

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية



الهيكل الامتحاني الوزاري الجديد منهج بريدج المسار العام

موقع المناهج ← المناهج الإماراتية ← الصف الحادي عشر العام ← رياضيات ← الفصل الثاني ← الامتحان النهائي ← الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 15:31:03 2025-02-10

ملفات اكتب للمعلم اكتب للطالب | اختبارات الكترونية | اختبارات | حلول | عروض بوربوينت | أوراق عمل
منهج انجليزي | ملخصات وتقارير | مذكرات وبنوك | الامتحان النهائي | للمدرس

المزيد من مادة
رياضيات:

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الحادي عشر العام



صفحة المناهج
الإماراتية على
فيسبوك

الرياضيات

اللغة الانجليزية

اللغة العربية

التربية الاسلامية

المواد على تلغرام

المزيد من الملفات بحسب الصف الحادي عشر العام والمادة رياضيات في الفصل الثاني

الهيكل الامتحاني الوزاري الجديد منهج بريدج المسار العام	1
عرض بوربوينت درس جمع التعابير النسبية وطرحها	2
عرض بوربوينت درس اللوغاريتمات والدوال اللوغاريتمية	3
الخطة الفصلية للمقرر منهج بريدج للعام 2024-2025	4
ملزمة أوراق عمل الوحدة السادسة الدوال والعلاقات الأسية واللوغاريتمية	5

الرياضيات

MATHEMATICS

12 ADVANCED

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

2024-2025

الصف الثاني عشر متقدم

12 Advanced

ملخص دروس الوحدة الخامسة الفصل الثاني

CHAPTER 5

Integration

Teacher الاستاذ

عماد عودة

IMAD ODEH

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

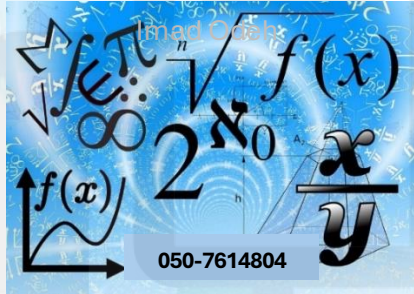
Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

اسم الطالب: -

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

عزيزي الطالب وضعت هذه الملزمة لتساعدك في دراستك علما بان الكتاب المدرسي هو المرجع الرئيسي لنا جميعا

اطيب التمنيات للجميع



الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/lomaths12><http://www.youtube.com/@imaths2022>

CHAPTER 5 الوحدة الخامسة

التكامل

Integration

5-1	ANTIDERIVATIVES	الدوال الاصلية	5-1
5-2	SUMS AND SIGMA NOTATION	المجموع والرمز سيجما	5-2
5-3	AREA	المساحة	5-3
5-4	THE DEFINITE INTEGRAL	التكامل المحدود	5-4
5-5	THE FUNDAMENTAL THEOREM OF CALCULUS	النظرية الأساسية لحساب التفاضل والتكامل	5-5
5-6	INTEGRATION BY SUBSTITUTION	التكامل بالتعويض	5-6



عزيزي الطالب وضعت هذه الملزمة لمساعدتك في التدريب على أسئلة الكتاب واسئلة الاختبارات السابقة وتسهيل عليك في كتابة الأسئلة وهي لا تغني عن كتابك المدرسي

الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/iomaths12>

<http://www.youtube.com/@imaths2022>

Integration rule قواعد التكامل

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$\int k \, dx = kx + c$	$\int kx \, dx = \frac{kx^2}{2} + c$	$\int x^r \, dx = \frac{x^{r+1}}{r+1} + c$
$\int \sin x \, dx = -\cos x + c$	$\int \cos x \, dx = \sin x + c$	
$\int \sec^2 x \, dx = \tan x + c$	$\int \csc^2 x \, dx = -\cot x + c$	
$\int \sec x \tan x \, dx = \sec x + c$	$\int \csc x \cot x \, dx = -\csc x + c$	
$\int \sin kx \, dx = -\frac{1}{k} \cos kx + c$	$\int \cos kx \, dx = \frac{1}{k} \sin kx + c$	
$\int e^x \, dx = e^x + c$	$\int \frac{1}{x} \, dx = \ln x + c$	
$\int \frac{1}{1+x^2} \, dx = \tan^{-1} x + c$	$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \, dx = \sin^{-1} x + c$	
$\int \frac{1}{ x \sqrt{x^2-1}} \, dx = \sec^{-1} x + c$		
$\int e^{ax+b} \, dx = \frac{1}{a} e^{ax+b} + c$	$\int \frac{f'(x)}{f(x)} \, dx = \ln f(x) + c$	

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

5.1

الدالة الاصلية

ANTIDERIVATIVES

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

If إذا كان

$$F'(x) = f(x).$$

We call such a function F an antiderivative of f

يقال ان الدالة F هي دالة اصلية لـ f

$$\frac{d}{dx}[F(x) + c] = F'(x) + 0 = f(x)$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

EXAMPLE 1.1

مثال 1-1

Find an antiderivative of

$$f(x) = x^2$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

THEOREM 1.1

Suppose that F and G are both antiderivatives of f on an interval I . Then,

$$G(x) = F(x) + c,$$

for some constant c .

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

النظرية 1.1

على فرض أن F و G هما دالتان أصليتان لـ f على الفترة I . إذا.

$$G(x) = F(x) + c$$

لكل عدد ثابت c .

DEFINITION 1.1

Let F be any antiderivative of f on an interval I . The **indefinite integral** of $f(x)$ (with respect to x) on I , is defined by

$$\int f(x) dx = F(x) + c,$$

where c is an arbitrary constant (the **constant of integration**).

التعريف 1.1

لتكن F دالة أصلية لـ f على الفترة I . التكامل غير المحدود لـ $f(x)$ (بمعلومية x) على I . يُعرّف بواسطة

$$\int f(x) dx = F(x) + c$$

حيث c هو عدد ثابت اضافي (ثابت التكامل).

THEOREM 1.2 (Power Rule)

For any rational power $r \neq -1$,

$$\int x^r dx = \frac{x^{r+1}}{r+1} + c.$$

Here, if $r < -1$, the interval I on which this is defined can be any interval that does not include $x = 0$.

