شرح مفصل لدرس الاشتقاق وقواعده



تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية	
موقع المناهج ⇦ المناهج الإماراتية ⇦ الصف الثاني عشر المتقدم ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الأول ⇦ ملفات متنوعة ⇦ الملف	
تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2026-11-08 18:21:26	
المزيد من مادة رياضيات:	ملفات ا كتب للمعلم ا كتب للطالب ا اختبارات الكترونية ا اختبارات ا حلول ا عروض بوربوينت ا أوراق عمل منهج انجليزي ا ملخصات وتقارير ا مذكرات وبنوك ا الامتحان النهائي ا للمدرس
	إعداد: وليد كلبون

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر المتقدم					
صفحة المناهج الإماراتية على فيسبوك					
المواد على تلغرام	التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات	

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الأول	
1	نموذج تدريبي وفق هيكل 2027
2	أسئلة وفق هيكل 2027
3	أسئلة وزارية سابقة مرتبة حسب الدروس - أكثر من 130 سؤال مع الإجابة
4	أسئلة وزارية سابقة مرتبة حسب الدروس - أكثر من 130 سؤال
5	أسئلة وفق الهيكل الوزاري 2027 لاختبار نهاية الفصل

تحميل تطبيق المناهج للهواتف الذكية	
تطبيق المناهج على Store App (آبل)	تطبيق المناهج على Play Google (أندرويد)

بسم الله الرحمن الرحيم

"وَمَا تَوْفِيقِي إِلَّا بِاللَّهِ عَلَيْهِ تَوَكَّلْتُ وَإِلَيْهِ أُنِيبُ"

الاسمه وليد كلبون

NO: DATE: 4/11

3.2 الاشتقاق

تعريف 2.1:

مشتقة الدالة f عند النقطة $x=a$ تعرف كما يأتي

ميل المماس $= f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{(a+h)-a} = \frac{dy}{dx} = \tan\theta$ = السرعة اللحظية

أو $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$

بشرط وجود النهاية واذا كانت النهاية موجودة تكون f قابلة للاشتقاق عند $x=a$

القانون البديل (2.2)

$$f'(a) = \lim_{b \to a} \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

النظرية 2.1: اذا كانت الدالة f قابلة للاشتقاق عند $x=a$ فان f تكون متصلة عند $x=a$

ملاحظة: ليست شرط ان تكون الدالة متصلة يعني انها قابلة للاشتقاق

NO: DATE: 4/11

احسب مشتقة الدالة $f(x)=3x^3+2x-1$ عند $x=1$

سأستخدم القانون البديل

$$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$$

$f(1)=3(1)^3+2(1)-1=4$

$$\lim_{x\to 1}\frac{3x^3+2x-1-4}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{3x^3+2x-5}{x-1}$$

	3	0	2	-5
1		3	3	5
	3	3	5	0

$$=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(3x^2+3x+5)}{(x-1)}\cdot 3(1)^2+3(1)+5=11$$

احسب $f'(a)$ باستخدام المعادلتين 2.1 و 2.2 الصفحة التالية عند $x=a$

$f(x)=3x+1 \quad a=1$

$f(1+h)\ 3(1+h)+1=3+3h+1=4+3h$ (2.1)

$f(1)=4$

$$\lim_{h\to 0}\frac{4+3h-4}{h}\quad \lim_{h\to 0}\frac{3h}{h}=3$$

2.2

$f(1)=4$

$$\lim_{x\to 1}\frac{3x+1-4}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{3x-3}{x-1}$$

$3(x-1)$

$$\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(3x+3)}{(x-1)}=3$$

$$\lim_{x\to 1}3x+3$$

NO: DATE: 4/11

$f(x) = 3x^2 + 1 \quad a = 1$

(2.1)

$f(1+h) = 3(1+h)^2 + 1$

$= 3(1 + 2h + h^2) + 1$

$= 3 + 6h + 3h^2 + 1$

$f(1) = 4$

$$\lim_{h \to 0} \frac{3 + 6h + 3h^2 + 1 - 4}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{h(6 + 3h)}{h}$$

$$\lim_{h \to 0} 6 + 3(0) = 6$$

(2.2)

$f(1) = 4$

$$\lim_{x \to 1} \frac{3x^2 + 1 - 4}{x - 1} = \frac{3x^2 - 3}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{3(x-1)(x+1)}{(x-1)} \quad \lim_{x \to 1} 3(x+1) = 6$$

$f(x) = \sqrt{3x+1} \quad a = 1$

2.1

$f(1+h) = \sqrt{3(1+h)+1}$

$= \sqrt{3h+4}$

$f(1) = \sqrt{3(1)+1} = \sqrt{4} = 2$

$$\lim_{h \to 0} \frac{\sqrt{3h+4} - 2\sqrt{4}}{h} \cdot \frac{\sqrt{3h+4} + \sqrt{4}^2}{\sqrt{3h+4} + \sqrt{4}2}$$

$$\lim_{h \to 0} \frac{3h+4-4}{h(\sqrt{3h+4}+2)}$$

$$\lim_{h \to 0} \frac{3h}{h(\sqrt{3h+4}+2)}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{3}{\sqrt{3h+4}+2}$$

$$= \frac{3}{4}$$

manahi.com

NO: DATE: 4/10

تمرين 2

$f(1) = 2$

$$\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{3x+1}-2}{x-1} \cdot \frac{\sqrt{3x+1}+2}{\sqrt{3x+1}+2} = \lim_{x\to 1} \frac{3x+1-4}{(x-1)(\sqrt{3x+1}+2)}$$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{3x-3}{(x-1)(\sqrt{3x+1}+2)} = \lim_{x\to 1} \frac{3(x-1)}{(x-1)(\sqrt{3x+1}+2)}$$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{3}{\sqrt{3x+1}+2} = \frac{3}{4}$$

