United Arab Emirates

دولة الإمارات العربية المتحدة

معلم الرياضيات: أ/ عمرو البيومي

الوحدة الخامسة

التكامل

Integration

Student Name: ....

سلسلة الدحيح في

الوحدة الخامسة

التكامل

- عكس المشتقة والدالة الأصلية
- المجموع والرمز سيجما
- المساحة
- التكامل المحدود

أ/ عمرو البيومي

0544560575

عكس المشتقة والدالة الأصلية

1) تسمى الدالة F بالدالة الأصلية للدالة f على الفترة I إذا تحقق الشرط $F'(x)=f(x)$

2) على فرض أن F و G هما دالتين أصليتين للدالة f على الفترة I فان $G(x)=F(x)+c$

$$3)\quad \int f(x)\,dx = F(x)+c$$

حيث c ثابت التكامل الغير محدد و $F(x)$ هي دالة أصلية للدالة $f(x)$

قواعد أساسية للتكامل الغير محدد

$$\int a\,dx = ax+c$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}+c \quad ,n\neq -1$$

$$\int \sin x\,dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x\,dx = \sin x + c$$

$$\int \sec^2 x\,dx = \tan x + c$$

$$\int \csc^2 x\,dx = -\cot x + c$$

$$\int \sec x \tan x\,dx = \sec x + c$$

$$\int \csc x \cot x\,dx = -\csc x + c$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx = \sin^{-1} x + c$$

$$\int \frac{1}{x^2+1}dx = \tan^{-1} x + c$$

$$\int \frac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}}dx = \sec^{-1} x + c$$

$$\int e^x\,dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x}dx = \ln|x| + c$$

$$\int g'(x)e^{g(x)}\,dx = e^{g(x)} + c$$

$$\int \frac{g'(x)}{g(x)}dx = \ln|g(x)| + c$$

3X2 = 2X3

2026

$$\int f'(x)[f(x)]^n dx = \frac{[f(x)]^{n+1}}{n+1}+c \quad ,n\neq -1$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}dx = \sin^{-1}\frac{x}{a}+c$$

$$\int \frac{1}{a^2+x^2}dx = \frac{1}{a}\tan^{-1}\frac{x}{a}+c$$

$$\int \frac{1}{|x|\sqrt{x^2-a^2}}dx = \frac{1}{a}\sec^{-1}\left|\frac{x}{a}\right|+c$$

أ/ عمرو البيومي
@AMRMATH7

ليكن k عدداً حقيقياً

(1) قاعدة الضرب في ثابت : $\int k\ f(x)\,dx = k\int f(x)\,dx$

(2) قاعدة الجمع و الطرح : $\int (f(x) \pm g(x))\,dx = \int f(x)\,dx \pm \int g(x)\,dx$

لتكن الدالتان $F(x) = x^2 - 4x + 1$ ، $G(x) = (x-2)^2$ كل منهما تمثل المشتقة العكسية للدالة $f(x)$. أوجد

قيمة الثابت C الذي تختلف به الدالتان $F(x)\ ;\ G(x)$

لتكن الدالتان $F(x) = x^2(x^2 + 4)$, $G(x) = \frac{1}{4}(2x^2 + 4)^2$

i) أثبت أن $F(x)\ ,\ G(x)$ دالتان كل منهما المشتقة العكسية للدالة $f(x)$

أوجد $f(x)$

0544560575

أوجد التكاملات الأتية :

$\int x^3\,dx = \frac{x^4}{4} + C$

$\int (x^3 - x)\,dx = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} + C$

$\int e^x\,dx = e^x + C$

$\int (3x^4 - 3x)\,dx = \frac{3x^5}{5} - \frac{3x^2}{2} + C$

$\frac{3}{5}x^5 - \frac{3}{2}x^2 + C$

$\int \left(3\sqrt{x} - \frac{1}{x^4}\right) dx = 3\cdot\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - \frac{x^{-3}}{-3} + C$

$\int 3x^{\frac{1}{2}} - x^{-4}\,dx = 2x^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{3x^3} + C$

تقسيم

$\int \frac{x^{\frac{1}{3}} - 3}{x^{\frac{2}{3}}}\,dx = \int \frac{x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{2}{3}}} - \frac{3}{x^{\frac{2}{3}}} = \int x^{\frac{1}{3}-\frac{2}{3}} - 3x^{-\frac{2}{3}}$

① $= \int x^{-\frac{1}{3}} - 3x^{-\frac{2}{3}}$

② $\frac{x^{-\frac{1}{3}+1}}{-\frac{1}{3}+1} - 3\,\frac{x^{-\frac{2}{3}+1}}{-\frac{2}{3}+1}$

$$\frac{x^{\frac{2}{3}}}{\frac{2}{3}} - 3\,\frac{x^{\frac{1}{3}}}{\frac{1}{3}} + c$$

$$\frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}} - 3 \times \frac{3}{1}\,x^{\frac{1}{3}} + c$$

$$\frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}} - 9\,x^{\frac{1}{3}} + c$$

$$\int\left(2x^{-2} + \frac{1}{\underset{x^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{x}}}\right)dx = \int 2x^{-2} + x^{-\frac{1}{2}}$$

1 $= \dfrac{2x^{-2+1}}{-2+1} + \dfrac{x^{-\frac{1}{2}+1}}{-\frac{1}{2}+1} + c$

2 $= 2\,\dfrac{x^{-1}}{-1} + \dfrac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + c$

$$= -2x^{-1} + \frac{2}{1}x^{\frac{1}{2}} + c$$

$$= \frac{-2}{x} + 2x^{\frac{1}{2}} + c$$

$$\int \frac{x+2x^{\frac{3}{4}}}{x^{\frac{5}{4}}}\,dx = \frac{x}{x^{\frac{5}{4}}} + 2\frac{x^{\frac{3}{4}}}{x^{\frac{5}{4}}} = \int x^{1-\frac{5}{4}} + 2x^{\frac{3}{4}-\frac{5}{4}}$$

$$= \int x^{-\frac{1}{4}} + 2x^{-\frac{1}{2}} = \frac{4}{3}x^{\frac{3}{4}} + 2 \times \frac{2}{1} x^{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{4}{3}x^{\frac{3}{4}} + 4x^{\frac{1}{2}} + c$$

$$\int (2\sin x + \cos x)\,dx = -2\cos x + \sin x + C$$

$$\int (3\cos x - \sin x)\,dx = 3\sin x + \cos x + C$$

$$\int 2\sec x \tan x\,dx = 2\sec x + C$$

$$\int \frac{4}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = 4\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = 4\sin^{-1} x + C$$

$$\int 4\frac{\cos x}{\sin^2 x}\,dx = 4\int \frac{\cos x}{\sin x}\cdot\frac{1}{\sin x} = 4\int \cot x \cdot \csc x$$

$$= -4\csc x + c$$

$$\int (4x - 2e^x)\,dx = \frac{4x^2}{2} - 2e^x + c$$

$$= 2x^2 - 2e^x + C$$

أ/ عمرو البيومي

$$\int (3\cos x - 1/x)\,dx = 3\sin x - \ln|x| + c$$

$$\int (2x^{-1} + \sin x)\,dx = 2\ln|x| - \cos x + c$$

$$\int \frac{4x}{x^2+4}\,dx = 2\int \frac{2x}{x^2+4} = 2\ln|x^2+4| + c$$

$2 \times 2x$

$2x$

$\ln x = \frac{1}{x} = \frac{u'}{u}$

$$\int \frac{3}{4x^2+4}\,dx = 3\int \frac{1}{4x^2+4}\,dx = \frac{3}{4}\int \frac{1}{x^2+1} = \frac{3}{4}\tan^{-1}x + c$$

$4(x^2+1)$

$$\int \frac{\cos x}{\sin x}\,dx = \ln|\sin x| + c$$

u', u

$$\int \left(2\cos x - \sqrt{e^{2x}}\right)dx =$$

$2\cos x - (e^{2x})^{\frac{1}{2}}$

$\int 2\cos x - e^{x}$

$= 2\sin x - e^{x} + c$

$$\int e^{2x} = \frac{e^{2x}}{2} + c$$

$$\int e^{-3x} = \frac{e^{-3x}}{-3}$$

$$\int e^{-x} = \frac{e^{-x}}{-1}$$

$$= -e^{-x}$$

$$\int \frac{e^x}{e^x+3}\,dx = \ln|e^x+3| + c$$

$u' = e^x$, $u = e^x+3$

$$\int e^{ax} = \frac{e^{ax}}{a}$$

$$\int \frac{e^x+3}{e^x}\,dx = \int \frac{e^x}{e^x} + \frac{3}{e^x} = \int 1 + 3e^{-x}$$

$$= x - 3e^{-x} + c = x - \frac{3}{e^x} + c$$

$$\int x^{\frac{2}{3}}\left(x^{-\frac{4}{3}} - 3\right) dx$$

$x^3 \cdot x^5 =$

$$\int x^{-\frac{2}{3}} - 3x^{\frac{2}{3}}$$

$$\frac{x^{\frac{1}{3}}}{\frac{1}{3}} - 3\frac{x^{\frac{5}{3}}}{\frac{5}{3}} + c = 3x^{\frac{1}{3}} - \frac{9}{5}x^{\frac{5}{3}} + c$$

$$\int x^{\frac{1}{4}}\left(x^{\frac{5}{4}} - 4\right) dx$$

$$\int x^{\frac{3}{2}} - 4x^{\frac{1}{4}}$$

$$\frac{x^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} - \frac{4x^{\frac{5}{4}}}{\frac{3}{4}}$$

$$\frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} - \frac{16}{5}x^{\frac{5}{4}} + c$$

