تجميعة أسئلة وفق مسودة الهيكل الوزاري الجديد

1	Estimate an arc length of a given function. تقدير طول القوس على منحنى دالة معطاة	(7-12)	68 70

-1 تقدير طول القوس على منحنى دالة معطاة.

في الفترة المحددة باستخدام:$y = f(x)$, قدر طول المنحنى 12 إلى 7في التمارين

إذا تمكنت من برمجة حاسبة أو حاسب آلي, استخدم $(\boldsymbol{c})$ قطع مستقيمة. $(\boldsymbol{b})\ n = 8$.$(\boldsymbol{a})\ n = 4$
أكبر وخمن الطول الفعلي للمنحنى. n

7. $f(x) = \cos x \quad , \quad 0 \le x \le \frac{\pi}{2}$

8. $f(x) = \sin x \quad , \quad 0 \le x \le \frac{\pi}{2}$

9. $f(x) = \sqrt{x+1} \quad , \quad 0 \le x \le 3$

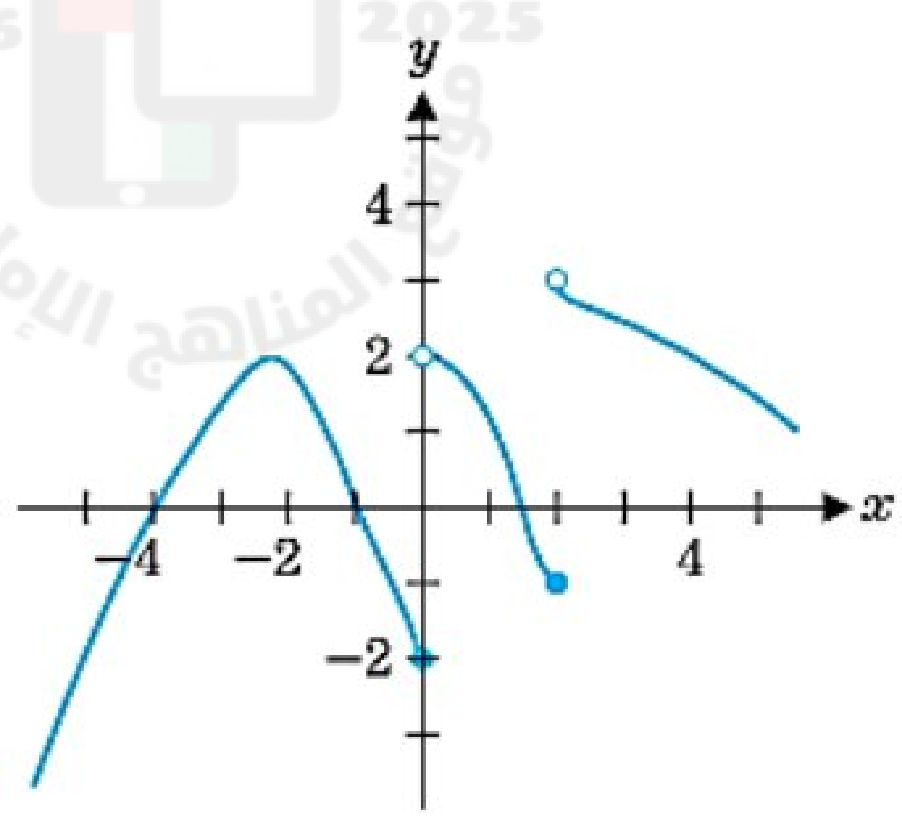
10. $f(x) = \frac{1}{x} \quad , \quad 1 \le x \le 2$

11. $f(x) = x^2 + 1 \quad , \quad -2 \le x \le 2$

12. $f(x) = x^3 + 2 \quad , \quad -1 \le x \le 1$

2	Find a limit algebraically or graphically, if it exists. إيجاد قيمة نهاية دالة ما جبريا وبيانيا، إن وجدت	(7-8)	75 77

في التمرينين 7 و8، حدد كل نهاية أو اذكر عدم وجودها في كلٍ مما يلي:



7. (a) $\lim_{x\to 0^-} f(x)$ (b) $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ (c) $\lim_{x\to 0} f(x)$

(d) $\lim_{x\to -2^-} f(x)$ (e) $\lim_{x\to -2^+} f(x)$ (f) $\lim_{x\to -2} f(x)$

(g) $\lim_{x\to -1} f(x)$ (h) $\lim_{x\to 1^-} f(x)$

8. (a) $\lim_{x\to 1^-} f(x)$ (b) $\lim_{x\to 1^+} f(x)$ (c) $\lim_{x\to 1} f(x)$