النظرية 1.2 (قاعدة القوة)

لأي قوة نسبية $r \neq -1$

$$\int x^r dx = \frac{x^{r+1}}{r+1} + c$$

هنا، إذا كان $r < -1$ ، فالفترة I التي يكون عليها هذا مُعرِّفاً يمكن أن تكون فترة لا تتضمن $x = 0$.

EXAMPLE 1

مثال 1

Evaluate

اوجد

1) $\int 3x^2 dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

2) $\int t^5 dt$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $\int t^{17} dt$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

4) $\int \frac{1}{x^3} dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

5) $\int \sqrt{x} dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

COROLLARY 1.1

In any interval not containing 0,

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c.$$

COROLLARY 1.2

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln |f(x)| + c,$$

in any interval in which $f(x) \neq 0$.

EXAMPLE 2

مثال 2

Evaluate

اوجد

1) $\int (3 \cos x + 4x^8) dx$

2) $\int \left(3e^x - \frac{2}{1+x^2} \right) dx$

EXAMPLE 3

مثال 3

For any x for which $\tan x \neq 0$, evaluate

اوجد

$$\frac{d}{dx} \ln |\tan x|$$

EXAMPLE 4

مثال 4

Evaluate

اوجد

$$1) \int \frac{\sec^2 x}{\tan x} dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$2) \int \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$3) \int \frac{2x}{x^2 + 1} dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$4) \int \frac{x^3 + 1}{x} dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$5) \int (x + 1)(x - 1) dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$6) \int \sin 2x dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

EXAMPLE 5

If an object's downward acceleration is given by $y''(t) = -32ft/s^2$, find the position function $y(t)$. Assume that the initial velocity is $y'(0) = -100ft/s$ and the initial position is $y(0) = 100,000 \text{ feet}$.

مثال 5

إذا كان تسارع الجسم نحو الأسفل معطى بالمعادلة $y''(t) = -32ft/s^2$ ، فأوجد دالة الموضع $y(t)$. افترض أن السرعة الأولية هي $y'(0) = -100ft/s$ وأن الموضع الأولي هو $y(0) = 100,000$ قدم.

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

تمارين واسئلة سنوات سابقة

Q1 Find the general antiderivative.

س 1 اوجد الدالة الاصلية

1) $\int (3x^4 - 3x) dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

2) $\int 2 \sec x \tan x dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $\int \frac{8x}{x^2 + 7} dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

4) $\int (x^2 + 1)^2 dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

5) $\int (2 \sin x - \frac{1}{1+x^2}) dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q2 Find the general antiderivative

$$1) \int \frac{3}{4x^2 + 4} dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$2) \int (2 \cos x - \sqrt{e^{2x}}) dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$3) \int (2x^{-1} + \sin x) dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$4) \int x^{\frac{2}{3}} (x^{-\frac{4}{3}} - 3) dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$5) \int \frac{2x}{x^2 + 4} dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q3 Find the general antiderivative

1) $\int \frac{e^x + 4}{e^x} dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

2) $\int \frac{e^{2x} - 2e^{3x}}{e^{3x}} dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $\int \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

4) $\int \tan^2 x dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

س4 اوجد الدالة الاصلية ل
Q4 What are the antiderivatives of $f(x) = \frac{\cos x}{\sin x}$ passing through the point $(\frac{\pi}{2}, 0)$?

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

س5 حدد دالة الموقع إذا كانت دالة السرعة
Q5 Determine the position function if the velocity function and the initial position are.

1) $v(t) = 3 - 12t \text{ m/s}, s(0) = 3 \text{ m}.$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

2) $v(t) = 8 - 6t, s(0) = 4$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $v(t) = 3 \cos t + t - 5, s(0) = 6$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q6 Determine the position function if the acceleration function, the initial velocity is, and the initial position are

س6 حدد دالة الموقع إذا كانت دالة التسارع والشرط الابتدائي للسرعة والموقع كما يلي

1) $a(t) = 3e^{-t} - 2$, $s(0) = 0$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

2) $a(t) = t^2 + 1$, $v(0) = 4$, $s(0) = 0$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $a(t) = 3 \sin t + 1$, $v(0) = 0$, $s(0) = 4$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

س7 اوجد الدالة التي تحقق الشروط المعطاة
Q7 Find the function $f(x)$ satisfying the given conditions.

1) $f'(x) = 3e^x + x, \quad f(0) = 4$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

2) $f'(x) = 4 \cos x, f(0) = 3$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $f''(x) = 20x^3 + 2e^{2x}, f'(0) = -3, f(0) = 2$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

4) $f''(t) = 2 + 2t, \quad f'(0) = 2, \quad f(3) = 2$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q8 Find the function $f(x)$ satisfying the given conditions.

س8 اوجد الدالة التي تحقق الشروط المعطاة

1) $f''(x) = 3 \sin x + 4x^2$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

2) $f''(x) = \sqrt{x} - 2 \cos x$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $f'''(x) = 4 - \frac{2}{x^3}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q9- Find a function $f(x)$ such that the point $(-1, 1)$ is on the graph of $y = f(x)$, the slope of the tangent line at $(-1, 1)$ is 2 and the second derivative is

س 9 اوجد الدالة $f(x)$ والتي فيها النقطة $(-1, 1)$ تقع على منحنى الدالة وميل المماس عند النقطة $(-1, 1)$ يساوي 2 والمشتقة الثانية هي

$$f''(x) = 6x + 4.$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q10 find

س 10 اوجد

$$\int \frac{1}{\cos x - 1} dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q11 find the derivative.

