

حل كراسة تدريبية مراجعة وفق الهيكل الوزاري الجديد منهج بريدج



تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

موقع المناهج ← المناهج الإماراتية ← الصف الثاني عشر المتقدم ← رياضيات ← الفصل الأول ← ملفات متنوعة ← الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 20:59:06 2025-11-18

ملفات اكتب للمعلم اكتب للطالب | اختبارات الكترونية | اختبارات | حلول | عروض بوربوينت | أوراق عمل
منهج انجليزي | ملخصات وتقارير | مذكرات وبنوك | الامتحان النهائي | للمدرس

المزيد من مادة
رياضيات:

إعداد: مدرسة درب السعادة

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر المتقدم



صفحة المناهج
الإماراتية على
فيسبوك

الرياضيات

اللغة الانجليزية

اللغة العربية

التربية الاسلامية

المواد على تلغرام

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الأول

مراجعة شاملة امتحانات وزارية سابقة وفق الهيكل الوزاري الجديد باللغتين

1

كراسة تدريبية مراجعة وفق الهيكل الوزاري الجديد منهج بريدج

2

مراجعة الدرس السابع Functions Logarithmic and Exponential of Derivatives مشتقة الدوال الأسية
والدوال اللوغاريتمية من الوحدة الثالثة (اختبر نفسك 11)

3

نموذج اختبار تجريبي وفق الهيكل الوزاري الجديد منهج بريدج

4

حل ملزمة مراجعة عامة وفق الهيكل الوزاري الجديد منهج بريدج

5

الحقيبة التدريبية 2025-2026 صف 12متقدم ف 1

القسم الموضوعي				
رقم السؤال	أرقام الاسئلة في الحقيبة	رقم الصفحة في الكتاب	نتائج التعلم	نوع المهارة
الأول	6-1	70	تقدير طول القوس على منحني دالة معطاة	استخدام معلومات ومفاهيم
الثاني	16-7	77	ايجاد قيمة نهاية ما بيانيا ان وجدت	تذكر + استخدام معلومات ومفاهيم
الثالث	24-17	87	ايجاد نهاية الدوال كثيرة الحدود والنسبية والمثلثية باستخدام نظريات النهايات	استخدام المعلومات والمفاهيم + تفكير موسع
الثالث	28-25	87	استخدام نظرية الشظيرة لايجاد النهايات	استخدام المعلومات والمفاهيم + تفكير موسع
الرابع	36-29	97	استخدام خصائص الاتصال لدراسة اتصال الدالة او مجموعة الدوال عند نقطة معينة	تذكر + استخدام المعلومات والمفاهيم
الخامس	50-37	108	ايجاد النهايات التي تؤول الى اللانهاية عند اللانهاية	تذكر + استخدام المعلومات والمفاهيم
السادس	62-51	108	ايجاد خطوط التقارب الأفقي والراسي والمائلة باستخدام النهايات	استخدام المعلومات والمفاهيم + تفكير موسع
السابع	63	138	ربط وتفسير ميل الخط القاطع والخط المماس	تذكر
السابع	64	147	ايجاد المشتقة لدالة عند نقطة معينة	تذكر
الثامن + التاسع	73-65	153	فهم العلاقة بين الاتصال والاشتقاق	استخدام المعلومات والمفاهيم + تفكير موسع
العاشر	77-74	163	استخدام قوانين التفاضل والمشتقات العليا في حل المشكلات الحياتية	استخدام المعلومات والمفاهيم + تفكير موسع
الحادي عشر	82-78	163	استخدام قوانين التفاضل والمشتقات العليا في حل المشكلات الحياتية	تفكير موسع
الثاني عشر	88-83	178	ايجاد مشتق معكوس دالة باستخدام قاعدة السلسلة	استخدام المعلومات والمفاهيم
الثالث عشر + الرابع عشر	104-89	179	تطبيق قاعدة السلسلة في الاشتقاق	استخدام المعلومات والمفاهيم + تفكير استراتيجي موسع
الرابع عشر	110-105	186	ايجاد مشتق الدوال المثلثية باستخدام قواعد التفاضل	استخدام المعلومات والمفاهيم
الرابع عشر	115-111	196	ايجاد مشتق الدوال اللوغاريتمية الطبيعية	استخدام المعلومات والمفاهيم + تفكير استراتيجي موسع
الرابع عشر	125-116	195	ايجاد مشتقات الدوال الأسية	استخدام المعلومات والمفاهيم + تفكير استراتيجي موسع
الرابع عشر	131-126	206	استخدام الاشتقاق الضمني لايجاد مشتقات الدوال المثلثية العكسية	استخدام المعلومات والمفاهيم
الخامس عشر	132	216	فهم نظرية رول واستخدامها في التطبيقات	استخدام المعلومات والمفاهيم
السادس عشر		221	تعلم نظرية القيمة المتوسطة واستخدامها في التطبيقات	استخدام المعلومات والمفاهيم

القسم المقالي				
رقم السؤال	أرقام الاسئلة في الحقيقية	رقم الصفحة في الكتاب	ناتج التعلم	نوع المهارة
السابع عشر	3-1	98	البحث عن اتصال دالة عند نقطة ما	تذكر + استخدام المعلومات والمفاهيم
الثامن عشر	7-4	108	ايجاد النهايات التي تؤول الى اللانهاية والنهايات عند اللانهاية	استخدام المعلومات والمفاهيم
الثامن عشر	12-8	171	تطبيقات حياتية على قاعدة ضرب المشتقات	استخدام المعلومات والمفاهيم + تفكير استراتيجي موسع
التاسع عشر + العشرون	20-13	196	حل المشكلات الحياتية باستخدام مشتقات الدوال الأسية واللوغاريتمية	استخدام المعلومات والمفاهيم
الحادي والعشرون	21	201	ايجاد المشتقات للعلاقات الضمنية	تفكير استراتيجي موسع
الثاني والعشرون	عدد الاسئلة الفرعية 8	206	استخدام الاشتقاق الضمني لايجاد مشتقات الدوال المثلثية العكسية	استخدام المعلومات والمفاهيم + تفكير استراتيجي موسع
الثالث والعشرون	عدد الاسئلة الفرعية 6	221	التعرف على نظرية القيمة المتوسطة واستخدامها في التطبيقات	استخدام المعلومات والمفاهيم + تفكير استراتيجي موسع

السؤال الأول : في التمارين الستة القادمة قدر طول المنحني $y = f(x)$ في الفترة المحددة باستخدام $n=4$ قطع مستقيمة ثم خمن الطول الفعلي للمنحني

ملاحظة هامة : عند طلب تخمين أو قيمة تقريبية تعتبر اي اجابة قريبة من الاجابة الحقيقية بمثابة اجابة مقبولة . وفي الاختيار من متعدد نختار اقرب اجابة للاجابة الحقيقية من بين الاجابات

$f(x) = \cos x, 0 \leq x \leq \pi/2$ -1			
1.9	3.4	3.9	0.1

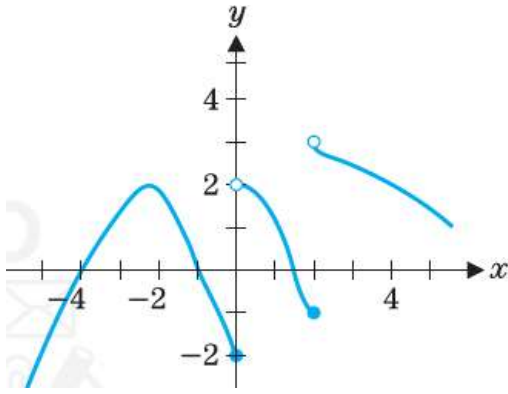
$f(x) = \sin x, 0 \leq x \leq \pi/2$ -2			
0.1	1.9	3.9	كل ماسبق خاطئ

$f(x) = \sqrt{x+1}, 0 \leq x \leq 3$ -3			
0.1	1.9	3.2	كل ماسبق خاطئ

$f(x) = 1/x, 1 \leq x \leq 2$ -4			
4	2.9	0.01	1.1

$f(x) = x^2 + 1, -2 \leq x \leq 2$ -5			
9.1	0.1	1.9	كل ماسبق خاطئ

$f(x) = x^3 + 2, -1 \leq x \leq 1$ -6			
7	3	0.1	كل ماسبق خاطئ



السؤال الثاني : في التمارين القادمة انظر للتمثيل البياني جيدا
ثم أوجد كل نهاية من النهايات :

(a) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ -7			
-2	+2	0	+1

(b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ -8			
-2	+2	0	+1

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ -9			
-2	+2	لا توجد نهاية	كل ما سبق خاطئ

(d) $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$ -10			
+2	-2	0	كل ما سبق خاطئ

(e) $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$ -11			
+2	-2	0	كل ما سبق خاطئ



