أسئلة الهيكل الوزاري في – الجزء الإلكتروني (البنود 20-11) مع الحلول



تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

موقع المناهج ⇦ المناهج الإماراتية ⇦ الصف الثاني عشر المتقدم ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الأول ⇦ اختبارات الكترونية ⇦ الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 12-11-2026 05:40:23

المزيد من مادة رياضيات:	ملفات ا كتب للمعلم ا كتب للطالب ا اختبارات الكترونية ا اختبارات ا حلول ا عروض بوربوينت ا أوراق عمل منهج انجليزي ا ملخصات وتقارير ا مذكرات وبنوك ا الامتحان النهائي ا للمدرس
	إعداد: محمد طه

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر المتقدم

صفحة المناهج الإماراتية على فيسبوك					
المواد على تلغرام	التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات	

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الأول

1	أسئلة الهيكل الوزاري في – الجزء الإلكتروني (البنود 20-11) مع الحلول
2	أسئلة الهيكل الوزاري الجزء الإلكتروني: مشتقات الدوال الأسية والمماس الأفقي – البند 16
3	أسئلة الهيكل الوزاري وملخص قوانين المشتقات – قاعدة القوة والمشتقة عند نقطة Reveal
4	أسئلة الهيكل الوزاري – الجزء الإلكتروني (البنود 10-6)
5	أسئلة الهيكل الوزاري – تقدير طول القوس على منحنى دالة معطاة (الجزء الإلكتروني)

تحميل تطبيق المناهج للهواتف الذكية	
تطبيق المناهج على Store App (آبل)	تطبيق المناهج على Play Google (أندرويد)

Reveal • Bridge • 12 متقدم

أكاديمية طه للرياضيات

TAHA MATH ACADEMY

الصف الثاني عشر • المسار المتقدم

ADVANCED • Reveal

الأسئلة

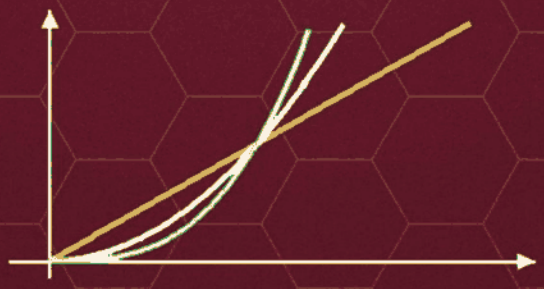
119

أسئلة الهيكل الوزاري • الفصل الدراسي الأول

الجزء الإلكتروني

Electronic Part • File 2 of 2

البنود 11 إلى 20 • الملف 2 من 2



إعداد وتقديم: الأستاذ محمد طه • 0566151988

انضم إلى مجتمع 12 متقدم • Reveal

واتساب

الموقع
tahamath.com

يوتيوب

G12-ADV • T1 • STR • E2

البند 11: أوجد مشتقة دالة باستخدام قاعدة القوة عند نقطة معينة

Find the derivative of a function using the Power Rule at a given point

الدرس 3-3: حساب المشتقات: قاعدة القوة • الكتاب ص 160 إنجليزي • العربي ص 162

أسئلة الكتاب: تمارين 7 إلى 14 + الأسئلة الوزارية السابقة

ملخص قوانين البند 11 • Summary of Rules

قاعدة القوة — Power Rule (Thm 3.2)

$$\frac{d}{dx}x^n = n\,x^{n-1}, \qquad n \in \mathbb{R}$$

الثابت ومضاعفه — Constant and Constant Multiple

$$\frac{d}{dx}c = 0, \qquad \frac{d}{dx}\left[c\,f(x)\right] = c\,f'(x)$$

مشتقة المجموع والفرق — Sum and Difference

$$\frac{d}{dx}\left[f(x) \pm g(x)\right] = f'(x) \pm g'(x)$$

الجذور والمقلوب بصورة أسية — Radicals and Reciprocals as Powers

$$\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}, \qquad \frac{1}{x^n} = x^{-n}$$

نكتب الدالة بصورة قوى قبل الاشتقاق، ونقسم الكسر حداً حداً

المشتقة عند نقطة — Derivative at a Point

$$f'(a) = \frac{d}{dx}f(x)\Big|_{x=a}$$

نشتق أولاً ثم نعوّض القيمة

إجابة س1 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 160 إنجليزي • العربي ص 162 • تمرين 9

قاعدة القوة | Power Rule | المشتقة عند نقطة | Derivative at a Point

أوجد قيمة مشتقة الدالة الآتية عند القيمة المعطاة:

$$f(s) = 2s^{\frac{3}{2}} - 3s^{-\frac{1}{3}}, \qquad s = 1$$

A) 2 | B) -1 | C) 4 | D) 3

الحل:

قاعدة القوة: $f'(s) = 2 \cdot \frac{3}{2} s^{1/2} - 3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) s^{-\frac{4}{3}}$

$f'(s) = 3s^{1/2} + s^{-\frac{4}{3}}$

$f'(1) = 3(1) + 1 = 4$

إجابة س2 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 160 إنجليزي • العربي ص 162 • تمرين 10 • وزاري | 2022-2023

المشتقة | Derivative | قاعدة القوة | Power Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(t) = 3t^{\pi} - 2t^{1.3}$$

A) $f'(t) = 3\pi t - 2.6t$

B) $f'(t) = 3\pi t^{\pi-1} - 2.6t^{0.3}$

C) $f'(t) = 3\pi - 2.6t$

D) $f'(t) = 3\pi t^{\pi^2} - 2.6t^{0.3}$

الحل:

قاعدة القوة لأي أُس حقيقي: $\frac{d}{dt}(t^r) = rt^{r-1}$

$f'(t) = 3\pi\, t^{\pi-1} - 2(1.3)\, t^{0.3} = 3\pi t^{\pi-1} - 2.6t^{0.3}$

إجابة س3 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 160 إنجليزي • العربي ص 162 • تمرين 13

قاعدة القوة | Power Rule | الجذور بصورة أسية | Radicals as Powers

أوجد قيمة مشتقة الدالة الآتية عند القيمة المعطاة:

$$f(x) = x\left(3x^2 - \sqrt{x}\right), \qquad x = 4$$

A) $\frac{575}{4}$ | B) 147 | C) 138 | D) 141

الحل:

نوزّع الضرب ونكتب الجذر بصورة أسية: $f(x) = 3x^3 - x^{3/2}$

قاعدة القوة: $f'(x) = 9x^2 - \frac{3}{2}x^{1/2}$

$f'(4) = 9(16) - \frac{3}{2}(2) = 144 - 3 = 141$

إجابة س4 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 160 إنجليزي • العربي ص 162 • تمرين 14

قاعدة القوة | Power Rule | المشتقة عند نقطة | Derivative at a Point

أوجد قيمة مشتقة الدالة الآتية عند القيمة المعطاة:

$$f(x) = (x+1)\left(3x^2 - 4\right), \qquad x = 1$$

A) 12 | B) 11 | C) 6 | D) 15

الحل:

نوزّع الضرب: $f(x) = 3x^3 + 3x^2 - 4x - 4$

قاعدة القوة: $f'(x) = 9x^2 + 6x - 4$

$f'(1) = 9 + 6 - 4 = 11$

إجابة س5 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 160 إنجليزي • العربي ص 162 • تمرين 7

قاعدة القوة | Power Rule | الجذور بصورة أسية | Radicals as Powers

أوجد قيمة مشتقة الدالة الآتية عند القيمة المعطاة:

$$h(x) = \frac{10}{\sqrt[3]{x}} - 2x + \pi, \qquad x = 1$$

A) $-\frac{16}{3}$ | B) $-\frac{10}{3}$ | C) $-\frac{4}{3}$ | D) $\frac{16}{3}$

الحل:

نكتب الجذر بصورة أسية: $h(x) = 10x^{-\frac{1}{3}} - 2x + \pi$

مشتقة الثابت صفر: $h'(x) = 10 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) x^{-\frac{4}{3}} - 2 + 0$

$$h'(x) = -\frac{10}{3}x^{-\frac{4}{3}} - 2$$

$$h'(1) = -\frac{10}{3} - 2 = -\frac{16}{3}$$

إجابة س6 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 160 إنجليزي • العربي ص 162 • تمرين 8

قاعدة القوة | Power Rule | الجذور بصورة أسية | Radicals as Powers

أوجد قيمة مشتقة الدالة الآتية عند القيمة المعطاة:

$$h(x) = 12x - x^2 - \frac{3}{\sqrt{x^2}}, \qquad x = 1$$

A) 9 | B) 7 | C) 13 | D) 10

الحل:

لأن المتغير موجب قرب القيمة المعطاة: $x > 0: \quad \sqrt{x^2} = x \Rightarrow h(x) = 12x - x^2 - 3x^{-1}$

قاعدة القوة: $h'(x) = 12 - 2x - 3 \cdot (-1)x^{-2} = 12 - 2x + \frac{3}{x^2}$

$h'(1) = 12 - 2 + 3 = 13$

إجابة س7 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 160 إنجليزي • العربي ص 162 • تمرين 11

قاعدة القوة | Power Rule | المشتقة عند نقطة | Derivative at a Point

أوجد قيمة مشتقة الدالة الآتية عند القيمة المعطاة:

$$f(x)=\frac{3x^2-3x+1}{2x},\qquad x=2$$

A) $\frac{13}{8}$ | B) $\frac{11}{8}$ | C) $\frac{3}{2}$ | D) $\frac{9}{2}$

الحل:

$f(x)=\frac{3}{2}x-\frac{3}{2}+\frac{1}{2}x^{-1}$ نقسم كل حد على المقام:

$f'(x)=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}x^{-2}$ قاعدة القوة:

$f'(2)=\frac{3}{2}-\frac{1}{8}=\frac{11}{8}$

إجابة س8 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 160 إنجليزي • العربي ص 162 • تمرين 12 • وزاري | 2019-2020

المشتقة | Derivative | قاعدة القوة | Power Rule

أوجد قيمة مشتقة الدالة الآتية عند القيمة المعطاة:

$$f(x)=\frac{4x^2-x+3}{\sqrt{x}},\qquad x=1$$

A) 14 | B) 6 | C) 4 | D) 5

الحل:

$f(x)=\frac{4x^2}{x^{1/2}}-\frac{x}{x^{1/2}}+\frac{3}{x^{1/2}}$ نقسم كل حد على المقام:

$f(x)=4x^{3/2}-x^{1/2}+3x^{-1/2}$ نطرح الأسس:

$f'(x)=6x^{1/2}-\frac{1}{2}x^{-1/2}-\frac{3}{2}x^{-3/2}$ قاعدة القوة:

$f'(1)=6-\frac{1}{2}-\frac{3}{2}=4$

أسئلة الاختبارات الوزارية السابقة • البند 11

Previous MOE Exam Questions • Find the derivative of a function using the Power Rule at a given point

ناتج التعلم: أوجد مشتقة دالة باستخدام قاعدة القوة عند نقطة معينة

إجابة س9 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س9 | 2023-2024

مماس أفقي | Horizontal Tangent | قاعدة القوة | Power Rule

أوجد جميع القيم التي يكون عندها المماس لمنحنى الدالة الآتية أفقياً:

$$y = 3x^4 - 6x^2 + 1$$

A) $x = -\sqrt{2},\ x = 0,\ x = \sqrt{2}$

B) $x = -1,\ x = 0,\ x = 1$

C) $x = -2,\ x = 0,\ x = 2$

D) $x = -\sqrt{3},\ x = 0,\ x = \sqrt{3}$

الحل:

قاعدة القوة: $y' = 12x^3 - 12x$

المماس الأفقي ميله صفر: $y' = 0$

نحلل: $12x\left(x^2 - 1\right) = 0$

$x = 0,\ x = 1,\ x = -1$

إجابة س10 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س10 | 2022-2023

مماس أفقي | Horizontal Tangent | قاعدة القوة | Power Rule

أوجد جميع القيم التي يكون عندها المماس لمنحنى الدالة الآتية أفقياً:

$$y = x^4 - 2x^2 + 3$$

A) $x = -1,\ x = 2$

B) $x = -\sqrt{2},\ x = \sqrt{2}$

C) $x = 1,\ x = \sqrt{3}$

D) $x = \pm 1,\ x = 0$

الحل:

المماس الأفقي ميله صفر: $y' = 4x^3 - 4x = 0$

نحلل: $4x\left(x^2 - 1\right) = 0$

$x = 0,\ x = \pm 1$

إجابة س11 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س5 | 2018-2019

مماس أفقي | Horizontal Tangent | قاعدة القوة | Power Rule

أوجد جميع القيم التي يكون عندها المماس لمنحنى الدالة الآتية أفقياً:

$$y = x^3 - 6x^2 + 1$$

A) $x = 0,\ x = 4$

B) $x = -4,\ x = 0,\ x = 4$

C) $x = -4,\ x = 0$

D) $x = -1,\ x = 0,\ x = 1$

الحل:

المماس الأفقي ميله صفر: $y' = 3x^2 - 12x = 0$

نحلل: $3x(x - 4) = 0$

$x = 0,\ x = 4$

إجابة س12 | المستوى: متقدم | 4 درجات | ★ وزاري • س18 | 2021-2022

المشتقة | Derivative | زاوية الميل | Angle of Inclination

أوجد جميع القيم التي يصنع عندها المماس لمنحنى الدالة الآتية الزاوية المعطاة مع الاتجاه الموجب لمحور السينات:

$$y = x^3 - 2x + 1, \qquad \theta = 45^\circ$$

A) $x = -1,\ x = 1$

B) $x = \sqrt{2},\ x = 1$

C) $x = -\sqrt{2},\ x = \sqrt{2}$

D) $x = -\sqrt{2},\ x = -1$

الحل:

الميل هو ظل زاوية الميل: $m = \tan 45^\circ = 1$

المشتقة تساوي الميل: $y' = 3x^2 - 2 = 1$

$x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$

إجابة س13 | المستوى: متقدم | 4 درجات | ★ وزاري • س20 | 2020-2021

المشتقة | Derivative | زاوية الميل | Angle of Inclination

أوجد جميع القيم التي يصنع عندها المماس لمنحنى الدالة الآتية الزاوية المعطاة مع الاتجاه الموجب لمحور السينات:

$$f(x) = x^3 - 3x + 1, \qquad \theta = 45^\circ$$

A) $x = \pm\frac{\sqrt{3}}{3}$

B) $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$

C) $x = \pm\frac{2\sqrt{3}}{3}$

D) $x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

الحل:

الميل هو ظل زاوية الميل: $m = \tan 45^\circ = 1$

المشتقة تساوي الميل: $f'(x) = 3x^2 - 3 = 1 \Rightarrow x^2 = \frac{4}{3}$

$$x = \pm\frac{2}{\sqrt{3}} = \pm\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

إجابة س14 | المستوى: أساسي | درجتان | ★ وزاري • س3 | 2017-2018

المشتقة الثانية | Second Derivative | قاعدة القوة | Power Rule

أوجد قيمة المشتقة الثانية المطلوبة للدالة الآتية:

$$f(x) = 2x - x^5 + 1, \qquad f''(-1) = ?$$

A) 0 | B) -3 | **C) 20** | D) -20

الحل:

المشتقة الأولى: $f'(x) = 2 - 5x^4$

نشتق مرة ثانية: $f''(x) = -20x^3$

$f''(-1) = -20(-1)^3 = 20$

إجابة س15 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س3 | 2018-2019

المشتقة الثالثة | Third Derivative | قاعدة القوة | Power Rule

أوجد قيمة المشتقة الثالثة المطلوبة للدالة الآتية:

$$f(x) = x^4 + 3x^2 - 2, \qquad f'''\left(\tfrac{1}{6}\right) = ?$$

A) $\frac{19}{3}$ | **B) 4** | C) 10 | D) $\frac{55}{54}$

الحل:

$f'(x) = 4x^3 + 6x, \qquad f''(x) = 12x^2 + 6$

نشتق ثلاث مرات: $f'''(x) = 24x$

$f'''\left(\frac{1}{6}\right) = 24 \cdot \frac{1}{6} = 4$

إجابة س16 | المستوى: متقدم | 4 درجات | ★ وزاري • س12 | 2023-2024

التسارع | Acceleration | المشتقة الثانية | Second Derivative

تمثل الدالة الآتية موقع جسم بعد t ثانية. أوجد دالة التسارع.

$$s(t) = 2\sqrt{t} + 2t^2$$

A) $a(t) = t^{\frac{1}{2}} + 4t$

B) $a(t) = -\frac{1}{2}t^{-\frac{3}{2}} + 4$

C) $a(t) = \frac{1}{2}t^{\frac{3}{2}} + 4$

D) $a(t) = t^{-\frac{1}{2}} + 4t$

الحل:

نكتب الجذر بصورة أسية: $s(t) = 2t^{1/2} + 2t^2$

السرعة مشتقة الموقع: $v(t) = s'(t) = t^{-1/2} + 4t$

التسارع مشتقة السرعة: $a(t) = v'(t) = -\frac{1}{2}t^{-3/2} + 4$

البند 12: تطبيق قاعدتي الضرب والقسمة على المشتقات

Applying the rules of multiplication and division to derivatives

الدرس 4-3: قاعدتا الضرب والقسمة • الكتاب ص 169 إنجليزي • العربي ص 171

أسئلة الكتاب: تمارين 21 إلى 24 • سؤال من إعداد المعلم + الأسئلة الوزارية السابقة

ملخص قوانين البند 12 • Summary of Rules

قاعدة الضرب — Product Rule

$$[f(x)\,g(x)]' = f'(x)\,g(x) + f(x)\,g'(x)$$

معادلة المماس — Equation of the Tangent Line

$$y = f(a) + f'(a)\,(x-a), \qquad m = f'(a)$$

الميل هو قيمة المشتقة عند نقطة التماس

قاعدة الضرب لثلاثة عوامل — Product Rule for Three Factors

$$(f\,g\,h)' = f'gh + fg'h + fgh'$$

قاعدة القسمة — Quotient Rule

$$\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' = \frac{f'(x)\,g(x) - f(x)\,g'(x)}{[g(x)]^2}, \quad g(x) \neq 0$$

إجابة س1 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 169 إنجليزي • العربي ص 171 • تمرين 21a

معادلة المماس | Equation of the Tangent Line

قاعدة الضرب | Product Rule

قابلة للاشتقاق | Differentiable

إذا كانت f و g دالتين قابلتين للاشتقاق، فما معادلة المماس لمنحنى الدالة h عند القيمة المعطاة؟

$$h(x) = f(x)\,g(x), \qquad x = 0$$

$$f(0) = -1, \quad f'(0) = -1, \quad g(0) = 3, \quad g'(0) = -1$$

A) $y = -2x - 3$

B) $y = x - 3$

C) $y = 4x - 3$

D) $y = -2x + 3$

الحل:

نقطة التماس من المعطيات: $h(0) = f(0)g(0) = (-1)(3) = -3$

قاعدة الضرب: $h'(0) = f'(0)g(0) + f(0)g'(0)$

الميل: $h'(0) = (-1)(3) + (-1)(-1) = -2$

$y - (-3) = -2(x - 0) \Rightarrow y = -2x - 3$

إجابة س2 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 169 إنجليزي • العربي ص 171 • تمرين 23a

معادلة المماس | Equation of the Tangent Line | قاعدة الضرب | Product Rule | قابلة للاشتقاق | Differentiable

إذا كانت f دالة قابلة للاشتقاق، فما معادلة المماس لمنحنى الدالة h عند القيمة المعطاة؟

$$h(x) = x^2 f(x), \qquad x = 1$$
$$f(1) = -2, \quad f'(1) = 3$$

A) $y = -x + 1$

B) $y = 3x - 5$

C) $y = -x - 1$

D) $y = 6x - 8$

الحل:

نقطة التماس من المعطيات: $h(1) = 1^2 \cdot f(1) = -2$

قاعدة الضرب: $h'(x) = 2x f(x) + x^2 f'(x)$

الميل: $h'(1) = 2(1)(-2) + (1)^2(3) = -1$

$y + 2 = -(x - 1) \Rightarrow y = -x - 1$

إجابة س3 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 169 إنجليزي • العربي ص 171 • تمرين 23b

معادلة المماس | Equation of the Tangent Line

قاعدة الضرب | Product Rule

قابلة للاشتقاق | Differentiable

إذا كانت f دالة قابلة للاشتقاق، فما معادلة المماس لمنحنى الدالة h عند القيمة المعطاة؟

$$h(x) = x^2 f(x), \qquad x = 0$$
$$f(0) = -1, \quad f'(0) = -1$$

A) $y = 0$ | B) $y = -x$ | C) $y = -2x$ | D) $y = -1$

الحل:

نقطة التماس: $h(0) = 0^2 \cdot f(0) = 0$

قاعدة الضرب: $h'(x) = 2x f(x) + x^2 f'(x)$

الميل صفر: $h'(0) = 2(0)(-1) + 0^2(-1) = 0$

$y - 0 = 0\,(x - 0) \Rightarrow y = 0$

إجابة س4 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 169 إنجليزي • العربي ص 171 • تمرين 21b

معادلة المماس | Equation of the Tangent Line

قاعدة الضرب | Product Rule

قابلة للاشتقاق | Differentiable

إذا كانت f و g دالتين قابلتين للاشتقاق، فما معادلة المماس لمنحنى الدالة h عند القيمة المعطاة؟

$$h(x) = f(x)\,g(x), \qquad x = 1$$
$$f(1) = -2, \quad f'(1) = 3, \quad g(1) = 1, \quad g'(1) = -2$$

A) $y = -x - 1$

B) $y = 7x - 5$

C) $y = -6x + 4$

D) $y = 7x - 9$

الحل:

نقطة التماس من المعطيات: $h(1) = f(1)g(1) = (-2)(1) = -2$

قاعدة الضرب: $h'(1) = f'(1)g(1) + f(1)g'(1)$

الميل: $h'(1) = (3)(1) + (-2)(-2) = 7$

$y + 2 = 7(x - 1) \Rightarrow y = 7x - 9$

إجابة س5 | المستوى: متقدم | 4 درجات | من إعداد المعلم

معادلة المماس | Equation of the Tangent Line

قاعدة الضرب | Product Rule

قابلة للاشتقاق | Differentiable

إذا كانت f و g دالتين قابلتين للاشتقاق، فما معادلة المماس لمنحنى الدالة h عند القيمة المعطاة؟

$$h(x) = x\,f(x)\,g(x), \qquad x = 1$$
$$f(1) = -2, \quad f'(1) = 3, \quad g(1) = 1, \quad g'(1) = -2$$

A) $y = -6x + 4$

B) $y = 5x - 7$

C) $y = x - 3$

D) $y = 7x - 9$

الحل:

نقطة التماس من المعطيات: $h(1) = 1 \cdot f(1)\,g(1) = (1)(-2)(1) = -2$

قاعدة الضرب لثلاثة عوامل: $h'(x) = f(x)g(x) + x\,f'(x)g(x) + x\,f(x)g'(x)$

الميل: $h'(1) = (-2)(1) + (1)(3)(1) + (1)(-2)(-2) = 5$

$y + 2 = 5(x - 1) \Rightarrow y = 5x - 7$

قاعدة القسمة • البند 12

Quotient Rule • Applying the rules of multiplication and division to derivatives

ناتج التعلم: تطبيق قاعدتي الضرب والقسمة على المشتقات

إجابة س6 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 169 إنجليزي • العربي ص 171 • تمرين 24b

معادلة المماس | Equation of the Tangent Line

قاعدة القسمة | Quotient Rule

قابلة للاشتقاق | Differentiable

إذا كانت g دالة قابلة للاشتقاق، فما معادلة المماس لمنحنى الدالة h عند القيمة المعطاة؟

$$h(x) = \frac{x^2}{g(x)}, \qquad x = 0$$

$$g(0) = 3, \quad g'(0) = -1$$

A) $y = -x$

B) $y = \frac{2}{3}x$

C) $y = 0$

D) $y = \frac{1}{3}$

الحل:

نقطة التماس: $h(0) = \frac{0^2}{g(0)} = \frac{0}{3} = 0$

قاعدة القسمة: $h'(0) = \frac{2(0)\,g(0) - 0^2\,g'(0)}{[g(0)]^2}$

الميل صفر: $h'(0) = \frac{0 - 0}{9} = 0$

$y - 0 = 0\,(x - 0) \Rightarrow y = 0$

إجابة س7 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 169 إنجليزي • العربي ص 171 • تمرين 22a

معادلة المماس | Equation of the Tangent Line

قاعدة القسمة | Quotient Rule

قابلة للاشتقاق | Differentiable

إذا كانت f و g دالتين قابلتين للاشتقاق، فما معادلة المماس لمنحنى الدالة h عند القيمة المعطاة؟

$$h(x)=\frac{f(x)}{g(x)}, \qquad x=1$$

$$f(1)=-2,\quad f'(1)=3,\quad g(1)=1,\quad g'(1)=-2$$

A) $y=-\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}$

B) $y=-x-1$

C) $y=-x+1$

D) $y=x-3$

الحل:

$h(1)=\frac{f(1)}{g(1)}=\frac{-2}{1}=-2$: نقطة التماس من المعطيات

$h'(1)=\frac{f'(1)g(1)-f(1)g'(1)}{[g(1)]^2}$: قاعدة القسمة

$h'(1)=\frac{(3)(1)-(-2)(-2)}{1^2}=-1$: الميل

$y+2=-(x-1) \Rightarrow y=-x-1$

إجابة س8 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 169 إنجليزي • العربي ص 171 • تمرين 24a

معادلة المماس | Equation of the Tangent Line

قاعدة القسمة | Quotient Rule

قابلة للاشتقاق | Differentiable

إذا كانت g دالة قابلة للاشتقاق، فما معادلة المماس لمنحنى الدالة h عند القيمة المعطاة؟

$$h(x) = \frac{x^2}{g(x)}, \qquad x = 1$$

$$g(1) = 1, \quad g'(1) = -2$$

A) $y = 4x + 1$

B) $y = -x + 2$

C) $y = -4x + 5$

D) $y = 4x - 3$

الحل:

$h(1) = \frac{1^2}{g(1)} = \frac{1}{1} = 1$: نقطة التماس من المعطيات

$h'(1) = \frac{2(1)\,g(1) - 1^2\,g'(1)}{[g(1)]^2}$: قاعدة القسمة

الميل: $h'(1) = \frac{2(1) - (-2)}{1^2} = 4$

$y - 1 = 4(x - 1) \Rightarrow y = 4x - 3$

إجابة س9 | المستوى: متقدم | 4 درجات | الكتاب ص 169 إنجليزي • العربي ص 171 • تمرين 22b

معادلة المماس | Equation of the Tangent Line

قاعدة القسمة | Quotient Rule

قابلة للاشتقاق | Differentiable

إذا كانت f و g دالتين قابلتين للاشتقاق، فما معادلة المماس لمنحنى الدالة h عند القيمة المعطاة؟

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}, \qquad x = 0$$

$$f(0) = -1, \quad f'(0) = -1, \quad g(0) = 3, \quad g'(0) = -1$$

A) $y = \frac{4}{9}x - \frac{1}{3}$

B) $y = -\frac{4}{9}x - \frac{1}{3}$

C) $y = -\frac{4}{3}x - \frac{1}{3}$

D) $y = x - \frac{1}{3}$

الحل:

نقطة التماس من المعطيات: $h(0) = \frac{f(0)}{g(0)} = \frac{-1}{3}$

قاعدة القسمة: $h'(0) = \frac{f'(0)g(0) - f(0)g'(0)}{[g(0)]^2}$

الميل: $h'(0) = \frac{(-1)(3) - (-1)(-1)}{3^2} = -\frac{4}{9}$

$y + \frac{1}{3} = -\frac{4}{9}(x - 0) \Rightarrow y = -\frac{4}{9}x - \frac{1}{3}$

أسئلة الاختبارات الوزارية السابقة • البند 12

Previous MOE Exam Questions • Applying the rules of multiplication and division to derivatives

ناتج التعلم: تطبيق قاعدتي الضرب والقسمة على المشتقات

إجابة س10 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س14 | 2023-2024

قاعدة القسمة | Quotient Rule | المشتقة | Derivative

أوجد قيمة مشتقة الدالة h المطلوبة باستخدام القيم المعطاة:

$$h(x)=\frac{x^2}{f(x)},\quad f(2)=2,\quad f'(2)=1,\quad h'(2)=?$$

A) 3 | B) 1 | C) -5 | D) -1

الحل:

قاعدة القسمة: $h'(x)=\dfrac{2xf(x)-x^2f'(x)}{[f(x)]^2}$

نعوّض القيم: $h'(2)=\dfrac{2(2)(2)-(2)^2(1)}{2^2}=\dfrac{4}{4}=1$

إجابة س11 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س16 | 2021-2022

قاعدة القسمة | Quotient Rule | المشتقة | Derivative

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x)=\frac{6x}{\sqrt{x}+1}$$

A) $\frac{6\sqrt{x}+6}{(\sqrt{x}+1)^2}$

B) $\frac{3\sqrt{x}-6}{(\sqrt{x}+1)^2}$

C) $\frac{6-3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+1)^2}$

D) $\frac{3\sqrt{x}+6}{(\sqrt{x}+1)^2}$

الحل:

قاعدة القسمة: $f'(x)=\frac{6(\sqrt{x}+1)-6x\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}}{(\sqrt{x}+1)^2}$

نبسّط: $6x\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}=\frac{6x}{2\sqrt{x}}=3\sqrt{x}$

$f'(x)=\frac{6\sqrt{x}+6-3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+1)^2}=\frac{3\sqrt{x}+6}{(\sqrt{x}+1)^2}$

إجابة س12 | المستوى: أساسي | درجتان | ★ وزاري • س8 | 2017-2018

قاعدة القسمة | Quotient Rule | المشتقة | Derivative

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = \frac{3}{2x+1}$$

A) $\frac{-6}{(2x+1)^2}$

B) $\frac{3}{(2x+1)^2}$

C) $\frac{6}{(2x+1)^2}$

D) $\frac{-3}{(2x+1)^2}$

الحل:

قاعدة القسمة: $f'(x) = \frac{(0)(2x+1)-(3)(2)}{(2x+1)^2}$

$f'(x) = \frac{-6}{(2x+1)^2}$

إجابة س13 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س17 | 2022-2023

معادلة المماس | Equation of the Tangent Line | قاعدة القسمة | Quotient Rule

أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة الآتية عند القيمة المعطاة:

$$f(x)=\frac{2}{x+1}, \qquad x=1$$

A) $y=\frac{1}{2}(x-1)-1$

B) $y=-2(x-1)+1$

C) $y=-\frac{1}{2}(x-1)+1$

D) $y=-\frac{1}{2}(x+1)-1$

الحل:

نقطة التماس: $f(1)=\frac{2}{2}=1$

قاعدة القسمة: $f'(x)=\frac{0(x+1)-2(1)}{(x+1)^2}=\frac{-2}{(x+1)^2}$

الميل: $m=f'(1)=-\frac{2}{4}=-\frac{1}{2}$

$y-1=-\frac{1}{2}(x-1) \Rightarrow y=-\frac{1}{2}(x-1)+1$

البند 13: تطبيق قاعدة السلسلة في الاشتقاق

Apply the chain rule for differentiation

الدرس 5-3: قاعدة السلسلة • الكتاب ص 177 إنجليزي • العربي ص 179

أسئلة الكتاب: تمارين 31 إلى 36 + الأسئلة الوزارية السابقة

ملخص قوانين البند 13 • Summary of Rules

قاعدة السلسلة — Chain Rule

$$\frac{d}{dx}\left[f(g(x))\right] = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

