x (1 - \ln 2)}{2^x}$$

$$\text{or} = \frac{e^x}{2^x} (1 - \ln 2)$$

السؤال	نتائج التعلم	مثال / تمرين رقم
15	إيجاد مشتقات الدوال اللوغاريتمية الطبيعية	(39-44)
Find the derivatives of natural logarithmic functions		

Use logarithmic differentiation to find the derivative?

في الأسئلة التالية، استخدم تفاضل اللوغاريتم لإيجاد المشتقة؟

39) $f(x) = x^{\sin x}$

$$\ln f(x) = \ln x^{\sin x}$$

$$\ln f(x) = \sin x \ln x$$

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{\sin x}{x} + \ln x \cos x$$

$$f'(x) = f(x) \left(\frac{\sin x}{x} + \ln x \cos x \right)$$

$$f'(x) = x^{\sin x} \left(\frac{\sin x}{x} + x \cos x \ln x \right)$$

40) $f(x) = x^{4-x^2}$

$$\ln f(x) = \ln x^{4-x^2} = (4-x^2) \ln x$$

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{4-x^2}{x} + \ln x (-2x)$$

$$\bar{f}(x) = x^{4-x^2} \left(\frac{4-x^2}{x} - \frac{2x \ln x}{1} \right) = x^{4-x^2} \left(\frac{4-x^2-2x^2 \ln x}{x} \right)$$

41) $f(x) = (\sin x)^x$

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = x \ln \sin x$$

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = x \frac{\cos x}{\sin x} + \ln(\sin x)$$

$$\bar{f}(x) = f(x) (x \cot x + \ln(\sin x))$$

$$f'(x) = \sin x^x (x \cot x + \ln(\sin x))$$

42) $f(x) = (x^2)^{4x}$

$$\ln f(x) = 4x \ln x^2$$

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = 4x \frac{2x}{x^2} + 4 \ln x^2 = 8 + 8 \ln x$$

$$\bar{f}(x) = (x^2)^{4x} (8 + 8 \ln x)$$

43) $f(x) = x^{\ln x}$

$$\ln f(x) = \ln x \ln x$$

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{\ln x}{x} + \frac{\ln x}{x}$$

$$\bar{f}(x) = x^{\ln x} \left(\frac{2 \ln x}{x} \right) \text{ or } 2 (x)^{\ln x - 1} \ln x$$

44) $f(x) = x^{\sqrt{x}}$

$$\ln f(x) = \sqrt{x} \ln x$$

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{\sqrt{x}}{x} + \frac{\ln x}{2\sqrt{x}}$$

$$\bar{f}(x) = x^{\sqrt{x}} \left(\frac{\sqrt{x}}{x} + \frac{\ln x}{2\sqrt{x}} \right)$$

السؤال	ناتج التعلم	مثال / تمرين رقم
16	استخدام الاشتقاق الضمني في إيجاد مشتقات الدوال المثلثية العكسية	(29-32)
Use implicit differentiation to find derivatives of inverse trigonometric functions		

Differentiate each function ?

في الأسئلة التالية، أوجد مشتقة كل دالة؟

29) A) $f(x) = \sin^{-1}(x^3 + 1)$

$$f'(x) = \frac{3x^2}{\sqrt{1 - (x^3 + 1)^2}}$$

B) $f(x) = \sin^{-1}(\sqrt{x})$

$$\hat{f}(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}}{\sqrt{1-x}} = \frac{1}{2\sqrt{x} \sqrt{1-x}} = \frac{1}{2\sqrt{x(1-x)}}$$

30) A) $f(x) = \cos^{-1}(x^2 + x)$

$$\hat{f}(x) = \frac{-(2x+1)}{\sqrt{1 - (x^2 + x)^2}}$$

B) $f(x) = \cos^{-1}\left(\frac{2}{x}\right)$

$$\hat{f}(x) = \frac{-\frac{2}{x^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{2}{x}\right)^2}} = \frac{-\frac{2}{x^2}}{\sqrt{1 - \frac{4}{x^2}}} = \frac{-\frac{2}{x^2}}{\frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x}} = \frac{-2}{x\sqrt{x^2 - 4}}$$