(d) $\lim_{x\to 2^-} f(x)$ (e) $\lim_{x\to -2^+} f(x)$ (f) $\lim_{x\to 2} f(x)$

(g) $\lim_{x\to 3^-} f(x)$ (h) $\lim_{x\to -3} f(x)$

3	Find limits of polynomial, rational, and trigonometric functions using theorems. إيجاد نهاية الدوال كثيرة الحدود والنسبية والمثلثية باستخدام نظريات النهايات	(21-28)	85 87

21. $\lim\limits_{x\to2} f(x)$, حيث $f(x)=\begin{cases} 2x & , \quad x<2 \\ x^2 & , \quad x\geq 2 \end{cases}$

22. $\lim\limits_{x\to-1} f(x)$, حيث $f(x)=\begin{cases} x^2+1 & , \quad x<-1 \\ 3x+1 & , \quad x\geq -1 \end{cases}$

23. $\lim\limits_{x\to-1} f(x)$, حيث $f(x)=\begin{cases} 2x+1 & , \quad x<-1 \\ 3 & , \quad -1<x<1 \\ 2x+1 & , \quad x>1 \end{cases}$

24. $\lim\limits_{x\to1} f(x)$, حيث $f(x)=\begin{cases} 2x+1 & , \quad x<-1 \\ 3 & , \quad -1<x<1 \\ 2x+1 & , \quad x>1 \end{cases}$

25. $\lim\limits_{h\to0} \dfrac{(2+h)^2-4}{h}$ **26.** $\lim\limits_{h\to0} \dfrac{(1+h)^3-1}{h}$

27. $\lim\limits_{x\to2} \dfrac{\sin(x^2-4)}{x^2-4}$ **28.** $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\tan x}{5x}$

4	Use the squeeze theorem to find limits استخدم نظرية الشطيرة لإيجاد النهايات	(29-32)	85 87

29. استخدم أدلة عددية وبيانية لتخمين قيمة $\lim\limits_{x\to0} x^2\sin(1/x)$. استخدم نظرية الشطيرة لإثبات أنك على صواب؛ عرّف الدالتين f و h. ووضّح بيانيا أنّ $f(x)\leq x^2\sin(1/x)\leq h(x)$ وعلّل أنّ $\lim\limits_{x\to0} f(x)=\lim\limits_{x\to0} h(x)$.

30. لماذا لا نستطيع استخدام نظرية الشطيرة كما في المثال 29 لإثبات أنّ $\lim\limits_{x\to0} x^2\sec(1/x)=0$؟ استكشف هذه النهاية بيانيًا.

31. استخدم نظرية الشطيرة لإثبات أنّ $\lim\limits_{x\to0^+}[\sqrt{x}\cos^2(1/x)]=0$. وعرّف الدالتين f و h. ووضّح بيانيًا أن $f(x)\leq\sqrt{x}\cos^2(1/x)\leq h(x)$ لجميع قيم $x>0$. وعلل أنّ $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=0$ و $\lim\limits_{x\to0^+} h(x)=0$.

32. افترض أنّ $f(x)$ محدودة؛ بمعنى أن هناك M ثابتة بحيث تكون $|f(x)|\leq M$ لجميع قيم x. استخدم نظرية الشطيرة لإثبات أنّ $\lim\limits_{x\to0} x^2f(x)=0$.

5	Use the continuity properties to study the continuity of a function or a composition of functions at a given point استخدم خصائص الاتصال لدراسة اتصال الدالة أو مجموعة الدوال عند نقطة معينة	(21-28)	95 97

في التمارين 28–21، حدّد الفترات التي تكون عندها f متصلة.

21. $f(x) = \sqrt{x+3}$

22. $f(x) = \sqrt{x^2-4}$

23. $f(x) = \sqrt[3]{x+2}$

24. $f(x) = (x-1)^{3/2}$

25. $f(x) = \sin^{-1}(x+2)$

26. $f(x) = \ln(\sin x)$

27. $f(x) = \dfrac{\sqrt{x+1}+e^x}{x^2-2}$

28. $f(x) = \dfrac{\ln(x^2-1)}{\sqrt{x^2-2x}}$

6	Find horizontal, vertical, and slant asymptotes using limits. إيجاد خطوط التقارب الأفقية والرأسية والمائلة باستخدام النهايات	(23-32)	106 108

في التمارين 28–23، حدّد كل خطوط التقارب الأفقية والرأسية. ثم لكل جانب من جوانب خط التقارب الرأسي، حدد إذا كانت $f(x) \to \infty$ أم $f(x) \to -\infty$.