مشتقة الدالة الخارجية عند الداخلية مضروبة في مشتقة الداخلية

قاعدة القوة العامة — General Power Rule

$$\frac{d}{dx}\left[u^n\right] = n\,u^{n-1}\,u', \qquad u = u(x)$$

الأساس دالة قابلة للاشتقاق

مشتقة الجذر التربيعي — Derivative of a Square Root

$$\frac{d}{dx}\sqrt{u} = \frac{u'}{2\sqrt{u}}, \quad u > 0$$

قاعدة السلسلة عند نقطة — Chain Rule at a Point

$$h(x) = f(g(x)) \;\Rightarrow\; h'(a) = f'(g(a))\,g'(a)$$

إجابة س1 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 177 إنجليزي • العربي ص 179 • تمرين 35a

المشتقة | Derivative | قاعدة السلسلة | Chain Rule

إذا كانت f دالة قابلة للاشتقاق، فأوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$y = f\left(x^2\right)$$

A) $2x\, f'\left(x^2\right)$

B) $2x\, f'(x)$

C) $f'(2x)$

D) $f'\left(x^2\right)$

الحل:

قاعدة السلسلة: $y' = f'\left(x^2\right) \cdot \frac{d}{dx}\left(x^2\right)$

$y' = 2x f'\left(x^2\right)$

إجابة س2 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 177 إنجليزي • العربي ص 179 • تمرين 35b

المشتقة | Derivative | قاعدة السلسلة | Chain Rule

إذا كانت f دالة قابلة للاشتقاق، فأوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$y = [f(x)]^2$$

A) $2f(x)$

B) $2f'(x)$

C) $[f'(x)]^2$

D) $2f(x)\, f'(x)$

الحل:

قاعدة القوة مع السلسلة: $y' = 2\,[f(x)]^{1} \cdot f'(x)$

$y' = 2f(x)\, f'(x)$

إجابة س3 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 177 إنجليزي • العربي ص 179 • تمرين 36a

المشتقة | Derivative | قاعدة السلسلة | Chain Rule

إذا كانت f دالة قابلة للاشتقاق، فأوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$y = f\left(\sqrt{x}\right)$$

A) $\dfrac{f'(x)}{2\sqrt{x}}$

B) $\dfrac{f'(\sqrt{x})}{2\sqrt{x}}$

C) $\dfrac{1}{2\sqrt{f'(x)}}$

D) $f'(\sqrt{x})$

الحل:

قاعدة السلسلة: $y' = f'(\sqrt{x}) \cdot \dfrac{d}{dx}(\sqrt{x})$

$$y' = f'(\sqrt{x}) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{f'(\sqrt{x})}{2\sqrt{x}}$$

إجابة س4 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 177 إنجليزي • العربي ص 179 • تمرين 31 • وزاري | 2021-2022

المشتقة | Derivative | قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد قيمة مشتقة الدالة h المطلوبة باستخدام القيم المعطاة:

$$h(x) = f(g(x)), \qquad h'(1) = ?$$

$$f(1) = 3, \quad g(1) = 2, \quad f'(1) = 4, \quad f'(2) = 3, \quad g'(1) = -2, \quad g'(3) = 5$$

A) -8

B) -6

C) 6

D) 15

الحل:

قاعدة السلسلة: $h'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

لأن قيمة الدالة الداخلية عند 1 تساوي 2: $h'(1) = f'(g(1)) \cdot g'(1) = f'(2) \cdot g'(1)$

$$h'(1) = (3)(-2) = -6$$

إجابة س5 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 177 إنجليزي • العربي ص 179 • تمرين 32

المشتقة | Derivative | قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد قيمة مشتقة الدالة h المطلوبة باستخدام القيم المعطاة:

$$h(x) = f(g(x)), \qquad h'(2) = ?$$

$$f(2) = 1, \quad g(2) = 3, \quad f'(2) = -1, \quad f'(3) = -3, \quad g'(1) = 2, \quad g'(2) = 4$$

A) -3 | B) -4 | C) -12 | D) 12

الحل:

قاعدة السلسلة: $h'(2) = f'(g(2)) \cdot g'(2)$

لأن قيمة الدالة الداخلية عند 2 تساوي 3: $h'(2) = f'(3) \cdot g'(2)$

$$h'(2) = (-3)(4) = -12$$

إجابة س6 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 177 إنجليزي • العربي ص 179 • تمرين 35c

المشتقة | Derivative | قاعدة السلسلة | Chain Rule

إذا كانت f دالة قابلة للاشتقاق، فأوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$y = f\left(f(x)\right)$$

A) $f'(x)\, f(x)$ | B) $f'(f(x))\, f'(x)$ | C) $f'(f'(x))$ | D) $f'(f(x))$

الحل:

قاعدة السلسلة: $y' = f'\left(f(x)\right) \cdot \frac{d}{dx}\left(f(x)\right)$

$$y' = f'\left(f(x)\right)\, f'(x)$$

إجابة س7 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 177 إنجليزي • العربي ص 179 • تمرين 36b

المشتقة | Derivative | قاعدة السلسلة | Chain Rule

إذا كانت f دالة قابلة للاشتقاق، فأوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$y = \sqrt{f(x)}$$

A) $\sqrt{f'(x)}$

B) $\frac{1}{2\sqrt{f(x)}}$

C) $\frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}$

D) $\frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$

الحل:

نكتب الجذر على صورة قوة: $y = [f(x)]^{1/2}$

$$y' = \frac{1}{2}[f(x)]^{-1/2} \cdot f'(x)$$

$$y' = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$$

إجابة س8 | المستوى: متقدم | 4 درجات | الكتاب ص 177 إنجليزي • العربي ص 179 • تمرين 33

دالة زوجية | Even Function | دالة فردية | Odd Function | قاعدة السلسلة | Chain Rule

إذا كانت f دالة زوجية قابلة للاشتقاق، فأيّ العلاقات الآتية صحيحة دائماً؟

$$f(-x) = f(x)$$

A) $f'(-x) = f'(x)$

B) $f'(x) = 0$

C) $f'(-x) = f(x)$

D) $f'(-x) = -f'(x)$

الحل:

الدالة زوجية: $f(-x) = f(x)$

نشتق الطرفين بقاعدة السلسلة: $f'(-x) \cdot (-1) = f'(x)$

إذن مشتقة الدالة الزوجية دالة فردية: $f'(-x) = -f'(x)$

إجابة س9 | المستوى: متقدم | 4 درجات | الكتاب ص 177 إنجليزي • العربي ص 179 • تمرين 34

التماثل | Symmetry | قاعدة السلسلة | Chain Rule

إذا كان منحنى الدالة القابلة للاشتقاق f متماثلاً حول المستقيم الرأسي المعطى، فأيّ العلاقات الآتية صحيحة دائماً؟

$$x = a, \qquad f(a+x) = f(a-x)$$

A) $f'(a+x) = f'(a-x)$

B) $f'(x) = f'(-x)$

C) $f'(a+x) = -f'(a-x)$

D) $f'(a) = 1$

الحل:

التماثل حول المستقيم: $f(a+x) = f(a-x)$

نشتق الطرفين: $f'(a+x)\cdot(1) = f'(a-x)\cdot(-1)$

منحنى المشتقة متماثل حول نقطة على محور السينات: $f'(a+x) = -f'(a-x)$

إجابة س10 | المستوى: متقدم | 4 درجات | الكتاب ص 177 إنجليزي • العربي ص 179 • تمرين 36c

المشتقة | Derivative | قاعدة السلسلة | Chain Rule

إذا كانت f دالة قابلة للاشتقاق، فأوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$y = f\left(x\, f(x)\right)$$

A) $f'(xf(x))$

B) $f'(xf(x))\ f'(x)$

C) $f'(xf(x))\,[f(x) + xf'(x)]$

D) $f(x) + xf'(x)$

الحل:

قاعدة السلسلة: $y' = f'\left(xf(x)\right) \cdot \frac{d}{dx}\left(xf(x)\right)$

قاعدة الضرب: $\frac{d}{dx}\left(xf(x)\right) = f(x) + xf'(x)$

$y' = f'\left(xf(x)\right)\left[f(x) + xf'(x)\right]$

أسئلة الاختبارات الوزارية السابقة • البند 13

Previous MOE Exam Questions • Apply the chain rule for differentiation

ناتج التعلم: تطبيق قاعدة السلسلة في الاشتقاق

إجابة س11 | المستوى: أساسي | درجتان | ★ وزاري • س5 | 2016-2017

قاعدة السلسلة | Chain Rule | المشتقة | Derivative

أوجد قيمة مشتقة الدالة الآتية عند القيمة المعطاة:

$$y=\sqrt{f(x)}, \quad f(1)=4, \quad f'(1)=-2, \quad x=1$$

A) $-\frac{1}{2}$ | B) 1 | C) -1 | D) $\frac{1}{2}$

الحل:

قاعدة السلسلة: $y'=\frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$

نعوض القيم: $y'(1)=\frac{f'(1)}{2\sqrt{f(1)}}=\frac{-2}{2\sqrt{4}}=-\frac{1}{2}$

إجابة س12 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س2 | 2020-2021

معادلة المماس | Equation of the Tangent Line | قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة الآتية عند القيمة المعطاة:

$$f(x)=\sqrt{x+3}, \qquad x=-2$$

A) $y=4(x+2)+2$

B) $y=\frac{1}{2}(x+2)+1$

C) $y=\frac{1}{4}(x-1)+2$

D) $y=\frac{1}{2}(x-2)+1$

الحل:

نقطة التماس: $f(-2)=\sqrt{1}=1$

قاعدة السلسلة: $f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x+3}}$

الميل: $m=f'(-2)=\frac{1}{2\sqrt{1}}=\frac{1}{2}$

$y-1=\frac{1}{2}(x+2) \Rightarrow y=\frac{1}{2}(x+2)+1$

إجابة س13 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س13 | 2024-2025

قاعدة السلسلة | Chain Rule | الدالة المركبة | Composite Function

أوجد قيمة مشتقة الدالة h المطلوبة باستخدام القيم المعطاة:

$$h(x)=g(f(x)), \qquad h'(2)=?$$

$$f'(3)=3, \quad f'(2)=-1, \quad f(2)=2, \quad g'(1)=5, \quad g'(2)=-2, \quad g(2)=2$$

A) -4

B) 2

C) 6

D) -2

الحل:

قاعدة السلسلة: $h'(x)=g'(f(x))\cdot f'(x)$

لأن قيمة الدالة الداخلية عند 2 تساوي 2: $h'(2)=g'(f(2))\cdot f'(2)=g'(2)\cdot f'(2)$

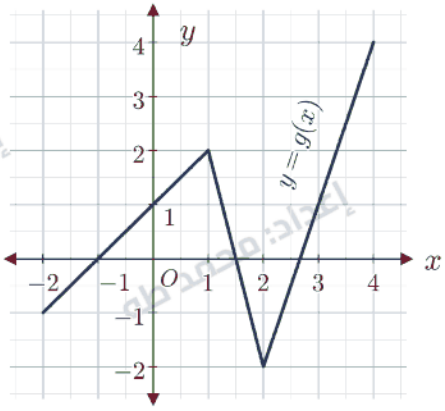
$h'(2)=(-2)(-1)=2$

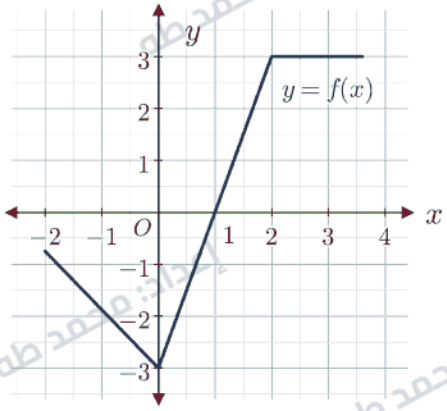
إجابة س14 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س4 | 2022-2023

قاعدة السلسلة | Chain Rule | الدالة المركبة | Composite Function

من التمثيلين البيانيين، أوجد قيمة مشتقة الدالة المركبة الآتية عند القيمة المعطاة:

$$y = f(g(x)), \qquad x = 3$$





A) 0 | B) 3 | C) D.N.E | **D) 9**

الحل:

قاعدة السلسلة: $y'(3) = f'(g(3)) \cdot g'(3)$

من التمثيلين: $g(3) = 1, \quad g'(3) = 3, \quad f'(1) = 3$

$y'(3) = f'(1) \cdot g'(3) = (3)(3) = 9$

إجابة س15 | المستوى: متقدم | 4 درجات | ★ وزاري • س3 | 2020-2021

قاعدة السلسلة | Chain Rule | المشتقة الثانية | Second Derivative

أوجد قيمة العدد الموجب n إذا علمت أن المعطيات الآتية متحققة لجميع قيم x في مجال الدالة:

$$h'(x) = n\sqrt{h(x)}, \qquad h''(x) = 18, \qquad n > 0$$

A) 3 | B) 6 | C) $3\sqrt{2}$ | D) 36

الحل:

نشتق الطرفين بقاعدة السلسلة:

$$h''(x) = n \cdot \frac{h'(x)}{2\sqrt{h(x)}}$$

نعوّض المشتقة الأولى:

$$h''(x) = n \cdot \frac{n\sqrt{h(x)}}{2\sqrt{h(x)}} = \frac{n^2}{2}$$

$$\frac{n^2}{2} = 18 \Rightarrow n^2 = 36 \Rightarrow n = 6$$

إجابة س16 | المستوى: متقدم | 4 درجات | ★ وزاري • س14 | 2024-2025

قاعدة السلسلة | Chain Rule | التسارع | Acceleration

تمثل الدالة الآتية موقع جسم بعد t ثانية. أوجد دالة التسارع.

$$s(t) = \sqrt{4t + 16} - 4$$

A) $a(t) = 4\sqrt{(4t+16)^3}$

B) $a(t) = \dfrac{1}{\sqrt{(4t+16)^3}}$

C) $a(t) = -\dfrac{4}{\sqrt{(4t+16)^3}}$

D) $a(t) = -\dfrac{4}{\sqrt{4t+16}}$

الحل:

السرعة مشتقة الموقع: $v(t) = s'(t) = \dfrac{4}{2\sqrt{4t+16}} = 2(4t+16)^{-1/2}$

التسارع مشتقة السرعة: $a(t) = v'(t) = 2\left(-\dfrac{1}{2}\right)(4t+16)^{-3/2} \cdot 4$

$$a(t) = -4(4t+16)^{-3/2} = -\frac{4}{\sqrt{(4t+16)^3}}$$

إجابة س17 | المستوى: متقدم | 4 درجات | ★ وزاري • س16 | 2019-2020

قاعدة السلسلة | Chain Rule | قاعدة القوة العامة | General Power Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x)=\left(\sqrt{x^2+4}-3x^2\right)^{\frac{3}{2}}$$

A) $\left(\sqrt{x^2+4}-3x^2\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{x}{\sqrt{x^2+4}}-6x\right)$

B) $\frac{3}{2}\left(\sqrt{x^2+4}-3x^2\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{x}{\sqrt{x^2+4}}-6x\right)$

C) $\frac{3}{2}\left(\sqrt{x^2+4}-3x^2\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{2x}{\sqrt{x^2+4}}-6x\right)$

D) $\frac{3}{2}\left(\sqrt{x^2+4}-3x^2\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{x}{2\sqrt{x^2+4}}-6x\right)$

الحل:

قاعدة القوة العامة: $f'(x)=\frac{3}{2}\left(\sqrt{x^2+4}-3x^2\right)^{1/2}\cdot\left(\sqrt{x^2+4}-3x^2\right)'$

$$\frac{d}{dx}\sqrt{x^2+4}=\frac{2x}{2\sqrt{x^2+4}}=\frac{x}{\sqrt{x^2+4}}$$

$$f'(x)=\frac{3}{2}\left(\sqrt{x^2+4}-3x^2\right)^{1/2}\left(\frac{x}{\sqrt{x^2+4}}-6x\right)$$

