نموذج اختبار للصف الثاني عشر المتقدم

الفصل الدراسي الثاني

2025-2024

ملزمة الدرجة الكاملة 100%

لمادة الرياضيات

منير محمد بني يونس

Question : choose the correct answer

1)

The function $f(x) = \frac{2x^2}{x+2}$ *has a critical numbers at* $x =$	النقاط الحرجة للدالة $f(x) = \frac{2x^2}{x+2}$ عند $x =$

Domain $R - \{-2\}$

$f'(x) = \frac{(x+2)(4x) - (2x^2)(1)}{(x+2)^2}$

a) 0 b) -4

c) *No critical numbers* d) $\{0, -4\}$

$f'(x) = 0$, $f'(x)$ un

$2x^2 + 8x = 0$

$x = 0$

$x = -4$

$x = 2$ $\notin$ Domain

2)

The absolute max. value of $f(x) = \frac{3x}{x^2+16}$ *on* $[0,2]$ *is*	القيمة العظمى المطلقة للدلة $f(x) = \frac{3x}{x^2+16}$ هي *on* $[0,2]$

$f'(x) = \frac{(x^2+16)(3) - (3x)(2x)}{(x^2+16)^2}$

$f'(x) = \frac{3x^2 + 48 - 6x^2}{(x^2+16)^2}$

a) 0 b) $\frac{1}{2}$

c) $\frac{3}{10}$ d) **2**

$f(0) = 0$ abs min

$f(2) = \frac{3}{10}$ max abs

$-3x^2 + 48 = 0$

$x = 4$, $x = -4$

$\notin [0,2]$ $\notin [0,2]$

3)

The function $f(x) = e^{x^2-1}$ *has*	الدالة $f(x) = e^{x^2-1}$ لها

a) *local minimum at* $(0, e^{-1})$ b) *local maximum at* $(\frac{\pi}{2}, 1)$

c) *No extrema* d) *local maximum at* $(\frac{\pi}{2}, -1)$

$f'(x) = 2x e^{x^2-1} = 0$

$e^{x^2-1} \neq 0$, $x = 0$

$- \quad + $

0

min

$f(0) = e^{-1}$ local min

4)

The function $f(x) = \frac{x^2}{x^2-4x+3}$ ***inceases on***	الدالة $f(x) = \frac{x^2}{x^2-4x+3}$ متزايدة في

a) $(-\infty, 0)$ b) $(-1, 0)$)

c) $(-\infty, \infty)$ d) $(0, 1)$

5)

The function $f(x) = xe^{-x}$ ***has alocal max at*** $x =$	الدالة $f(x) = xe^{-x}$ لها قيمة عظمى محلية عند

$f'(x) = -x e^{-x} + e^{-x}$

$f'(x) = e^{-x}(-x+1) = 0$

$e^{-x} \neq 0$, $x = 1$

a) 0 b) 0.5 c) -3 d) No max

$+ + \quad 1 \quad -$

max

6)

The *inflection point for* $f(x) = x^4 - 6x^2 + 2x + 3$ *is*	نقطاط الانعطاف للدالة $f(x) = x^4 - 6x^2 + 2x + 3$ هي

$f' = 4x^3 - 12x + 2$

$f'' = 12x^2 - 12 = 0$

$x = 1$, $x = -1$

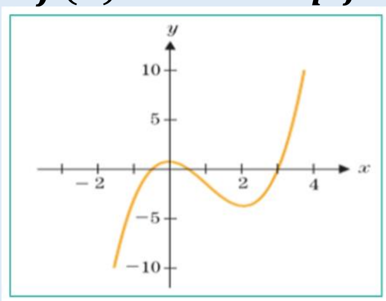
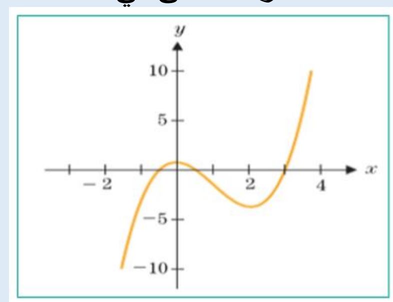
$f'' \quad + \quad -1 \quad - \quad 1 \quad +$

f

a) $(0,3), (1,0)$ b) $(2, -1)$

c) $(1,1)$ d) $(-1, -4), (1,0)$

7)

$f(x)$ *concave up for*	للدالة مقعرة للأعلى في
	

a) $(-\infty, \infty)$ b) $(1, \infty)$ c) $(-0.5, \infty)$ d) $(-\infty, 1)$

8)

The function whose graph has the asymptotes at $x = 1, x = 2$ ***and*** $y = 3$ ***is***	الدالة التي لها خطوط التقارب التالية $x = 1, x = 2$ and $y = 3$ is هي