23. (a) $f(x) = \dfrac{x}{4-x^2}$ (b) $f(x) = \dfrac{x^2}{4-x^2}$

24. (a) $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{4+x^2}}$ (b) $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{4-x^2}}$

25. $f(x) = \dfrac{3x^2+1}{x^2-2x-3}$

26. $f(x) = \dfrac{1-x}{x^2+x-2}$

27. $f(x) = 4\tan^{-1}x - 1$

28. $f(x) = \ln(1-\cos x)$

في التمارين 32–29، حدّد كل خطوط التقارب الرأسية والمائلة

29. $y = \dfrac{x^3}{4-x^2}$

30. $y = \dfrac{x^2+1}{x-2}$

31. $y = \dfrac{x^3}{x^2+x-4}$

32. $y = \dfrac{x^4}{x^3+2}$

7	b) Find limits at infinity and limits that are infinite.	(9-22)	106
	إيجاد النهايات التي تؤول إلى اللانهاية والنهايات عند اللانهاية (b		108

9. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2+3x-2}{3x^2+4x-1}$

10. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x^2-x+1}{4x^2-3x-1}$

11. $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{-x}{\sqrt{4+x^2}}$

12. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x^2-1}{4x^3-5x-1}$

13. $\lim\limits_{x\to\infty} \ln\left(\dfrac{x^2+1}{x-3}\right)$

14. $\lim\limits_{x\to 0^+} \ln(x\sin x)$

15. $\lim\limits_{x\to 0^+} e^{-2/x^3}$

16. $\lim\limits_{x\to\infty} e^{-(x+1)/(x^2+2)}$

17. $\lim\limits_{x\to\infty} \cot^{-1} x$

18. $\lim\limits_{x\to\infty} \sec^{-1} \dfrac{x^2+1}{x+1}$

19. $\lim\limits_{x\to 0} \sin(e^{-1/x^2})$

20. $\lim\limits_{x\to\infty} \sin(\tan^{-1} x)$

21. $\lim\limits_{x\to\pi/2} e^{-\tan x}$

22. $\lim\limits_{x\to 0^+} \tan^{-1}(\ln x)$

8	Link and interpret the slope of a secant line and tangent line	Example 3	136
	ربط وتفسير ميل الخط القاطع والخط المماس		138

مثال 1.3 التقريب البياني والعددي لميل المماس

قرّب ميل المماس لـ $y = \dfrac{x-1}{x+1}$ عند $x = 0$ بيانيًا وعدديًا.

9	Find the derivative of a function at a given point	Example 3	145
	إيجاد المشتقة للدالة عند نقطة معينة		147

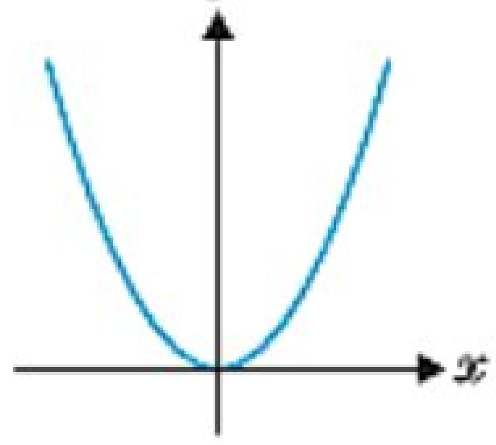
مثال 2.3 إيجاد مشتقة دالّة نسبية بسيطة

إذا كانت $(x \neq 0)$ $f(x) = \dfrac{1}{x}$. فأوجد $f'(x)$.

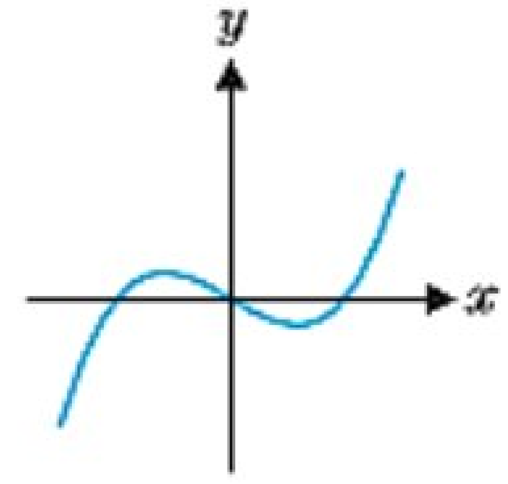
10	Understand the relationship between continuity and differentiability فهم العلاقة بين الاتصال والاشتقاق	(13-18)	151 153

في التمرين 13 و 16، استخدم التمثيل البياني الموضح لـ f لرسم التمثيل البياني لمشتقة الدالة.