البند 14: إيجاد مشتقة معكوس دالة باستخدام قاعدة السلسلة

Find the derivative of an inverse function using the Chain Rule

الدرس 5-3: قاعدة السلسلة • الكتاب ص 176 إنجليزي • العربي ص 178

أسئلة الكتاب: تمارين 17 إلى 22 + الأسئلة الوزارية السابقة

ملخص قوانين البند 14 • Summary of Rules

مشتقة الدالة العكسية — Derivative of an Inverse Function

$$g'(a) = \frac{1}{f'(g(a))}, \quad f'(g(a)) \neq 0$$

بشرط ألا يساوي المقام صفراً

إيجاد قيمة الدالة العكسية عند نقطة — Finding g(a)

$$g(a) = x_0 \iff f(x_0) = a$$

نحل المعادلة لنجد العدد الذي صورته القيمة المعطاة

قاعدة السلسلة — Chain Rule

$$\frac{d}{dx}[f(g(x))] = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

مشتقة الدالة الخارجية عند الداخلية مضروبة في مشتقة الداخلية

مشتقة الجذر التربيعي — Derivative of a Square Root

$$\frac{d}{dx}\sqrt{u} = \frac{u'}{2\sqrt{u}}, \quad u > 0$$

إجابة س1 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 176 إنجليزي • العربي ص 178 • تمرين 17 • وزاري | 2016-2017

الدالة العكسية | Inverse Function | مشتقة الدالة العكسية | Derivative of an Inverse

قاعدة السلسلة | Chain Rule

إذا كانت الدالة g هي الدالة العكسية للدالة f، فأوجد مشتقة g عند القيمة المعطاة:

$$f(x) = x^3 + 4x - 1, \qquad a = -1, \qquad g'(a) = ?$$

A) 4 | B) $\frac{1}{7}$ | C) 7 | D) $\frac{1}{4}$

الحل:

نحل المعادلة بتجريب أعداد صحيحة صغيرة: $f(x) = -1 \Rightarrow x = 0$

الدالة العكسية تبدّل الإحداثيين: $g(-1) = 0$

$f'(x) = 3x^2 + 4 \Rightarrow f'(0) = 4$

مشتقة الدالة العكسية: $g'(-1) = \frac{1}{f'(g(-1))} = \frac{1}{f'(0)}$

$g'(-1) = \frac{1}{4}$

إجابة س2 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 176 إنجليزي • العربي ص 178 • تمرين 18 • وزاري | 2019-2020

الدالة العكسية | Inverse Function

مشتقة الدالة العكسية | Derivative of an Inverse

قاعدة السلسلة | Chain Rule

إذا كانت الدالة g هي الدالة العكسية للدالة f، فأوجد مشتقة g عند القيمة المعطاة:

$$f(x) = x^5 + 4x - 2, \qquad a = -2, \qquad g'(a) = ?$$

A) 4

B) $\frac{1}{4}$

C) $\frac{1}{84}$

D) 84

الحل:

نحل المعادلة بتجريب أعداد صحيحة صغيرة: $f(x) = -2 \Rightarrow x = 0$

الدالة العكسية تبدّل الإحداثيين: $g(-2) = 0$

$f'(x) = 5x^4 + 4 \Rightarrow f'(0) = 4$

مشتقة الدالة العكسية: $g'(-2) = \frac{1}{f'(g(-2))} = \frac{1}{f'(0)}$

$g'(-2) = \frac{1}{4}$

إجابة س3 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 176 إنجليزي • العربي ص 178 • تمرين 19

الدالة العكسية | Inverse Function

مشتقة الدالة العكسية | Derivative of an Inverse

قاعدة السلسلة | Chain Rule

إذا كانت الدالة g هي الدالة العكسية للدالة f، فأوجد مشتقة g عند القيمة المعطاة:

$$f(x) = x^5 + 3x^3 + x, \qquad a = 5, \qquad g'(a) = ?$$

A) $\frac{1}{15}$ B) 15 C) $\frac{1}{5}$ D) 5

الحل:

نحل المعادلة بتجريب أعداد صحيحة صغيرة: $f(x) = 5 \Rightarrow x = 1$

الدالة العكسية تبدّل الإحداثيين: $g(5) = 1$

$f'(x) = 5x^4 + 9x^2 + 1 \Rightarrow f'(1) = 15$

مشتقة الدالة العكسية: $g'(5) = \frac{1}{f'(g(5))} = \frac{1}{f'(1)}$

$g'(5) = \frac{1}{15}$

إجابة س4 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 176 إنجليزي • العربي ص 178 • تمرين 20 • وزاري | 2017-2018 | 2023-2024

الدالة العكسية | Inverse Function

مشتقة الدالة العكسية | Derivative of an Inverse

قاعدة السلسلة | Chain Rule

إذا كانت الدالة g هي الدالة العكسية للدالة f، فأوجد مشتقة g عند القيمة المعطاة:

$$f(x) = x^3 + 2x + 1, \qquad a = -2, \qquad g'(a) = ?$$

A) 5

B) $\frac{1}{14}$

C) $\frac{1}{5}$

D) $-\frac{1}{5}$

الحل:

نحل المعادلة بتجريب أعداد صحيحة صغيرة: $f(x) = -2 \Rightarrow x = -1$

الدالة العكسية تبدّل الإحداثيين: $g(-2) = -1$

$f'(x) = 3x^2 + 2 \Rightarrow f'(-1) = 5$

مشتقة الدالة العكسية: $g'(-2) = \frac{1}{f'(g(-2))} = \frac{1}{f'(-1)}$

$g'(-2) = \frac{1}{5}$

إجابة س5 | المستوى: متقدم | 4 درجات | الكتاب ص 176 إنجليزي • العربي ص 178 • تمرين 21

الدالة العكسية | Inverse Function

مشتقة الدالة العكسية | Derivative of an Inverse

قاعدة السلسلة | Chain Rule

إذا كانت الدالة g هي الدالة العكسية للدالة f، فأوجد مشتقة g عند القيمة المعطاة:

$$f(x)=\sqrt{x^3+2x+4}, \qquad a=2, \qquad g'(a)=?$$

A) $\frac{1}{4}$ | B) 4 | C) 2 | D) $\frac{1}{2}$

الحل:

نحل المعادلة بتجريب أعداد صحيحة صغيرة: $f(x)=2 \Rightarrow x=0$

الدالة العكسية تبدّل الإحداثيين: $g(2)=0$

$$f'(x)=\frac{3x^2+2}{2\sqrt{x^3+2x+4}} \Rightarrow f'(0)=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

مشتقة الدالة العكسية: $g'(2)=\frac{1}{f'(g(2))}=\frac{1}{f'(0)}$

$$g'(2)=2$$

إجابة س6 | المستوى: متقدم | 4 درجات | الكتاب ص 176 إنجليزي • العربي ص 178 • تمرين 22

الدالة العكسية | Inverse Function

مشتقة الدالة العكسية | Derivative of an Inverse

قاعدة السلسلة | Chain Rule

إذا كانت الدالة g هي الدالة العكسية للدالة f، فأوجد مشتقة g عند القيمة المعطاة:

$$f(x)=\sqrt{x^5+4x^3+3x+1},\qquad a=3,\qquad g'(a)=?$$

A) $\frac{10}{3}$

B) $\frac{1}{20}$

C) $\frac{1}{3}$

D) $\frac{3}{10}$

الحل:

نحل المعادلة بتجريب أعداد صحيحة صغيرة: $f(x)=3 \Rightarrow x=1$

الدالة العكسية تبدّل الإحداثيين: $g(3)=1$

$$f'(x)=\frac{5x^4+12x^2+3}{2\sqrt{x^5+4x^3+3x+1}} \Rightarrow f'(1)=\frac{20}{6}=\frac{10}{3}$$

مشتقة الدالة العكسية: $g'(3)=\frac{1}{f'(g(3))}=\frac{1}{f'(1)}$

$$g'(3)=\frac{3}{10}$$

أسئلة الاختبارات الوزارية السابقة • البند 14

Previous MOE Exam Questions • Find the derivative of an inverse function using the Chain Rule

ناتج التعلم: إيجاد مشتقة معكوس دالة باستخدام قاعدة السلسلة

إجابة س7 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س7 | 2024-2025

الدالة العكسية | Inverse Function

مشتقة الدالة العكسية | Derivative of an Inverse

إذا كانت الدالة g هي الدالة العكسية للدالة f، فأوجد مشتقة g عند القيمة المعطاة:

$$f(x) = x^5 + 2x^3 - 1, \quad a = 2, \quad g'(a) = ?$$

A) -1

B) 0

C) $\frac{1}{5}$

D) $\frac{1}{11}$

الحل:

نحل المعادلة بالتجريب: $x^5 + 2x^3 - 1 = 2 \Rightarrow x = 1$

الدالة العكسية تبدّل الإحداثيين: $g(2) = 1$

$f'(x) = 5x^4 + 6x^2 \Rightarrow f'(1) = 5 + 6 = 11$

مشتقة الدالة العكسية: $g'(2) = \frac{1}{f'(g(2))} = \frac{1}{f'(1)}$

$g'(2) = \frac{1}{11}$

إجابة س8 | المستوى: متقدم | 4 درجات | ★ وزاري | 2018-2019

الدالة العكسية | Inverse Function

مشتقة الدالة العكسية | Derivative of an Inverse

إذا كانت الدالة g هي الدالة العكسية للدالة f، فأيّ مما يأتي يساوي مشتقة g؟

$$f(x) = x^3 + 5x + 6, \qquad g'(x) = ?$$

A) $\dfrac{1}{3\left[g(x)\right]^2 + 5}$

B) $\dfrac{1}{3\left[g(x)\right]^2}$

C) $\dfrac{1}{3\left[g(x)\right]^2 + 5\left[g(x)\right]}$

D) $\dfrac{1}{\left[g(x)\right]^3 + 6}$

الحل:

قاعدة القوة: $f'(x) = 3x^2 + 5$

مشتقة الدالة العكسية: $g'(x) = \dfrac{1}{f'(g(x))}$

نعوّض الدالة العكسية مكان المتغير: $g'(x) = \dfrac{1}{3\left[g(x)\right]^2 + 5}$

البند 15: إيجاد مشتقات الدوال المثلثية باستخدام قواعد التفاضل

Find the derivatives of trigonometric functions using differentiation rules

الدرس 6-3: مشتقات الدوال المثلثية • الكتاب ص 184 إنجليزي • العربي ص 186

أسئلة الكتاب: تمارين 9 إلى 18 + الأسئلة الوزارية السابقة

ملخص قوانين البند 15 • Summary of Rules

مشتقتا الجيب وجيب التمام — Derivatives of sin and cos

$$\frac{d}{dx}\sin x = \cos x, \qquad \frac{d}{dx}\cos x = -\sin x$$

صحيحتان لكل الأعداد الحقيقية

مشتقتا الظل وظل التمام — Derivatives of tan and cot

$$\frac{d}{dx}\tan x = \sec^2 x, \qquad \frac{d}{dx}\cot x = -\csc^2 x$$

صحيحتان على مجال كل دالة

مشتقتا القاطع وقاطع التمام — Derivatives of sec and csc

$$\frac{d}{dx}\sec x = \sec x \tan x, \qquad \frac{d}{dx}\csc x = -\csc x \cot x$$

صحيحتان على مجال كل دالة

قاعدة السلسلة — Chain Rule

$$\frac{d}{dx}\left[f(g(x))\right] = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

مشتقة الدالة الخارجية عند الداخلية مضروبة في مشتقة الداخلية

متطابقات مفيدة — Useful Identities

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1, \quad \sec^2 x - \tan^2 x = 1, \quad 2\sin x \cos x = \sin 2x$$

تبسّط الدالة قبل الاشتقاق

إجابة س1 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 184 إنجليزي • العربي ص 186 • تمرين 9

المشتقة | Derivative | الدوال المثلثية | Trigonometric Functions | قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(t) = \sin 3t \sec 3t$$

A) $9\sec^2 3t$

B) $\sec^2 3t$

C) $3\sec^2 3t$

D) $3\sec 3t \tan 3t$

الحل:

نبسّط أولاً: $f(t) = \sin 3t \cdot \frac{1}{\cos 3t} = \tan 3t$

قاعدة السلسلة: $f'(t) = \sec^2 3t \cdot 3$

$f'(t) = 3\sec^2 3t$

إجابة س2 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 184 إنجليزي • العربي ص 186 • تمرين 11

المشتقة | Derivative | الدوال المثلثية | Trigonometric Functions | قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(w) = \frac{1}{\sin 4w}$$

A) $-4 \csc 4w \cot 4w$

B) $4 \csc 4w \cot 4w$

C) $-\csc 4w \cot 4w$

D) $\frac{1}{4 \cos 4w}$

الحل:

مقلوب الجيب: $f(w) = \frac{1}{\sin 4w} = \csc 4w$

قاعدة السلسلة: $f'(w) = -\csc 4w \cot 4w \cdot 4$

$f'(w) = -4 \csc 4w \cot 4w$

إجابة س3 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 184 إنجليزي • العربي ص 186 • تمرين 13

المشتقة | Derivative | المتطابقات المثلثية | Trigonometric Identities | قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = 2\sin 2x \cos 2x$$

A) $-4\cos 4x$

B) $4\cos 2x$

C) $2\cos 4x$

D) $4\cos 4x$

الحل:

$2\sin 2x\cos 2x = \sin 4x$ متطابقة ضعف الزاوية:

$f(x) = \sin 4x$

$f'(x) = \cos 4x \cdot 4$ قاعدة السلسلة:

$f'(x) = 4\cos 4x$

إجابة س4 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 184 إنجليزي • العربي ص 186 • تمرين 10

المشتقة | Derivative | المتطابقات المثلثية | Trigonometric Identities

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(t) = \sqrt{\cos 5t \sec 5t}$$

A) 1

B) 0

C) $\frac{5}{2}\tan 5t$

D) $-5\sin 5t \sec 5t$

الحل:

نبسّط أولاً: $\cos 5t \sec 5t = \cos 5t \cdot \frac{1}{\cos 5t} = 1$

دالة ثابتة حيث تكون معرّفة: $f(t) = \sqrt{1} = 1$

$f'(t) = 0$

إجابة س5 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 184 إنجليزي • العربي ص 186 • تمرين 12

المشتقة | Derivative | قاعدة الضرب | Product Rule | قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(w) = w^2 \sec^2 3w$$

A) $2w \sec^2 3w + 3w^2 \sec 3w \tan 3w$

B) $6w \sec^2 3w \tan 3w$

C) $2w \sec^2 3w + 2w^2 \sec^2 3w \tan 3w$

D) $2w \sec^2 3w + 6w^2 \sec^2 3w \tan 3w$

الحل:

قاعدة الضرب: $f'(w) = 2w \sec^2 3w + w^2 \left(\sec^2 3w\right)'$

قاعدة السلسلة: $\left(\sec^2 3w\right)' = 2 \sec 3w \cdot \sec 3w \tan 3w \cdot 3 = 6 \sec^2 3w \tan 3w$

$f'(w) = 2w \sec^2 3w + 6w^2 \sec^2 3w \tan 3w$

إجابة س6 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 184 إنجليزي • العربي ص 186 • تمرين 14

المشتقة | Derivative | المتطابقات المثلثية | Trigonometric Identities

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = 4\sin^2 3x + 4\cos^2 3x$$

A) 0

B) $24\sin 3x \cos 3x$

C) $8\sin 3x + 8\cos 3x$

D) 4

الحل:

$f(x) = 4\left(\sin^2 3x + \cos^2 3x\right) = 4(1) = 4$ بتطابقة فيثاغورس:

$f'(x) = 0$

إجابة س7 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 184 إنجليزي • العربي ص 186 • تمرين 15

المشتقة | Derivative | قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = \tan\sqrt{x^2+1}$$