$x-1$ $x-2$ $3x^2$

$= \dfrac{3x^2}{(x-1)(x-2)}$

a) $f(x) = \dfrac{3x^2-3x}{x^2-3x+2}$ b) $f(x) = \dfrac{3x}{x^2-3x+2}$

c) $f(x) = \dfrac{1}{x^2-3x+2} + 3$ d) $f(x) = \dfrac{3x^2}{x^2-3x+2}$

$f(x) = \dfrac{3x^2}{x^2-3x+2}$

9)

$\int \left(2x^{-2} + \dfrac{1}{\sqrt{x}}\right) dx$	$\int \left(2x^{-2} + \dfrac{1}{\sqrt{x}}\right) dx$

$\int 2x^{-2} + x^{-\frac{1}{2}} dx$

a) $\dfrac{-2}{x} + 2\sqrt{x} + c$ $= \dfrac{2x^{-1}}{-1} + \left(\dfrac{2}{1}\right)x^{\frac{1}{2}} + c$ b) $\dfrac{2}{x} + 2\sqrt{x} + c$

c) $\dfrac{-2}{x} - 2\sqrt{x} + c$ $= -\dfrac{2}{x} + 2\sqrt{x} + c$ d) $\dfrac{2}{x} - 2\sqrt{x} + c$

10)

Find the function $f(x)$ satisfying the given conditions $f'(x) = 3e^x + x,\ f(0) = 4$	أوجد الدالة التي تحقق الشروط التالية $f'(x) = 3e^x + x,\ f(0) = 4$

$\int 3e^x + x\, dx$

$= 3e^x + \frac{x^2}{2} + c$

$3e^0 + \frac{0^2}{2} + c = 4$

$c = 1$

$\rightarrow \boxed{3e^x + \frac{x^2}{2} + 1}$

a) $f(x) = 3e^x + \frac{x^2}{2} + 1$

b) $f(x) = 3e^x + \frac{x^2}{2} - 1$

c) $f(x) = 3e^x + x^2 + 1$

d) $f(x) = e^x + \frac{x^2}{2} + 1$

11)

write out all terms and compute the sums $\sum_{i=1}^{70}(3i-1)$	أوجد ناتج المجموع $\sum_{i=1}^{70}(3i-1)$

a) 3758

b) 7385

c) 732

d) 327

12)

Estimate the area under the curve $y = x^2 + 1$ *on* $[0, 1]$, $n = 16$ *using right endpoint*	قدر المساحة تحت منحنى الدالة $y = x^2 + 1$ *on* $[0, 1]$ باستخدام النهاية اليمنى و $n = 16$

a) 1.3027

b) 1.333

c) 1.3652

d) 1

$\Delta x = \frac{1-0}{16} = \frac{1}{16}$

$x_i = 0 + i\left(\frac{1}{16}\right) = \frac{1}{16}i$

$f(x_i) = \left(\frac{1}{16}i\right)^2 + 1$

$A = \frac{1}{16}\sum_{i=1} \left(\frac{1}{16}i\right)^2 + 1$

$A = 1.3652$

13)

$compute \int_0^4 f(x)dx\ if$	أحسب قيمة التكامل $\int_0^4 f(x)dx\ if$

$$f(x) = \begin{cases} 2x & if\ x < 1 \\ 4 & if\ x \geq 1 \end{cases}$$

a) 12 b) 13

c) 1 d) − 13

$= \int_0^1 2x\,dx + \int_1^4 4\,dx$

$= 13$

14)

Compute the average value of $f(x) = x^2 - 1\ on\ [1, 3]$	احسب القيمة المتوسطة $f(x) = x^2 - 1\ on\ [1, 3]$

a) 10 b) 3 c) $\frac{10}{3}$ d) $\frac{3}{10}$

$= \frac{1}{3-1}\int_1^3 x^2 - 1\,dx$

$\frac{1}{2}\left[\frac{x^3}{3} - x\right]_1^3 = \frac{10}{3}$

15)

$\int \frac{sin\,x}{\sqrt{cosx}}dx =$	أحسب $\int \frac{sin\,x}{\sqrt{cosx}}dx =$

$u = \cos x$
$du = -\sin x\,dx$
$dx = \frac{du}{-\sin x}$

a) $-2\sqrt{cosx} + c$ b) $\sqrt{cosx} + c$

c) $2\sqrt{cosx} + c$ d) $-\sqrt{cosx} + c$

$= \int \frac{\cancel{\sin x}}{\sqrt{u}} \cdot \frac{du}{-\cancel{\sin x}} = \int -u^{-\frac{1}{2}}\,du$

$= -2u^{\frac{1}{2}} + c$

$= -2(\cos x)^{\frac{1}{2}} + c$

1) a)

1) **Suppose that $C(x) = 0.02x^2 + 2x + 4000$ is the total cost (in dollars) for a company to produce x units of a certain product. Find the production level x that minimize the average cost.** $\div x$	التكلفة الكلية لإنتاج x من القطع لشركة ما تعطى بالعلاقة $C(x) = 0.02x^2 + 2x + 4000$ أوجد عدد القطع اللازم انتاجها ليكون متوسط التكلفة اقل ما يمكن