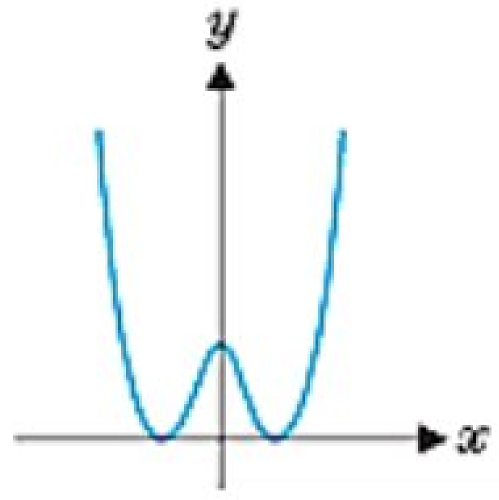
13. (a)



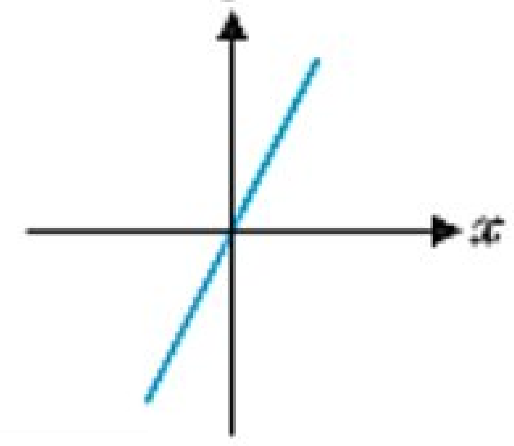
(b)



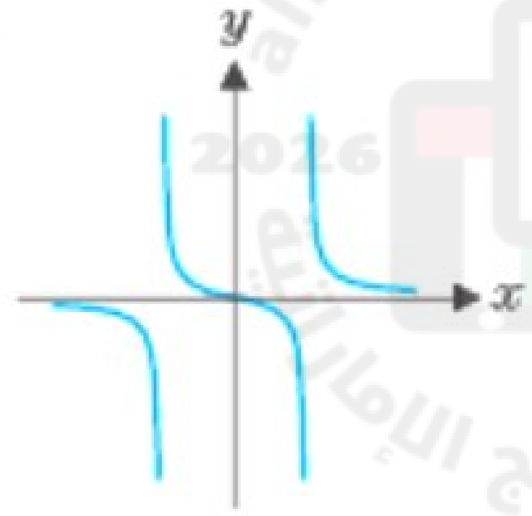
14. (a)



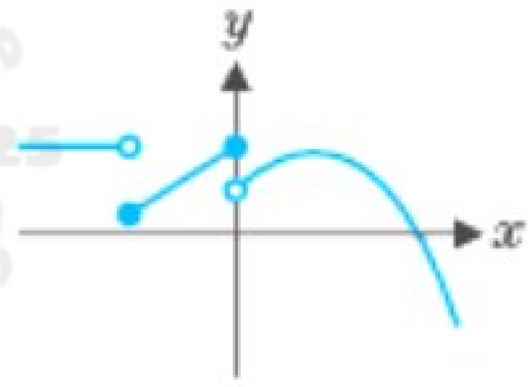
(b)



15. (a)

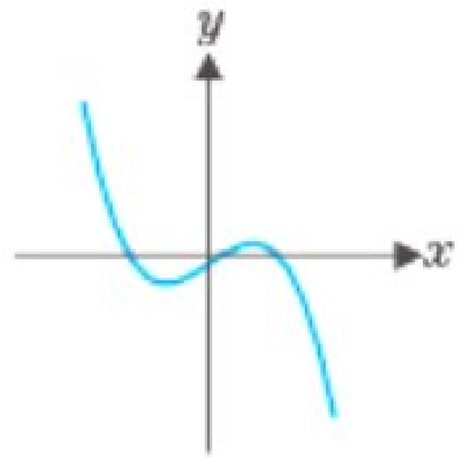


(b)

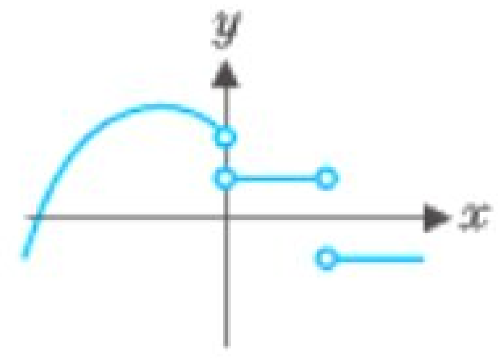


في التمرينين 17 و 18، استخدم التمثيل البياني الموضح لـ f' لرسم تمثيل بياني معقول لدالّة متصلة f.