أ/ عمرو البيومي

$$\int (x^3-3)(x^6+3x^3+9)\ dx$$

$x^9 \cancel{+3x^6} \cancel{+9x^3} \cancel{-3x^6} \cancel{-9x^3} -27$

$\int x^9 - 27$

$\frac{x^{10}}{10} - 27x + C$

$$\int 2x^2(3x+1)^2\ dx$$ H.w

$$\sin^2 x = \frac{1}{2}(1-\cos 2x)$$

$$\cos^2 x = \frac{1}{2}(1+\cos 2x)$$

$$\int \left(4\sin x - 3\cos x + 7\tan\frac{3}{4}x\right) dx$$

$\int \frac{\sin\frac{3}{4}x}{\cos\frac{3}{4}x} = -\frac{4}{3}\ln\left|\cos\frac{3}{4}x\right|$

$-4\cos x - 3\sin x - \frac{28}{3}\ln\left|\cos\frac{3}{4}x\right| + C$

$$\int \left(\frac{-2}{1+x^2} + 2x - \csc x \cot x\right) dx$$

$-2\int \frac{1}{1+x^2} - 2x - \csc x \cot x\ dx$

$\tan^{-1}x + \frac{2x^2}{2} + \csc x$

$$\int \frac{-4x^3}{\sqrt{1-x^8}}\,dx$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = \sin^{-1}x + c$$

$x^8 = (x^4)^2$

$$-\int \frac{4x^3}{\sqrt{1-(x^4)^2}} = -\sin^{-1}(x^4)+c$$

$$\int \frac{x^2}{2+2x^6}\,dx$$

$$\int \frac{1}{1+x^2}\,dx = \tan^{-1}x + c$$

$$\int \frac{x^2}{2(1+x^6)} = \frac{1}{3\cdot 2}\int \frac{3x^2}{(1+(x^3)^2)}$$

$$\frac{1}{6}\tan^{-1}x^3 + c$$

$$\int \sin^2 x\,dx = \int \frac{1}{2}(1-\cos 2x)\,dx$$

$\sin^2 x = \frac{1}{2}(1-\cos 2x)$ حفظ

$$= \int \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2x = \frac{x}{2} - \frac{\frac{1}{2}\sin 2x}{2} + c$$

$$\frac{x}{2} - \frac{1}{4}\sin 2x + c$$

$\cot^2 x = \csc^2 x - 1$

$$\int \cot^2 x\,dx = \int \csc^2 x - 1$$

$$= -\cot x - x + c$$

$$\int \frac{1-\cos^2 x}{\cos^2 x}\,dx = \int \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \int \tan^2 x\,dx$$

$$= \int \sec^2 x - 1\,dx$$

$$= \tan x - x + c$$

$$\int \left(\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{3}x + \tan^2 x\right)dx$$

$$\frac{-\cancel{\frac{\pi}{3}}\cos\frac{\pi}{3}}{\cancel{\frac{\pi}{3}}} \qquad -\cos\frac{\pi}{3} + \tan x - x + c$$

$\frac{1}{2}$ 2

$$= \frac{1}{2}\ln\left|e^{2x} + \sqrt{e}\right|$$

$2e^{2x}$

جــد المشتقة.

$$\frac{d}{dx}\ln|\sec x+\tan x|$$

$\frac{u'}{u}$

$\frac{\sec\tan+\sec^2 x}{\sec x+\tan x}=$

$\frac{\sec x(\cancel{\tan x+\sec x})}{\cancel{\sec x+\tan x}}=\sec x$

$$\frac{d}{dx}\ln|\sin x-2|$$

$\frac{u'}{u}$

جــد الدالة $f(x)$ التي تحقق الشروط المعطاة.

$f'(x)=4\cos x, f(0)=3$

$x=0$

$f(0)=3$

$\boxed{f(x)=4\sin x+3}$

$f(x)=\int f'(x)=$

$=\int 4\cos x$

$=4\sin x+c$

$3=4\sin 0+c$

$3=0+c$

$c=3$

$f'(x)=3e^x+x, f(0)=4$

$\int f'(x)=3e^x+\frac{x^2}{2}+c$

$f(x)=3e^x+\frac{x^2}{2}+1$

$4=3e^0+\frac{0}{2}+c$

$4=3+c$ $\boxed{c=1}$

$f''(x) = 12x^2 + 2e^x, f'(0) = 2, f(0) = 3$

$f''(x) = 20x^3 + 2e^{2x}, f'(0) = -3, f(0) = 2$

الموقع ← السرعه ← التسارع
اشتقاق

التسارع ← السرعه ← الموقع
تكامل

2025

الموقع

حدد الدالة المكانية إذا كانت دالة السرعة المتجهة هي $v(t) = 3 - 12t$ والموقع الابتدائي هو $s(0) = 3$.

$t = 0 \quad f(t) = 3$

$S(t) = \int v(t)$

$= \int 3 - 12t$

$= 3t - \frac{12t^2}{2} + c$

$3 = 3(0) - 6(0)^2 + c \Rightarrow c = 3$

$S(t) = 3t - 6t^2 + 3$

حدد الدالة المكانية إذا كانت دالة السرعة المتجهة هي $v(t) = 3e^{-t} - 2$ والموقع الابتدائي هو $s(0) = 0$.

$s(t) = \int v(t)$

$= \int 3e^{-t} - 2$

$= -3e^{-t} - 2t + c$

$0 = -3e^{-(0)} - 2(0) + c$

$c = 3$

$s(t) = -3e^{-t} - 2t + 3$

حدد الدالة المكانية إذا كانت دالة التسارع هي $a(t) = 3\sin t + 1$، والسرعة المتجهة الابتدائية هي $v(0) = 0$ والموقع الابتدائي هو $s(0) = 4$.

$v(t) = \int a(t)\,dt$

$= \int 3\sin t + 1$

$= -3\cos t + t + c_1$

$0 = -3\cos 0 + 0 + c_1$

$c_1 = 3$

$v(t) = -3\cos t + t + 3$

$s(t)$

$s(t)$

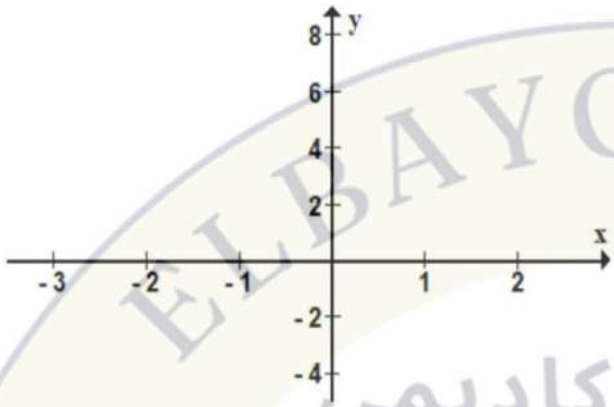
$= -3\sin t + \frac{t^2}{2} + c_2$

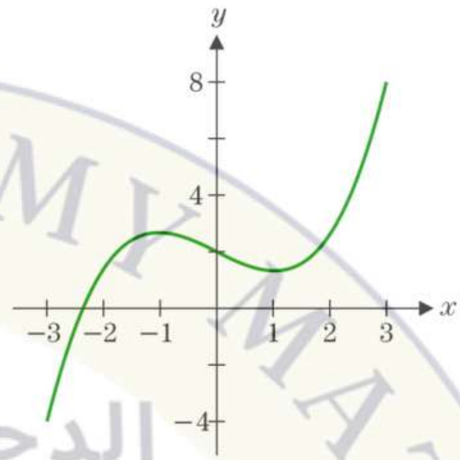
$4 = 3\sin 0 + \frac{0}{2} + 3(0) + c_2$

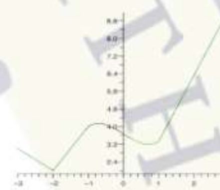
$c_2 = 4$

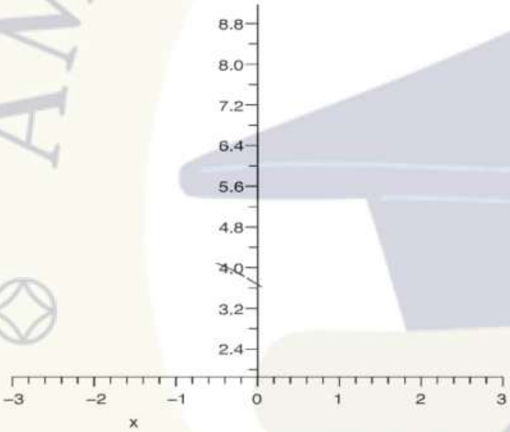
$s(t) = -3\sin t + \frac{1}{2}t^2 + 3t + 4$

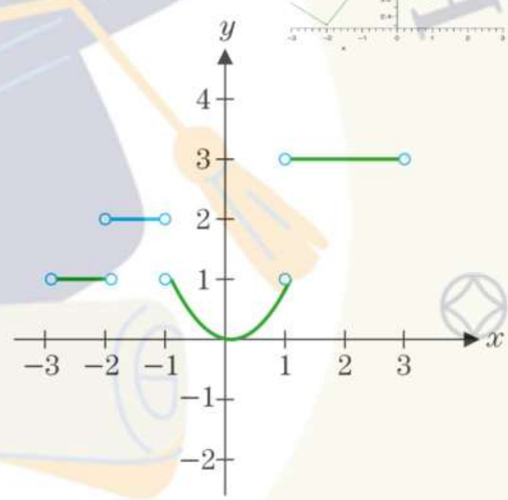
ارسم التمثيل البياني لدالتين $f(x)$ مقابلتين للتمثيل البياني الموضح لـ $y = f'(x)$.