A) $\dfrac{\sec^2\left(\sqrt{x^2+1}\right)}{2\sqrt{x^2+1}}$

B) $\dfrac{2x\sec^2\left(\sqrt{x^2+1}\right)}{\sqrt{x^2+1}}$

C) $\sec^2\left(\sqrt{x^2+1}\right)$

D) $\dfrac{x\sec^2\left(\sqrt{x^2+1}\right)}{\sqrt{x^2+1}}$

الحل:

قاعدة السلسلة: $f'(x) = sec^2\left(\sqrt{x^2+1}\right)\cdot\frac{d}{dx}\sqrt{x^2+1}$

مشتقة الجذر: $\frac{d}{dx}\sqrt{x^2+1} = \frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}} = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

$$f'(x) = \frac{x\,sec^2\left(\sqrt{x^2+1}\right)}{\sqrt{x^2+1}}$$

إجابة س8 | المستوى: متقدم | 4 درجات | الكتاب ص 184 إنجليزي • العربي ص 186 • تمرين 16

المشتقة | Derivative | قاعدة الضرب | Product Rule | قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = 4x^2 \sin x \sec 3x$$

A) $8x \sin x \sec 3x + 4x^2 \cos x \sec 3x + 4x^2 \sin x \sec 3x \tan 3x$

B) $8x \sin x \sec 3x + 4x^2 \cos x \sec 3x + 12x^2 \sin x \sec 3x \tan 3x$

C) $8x \sin x \sec 3x + 12x^2 \sin x \sec 3x \tan 3x$

D) $8x \sin x \sec 3x + 4x^2 \cos x \sec 3x - 12x^2 \sin x \sec 3x \tan 3x$

الحل:

$(uvw)' = u'vw + uv'w + uvw'$: اضرب لثلاثة عوامل

$u = 4x^2, \quad v = \sin x, \quad w = \sec 3x$

$u' = 8x, \quad v' = \cos x, \quad w' = 3 \sec 3x \tan 3x$: نشتق كل عامل

$f'(x) = 8x \sin x \sec 3x + 4x^2 \cos x \sec 3x + 12x^2 \sin x \sec 3x \tan 3x$

إجابة س9 | المستوى: متقدم | 4 درجات | الكتاب ص 184 إنجليزي • العربي ص 186 • تمرين 17

المشتقة | Derivative | قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = \sin^3\left(\cos\sqrt{x^3+2x^2}\right), \qquad u = \sqrt{x^3+2x^2}$$

A) $-3\sin^2(\cos u)\cos(\cos u)\sin u \cdot \dfrac{3x^2+4x}{2u}$

B) $3\sin^2(\cos u)\cos(\cos u)\sin u \cdot \dfrac{3x^2+4x}{2u}$

C) $-3\sin^2(\cos u)\cos(\cos u) \cdot \dfrac{3x^2+4x}{2u}$

D) $-3\sin^2(\cos u)\sin u \cdot \dfrac{3x^2+4x}{2u}$

الحل:

$f = [\sin(\cos u)]^3$: سلسلة من أربع طبقات

$f' = 3\sin^2(\cos u)\cdot\cos(\cos u)\cdot(-\sin u)\cdot u'$: نشتق من الخارج إلى الداخل

$$u' = \frac{3x^2+4x}{2\sqrt{x^3+2x^2}} = \frac{3x^2+4x}{2u}$$

$$f'(x) = -3\sin^2(\cos u)\cos(\cos u)\sin u \cdot \frac{3x^2+4x}{2u}$$

إجابة س10 | المستوى: متقدم | 4 درجات | الكتاب ص 184 إنجليزي • العربي ص 186 • تمرين 18

المشتقة | Derivative | قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = \tan^4\left(\sin^2\left(x^3 + 2x\right)\right), \qquad v = x^3 + 2x$$

A) $4\tan^3(\sin^2 v)\sec^2(\sin^2 v)(3x^2+2)$

B) $8\tan^3(\sin^2 v)\sec^2(\sin^2 v)\sin v\cos v(3x^2+2)$

C) $8\tan^3(\sin^2 v)\sin v\cos v(3x^2+2)$

D) $4\tan^3(\sin^2 v)\sec^2(\sin^2 v)\sin v\cos v(3x^2+2)$

الحل:

$f = \left[\tan(\sin^2 v)\right]^4$: قاعدة السلسلة

$f' = 4\tan^3(\sin^2 v)\cdot\sec^2(\sin^2 v)\cdot 2\sin v\cos v\cdot v'$: نشتق من الخارج إلى الداخل

$v' = 3x^2 + 2$

$f'(x) = 8\tan^3(\sin^2 v)\sec^2(\sin^2 v)\sin v\cos v(3x^2+2)$

أسئلة الاختبارات الوزارية السابقة • البند 15

Previous MOE Exam Questions • Find the derivatives of trigonometric functions using differentiation rules

ناتج التعلم: إيجاد مشتقات الدوال المثلثية باستخدام قواعد التفاضل

إجابة س11 | المستوى: أساسي | درجتان | ★ وزاري • س16 | 2016-2017

المشتقة | Derivative | المتطابقات المثلثية | Trigonometric Identities

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$y = \sec^2 3x - \tan^2 3x$$

A) $6\sec 3x \cdot \tan 3x - 6\cot 3x$

B) $6\sec 3x - 6\tan 3x$

C) 0

D) $2\csc 3x - 2\cot 3x$

الحل:

متطابقة: $\sec^2 3x - \tan^2 3x = 1$

مشتقة الثابت: $y = 1 \Rightarrow y' = 0$

إجابة س12 | المستوى: أساسي | درجتان | ★ وزاري • س3 | 2021-2022

المشتقة | Derivative | قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = \tan 3x - \csc^2 x$$

A) $f'(x) = 3\sec^2 3x \tan 3x - 2\csc x \cot x$

B) $f'(x) = 3\sec^2 3x + 2\csc^2 x \cot x$

C) $f'(x) = 3\sec^2 3x - 2\csc^2 x \cot x$

D) $f'(x) = 3\sec^2 3x \tan 3x + 2\csc x \cot x$

الحل:

$(\tan 3x)' = 3\sec^2 3x$: قاعدة السلسلة

$\left(\csc^2 x\right)' = 2\csc x\left(-\csc x \cot x\right) = -2\csc^2 x \cot x$: قاعدة القوة العامة

$f'(x) = 3\sec^2 3x - \left(-2\csc^2 x \cot x\right)$

$f'(x) = 3\sec^2 3x + 2\csc^2 x \cot x$

إجابة س13 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س13 • س7 | 2023-2024 | 2022-2023

المشتقة | Derivative | قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = \sin^2(\tan x)$$

A) $f'(x) = (\tan x \sec x)\,[2\sin(\tan x)]\,[\cos(\tan x)]$

B) $f'(x) = (\sec^2 x)\,[\sin(\tan x)]\,[\cos(\tan x)]$

C) $f'(x) = (\sec x)\,[2\sin(\tan x)]\,[\cos(\tan x)]$

D) $f'(x) = (\sec^2 x)\,[2\sin(\tan x)]\,[\cos(\tan x)]$

الحل:

قاعدة السلسلة: $f = [\sin(\tan x)]^2$

$f'(x) = 2\sin(\tan x) \cdot \cos(\tan x) \cdot \sec^2 x$

إجابة س14 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س16 | 2017-2018

المشتقة | Derivative | قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x)=\sqrt{\tan\left(x^3+2x\right)}$$

A) $\dfrac{(3x^2+2)\sec^2(x^3+2x)}{\sqrt{\tan(x^3+2x)}}$

B) $\dfrac{(x^3+2)\sec^2(x^3+2x)}{2\sqrt{\tan(x^3+2x)}}$

C) $\dfrac{(3x^2+2)\sec^2(x^3+2x)}{2\sqrt{\tan(x^3+2x)}}$

D) $\dfrac{(3x^2+2)\sec^2(x^3+2x)}{3\sqrt{\tan(x^3+2x)}}$

الحل:

قاعدة السلسلة: $f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{\tan(x^3+2x)}}\cdot sec^2(x^3+2x)\cdot(3x^2+2)$

$$f'(x)=\frac{(3x^2+2)\,sec^2(x^3+2x)}{2\sqrt{\tan(x^3+2x)}}$$

إجابة س15 | المستوى: متقدم | 4 درجات | ★ وزاري • س15 | 2024-2025

المشتقة | Derivative | قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = \csc^2(\cot x)$$

A) $f'(x) = (2\csc^2 x)\left[\csc^2(\cot x)\right]\left[\cot(\cot x)\right]$

B) $f'(x) = \csc^2 x\left[\csc(\cot x)\right]\left[\cot(\cot x)\right]$

C) $f'(x) = \left[\csc^2(\cot x)\right]\left[\cot(\cot x)\right]$

D) $f'(x) = (2\csc^2 x)\left[\csc^2(\cot x)\right]\left[\cot(\csc x)\right]$

الحل:

قاعدة السلسلة: $f = [\csc(\cot x)]^2$

$$f' = 2\csc(\cot x)\cdot[-\csc(\cot x)\cot(\cot x)]\cdot\left(-\csc^2 x\right)$$

$$f'(x) = 2\csc^2 x\,\csc^2(\cot x)\,\cot(\cot x)$$

البند 16: إيجاد مشتقات الدوال الأسية

Find the derivatives of exponential functions

الدرس 7-3: مشتقات الدوال الأسية واللوغاريتمية • الكتاب ص 194 إنجليزي • العربي ص 196

أسئلة الكتاب: تمارين 29 و30 • سؤال من إعداد المعلم + الأسئلة الوزارية السابقة

ملخص قوانين البند 16 • Summary of Rules

مشتقة الدالة الأسية الطبيعية — Derivative of e^x

$$\frac{d}{dx}e^x = e^x, \qquad \frac{d}{dx}e^u = e^u\,u'$$

الدالة الأسية معرّفة وقابلة للاشتقاق لكل الأعداد الحقيقية

مشتقة الدالة الأسية العامة — Derivative of a^x

$$\frac{d}{dx}a^x = a^x \ln a, \qquad \frac{d}{dx}a^u = a^u \ln a \cdot u', \qquad a > 0$$

قاعدة الضرب — Product Rule

$$[f\,g]' = f'g + fg'$$

المماس الأفقي — Horizontal Tangent

$$f'(x) = 0, \qquad e^u > 0$$

الدالة الأسية موجبة دائماً فلا تساوي صفراً

معادلة المماس — Equation of the Tangent Line

$$y = f(a) + f'(a)\,(x - a)$$

الميل هو قيمة المشتقة عند نقطة التماس

إجابة س1 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 194 إنجليزي • العربي ص 196 • تمرين 29a • وزاري | 2019-2020

مماس أفقي | Horizontal Tangent | الدالة الأسية | Exponential Function | قاعدة الضرب | Product Rule

أوجد جميع القيم التي يكون عندها المماس لمنحنى الدالة الآتية أفقياً:

$$f(x) = xe^{-2x}$$

A) $x = -\frac{1}{2}$ | B) $x = 2$ | C) $x = \frac{1}{2}$ | D) $x = -2$

الحل:

$f'(x) = e^{-2x} + x\left(-2e^{-2x}\right)$: قاعدة الضرب

$f'(x) = e^{-2x}(1 - 2x) = 0$: المماس الأفقي ميله صفر

$1 - 2x = 0$: لأن الأسية لا تساوي صفراً

$x = \frac{1}{2}$

إجابة س2 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 194 إنجليزي • العربي ص 196 • تمرين 29b

مماس أفقي | Horizontal Tangent | الدالة الأسية | Exponential Function | قاعدة الضرب | Product Rule

أوجد جميع القيم التي يكون عندها المماس لمنحنى الدالة الآتية أفقياً:

$$f(x) = xe^{-3x}$$

A) $x = \frac{1}{3}$ | B) $x = 3$ | C) $x = 0$ | D) $x = -\frac{1}{3}$

الحل:

$f'(x) = e^{-3x} - 3xe^{-3x} = e^{-3x}(1 - 3x)$: قاعدة الضرب

$1 - 3x = 0$: لأن الأسية لا تساوي صفراً

$x = \frac{1}{3}$

إجابة س3 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 194 إنجليزي • العربي ص 196 • تمرين 30a

مماس أفقي | Horizontal Tangent | الدالة الأسية | Exponential Function | قاعدة الضرب | Product Rule

أوجد جميع القيم التي يكون عندها المماس لمنحنى الدالة الآتية أفقياً:

$$f(x) = x^2 e^{-2x}$$

A) $x = 1$

B) $x = 0,\ x = -1$

C) $x = 0,\ x = 1$

D) $x = 0,\ x = 2$

الحل:

$f'(x) = 2xe^{-2x} - 2x^2e^{-2x}$: قاعدة الضرب

$f'(x) = 2xe^{-2x}(1 - x) = 0$: نخرج العامل المشترك

$2x = 0$ ، $1 - x = 0$: لأن الأسية لا تساوي صفراً

$x = 0,\ x = 1$

إجابة س4 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 194 إنجليزي • العربي ص 196 • تمرين 30b

مماس أفقي | Horizontal Tangent | الدالة الأسية | Exponential Function | قاعدة الضرب | Product Rule

أوجد جميع القيم التي يكون عندها المماس لمنحنى الدالة الآتية أفقياً:

$$f(x) = x^2 e^{-3x}$$

A) $x = \frac{2}{3}$

B) $x = 0,\ x = \frac{3}{2}$

C) $x = 0,\ x = -\frac{2}{3}$

D) $x = 0,\ x = \frac{2}{3}$

الحل:

$f'(x) = 2xe^{-3x} - 3x^2e^{-3x}$: قاعدة الضرب

$f'(x) = xe^{-3x}(2 - 3x) = 0$: نخرج العامل المشترك

$x = 0 \quad , \quad 2 - 3x = 0$: لأن الأسية لا تساوي صفراً

$x = 0,\ x = \frac{2}{3}$

إجابة س5 | المستوى: متقدم | 4 درجات | من إعداد المعلم

مماس أفقي | Horizontal Tangent
الدالة الأسية | Exponential Function
قاعدة الضرب | Product Rule

أوجد جميع القيم التي يكون عندها المماس لمنحنى الدالة الآتية أفقياً:

$$f(x) = \left(x^2 - 3\right) e^x$$

A) $x = 3,\ x = -1$

B) $x = -3,\ x = 1$

C) $x = -\sqrt{3},\ x = \sqrt{3}$

D) $x = 0$

الحل:

قاعدة الضرب: $f'(x) = 2xe^x + \left(x^2 - 3\right) e^x$

نحلل: $f'(x) = e^x \left(x^2 + 2x - 3\right) = e^x(x + 3)(x - 1)$

لأن الأسية لا تساوي صفراً: $(x + 3)(x - 1) = 0$

$x = -3,\ x = 1$

أسئلة الاختبارات الوزارية السابقة • البند 16

Previous MOE Exam Questions • Find the derivatives of exponential functions

ناتج التعلم: إيجاد مشتقات الدوال الأسية

إجابة س6 | المستوى: أساسي | درجتان | ★ وزاري • س1 | 2024-2025

المشتقة | Derivative | الدالة الأسية | Exponential Function

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(t) = t + 2^t$$

A) $f'(t) = 1 + 2^t \ln 2$

B) $f'(t) = t + 2^t \ln 2$

C) $f'(t) = 1 + \ln 2$

D) $f'(t) = 1 + 2^t$

الحل:

مشتقة الدالة الأسية: $\frac{d}{dt}a^t = a^t \ln a$

$f'(t) = 1 + 2^t \ln 2$

إجابة س7 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س11 | 2016-2017

ميل المماس | Slope of the Tangent Line | الدالة الأسية | Exponential Function

أوجد ميل المماس لمنحنى الدالة الآتية عند القيمة المعطاة:

$$f(x) = xe^{-2x}, \qquad x = 1$$

A) $-\frac{2}{e^4}$

B) $2e^{-4}$

C) $-\frac{1}{e^2}$

D) $-\frac{3}{e^4}$

الحل:

قاعدة الضرب: $f'(x) = e^{-2x}(1 - 2x)$

نعوّض: $m = f'(1) = e^{-2}(1 - 2) = -\frac{1}{e^2}$

إجابة س8 | المستوى: متقدم | 4 درجات | ★ وزاري • س12 • محوّل إلى اختيار | 2018-2019

المشتقة | Derivative | قاعدة القسمة | Quotient Rule | قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x)=\frac{e^{\sqrt{x^3+1}}}{2x}$$

A) $\dfrac{e^{\sqrt{x^3+1}}\left(3x^3+2\sqrt{x^3+1}\right)}{4x^2\sqrt{x^3+1}}$

B) $\dfrac{e^{\sqrt{x^3+1}}\left(3x^3-2\sqrt{x^3+1}\right)}{4x^2\sqrt{x^3+1}}$

C) $\dfrac{e^{\sqrt{x^3+1}}\left(3x^2-2\sqrt{x^3+1}\right)}{4x^2\sqrt{x^3+1}}$

D) $\dfrac{3x^2e^{\sqrt{x^3+1}}}{4x\sqrt{x^3+1}}$

الحل:

$\left(e^{\sqrt{x^3+1}}\right)'=\dfrac{3x^2e^{\sqrt{x^3+1}}}{2\sqrt{x^3+1}}$: قاعدة السلسلة

$f'(x)=\dfrac{2x\cdot\frac{3x^2e^{\sqrt{x^3+1}}}{2\sqrt{x^3+1}}-2e^{\sqrt{x^3+1}}}{4x^2}$: قاعدة القسمة

$=\dfrac{3x^3e^{\sqrt{x^3+1}}-2\sqrt{x^3+1}\,e^{\sqrt{x^3+1}}}{4x^2\sqrt{x^3+1}}$: نضرب البسط والمقام في الجذر

$f'(x)=\dfrac{e^{\sqrt{x^3+1}}\left(3x^3-2\sqrt{x^3+1}\right)}{4x^2\sqrt{x^3+1}}$

البند 17: أوجد مشتقات الدوال اللوغاريتمية الطبيعية

Find the derivatives of natural logarithmic functions

الدرس 7-3: مشتقات الدوال الأسية واللوغاريتمية • الكتاب ص 193 إنجليزي • العربي ص 195

أسئلة الكتاب: تمارين 20 إلى 22 + الأسئلة الوزارية السابقة

ملخص قوانين البند 17 • Summary of Rules

مشتقة اللوغاريتم الطبيعي — Derivative of ln

$$\frac{d}{dx}\ln u = \frac{u'}{u}, \qquad u > 0$$

مشتقة الدالة الأسية العامة — Derivative of a^x

$$\frac{d}{dx}a^x = a^x \ln a, \qquad \frac{d}{dx}a^u = a^u \ln a \cdot u', \qquad a > 0$$

الاشتقاق اللوغاريتمي — Logarithmic Differentiation

$$y = f^{\,g} \;\Rightarrow\; \ln y = g \ln f \;\Rightarrow\; \frac{y'}{y} = g' \ln f + g\,\frac{f'}{f}$$

عندما يكون المتغير في الأساس والأُس

خواص اللوغاريتمات — Properties of Logarithms

$$\ln \sqrt{u} = \tfrac{1}{2}\ln u, \qquad e^{\ln x} = x \;\; (x > 0), \qquad \frac{e^x}{2^x} = \left(\frac{e}{2}\right)^x$$

بسّط قبل الاشتقاق

قاعدة القسمة — Quotient Rule

$$\left[\frac{f}{g}\right]' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$$

إجابة س1 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 193 إنجليزي • العربي ص 195 • تمرين 21a • وزاري | 2020-2021 | 2017-2018

المشتقة | Derivative | قاعدة الضرب | Product Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$h(x) = e^x \ln x$$

A) $\dfrac{e^x}{x}$

B) $e^x + \dfrac{1}{x}$

C) $e^x \left(\ln x + \dfrac{1}{x}\right)$

D) $e^x \ln x$

الحل:

قاعدة الضرب: $h'(x) = (e^x)' \ln x + e^x (\ln x)'$

مشتقتا الأسية واللوغاريتم: $h'(x) = e^x \ln x + e^x \cdot \dfrac{1}{x}$

$h'(x) = e^x \left(\ln x + \dfrac{1}{x}\right)$

إجابة س2 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 193 إنجليزي • العربي ص 195 • تمرين 21b

المشتقة | Derivative | الدالة اللوغاريتمية | Logarithmic Function | الدالة الأسية | Exponential Function

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = e^{\ln x}$$

A) $\frac{1}{x}$ | B) x | C) 1 | D) $e^{\ln x}\ln x$

الحل:

نبسّط أولاً: $e^{\ln x} = x, \quad x > 0$

الأسية واللوغاريتم دالتان عكسيتان: $f(x) = x \Rightarrow f'(x) = 1$

إجابة س3 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 193 إنجليزي • العربي ص 195 • تمرين 20b

المشتقة | Derivative | قاعدة القسمة | Quotient Rule | الدالة اللوغاريتمية | Logarithmic Function

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$g(t) = \frac{\ln \sqrt{t}}{t}$$

A) $\frac{1-\ln t}{t^2}$ | B) $\frac{1+\ln t}{2t^2}$ | C) $\frac{1}{2t^2}$ | D) $\frac{1-\ln t}{2t^2}$

الحل:

خاصية اللوغاريتم: $\ln\sqrt{t} = \frac{1}{2}\ln t \Rightarrow g(t) = \frac{\ln t}{2t}$

قاعدة القسمة: $g'(t) = \frac{\frac{1}{t}\cdot 2t - \ln t \cdot 2}{4t^2}$

نبسّط: $g'(t) = \frac{2 - 2\ln t}{4t^2} = \frac{1-\ln t}{2t^2}$

إجابة س4 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 193 إنجليزي • العربي ص 195 • تمرين 22b

المشتقة | Derivative | قاعدة القسمة | Quotient Rule | الدالة الأسية | Exponential Function

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = \frac{e^x}{2^x}$$

A) $\dfrac{e^x(1+\ln 2)}{2^x}$

B) $\dfrac{e^x(1-\ln 2)}{2^x}$

C) $\dfrac{e^x}{2^x \ln 2}$

D) $\dfrac{e^x \ln 2}{2^x}$

الحل:

قاعدة القسمة:

$$f'(x) = \frac{e^x \cdot 2^x - e^x \cdot 2^x \ln 2}{(2^x)^2}$$

نخرج العامل المشترك:

$$f'(x) = \frac{e^x\, 2^x\, (1 - \ln 2)}{2^{2x}}$$

$$f'(x) = \frac{e^x(1-\ln 2)}{2^x}$$

إجابة س5 | المستوى: متقدم | 4 درجات | الكتاب ص 193 إنجليزي • العربي ص 195 • تمرين 20a • وزاري | 2022-2023

المشتقة | Derivative | قاعدة القسمة | Quotient Rule | قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = \frac{\sqrt{\ln x}}{x}$$

A) $\dfrac{1 - 2\ln x}{\sqrt{\ln x}}$

B) $\dfrac{1}{2x^2\sqrt{\ln x}}$

C) $\dfrac{1 - 2\ln x}{2x^2}$

D) $\dfrac{1 - 2\ln x}{2x^2\sqrt{\ln x}}$

الحل:

قاعدة السلسلة:

$$\left(\sqrt{\ln x}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{\ln x}} \cdot \frac{1}{x}$$

قاعدة القسمة:

$$f'(x) = \frac{x \cdot \frac{1}{2x\sqrt{\ln x}} - \sqrt{\ln x}}{x^2}$$

نتخلص من الكسر المركب:

$$= \frac{\frac{1}{2\sqrt{\ln x}} - \sqrt{\ln x}}{x^2} \cdot \frac{2\sqrt{\ln x}}{2\sqrt{\ln x}}$$

$$f'(x) = \frac{1 - 2\ln x}{2x^2\sqrt{\ln x}}$$

إجابة س6 | المستوى: متقدم | 4 درجات | الكتاب ص 193 إنجليزي • العربي ص 195 • تمرين 22a

المشتقة | Derivative | الدالة الأسية | Exponential Function | قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$h(x) = 2^{e^x}$$

A) $2^{e^x}\, e^x \ln 2$

B) $2^{e^x} \ln 2$

C) $e^x\, 2^{e^x - 1}$

D) $2^{e^x}\, e^x$

الحل:

أساس ثابت وأُس متغير:

$$\frac{d}{dx} a^u = a^u \ln a \cdot u'$$

$$u = e^x \Rightarrow u' = e^x$$

$$h'(x) = 2^{e^x} \ln 2 \cdot e^x = 2^{e^x} e^x \ln 2$$

أسئلة الاختبارات الوزارية السابقة • البند 17

Previous MOE Exam Questions • Find the derivatives of natural logarithmic functions

ناتج التعلم: أوجد مشتقات الدوال اللوغاريتمية الطبيعية

إجابة س7 | المستوى: أساسي | درجتان | ★ وزاري • س7 | 2019-2020

المشتقة | Derivative | الدالة اللوغاريتمية | Logarithmic Function | قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(t) = \ln\left(t^3 + 3t\right)$$

A) $f'(t) = \dfrac{3t^2+3}{t^3+3t}$

B) $f'(t) = \dfrac{1}{t^3+3t}$

C) $f'(t) = \dfrac{3t^2+3}{(t^3+3t)^2}$

D) $f'(t) = (3t^2+3)\ln(t^3+3t)$

الحل:

مشتقة اللوغاريتم مع السلسلة: $\dfrac{d}{dt}\ln u = \dfrac{u'}{u}$

$$f'(t) = \frac{3t^2+3}{t^3+3t}$$

إجابة س8 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س19 | 2019-2020

المشتقة | Derivative | الدالة اللوغاريتمية | Logarithmic Function

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$y = \ln \sqrt{\sin 4x}$$

A) $\frac{dy}{dx} = 2\cot 4x$

B) $\frac{dy}{dx} = -2\cot 4x$

C) $\frac{dy}{dx} = \cot 4x$

D) $\frac{dy}{dx} = 2\tan 4x$

الحل:

خاصية اللوغاريتم: $y = \frac{1}{2}\ln(\sin 4x)$

مشتقة اللوغاريتم مع السلسلة: $y' = \frac{1}{2} \cdot \frac{4\cos 4x}{\sin 4x}$

$y' = 2\cot 4x$

إجابة س9 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س8 | 2023-2024

الاشتقاق اللوغاريتمي | Logarithmic Differentiation | المشتقة | Derivative

باستخدام الاشتقاق اللوغاريتمي، أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = x^{(4-x^2)}$$

A) $f'(x) = -2x\ln x + \frac{1}{x}(4-x^2)$

B) $f'(x) = x^{(4-x^2)}\left[-2x\ln x + 4 - x^2\right]$

C) $f'(x) = x^{(4-x^2)}\left[-2x\ln x + \frac{1}{x}(4-x^2)\right]$

D) $f'(x) = x^{(4-x^2)}\left[-\ln x + \frac{1}{x}(4-x^2)\right]$

الحل:

نأخذ اللوغاريتم الطبيعي للطرفين: $\ln f = (4-x^2)\ln x$

نشتق الطرفين: $\frac{f'}{f} = -2x\ln x + (4-x^2)\frac{1}{x}$

نضرب في الدالة: $f'(x) = x^{(4-x^2)}\left[-2x\ln x + \frac{1}{x}(4-x^2)\right]$

إجابة س10 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س18 • س18 | 2022-2023 | 2016-2017

الاشتقاق اللوغاريتمي | Logarithmic Differentiation | المشتقة | Derivative

باستخدام الاشتقاق اللوغاريتمي، أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = (\sin x)^x$$

A) $f'(x) = x\cot x + \ln(\sin x)$

B) $f'(x) = (\sin x)^x\,(x + \ln(\sin x))$

C) $f'(x) = (\sin x)^x\,(x\cot x + \ln(\sin x))$

D) $f'(x) = (\sin x)^x\,(x\cot x)$

الحل:

نأخذ اللوغاريتم الطبيعي للطرفين: $\ln f = x\ln(\sin x)$

قاعدة الضرب: $\frac{f'}{f} = \ln(\sin x) + x\cdot\frac{\cos x}{\sin x}$

نضرب في الدالة: $f'(x) = (\sin x)^x\,(x\cot x + \ln(\sin x))$

إجابة س11 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س9 | 2021-2022

الاشتقاق اللوغاريتمي | Logarithmic Differentiation | المشتقة | Derivative

باستخدام الاشتقاق اللوغاريتمي، أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = \left(x^2\right)^{4x}, \qquad x > 0$$

A) $f'(x) = 4(x^2)^{3x}(8\ln x + 8)$

B) $f'(x) = (x^2)^{4x}(8\ln x + 8)$

C) $f'(x) = 2(x^2)^{x}(4\ln x + 4)$

D) $f'(x) = (x^2)^{2x}(4\ln x + 4)$

الحل:

نأخذ اللوغاريتم ثم نستخدم خاصية القوة: $\ln f = 4x \ln x^2 = 8x \ln x$

نشتق الطرفين: $\frac{f'}{f} = 8\ln x + 8x \cdot \frac{1}{x} = 8\ln x + 8$

$f'(x) = (x^2)^{4x}(8\ln x + 8)$

إجابة س12 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س11 | 2019-2020

الاشتقاق اللوغاريتمي | Logarithmic Differentiation | المشتقة | Derivative

باستخدام الاشتقاق اللوغاريتمي، أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$g(x) = \left(x^2\right)^{3x}, \qquad x > 0$$

A) $g'(x) = 6(\ln x + 2)(x^2)^{3x}$

B) $g'(x) = 3(\ln x + 1)(x^2)^{3x}$

C) $g'(x) = 2(\ln x + 1)(x^2)^{3x}$

D) $g'(x) = 6(\ln x + 1)(x^2)^{3x}$

الحل:

نأخذ اللوغاريتم ثم نستخدم خاصية القوة: $\ln g = 3x \ln x^2 = 6x \ln x$

نشتق الطرفين: $\frac{g'}{g} = 6 \ln x + 6x \cdot \frac{1}{x} = 6(\ln x + 1)$

$g'(x) = 6(\ln x + 1)(x^2)^{3x}$

إجابة س13 | المستوى: متقدم | 4 درجات | ★ وزاري • س13 | 2018-2019

الاشتقاق اللوغاريتمي | Logarithmic Differentiation | الدالة الأسية | Exponential Function

باستخدام الاشتقاق اللوغاريتمي، أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$h(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2}$$

A) $h'(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2}\left(2x \ln \frac{1}{3}\right)$

B) $h'(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2}\left(x \ln \frac{1}{3}\right)$

C) $h'(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x}\left(-2x \ln \frac{1}{3}\right)$

D) $h'(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2}(2x \ln 3)$

الحل:

نأخذ اللوغاريتم الطبيعي للطرفين: $\ln h = x^2 \ln \frac{1}{3}$

نشتق الطرفين: $\frac{h'}{h} = 2x \ln \frac{1}{3}$

$$h'(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2}\left(2x \ln \frac{1}{3}\right)$$

البند 18: إيجاد المشتقات ضمنيًا

Find derivatives implicitly

الدرس 8-3: الاشتقاق الضمني والدوال المثلثية العكسية • الكتاب ص 198 إنجليزي • العربي ص 200