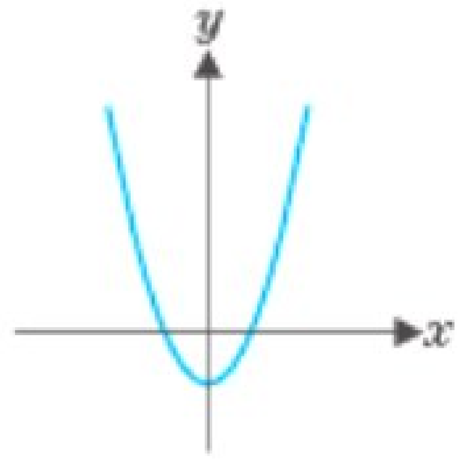
17. (a)



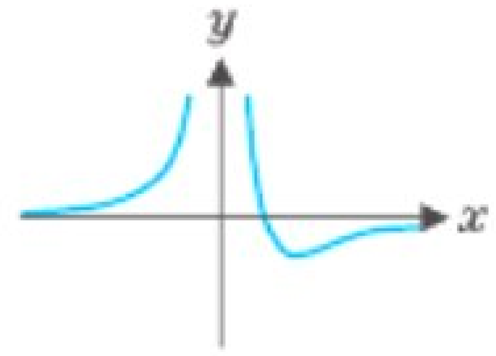
(b)



18. (a)



(b)



11	Use differentiation rules and higher derivatives in solving real-life problems.	(21-24)	161
	استخدام قواعد التفاضل والمشتقات العليا في حل المشكلات الحياتية		163

في التمارين 24–21، استخدم دالّة الموقع المعطاة لإيجاد دالتي السرعة المتجهة والتسارع.

21. $s(t) = -16t^2 + 40t + 10$

22. $s(t) = -4.9t^2 + 12t - 3$

23. $s(t) = \sqrt{t} + 2t^2$

24. $s(t) = 10 - \dfrac{10}{t}$

12	Use differentiation rules and higher derivatives in solving real-life problems.	(37-42)	161
	استخدام قواعد التفاضل والمشتقات العليا في حل المشكلات الحياتية		163

37. أوجد جميع قيم x والتي يشكّل عندها المماس على منحنى $y = x^3 - 3x + 1$ (a) زاوية قياسها $45°$ مع المحور x ؛ (b) زاوية قياسها $30°$ مع المحور x . على فرض أن الزاويتين تقاسان باتجاهٍ معاكسٍ لعقارب الساعة.

38. أوجد جميع قيم x التي عندها يكون المماسان على $y = x^3 + 2x + 1$ و $y = x^4 + x^3 + 3$ (a) متوازيين.

39. أوجد كثيرة الحدود من الدرجة الثانية (بالصيغة $ax^2 + bx + c$) بحيث يكون (a) $f(0) = -2, f'(0) = 2$ و $f''(0) = 3$.

(b) $f(0) = 0, f'(0) =$ و $f''(0) = 1$.

40. أوجد صيغةً عامةً لإيجاد المشتقة من الرتبة $f^{(n)}(x)$ لـ

(a) $f(x) = \sqrt{x}$ (b) $f(x) = \dfrac{2}{x}$

41. أوجد مساحة المثلث الذي يحدّده $x = 0, y = 0$ والمماس على $y = \frac{1}{x}$ عند $x = 1$. كرّر الأمر نفسه بالنسبة لمثلثٍ يحدّده $x = 0, y = 0$ والمماس على $y = \frac{1}{x}$ عند $x = 2$. وضّح أنك تحصل على المساحة نفسها باستخدام المماس على $y = \frac{1}{x}$ عند أيّ قيمة $x = a > 0$.

42. وضّح أن نتيجة التمرين 41 لا تنطبق على $y = \frac{1}{x^2}$. أي أن مساحة المثلث المحدود بـ $x = 0, y = 0$ والمماس على $y = \frac{1}{x^2}$ عند $x = a > 0$ لا تعتمد على قيمة a .

13	Apply the chain rule for differentiation تطبيق قاعدة السلسلة في الاشتقاق	(31-38)	177 179

في التمرينين 31 و 32. استخدم المعلومات ذات الصلة لحساب المشتقة $h(x) = f(g(x))$.

31. $h'(1)$. حيث:
$f'(2)=3, f'(1)=4, g(1)=2, f(1)=3, g'(1)=-2, g'(3)=5$

32. $h'(2)$. حيث:
$f'(3)=-3, f'(2)=-1, g(2)=3, f(2)=1, g'(1)=2, g'(2)=4$

الدالّة f تكون **دالّة زوجية** إذا كان $f(-x) = f(x)$ لكل x وتكون **دالّة فردية** إذا كان $f(-x) = -f(x)$ لكل x. إثبت أن مشتقة دالة الزوجية هي دالة فردية، وأن مشتقة دالة الفردية هي دالة زوجية.

إذا كان التمثيل البياني للدالّة القابلة للإشتقاق f متماثلًا حول المستقيم $x = a$. فماذا يمكنك القول عن تماثل التمثيل البياني لـ f'؟

في التمارين 35—38 أوجد المشتقة للدالة f.