أوجد دالة $f(t)$ تحقق $f``(t) = 4 + 6t, f(1) = 3, f(-1) = -2$

A. $f(t) = t^3 + 2t^2 + \frac{3}{2}t - \frac{3}{2}$

B. $f(t) = t^3 + 2t^2 + 3t - \frac{3}{2}$

C. $f(t) = t^3 + 2t^2 - 3t - \frac{3}{2}$

D. $f(t) = t^3 + 2t^2 + \frac{3}{2}t - 3$

$\csc x \cdot \frac{1}{\sin x}$ $\csc x$ $\frac{1}{2}$ 3.818

$\csc x \cot x$ 13131 Calc $x=\frac{1}{2}$

$$\int \csc^2 x \cos x \, dx =$$

a) $-\cot x + c$ b) $-\csc x + c$ c) $\csc x + c$ d) $\frac{1}{2}\cos^2 x + c$

Shift $\int$ $\frac{d}{dx}$ $|_{x=\frac{1}{2}}$

1.81

$$\int 3e^{\frac{-1}{6}x} \, dx =$$

a) $18e^{\frac{-1}{6}x} + c$ b) $-18e^{6x} + c$ c) $-18e^{\frac{-1}{6}x} + c$ d) $-2e^{\frac{-1}{6}x} + c$

Shift

$$\int \frac{3x}{1+x^2} \, dx =$$

a) $\frac{3}{2}\tan^{-1} x + c$ b) $3\tan^{-1} x + c$ c) $6\ln(1+x^2) + c$ d) $\frac{3}{2}\ln(1+x^2) + c$

الدالة الأصلية لهذا التكامل $\int \frac{2xe^{3x} - 3x^2e^{3x}}{e^{6x}} \, dx =$ هي :-

a) $\frac{x^2}{e^{6x}} + c$ b) $\frac{x^3}{e^{2x}} + c$ c) $\frac{x^2e^{3x} - e^{6x}}{e^{3x}} + c$ d) $\frac{x^2}{e^{3x}} + c$

$\int \cot 2x \, dx =$

a) $2\ln|\sin 2x| + c$ b) $-\frac{1}{2}\ln|\cos 2x| + c$

c) $\frac{\ln|\sin 2x|}{2} + c$ d) $\frac{\ln|\cos 2x|}{2} + c$

$\int \frac{3}{4}\sin\frac{3}{4}x \, dx =$

a) $-\frac{9}{16}\cos x + c$ b) $-\cos\frac{3}{4}x + c$ c) $\cos x + c$ d) $-\cos\frac{3}{8}x^2 + c$

إذا كانت $A = \int (3x^2 + 2x - 1)dx$ فإن

A. $A(x) = 3x^3 + 2x^2 - x + c$

B. $A(x) = x^3 + 2x^2 - x + c$

C. $A(x) = x^3 + x^2 - x + c$

D. $A(x) = x^3 + x^2 + x + c$

إذا كان $A = \int (e^x)^{-1} dx$ فإن

A. $A(x) = e^{-x} + c$

B. $A(x) = -e^{-x} + c$

C. $A(x) = -e^x + c$

D. $A(x) = e^x + c$

إذا كان $A = \int (\frac{-2}{x^3} + \sqrt[3]{x^5})dx$ فإن

A. $A(x) = x^{-2} + \frac{3}{8}x^{\frac{8}{3}} + c$

B. $A(x) = x^{-2} + \frac{8}{3}x^{\frac{8}{3}} + c$

C. $A(x) = x^{-3} + \frac{3}{8}x^{\frac{8}{3}} + c$

D. $A(x) = -2x^{-2} + \frac{3}{8}x^{\frac{8}{3}} + c$

إذا كان $A = \int (\frac{x + \sqrt[3]{x^2}}{x^{\frac{2}{3}}})dx$ فإن

A. $A(x) = \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + x + c$

B. $A(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}} + c$

C. $A(x) = x^{\frac{2}{3}} + \frac{3}{5}x^{\frac{5}{3}} + c$

D. $A(x) = \frac{3}{5}x^{\frac{5}{3}} + c$

إذا كان $A = \int (2\sin x \cos x)dx$ فإن

A. $A(x) = -2\cos x \sin x + c$

B. $A(x) = \frac{-1}{2}\cos 2x + c$

C. $A(x) = \frac{-1}{2}\sin 2x + c$

D. $A(x) = \frac{-1}{2}\cos 2x + c$

إذا كان $A= \int \frac{e^x}{e^x-7}dx$ فإن

A. $A(x) = \ln|e^x - 7| + c$

B. $A(x) = \ln e^x - 7 + c$

C. $A(x) = e^x - 7 + c$

D. $A(x) = e^x + c$

إذا كان $A= \int \sqrt[3]{x}(\frac{7}{3}x + \sqrt{x})dx$ فإن

A. $A(x) = \frac{3}{7}x^{\frac{7}{3}} + \frac{6}{11}x^{\frac{11}{6}} + c$

B. $A(x) = \frac{7}{3}x^{\frac{7}{3}} + \frac{6}{11}x^{\frac{11}{6}} + c$

C. $A(x) = x^{\frac{7}{3}} + \frac{6}{5}x^{\frac{5}{6}} + c$

D. $A(x) = x^{\frac{7}{3}} + \frac{6}{11}x^{\frac{11}{6}} + c$

إذا كان $A= \int \frac{\sin x+1}{\cos^2 x}dx$ فإن

A. $A(x) = \csc x + \tan x + c$

B. $A(x) = \sec x + \cot x + c$

C. $A(x) = \sec x + \tan x + c$

D. $A(x) = \sec x - \tan x + c$

أ/ عمرو البيومي

المجموع والرمز سيجما

إذا كان n عددًا صحيحًا موجبًا و c عددًا ثابتًا، فإنّ

$\sum_{i=1}^{5} 3 = 3\times 5$

$\sum x$

$\sum x^2$

(i) $\sum_{i=1}^{n} c = cn$ (مجموع الثوابت)،

(ii) $\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$ (مجموع أول n عدد صحيح موجب) و

(iii) $\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ (مجموع مربعات أول n عدد صحيح موجب).

لأي عددين ثابتين c و d .

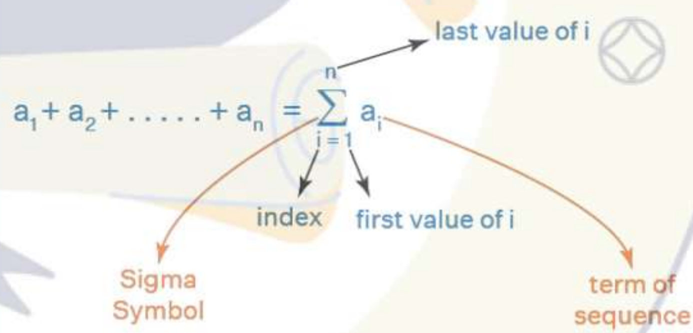
$$\sum_{i=1}^{n}(ca_i + db_i) = c\sum_{i=1}^{n} a_i + d\sum_{i=1}^{n} b_i$$

1. $\sum_{i=1}^{n} c = cn$

2. $\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$

3. $\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

4. $\cancel{\sum_{i=1}^{n} i^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2}$



0544560575

استخدام رمز المجموع

اكتب في صورة رمز المجموع : (a) $\sqrt{1}+\sqrt{2}+\sqrt{3}+\cdots+\sqrt{10}$

$\sum_{i=1}^{10} \sqrt{x}$

$3^3+4^3+5^3+\cdots+45^3$

$\sum_{i=3}^{45} x^3$

$2(1)^2+2(2)^2+2(3)^2+\cdots+2(14)^2$

$\sum_{i=1}^{14} 2x^2$

$\sqrt{2-1}+\sqrt{3-1}+\sqrt{4-1}+\cdots+\sqrt{15-1}$

$\sum_{i=2}^{15} \sqrt{x-1}$

1 2 3 4 5

0 1 2 3 4

اكتب في صورة رمز المجموع: مجموع أول 200 عدد صحيح موجب فردي.