$f(x) = \frac{3}{x+1}$ $a = 2$

2.1 البرهان

$f(2+h) = \frac{3}{(2+h)+1} = \frac{3}{3+h}$

$f(2) = 1$

$$\lim_{h\to 0} \frac{\frac{3}{3+h} - 1 \cdot \frac{3+h}{3+h}}{h} = \lim_{h\to 1} \frac{\frac{3-3-h}{3+h}}{h} = \frac{-1}{3+h} = -\frac{1}{3}$$

ب)

2.2 البرهان

$f(2) = 1$

$$\lim_{x\to 2} \frac{\frac{3}{x+1} - 1}{x-2} \cdot \frac{x+1}{x+1} = \lim_{x\to 2} \frac{\frac{3-x-1}{x+1}}{x-2} =$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{\frac{-1}{2-x}}{\frac{x+1}{x-2}} = \lim_{x\to 2} \frac{-1}{x+1} = -\frac{1}{3}$$

NO: DATE: 4/11

احسب الدالة المشتقة f باستخدام تعريف المشتقة

$f(x) = 3x^2 + 1$

$f(x+h) = 3(x+h)^2 + 1$

$= 3(x^2 + 2hx + h^2) + 1$

$3x^2 + 6hx + 3h^2 + 1$

$f(x) = 3x^2 + 1$

$$\lim_{h \to 0} \frac{3x^2 + 6hx + 3h^2 + 1 - 3x^2 - 1}{h}$$

$$\lim_{h \to 0} \frac{h(6x + 3h)}{h} = 6x$$

القانون البديل: $f(b) = 3x^2 + 1$ $f(x) = 3x^2 + 1$

$$\lim_{b \to x} = \frac{f(b) - f(x)}{b - x} = \lim_{b \to x} \frac{3b^2 + 1 - 3x^2 - 1}{b - x} = \lim_{b \to x} \frac{3b^2 - 3x^2}{b - x}$$

$$:= \lim_{b \to x} \frac{3(b^2 - x^2)}{b - x} = \lim_{b \to x} \frac{3(b - x)(b + x)}{b - x} = \lim_{b \to x} 3(b + x)$$

$$\lim_{b \to x} 3(x) + x = 3(2x) = 6x$$

$f(x) = \frac{2}{2x - 1}$

1.2 تعريف: $f(x+h) = \frac{2}{2(x+h) - 1} = \frac{2}{2x + 2h - 1}$ $f(x) = \frac{2}{2x - 1}$

$$\lim_{h \to 0} \frac{\frac{2}{2x + 2h - 1} - \frac{2}{2x - 1}}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{4x - 2 - 4x + 4h + 2}{(2x + 2h - 1)(2x - 1)} = \lim_{h \to 0} \frac{-4h}{(2x + 2h - 1)(2x - 1)}$$

$$\lim_{h \to 0} \frac{-4h}{h(2x + 2h - 1)(2x - 1)} = \lim_{h \to 0} \frac{-4}{(2x - 1)(2x - 1)} = \frac{-4}{(2x - 1)^2}$$

NO: DATE: 4/11

$f(t) = \sqrt{3t+1}$

2.1 نعوض

$f(t+h) = \sqrt{3(t+h)+1} = \sqrt{3t+3h+1}$ $\quad f(t) = \sqrt{3t+1}$

$$\lim_{h\to 0}\left(\frac{\sqrt{3t+3h+1}-\sqrt{3t+1}}{h}\right) = \lim_{h\to 0}\frac{3t+3h+1-3t-1}{h(\sqrt{3t+3h+1}+\sqrt{3t+1})}$$

نضرب بالمرافق

$$= \lim_{h\to 0}\frac{3h}{h(\sqrt{3t+3h+1}+\sqrt{3t+1})} = \lim_{h\to 0}\frac{3}{\sqrt{3t+1}+\sqrt{3t+1}}$$

$$= \frac{3}{2\sqrt{3t+1}}$$

احسب $f'(a)$ باستخدام النهايتين 2.1 , 2.2 عند $a=0$ واو قابلية الاشتقاق

$$f(x)\begin{cases} 2x+1 & x<0 \\ 3x+1 & x\geq 0 \end{cases}$$

$2x+1$	$3x+1$
	0

2.2 نعوض

$f'(0) = 1$

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{2x+1-1}{x-0} =$$

$$= \lim_{x\to 0^-}\frac{2x}{x} = 2$$

$f'(0^-) = 2$

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{3x+1-1}{x-0} = \lim_{x\to 0}\frac{3x}{x} = 3$$

$f'(0^+) = 3$

$f'(0^+) \neq f'(0^-)$

الدالة غير قابلة للاشتقاق

NO: DATE: 4/11

$$f(x) = \begin{cases} 2x & x < 0 \\ x^2 + 2x & x \geq 0 \end{cases}$$

$2x$	x^2+2x
	0

$f'(0) = 0$

$$\lim_{x \to 0^-} \frac{2x}{x-0} = \frac{2x}{x} = 2$$

$f(0)^- = 2$

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{x^2+2x}{x-0} = \lim_{x=0^+} \frac{x(x+2)}{x}$$