س 11 اوجد المشتقة

$$\frac{d}{dx} \ln | \sec x + \tan x |$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

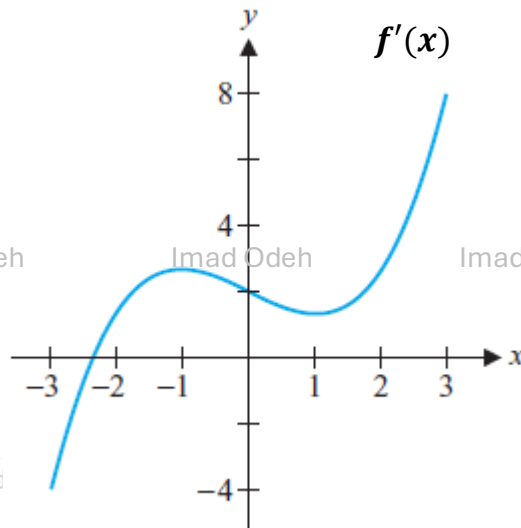
Imad Odeh

Q12 Sketch the graph of two functions $f(x)$ corresponding to the given graph of

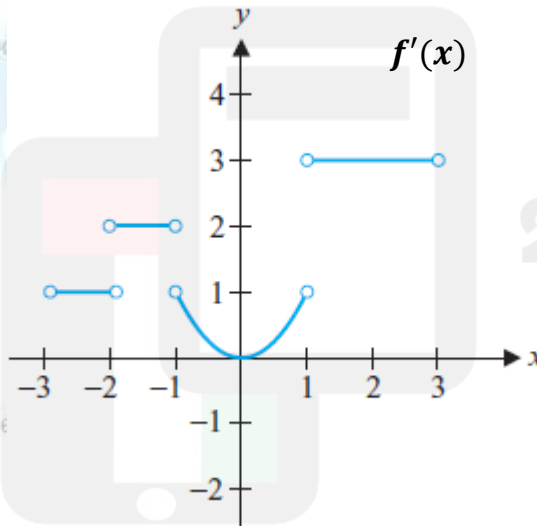
ارسم دالتين مختلفتين واللذان بيان مشتقتهما كما يلي

س 12

a)



b)



4.2 SUMS AND SIGMA NOTATION

المجموع ورمز المجموع

EXAMPLE 1

مثال 1

Write in summation notation

a) $\sqrt{1} + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \dots + \sqrt{10}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

b) $3^3 + 4^3 + 5^3 + \dots + 45^3$

EXAMPLE 2

مثال 2

Write in summation notation:

the sum of the **first 200 odd** positive integers.

استخدام رمز المجموعة لكتابة مجموع أول 200 عدد

صحيح موجب

EXAMPLE 3

مثال 3

Write out all terms and compute the sums

اكتب جميع الحدود ثم اوجد المجموع

a)
$$\sum_{i=1}^8 (2i + 1)$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

b)

$$\sum_{i=1}^6 \sin(2\pi i)$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

c)

$$\sum_{i=4}^{10} 5$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

THEOREM 2.1

If n is any positive integer and c is any constant, then

- (i) $\sum_{i=1}^n c = cn$ (sum of constants),
- (ii) $\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$ (sum of the first n positive integers) and
- (iii) $\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ (sum of the squares of the first n positive integers).

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

THEOREM 2.2

For any constants c and d ,

$$\sum_{i=1}^n (ca_i + db_i) = c \sum_{i=1}^n a_i + d \sum_{i=1}^n b_i.$$

EXAMPLE 4

Compute

مثال 4
احسب

a)

$$\sum_{i=1}^8 (2i + 1)$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

b)

$$\sum_{i=1}^{800} (2i + 1)$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

EXAMPLE 5

Compute

مثال 5
جد مجموع القيم

a)
$$\sum_{i=1}^{20} i^2$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

b)
$$\sum_{i=1}^{20} \left(\frac{i}{20}\right)^2$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

EXAMPLE 6

Sum the values of

مثال 6
جد مجموع القيم $f(x) = x^2 + 3$ evaluated at $x = 0.1, x = 0.2, \dots, x = 1.0$.

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

EXAMPLE 7

Sum the values of

مثال 7

 $f(x) = 3x^2 - 4x + 2$ evaluated at $x = 1.05, x = 1.15, x = 1.25, \dots, x = 2.95$.

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

أسئلة سنوات سابقة والتمارين

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q1 Find.

س1 اوجد

$$1) \sum_{k=1}^{18} (6k - 1)$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$2) \sum_{i=6}^{10} (t + 4)$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$3) \sum_{t=5}^9 (t^2 + 3)$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$4) \sum_{i=2}^6 (i^2 + i)$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q2 Find.

س 2 اوجد

1)
$$\sum_{k=3}^n (k^2 - 3)$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

2)
$$\sum_{i=4}^{20} (i - 3)(i + 3)$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3)
$$\sum_{k=0}^n (k^2 + 5)$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q3 Compute the sum of the form

س3 اوجد المجموع بالصيغة

$$\sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x$$

for values x_i where

$$f(x) = 3x + 5 ; x = 2, 4, 6, \quad n = 3; \Delta x = 2$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q4 Sum the values of the function $f(x)$ for the valuesس4 اوجد المجموع للدالة $f(x)$ للقيم

$$f(x) = 3x^2 - 4x + 2 \quad \text{at} \quad x=1.05, x=1.15, x=1.25, \dots, x=2.95.$$

2025

2024

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q 5 Compute the sum of the form.

س 5 اوجد المجموع بالصيغة

$$\sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x$$

for values x_i where

$$f(x) = 4x^2 - 2; x = 2.1, 2.2, 2.3, 2.4 \dots \dots \dots 3.0$$

$$n = 10; \Delta x = 0.1$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q6 Compute the sum and the limit of the sum
as $n \rightarrow \infty$

س 6 اوجد المجموع ثم اوجد النهاية عندما
 $n \rightarrow \infty$

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{n} \left[4 \left(\frac{2i}{n} \right)^2 - \left(\frac{2i}{n} \right) \right]$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

4.3 AREA

المساحة

DEFINITION 3.1

For a function f defined on the interval $[a, b]$, if f is continuous on $[a, b]$ and $f(x) \geq 0$ on $[a, b]$, the area A under the curve $y = f(x)$ on $[a, b]$ is given by

$$A = \lim_{n \rightarrow \infty} A_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x. \quad (3.2)$$