1 3 5

$2x+1$ $\quad x=0,1,2,3$ $\quad \sum_{i=0}^{199} 2x+1$

$2x-1$ $\quad x=1,2,3$ $\quad \sum_{i=1}^{200} 2x-1$

أ/ عمرو البيومي

$2x+1$

$x=1$ 3 200

$x=2$ 5

$x=0$ 1

$2x-1$

$x=1$ 1

$x=2$ 3

$x=3$ 5

$0 \rightarrow 199$

$1 \rightarrow 200$

مجموع مربّعاتِ أول 50 عددًا صحيحًا موجبًا.

$$\sum_{i=1}^{50} x^2$$

مربّع مجموع أول 50 عددًا صحيحًا موجبًا.

$$\left(\sum_{i=1}^{50} x\right)^2$$

مجموع الجذور التربيعية لأول 10 أعداد صحيحة موجبة.

$$\sum_{i=1}^{10} \sqrt{x}$$

الجذر التربيعي لمجموع أول 10 أعداد صحيحة موجبة.

$$\sqrt{\sum_{i=1}^{10} x}$$

$1 \xrightarrow{50} 10$

$4 \longrightarrow 10$

$50-(1+2+3)$

$50-6=44$

$$\sum_{i=1}^{n} c = cn$$

$$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$$

$n=8$

$$\sum_{i=1}^{8} 2i = 2\sum_{i=1}^{8} i = \frac{8\times 9}{2}\times 2 = 72$$

$$\sum_{i=1}^{8} 1 = 1\times 8 = 8$$

80

اكتب كل الحدود واحسب مجموع

$$\sum_{i=1}^{8}(2i+1) = 80$$

$$\sum_{i=1}^{8} 2i + \sum_{i=1}^{8} 1$$

$$2\sum_{i=1}^{8} i + \sum_{i=1}^{8} 1$$

$$2\left(\frac{n(n+1)}{2}\right) + 1\times 8$$

$$8(9) + 8 = 72+8 = 80$$

$$\sum_{i=2}^{6}\sin(2\pi i) = 2.09$$

$$\sin 2\pi\cdot 2 + \sin 2\pi\cdot 3 + \sin 2\pi\cdot 4 + \sin 2\pi\cdot 5 + \sin 2\pi\cdot 6$$

$$\sum_{i=4}^{10} 5 = \sum_{i=1}^{10} 5 - \sum_{i=1}^{3} = 5\times 10 - 1\times 3 = 47$$

$$\sum_{i=1}^{6} 3i^2 = 273 = 3\sum_{i=1}^{n} i^2 = 3\,\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{n(n+1)(2n+1)}{2}$$

$$\frac{6(7)(13)}{2}$$

$$\sum_{i=6}^{8}(i^2+2) = (6)^2+2 + (7)^2+2 + (8)^2+2$$

$$= 155$$

$$\sum_{i=3}^{7}(i^2+i) = (3)^2+3+(4)^2+4+(5)^2+5+(6)^2+6+(7)^2+7$$

$$= 160$$

استخدم قواعد المجموع لحساب المجموع. الهيكل

$$\sum_{i=1}^{8}(2i+1)$$

$$= \sum_{i=1}^{8} 2i + \sum_{i=1}^{8} 1$$

$$= 2\sum_{i=1}^{8} i + \sum_{i=1}^{8} 1$$

$$= 2\,\frac{(8)(9)}{2} + 1\times 8 = 80$$

$$\sum_{i=1}^{800}(2i+1) =$$

$$2\sum_{i=1}^{800} i + \sum_{i=1}^{800} 1$$

$$2\,\frac{(800)(801)}{2} + 1\times 80$$

$$= 641600$$

$$\sum_{i=1}^{70}(3i-1)$$

$$3\sum_{i=1}^{70} i - \sum_{i=1}^{70} 1$$

$$= 3\,\frac{(70)(71)}{2} - 1\times 70 = 7525$$

$$\sum_{i=1}^{40}(4-i^2) = \sum_{i=1}^{40} 4 - \sum_{i=1}^{40} i$$

$$= 4\times 40 - \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$= 160 - \frac{40\times 41\times 81}{6} = -21980$$

أ/ عمرو البيومي

0544560575

$$\sum_{n=1}^{100}(n^2-3n+2)$$

$$\sum_{n=1}^{100} n^2 - 3\sum_{n=1}^{100} n + \sum_{n=1}^{100} 2$$

$$\frac{100(101)(201)}{6} - 3\frac{(100)(101)}{2} + 200$$

$$323400$$

$$\sum_{i=3}^{30}[(i-3)^2+i-3] = \sum_{i=1}^{30} i^2-6i+9+i-3 - \sum_{i=1}^{2} i^2-5i+6$$

$$i^2-6i+9+i-3$$

$$i^2-5i+6$$

$$i^2-5i+6$$

$$= 7310 - 2 = 7308$$

$$7308$$

$$\sum_{k=3}^{n}(k^2-3) = \sum_{k=1}^{n} k^2-3 - \sum_{k=1}^{2} k^2-3$$

$$\left(\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - 3n\right) - \left(\frac{\cancel{2}(3)(5)}{\cancel{6}} - 6\right)$$

$$\frac{(n^2+n)(2n+1)}{6} - 3n + 1 = \frac{1}{6}(2n^3+n^2+2n^2+n)-3n+1$$

$$= \frac{1}{6}(2n^3+3n^2+n)-3n+1$$

$$= \frac{1}{3}n^3+\frac{1}{2}n^2+\frac{1}{6}n-3n+1$$

$$= \frac{1}{3}n^3+\frac{1}{2}n^2-\frac{17}{6}n+1$$

$$\sum_{i=4}^{20}(i-3)(i+3)$$

$$\sum_{k=0}^{n}(k^2+5) = (0)^2+5 + \sum_{k=1}^{n} k^2+5 = 5+\sum_{k=1}^{n}k^2+\sum_{k=1}^{n}5$$

$$= 5 + \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + 5n$$

$$\sum_{n=1}^{140}(n^2+2n-4)$$

$$\frac{140(141)(281)}{6} + 2\,\frac{(140)(141)}{2} - 4\times 140$$

$$= 943670$$

$$\sum_{i=4}^{20}(i-3)(i+3)$$

$$\sum_{i=4}^{20} i^2 - 9 = \sum_{i=1}^{20} i^2 - 9 - \sum_{i=1}^{3} i^2 - 9$$

$$= \sum_{i=1}^{20} i^2 - \sum_{i=1}^{20} 9 - \sum_{i=1}^{3} i^2 + \sum_{i=1}^{3} 9$$

$$= \frac{20(21)(41)}{6} - 9\times 20 - \frac{3(4)(7)}{6} + 3\times 9$$

$$= 2870 - 180 - 14 + 27$$

$$= 2703$$

$$\sum_{i=1}^{20}\left(\frac{i}{20}\right)^2$$

جـد مجموع قيم $f(x)=x^2+3$ للقيم عند: $x=0.1$ ، $x=0.2$ ، ... ، $x=1.0$.

$a_1=0.1$ $\Delta x=0.2-0.1=0.1$

$a_n=a_1+(n-1)d$ $n=\frac{b}{a}=\frac{1}{0.1}$

$a_n=0.1+(n-1)0.1$ $=10$

$=0.1+0.1n-0.1$

$=0.1n$

$f(x_i)=(0.1n)^2+3$

$0.1\sum_{i=1}^{10}(0.1n)^2+3=33.85\times0.1$

$=3.385$

2024

احسب المجموع بالصيغة $\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x$ لقيم x_i المعطاة.

$f(x) = x^2 + 4x; x = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0; \Delta x = 0.2; n = 5$

$x_i = x_1 + (i-1)\Delta x$
$= 0.2 + (i-1)0.2$
$= 0.2 + 0.2i - 0.2$
$= 0.2i$

$0.2 \cdot \sum_{i=1}^{5} (0.2i)^2 + 4(0.2i)$
$= 2.84$

$f(x) = 4x^2 - 2; x = 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, \ldots, 3.0;$ $\Delta x = 0.1; n = 10$

$f(x) = x^3 + 4; x = 2.05, 2.15, 2.25, 2.35, \ldots, 2.95;$ $\Delta x = 0.1; n = 10$

جــد مجموع قيم $f(x)=3x^2-4x+2$ للقيم عند

$x=1.05$ و $x=1.15$ و $x=1.25$ و ... $x=2.95$.

احسب المجموع ونهاية كل مجموع عندما $n\to\infty$.