31) A) $f(x) = \tan^{-1}(\sqrt{x})$

$$\hat{f}(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}}{1+x} = \frac{1}{2\sqrt{x}(1+x)}$$

B) $f(x) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$

$$\hat{f}(x) = \frac{\frac{-1}{x^2}}{1 + \frac{1}{x^2}} = \frac{-1}{x^2(1 + \frac{1}{x^2})} = \frac{-1}{x^2 + 1}$$

32) A) $f(x) = \sqrt{2 + \tan^{-1} x}$

$$\hat{f}(x) = \frac{\frac{1}{1+x^2}}{2\sqrt{2 + \tan^{-1} x}} = \frac{1}{2(1+x^2)\sqrt{2 + \tan^{-1} x}}$$

B) $f(x) = e^{\tan^{-1} x}$

$$\hat{f}(x) = e^{\tan^{-1} x} \cdot \frac{1}{1+x^2} = \frac{e^{\tan^{-1} x}}{1+x^2}$$

المسائل	نتائج التعلم	مثال / تمرين رقم
17	إيجاد المشتقات للعلاقات الضمنية	(65-68)

Find derivatives implicitly الشويكي

Find the derivative $y'(x)$?في الأسئلة التالية، أوجد المشتقة $y'(x)$ ؟

65) $x^2y - 3y^3 = x^2 + 1$

$$x^2 \bar{y} + 2xy - 9y^2 \bar{y} = 2x$$

$$\bar{y} (x^2 - 9y^2) = 2x - 2xy$$

$$\bar{y} = \frac{2x - 2xy}{x^2 - 9y^2} = \frac{2x(1-y)}{x^2 - 9y^2}$$

66) $\sin(xy) + x^2 = x - y$

$$\cos(xy) (x\bar{y} + y) + 2x = 1 - \bar{y}$$

$$x\bar{y} \cos(xy) + y \cos(xy) + \bar{y} = 1 - 2x$$

$$\bar{y} (x \cos(xy) + 1) = 1 - 2x - y \cos(xy)$$

$$\bar{y} = \frac{1 - 2x - y \cos(xy)}{x \cos(xy) + 1}$$

67) $\frac{y}{x+1} - 3y = \tan x$

$$\frac{(x+1)\bar{y} - y}{(x+1)^2} - 3\bar{y} = \sec^2 x$$

$$(x+1)\bar{y} - y - 3\bar{y}(x+1)^2 = (x+1)^2 \sec^2 x$$

$$\bar{y} (x+1 - 3(x+1)^2) = (x+1)^2 \sec^2 x + y$$

$$\bar{y} = \frac{(x+1)^2 \sec^2 x + y}{(x+1 - 3(x+1)^2)}$$

68) $x - 2y^2 = 3e^{\frac{x}{y}}$

$$1 - 4y\bar{y} = 3e^{\frac{x}{y}} (y - x\bar{y})$$

$$y^2 - 4y^3\bar{y} = 3e^{\frac{x}{y}} (y - x\bar{y})$$

$$y^2 - 4y^3\bar{y} = 3e^{\frac{x}{y}} y - 3e^{\frac{x}{y}} (x\bar{y})$$

$$-4y^3\bar{y} + 3e^{\frac{x}{y}} (x\bar{y}) = 3e^{\frac{x}{y}} y - y^2$$

$$\bar{y} (3xe^{\frac{x}{y}} - 4y^3) = 3ye^{\frac{x}{y}} - y^2$$

$$\bar{y} = \frac{3ye^{\frac{x}{y}} - y^2}{3xe^{\frac{x}{y}} - 4y^3}$$

السؤال	نتائج التعلم	مثال / تمرين رقم
18	التعرف على نظرية القيمة المتوسطة واستخدامها في التطبيقات	(1-6)
Learn the Mean Value Theorem and use it in applications		