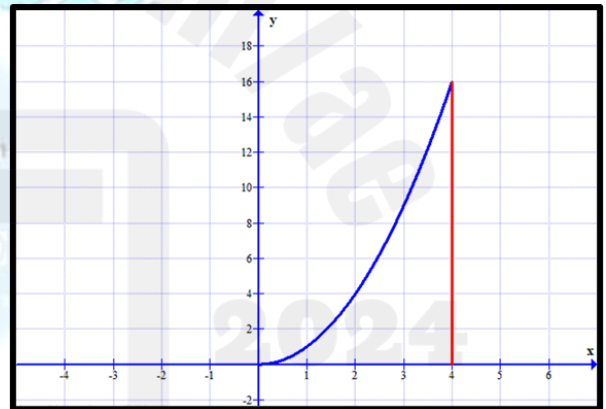
EXAMPLE 1

Approximate the area under the curve

$$y = f(x) = x^2 \quad \text{on the interval } [0, 4], \text{ using}$$

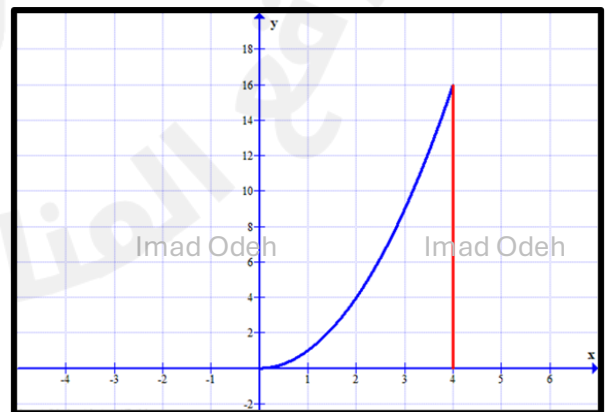
(a) 4 rectangles and

استخدم 4 مستطيلات



(b) 8 rectangles.

استخدم 8 مستطيلات

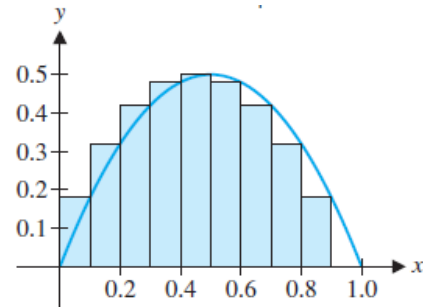


EXAMPLE 2

Approximate the area under the curve

$$y = f(x) = 2x - 2x^2 \text{ on the interval } [0, 1], \text{ using}$$

10 rectangles and



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

DEFINITION 3.2

Let $\{x_0, x_1, \dots, x_n\}$ be a regular partition of the interval $[a, b]$, with $x_i - x_{i-1} = \Delta x = \frac{b-a}{n}$, for all i . Pick points c_1, c_2, \dots, c_n , where c_i is any point in the subinterval $[x_{i-1}, x_i]$, for $i = 1, 2, \dots, n$. (These are called **evaluation points**.) The **Riemann sum** for this partition and set of evaluation points is

$$\sum_{i=1}^n f(c_i) \Delta x.$$

التعريف 3.1

Imad Odeh لكل دالة f مُعرَّفة على الفترة $[a, b]$ ، إذا كانت f متصلة على $[a, b]$ و $f(x) \geq 0$ على $[a, b]$ ، فإن المساحة A تحت منحنى $y = f(x)$ على $[a, b]$ تُعطى بالصيغة:

$$(3.2) \quad A = \lim_{n \rightarrow \infty} A_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x$$

EXAMPLE 3.

Find the area under the curve

$$y = f(x) = 2x - 2x^2 \text{ on the interval } [0, 1]$$

مثال 3

أوجد المساحة تحت المنحنى في الفترة المعطاة

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

EXAMPLE 4

Find the area under the curve

$$y = f(x) = \sqrt{x + 1} \text{ on the interval } [1, 3]$$

مثال 4

أوجد المساحة تحت المنحنى في الفترة المعطاة

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

أسئلة سنوات سابقة والتمارين

Q1 Use the given function values to estimate the area under the curve using right -endpoint evaluation.

استخدم قيم الدالة المعطاة لتقدير المساحة تحت المنحنى باستخدام قيم نقطة النهاية اليمنى

س 1

1)

x	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8
$f(x)$	0.0	0.4	0.6	0.8	1.2

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

2)

x	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4
$f(x)$	2.0	2.4	2.6	2.7	2.6

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3)

x	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8
$f(x)$	2.0	2.2	1.6	1.4	1.6

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

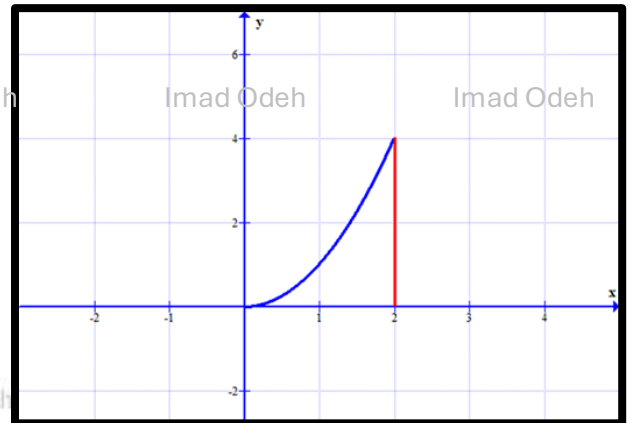
Imad Odeh

Q2 approximate the area under the curve $f(x)$ on the given interval using 4 rectangles and the evaluation rules right endpoint.

س 2 اوجد قيمة تقريبية للمساحة تحت منحنى الدالة $f(x)$ في لفترة المعطاء باستخدام 4 مستطيلات وذلك باستخدام نقطة النهاية اليمنى

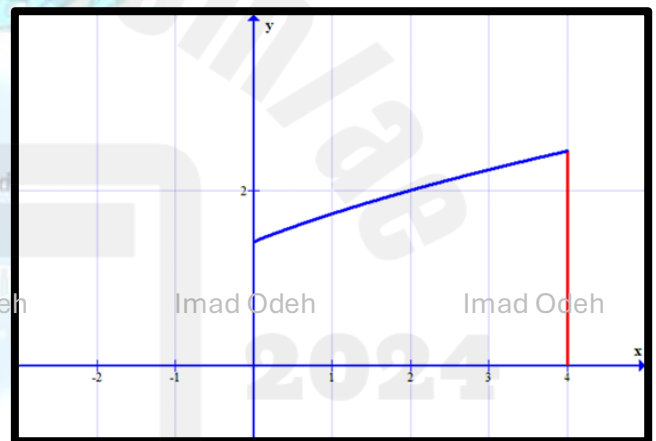
1)