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{n}\left[\left(\frac{i}{n}\right)^2+2\left(\frac{i}{n}\right)\right]$$

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{n}\left[\left(\frac{2i}{n}\right)^2+4\left(\frac{i}{n}\right)\right]$$

استخدم الصيغ في حساب المجموع.

$$\sum_{i=1}^{10}(i^3 - 3i + 1)$$

$$\sum_{i=1}^{20}(i^3 + 2i)$$

إذا استخدمنا دالة السرعة المتجهة المعطاة والموقع الإبتدائي لتقدير الموقع النهائي

$v(t) = 30e^{\frac{-t}{4}}, s(0) = -1, b = 4$ فإن :

A. $S(4) = 0.748$

B. $S(4) = 7.48$

C. $S(4) = 78.4$

D. $S(4) = 74.8$

Compute sums of the form $\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x$ for the given values of x_i

احسب المجموع بالصيغة $\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x$ لقيم x_i المعطاة

$$f(x) = 3x + 5 \quad ; \quad x = 0.4, 0.8, 1.2, 1.6, 2.0 \qquad \Delta x = 0.4 \quad ; n = 5$$

$a)$ 20.24375

$b)$ 17.2

$c)$ 2.84

$d)$ 24.34

Compute sums of the form $\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x$ for the given values of x_i

احسب المجموع بالصيغة $\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x$ لقيم x_i المعطاة

$$f(x) = x^2 + 4x \quad ; \quad x = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0 \qquad \Delta x = 0.2 \quad ; n = 5$$

$a)$ 20.24375

$b)$ 17.2

$c)$ 2.84

$d)$ 24.34

find the antiderivative of اوجد المشتقة العكسية

$$\int \left(3\sqrt{x} - \frac{1}{x^4}\right) dx$$

a) $x\sqrt{x} + \frac{1}{5x^5} + c$ b) $\frac{2}{3}x\sqrt{x} + \frac{1}{5x^5} + c$

c) $2x\sqrt{x} + \frac{1}{3x^3} + c$ d) $\frac{2}{3}x\sqrt{x} + \frac{1}{3x^3} + c$

find the antiderivative of اوجد المشتقة العكسية

$$\int \left(\frac{x^{\frac{1}{3}} - 3}{x^{\frac{2}{3}}}\right) dx$$

a) $\frac{3}{2}\sqrt[3]{x^2} + 9\sqrt[3]{x} + c$ b) $\frac{3}{2}\sqrt[3]{x^2} - 9\sqrt[3]{x} + c$

c) $\frac{2}{3}\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + c$ d) $\frac{2}{3}\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x} + c$

find the antiderivative of اوجد المشتقة العكسية

$$\int (2\sin x + \cos x)\, dx$$

a) $2\cos x - \sin x + c$ b) $2\cos x + \sin x + c$

c) $\sin x - 2\cos x + c$ d) $-2\cos x - \sin x + c$

find the antiderivative of اوجد المشتقة العكسية

$$\int \frac{2}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$$

a) $2\tan^{-1}x + c$ b) $\tan^{-1}x^2 + c$

c) $2\sin^{-1}x + c$ d) $\sin^{-1}x^2 + c$

find the antiderivative of اوجد المشتقة العكسية

$$\int 4\frac{\cos x}{\sin^2 x}\,dx$$

a) $4\csc x + c$ b) $4\sec x + c$

c) $-4\sec x + c$ d) $-4\csc x + c$

find the antiderivative of اوجد المشتقة العكسية

$$\int (3e^x - 2)\,dx$$

a) $3(e^x - 2x) + c$ b) $3e^x - 2x + c$

c) $\frac{1}{3}(e^x - 2x) + c$ d) $\frac{1}{3}e^x - 2x + c$

find the antiderivative of اوجد المشتقة العكسية

$$\int (3x^{-1} + sinx\ )\ dx$$

a) $-\frac{3}{2}\ x^{-2} - \cos x + c$ b) $-\frac{3}{2}\ x^{-2} + \cos x + c$

c) $3\ ln\ x + cos\ x + c$ d) $3\ ln\ x - cos\ x + c$

find the antiderivative of اوجد المشتقة العكسية

$$\int \frac{4x}{x^2+4}\ dx$$

a) $2\ ln|x^2+4| + c$ b) $\frac{1}{2}\ ln|x^2+4| + c$

c) $4\ ln|x^2+4| + c$ d) $\frac{1}{4}\ ln|x^2+4| + c$

find the antiderivative of اوجد المشتقة العكسية

$$\int \frac{3}{4x^2+4}\ dx$$

a) $\frac{3}{2}\ ln|4x^2+4| + c$ b) $\frac{3}{4}\ ln|4x^2+4| + c$

c) $\frac{3}{4}\tan^{-1} x^2 + c$ d) $\frac{3}{8}\tan^{-1} x + c$

عبر عن رمز المجموع . الجذر التربيعي لمجموع أول 20 عدداً صحيحاً موجباً بالشكل .

a) $\sum_{i=1}^{20}\sqrt{20i}$ b) $\sum_{i=1}^{20}\sqrt{i}$ c) $\sqrt{\sum_{i=1}^{20} i}$ d) $\sqrt{\sum_{i=1}^{20}\sqrt{i}}$

ان قيمة $\sum_{i=4}^{10} 3$ تساوي :

21 30 40 18

اذا كان $\sum_{i=3}^{n} 5 = 70$ فإن قيمة n تساوي:

$\sum_{i=1}^{n} 5 - \sum_{i=1}^{2} 5$

16 17 14 12

$5n - 10 = 70$

$\frac{5n}{5} = \frac{80}{5}$ $n = 16$

$\sqrt{3}$ Calc $x = \frac{1}{2}$

إن $\int \frac{3}{\sqrt{4-4x^2}}\,.dx$ تساوي:

$\frac{3}{4}\sin^{-1}x + c$ $3\ln\sqrt{4-4x^2} + c$ $\frac{-12x}{\sqrt{4-4x^2}}$ $\frac{3}{2}\sin^{-1}x + c$

Shift $\int$ $\frac{1}{2}$

$3\int \frac{1}{\sqrt{4(1-x^2)}}$ $\frac{3}{2}\sin^{-1}x$

إن $\int \sqrt{e^x}\,dx$ تساوي :

$\frac{1}{2}\sqrt{e^x}$ $2\sqrt{e^x} + c$ $\frac{1}{2\sqrt{e^x}} + c$ $2e^{2x} + c$

$\frac{e^{\frac{1}{2}x}}{\frac{1}{2}}$

إن $\int (e + 2e^x)dx$ تساوي :

$2e^x + c$ $3e^x + c$ $e \cdot x + 2e^x + c$ $3e + 2e^x + c$

$ex + 2e^x + c$

ان $\int \frac{1+x}{x^2+1}\,dx$ تساوي:

$\tan^{-1}x + \frac{1}{2}Ln|x^2+1| + c$ $Ln|x-1| + c$ $\tan^{-1}x + x + c$ $Ln|x^2+1| + c$

$\int \frac{1}{x^2+1} + \frac{1}{2}\int \frac{2x}{x^2+1}$

$\tan^{-1}x + \frac{1}{2}\ln|x^2+1| + c$

find the antiderivative of اوجد المشتقة العكسية

$$\int x^{\frac{2}{3}}(x^{-\frac{4}{3}}-3)\,dx$$

a) $\frac{3}{2}\sqrt[3]{x^2}-\frac{3}{5}\sqrt[3]{x^5}+c$

b) $-3\sqrt[3]{x}-\frac{5}{3}\sqrt[3]{x^5}+c$

c) $-\frac{2}{3}\sqrt[3]{x^2}+\frac{3}{5}\sqrt[3]{x^5}+c$

d) $3\sqrt[3]{x}-\frac{3}{5}\sqrt[3]{x^5}+c$

find the antiderivative of اوجد المشتقة العكسية

$$\int\left(2\cos x-\sqrt{e^{2x}}\right)dx$$

a) $2\sin x-e^{x}+c$

b) $-2\sin x-\frac{1}{2}e^{2x}+c$

c) $2\sin x-\frac{1}{2}e^{x}+c$

d) $2\sin x-2e^{2x}+c$

Compute sums of the form $\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x$ for the given values of x_i

احسب المجموع بالصيغة $\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x$ لقيم x_i المعطاة

$f(x)=4x^2-2$; $x=2.1, 2.2, 2.3, 2.4, \dots\dots 3.0$ $\Delta x=0.1$; $n=10$

$f(x)=a_1+(n-1)\Delta x$
$=2.1+(n-1)0.1$
$=2.1+0.1n-0.1$
$=2+0.1n$

$\sum_{i=1}^{10} 4(2+0.1n)^2-2=24.34$

$a)$ 20.24375

$b)$ 17.2

$c)$ 2.84

$d)$ 24.34

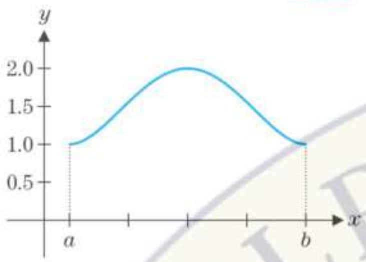
المساحة

$\sum_{i=1}^{4}\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{4}n\right)^3-1$

$=2$

$1+(n-1)\frac{1}{4}$

$1+\frac{1}{4}n-\frac{1}{4}$ $\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{4}n\right)^3-1$



على فرض أولًا أنّ $f(x) \geq 0$ و f دالة متصلة على الفترة $[a\ b]$. نبدأ بتجزئة الفترة $[a, b]$ إلى n أجزاء متساوية. ويسمى ذلك **تجزئة منتظمة** لـ $[a, b]$. إذًا، يكون عرض كل فترة جزئية في هذه التجزئة $\frac{b-a}{n}$. والذي نرمز إليه بـ Δx . يُرمز للنقاط في التجزئة بـ $x_0 = a, x_1 = x_0 + \Delta x, x_2 = x_1 + \Delta x$ وهكذا. بصورة عامّة.