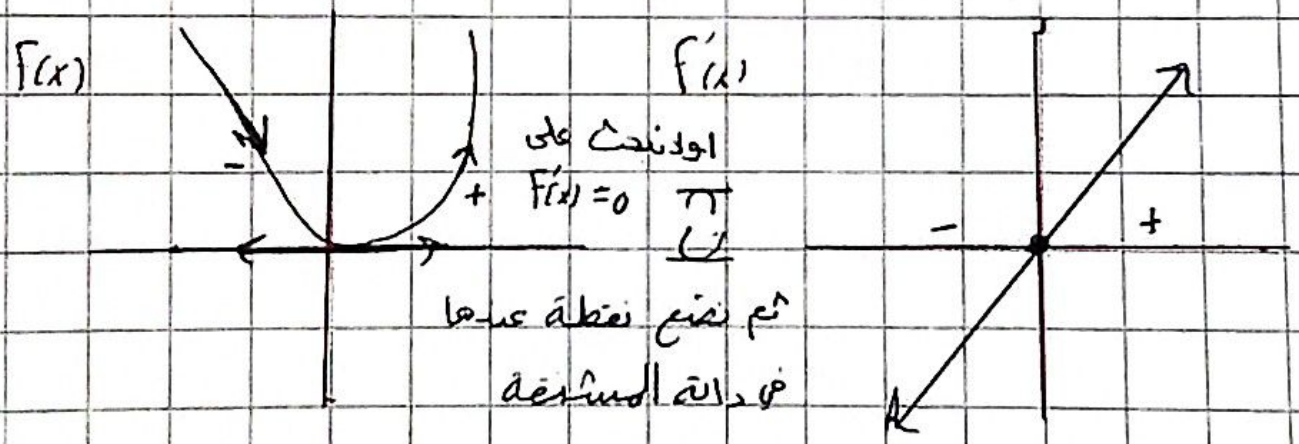
$(x+2) = 2$

$f'(0)^+ = 2$

$f'(0)^- = f'(0)^+ = 2$

اذن الدالة قابلة للاشتقاق

استخدم التمثيل المبياني الموضح لـ f لرسم التمثيل المبياني لمشتقة الدالة

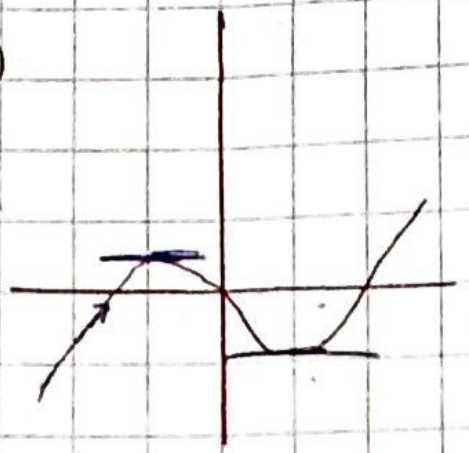


ثم نلاحظ الدالة f(x) اين السالب
واين الموجب

السالب تحت محور x
الموجب فوق محور x
ويجب المرور بنقطة الصفر

NO DATE 2/11/

- f(x)



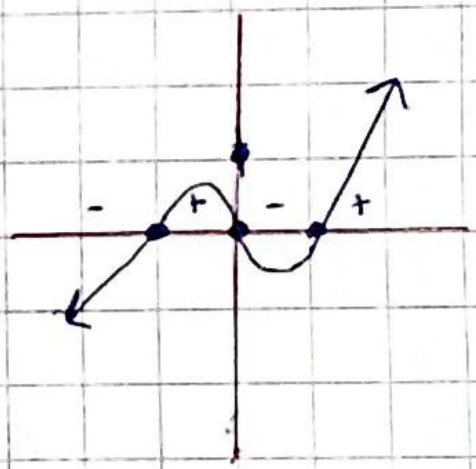
f'(x)



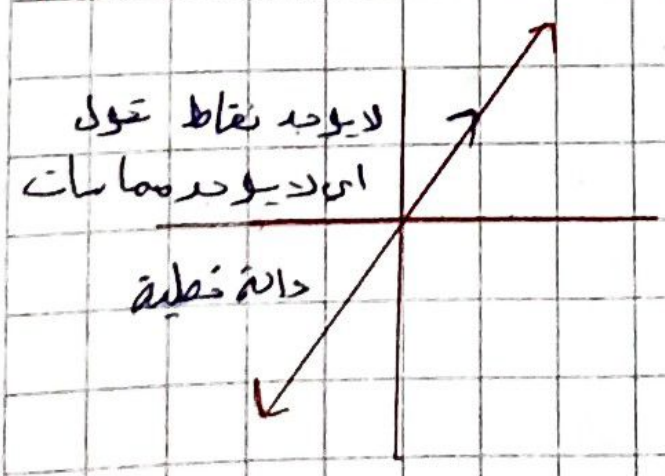
f(x)



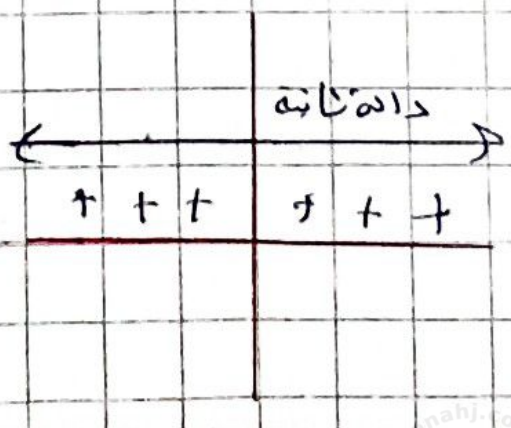
f'(x)



f(x)



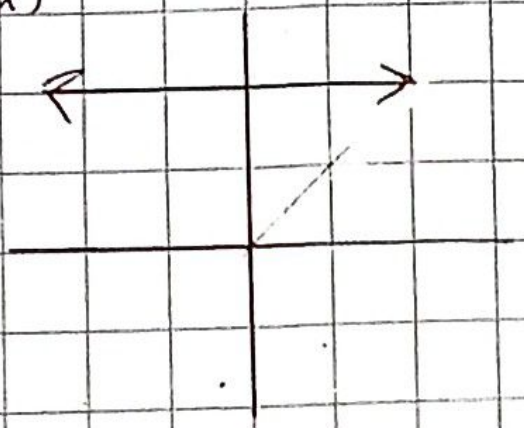
f'(x)



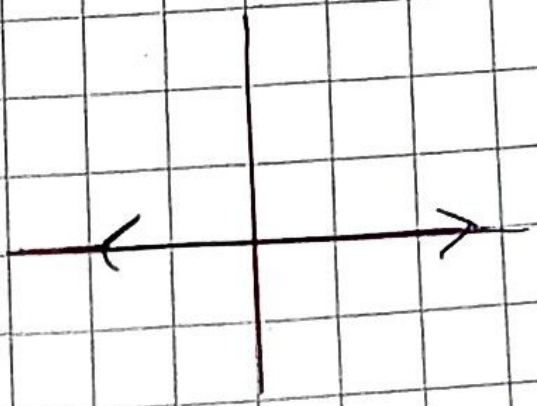
almanahj.com/ae
2026 2025
موقع المناهج الإماراتية