$$f(x) = x^2 \text{ on } [0, 2]$$



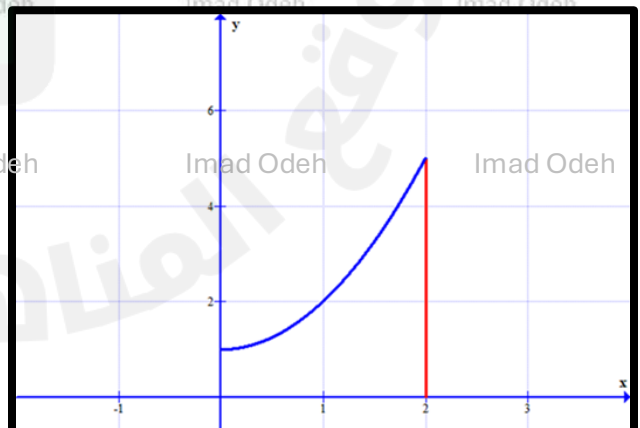
2)

$$f(x) = \sqrt{x + 2} \text{ on } [0, 4]$$



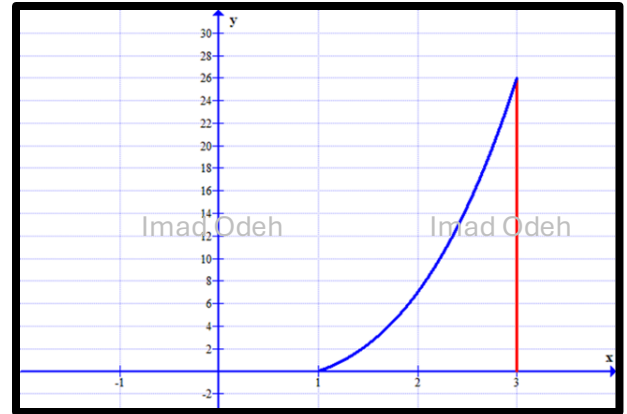
3)

$$f(x) = x^2 + 1 \text{ on } [0, 2]$$



4)

$$f(x) = x^3 - 1 \text{ on } [1, 3]$$

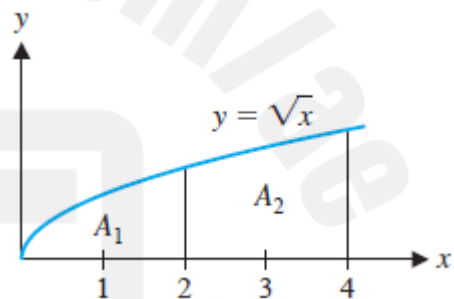


Q3 In the figure, which area equals

س 3 في الشكل التالي أي من المساحات تمثل المقدار

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \left(\sqrt{2} \sqrt{1 + \frac{1}{n}i} \frac{2}{n} \right) =$$

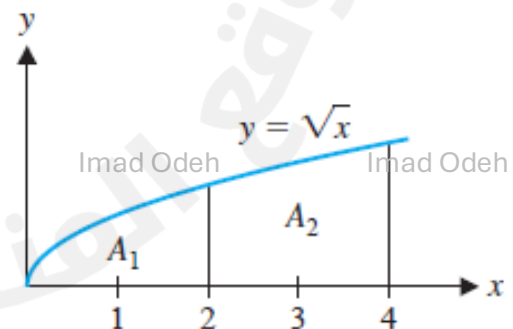
- a) A_1
- b) A_2
- c) $A_1 + A_2$
- d) $A_2 - A_1$



Q4 What expression represent $A_1 + A_2$

س 4 أي مقدار يمثل المساحة $A_1 + A_2$ استخدم النهاية اليمنى

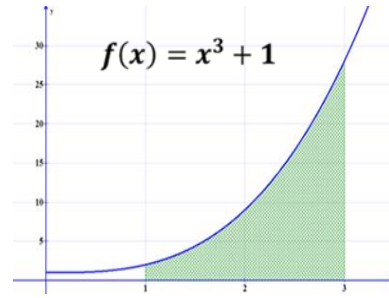
- a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \left(\sqrt{2} \sqrt{1 + \frac{1}{n}i} \frac{2}{n} \right) =$
- b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \left(\sqrt{\frac{1}{n}} \sqrt{1 + 2i} \frac{2}{n} \right) =$
- c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \left(\sqrt{2} \sqrt{\frac{1}{n}i} \frac{2}{n} \right) =$
- d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \left(4 \sqrt{\frac{1}{n}i} \frac{2}{n} \right) =$



Q5 What expression represent the shaded area for the function $f(x)$ on $[1, 3]$ using the left-endpoint

س 5 أي مقدار يمثل المساحة المظللة للدالة $f(x)$ في الفترة $[1, 3]$ باستخدام قيم النهاية اليسرى

- a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \left(\frac{2}{n} i \right) \cdot \left(\frac{2}{n} + 1 \right)^3$
- b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \left(1 + \frac{2}{n} \right)^3 \cdot \frac{2}{n}$
- c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{2}{n} (i-1) \right)^3 + 1 \right] \cdot \frac{2}{n}$
- d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \left(\left[1 + \frac{2}{n} (i-1) \right]^3 + 1 \right) \cdot \frac{2}{n}$



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q6 Compute the exact area under the curve of the function $f(x)$ on the interval $[0, 2]$ if

س 6 اوجد المساحة المحصورة تحت منحنى الدالة $f(x)$ في الفترة $[0, 2]$ إذا علمت ان

$$\sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x = \frac{(2n+1)(n-1)}{3n^2}$$

- a) $\frac{4}{9}$
- b) $\frac{1}{3}$
- c) $\frac{2}{3}$
- d) $\frac{3}{8}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

- س 7 اوجد القيمة الفعلية للمساحة تحت منحنى الدالة
في الفترة المعطاة باستخدام نهاية مجموع ريمان
- Q7 Use Riemann sums and a limit to compute the exact area under the curve.
- $f(x) = x^2 + 1$ on $a) [0, 1], b) [0, 2], c) [1, 3]$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

- Q8 Use Riemann sums and a limit to compute the exact area under the curve. س 8 اوجد القيمة الفعلية للمساحة تحت منحنى الدالة في الفترة المعطاة باستخدام نهاية مجموع ريمان
- $f(x) = 2x^2 + 1$ on $a) [0, 1], b) [-1, 1], c) [1, 3]$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