في الأسئلة التالية، تحقق من فرضيات نظرية رول ونظرية القيمة المتوسطة، وجد قيمة (c) الذي يجعل الاستنتاج الخاص بالنظريتين صحيحاً؟ hob! اشرح الاستنتاج برسم تمثيل بياني؟

In exercises 1-6, check the hypotheses of Rolle's Theorem and the Mean Value Theorem and find a value of c that makes the appropriate conclusion true. Illustrate the conclusion with a graph?

1) $f(x) = x^2 + 1$, $[-2, 2]$ (1) كبرو حدود متصلة $[-2, 2]$ (2) تأمل للاسقاط على $(-2, 2)$ (3) $f(-2) = f(2) = 5$ (4) تحقق شروط رول $\Leftarrow$ يوجد $f'(c) = 0$ بحيث $c \in (-2, 2)$

$$\bar{f}(x) = 2x$$

$$\bar{f}(c) = 2c = 0$$

$$c = 0$$

2) $f(x) = x^2 + 1$, $[0, 2]$ (1) متصلة $[0, 2]$ (2) تأمل للاسقاط $(0, 2)$ (3) تحقق شروط المتوسطة

$$\bar{f}(x) = \bar{f}(c) = \frac{f(2) - f(0)}{2}$$

$$2c = \frac{5-1}{2} \Rightarrow 2c = 2$$

$$c = 1 \in (0, 2)$$

3) $f(x) = x^3 + x^2$, $[0, 1]$ (1) متصلة $[0, 1]$ (2) تأمل للاسقاط $(0, 1)$ (3) تحقق شروط المتوسطة

$$\bar{f}(c) = \frac{f(1) - f(0)}{1-0}$$

$$3c^2 + 2c = 2 \Rightarrow 3c^2 + 2c - 2 = 0$$

$$c = -1.22 \notin (0, 1)$$

$$c = 0.55 \in (0, 1)$$

4) $f(x) = x^3 + x^2$, $[-1, 1]$ (1) متصلة $[-1, 1]$ (2) تأمل للاسقاط $(-1, 1)$ (3) تحقق شروط المتوسطة

$$\bar{f}(c) = \frac{f(1) - f(-1)}{1 - (-1)} = 1$$

$$3c^2 + 2c - 1 = 0 \Rightarrow c = -1 \notin (-1, 1)$$

$$c = \frac{1}{3} \in (-1, 1)$$

5) $f(x) = \sin x$, $[0, \frac{\pi}{2}]$ (1) متصلة $[0, \frac{\pi}{2}]$ (2) تأمل للاسقاط $(0, \frac{\pi}{2})$ (3) تحقق شروط المتوسطة

$$\cos(c) = \frac{f(\frac{\pi}{2}) - f(0)}{\frac{\pi}{2} - 0} = \frac{2}{\pi}$$

$$c = \cos^{-1}(\frac{2}{\pi}) = 0.88 \in (0, \frac{\pi}{2})$$

6) $f(x) = \sin x$, $[-\pi, 0]$ (1) متصلة $[-\pi, 0]$ (2) تأمل للاسقاط $(-\pi, 0)$ (3) تحقق رول

$$\bar{f}(c) = \cos(c) = 0$$

$$c = -\frac{\pi}{2} \in (-\pi, 0)$$

المسألة	نتائج التعلم	مثال / تمرين رقم
19	إيجاد التقريب الخطي لدالة معطاة عند قيمة محددة	(1-6)

Find the linear approximation of a given function at a given point

في الأسئلة التالية، جد التقريبات الخطية للدالة $f(x)$ عند $x = x_0$ ، ثم استخدم التقريب لتقدير العدد المعطى؟

In exercises 1-6, find the linear approximation to $f(x)$ at $x = x_0$? Use the linear approximation to estimate the given number?