NO: DATE: 5/11

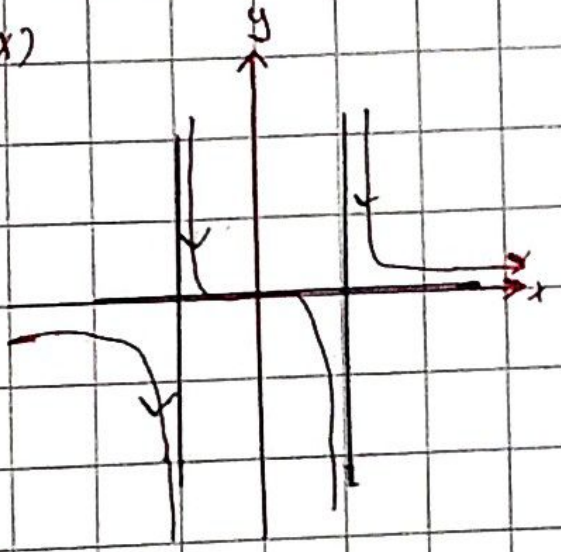
$f(x)$



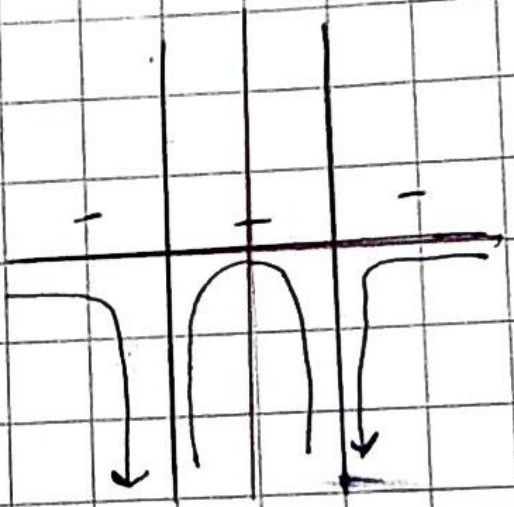
$f'(x)$



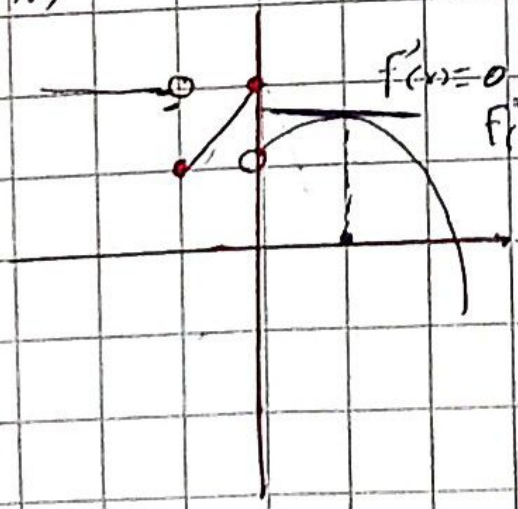
$f(x)$



$f'(x)$

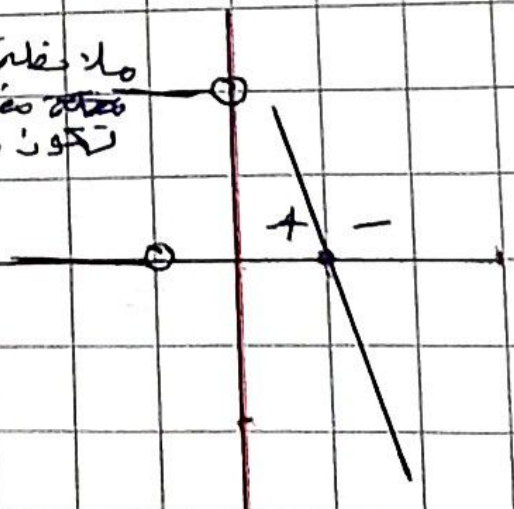


$f(x)$



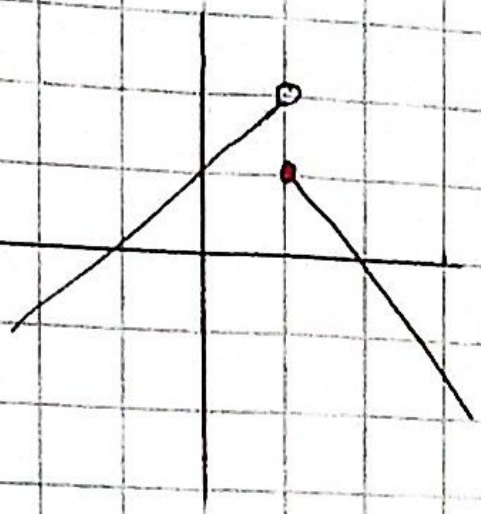
$f'(x)$

ملاحظة: اي دالة متصلة ومتغيرة في $f(x)$ تكون متغيرة في $f'(x)$

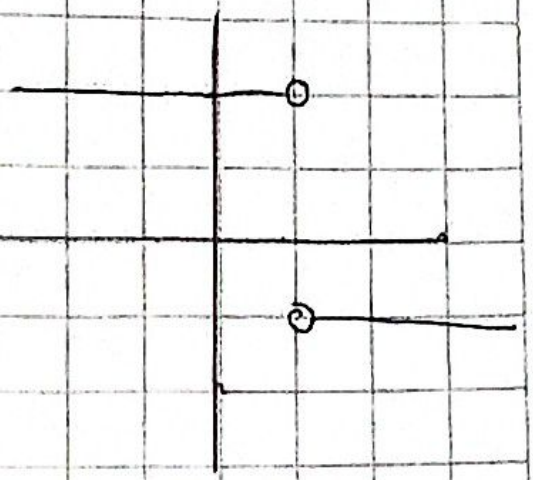


NO: DATE 5/11

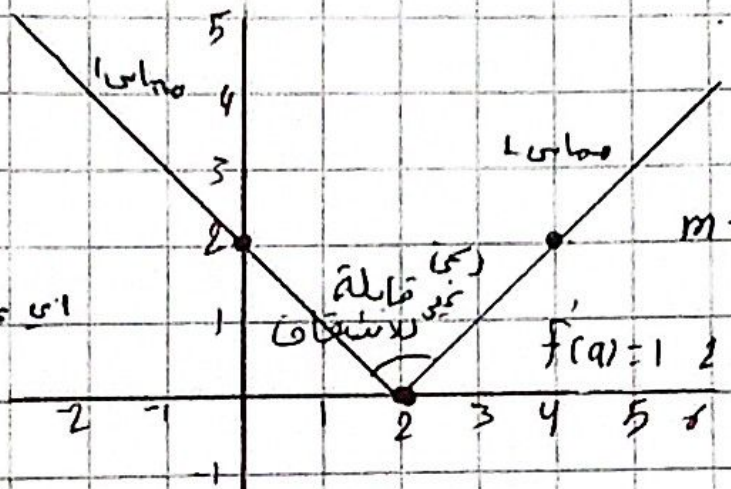
$f(x)$



$f'(x)$



استخدم الرسم البياني لإيجاد المعادلات المماسة لما يأتي



$m = \frac{0-2}{0-2} = -1$

$f'(a) = -1$ أي ميل مماس 1

$m = \frac{2-0}{4-2} = 1$

$f(a) = 1$ أي ميل مماس 2

$\lim_{x \to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} = f'(a) = m$

$\lim_{x \to 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = f'(1) = -1$