(f) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ -12

+2

-2

لا توجد نهاية

كل ما سبق خاطئ

(g) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ -13

-1

0

لا توجد نهاية

كل ما سبق خاطئ

(d) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ -14

+3

-1

0

كل ما سبق خاطئ

(e) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ -15

+3

-1

0

كل ما سبق خاطئ

(f) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ -16

+3

-1

لا توجد نهاية

كل ما سبق خاطئ

السؤال الثالث : أوجد النهاية المشار إليها ان وجدت :

$\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$, حيث $f(x) = \begin{cases} 2x, & x < 2 \\ x^2, & x \geq 2 \end{cases}$ -17

0

4

لا توجد نهاية

كل ما سبق خاطئ



$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x), \text{ حيث } f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x < -1 \\ 3x + 1, & x \geq -1 \end{cases} \quad -18$$

2

-2

لا توجد نهاية

كل ما سبق خاطئ

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x), \text{ حيث } f(x) = \begin{cases} 2x + 1, & x < -1 \\ 3, & -1 \leq x \leq 1 \\ 2x + 1, & x > 1 \end{cases} \quad -19$$

-1

3

لا توجد نهاية

كل ما سبق خاطئ

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x), \text{ حيث } f(x) = \begin{cases} 2x + 1, & x < -1 \\ 3, & -1 \leq x \leq 1 \\ 2x + 1, & x > 1 \end{cases} \quad -20$$

-1

3

لا توجد نهاية

كل ما سبق خاطئ

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2+h)^2 - 4}{h} \quad -21$$

0

4

لا توجد نهاية

كل ما سبق خاطئ

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(1+h)^3 - 1}{h} \quad -22$$

3

1

لا توجد نهاية

كل ما سبق خاطئ

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x^2 - 4)}{x^2 - 4} \quad -23$$

0

1

لا توجد نهاية

كل ما سبق خاطئ

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{5x} \quad -24$$

$\frac{1}{5}$

1

لا توجد نهاية

كل ما سبق خاطئ

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin(1/x) \quad -25$$

0

1

لا توجد نهاية

كل ما سبق خاطئ

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sec(1/x) \quad -26$$

0

1

لا توجد نهاية

كل ما سبق خاطئ

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} [\sqrt{x} \cos^2(1/x)] \quad -27$$

0

1

لا توجد نهاية

كل ما سبق خاطئ

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 f(x)$$

-28 بفرض f دالة محدودة عندئذ

0

1

لا توجد نهاية

كل ما سبق خاطئ

السؤال الرابع : في كل من التمارين القادمة حدد الفترات التي تكون عندها f متصلة

$f(x) = \sqrt{x+3}$ -29			
$(-\infty, +\infty)$	$(3, +\infty)$	$[3, +\infty)$	كل ما سبق خاطئ

$f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$ -30			
$(-\infty, 2] \cup [2, +\infty)$	$(-\infty, 2) \cup (2, +\infty)$	$[-2, +2]$	كل ما سبق خاطئ

$f(x) = \sqrt[3]{x+2}$ -31			
$(-\infty, +\infty)$	$[2, +\infty)$	$[-2, +\infty)$	كل ما سبق خاطئ

$f(x) = (x-1)^{3/2}$ -32			
$(-\infty, +\infty)$	$[-1, +\infty)$	$[1, +\infty)$	كل ما سبق خاطئ

$f(x) = \frac{\sqrt{x+1} + e^x}{x^2 - 2}$ -33			
$(-\infty, +\infty)$	$(1, \sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, +\infty)$	$[1, \sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, +\infty)$	كل ما سبق خاطئ

$f(x) = \ln(\sin x)$ -34			
$\sin x \geq 0$	$(0, \pi) + 2\pi k$	$(0, \pi)$	كل ما سبق خاطئ

-35 $f(x) = \sin^{-1}(x + 2)$

$(-\infty, +\infty)$

$(-3, -1)$

$[-3, -1]$

كل ما سبق خاطئ

-36 $f(x) = \frac{\ln(x^2 - 1)}{\sqrt{x^2 - 2x}}$

$(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$

$(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$

$(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$

كل ما سبق خاطئ

السؤال الخامس : أوجد النهاية المشار إليها :

-37 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x - 2}{3x^2 + 4x - 1}$

$-\infty$

0

$\frac{1}{3}$

كل ما سبق خاطئ

-38 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - x + 1}{4x^2 - 3x - 1}$

$+\infty$

$\frac{1}{2}$

0

كل ما سبق خاطئ

-39 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{\sqrt{4 + x^2}}$

1

0

$+\infty$

كل ما سبق خاطئ

-40 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 1}{4x^3 - 5x - 1}$

0

1

$+\infty$

كل ما سبق خاطئ

$\lim_{x \rightarrow \infty} \ln \left(\frac{x^2 + 1}{x - 3} \right)$			-41
0	1	$+\infty$	كل ما سبق خاطئ

$\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x \sin x)$			-42
0	$-\infty$	$+\infty$	كل ما سبق خاطئ

$\lim_{x \rightarrow 0^+} e^{-2/x^3}$			-43
0	1	$+\infty$	كل ما سبق خاطئ

$\lim_{x \rightarrow \infty} e^{-(x+1)/(x^2+2)}$			-44
0	1	$+\infty$	كل ما سبق خاطئ

$\lim_{x \rightarrow \infty} \cot^{-1} x$			-45
0	1	$+\infty$	كل ما سبق خاطئ

$\lim_{x \rightarrow \infty} \sec^{-1} \frac{x^2 + 1}{x + 1}$			-46
0	$\frac{\pi}{2}$	$+\infty$	كل ما سبق خاطئ

$\lim_{x \rightarrow 0} \sin(e^{-1/x^2})$			-47
0	$-\infty$	$+\infty$	كل ما سبق خاطئ

$\lim_{x \rightarrow \infty} \sin(\tan^{-1} x)$ -48			
0	1	$+\infty$	كل ما سبق خاطئ

$\lim_{x \rightarrow \pi/2} e^{-\tan x}$ -49			
0	$+\infty$	غير موجودة	كل ما سبق خاطئ

$\lim_{x \rightarrow 0^+} \tan^{-1}(\ln x)$ -50			
0	$+\infty$	$-\frac{\pi}{2}$	كل ما سبق خاطئ

السؤال السادس : في التمارين القادمة عين خطوط التقارب الرأسية ثم اختر الإجابة الصحيحة

$f(x) = \frac{x}{4-x^2}$ -51			
مقارب أفقي $y = 0$	مقارب رأسي $x = 0$	لا يحوي خطوط تقارب	كل ما سبق خاطئ

$f(x) = \frac{x^2}{4-x^2}$ -52			
مقارب أفقي $y = -1$	مقارب رأسي $x = 4$	لا يحوي خطوط تقارب	كل ما سبق خاطئ

$f(x) = \frac{x}{\sqrt{4+x^2}}$ -53			
مقارب أفقي $y = 0$	لا يوجد مقارب رأسي	لا يحوي خطوط تقارب	كل ما سبق خاطئ

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} \quad \text{54}$$

مقارب افقي $y = -1$

مقارب رأسي $x = 4$

لا يحوي خطوط تقارب

كل ماسبق خاطئ

$$f(x) = \frac{3x^2 + 1}{x^2 - 2x - 3} \quad \text{55}$$

مقارب افقي $y = +3$

مقارب رأسي $x = 4$

لا يحوي خطوط تقارب

كل ماسبق خاطئ

$$f(x) = \frac{1-x}{x^2+x-2} \quad \text{56}$$

مقارب افقي $y = -1$

مقارب رأسي $x = -2$

لا يحوي خطوط تقارب

كل ماسبق خاطئ

$$f(x) = 4 \tan^{-1} x - 1 \quad \text{57}$$

مقارب افقي $y = 1$

مقارب رأسي $x = 1$

لا يوجد مقارب رأسي

كل ماسبق خاطئ

$$f(x) = \ln(1 - \cos x) \quad \text{58}$$

مقارب افقي $y = +3$

مقارب رأسي $x = 0$

لا يحوي خطوط تقارب

كل ماسبق خاطئ

$$y = \frac{x^3}{4-x^2} \quad \text{59}$$

مقارب مائل $y = -x$

مقارب مائل $y = x$

لا يحوي خطوط تقارب

كل ماسبق خاطئ

$$y = \frac{x^2 + 1}{x - 2} \quad \text{-60}$$

كل ماسبق خاطئ	لا يحوي خطوط تقارب	$y = x - 2$ مقارب مائل	$y = x + 2$ مقارب مائل
---------------	--------------------	------------------------	------------------------

$$y = \frac{x^4}{x^3 + 2} \quad \text{-61}$$

كل ماسبق خاطئ	لا يحوي خطوط تقارب	$y = x$ مقارب مائل	$y = x + 2$ مقارب مائل
---------------	--------------------	--------------------	------------------------

$$y = \frac{x^3}{x^2 + x - 4} \quad \text{-62}$$

كل ماسبق خاطئ	لا يحوي خطوط تقارب	$y = x - 1$ مقارب مائل	$y = x + 2$ مقارب مائل
---------------	--------------------	------------------------	------------------------