2025

2024

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

- س 9 اوجد القيمة الفعلية للمساحة تحت منحنى الدالة في الفترة المعطاة باستخدام نهاية مجموع ريمان
- Q9 Use Riemann sums and a limit to compute the exact area under the curve.
- $f(x) = x^2 + 3x$ on a) $[0, 1]$, b) $[0, 2]$, c) $[1, 3]$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q10 use Riemann sums and a limit to compute the exact area under the curve

س 10 اوجد القيمة الفعلية للمساحة تحت منحنى الدالة في الفترة المعطاة باستخدام نهاية مجموع ريمان

$$f(x) = 4x^2 - 1 \text{ on } a) [0, 1], b) [-1, 1], c) [1, 3]$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

2025

2024

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/lomaths12>

<http://www.youtube.com/@imaths2022>

Q11 use Riemann sums and a limit to compute the exact area under the curve

س 11 اوجد القيمة الفعلية للمساحة تحت منحنى الدالة في الفترة المعطاة باستخدام نهاية مجموع ريمان

$$f(x) = 4 - x^2 \text{ on } [-2, 2]$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

4.4 THE DEFINITE INTEGRAL

التكامل المحدد

$$A = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(c_i) \Delta x,$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$\int k \, dx = kx + c$	$\int kx \, dx = \frac{kx^2}{2} + c$	$\int x^r \, dx = \frac{x^{r+1}}{r+1} + c$
$\int \sin x \, dx = -\cos x + c$	$\int \cos x \, dx = \sin x + c$	
$\int \sec^2 x \, dx = \tan x + c$	$\int \csc^2 x \, dx = -\cot x + c$	
$\int \sec x \tan x \, dx = \sec x + c$	$\int \csc x \cot x \, dx = -\csc x + c$	
$\int \sin kx \, dx = -\frac{1}{k} \cos kx + c$	$\int \cos kx \, dx = \frac{1}{k} \sin kx + c$	
$\int e^x \, dx = e^x + c$	$\int \frac{1}{x} \, dx = \ln x + c$	
$\int \frac{1}{1+x^2} \, dx = \tan^{-1} x + c$	$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \, dx = \sin^{-1} x + c$	
$\int \frac{1}{ x \sqrt{x^2-1}} \, dx = \sec^{-1} x + c$		
$\int e^{ax+b} \, dx = \frac{1}{a} e^{ax+b} + c$	$\int \frac{f'(x)}{f(x)} \, dx = \ln f(x) + c$	

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

DEFINITION 4.1

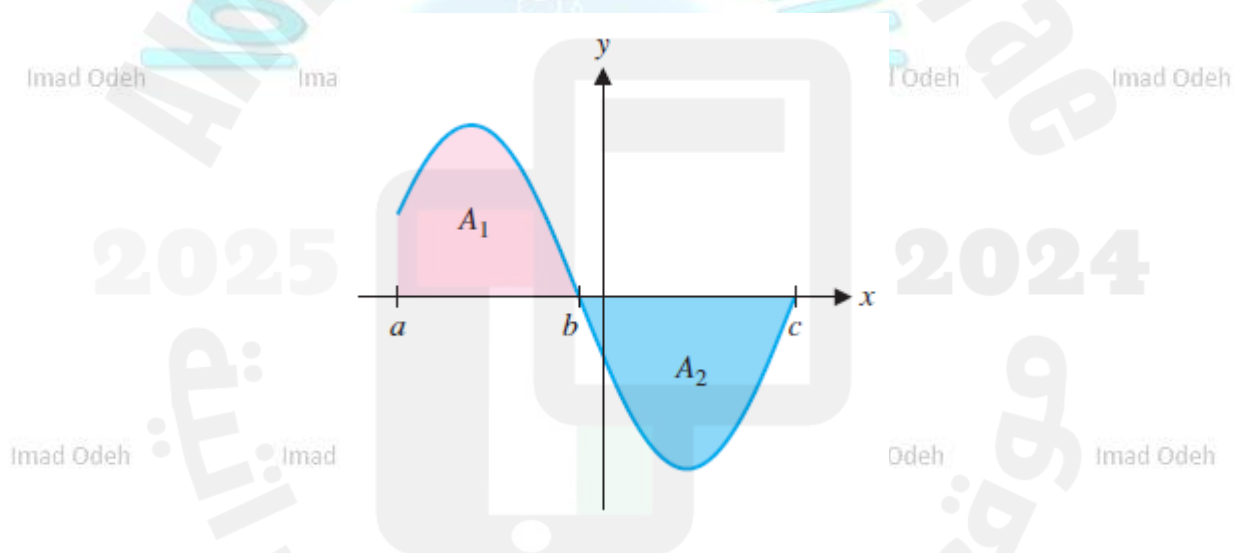
For any function f defined on $[a, b]$, the **definite integral** of f from a to b is

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(c_i) \Delta x,$$

whenever the limit exists and is the same for every choice of evaluation points, c_1, c_2, \dots, c_n . When the limit exists, we say that f is **integrable** on $[a, b]$.

DEFINITION 4.2

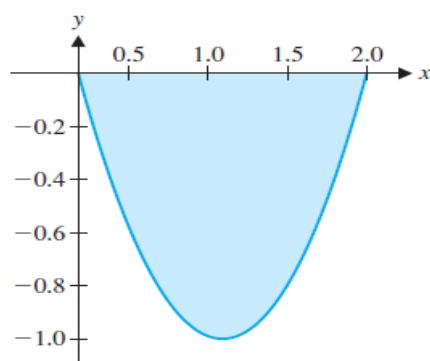
Suppose that $f(x) \geq 0$ on the interval $[a, b]$ and A_1 is the area bounded between the curve $y = f(x)$ and the x -axis for $a \leq x \leq b$. Further, suppose that $f(x) \leq 0$ on the interval $[b, c]$ and A_2 is the area bounded between the curve $y = f(x)$ and the x -axis for $b \leq x \leq c$. The **signed area** between $y = f(x)$ and the x -axis for $a \leq x \leq c$ is $A_1 - A_2$, and the **total area** between $y = f(x)$ and the x -axis for $a \leq x \leq c$ is $A_1 + A_2$. (See Figure 4.16.)