$\lim_{x \to 2^-} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = f'(2^-) = -1$

$\lim_{x \to 4} \frac{f(x)-2}{x-4} = 1$ لأن صورة $f(4) = 2$

$\lim_{h \to 0} \frac{f(2+h)-f(2)}{h} = f'(2)$ غير قابلة للاشتقاق لأن النهايتين لا تساوي

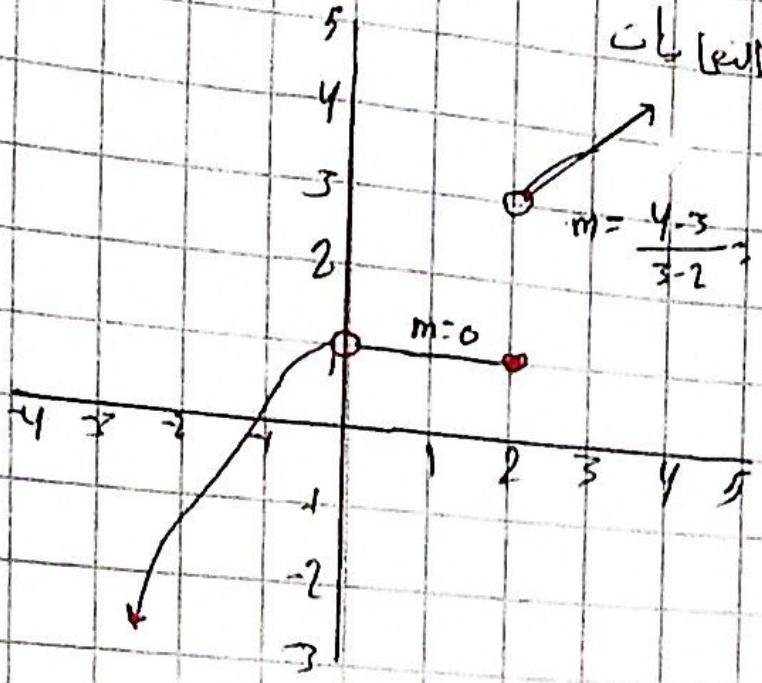
$\lim_{x \to 4} \frac{f(x)-f(4)}{x-4} = f'(4) = 1$

$\lim_{x \to 2^+} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = f'(2^+) = 1$

$\lim_{x \to 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = f(2)$ غير قابلة للاشتقاق

NO. DATE 5/11

استخدم الرسم البياني التالي لايجاد النهايات



$f(2) = 1$

$\lim_{x \to 0} f(x) = 1$

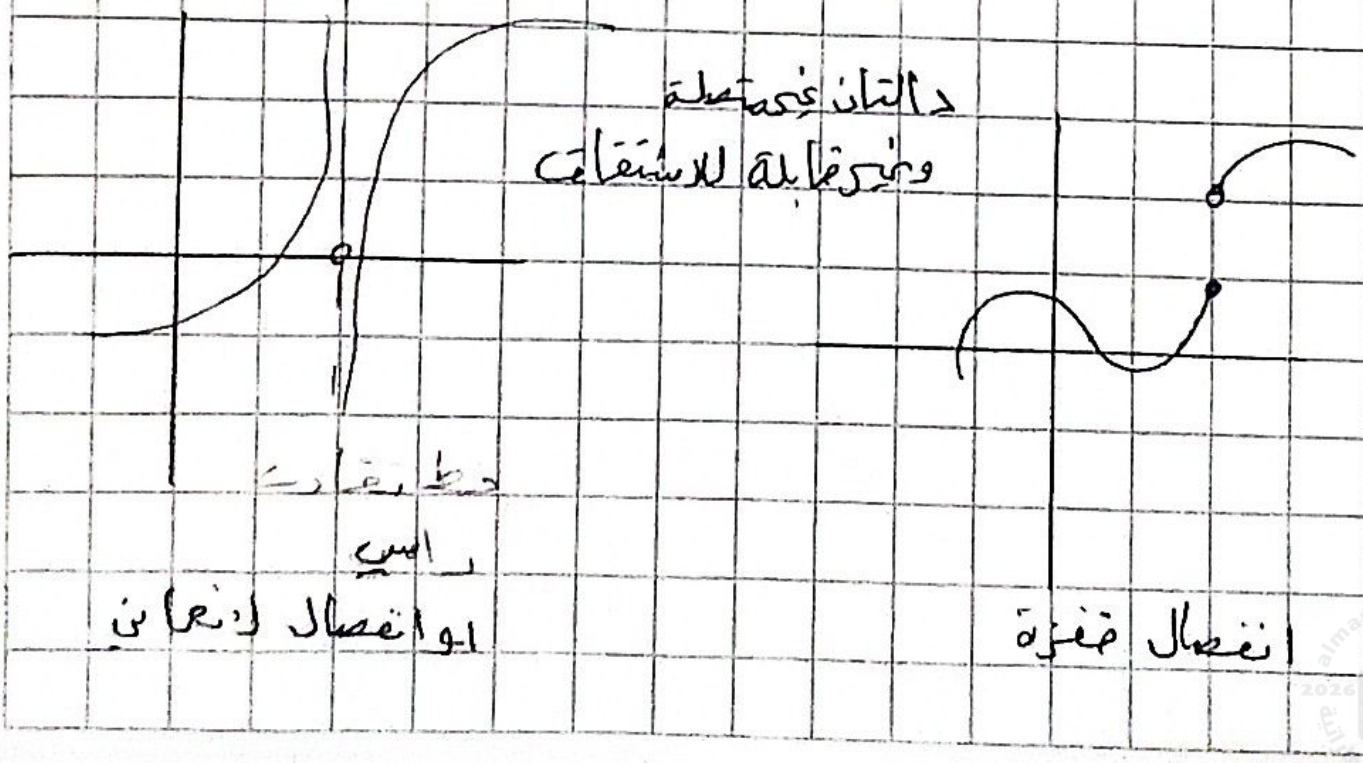
$\lim_{x \to 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = f'(3) = \frac{1}{2}$