$x_i = x_0 + i\Delta x, \quad i = 1, 2, \ldots, n$ **لكل**

لتجزئة منتظمة في الحالة $n = 4$

$y = f(x)$ المساحة تحت منحنى

المساحة تحت المنحنى A هي تقريبًا مجموع مساحات المستطيلات الأربعة.

$$A \approx f(x_1)\,\Delta x + f(x_2)\,\Delta x + f(x_3)\,\Delta x + f(x_4)\,\Delta x = A_4$$

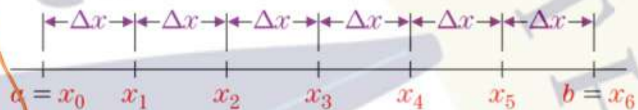
المجموع $= \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\,\Delta x$

$x_i = a + (n-1)\Delta x$

1. $\sum_{i=1}^{n} c = cn$

2. $\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$

3. $\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$



$$A \approx f(x_1)\,\Delta x + f(x_2)\,\Delta x + \cdots + f(x_n)\,\Delta x$$

$$\text{المساحة} = \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\,\Delta x = A_n.$$

اوجد قيمة تقريبية لمساحة المنطقة تحت منحنى $y = f(x) = 2x - 2x^2$ على الفترة $[0, 1]$ باستخدام 10 مستطيلات

$\Delta x = \frac{\text{النهاية} - \text{البداية}}{n} = \frac{b-a}{n} = \frac{1-0}{10} = \frac{1}{10}$ $n = 10$

$A = \frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10} 2\left(\frac{1}{10}i\right) - 2\left(\frac{1}{10}i\right)^2$

$= 0.33$

$f(x_i) \longrightarrow x_i$

$x_i = a + i\Delta x$

$= 0 + \frac{1}{10}i$

$= \frac{1}{10}i$

$f(x_i) = 2\left(\frac{1}{10}i\right) - 2\left(\frac{1}{10}i\right)^2$

جــد قيمة المساحة تحت منحنى $y = f(x) = \sqrt{x+1}$ على الفترة $[1, 3]$.

$\Delta x = \frac{3-1}{n} = \frac{2}{n}$

$x_i = a + i\Delta x = 1 + \frac{2i}{n}$

$f(x_i) = \sqrt{1+\frac{2i}{n}+1} = \sqrt{2+\frac{2i}{n}}$

$A = \frac{2}{n}\sum_{i=1}^{n}\sqrt{2+\frac{2i}{n}}$

$y = x^2 + 1$ on $[0, 2]$

$\Delta x = \frac{2-0}{n} = \frac{2}{n}$

$x_i = 0 + \frac{2}{n}i$

$f(x_i) = \left(\frac{2i}{n}\right)^2 + 1$

$A = \frac{2}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{2i}{n}\right)^2 + 1$

$= \frac{2}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{4i^2}{n^2} + 1$

$= \frac{2}{n}\left[\frac{4}{n^2}\sum_{i=1}^{n} i^2 + \sum_{i=1}^{n} 1\right]$

$= \frac{2}{n}\left[\frac{4}{n^2}\cdot\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + n\right]$

$\frac{4}{3n^2}(n+1)(2n+1) + 2$

$\frac{8}{n^2}\cdot\frac{\cancel{n}(n+1)(2n+1)}{6}$

$\frac{4}{3n^2}$

$y = 2x^2 - 1$ on $[-1, 1]$

$\Delta x = \frac{1-(-1)}{n} = \frac{2}{n}$

$x_i = -1 + \frac{2i}{n}$

$f(x_i) = 2\left(1+\frac{2i}{n}\right)^2 - 1$

$= 2\left(1 - \frac{4i}{n} + \frac{4i^2}{n^2}\right) - 1$

$= 2 - \frac{8i}{n} + \frac{8i^2}{n^2} - 1$

$= \frac{8i^2}{n^2} - \frac{8i}{n} + 1$

$A = \frac{2}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{8i^2}{n^2} - \frac{8i}{n} + 1$

$= \frac{2}{n}\left[\frac{8}{n^2}\sum_{i=1}^{n} i^2 - \frac{8}{n}\sum_{i=1}^{n} i + \sum_{i=1}^{n} 1\right]$

$= \frac{2}{n}\left[\frac{8\,n(n+1)(2n+1)}{n^2\cdot 6} - \frac{8\,n(n+1)}{n\cdot 2} + n\right]$

$= \frac{8(n+1)(2n+1)}{3n^2} - \frac{8(n+1)}{n} + 2$

0544560575

استخدم قيم الدالة المعطاة لتقديرالمساحة تحت المنحنى باستخدام قيم نقطة النهاية اليسرى ونقطة النهاية اليمنى.

x	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
$f(x)$	2.0	2.4	2.6	2.7	2.6	2.4	2.0	1.4	0.6

x	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6
$f(x)$	2.0	2.2	1.6	1.4	1.6	2.0	2.2	2.4	2.0

نظم نقاط التقدير المناظرة لنقطة المنتصف لكل فترة جزئية وارسم الدوال ومستطيلات التقدير وأوجد مجموع ريمان:

$f(x) = x^2 + 1$; $[0,2]$; $n = 4$

$f(x) = x^3 - 1,$ (a) $[1, 2], n = 4$

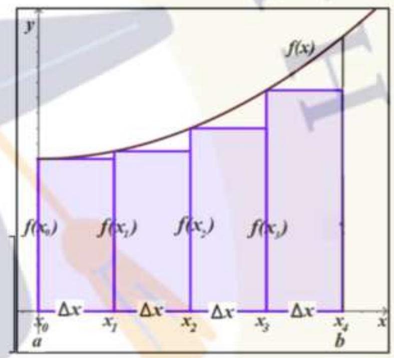
أ/ عمرو البيومي

	c_i	i	
		From	To
نقطة المنتصف	$c_i = \frac{x_i + x_{i-1}}{2}$	$i = 0$	$i = n - 1$
	$c_i = x_0 + i\Delta x - \frac{\Delta x}{2}$	$i = 1$	$i = n$
اليسار	$c_i = x_0 + i\Delta x$	$i = 0$	$i = n - 1$
اليمين	$c_i = x_0 + i\Delta x$	$i = 1$	$i = n$

اليسار

$A \approx f(x_0)\Delta x + f(x_1)\Delta x + \cdots .. + f(x_{n-1})\Delta x$

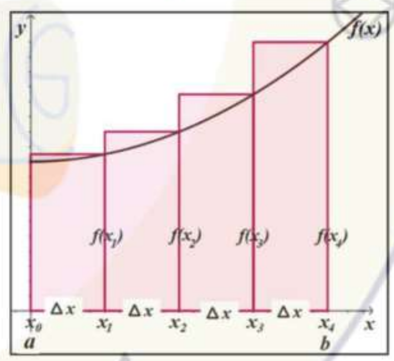
$$A \approx \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i)\Delta x$$



اليمين

$A \approx f(x_1)\Delta x + f(x_2)\Delta x + \cdots .. + f(x_n)\Delta x$

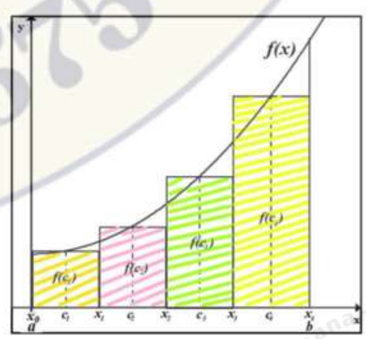
$$A \approx \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x$$



نقطة المنتصف

$A \approx f(c_1)\Delta x + f(c_2)\Delta x + \cdots .. + f(c_n)\Delta x$

$$A \approx \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x$$



قرب المساحة تحت المنحنى على الفترة المعطاة باستخدام n مستطيلًا

$y = x^2 + 1$ on $[0, 1], n = 16$

(a) نقطة النهاية اليسرى

$c_i = x_{i-1}$

(b) نقطة المنتصف

$c_i = \frac{1}{2}(x_{i-1} + x_i)$

(c) نقطة النهاية اليمنى.

$c_i = x_i$

قرب المساحة تحت المنحنى علىالفترة المعطاة باستخدام n مستطيلاً

$y = \sqrt{x+2}$ on $[1, 4], n = 16$

(a) نقطة النهاية اليسرى

$c_i = x_{i-1}$

(b) نقطة المنتصف

$c_i = \frac{1}{2}(x_{i-1} + x_i)$

(c) نقطة النهايةاليمنى.

$c_i = x_i$

0544560575

قرب المساحة تحت المنحنى على الفترة المعطاة باستخدام n مستطيلًا

$y = x^3 - 1$ on $[-1, 1]$ $n = 100$

(a) نقطة النهاية اليسرى

$$c_i = x_{i-1}$$

(b) نقطة المنتصف

$$c_i = \frac{1}{2}(x_{i-1} + x_i)$$

(c) نقطة النهاية اليمنى.

$$c_i = x_i$$

أ/ عمرو البيومي

0544560575

مجموع ريمان

$$\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f(x_k)\cdot\Delta x$$

$$\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f\left(a+\left(\frac{b-a}{n}\right)k\right)\cdot\left(\frac{b-a}{n}\right)$$

$$\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\,\Delta x$$

$$\Delta x = \frac{b-a}{n} \quad \text{and} \quad x_i = a + i\,\Delta x$$

$c_i = \frac{1}{2}(x_{i-1}+x_i)$

$c_i = x_{i-1}$

$c_i = x_i$

أ/ عمرو البيومي

استخدم مجموع ريمان ونهاية لإيجاد قيمة المساحة الدقيقة تحت المنحنى.