$\bar{C}(x) = \frac{C(x)}{x} = \frac{0.02x^2 + 2x + 4000}{x}$

$\bar{C}(x) = \frac{0.02x^2}{x} + \frac{2x}{x} + \frac{4000}{x}$

$\bar{C}(x) = 0.02x + 2 + \frac{4000}{x}$

$\bar{C}'(x) = 0.02 - \frac{4000}{x^2} = 0$

$\frac{4000}{x^2} = 0.02$

$x = \pm 447$

$x = 447 \; ; \; x > 0$

$- - \quad 447 \quad + +$

min

1) *b*

Suppose that $C(x) = 0.02x^2 + 2x + 4000$ is the total cost (in AED) for a company to produce x units of a certain product. Copmute the marginal cost at $x = 100$ and compare this to the actual cost of producing the 100 th unit	التكلفة الكلية لإنتاج x من القطع لشركة ما تعطى بالعلاقة $C(x) = 0.02x^2 + 2x + 4000$ أوجد التكلفة الحدية لإنتاج 100 قطعة والتكلفة الحقيقة لإنتاج القطعة رقم 100 وقارن بينهما .

marginal cost $= C'(x)$

$C'(x) = 0.04x + 2$

$C'(100) = 0.04(100) + 2$

$= 6$

actual cost

$= C(100) - C(99)$

$C(100)$

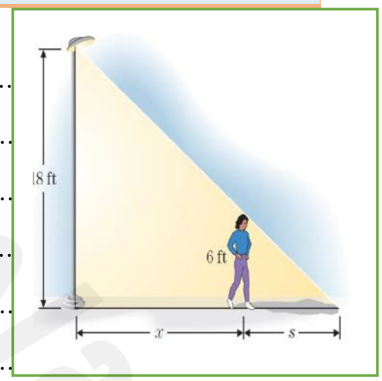
$= 0.02(100)^2 + 2(100) + 4000 =$

$C(99) = 0.02(99)^2 + 2(99) + 400$

$C(100) - C(99) = 5.98$

2)

Suppose a 6 ft-tall person is 12 ft away from a 18 ft-tall lamppost (see the figure). If the person is moving away from the x' lamppost at a rate of 2 ft/sec at what rate is the length of the shadow changing ?	رجل طوله 6 قدم يبتعد عن عمود انارة ارتفاعه 18 قدم بمعدل 2 قدم / ثانية أوجد معدل تغير ظل الرجل



$\frac{18}{6} = \frac{x+s}{s}$

$18s = 6x + 6s$

$18s - 6s = 6x$

$12s = 6x$

$2s = x$

$2s' = x'$

$2s' = 2$

$s' = 1\ ft/s$

18, $x+s$ — 6, s

3)

Assume that $\int_1^3 f(x)dx = 3$ and $\int_1^3 g(x)dx = -2$ find	اذا كان $\int_1^3 f(x)dx = 3$ $\int_1^3 g(x)dx = -2$ أوجد

a) $\int_1^3 [f(x) + g(x)]dx$

$\int_1^3 f(x)dx + \int_1^3 g(x)dx$

$= 3 + {}^-2$

$= 1$

b) $\int_1^3 [2f(x) - g(x)]dx$

$2\int_1^3 f(x)dx - \int_1^3 g(x)dx$

$= 2(3) - (-2)$

$= 8$

4)

$x_1 =$
$y_1 =$
$m =$

Write the equation of the tangent line	اكتب معادلة المماس عند النقطة المعطاة
$y = \int_0^x \sin\sqrt{t^2+\pi^2}\,dt \quad \text{at} \quad x = 0$	$y = \int_0^x \sin\sqrt{t^2+\pi^2}\,dt \quad \text{at} \quad x = 0$

① $x_1 = 0$

② $y_1 = \int_0^0 \sin\sqrt{t^2+\pi^2}\,dt = 0$

③ $m = y' = \sin\sqrt{x^2+\pi^2}\cdot(1)$

$y'|_{x=0} = \sin\sqrt{0^2+\pi^2} = 0$

$y = m(x - x_1) + y_1$

$y = 0(x-0) + 0$

$y = 0$

5)

Evaluate	أوجد قيمة
$\int_1^e \frac{\ln(x)}{x}\,dx =$	$\int_1^e \frac{\ln(x)}{x}\,dx =$

$u = \ln x$

$du = \frac{1}{x}\,dx$

$dx = x\,du$

x	e	1
u	$\ln e = 1$	$\ln 1 = 0$

$\int \frac{u}{\cancel{x}}\cdot \cancel{x}\,du$

$\int_0^1 u\,du$

$\left.\frac{u^2}{2}\right]_0^1 = \frac{(1)^2}{2} - \frac{(0)^2}{2}$

$= \frac{1}{2}$

انتهت الأسئلة