$f(4) = \frac{1}{2}$

$\lim_{x \to 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} f'(1) = 0$ غ.م $\lim_{x \to 2} f(x)$ غ.م $f(0)$ معرفة $f'(2)$ 0

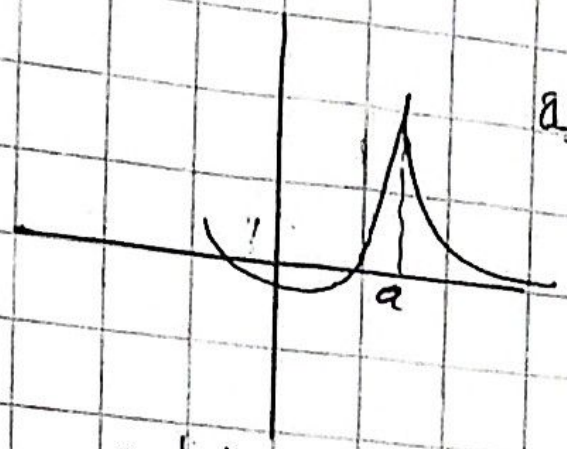
$f'(2^+) = \frac{1}{2}$ غير قابلة $f'(0) =$ لاشتقاق (معرفة)

الاشكال التي تكون غير قابلة لاشتقاق الاول هو $f(0)$ ونضع في اعتبارك ان المشتقة غير موجودة

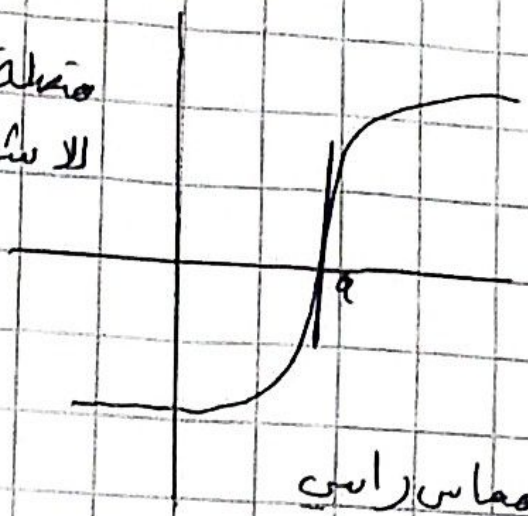


NO: DATE: 5/11

متصلة وغير قابلة
للاشتقاق



رأس مدبب (نابٍ)



مماس رأسي

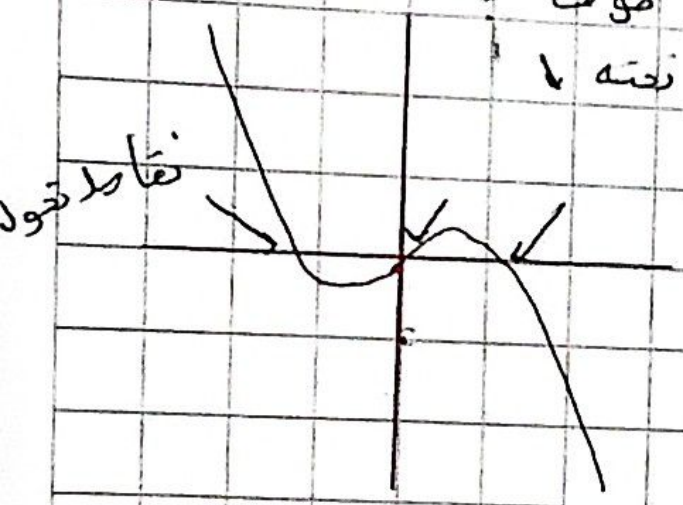
استخدم التمثيل البياني الموضح لـ f لرسم تمثيل بياني معقول للدالة f