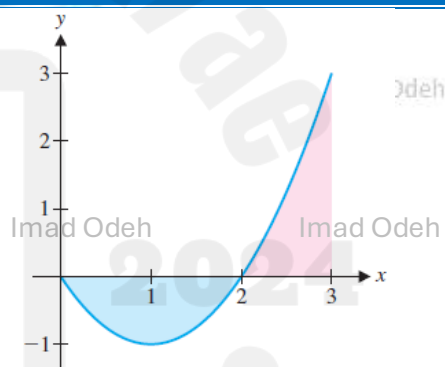
EXAMPLE 1

Compute the integrals and interpret each in terms of area using limit of **Riemann sum**

a) $\int_0^2 (x^2 - 2x) dx$



b) $\int_0^3 (x^2 - 2x) dx$



س 2 إذا كان مجموع ريمان للدالة $f(x)$ معطى R_n (Riemman sum) for the $f(x)$ given

$$R_n = \frac{6n^2 + 12n + 4}{3n^2} - \frac{4n + 4}{n}, \text{ on } [0, 2]$$

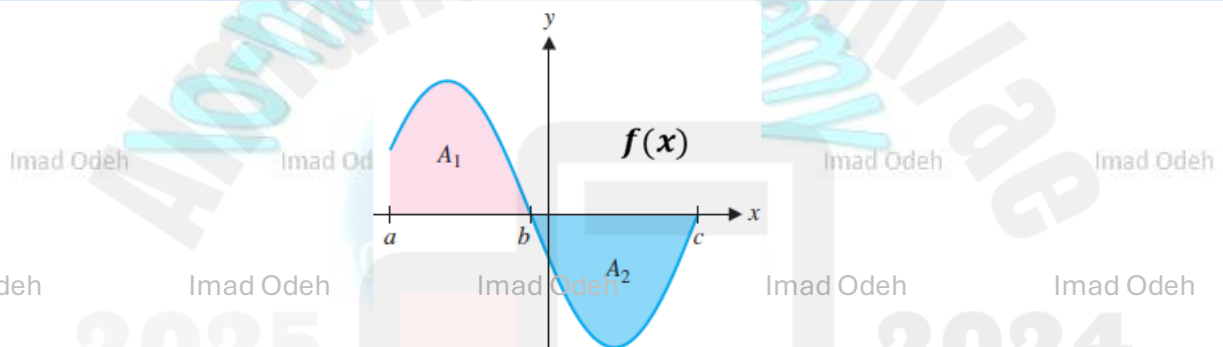
Evaluate

اوجد قيمة

$$\int_0^5 f(x) dx =$$

- a) 2
- b) -2
- c) 4
- d) 20

س 3 اعتمد على الرسم التالي في إيجاد قيمة التكامل



$$A_1 = 12 \text{ unit}, A_2 = 17 \text{ unit}$$

$$\int_a^c f(x) dx$$

- a) 29
- b) 5
- c) -5
- d) 7

Q4 Use a geometric formula to compute the integral.

س 4 استخدم قوانين المساحة (مساحة المستطيل, الدائرة, المثلث لايجاد قيمة كل من التكاملات التالية

$$1) \int_0^2 3x \, dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$2) \int_1^4 2x \, dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$3) \int_0^2 \sqrt{4-x^2} \, dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$4) \int_{-3}^0 \sqrt{9-x^2} \, dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q5 Express limit as an integral

س 5

1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left[\sin \frac{\pi}{n} + \sin \frac{2\pi}{n} + \dots + \sin \frac{n\pi}{n} \right]$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{n+1}{n^2} + \frac{n+2}{n^2} + \dots + \frac{2n}{n^2} \right]$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

4.5 THE FUNDAMENTAL THEOREM OF CALCULUS

النظرية الأساسية في التفاضل والتكامل

Part I

THEOREM 5.1 (The Fundamental Theorem of Calculus, Part I)

If f is continuous on $[a, b]$ and $F(x)$ is any antiderivative of $f(x)$, then

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a). \quad (5.1)$$

REMARK 5.1

We will often use the notation

$$F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a).$$

This enables us to write down the antiderivative before evaluating it at the endpoints.

EXAMPLE 1

Compute

مثال 1
أوجد قيمة

$$1) \int_0^2 (x^2 - 2x) dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$2) \int_1^4 \left(\sqrt{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$3) \int_0^4 e^{-2x} dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$4) \int_{-3}^{-1} \frac{1}{x} dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/lomaths12>

<http://www.youtube.com/@imaths2022>

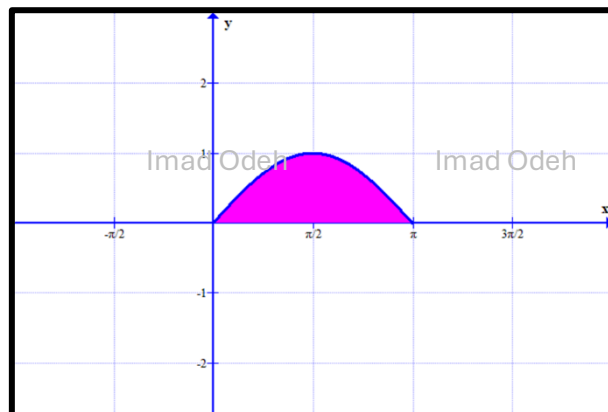
EXAMPLE 2

Find the area under the curve

$$f(x) = \sin x \text{ on the interval } [0, \pi].$$

مثال 2

أوجد المساحة تحت منحنى



EXAMPLE 3

Evaluate

$$\int_1^x 12 t^5 dt$$

مثال 3

أوجد قيمة

أسئلة سنوات سابقة وتمارين

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q1- Evaluate

س (1) أوجد قيمة

1)

$$\int_1^2 2x \, dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

2)

$$\int_0^3 (x^2 - 2) \, dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3)

$$\int_0^3 (x^2 - 2) \, dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

4)

$$\int_1^2 \left(4x + \frac{3}{x^2} \right) \, dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

5)

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (3 \csc x \cot x) \, dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q2 Evaluate

س 2 أوجد قيمة

1) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sec^2 t) dt$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

2) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sec t \tan t) dt$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sin x - \cos x) dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

4) $\int_0^{\frac{1}{2}} \left(\frac{3}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

5) $\int_{-1}^1 \left(\frac{4}{1+x^2} \right) dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

خواص التكامل المحدد

THEOREM 4.2

If f and g are integrable on $[a, b]$, then the following are true.