السؤال السابع : اختر الاجابة الصحيحة لكل سؤال :

$$\text{-63 ميل المماس لـ } y = \frac{x-1}{x+1} \text{ عند } x = 0 \text{ يساوي تقريبا}$$

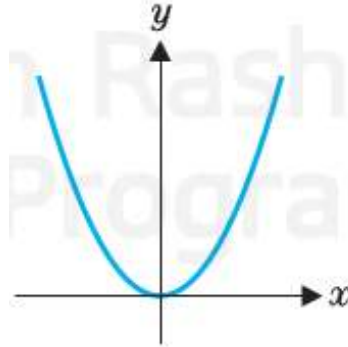
كل ماسبق خاطئ	2	1	0
---------------	---	---	---

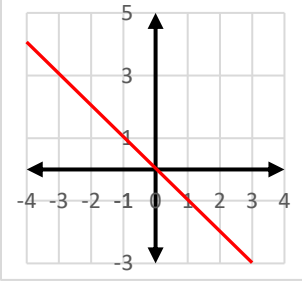
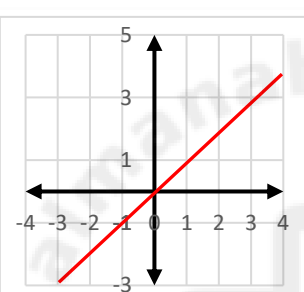
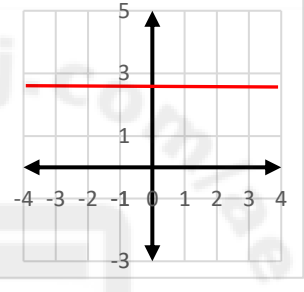
$$\text{-64 إذا كانت } f(x) = \frac{1}{x} \text{ (} x \neq 0 \text{) فأوجد } f'(x)$$

كل ماسبق خاطئ	$f'(x) = 1$	$f'(x) = \frac{1}{x^2}$	$f'(x) = -\frac{1}{x^2}$
---------------	-------------	-------------------------	--------------------------

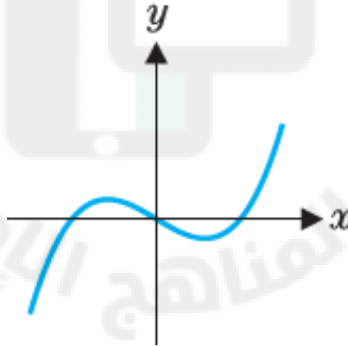
السؤال الثامن : ليكن لدينا التمثيل البياني للدالة f اختر التمثيل البياني الذي يمكن أن يعبر عن دالتها المشتقة :

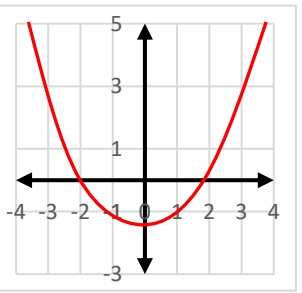
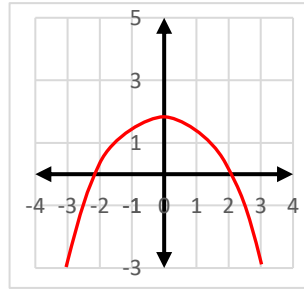
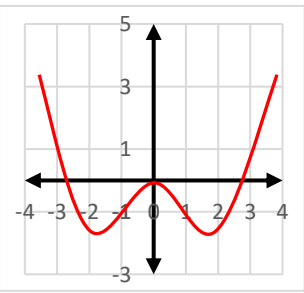
-65

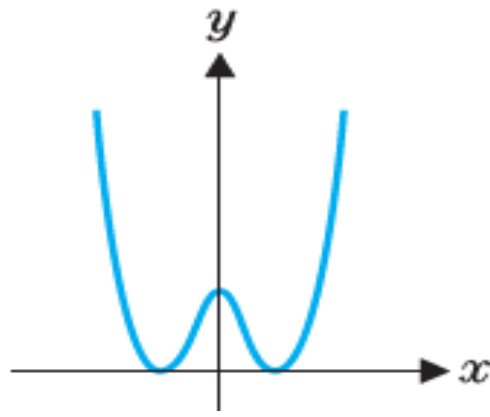


a	b	c	D
			كل ما سبق خاطئ

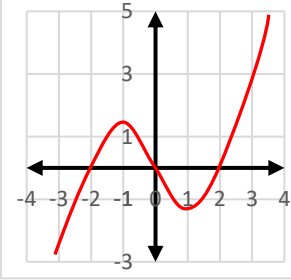
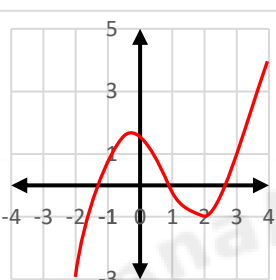
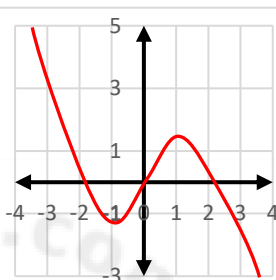
-66

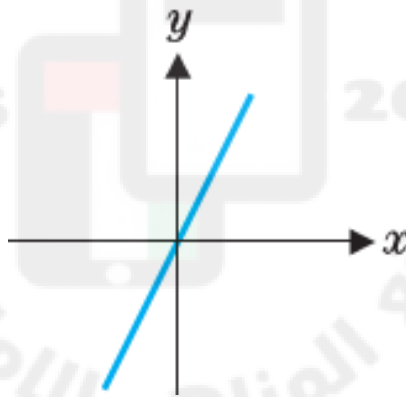


a	b	c	D
			كل ما سبق خاطئ

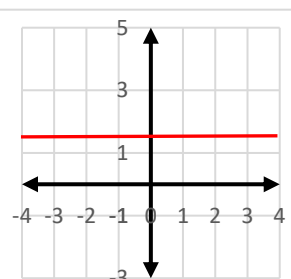
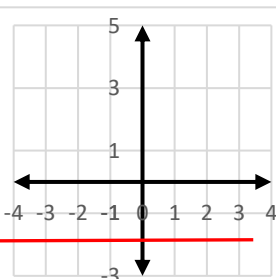
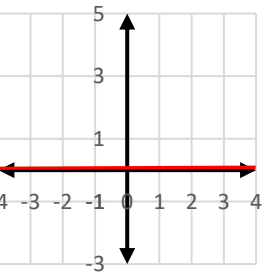


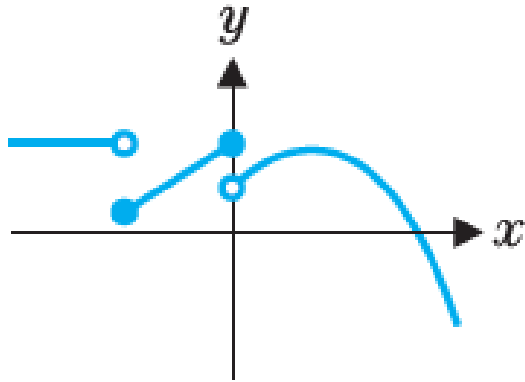
-67

a	b	c	D
			كل ماسبق خاطئ

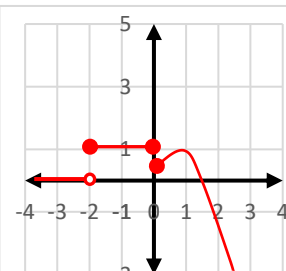
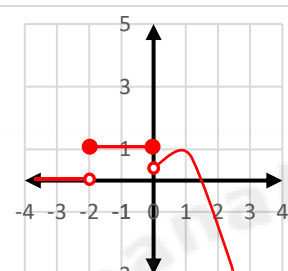
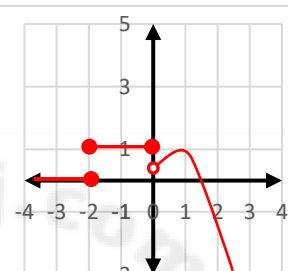


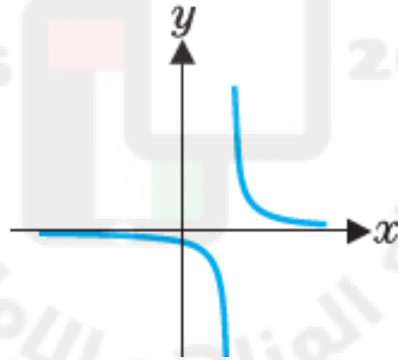
-68

a	b	c	D
			كل ماسبق خاطئ

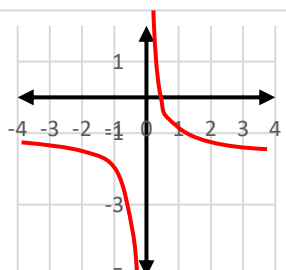
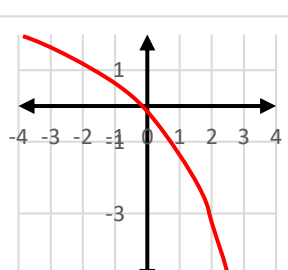
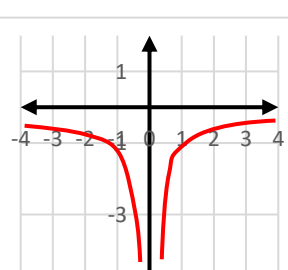