$y = x^2 + 1$ on $[0, 1]$

$y = x^2 + 3x$ on $[0, 1]$

$y = 2x^2 + 1$ on $[0, 1]$

$y = 4x^2 - x$ on $[-1, 1]$

0544560575

اذا كانت $f(x) = 3x^2 + 1$ متصلة على $[-1,1]$ فان $\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f(x_i) \cdot \Delta x$ يساوي:

0   4   -4   8

أن النهاية $\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n}\left[(\frac{i}{n})^2 + 2(\frac{i}{n})\right]$ للمجموع السابق عندما $n \to \infty$ هي :

A. $A = \frac{4}{3}$

B. $A = \frac{20}{16}$

C. $A = \frac{7}{4}$

D. $A = \frac{4}{6}$

عند تقريب المساحة باستخدام المستطيلات لدالة f فإن المنتصف الرابع للفترة

$[x_3, x_4]$ $n = 20, c_4 \in$, من الفترة الكاملة $[0,2]$:

A. $c_4 = \frac{7}{20}$

B. $c_4 = \frac{8}{20}$

C. $c_4 = \frac{3}{20}$

D. $c_4 = \frac{5}{20}$

عند تقريب المساحة باستخدام المستطيلات اليمنى لدالة $f(x) = -2x^2 + 2x$ فإن المساحة

حيث $n = 4$, على الفترة الكاملة $[0,1]$:

A. $A = \frac{5}{8}$

B. $A = \frac{5}{16}$

C. $A = \frac{7}{20}$

D. $A = \frac{4}{10}$

عند تقريب المساحة باستخدام المستطيلات اليسرى لدالة $f(x) = x^2 + 2$ فإن المساحة

حيث $n = 8$, على الفترة الكاملة $[0,2]$:

A. $A = \frac{99}{16}$

B. $A = \frac{49}{8}$

C. $A = \frac{38}{6}$

D. $A = \frac{885}{128}$

أ/ عمرو البيومي

عند تقريب المساحة باستخدام المستطيلات المنتصفية لدالة $f(x) = x^2 + 2$ فإن المساحة حيث $n = 8$, على الفترة الكاملة $[0, 2]$:

A. $A = \frac{99}{16}$

C. $A = \frac{38}{6}$

B. $A = \frac{49}{8}$

D. $A = \frac{213}{32}$

اوجد مجموع الدوال التالية على الصورة *compute the sum at the form*

$$\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x$$

$$f(x) = x^2 + 4x\ , x = 0.2\ , 0.4\ , 0.6\ , 0.8\ , 1\ , n = 5$$

a) 3.25

b) 2.84

c) 2.52

d) 3.1

اوجد مجموع الدوال التالية على الصورة *compute the sum at the form*

$$\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x$$

$$f(x) = 3x + 5\ , x = 0.4\ , 0.8\ , 1.2\ , 1.6\ , 2\ , n = 5$$

a) $\sum_{i=1}^{5}(2.4i + 5)(0.4)$

b) $\sum_{i=1}^{5}(0.4i + 5)(0.4)$

c) $\sum_{i=1}^{5}(3i + 5)(0.4)$

d) $\sum_{i=1}^{5}(1.2i + 5)(0.4)$

أ/ عمرو البيومي

use the given function values to estimate the area under the curve using left endpoint evaluation.

استخدم قيم الدالة المعطاة لتقدير المساحة تحت المنحني باستخدام قيم نقطة النهاية اليسرى

x	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
$f(x)$	2.0	2.4	2.6	2.7	2.6	2.4	2.0	1.4	0.6

a) 1.87 b) 1.67

c) 1.81 d) 1.74

use the given function values to estimate the area under the curve using right endpoint evaluation.

استخدم قيم الدالة المعطاة لتقدير المساحة تحت المنحني باستخدام قيم نقطة النهاية اليمنى

x	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
$f(x)$	2.0	2.4	2.6	2.7	2.6	2.4	2.0	1.4	0.6

a) 1.87 b) 1.67

c) 1.81 d) 1.74

use the given function values to estimate the area under the curve using midpoint evaluation.

استخدم قيم الدالة المعطاة لتقدير المساحة تحت المنحني باستخدام قيم نقطة المنتصف

x	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
$f(x)$	2.0	2.4	2.6	2.7	2.6	2.4	2.0	1.4	0.6

a) 1.87 b) 1.67

c) 1.81 d) 1.74

أ/ عمرو البيومي

0544560575

التكامل المحدود

$$A = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f(c_i)\,\Delta x,$$

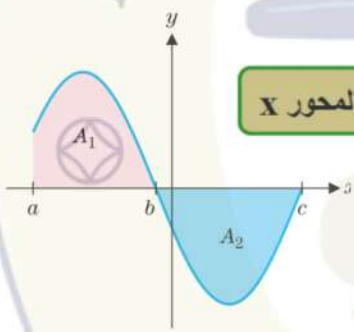
لأي دالة f مُعرَّفة على $[a, b]$. يكون **التكامل المحدود** لـ f من a إلى b هو

$$\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f(c_i)\,\Delta x$$

متى وُجدت النهاية والأمر نفسه لكل اختيار من نقاط القيم c_1 ، c_2 ، ... ، c_n . عندما يكون هناك نهاية، نقول إنّ f **قابلة للتكامل** على $[a, b]$.

$$R_n = \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x = \frac{b-a}{n} \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f(x_i)$$

إذا كانت f متصلة على الفترة المغلقة $[a, b]$ ، فإنّ f تكون قابلة للتكامل على $[a, b]$.



مجموع ريمان = مجموع مساحات المستطيلات فوق المحور x – مجموع مساحات المستطيلات تحت المحور x

إذا كانت f و g دالتين قابلتين للتكامل على الفترة $[a , b]$ فإن :

1) لأي عددين ثابتين c , d يكون : $\int_a^b [c\,f(x) + d\,g(x)]\,dx = c\int_a^b f(x)\,dx + d\int_a^b g(x)\,dx$

2) لأي عدد ثابت c في $[a , b]$ يكون : $\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx + \int_c^b f(x)\,dx$

3) $\int_a^b f(x)\,dx = -\int_b^a f(x)\,dx$

استخدم قاعدة نقطة المنتصف لتقدير $\int_0^{15} 30\left(1-e^{-x/3}\right)dx$. $c_i=\dfrac{x_i+x_{i-1}}{2}$.

استخدم قاعدة نقطة المنتصف مع $n=6$ لتقدير قيمة التكامل.

$$\int_0^3 (x^3+x)\,dx$$

$$\int_0^3 \sqrt{x^2+1}\,dx$$

$$\int_0^\pi \sin x^2\,dx$$

$$\int_{-2}^2 e^{-x^2}\,dx$$

اوجد قيمة التكامل بحساب نهاية مجموع ريمان.

$$\int_0^1 2x\,dx$$

$$\int_1^2 2x\,dx$$

$$\int_0^2 x^2\,dx$$

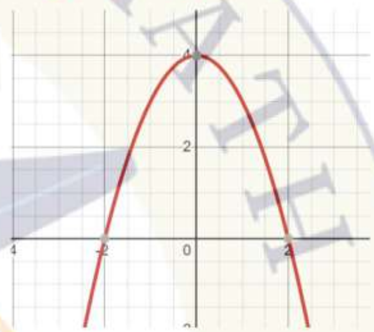
$$\int_0^3 (x^2+1)\,dx$$

$$\int_1^3 (x^2-3)\,dx$$

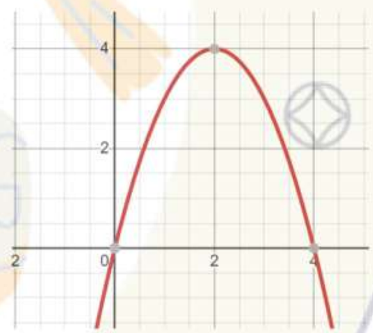
$$\int_{-2}^{2} (x^2 - 1)\, dx$$

المساحة المعطاة في صورة تكامل أو ناتج جمع تكاملات.