1) $f(x) = \sqrt{x}$, $x_0 = 1$, $\sqrt{1.2}$

$$L(x) = f(1) + f'(1)(x-1)$$

$$L(x) = 1 + \frac{1}{2}(x-1)$$

$$\sqrt{1.2} = L(1.2) = 1 + \frac{1}{2}(1.2-1) = 1.1$$

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$f(1) = 1$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(1) = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{1.2} \Leftrightarrow \sqrt{1.2} \quad \text{المقارنة}$$

$$x = 1.2$$

2) $f(x) = (x+1)^{\frac{1}{3}}$, $x_0 = 0$, $\sqrt[3]{1.2}$

$$L(x) = 1 + \frac{1}{3}(x-0)$$

$$\sqrt[3]{1.2} = L(0.2) = 1 + \frac{1}{3}(0.2) = 1.0666$$

$$f(x) = (x+1)^{\frac{1}{3}}$$

$$f(0) = 1$$

$$f'(x) = \frac{1}{3}(x+1)^{-\frac{2}{3}}$$

$$f'(0) = \frac{1}{3}$$

$$\sqrt[3]{x+1} \Leftrightarrow \sqrt[3]{1.2} \quad \text{مقارنة}$$

$$x = 0.2$$

3) $f(x) = \sqrt{2x+9}$, $x_0 = 0$, $\sqrt{8.8}$

$$L(x) = 3 + \frac{1}{3}(x)$$

$$\sqrt{8.8} = L(-0.1) = 3 + \frac{1}{3}(-0.1)$$

$$L(x) = 2.967$$

$$f(x) = \sqrt{2x+9}$$

$$f(0) = 3$$

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+9}}$$

$$f'(0) = \frac{1}{3}$$

$$\sqrt{2x+9} = \sqrt{8.8}$$

$$x = -0.1$$

4) $f(x) = \frac{2}{x}$, $x_0 = 1$, $\frac{2}{0.99}$

$$L(x) = 2 - 2(x-1)$$

$$L(x) = 4 - 2x$$

$$\frac{2}{0.99} = L(0.99) = 4 - 2(0.99) = 2.02$$

$$f(x) = \frac{2}{x}$$

$$f(1) = 2$$

$$f'(x) = -\frac{2}{x^2}$$

$$f'(1) = -2$$

$$\frac{2}{x} \Leftrightarrow \frac{2}{0.99}$$

$$x = 0.99$$

$$5) f(x) = \sin 3x, \quad x_0 = 0, \quad \sin(0.3)$$

$$L(x) = 0 + 3x$$

$$L(x) = 3x$$

$$\sin(0.3) = L(0.1) = 3(0.1) = 0.3$$

$$6) f(x) = \sin x, \quad x_0 = \pi, \quad \sin(3.0)$$

$$L(x) = 0 - 1(x - \pi)$$

$$L(x) = \pi - x$$

$$\sin(3) = L(3) = \pi - 3 = 0.14159$$

$$f(x) = \sin 3x$$

$$f(0) = 0$$

$$f'(x) = 3 \cos(3x)$$

$$f'(0) = 3$$

$$\sin(3x) \Leftrightarrow \sin(0.3)$$

$$x = 0.1$$

$$f(x) = \sin x$$

$$f(\pi) = 0$$

$$f'(x) = \cos x$$

$$f'(\pi) = -1$$

$$\sin x \Leftrightarrow \sin(3) \text{ المعاكسة}$$

$$x = 3$$

المسائل	نتائج التعلم	مثال / تمرين رقم
20	استخدام نظرية لوبيتال في إيجاد قيمة نهاية معطاة في الحالات المختلفة	(1-15)
Use l'Hopital's rule to compute limits in various cases		

Find the indicated limits?