أسئلة الكتاب: مثال 8.2 + الأسئلة الوزارية السابقة

ملخص قوانين البند 18 • Summary of Rules

الاشتقاق الضمني — Implicit Differentiation

$$\frac{d}{dx}\left[y^n\right] = n\,y^{n-1}\,y'$$

نشتق الطرفين ثم نجمع الحدود التي فيها المشتقة في طرف واحد

ضرب x في y — Product with y

$$\frac{d}{dx}\left[x^m y^n\right] = m\,x^{m-1}y^n + x^m \cdot n\,y^{n-1}y'$$

قاعدة الضرب

الأسية مع y — Exponential with y

$$\frac{d}{dx}e^u = e^u\,u', \quad u = u(x,y)$$

معادلة المماس — Equation of the Tangent Line

$$y = f(a) + f'(a)\,(x-a)$$

الميل هو قيمة المشتقة عند نقطة التماس

إجابة س1 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 198 إنجليزي • العربي ص 200 • مثال 8.2

الاشتقاق الضمني | Implicit Differentiation

معادلة المماس | Equation of the Tangent Line

أوجد معادلة المماس للمنحنى الآتي عند النقطة المعطاة:

$$x^2y^2 - 2x = 4 - 4y, \qquad (2, -2)$$

A) $y = -\frac{7}{6}x + \frac{1}{3}$

B) $y = -\frac{6}{7}x - \frac{2}{7}$

C) $y = \frac{7}{6}x - \frac{13}{3}$

D) $y = \frac{7}{6}x + \frac{13}{3}$

الحل:

نشتق الطرفين: $2xy^2 + x^2(2y)y' - 2 = -4y'$

نجمع حدود المشتقة في طرف: $\left(2x^2y + 4\right)y' = 2 - 2xy^2$

$$y' = \frac{2 - 2xy^2}{2x^2y + 4}$$

نعوض النقطة: $m = \frac{2 - 2(2)(4)}{2(4)(-2) + 4} = \frac{-14}{-12} = \frac{7}{6}$

$$y + 2 = \frac{7}{6}(x - 2) \Rightarrow y = \frac{7}{6}x - \frac{13}{3}$$

أسئلة الاختبارات الوزارية السابقة • البند 18

Previous MOE Exam Questions • Find derivatives implicitly

ناتج التعلم: إيجاد المشتقات ضمنيًا

إجابة س2 | المستوى: أساسي | درجتان | ★ وزاري • س1 | 2022-2023

الاشتقاق الضمني | Implicit Differentiation | المشتقة | Derivative

باستخدام الاشتقاق الضمني، أوجد المشتقة المطلوبة للمعادلة الآتية:

$$x^2y - 3y^3 = x^2 + 1, \qquad \frac{dy}{dx} = ?$$

A) $y'(x) = \dfrac{2x^2 + 2xy}{x^2 + y^2}$

B) $y'(x) = \dfrac{2x - 2y}{x^2y + 9y^2}$

C) $y'(x) = \dfrac{2x - 2xy}{x^2 + 9y^2}$

D) $y'(x) = \dfrac{2x - 2xy}{x^2 - 9y^2}$

الحل:

نشتق الطرفين: $2xy + x^2y' - 9y^2y' = 2x$

نجمع حدود المشتقة: $(x^2 - 9y^2)\,y' = 2x - 2xy$

$$y' = \frac{2x - 2xy}{x^2 - 9y^2}$$

إجابة س3 | المستوى: أساسي | درجتان | ★ وزاري • س13 | 2021-2022

الاشتقاق الضمني | Implicit Differentiation | المشتقة | Derivative

باستخدام الاشتقاق الضمني، أوجد المشتقة المطلوبة للمعادلة الآتية:

$$x^2y^2+3y=4x, \qquad \frac{dy}{dx}=?$$

A) $y'(x)=\dfrac{4-2xy}{x^2-3}$

B) $y'(x)=\dfrac{4-2xy^2}{2x^2y-3}$

C) $y'(x)=\dfrac{4-2xy^2}{2x^2y+3}$

D) $y'(x)=\dfrac{4-2xy}{x^2+3}$

الحل:

نشتق الطرفين: $2xy^2+2x^2yy'+3y'=4$

نجمع حدود المشتقة: $\left(2x^2y+3\right)y'=4-2xy^2$

$$y'=\frac{4-2xy^2}{2x^2y+3}$$

إجابة س4 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س15 | 2016-2017

الاشتقاق الضمني | Implicit Differentiation | المشتقة | Derivative

باستخدام الاشتقاق الضمني، أوجد المشتقة المطلوبة للمعادلة الآتية:

$$x = \sin^2 y, \qquad \frac{dy}{dx} = ?$$

A) $\dfrac{1}{2\sin y}$

B) $\cos^2 y$

C) $2\sin y \cos y$

D) $\dfrac{1}{\sin 2y}$

الحل:

نشتق الطرفين: $1 = 2\sin y \cos y \cdot y'$

بمطابقة ضعف الزاوية: $1 = \sin 2y \cdot y'$

$$y' = \frac{1}{\sin 2y}$$

إجابة س5 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س11 | 2018-2019

الاشتقاق الضمني | Implicit Differentiation | المشتقة | Derivative

باستخدام الاشتقاق الضمني، أوجد المشتقة المطلوبة للمعادلة الآتية:

$$xy^2 + 5x = (2y+1)^3, \qquad \frac{dy}{dx} = ?$$

A) $y'(x) = \dfrac{-y^2+5}{2xy - 6(2y+1)^2}$

B) $y'(x) = \dfrac{-y^2-5}{2xy - 6(2y+1)^2}$

C) $y'(x) = \dfrac{-y^2-5}{2xy + 6(2y+1)^2}$

D) $y'(x) = \dfrac{y^2-5}{2xy - 6(2y+1)^2}$

الحل:

نشتق الطرفين: $y^2 + 2xy\,y' + 5 = 3(2y+1)^2 \cdot 2y'$

نجمع حدود المشتقة: $\left(2xy - 6(2y+1)^2\right) y' = -y^2 - 5$

$$y' = \frac{-y^2-5}{2xy - 6(2y+1)^2}$$

إجابة س6 | المستوى: متقدم | 4 درجات | ★ وزاري • س14 | 2019-2020

الاشتقاق الضمني | Implicit Differentiation | المشتقة | Derivative

باستخدام الاشتقاق الضمني، أوجد المشتقة المطلوبة للمعادلة الآتية (في كل خيار صيغتان للمشتقة):

$$\frac{x}{y}+\frac{2}{x}=5, \qquad \frac{dy}{dx}=?$$

A) $y'=\dfrac{x-y}{5x+2}$ or $y'=\dfrac{2x^2y+y^2}{3x^3}$

B) $y'=\dfrac{5x-2y}{5x-2}$ or $y'=\dfrac{x^2y^2+2y}{x^3}$

C) $y'=\dfrac{-2x+5y}{-5x-2}$ or $y'=\dfrac{x^2y+2y^2}{2x^3}$

D) $y'=\dfrac{2x-5y}{5x-2}$ or $y'=\dfrac{x^2y-2y^2}{x^3}$

الحل:

نضرب البسط والمقام في سالب واحد: $y'=\dfrac{5y-2x}{2-5x}=\dfrac{2x-5y}{5x-2}$

$y'=\dfrac{2x-5y}{5x-2}$

نضرب الطرفين في المقام المشترك: $x^2+2y=5xy$

نشتق الطرفين ونستخدم قاعدة الضرب: $2x+2y'=5y+5xy'$

نجمع حدود المشتقة: $(2-5x)y'=5y-2x$

إجابة س7 | المستوى: متقدم | 4 درجات | ★ وزاري • س8 | 2020-2021

الاشتقاق الضمني | Implicit Differentiation

مماس أفقي | Horizontal Tangent

أوجد جميع النقاط التي يكون عندها المماس للمنحنى الآتي أفقياً:

$$x^2 + y^2 - 2y = 0$$

A) $(0,0),\ (0,-2)$

B) $(0,2)$

C) $(0,0)$

D) $(0,0),\ (0,2)$

الحل:

نعوّض في المعادلة: $y^2 - 2y = 0 \Rightarrow y = 0,\ y = 2$

المقام لا يساوي صفراً عند النقطتين: $y - 1 \neq 0$

$(0,0),\ (0,2)$

نشتق الطرفين: $2x + 2yy' - 2y' = 0$

$$y' = \frac{-2x}{2y-2} = \frac{-x}{y-1}$$

المماس أفقي عندما يكون البسط صفراً: $-x = 0 \Rightarrow x = 0$

إجابة س8 | المستوى: متقدم | 4 درجات | ★ وزاري • س17 | 2017-2018

الاشتقاق الضمني | Implicit Differentiation | مماس أفقي | Horizontal Tangent

أوجد جميع النقاط التي يكون عندها المماس للمنحنى الآتي أفقياً:

$$x^2y^2 = 3y + 1$$

A) $\left(0, \frac{1}{3}\right)$ B) $\left(-\frac{1}{3}, 0\right)$ C) $\left(0, -\frac{1}{3}\right)$ D) $\left(\frac{1}{3}, 0\right)$

الحل:

نشتق الطرفين: $2xy^2 + 2x^2y\,y' = 3y'$

$$y' = \frac{2xy^2}{3 - 2x^2y}$$

المماس أفقي عندما يكون البسط صفراً: $2xy^2 = 0$

$y = 0$: $0 = 0 + 1$ مرفوضة لأنها لا تحقق المعادلة:

$x = 0$: $0 = 3y + 1 \Rightarrow y = -\frac{1}{3}$ والمقام يساوي 3:

$\left(0, -\frac{1}{3}\right)$

إجابة س9 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • مقالي 3a • محوّل إلى اختيار | 2024-2025

الاشتقاق الضمني | Implicit Differentiation | الدالة الأسية | Exponential Function

باستخدام الاشتقاق الضمني، أوجد المشتقة المطلوبة للمعادلة الآتية:

$$e^{x^2y} = 2x + 2y, \qquad \frac{dy}{dx} = ?$$

A) $y' = \dfrac{2 - 2xy\,e^{x^2y}}{x^2e^{x^2y} - 2}$

B) $y' = \dfrac{2 - 2xy\,e^{x^2y}}{x^2e^{x^2y} + 2}$

C) $y' = \dfrac{2 - 2xy\,e^{x^2y}}{2 - x^2e^{x^2y}}$

D) $y' = \dfrac{2 + 2xy\,e^{x^2y}}{x^2e^{x^2y} - 2}$

الحل:

نشتق الطرفين: $e^{x^2y}\left(2xy + x^2y'\right) = 2 + 2y'$

نفك القوس: $2xy\,e^{x^2y} + x^2e^{x^2y}\,y' = 2 + 2y'$

نجمع حدود المشتقة: $x^2e^{x^2y}\,y' - 2y' = 2 - 2xy\,e^{x^2y}$

$$y' = \frac{2 - 2xy\,e^{x^2y}}{x^2e^{x^2y} - 2}$$

إجابة س10 | المستوى: متقدم | 4 درجات | ★ وزاري • مقالي 3b • محوّل إلى اختيار | 2024-2025

الاشتقاق الضمني | Implicit Differentiation | الدالة الأسية | Exponential Function

أوجد قيمة المشتقة المطلوبة للمعادلة الآتية:

$$e^{x^2 y} = 2x + 2y, \qquad y'(0) = ?$$

A) $-\frac{1}{2}$ | B) -1 | C) 0 | D) 1

الحل:

نوجد قيمة y المقابلة أولاً: $x = 0: \quad e^0 = 0 + 2y \Rightarrow y = \frac{1}{2}$

نشتق ضمنياً: $e^{x^2 y}\left(2xy + x^2 y'\right) = 2 + 2y' \Rightarrow y' = \frac{2 - 2xy\,e^{x^2 y}}{x^2 e^{x^2 y} - 2}$

نعوّض النقطة: $y'(0) = \frac{2 - 2(0)\left(\frac{1}{2}\right)e^0}{0 - 2} = \frac{2}{-2} = -1$

إجابة س11 | المستوى: متقدم | 4 درجات | ★ وزاري • مقالي 4 • محوّل إلى اختيار | 2023-2024

الاشتقاق الضمني | Implicit Differentiation

معادلة المماس | Equation of the Tangent Line

أوجد معادلة المماس للمنحنى الآتي عند النقطة المعطاة:

$$y^2 + xe^y = 4 - x, \qquad (2,\ 0)$$

A) $y = x - 2$

B) $y = -\frac{1}{2}x + 1$

C) $y = -x - 2$

D) $y = -x + 2$

الحل:

نشتق الطرفين: $2yy' + e^y + xe^y y' = -1$

نجمع حدود المشتقة: $y' = \frac{-1 - e^y}{2y + xe^y}$

نعوّض النقطة: $m = \frac{-1 - e^0}{0 + 2e^0} = \frac{-2}{2} = -1$

$y - 0 = -1(x - 2) \Rightarrow y = -x + 2$

البند 19: استخدام الاشتقاق الضمني لإيجاد مشتقات الدوال المثلثية العكسية

Use implicit differentiation to find derivatives of inverse trigonometric functions

الدرس 8-3: الاشتقاق الضمني والدوال المثلثية العكسية • الكتاب ص 204 إنجليزي • العربي ص 206

أسئلة الكتاب: تمارين 29 إلى 32 + الأسئلة الوزارية السابقة

ملخص قوانين البند 19 • Summary of Rules

مشتقتا الجيب وجيب التمام العكسيين — Derivatives of $\sin^{-1}$ and $\cos^{-1}$

$$\frac{d}{dx}\sin^{-1}u=\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}},\qquad \frac{d}{dx}\cos^{-1}u=\frac{-u'}{\sqrt{1-u^2}}$$

صحيحتان عندما تكون القيمة المطلقة للداخلية أقل من واحد

مشتقتا الظل وظل التمام العكسيين — Derivatives of $\tan^{-1}$ and $\cot^{-1}$

$$\frac{d}{dx}\tan^{-1}u=\frac{u'}{1+u^2},\qquad \frac{d}{dx}\cot^{-1}u=\frac{-u'}{1+u^2}$$

صحيحتان لكل الأعداد الحقيقية

مشتقة القاطع العكسي — Derivative of $\sec^{-1}$

$$\frac{d}{dx}\sec^{-1}u=\frac{u'}{|u|\sqrt{u^2-1}}$$

صحيحة عندما تكون القيمة المطلقة للداخلية أكبر من واحد

الاشتقاق الضمني — Implicit Differentiation

$$y=\sin^{-1}x\ \Rightarrow\ \sin y=x\ \Rightarrow\ y'=\frac{1}{\cos y}=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

طريقة اشتقاق القواعد

قاعدة السلسلة — Chain Rule

$$\frac{d}{dx}\left[f(g(x))\right]=f'(g(x))\cdot g'(x)$$

مشتقة الدالة الخارجية عند الداخلية مضروبة في مشتقة الداخلية

إجابة س1 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 204 إنجليزي • العربي ص 206 • تمرين 29a

الدوال المثلثية العكسية | Inverse Trigonometric Functions

قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = \sin^{-1}\left(x^3 + 1\right)$$

A) $\dfrac{1}{\sqrt{1-(x^3+1)^2}}$

B) $-\dfrac{3x^2}{\sqrt{1-(x^3+1)^2}}$

C) $\dfrac{3x^2}{\sqrt{1-(x^3+1)^2}}$

D) $\dfrac{3x^2}{1+(x^3+1)^2}$

الحل:

$u = x^3 + 1 \Rightarrow u' = 3x^2$

مشتقة الجيب العكسي: $f'(x) = \dfrac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$

$f'(x) = \dfrac{3x^2}{\sqrt{1-(x^3+1)^2}}$

إجابة س2 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 204 إنجليزي • العربي ص 206 • تمرين 30a

الدوال المثلثية العكسية | Inverse Trigonometric Functions

قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = \cos^{-1}\left(x^2 + x\right)$$

A) $\dfrac{2x+1}{\sqrt{1-(x^2+x)^2}}$

B) $-\dfrac{2x+1}{\sqrt{1-(x^2+x)^2}}$

C) $-\dfrac{1}{\sqrt{1-(x^2+x)^2}}$

D) $-\dfrac{2x+1}{1+(x^2+x)^2}$

الحل:

$u = x^2 + x \Rightarrow u' = 2x + 1$

مشتقة جيب التمام العكسي: $f'(x) = \dfrac{-u'}{\sqrt{1-u^2}}$

$f'(x) = -\dfrac{2x+1}{\sqrt{1-(x^2+x)^2}}$

إجابة س3 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 204 إنجليزي • العربي ص 206 • تمرين 32b

الدوال المثلثية العكسية | Inverse Trigonometric Functions

الدالة الأسية | Exponential Function

قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = e^{\tan^{-1} x}$$

A) $\dfrac{1}{1+x^2}$

B) $\dfrac{e^{\tan^{-1} x}}{1+x^2}$

C) $e^{\tan^{-1} x}$

D) $\dfrac{e^{\tan^{-1} x}}{\sqrt{1-x^2}}$

الحل:

قاعدة السلسلة: $f'(x) = e^{\tan^{-1} x} \cdot \dfrac{d}{dx} \tan^{-1} x$

$$f'(x) = \frac{e^{\tan^{-1} x}}{1+x^2}$$

إجابة س4 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 204 إنجليزي • العربي ص 206 • تمرين 29b • وزاري | 2022-2023

الدوال المثلثية العكسية | Inverse Trigonometric Functions | قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = \sin^{-1}\left(\sqrt{x}\right)$$

A) $\dfrac{1}{2\sqrt{1-x^2}}$

B) $\dfrac{-1}{\sqrt{x(1-x)}}$

C) $\dfrac{1}{2\sqrt{x(1-x)}}$

D) $\dfrac{1}{\sqrt{\sqrt{x}(1-x)}}$

الحل:

$u = \sqrt{x} \Rightarrow u' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}, \quad u^2 = x$

مشتقة الجيب العكسي: $f'(x) = \dfrac{u'}{\sqrt{1-u^2}} = \dfrac{1}{\sqrt{1-x}} \cdot \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

$f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}\sqrt{1-x}} = \dfrac{1}{2\sqrt{x(1-x)}}$

إجابة س5 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 204 إنجليزي • العربي ص 206 • تمرين 31a

الدوال المثلثية العكسية | Inverse Trigonometric Functions

قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = \tan^{-1}\left(\sqrt{x}\right)$$

A) $\dfrac{1}{2\sqrt{x}\,(1+x)}$

B) $\dfrac{\sqrt{x}}{2(1+x)}$

C) $\dfrac{1}{1+x}$

D) $\dfrac{1}{2\sqrt{x}\,(1+x^2)}$

الحل:

$$u = \sqrt{x} \;\Rightarrow\; u' = \frac{1}{2\sqrt{x}}, \qquad u^2 = x$$

$$f'(x) = \frac{u'}{1+u^2} = \frac{1}{1+x} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}\,(1+x)}$$

إجابة س6 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 204 إنجليزي • العربي ص 206 • تمرين 32a

الدوال المثلثية العكسية | Inverse Trigonometric Functions

قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = \sqrt{2 + \tan^{-1} x}$$

A) $\dfrac{1}{2\sqrt{2 + \tan^{-1} x}}$

B) $\dfrac{1}{2(1+x^2)\sqrt{2 + \tan^{-1} x}}$

C) $\dfrac{1}{(1+x^2)\sqrt{2 + \tan^{-1} x}}$

D) $\dfrac{\sqrt{2 + \tan^{-1} x}}{2(1+x^2)}$

الحل:

مشتقة الجذر مع السلسلة:

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{2 + \tan^{-1} x}} \cdot \frac{d}{dx}\left(2 + \tan^{-1} x\right)$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{2 + \tan^{-1} x}} \cdot \frac{1}{1+x^2}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2(1+x^2)\sqrt{2 + \tan^{-1} x}}$$

إجابة س7 | المستوى: متقدم | 4 درجات | الكتاب ص 204 إنجليزي • العربي ص 206 • تمرين 30b

الدوال المثلثية العكسية | Inverse Trigonometric Functions

قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = \cos^{-1}\left(\frac{2}{x}\right)$$

A) $-\dfrac{1}{\sqrt{1-\frac{4}{x^2}}}$

B) $\dfrac{2}{x^2\sqrt{1-\frac{4}{x^2}}}$

C) $\dfrac{2}{x\sqrt{1-\frac{4}{x^2}}}$

D) $-\dfrac{2}{x^2\sqrt{1-\frac{4}{x^2}}}$

الحل:

$$u = \frac{2}{x} = 2x^{-1} \Rightarrow u' = -\frac{2}{x^2}$$

$$f'(x) = \frac{-u'}{\sqrt{1-u^2}} = \frac{-\left(-\frac{2}{x^2}\right)}{\sqrt{1-\frac{4}{x^2}}}$$

$$f'(x) = \frac{2}{x^2\sqrt{1-\frac{4}{x^2}}}$$

إجابة س8 | المستوى: متقدم | 4 درجات | الكتاب ص 204 إنجليزي • العربي ص 206 • تمرين 31b

الدوال المثلثية العكسية | Inverse Trigonometric Functions | قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$$

A) $\dfrac{x^2}{1+x^2}$

B) $-\dfrac{1}{x^2\,(1+x^2)}$

C) $\dfrac{1}{1+x^2}$

D) $-\dfrac{1}{1+x^2}$

الحل:

$u = \frac{1}{x} \Rightarrow u' = -\frac{1}{x^2}$

$f'(x) = \frac{u'}{1+u^2} = \frac{-\frac{1}{x^2}}{1+\frac{1}{x^2}} \cdot \frac{x^2}{x^2}$ نتخلص من الكسر المركب:

$f'(x) = -\frac{1}{x^2+1}$

أسئلة الاختبارات الوزارية السابقة • البند 19

Previous MOE Exam Questions • Use implicit differentiation to find derivatives of inverse trigonometric functions

ناتج التعلم: استخدام الاشتقاق الضمني لإيجاد مشتقات الدوال المثلثية العكسية

إجابة س9 | المستوى: أساسي | درجتان | ★ وزاري • س1 | 2020-2021

الدوال المثلثية العكسية | Inverse Trigonometric Functions

قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = \tan^{-1}\left(x^3\right)$$

A) $\dfrac{3x^2}{1+x^6}$

B) $\dfrac{-1}{\sqrt{1-x^6}}$

C) $\dfrac{1}{\sqrt{1-x^6}}$

D) $\dfrac{1}{1+x^6}$

الحل:

$$f'(x) = \frac{u'}{1+u^2}, \quad u = x^3$$

$$f'(x) = \frac{3x^2}{1+x^6}$$

إجابة س10 | المستوى: أساسي | درجتان | ★ وزاري • س4 | 2018-2019

الدوال المثلثية العكسية | Inverse Trigonometric Functions

قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = \cos^{-1}(2x)$$

A) $f'(x) = \dfrac{2\sin(2x)}{\cos^2(x-2)}$

B) $f'(x) = \dfrac{-2}{\sqrt{1-4x^2}}$

C) $f'(x) = \dfrac{-2}{\sqrt{1+4x^2}}$

D) $f'(x) = \dfrac{2}{\sqrt{1-4x^2}}$

الحل:

$$f'(x) = \frac{-u'}{\sqrt{1-u^2}}, \quad u = 2x$$

$$f'(x) = \frac{-2}{\sqrt{1-4x^2}}$$

إجابة س11 | المستوى: أساسي | درجتان | ★ وزاري • س12 | 2016-2017

الدوال المثلثية العكسية | Inverse Trigonometric Functions

قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = \cot^{-1}(2x)$$

A) $\dfrac{2}{1+2x^2}$

B) $\dfrac{-2}{1+4x^2}$

C) $\dfrac{-1}{\sqrt{1-2x}}$

D) $\dfrac{2}{\sqrt{1-2x}}$

الحل:

$$f'(x) = \frac{-u'}{1+u^2}, \quad u = 2x$$

$$f'(x) = \frac{-2}{1+4x^2}$$

إجابة س12 | المستوى: أساسي | درجتان | ★ وزاري • س20 | 2021-2022

الدوال المثلثية العكسية | Inverse Trigonometric Functions

قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = \cos^{-1}\left(2x^3\right)$$

A) $f'(x) = \dfrac{6x}{\sqrt{1-9x^4}}$

B) $f'(x) = \dfrac{6x^2}{\sqrt{1-4x^6}}$

C) $f'(x) = \dfrac{-6x}{\sqrt{1-9x^4}}$

D) $f'(x) = \dfrac{-6x^2}{\sqrt{1-4x^6}}$

الحل:

$f'(x) = \dfrac{-u'}{\sqrt{1-u^2}}, \quad u = 2x^3$

$f'(x) = \dfrac{-6x^2}{\sqrt{1-4x^6}}$

إجابة س13 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س12 • س4 | 2024-2025 | 2019-2020

الدوال المثلثية العكسية | Inverse Trigonometric Functions

قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = \tan^{-1}(\cos 2x)$$

A) $f'(x) = -\dfrac{2\sin 2x}{1+\cos 2x}$

B) $f'(x) = \dfrac{\sin 2x}{1+\cos^2 2x}$

C) $f'(x) = -\dfrac{2\sin 2x}{1+\cos^2 2x}$

D) $f'(x) = -\dfrac{2\cos 2x}{1+\cos^2 2x}$

الحل:

$u = \cos 2x \Rightarrow u' = -2\sin 2x$

$f'(x) = \dfrac{u'}{1+u^2} = -\dfrac{2\sin 2x}{1+\cos^2 2x}$

إجابة س14 | المستوى: متقدم | 4 درجات | ★ وزاري • س4 | 2023-2024

الدوال المثلثية العكسية | Inverse Trigonometric Functions

قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = 4\sec^{-1}\left(x^4\right)$$

A) $f'(x) = \dfrac{16}{x\sqrt{x^4-1}}$

B) $f'(x) = \dfrac{4}{x\sqrt{x^4-1}}$

C) $f'(x) = \dfrac{16}{x\sqrt{x^8-1}}$

D) $f'(x) = \dfrac{4}{x\sqrt{x^8-1}}$

الحل:

$$f'(x) = 4 \cdot \frac{u'}{|u|\sqrt{u^2-1}}, \quad u = x^4$$

$$f'(x) = \frac{4 \cdot 4x^3}{x^4\sqrt{x^8-1}}$$

$$f'(x) = \frac{16}{x\sqrt{x^8-1}}$$

البند 20: التعرّف على فرضيات نظرية رول

Recall the hypotheses of Rolle's Theorem

الدرس 10-3: نظرية القيمة المتوسطة • الكتاب ص 213 إنجليزي • العربي ص 215 • نظرية 10.1

الأسئلة: 3 أسئلة من إعداد المعلم + الأسئلة الوزارية السابقة

ملخص قوانين البند 20 • Summary of Rules

نظرية رول — Rolle's Theorem

$$f(a) = f(b) \Rightarrow \exists\, c \in (a,b) : \ f'(c) = 0$$

بشرط تحقق الفرضيات الثلاث: الاتصال والاشتقاق وتساوي القيمتين

الفرضية الأولى: الاتصال — Hypothesis 1: Continuity

$$\lim_{x\to c} f(x) = f(c),\ c \in (a,b), \quad \lim_{x\to a^+} f(x) = f(a), \quad \lim_{x\to b^-} f(x) = f(b)$$

الدالة متصلة على الفترة المغلقة

الفرضية الثانية: الاشتقاق — Hypothesis 2: Differentiability

$$f'(x)\ \exists, \quad x \in (a,b)$$

الدالة قابلة للاشتقاق على الفترة المفتوحة

الفرضية الثالثة: تساوي القيمتين — Hypothesis 3: Equal End Values

$$f(a) = f(b)$$

قيمتا الدالة عند طرفي الفترة متساويتان

كثيرات الحدود — Polynomials

$$p(x) = a_n x^n + \cdots + a_1 x + a_0, \qquad x \in \mathbb{R}$$

متصلة وقابلة للاشتقاق على مجموعة الأعداد الحقيقية

إجابة س1 | المستوى: أساسي | درجتان | من إعداد المعلم

نظرية رول | Rolle's Theorem | الفرضيات | Hypotheses

أيّ الدوال الآتية تحقق فرضيات نظرية رول على الفترة المعطاة؟

$$[-2,\ 2]$$

A) $f(x) = |x|$

B) $f(x) = x^2 - 1$

C) $f(x) = x^3$

D) $f(x) = \dfrac{1}{x}$

الحل:

$f(x) = x^2 - 1$: كثيرة حدود متصلة وقابلة للاشتقاق

$f(-2) = 3 = f(2)$: القيمتان متساويتان فالفرضيات الثلاث متحققة

$|x|$: غير قابلة للاشتقاق عند الصفر

x^3 : $f(-2) = -8 \neq f(2) = 8$

$\frac{1}{x}$: غير متصلة عند الصفر

إجابة س2 | المستوى: أساسي | درجتان | من إعداد المعلم

نظرية رول | Rolle's Theorem | الفرضيات | Hypotheses

أوجد قيمة c التي تحقق استنتاج نظرية رول للدالة الآتية على الفترة المعطاة:

$$f(x) = x^2 - 4x + 3, \qquad [1, 3]$$

A) $c = 1$	B) $c = 3$	C) $c = 0$	D) $c = 2$

الحل:

$f(x) = x^2 - 4x + 3$: كثيرة حدود فهي متصلة وقابلة للاشتقاق

$f(1) = 1 - 4 + 3 = 0, \quad f(3) = 9 - 12 + 3 = 0$: القيمتان متساويتان

$f'(c) = 2c - 4 = 0 \Rightarrow c = 2$: استنتاج نظرية رول

$c = 2 \in (1, 3)$

إجابة س3 | المستوى: متوسط | 3 درجات | من إعداد المعلم

نظرية رول | Rolle's Theorem | الفرضيات | Hypotheses

أيّ فرضيات نظرية رول غير متحققة للدالة الآتية على الفترة المعطاة؟

$$f(x) = x^{\frac{2}{3}}, \qquad [-1, 1]$$

A) $\lim_{x \to 0} f(x) \neq f(0)$

B) $\lim_{x \to 1^-} f(x) \neq f(1)$

C) $f'(0)$ D.N.E

D) $f(-1) \neq f(1)$

الحل:

القيمتان متساويتان: $f(-1) = \left(\sqrt[3]{-1}\right)^2 = 1, \qquad f(1) = 1$

متصلة على مجموعة الأعداد الحقيقية: $x^{2/3} = \left(\sqrt[3]{x}\right)^2$

غير معرّفة عند الصفر: $f'(x) = \frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}} = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$

فرضية الاشتقاق غير متحققة: $0 \in (-1, 1) \Rightarrow f'(0)$ D.N.E

أسئلة الاختبارات الوزارية السابقة • البند 20

Previous MOE Exam Questions • Recall the hypotheses of Rolle's Theorem

ناتج التعلم: التعرّف على فرضيات نظرية رول

إجابة س4 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س19 | 2018-2019

نظرية رول | Rolle's Theorem | الفرضيات | Hypotheses

أيّ مما يأتي يعطي فترة تحقق عليها الدالة الآتية فرضيات نظرية رول مع قيمة c التي تحقق استنتاجها؟

$$f(x) = x^2 - x + 1$$

A) $[0, 1],\ c = 2$

B) $[0, 1],\ c = \frac{1}{2}$

C) $[-1, 1],\ c = \frac{1}{2}$

D) $[-2, 2],\ c = 0$

الحل:

كثيرة حدود متصلة وقابلة للاشتقاق: $f(x) = x^2 - x + 1$

لا تتساوى القيمتان: $f(-1) = 3 \neq f(1) = 1, \quad f(-2) = 7 \neq f(2) = 3$

الفترة المناسبة هي من 0 إلى 1: $f(0) = 1 = f(1)$

استنتاج نظرية رول: $f'(c) = 2c - 1 = 0 \Rightarrow c = \frac{1}{2}$

$[0, 1], \quad c = \frac{1}{2}$