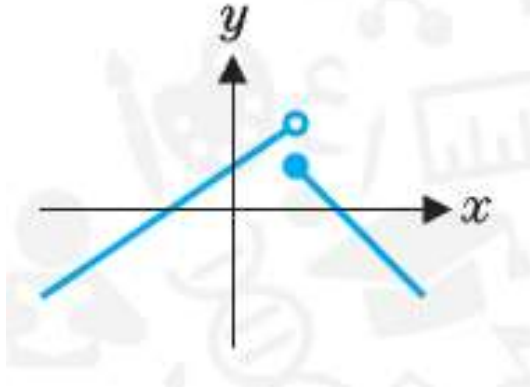
-69

a	b	c	D
			كل ماسبق خاطئ

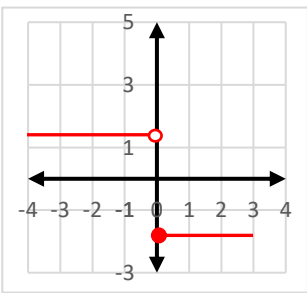
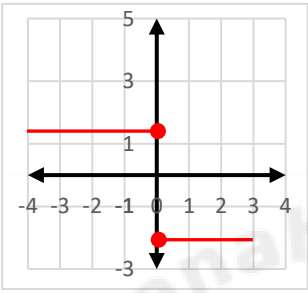
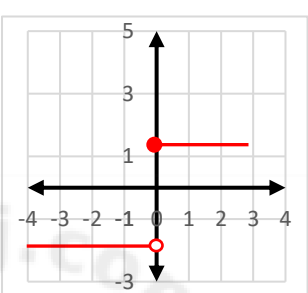


-70

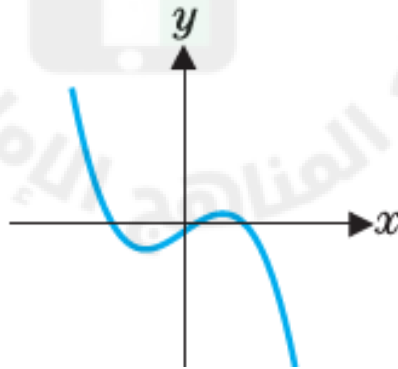
a	b	c	D
			كل ماسبق خاطئ



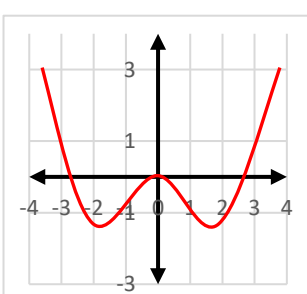
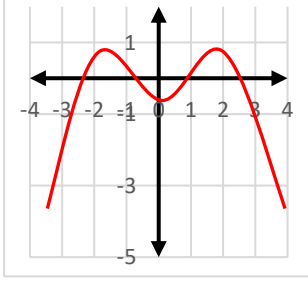
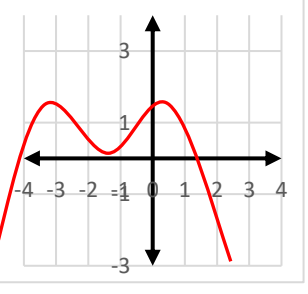
-71

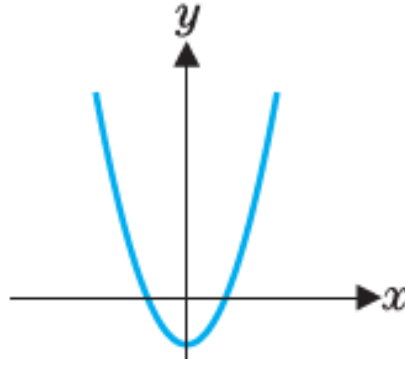
a	b	c	D
			كل ماسبق خاطئ

السؤال التاسع : ليكن لدينا التمثيل البياني للدالة f' اختر التمثيل البياني الذي يمكن أن يعبر عن الدالة f :

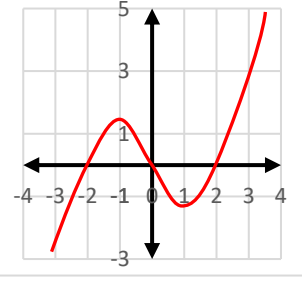
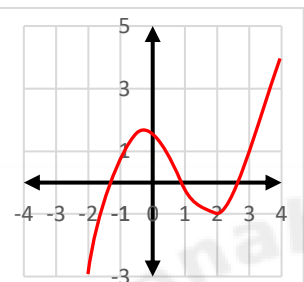
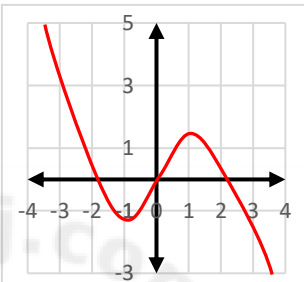


-72

a	b	c	D
			كل ماسبق خاطئ



-73

a	b	c	D
			كل ماسبق خاطئ

السؤال العاشر : في الاسئلة القادمة عين دالة السرعة ودالة التسارع لدالة الموقع المعطاة

-74 $s(t) = -16t^2 + 40t + 10$

$v(t) = 32t + 40$

$a(t) = -32$

$a(t) = 32$

كل ماسبق خاطئ

-75 $s(t) = -4.9t^2 + 12t - 3$

$v(t) = -9.8t + 12$

$a(t) = 0$

$a(t) = -4.9$

كل ماسبق خاطئ

-76 $s(t) = \sqrt{t} + 2t^2$

$v(t) = \sqrt{t} + 4t$

$a(t) = \sqrt{t}$

$a(t) = 2\sqrt{t}$

كل ماسبق خاطئ

$$s(t) = 10 - \frac{10}{t} \quad -77$$

$$v(t) = \frac{10}{t^2}$$

$$a(t) = -\frac{10}{t^2}$$

$$v(t) = -\frac{10}{t^2}$$

كل ماسبق خاطئ

السؤال الحادي عشر : اختر الاجابة الصحيحة لكل سؤال :

-78 قيم x التي يشكل عندها المماس على منحنى $y = x^3 - 3x + 1$ زاوية قياسها 45° مع المحور x هي :

$$x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$x = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$x = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

كل ماسبق خاطئ

-79 قيم x التي يشكل عندها المماس على منحنى $y = x^3 - 3x + 1$ زاوية قياسها 30° مع المحور x هي :

$$x = 0$$

$$x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$x = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

كل ماسبق خاطئ

-80 قيم x التي يكون عندها المماسان على $y = x^3 + 2x + 1$ و $y = x^4 + x^3 + 3$ متوازيان هي :

$$x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$$

$$x = \frac{1}{\sqrt[2]{3}}$$

كل ماسبق خاطئ

-81 كثيرة الحدود من الدرجة الثانية التي تحقق $f(0) = -2$, $f'(0) = 2$, $f''(0) = 3$ هي :

$$f(x) = \frac{3}{2}x^2 + 2x - 2$$

$$f(x) = x^2 + 2x - 2$$

$$f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 2x - 2$$

كل ماسبق خاطئ

-82 كثيرة الحدود من الدرجة الثانية التي تحقق $f(0) = 0$, $f'(0) = -1$, $f''(0) = 1$ هي :

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 5x$$

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x$$

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 5x - 1$$

كل ماسبق خاطئ

السؤال الثاني عشر : لتكن الدالة g معكوس الدالة f عند a لكل دالة مما يلي هو :

-83 $f(x) = x^3 + 4x - 1, a = -1$

$g'(-1) = \frac{1}{2}$

$g'(-1) = -\frac{1}{2}$

$g'(-1) = \frac{1}{4}$

كل ماسبق خاطئ

-84 $f(x) = x^5 + 4x - 2, a = -2$

$g'(-2) = \frac{1}{2}$

$g'(-2) = -\frac{1}{2}$

$g'(-2) = \frac{1}{4}$

كل ماسبق خاطئ

-85 $f(x) = x^5 + 3x^3 + x, a = 5$

$g'(5) = \frac{1}{2}$

$g'(5) = \frac{1}{15}$

$g'(5) = \frac{1}{12}$

كل ماسبق خاطئ

-86 $f(x) = x^3 + 2x + 1, a = -2$

$g'(-2) = \frac{1}{2}$

$g'(-2) = -\frac{1}{2}$

$g'(-2) = \frac{1}{4}$

كل ماسبق خاطئ

-87 $f(x) = \sqrt{x^3 + 2x + 4}, a = 2$

$g'(2) = 1$

$g'(2) = 2$

$g'(2) = 3$

كل ماسبق خاطئ

-88 $f(x) = \sqrt{x^5 + 4x^3 + 3x + 1}, a = 3$

$g'(3) = \frac{1}{10}$

$g'(3) = \frac{3}{10}$

$g'(3) = -\frac{3}{10}$

كل ماسبق خاطئ

السؤال الثالث عشر : استخدم المعلومات المعطاة لحساب الدالة المشتقة للدالة : $h(x) = f(g(x))$