35. (a) $f(x^2)$ (b) $[f(x)]^2$ (c) $f(f(x))$

36. (a) $f(\sqrt{x})$ (b) $\sqrt{f(x)}$ (c) $f(xf(x))$

37. (a) $f(1/x)$ (b) $1/f(x)$ (c) $f\left(\dfrac{x}{f(x)}\right)$

38. (a) $1+f(x^2)$ (b) $[1+f(x)]^2$ (c) $f(1+f(x))$

14	Find the derivative of an inverse function using the Chain Rule. إيجاد مشتقة معكوس دالة باستخدام قاعدة السلسلة	(17-22)	176 178

في التمارين 22—17. f لها معكوس g. استخدم النظرية 5.2 لإيجاد $g'(a)$.

17. $f(x) = x^3 + 4x - 1, a = -1$

18. $f(x) = x^5 + 4x - 2, a = -2$

19. $f(x) = x^5 + 3x^3 + x, a = 5$

20. $f(x) = x^3 + 2x + 1, a = -2$

21. $f(x) = \sqrt{x^3 + 2x + 4}, a = 2$

22. $f(x) = \sqrt{x^5 + 4x^3 + 3x + 1}, a = 3$

15	Find the derivatives of trigonometric functions using differentiation rules إيجاد مشتقات الدوال المثلثية باستخدام قواعد التفاضل	(9-18)	184 186

9. $f(t) = \sin 3t \sec 3t$

10. $f(t) = \sqrt{\cos 5t \sec 5t}$

11. $f(w) = \dfrac{1}{\sin 4w}$

12. $f(w) = w^2 \sec^2 3w$

13. $f(x) = 2\sin 2x \cos 2x$

14. $f(x) = 4\sin^2 3x + 4\cos^2 3x$

15. $f(x) = \tan\sqrt{x^2+1}$

16. $f(x) = 4x^2 \sin x \sec 3x$

17. $f(x) = \sin^3\left(\cos\sqrt{x^3+2x^2}\right)$

18. $f(x) = \tan^4(\sin^2(x^3+2x))$

16	Find the derivatives of natural logarithmic functions إيجاد مشتقات الدوال اللوغاريتمية الطبيعية	(39-44)	194 196

في التمارين 44–39 استخدم تفاضل اللوغاريتم لإيجاد المشتقة.

39. $f(x) = x^{\sin x}$

40. $f(x) = x^{4-x^2}$

41. $f(x) = (\sin x)^x$

42. $f(x) = (x^2)^{4x}$

43. $f(x) = x^{\ln x}$

44. $f(x) = x^{\sqrt{x}}$

17	Find the derivatives of exponential functions إيجاد مشتقات الدوال الأسية	(1-14)	193 195

في التمارين 24–1، أوجد مشتقة كل دالّة.

1. $f(x) = x^3 e^x$

2. $f(x) = e^{2x}\cos 4x$

3. $f(t) = t + 2^t$

4. $f(t) = t4^{3t}$

5. $f(x) = 2e^{4x+1}$

6. $f(x) = (1/e)^x$

7. $h(x) = (1/3)^{x^2}$

8. $h(x) = 4^{-x^2}$

9. $f(u) = e^{u^2+4u}$

10. $f(u) = 3e^{\tan u}$

11. $f(w) = \dfrac{e^{4w}}{w}$

12. $f(w) = \dfrac{w}{e^{6w}}$

13. $f(x) = \ln 2x$

14. $f(x) = \ln\sqrt{8x}$

18	Use implicit differentiation to find derivatives of inverse trigonometric functions استخدام الاشتقاق الضمني لإيجاد مشتقات الدوال المثلثية العكسية	(29-32)	204 206

في التمرينين 29 و34، أوجد مشتقة كل دالّة.

29. (a) $f(x) = \sin^{-1}(x^3 + 1)$ (b) $f(x) = \sin^{-1}(\sqrt{x})$

30. (a) $f(x) = \cos^{-1}(x^2 + x)$ (b) $f(x) = \cos^{-1}(2/x)$

31. (a) $f(x) = \tan^{-1}(\sqrt{x})$ (b) $f(x) = \tan^{-1}(1/x)$

32. (a) $f(x) = \sqrt{2 + \tan^{-1} x}$ (b) $f(x) = e^{\tan^{-1} x}$

19	Learn Rolle's Theorem and use it in applications فهم نظرية رول واستخدمها في التطبيقات	Example1	214 216

مثال 10.1 توضيح لنظرية رول

أوجد قيمة c التي تحقق نظرية رول للدالة:

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 2$$

في الفترة $[0, 1]$.

