

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية



الملف أوراق عمل الدرس الثاني من الوحدة الرابعة Differentiation of Application

موقع المناهج ⇨ المناهج الإماراتية ⇨ الصف الثاني عشر المتقدم ⇨ رياضيات ⇨ الفصل الثاني

روابط مواقع التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر المتقدم



روابط مواد الصف الثاني عشر المتقدم على تلغرام

[الرياضيات](#)

[اللغة الانجليزية](#)

[اللغة العربية](#)

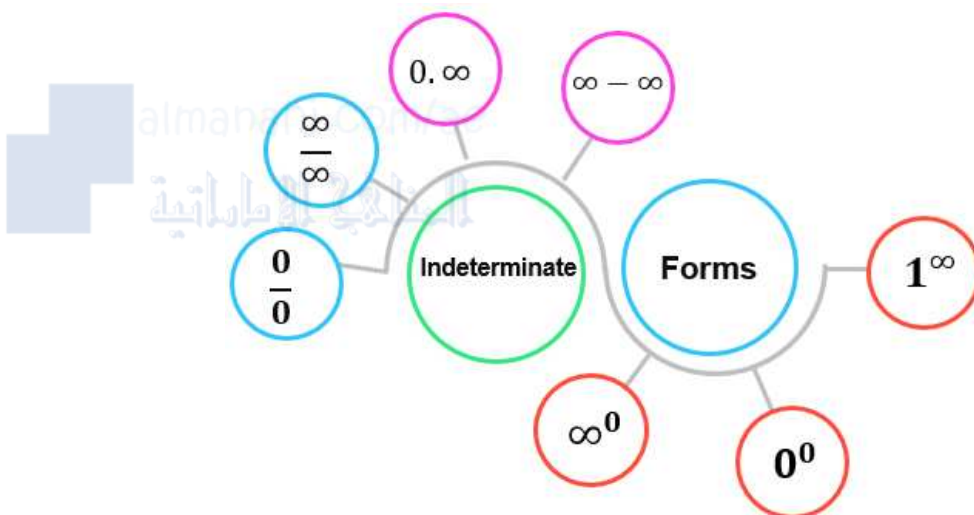
[التربية الاسلامية](#)

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الثاني

كل ما يخص الاختبار التكويني لمادة الرياضيات للصف الثاني عشر يوم الأحد 9/2/2020	1
تدريبات متنوعة مع الشرح على الوحدة الرابعة (النهايات والاتصال)	2
تدريبات متنوعة على تطبيقات الاشتقاق	3
قوانين هندسية	4
الاختبار القياسي في الرياضيات	5

Lesson 2: Indeterminate form and L'Hôpital's Rule

Indeterminate Forms



Theorem: L'Hopital's Rule

Suppose that f and g are differentiable on the interval (a, b) , except possibly at the point $c \in (a, b)$ and that $g'(x) \neq 0$ on (a, b) , except possibly at c .

Suppose further that $\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)}$ has the indeterminate form $\frac{0}{0}$ or $\frac{\infty}{\infty}$ and

that $\lim_{x \rightarrow c} \frac{f'(x)}{g'(x)} = L$ (or $\pm \infty$). Then,

$$\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow c} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

So, L'Hopital's Rule tells us that if we have an indeterminate form $\frac{0}{0}$ or $\frac{\infty}{\infty}$ all we need to do is differentiate the top and differentiate the bottom and then take the limit.

Check

Differentiate

Calculate

Remarks:

1) L'Hopital's Rule also holds if $\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)}$ is replaced with any of the limits

$$\lim_{x \rightarrow c^+} \frac{f(x)}{g(x)}, \lim_{x \rightarrow c^-} \frac{f(x)}{g(x)}, \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} \text{ or } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{g(x)}.$$

2) You must check that the limit of $\frac{f(x)}{g(x)}$ is an indeterminate form $\frac{0}{0}$, or $\frac{\infty}{\infty}$, then apply L'Hopital's Rule.

3) If you get $(0 \cdot \infty)$, $(\infty - \infty)$, ∞^0 , 0^0 , or 1^∞ change the function to get $\frac{0}{0}$, or $\frac{\infty}{\infty}$ then you can apply L'Hopital's Rule

4) You can apply L'Hopital's Rule many times.

Remember:

$$1) \frac{c}{\pm \infty} = 0, c \neq 0$$

$$2) \frac{\pm c}{0} = \pm \infty, c \neq 0$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$$

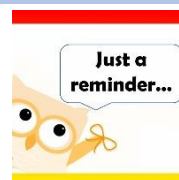
$$\bullet \lim_{x \rightarrow \infty} \ln x = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} e^x = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow \infty} \tan^{-1} x = \frac{\pi}{2}$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} \tan^{-1} x = -\frac{\pi}{2}$$

**Determinate Forms**

$$\frac{0}{\pm \infty} = 0$$

$$\infty \cdot \infty = \infty$$

$$-\infty - \infty = -\infty$$

$$\infty + \infty = \infty$$

$$0^\infty = 0$$

$$0^{-\infty} = \infty$$

Exercises page 248: name the method by determining whether L'Hopital's Rule should be used or not.

Q45)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\csc x}{\sqrt{x}}$$

Q46)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^{-3/2}}{\ln x}$$

Q47)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 1}{\tan^{-1} x}$$

Q48)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x^2)}{e^{x/3}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\ln x)^x$$

Exercises page 247: find the indicated limits.

Q1)

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x + 2}{x^2 - 4}$$

Q4)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+1}{x^2 + 4x + 3}$$

Q8)

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{\sin^{-1} t}$$

Q9)

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 2x}{\sin x}$$

Teacher: Islam Ismail

12 Advanced Math Worksheets
unit 4 : Application of Differentiation

خريجات
أم عبارة
222
Senior

Q10)

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\cos^{-1} x}{x^2 - 1}$$

Q13)

$$\lim_{t \rightarrow 1} \frac{\sqrt{t} - 1}{t - 1}$$

Q29)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{\cot x}$$

Q22)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$$

Q36)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5-x} - 2}{\sqrt{10-x} - 3}$$

Q30)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x}}{\ln x}$$

We can apply L'Hopital's Rule many times.

Q2)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}$$

Q3)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 2}{x^2 - 4}$$

Q11)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x^3}$$

Q15)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{e^x}$$

Exercises page 248: find all error(s).

Q41)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\sin x}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\cos x}{2} = -\frac{1}{2}$$

Q42)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x}{2} = \frac{1}{2}$$

If we get ($0 \cdot \infty$) or ($\infty - \infty$)

Q23)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} t e^{-t}$$

Q24)

$$\lim_{t \rightarrow \infty} t \sin\left(\frac{1}{t}\right)$$

Q18)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\cot x - \frac{1}{x} \right)$$

Q20)

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\tan x + \frac{1}{x - \frac{\pi}{2}} \right)$$

If we get ∞^0 , 0^0 , or 1^∞

Q33)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$$

Q40)

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{t-3}{2t+1}\right)^t$$



Note:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x = e^a$$

Q37)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x}\right)^x$$

Q38)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\cos x)^{1/x}$$

Example 8: evaluate $\lim_{x \rightarrow 1^+} x^{\frac{1}{x-1}}$ Example 9: evaluate $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x$