89- $h'(1)$ حيث : $f(2)=3, f(1)=4, g(1)=2, f(1)=3, g'(1)=-2, g'(3)=5$

$$h'(1) = -6$$

$$h'(1) = 6$$

$$h'(1) = 0$$

كل ماسبق خاطئ

90- $h'(2)$ حيث : $f'(3)=-3, f'(2)=-1, g(2)=3, f(2)=1, g'(1)=2, g'(2)=4$

$$h'(2) = 1$$

$$h'(2) = 12$$

$$h'(2) = -12$$

كل ماسبق خاطئ

91- مشتق دالة فردية هي :

دالة زوجية وفردية بنفس الوقت

دالة فردية

دالة زوجية

كل ماسبق خاطئ

92- مشتق دالة فردية هي :

دالة زوجية وفردية بنفس الوقت

دالة فردية

دالة زوجية

كل ماسبق خاطئ

السؤال الرابع عشر : عين مشتق كل من الدوال :

93- $f(x^2)$

$$2xf'(x)$$

$$2xf'(x^2)$$

$$2f'(x)$$

كل ماسبق خاطئ

94- $[f(x)]^2$

$$2f(x)f'(x)$$

$$2f'(x)$$

$$f(x)f'(x)$$

كل ماسبق خاطئ



-95 $f(f(x))$

$$f'(f'(x))$$

$$f'(f(x))$$

$$f'(f(x))f'(x)$$

كل ماسبق خاطئ

-96 $f(\sqrt{x})$

$$f'(\sqrt{x}) \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(\sqrt{x}) \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$f'(x) \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

كل ماسبق خاطئ

-97 $\sqrt{f(x)}$

$$f'(\sqrt{x}) \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(x) \frac{1}{2\sqrt{f(x)}}$$

$$\frac{1}{2\sqrt{f(x)}}$$

كل ماسبق خاطئ

-98 $f(xf(x))$

$$f'(xf(x))$$

$$f'(xf(x))(f(x))$$

$$f'(xf(x))(f(x) + xf'(x))$$

كل ماسبق خاطئ

-99 $f(1/x)$

$$\left(\frac{1}{x}\right) f'\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$\left(-\frac{1}{x^2}\right) f'\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$\left(\frac{1}{x^2}\right) f'\left(\frac{1}{x}\right)$$

كل ماسبق خاطئ

-100 $1/f(x)$

$$\left(-\frac{1}{f^2(x)}\right) f'\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$\left(\frac{1}{f^2(x)}\right) f'\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$\left(-\frac{1}{f^2(x)}\right)$$

كل ماسبق خاطئ

$$f\left(\frac{x}{f(x)}\right) \quad \text{-101}$$

$f'\left(\frac{x}{f(x)}\right) \cdot \left(\frac{f(x) - xf'(x)}{f^2(x)}\right)$	$\frac{f(x) - xf'(x)}{f^2(x)}$	$f'\left(\frac{x}{f(x)}\right) \left(\frac{1}{f'(x)}\right)$	كل ماسبق خاطئ
---	--------------------------------	--	---------------

$$1 + f(x^2) \quad \text{-102}$$

$f'(2x)$	$f'(x^2)$	$2xf'(x^2)$	كل ماسبق خاطئ
----------	-----------	-------------	---------------

$$[1 + f(x)]^2 \quad \text{-103}$$

$2f'(x)$	$2f(x)f'(x)$	$2(1 + f(x))f'(x)$	كل ماسبق خاطئ
----------	--------------	--------------------	---------------

$$f(1 + f(x)) \quad \text{-104}$$

$f'(1 + f'(x))$	$f'(1 + f(x))f'(x)$	$f'(1 + f'(x))f'(x)$	كل ماسبق خاطئ
-----------------	---------------------	----------------------	---------------

$$f(t) = \sin 3t \sec 3t \quad \text{-105}$$

$3\sec^2(3t)$	$3t\sec^2(3t)$	$3\sec(3t)$	كل ماسبق خاطئ
---------------	----------------	-------------	---------------

$$f(t) = \sqrt{\cos 5t \sec 5t} \quad \text{-106}$$

$$\frac{1}{2\sqrt{\cos 5t \sec 5t}}$$

$$0$$

$$\frac{-1}{2\sqrt{\cos 5t \sec 5t}}$$

كل ماسبق خاطئ

$$f(w) = \frac{1}{\sin 4w} \quad \text{-107}$$

$$-\frac{4\cos(4w)}{\sin^2(4w)}$$

$$\frac{4\cos(4w)}{\sin^2(4w)}$$

$$-\frac{\cos(4w)}{\sin^2(4w)}$$

كل ماسبق خاطئ

$$f(x) = 2 \sin 2x \cos 2x \quad \text{-108}$$

$$\cos^2 2x - \sin^2 2x$$

$$4\cos^2 2x - 4\sin^2 2x$$

$$4\cos^2 2x + 4\sin^2 2x$$

كل ماسبق خاطئ

$$f(x) = 4 \sin^2 3x + 4 \cos^2 3x \quad \text{-109}$$

$$0$$

$$1$$

$$4$$

كل ماسبق خاطئ

$$f(x) = \tan \sqrt{x^2 + 1} \quad \text{-110}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} \sec^2 \sqrt{x^2 + 1}$$

$$\frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \sec \sqrt{x^2 + 1}$$

$$\frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \sec^2 \sqrt{x^2 + 1}$$

كل ماسبق خاطئ

ملاحظة هامة جداً (غير موجودة في الكتاب)

عند اشتقاق دالة قوة الاساس فيها متغير x والاس عدد حقيقي نستخدم قاعدة $(u^n)' = n(u^{n-1})u'$

و عند اشتقاق دالة قوة الاساس فيها عدد حقيقي والاس متغير x نستخدم قاعدة $(a^u)' = (a^u)u' \ln a$