20	Learn the Mean Value Theorem and use it in applications تعلم نظرية القيمة المتوسطة واستخدمها في التطبيقات	Example5	219 221

مثال 10.5 إثبات متباينة لـ $\sin x$

أثبت أن $|\sin a| \le |a|$ for all a

الورقي

21	a) Determine the continuity of a function at a given point.	(39-41)	96
	البحث في اتصال دالة عند نقطة معطاةa)		98
	b) Find limits at infinity and limits that are infinite.	(33-37)	106
	إيجاد النهايات التي تؤول إلى اللانهاية والنهايات عند اللانهاية (b		108

في التمارين 41–39، حدّد قيم a و b التي تجعل الدالة المعطاة متصلة.

39. $f(x) = \begin{cases} \dfrac{2\sin x}{x} & , \quad x < 0 \\ a & , \quad x = 0 \\ b\cos x & , \quad x > 0 \end{cases}$

40. $f(x) = \begin{cases} ae^{x} + 1 & , \quad x < 0 \\ \sin^{-1}\dfrac{x}{2} & , \quad 0 \le x \le 2 \\ x^2 - x + b & , \quad x > 2 \end{cases}$

41. $f(x) = \begin{cases} a(\tan^{-1} x + 2) & , \quad x < 0 \\ 2e^{bx} + 1 & , \quad 0 \le x \le 3 \\ \ln(x-2) + x^2 & , \quad x > 3 \end{cases}$

33. لنفترض أنّ حجم بؤبؤ عين حيوان محدد يُعطى بالعلاقة $f(x)$ (mm)، حيثما يكون x هو كثافة الضوء على بؤبؤ العين. إذا كان $f(x) = \dfrac{80x^{-0.3} + 60}{2x^{-0.3} + 5}$. فأوجد حجم بؤبؤ العين عندما لا يوجد ضوء وحجمه مع وجود كمية لانهائية من الضوء.

34. كرّر التمرين 33 مع $f(x) = \dfrac{80x^{-0.3} + 60}{8x^{-0.3} + 15}$.

35. قم بتعديل الدالة في التمرين 33 لإيجاد الدالة f بحيث يكون $\lim_{x\to 0^+} f(x) = 8$ و $\lim_{x\to\infty} f(x) = 2$.

36. أوجد دالة للشكل $f(x) = \dfrac{20x^{-0.4} + 16}{g(x)}$ بحيث يكون $\lim_{x\to 0^+} f(x) = 5$ و $\lim_{x\to\infty} f(x) = 4$.

37. لنفترض أن سرعة لاعب القفز الحر بعد t ثانية بعد القفز تُعطى بالعلاقة $v(t) = -\sqrt{\dfrac{32}{k}}\,\dfrac{1 - e^{-2t\sqrt{32k}}}{1 + e^{-2t\sqrt{32k}}}$. أوجد أقصى سرعة $k = 0.00064$ و $k = 0.00128$. بأي عامل يتوجب على لاعب القفز الحر تغيير قيمة k لخفض أقصى سرعة إلى النصف؟

22	Apply the Product Rule on derivatives	(25-30)	169
	تطبيقات حياتية على قاعدة الضرب على المشتقات		171

25. على فرض أنّ الكمية المبيعة $Q(t)$ من أحد أنواع الدّمى عند الزمن t مقدرًا بالسنوات تتناقص بمعدّل 4%؛ اشرح السّبب في أن ذلك يترجم إلى العلاقة $Q'(t) = -0.04Q(t)$. افترض أيضًا أن السّعر يزداد بمعدّل 3%؛ اكتب معادلةً مشابهةً لـ $P'(t)$ بدلالة $P(t)$. يساوي إيراد الدّمية $R(t) = Q(t)P(t)$. بتعويض تعبيري $Q'(t)$ و $P'(t)$ في قاعدة الضرب $R'(t) = Q'(t)P(t) + Q(t)P'(t)$ بيّن أنّ الإيراد ينخفض بمعدّل 1%. واشرح السّبب في أنّ هذا "واضح."

26. كما في التمرين 25، افترض أنّ الكميّة المبيعة تنخفض بمعدّل 4%. فما المعدّل الذي يجب زيادة السّعر به للحفاظ على الإيراد ثابتًا؟

27. افترض أنّ سعر إحدى السّلع 20 AED للقطعة وقد بيعت $20{,}000$ قطعة. فإذا كان السعر يزداد بمعدل 1.25 AED في العام الواحد وتزداد الكمية المبيعة بمعدّل 2000 قطعة في العام الواحد، فبأي معدل سيزداد الإيراد؟

28. افترض أنّ سعر القطعة 14 AED، وأنّه قد بيعت $12{,}000$ قطعة. تريد الشركة زيادة الكميّة المبيعة بمقدار 1200 قطعة في العام مع زيادة الإيراد بمقدار $20{,}000$ AED في العام. فما المعدّل الذي يتعيّن زيادة السّعر به لتحقيق هذين الهدفين؟

29. تُضرب كرة بيسبول كتلتها 0.15 kg وسرعتها 45 m/s بمضرب بيسبول كتلته m kg وبسرعة 40 m/s (بعكس اتجاه حركة الكرة). بعد الاصطدام، بلغت السرعة الابتدائية للكرة $u(m) = \dfrac{82.5m - 6.75}{m + 0.15}$ m/s. برهن أنّ $u'(m) > 0$ وفسّر ذلك وفق مصطلحات رياضة البيسبول. قارن $u'(1)$ و $u'(1.2)$.