$f'(x)$

فوق محور x

تحته

فقط تحول

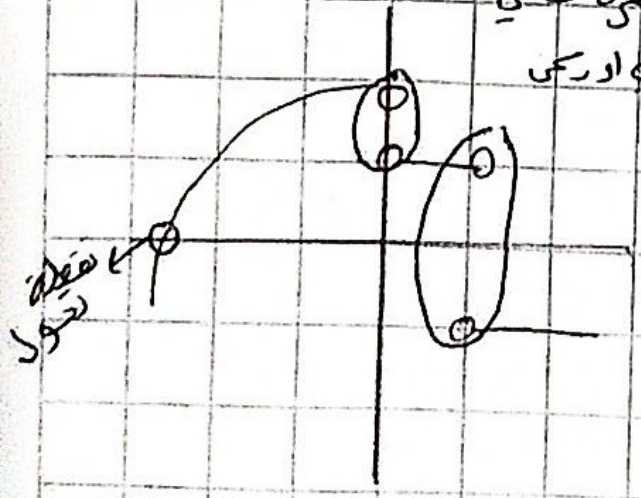


$f'(x)$



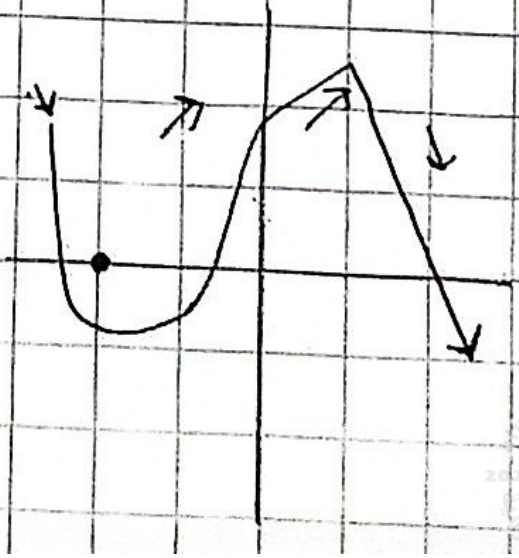
$f'(x)$

القفزة تعني
نابٍ أو ركن

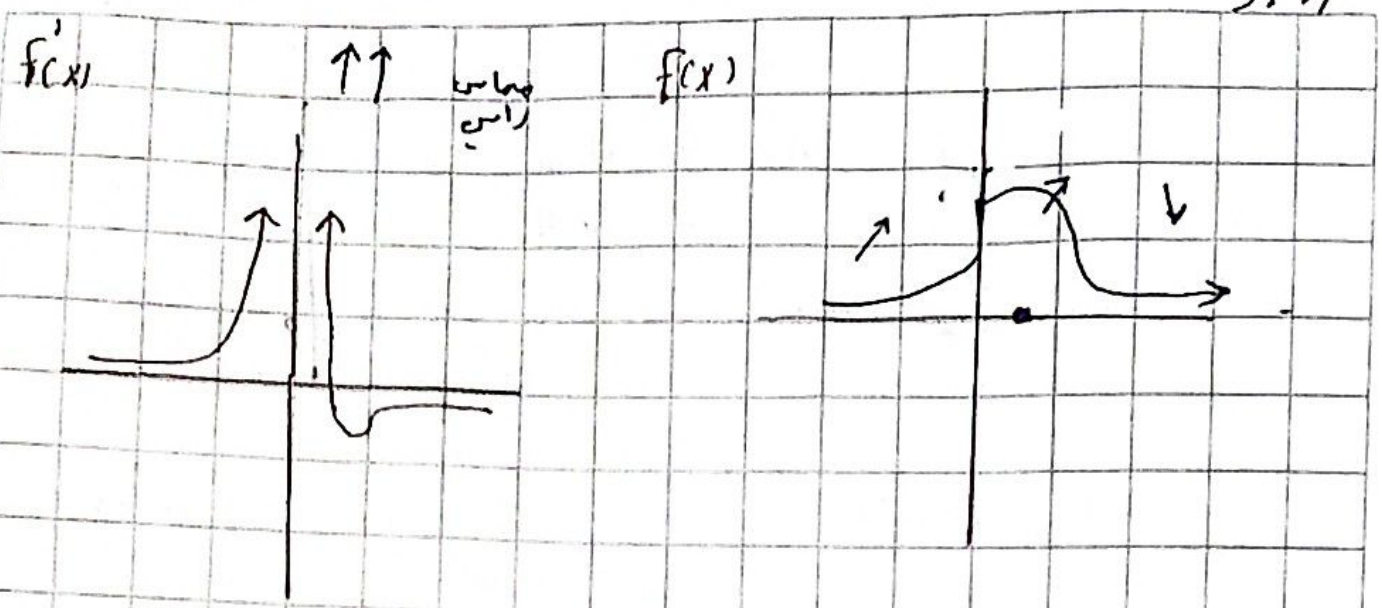


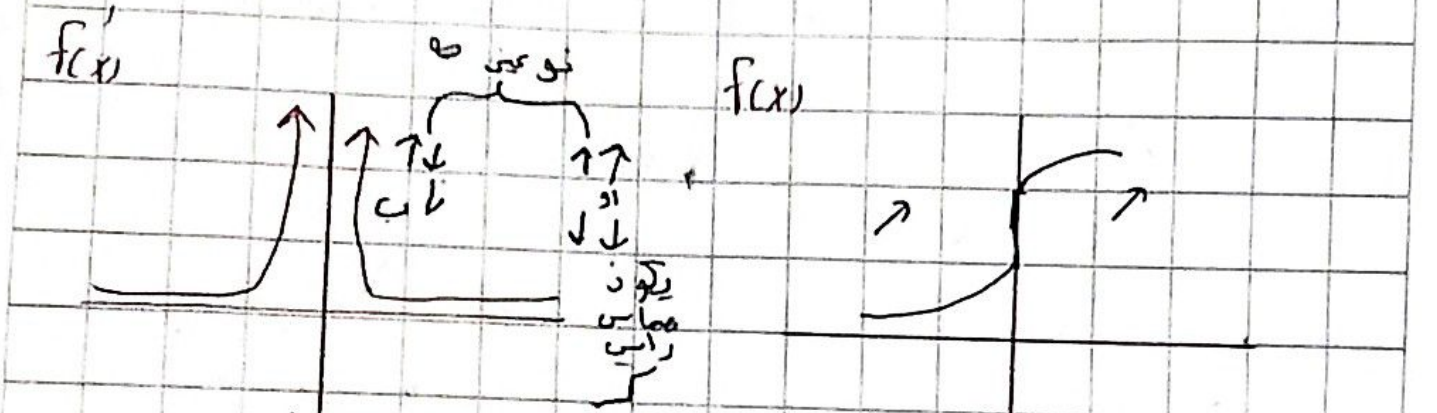
نقطة تحول

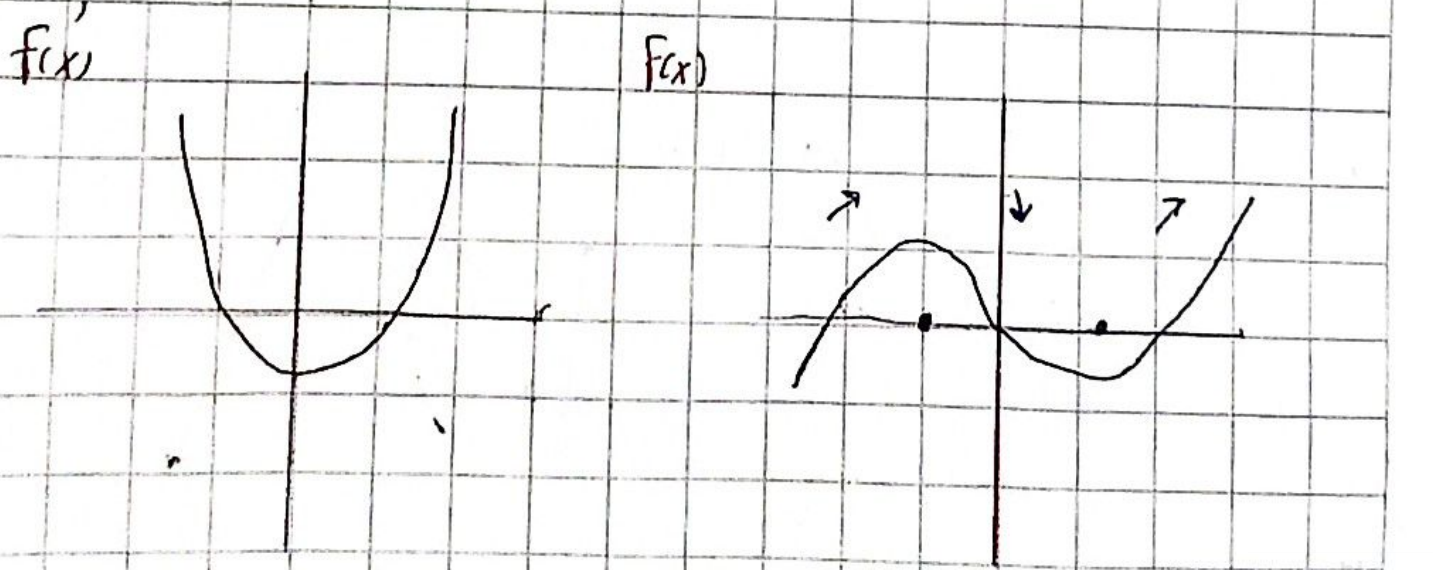
$f(x)$



NO: DATE: 5/11







NO: DATE: 5/11

مثل بيانيا وحدد جميع قيم x التي عندها تكون f غير قابلة للاشتقاق

a: $f(x) = |x| + |x-2|$

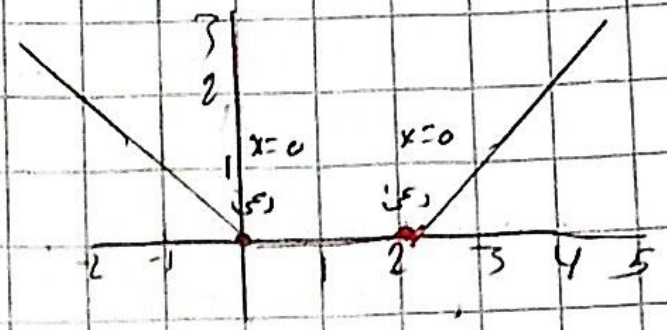
$|x| = 0$ جبري I

$x = 0$ $x-2=0$

$x = 2$

الدالة غير قابلة للاشتقاق عند

$x=0$ $x=2$



b: $f(x) = |x^2 - 4x|$

$x^2 - 4x = 0$

$x(x-4)$

$x=0$ $x=4$

الدالة غير قابلة للاشتقاق

$x=0$ $x=4$ عند

c: $g(x) = e^{-2/x}$

$x=0$

g غير قابلة للاشتقاق

عند $x=0$

$D(gx) = e^{\left(\frac{2}{3x-x}\right)}$