و عند اشتقاق دالة قوة الاساس فيها متغير x والاس متغير x نستخدم قاعدة

ثم نكمل الاشتقاق بحسب الدالة الأسية النيبيرية $u^w = e^{\ln u^w} = e^{w \ln u}$

-111 $f(x) = x^{\sin x}$

$x^{\sin x} \left(\frac{x \cos x \cdot \ln x + \sin x}{x} \right)$

$\left(\frac{x \cos x \cdot \ln x + \sin x}{x} \right)$

$x^{\sin x} \left(\frac{x \cos x \cdot \ln x - \sin x}{x} \right)$

كل ماسبق خاطئ

-112 $f(x) = x^{4-x^2}$

$x^{4-x^2} \left(-2x \ln x + (4 - x^2) \frac{1}{x} \right)$

$x^{4-x^2} \left(-2 \ln x + (4 - x^2) \frac{1}{x} \right)$

$x^{4-x^2} (-2x \ln x + (4 - x^2))$

-113 $f(x) = (\sin x)^x$

$(\sin x)^x (\cot x + \ln(\sin x))$

$(\sin x)^x (x \cot x + \ln(\sin x))$

$(\sin x)^x (x \cot x + \ln x)$

-114 $f(x) = (x^2)^{4x}$

$(x^2)^{4x} (8 + \ln x)$

$x^{4x} (8 + 8 \ln x)$

$(x^2)^{4x} (8 + 8 \ln x)$

$$f(x) = x^{\sqrt{x}} \quad \text{-115}$$

$$x^{\sqrt{x}} \left(\frac{\sqrt{x}}{x} + \frac{\ln x}{2\sqrt{x}} \right)$$

$$x^{\sqrt{x}} \left(\frac{\sqrt{x}}{x} + \frac{\ln x}{\sqrt{x}} \right)$$

$$x^{\sqrt{x}} \left(\frac{\sqrt{x}}{2x} + \frac{\ln x}{2\sqrt{x}} \right)$$

كل ماسبق خاطئ

$$f(x) = x^3 e^x \quad \text{-116}$$

$$x^2 e^x + x^3 e^x$$

$$3x^2 e^x + x^3 e^x$$

$$3x^2 + e^x$$

كل ماسبق خاطئ

$$f(t) = t + 2^t \quad \text{-117}$$

$$1 + t2^{t-1}$$

$$1 + 2^t$$

$$1 + 2^t \ln 2$$

كل ماسبق خاطئ

$$f(t) = t4^{3t} \quad \text{-118}$$

$$4^{3t} + t4^{3t} \ln 4$$

$$4^{3t} + 3t4^{3t} \ln 4$$

$$4^{3t} + 3t4^{3t}$$

كل ماسبق خاطئ

$$f(x) = 2e^{4x+1} \quad \text{-119}$$

$$8e^{4t+1}$$

$$4e^{4t+1}$$

$$8e^4$$

كل ماسبق خاطئ

$$f(x) = (1/e)^x \quad \text{-120}$$

$$-\frac{1}{e^x}$$

$$e^{-x}$$

$$\frac{1}{e^x}$$

كل ماسبق خاطئ



$$h(x) = (1/3)^{x^2} \quad -121$$

$$-2x \left(\frac{1}{x}\right)^x$$

$$-2x \left(\frac{1}{x}\right)^x \ln 3$$

$$2x \left(\frac{1}{x}\right)^x \ln 3$$

كل ماسبق خاطئ

$$f(u) = e^{u^2+4u} \quad -122$$

$$(2u + 4)e^{2u+4}$$

$$(u^2 + 4u)e^{u^2+4u}$$

$$(2u + 4)e^{u^2+4u}$$

كل ماسبق خاطئ

$$f(w) = \frac{w}{e^{6w}} \quad -123$$

$$\frac{1-w}{e^{6w}}$$

$$\frac{1+6w}{e^{6w}}$$

$$\frac{1-6w}{e^{6w}}$$

كل ماسبق خاطئ

$$f(x) = \ln 2x \quad -124$$

$$\frac{1}{2x}$$

$$\frac{1}{x}$$

$$\frac{2}{x}$$

كل ماسبق خاطئ

$$f(x) = \ln \sqrt{8x} \quad -125$$

$$\frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$\frac{8}{2\sqrt{8x}}$$

$$\frac{1}{2x}$$

كل ماسبق خاطئ

$$f(x) = \sin^{-1}(x^3 + 1) \quad -126$$

$$\frac{3x^2}{\sqrt{1 - (x^3 + 1)^2}}$$

$$\frac{3x^2}{\sqrt{1 + (x^3 + 1)^2}}$$

$$\frac{-3x^2}{\sqrt{1 - (x^3 + 1)^2}}$$

كل ماسبق خاطئ

$$f(x) = \sin^{-1}(\sqrt{x}) \quad -127$$

$$\frac{1}{\sqrt{x(1-x)}}$$

$$\frac{1}{2\sqrt{x(1-x)}}$$

$$\frac{1}{2\sqrt{x(1+x)}}$$

كل ماسبق خاطئ

$$f(x) = \cos^{-1}(2/x) \quad -128$$

$$\frac{2}{\sqrt{x^2 - 4}}$$

$$\frac{2}{|x|\sqrt{x^2 + 4}}$$

$$\frac{2}{|x|\sqrt{x^2 - 4}}$$

كل ماسبق خاطئ

$$f(x) = \tan^{-1}(\sqrt{x}) \quad -129$$

$$\frac{1}{\sqrt{x}(1-x)}$$

$$\frac{1}{2\sqrt{x}(1+x)}$$

$$\frac{1}{2\sqrt{x}(1-x)}$$

كل ماسبق خاطئ

$$f(x) = \tan^{-1}(1/x) \quad -130$$

$$-\frac{1}{x^2 - 1}$$

$$-\frac{1}{x^2 + 1}$$

$$\frac{1}{x^2 + 1}$$

كل ماسبق خاطئ

$$f(x) = e^{\tan^{-1} x} \quad -131$$

$e^{\tan^{-1} x}$	$\frac{e^x}{1+x^2}$	$\frac{e^{\tan^{-1} x}}{1-x^2}$	كل ماسبق خاطئ
-------------------	---------------------	---------------------------------	---------------

السؤال الخامس عشر :

-132 قيمة c التي تحقق نظرية رول للدالة : $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 2$ في الفترة $[0, 1]$

1.58	0.42	0	كل ماسبق خاطئ
------	------	---	---------------

السؤال السادس عشر :

-133 اختر العبارة الصحيحة :

$\sin(a) \leq a$	$ \sin(a) \leq a$	$ \sin(a) \leq a $	كل ماسبق خاطئ
------------------	--------------------	----------------------	---------------

انتهت الأسئلة الموضوعية

قسم الأسئلة المقالية

السؤال السابع عشر : في التمارين الآتية حدد قيمة a , b التي تجعل الدالة f متصلة :

1-
$$f(x) = \begin{cases} \frac{2 \sin x}{x} & , \quad x < 0 \\ a & , \quad x = 0 \\ b \cos x & , \quad x > 0 \end{cases}$$

(1)
$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2 \sin x}{x} = 2 \cdot 1 = \boxed{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} b \cos x = \boxed{b}$$

$$f(0) = \boxed{a}$$

$$\Rightarrow a = 2, \quad b = 2$$

2-
$$f(x) = \begin{cases} ae^x + 1 & , \quad x < 0 \\ \sin^{-1} \frac{x}{2} & , \quad 0 \leq x \leq 2 \\ x^2 - x + b & , \quad x > 2 \end{cases}$$

(2)
$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (ae^x + 1) = \boxed{a+1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0) = \sin^{-1} \left(\frac{0}{2} \right) = \boxed{0}$$

$$\Rightarrow a+1 = 0 \Rightarrow a = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2) = \sin^{-1} \left(\frac{2}{2} \right) = \boxed{\frac{\pi}{2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 - x + b) = \boxed{2+b}$$

$$\Rightarrow 2+b = \frac{\pi}{2} \Rightarrow b = \frac{\pi}{2} - 2$$

3-
$$f(x) = \begin{cases} a(\tan^{-1} x + 2) & , \quad x < 0 \\ 2e^{bx} + 1 & , \quad 0 \leq x \leq 3 \\ \ln(x-2) + x^2 & , \quad x > 3 \end{cases}$$

$$\text{[3]} \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} a(\tan^{-1} x + 2)$$

$$= a(0 + 2) = \boxed{2a}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0) = 2e^0 + 1 = \boxed{3}$$

$$2a = 3 \Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} [\ln(x-2) + x^2]$$

$$= 0 + 3^2 = \boxed{9}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = f(3) = \boxed{2e^{3b} + 1}$$

$$\Rightarrow 2e^{3b} + 1 = 9 \Rightarrow e^{3b} = 4$$

$$\Rightarrow 3b = \ln 4 \Rightarrow b = \frac{\ln 4}{3}$$

السؤال الثامن عشر : أجب عن الأسئلة الآتية :

-4

لنفترض أن حجم بؤبؤ عين حيوان محدد يُعطى بالعلاقة $f(x)$ (mm) حيثما يكون x هو كثافة الضوء على بؤبؤ العين. إذا كان $f(x) = \frac{80x^{-0.3} + 60}{2x^{-0.3} + 5}$ ، فأوجد حجم بؤبؤ العين عندما لا يوجد ضوء وحجمه مع وجود كمية لانهائية من الضوء.

$$[4] \quad f(x) = \frac{80x^{-0.3} + 60}{2x^{-0.3} + 5}$$

عندما لا يوجد ضوء $x=0$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \frac{\infty}{\infty}$$

لذا التنازح يخرج $x^{-0.3}$ عامل مشترك من البسط ومن المقام

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^{-0.3} (80 + \frac{60}{x^{0.3}})}{x^{-0.3} (2 + \frac{5}{x^{0.3}})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{80 + 60x^{0.3}}{2 + 5x^{0.3}} = \frac{80 + 0}{2 + 0}$$

$$= 40 \text{ mm}$$

عند وجود كمية لانهائية من الضوء $x \rightarrow +\infty$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{80(0) + 60}{2(0) + 5} = 4 \text{ mm}$$

$$f(x) = \frac{80x^{-0.3} + 60}{8x^{-0.3} + 15}$$

-5 اعد حل السؤال السابق من أجل

5 $f(x) = \frac{80x^{-0.3} + 60}{8x^{-0.3} + 15}$

عندما لا يوجد هواء يكون $x = 0$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \frac{\infty}{\infty}$$

لذلك نتبع خرج عامل مشترك
من البسط والمقام

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^{-0.3} (80 + \frac{60}{x^{-0.3}})}{x^{-0.3} (8 + \frac{15}{x^{-0.3}})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{80 + 60x^{0.3}}{8 + 15x^{0.3}} = \frac{80 + 0}{8 + 0} = 10 \text{ mm}$$

عندما يوجد كمية لانهائية من الهواء
يكون $x \rightarrow +\infty$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{80(0) + 60}{8(0) + 15} = 4 \text{ mm}$$

-6 في التمرين السابق a عدل الدالة بحيث يكون $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 8$

نفرض

$$\boxed{6} \quad f(x) = \frac{A x^{-0.3} + B}{C x^{-0.3} + D}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{A(0) + B}{C(0) + D} = \frac{B}{D}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2 \Rightarrow \frac{B}{D} = 2 \Rightarrow \boxed{B = 2D}$$

باختيار B و D أي عددين حقيقيين يحققان العلاقة الأخيرة حصل على المطلوب

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{A + B x^{0.3}}{C + D x^{0.3}} = \frac{A + 0}{C + 0} = \frac{A}{C}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 8 \Rightarrow \frac{A}{C} = 8 \Rightarrow A = 8C$$