في الأسئلة التالية، جد النهايات المعطاة؟

$$1) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{x^2-4} \left(\frac{0}{0} \right) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -2} \frac{1}{2x} = \left(-\frac{1}{4} \right)$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x^2-3x+2} \left(\frac{0}{0} \right) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x}{2x-3} = \left(4 \right)$$

$$3) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2+2}{x^2-4} \left(\frac{\infty}{\infty} \right) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2}{x^2} = \left(3 \right)$$

$$4) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{x^2+4x+3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{x^2} = \frac{1}{-\infty} = \left(0 \right)$$

$$5) \lim_{t \rightarrow 0} \frac{e^{2t}-1}{t} \left(\frac{0}{0} \right) \Rightarrow \lim_{t \rightarrow 0} \frac{2e^{2t}}{1} = \left(2 \right)$$

$$6) \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{e^{3t}-1} \left(\frac{0}{0} \right) \Rightarrow \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\cos t}{3e^{3t}} = \left(\frac{1}{3} \right)$$

$$7) \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\tan^{-1} t}{\sin t} \left(\frac{0}{0} \right) \Rightarrow \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{1+t^2}}{\cos t} = \left(1 \right)$$

$$8) \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{\sin^{-1}(t)} \left(\frac{0}{0} \right) \Rightarrow \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\cos t}{\frac{1}{\sqrt{1-t^2}}} = \frac{1}{1} = \left(1 \right)$$

$$9) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 2x}{\sin x} \left(\frac{0}{0} \right) \Rightarrow \frac{2 \cos 2x}{\cos x} = \frac{2}{-1} = \boxed{-2}$$

$$10) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\cos^{-1} x}{x^2 - 1} \left(\frac{\pi}{0} \right) \quad \text{مقابلة سنية}$$

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{\cos^{-1} x}{x^2 - 1} \left(\frac{+}{-} \right) &\Rightarrow -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{\cos^{-1} x}{x^2 - 1} \left(\frac{+}{+} \right) &\Rightarrow \infty \end{aligned} \right\} \text{Diverges}$$

غير موجودة
DNE

$$11) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x^3} \left(\frac{0}{0} \right) \xrightarrow{L'} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{3x^2} \left(\frac{0}{0} \right) \xrightarrow{L'} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\sin(x)}{6x} \left(\frac{0}{0} \right) \xrightarrow{L'} \\ = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\cos x}{6} = \boxed{-\frac{1}{6}}$$

$$12) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{x^3} \left(\frac{0}{0} \right) \xrightarrow{L'} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sec^2 x - 1}{3x^2} \left(\frac{0}{0} \right) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sec x \sec x \tan x}{6x} \\ = \lim_{x \rightarrow 0} 2 \sec^2 x \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{6x} \\ = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{\cos^2 x} \cdot \frac{1}{6} \\ = 2 \left(\frac{1}{6} \right) = \boxed{\frac{1}{3}}$$

$$13) \lim_{t \rightarrow 1} \frac{\sqrt{t} - 1}{t - 1} \left(\frac{0}{0} \right) \xrightarrow{L'} \lim_{t \rightarrow 1} \frac{\frac{1}{2\sqrt{t}}}{2t - 1} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

$$14) \lim_{t \rightarrow 1} \frac{\ln t}{t - 1} \left(\frac{0}{0} \right) \xrightarrow{L'} \lim_{t \rightarrow 1} \frac{1}{t} = \boxed{1}$$

$$15) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{e^x} \left(\frac{\infty}{\infty} \right) \xrightarrow{L'} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2}{e^x} \left(\frac{\infty}{\infty} \right) \xrightarrow{L'} \\ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x}{e^x} \left(\frac{\infty}{\infty} \right) \xrightarrow{L'} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6}{e^x} = \frac{6}{\infty} = \boxed{0}$$

أسئلة ال **BONUS** من 21-25 سيتم نقاشها وحلها في الحصص المباشرة إن شاء الله