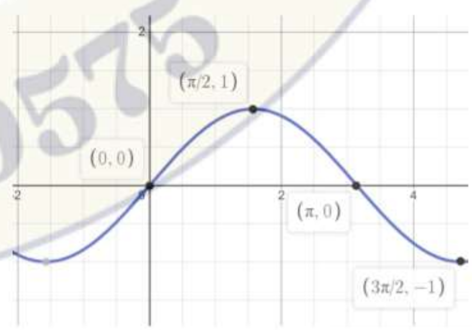
المساحة فوق المحور x- وتحت $y = 4 - x^2$



المساحة فوق المحور x- وتحت $y = 4x - x^2$

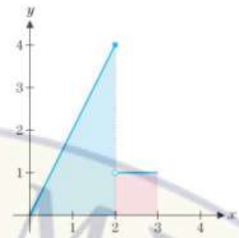


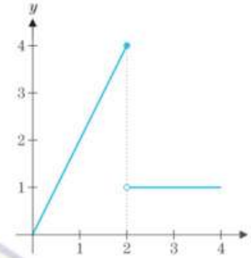
المساحة بين $y = \sin x$ والمحور x- لـ $0 \leq x \leq \pi$



جـــد قيمة $\int_0^3 f(x)\,dx$ ، حيث $f(x)$ تُعرّف كما يأتي:

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & x \le 2 \text{ إذا} \\ 1, & x > 2 \text{ إذا} \end{cases}$$





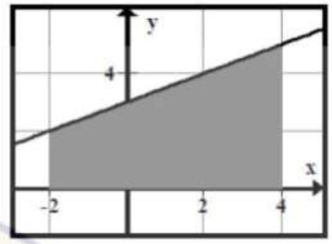
احسب $\int_0^4 f(x)\,dx$.

$$f(x) = \begin{cases} 2x & , \quad x < 1 \\ 4 & , \quad x \ge 1 \end{cases}$$

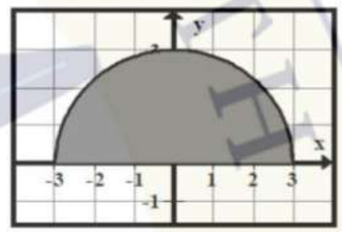
احسب $\int_0^4 f(x)\,dx$.

$$f(x) = \begin{cases} 2 & x \le 2 \text{ إذا} \\ 3x & x > 2 \text{ إذا} \end{cases}$$

$$\int_{-2}^{4}\left(\frac{1}{2}x+3\right)dx$$



$$\int_{-3}^{3}\sqrt{9-x^2}\,dx$$



على فرض أنّ $g(x) \le f(x)$ لكل $x \in [a, b]$ وأنّ f و g قابلتان للتكامل على $[a, b]$. إذًا،

$$\int_a^b g(x)\,dx \le \int_a^b f(x)\,dx$$

$$f_{\text{ave}} = \lim_{n\to\infty}\left[\frac{1}{b-a}\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\,\Delta x\right] = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx$$

إذا كانت f دالة متصلة على $[a, b]$ ، فإنه يوجد عدد $c \in (a, b)$ من أجله

$$f(c) = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx$$

احسب القيمة المتوسطة لـ $f(x) = \sin x$ على الفترة $[0, \pi]$.

احسب القيمة المتوسطة للدالة $f(x) = 2x + 1, [0, 4]$

$f(x) = x^2 + 2x, [0, 1]$

أ/ عمرو البيومي

$$f(x) = x^2 - 1, [1, 3]$$

نظرية الشطيرة

$$m(b-a) \le \int_a^b f(x)\,dx \le M(b-a)$$

$$m \le \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx \le M$$

استخدم نظرية القيمة المتوسطة في التكامل لتقدير قيمة التكامل.

$$\int_{\pi/3}^{\pi/2} 3\cos x^2\,dx$$

$$\int_0^{1/2} e^{-x^2}\,dx$$

$$\int_0^2 \sqrt{2x^2+1}\,dx$$

جــد قيمة c التي تحقق نتيجة نظرية القيمة المتوسطة في التكامل.

$$\int_0^2 3x^2\,dx \ (= 8)$$

$$\int_{-1}^1 (x^2-2x)\,dx \ (= \tfrac{2}{3})$$

أكتب في صورة تكامل منفرد

$$\int_0^2 f(x)\,dx + \int_2^3 f(x)\,dx$$

$$\int_0^3 f(x)\,dx - \int_2^3 f(x)\,dx$$

$$\int_0^2 f(x)\,dx + \int_2^1 f(x)\,dx$$

$$\int_{-1}^2 f(x)\,dx + \int_2^3 f(x)\,dx$$

فرضاً أنّ $\int_1^3 f(x)\,dx = 3$ و $\int_1^3 g(x)\,dx = -2$

اوجد

$$\int_1^3 [2f(x) - g(x)]\,dx$$

$$\int_1^3 [f(x) + g(x)]\,dx$$

أ/ عمرو البيومي

فرضاً أنّ $\int_1^3 f(x)\,dx = 3$ و $\int_1^3 g(x)\,dx = -2$

اوجد

$$\int_1^3 [f(x) - g(x)]\,dx$$

$$\int_1^3 [4g(x) - 3f(x)]\,dx$$

write the given total area as an integral or sum of integrals. The area below the x-axis and above $y = x^2 - 4x$

اكتب مجمل المساحة المعطاة في صورة تكامل أو ناتج جمع تكاملات إذا كانت المساحة أعلى المحور x وتحت المنحنى

$y = x^2 - 4x$

a) $\int_{-2}^{2} (x^2 - 4x)dx$ b) $\int_{-2}^{2} -(x^2 - 4x)dx$

c) $\int_{0}^{4} (x^2 - 4x)dx$ d) $\int_{0}^{4} -(x^2 - 4x)dx$

write the given total area as an integral or sum of integrals. The area above the x-axis and below $y = 4 - x^2$

اكتب مجمل المساحة المعطاة في صورة تكامل أو ناتج جمع تكاملات إذا كانت المساحة أعلى المحور x وتحت المنحنى

$y = 4 - x^2$

a) $\int_{-2}^{2} (4 - x^2)dx$ b) $\int_{-2}^{2} -(4 - x^2)dx$

c) $\int_{0}^{2} (4 - x^2)dx$ d) $\int_{0}^{2} -(4 - x^2)dx$

0544560575

write the given total area as an integral or sum of integrals. The area below the x-axis and above

$y = \sin x\,, -\frac{\pi}{4} \le x \le \frac{\pi}{2}$

اكتب مجمل المساحة المعطاة في صورة تكامل أو ناتج جمع تكاملات إذا كانت المساحة أعلى المحور x وتحت المنحنى

$y = \sin x\,, -\frac{\pi}{4} \le x \le \frac{\pi}{2}$

a) $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin(x)\,dx$

b) $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{0} \sin(x)\,dx + \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sin(x)\,dx$

c) $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} -\sin(x)\,dx$

d) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sin(x)\,dx - \int_{-\frac{\pi}{4}}^{0} \sin(x)\,dx$

use the integral mean value theorem to estimate the following

استخدم نظرية القيمة المتوسطة لتقدير قيمة التكامل التالي

$$\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} 3\cos(x^2)\,dx$$

a) $-1.227 \le \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} 3\cos(x^2)\,dx \le 0.717$

b) $0 \le \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} 3\cos(x^2)\,dx \le \frac{\pi}{4}$

c) $-0.409 \le \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} 3\cos(x^2)\,dx \le 0.239$

d) $\frac{\pi}{9} \le \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} 3\cos(x^2)\,dx \le \frac{\pi}{4}$

use the integral mean value theorem to estimate the following

استخدم نظرية القيمة المتوسطة لتقدير قيمة التكامل التالي

$$\int_{0}^{\frac{1}{2}} e^{-x^2}\,dx$$

a) $-\frac{1}{2} \le \int_{0}^{\frac{1}{2}} e^{-x^2}\,dx \le \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{4}}$

b) $-\frac{1}{2}e^{-\frac{1}{4}} \le \int_{0}^{\frac{1}{2}} e^{-x^2}\,dx \le 0$

c) $\frac{1}{2}e^{-\frac{1}{4}} \le \int_{0}^{\frac{1}{2}} e^{-x^2}\,dx \le \frac{1}{2}$

d) $0 \le \int_{0}^{\frac{1}{2}} e^{-x^2}\,dx \le \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{4}}$

أ/ عمرو البيومي
@AMRMATH7

استخدم نظرية القيمة المتوسطة
لتقدير قيمة التكامل التالي

use the integral mean value theorem to estimate the following

$$\int_{-1}^{1} \frac{3}{x^3+2}\,dx$$

a) $1 \le \int_{-1}^{1} \frac{3}{x^3+2}\,dx \le 3$

b) $2 \le \int_{-1}^{1} \frac{3}{x^3+2}\,dx \le 6$

c) $\frac{1}{6} \le \int_{-1}^{1} \frac{3}{x^3+2}\,dx \le \frac{1}{2}$

d) $\frac{1}{3} \le \int_{-1}^{1} \frac{3}{x^3+2}\,dx \le 1$

اوجد قيمة c والتي تحقق نظرية
القيمة المتوسطة

find the value of c that satisfies the mean value theorem for

$$\int_{-1}^{1} (x^2-2x)\,dx$$

a) $\frac{2}{3}$

b) $\frac{2}{6}$

c) $\frac{3-2\sqrt{3}}{3}$

d) $\frac{3+2\sqrt{3}}{3}$

اوجد قيمة c والتي تحقق نظرية
القيمة المتوسطة

find the value of c that satisfies the mean value theorem for

$$\int_{0}^{2} 3x^2\,dx$$

a) 8

b) 4

c) $\pm\frac{2\sqrt{3}}{3}$

d) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$