باختيار A و C أي عددين حقيقيين

كحقتان العلاقة الأخيرة حصل على المطلوب

- 7 لنفترض أن سرعة لاعب القفز الحر بعد t ثانية بعد القفز تُعطى بالعلاقة $v(t) = -\sqrt{\frac{32}{k} \frac{1 - e^{-2t\sqrt{32k}}}{1 + e^{-2t\sqrt{32k}}}}$ أوجد أقصى سرعة $k = 0.00064$ و $k = 0.00128$. بأي عامل يتوجب على لاعب القفز الحر تغيير قيمة k لخفض أقصى سرعة إلى النصف؟

أقصى سرعة تعني $t \rightarrow +\infty$

[7]

لتوجد $\lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-2t\sqrt{32k}} = 0$

عندها تكون v :

$$v = \lim_{t \rightarrow +\infty} -\sqrt{\frac{32}{k} \frac{1 - e^{-2t\sqrt{32k}}}{1 + e^{-2t\sqrt{32k}}}} = -\sqrt{\frac{32}{k} \frac{1-0}{1+0}}$$

$$v = -\sqrt{\frac{32}{k}}$$

مثلاً $k = 0.00064 \Rightarrow v = -\sqrt{50000}$
 $v \approx -223.6$

مثلاً $k = 0.00128 \Rightarrow v = -\sqrt{25000}$
 $v \approx -158.1$

نفرض $v' = -\sqrt{\frac{32}{k'}}$

$$v' = \frac{1}{2}v \Rightarrow -\sqrt{\frac{32}{k'}} = -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{32}{k}}$$

نربع الطرفين

$$\frac{32}{k'} = \frac{1}{4} \cdot \frac{32}{k} \Rightarrow k' = 4k$$

- 8 على فرض أن الكمية المباعة $Q(t)$ من أحد أنواع الدّمي عند الزمن t مقدّرًا بالسنوات تتناقص بمعدّل 4%؛ اشرح السّبب في أن ذلك يترجم إلى العلاقة $Q'(t) = -0.04Q(t)$. افترض أيضًا أن السّعر يزداد بمعدّل 3%؛ اكتب معادلةً مشابهةً لـ $P'(t)$ بدلالة $P(t)$. يساوي إيراد الدّمية $R(t) = Q(t)P(t)$. بتعويض تعبيرَي $Q'(t)$ و $P'(t)$ في قاعدة الضرب . $R'(t) = Q'(t)P(t) + Q(t)P'(t)$ بيّن أن الإيراد ينخفض بمعدّل 1%. و اشرح السّبب في أن هذا "واضح".

نرمز للكمية Quantity بالرمز Q
نرمز للسعر Price بالرمز P

8

$$Q'(t) = -0.04 Q(t)$$

$$\Leftrightarrow P'(t) = 0.03 P(t)$$

الإيراد Revenue

الإيراد = الكمية × السعر

$$R(t) = Q(t) \cdot P(t)$$

$$R'(t) = Q'(t) \cdot P(t) + P'(t) \cdot Q(t)$$

$$= -0.04 Q(t) P(t) + 0.03 P(t) Q(t)$$

باخراج عامل مشترك

$$R'(t) = (-0.04 + 0.03) P(t) \cdot Q(t)$$

نفوض $P(t)Q(t)$ بقية

$$R'(t) = -0.01 R(t)$$

استدركنا أن السبب في التناقص أو الارتفاع

-9 كما في التمرين 25، افترض أن الكمية المباعة تنخفض بمعدل 4%. فما المعدل الذي يجب زيادة السعر به للحفاظ على الإيراد ثابتاً؟

$$\begin{aligned}
 Q'(t) &= -0.04 Q(t) \\
 P'(t) &= \alpha P(t) \\
 \text{نعوض في علاقة } R'(t) \text{ السابقة} \\
 R'(t) &= -0.04 Q(t) P(t) + \alpha P(t) Q(t) \\
 R'(t) &= R(t) (-0.04 + \alpha) \\
 R'(t) &= 0 \quad \Leftrightarrow \text{الإيراد ثابت} \\
 \Rightarrow -0.04 + \alpha &= 0 \\
 \Rightarrow \alpha &= 0.04
 \end{aligned}$$

-10 افترض أن سعر إحدى السلع 20 AED للقطعة وقد بيعت 20,000 قطعة. فإذا كان السعر يزداد بمعدل 1.25 AED في العام الواحد وتزداد الكمية المباعة بمعدل 2000 قطعة في العام الواحد، فبأي معدل سيزداد الإيراد؟

$$\begin{aligned}
 \boxed{10} \text{ لدينا : } P(t) &= 20, \quad P'(t) = 1.25 \\
 Q(t) &= 20000, \quad Q'(t) = 2000 \\
 R'(t) &= Q'(t) P(t) + P'(t) Q(t) \\
 &= 2000 \times 20 + 1.25 \times 20000 \\
 &= 65000 \text{ درهم}
 \end{aligned}$$

- 11** افترض أنّ سعر القطعة 14 AED، وأنّه قد بيعت 12,000 قطعة. تريد الشركة زيادة الكميّة المبّعة بمقدار 1200 قطعة في العام مع زيادة الإيراد بمقدار 20,000 AED في العام. فما المعدّل الذي يتعيّن زيادة السّعر به لتحقيق هذين الهدفين؟

III

$$p(t) = 14$$

$$Q(t) = 12000 \quad Q'(t) = 1200$$

$$R'(t) = 20000$$

نفرض معدل زيادة السعر $x = p'(t)$

$$R'(t) = Q'(t) p(t) + p'(t) Q(t)$$

$$20000 = 1200 \times 14 + x \times 12000$$

بحل المعادلة السابقة

$$x = p'(t) = \frac{4}{15}$$

-12

تُضرب كرة بيسبول كتلتها 0.15 kg وسرعتها 45 m/s بمضرب بيسبول كتلته $m \text{ kg}$ وبسرعة 40 m/s (بعكس اتجاه حركة الكرة). بعد الاصطدام، بلغت السرعة الابتدائية للكرة $u(m) = \frac{82.5m - 6.75}{m + 0.15} \text{ m/s}$. برهن أن $u'(m) > 0$ وفسّر ذلك وفق

$$\begin{aligned} \boxed{12} \quad u(m) &= \frac{82.5m - 6.75}{m + 0.15} \\ u'(m) &= \frac{(82.5m - 6.75)'(m + 0.15) - (m + 0.15)'(82.5m - 6.75)}{(m + 0.15)^2} \\ &= \frac{82.5(m + 0.15) - 1(82.5m - 6.75)}{(m + 0.15)^2} \\ &= \frac{19.125}{(m + 0.15)^2} > 0 \\ u'(1) &= \frac{19.125}{(1 + 0.15)^2} \approx 14.46 \\ u'(1.2) &= \frac{19.125}{(1.2 + 0.15)^2} \approx 10.49 \\ &\text{عند ازدياد وزن المضرب بمقدار } 0.2 \\ &\text{فلان سرعة الكرة تتناقص تقريباً بمقدار } 3.97 \end{aligned}$$

السؤال التاسع عشر : أوجد معادلة المماس لمنحنى $y = f(x)$ عند $x = 1$

توضيح هام جدا حول طريقة حل الاسئلة القادمة

لايجاد معادلة المماس لمنحنى دالة تذكر دوما أن ميل المماس يساوي قيمة المشتق عند فاصلة تلك النقطة

✓ نوجد أولا $f'(x)$

✓ ثم نوجد $f'(a)$ وذلك بتعويض كل x بالعدد a ضمن عبارة المشتق

✓ ثم نعوض بالعبارة : $y = f'(a)(x - a) + f(a)$ وهي نفس العبارة $y - y_a = m(x - a)$

✓ اخيرا نبسط العبارة من خلال النشر والاختزال

سنطبق ما سبق في التمارين القادمة

$$f(x) = 3e^{x^2} \quad -13$$

[13] $f'(x) = 3 \cdot e^{x^2} \cdot (x^2)'$
حيث طبقنا قاعدة الـ $u \cdot v$
 $f'(x) = 6x e^{x^2}$
 $m = f'(1) = 6e \approx 16.2$
لنوجد $f(1)$
 $f(1) = 3e^1 = 3e \approx 8.1$
نفوض في قانون معادلة المماس
 $y = 16.2(x - 1) + 8.1$
 $y = 16.2x - 8.1$

$$f(x) = 3^{x^e} \quad -14$$

[14] $f'(x) = (3^{x^e})'$

تذكر القاعدة السابعة قبل المثال

$$3^{x^e} = e^{x^e \ln 3}$$

$$f'(x) = (x^e \ln 3)' \cdot e^{x^e \ln 3} \rightarrow 3^{x^e}$$

$$f'(x) = e^{x^e - 1} \ln 3 \cdot 3^{x^e}$$

$$f'(1) = e(\ln 3) \cdot 3 \approx 8.898 \approx 8.9$$

$$f(1) = 3$$

نعوض بالقانون

$$y = 8.9(x - 1) + 3$$

$$y = 8.9x - 5.9$$

$$f(x) = x^2 \ln x \quad -15$$

[15] $f'(x) = x + 2x \ln x$

$$f'(1) = 1 + 0 = 1$$

$$f(1) = 0$$

(= نعوض)

$$y = 1(x - 1) + 0$$

$$y = x - 1$$

-16 $f(x) = 2 \ln x^3$

16 $f'(x) = \frac{6}{x}$
 $f'(1) = 6$
 $f(1) = 0$
 نكتب
 $y = 6(x-1) + 0$
 $y = 6x - 6$