$3x - x = 0$

$x = 0$ $x = -1$

$x = 1$

NO DATE 5/11

1:1 اذا كانت f قابلة للاشتقاق عند $x=a \neq 0$ فاوجد

$$\lim_{x \to a} \frac{[f(x)]^2 - [f(a)]^2}{x^2 - a^2}$$

الحل

$$= \lim_{x \to a} \frac{[fx - f(a)] + [f(x) + f(a)]}{(x-a)(x+a)}$$

$$\lim_{x \to a} \frac{f'(a) \cdot f(a) + f(a)}{a+a} = f'(a) \cdot \frac{f(a)}{a}$$

$$= f'(a) \times \frac{f(a)}{a}$$

اثبت انه اذا كانت f قابلة للاشتقاق عند $x=a$ فإن:

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(a+ch) - f(a)}{h} = cf'(a)$$

$$\lim_{U \to 0} \frac{f(a+U) - f(a)}{\frac{U}{c}} = f'(a)$$

$U = ch$

$h = \frac{U}{c}$

$h \to 0$

$U \to 0$

$$= \lim_{U \to 0} \frac{c[f(a+U)] - f(a)}{U} = cf'(a)$$

سؤال $\lim_{h \to 0} \frac{f(a+5h) - f(a)}{h} = 10$ اوجد $f'(a)$

$$\frac{5}{5} f'(a) = \frac{10}{5}$$

$$f'(a) = 2$$