30. في التمرين 29، إذا كنت كتلة كرة البيسبول M kg وسرعتها 45 m/s وإذا كانت كتلة المضرب 1.05 kg وسرعته 40 m/s، وكانت السرعة الابتدائية للكرة $u(M) = \dfrac{86.625 - 45M}{M + 1.05}$ m/s احسب $u'(M)$ وفسّر إشارته (موجبة أو سالبة) وفق مصطلحات رياضة البيسبول.

23	Solve real-life problems using derivatives of exponential and logarithmic functions حل المشكلات الحياتية باستخدام مشتقات الدوال الأسية واللوغاريتمية	(25-30)	194 196

في التمارين 28–25، أوجد معادلة المماس لمنحنى $y = f(x)$ عند $x = 1$.

25. $f(x) = 3e^{x^2}$ 26. $f(x) = 3^{x^2}$

27. $f(x) = x^2 \ln x$ 28. $f(x) = 2\ln x^3$

في التمرينين 29 و 30، أوجد كل قيم x التي يكون المماس لمنحنى $y = f(x)$ أفقيًا.

29. (a) $f(x) = xe^{-2x}$ (b) $f(x) = xe^{-3x}$

30. (a) $f(x) = x^2e^{-2x}$ (b) $f(x) = x^2e^{-3x}$

24	Find derivatives implicitly. إيجاد المشتقات للعلاقات الضمنية	Example 4	199 201

مثال 8.4 إيجاد مشتقة من الرتبة الثانية ضمنيًا

أوجد $y''(x)$ ضمنيًا لــ $y^2 + 2e^{-xy} = 6$. ثم أوجد قيمة y'' عند النقطة $(0, 2)$.

25	Use implicit differentiation to find derivatives of inverse trigonometric functions استخدام الاشتقاق الضمني لإيجاد مشتقات الدوال المثلثية العكسية	(29-32)	204 206

في التمرينين 29 و34، أوجد مشتقة كل دالّة.

29. (a) $f(x) = \sin^{-1}(x^3 + 1)$ (b) $f(x) = \sin^{-1}(\sqrt{x})$

30. (a) $f(x) = \cos^{-1}(x^2 + x)$ (b) $f(x) = \cos^{-1}(2/x)$

31. (a) $f(x) = \tan^{-1}(\sqrt{x})$ (b) $f(x) = \tan^{-1}(1/x)$

32. (a) $f(x) = \sqrt{2 + \tan^{-1} x}$ (b) $f(x) = e^{\tan^{-1} x}$

26	Understand the Mean Value Theorem and use it in applications.	(30-40)	119
	التعرف على نظرية القيمة المتوسطة واستخدامها في التطبيقات		221

30. إذا كان $f'(x) < 0$ لكل قيم x، فأثبت أن $f(x)$ هي دالّة متناقصة؛ بمعنى أنه إذا كان $a < b$، فإن $f(a) > f(b)$.

في التمارين 31-38، حدّد ما إذا كانت دالّة متزايدة أم متناقصة أم غير ذلك.

31 $f(x) = x^3 + 5x + 1$ **32.** $f(x) = x^5 + 3x^3 - 1$

33. $f(x) = -x^3 - 3x + 1$ **34.** $f(x) = x^4 + 2x^2 + 1$

35. $f(x) = e^x$ **36.** $f(x) = e^{-x}$

37. $f(x) = \ln x$ **38.** $f(x) = \ln x^2$

39. على فرض أن $s(t)$ تحدّد موقع جسم ما في الزمن t. وإذا كانت s قابلة للإشتقاق في الفترة $[a, b]$، فأثبت أنه عندما $t = c$، تكون السرعة اللَحظيّة عند $t = c$ مساوية للسرعة المتجهة المتوسطة بين $t = a$ و $t = b$.

40. بدأ عدّاءان سباقًا في الزمن 0. وبعد مرور فترة من الزمن $t = a$، تصدر عدّاء السباق. ولكن المتسابق الثاني نزع منه صدارة السباق بمرور الزمن $t = b$. أثبت أنه عند الزمن $t = c > 0$، كان العدّاءان يجريان بالسرعة نفسها بالضبط.