السؤال العشرون : أوجد قيم x التي يكون عندها المماس افقيا لمنحني الدالة f في كل من التمارين التالية :

تذكر تذكر تذكر

زاوية المماس مع المحور الافقي وبعكس جهة دوران عقارب الساعة هي نفسها التي تحقق $m = \tan \theta$

وكحالة خاصة المستقيم الأفقي ميله معدوم ($m=0$)

سنطبق هذه القواعد على التمارين القادمة

-17 $f(x) = xe^{-2x}$

-18 $f(x) = xe^{-3x}$

-19 $f(x) = x^2e^{-2x}$

-20 $f(x) = x^2e^{-3x}$

$$17 \quad f'(x) = e^{-2x} - 2x e^{-2x}$$

$$m = f'(x) = 0 \Rightarrow$$

$$e^{-2x} - 2x e^{-2x} = 0$$

خرج عامل مشترك

$$e^{-2x} (1 - 2x) = 0 \Rightarrow$$

$$x = \frac{1}{2}$$

ملاحظة: في هذا التمرين لاداعي لاجاد معادلة المتساوي

$$18 \quad f'(x) = e^{-3x} - 3x e^{-3x}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

$$19 \quad f'(x) = 2x e^{-2x} - 2x^2 e^{-2x}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$20 \quad f'(x) = 2x e^{-3x} - 3x^2 e^{-3x}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

السؤال الحادي والعشرون :

أوجد $y''(x)$ ضمناً لـ $y^2 + 2e^{-xy} = 6$. ثم أوجد قيمة y'' عند النقطة $(0, 2)$.

مثال محلول في الكتاب صفحة 201

السؤال الثاني والعشرون : أوجد مشتق كل دالة من الدوال التالية :

(a) $f(x) = \sin^{-1}(x^3 + 1)$

(b) $f(x) = \sin^{-1}(\sqrt{x})$

(a) $f(x) = \cos^{-1}(x^2 + x)$

(b) $f(x) = \cos^{-1}(2/x)$

(a) $f(x) = \tan^{-1}(\sqrt{x})$

(b) $f(x) = \tan^{-1}(1/x)$

(a) $f(x) = \sqrt{2 + \tan^{-1} x}$

(b) $f(x) = e^{\tan^{-1} x}$

21 $[\sin^{-1}(x^3 + 1)]' = \frac{1}{\sqrt{1 - (x^3 + 1)^2}} \cdot (x^3 + 1)'$
حسب قاعدة السلسلة

$\Rightarrow f'(x) = \frac{3x^2}{\sqrt{1 - (x^3 + 1)^2}}$

$(\sin^{-1} \sqrt{x})' = \frac{1}{\sqrt{1 - \sqrt{x}^2}} \cdot (\sqrt{x})'$
 $= \frac{1}{2\sqrt{x - x^2}}$

$[\cos^{-1}(x^2 + x)]' = \frac{-1}{\sqrt{1 - (x^2 + x)^2}} \cdot (x^2 + x)'$
 $= \frac{-2x - 1}{\sqrt{1 - (x^2 + x)^2}}$

$$\begin{aligned}\left[\cos^{-1}\left(\frac{2}{x}\right)\right]' &= \frac{-1}{\sqrt{1-\left(\frac{2}{x}\right)^2}} \cdot \left(\frac{2}{x}\right)' \\ &= \frac{2}{x^2 \sqrt{1-\left(\frac{2}{x}\right)^2}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\left[\tan^{-1}(\sqrt{x})\right]' &= \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} \cdot (\sqrt{x})' \\ &= \frac{1}{2\sqrt{x}(x+1)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\left[\tan^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)\right]' &= \frac{1}{\left(\frac{1}{x}\right)^2+1} \cdot \left(\frac{1}{x}\right)' \\ &= \frac{-1}{1+x^2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\left[\sqrt{2+\tan^{-1}x}\right]' &= \frac{1}{2\sqrt{2+\tan^{-1}x}} \cdot (2+\tan^{-1}x)' \\ &= \frac{1}{2\sqrt{2+\tan^{-1}x} \cdot (x^2+1)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\left[e^{\tan^{-1}x}\right]' &= e^{\tan^{-1}x} \cdot (\tan^{-1}x)' \\ &= \frac{e^{\tan^{-1}x}}{x^2+1}\end{aligned}$$

السؤال الثالث والعشرون : تحقق من فرضيات نظرية رول ونظرية القيمة المتوسطة، وجد قيمة c الذي يجعل الاستنتاج الخاص بالنظريتين صحيحًا. اشرح الاستنتاج برسم تمثيل بياني.

1. $f(x) = x^2 + 1, [-2, 2]$

2. $f(x) = x^2 + 1, [0, 2]$

3. $f(x) = x^3 + x^2, [0, 1]$

4. $f(x) = x^3 + x^2, [-1, 1]$

5. $f(x) = \sin x, [0, \pi/2]$

6. $f(x) = \sin x, [-\pi, 0]$

السؤال الثالث والعشرون

① $f(x)$ كثيرة حدود فهي متصلة على $[-2, 2]$ وقابلة للاشتقاق على الفترة $(-2, 2)$

$f(2) = 2^2 + 1 = 5$, $f(-2) = 5$
 $f(2) = f(-2)$

f يوجد c من الفترة $[-2, 2]$ بحيث يحقق

$f'(c) = 0$
 $f'(x) = 2x \Rightarrow 2c = 0 \Rightarrow c = 0$

② $f(x)$ متصلة في $[0, 2]$ وقابلة للاشتقاق في $(0, 2)$

$f(0) = 1 \neq f(2) = 5$

نطبق نظرية القيمة المتوسطة
 (يوجد c من الفترة $(0, 2)$ بحيث $x = c$)

$f'(c) = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0}$
 $= \frac{5 - 1}{2 - 0} = 2$

من ناحية أخرى $f'(x) = 2x \Rightarrow f'(c) = 2c$
 $\Rightarrow 2c = 2 \Rightarrow c = 1$

(3) f متصلة على $[0, 1]$ وقابلة للاشتقاق على $(0, 1)$

$$f(0) = 0 \neq f(1) = 2$$

نطبق نظرية القيمة المتوسطة

$$f'(c) = (3c^2 + 2c)$$

$$f'(c) = \frac{f(1) - f(0)}{1 - 0} = 2$$

$$3c^2 + 2c = 2 \quad \text{بحسب المعادلة}$$

$$\Rightarrow c = \frac{-1 - \sqrt{3}}{3} \notin (0, 1) \quad \text{مرفوضا}$$

$$c = \frac{-1 + \sqrt{3}}{3} \approx 0.5 \quad \text{مقبول}$$

(4) f متصلة على $[-1, 1]$ وقابلة للاشتقاق على $(-1, 1)$

$$f(-1) = 0 \neq f(1) = 2$$

نطبق نظرية القيمة المتوسطة

$$\frac{f(1) - f(-1)}{1 - (-1)} = \frac{2 - 0}{2} = 1$$

$$3c^2 + 2c = 1$$

$$c = -1 \quad \text{مرفوضا}$$

$$c = \frac{1}{3} \quad \text{مقبول}$$

(5) الدالة متصلة على $[0, \frac{\pi}{2}]$ وقابلة للاشتقاق على $(0, \frac{\pi}{2})$

$$f(0) = 0 \neq f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

$$f'(c) = \cos c = \frac{f\left(\frac{\pi}{2}\right) - f(0)}{\frac{\pi}{2} - 0}$$

$$\cos c = \frac{2}{\pi}$$

$$\Rightarrow c = \cos^{-1}\left(\frac{2}{\pi}\right)$$

(6) الدالة متصلة على $[-\pi, 0]$ وقابلة للاشتقاق على $(-\pi, 0)$

$$\sin(-\pi) = 0 = \sin(0) = 0$$

نطبق نظرية رول

يوجد c في $(-\pi, 0)$ حيث $f'(c) = 0$

$$f'(x) = \cos x$$

$$f'(c) = \cos c$$

$$\cos c = 0 \Rightarrow c = -\frac{\pi}{2}$$

ملاحظة توجد قيم أخرى لـ c هي هذه المعادلة
ولكن لا تنتمي للفترة $(-\pi, 0)$

انتهت الأسئلة

مع تمنياتنا لكم بالنجاح والتفوق