- (i) For any constants c and d , $\int_a^b [cf(x) + dg(x)] dx = c \int_a^b f(x) dx + d \int_a^b g(x) dx$ and
- (ii) For any c in $[a, b]$, $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.
- (iii) $\int_b^a f(x) dx = - \int_a^b f(x) dx$.
- (iv) $\int_a^a f(x) dx = 0$.

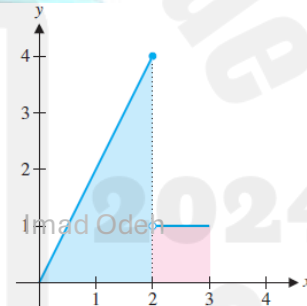
Example

Evaluate

$$\int_0^3 f(x) dx$$

Where

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & \text{if } x \leq 2 \\ 1, & \text{if } x > 2 \end{cases}$$



مثال

أوجد قيمة

حيث

أسئلة سنوات سابقة والتمارين

Q1 Evaluate

س 1 أوجد قيمة

$$\int_0^3 f(x) dx \text{ where } f(x) = \begin{cases} 4x, & x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q2 Evaluate

س 2 أوجد قيمة

$$\int_0^4 f(x) dx \text{ where } f(x) = \begin{cases} 2x, & x < 1 \\ 4, & x \geq 1 \end{cases}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q3 Evaluate

س 3 أوجد قيمة

$$\int_0^4 f(x) dx \text{ where } f(x) = \begin{cases} 2, & x \leq 2 \\ 3x, & x > 2 \end{cases}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q4 Assume that

س 4 افرض ان

$$\int_2^4 f(x)dx = -5, \int_2^4 g(x)dx = 3$$

Find

أوجد

$$\int_2^4 [4f(x) - 3g(x)] dx =$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q5 Assume that

س 5 افرض ان

$$\int_1^4 f(x)dx = 5, \int_1^4 g(x)dx = -3$$

Find

أوجد

$$\int_1^4 [2f(x) - g(x)] dx =$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q6 write the given (total) area as an integral or sum of integrals.

س 6 اكتب مجمل المساحة المعطاة في صورة تكامل او ناتج جمع تكاملات

The area above x - **axis** and below $y = 4x - x^2$

المساحة فوق المحور x وتحت $y = 4x - x^2$

a) $\int_0^4 (4x - x^2) dx$

b) $\int_{-4}^0 -(4x - x^2) dx$

c) $\int_0^4 -(4x - x^2) dx$

d) $\int_0^2 (4x - x^2) dx$

Q7 write the given (total) area as an integral or sum of integrals.

The area above x - **axis** and below
 $y = 4 - x^2$

a) $\int_{-2}^2 (4 - x^2) dx$

b) $\int_{-2}^2 -(4 - x^2) dx$

c) $\int_0^2 -(4 - x^2) dx$

d) $\int_0^2 (4 - x^2) dx$

س 7 اكتب مجمل المساحة المعطاة في صورة تكامل او
 ناتج جمع تكاملات

المساحة فوق المحور x وتحت
 $y = 4 - x^2$

Q8 Write the expression as a single integral.

س 8 اكتب ما يلي على صورة تكامل منفرد

$$\int_0^5 f(x) dx - \int_2^5 f(x) dx$$

a) $\int_0^2 f(x) dx$

b) $\int_2^5 f(x) dx$

c) $\int_5^2 f(x) dx$

d) $\int_0^5 f(x) dx$

Q9 Let

س 9 إذا كان

$$\int_0^5 f(x) + 2x dx = 17$$

Find

اوجد قيمة

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \Delta x f(x_i) , [0, 5]$$

النظرية الأساسية في التفاضل والتكامل

Part II

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

THEOREM 5.2 (The Fundamental Theorem of Calculus, Part II)

If f is continuous on $[a, b]$ and $F(x) = \int_a^x f(t) dt$, then $F'(x) = f(x)$, on $[a, b]$.

EXAMPLE

Compute $F'(x)$.

مثال

اوجد $F'(x)$.

$$1) \quad F(x) = \int_1^x (t^2 - 2t + 3t) dt$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$2) \quad F(x) = \int_2^{x^2} \cos t dt$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$3) \quad F(x) = \int_{2x}^{x^2} \sqrt{t^2 + 1} dt$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q1

س1

Compute $f'(x)$.

اوجد $f'(x)$.

1)

$$f(x) = \int_0^t \left(e^{\frac{x}{2}}\right)^2 dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

2)

$$f(x) = \int_0^t (\sin^2 x + \cos^2 x) dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3)

$$f(x) = \int_x^{x^2} \sin 3t dt =$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

4)

$$f(x) = \int_{2-x}^{xe^x} e^{2t} dt =$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q2

س2

Compute $f'(x)$.

$f'(x)$. اوجد

1)

$$f(x) = \int_0^{x^2} (e^{-t^2} + 1) dt =$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

2)

$$f(x) = \int_{e^x}^{2-x} \sin t^2 dt =$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3)

$$f(x) = \int_{3x}^{\sin x} (t^2 + 4) dt =$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

EXAMPLE

مثال

Suppose the (downward) velocity of a sky diver is given by $v(t)$ for the first 5 seconds of a jump. Compute the distance fallen.

لتكن سرعة سقوط مظلي للخمس ثواني الأولى معطاة بالعلاقة التالية احسب مسافة السقوط

$$v(t) = 30(1 - e^{-t}) \text{ ft/s}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

EXAMPLE

مثال

Suppose that water flows in and out of a storage tank. The net rate of change (that is, the rate in minus the rate out) of water is

افرض ان الماء يتدفق من خزان مياه بحيث ان معدل التغير في كمية الماء معطى بالعلاقة

$$f(t)(t) = 20(t^2 - 1)$$

- (a) For $0 \leq t \leq 3$, determine when the water level is increasing and when the water level is decreasing.

ل $0 \leq t \leq 3$ حدد متى يكون مستوى سطح الماء متزايد ومتى يكون متناقصا

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

- (b) If the tank has 200 gallons of water at time $t = 0$, determine how many gallons are in the tank at time $t = 3$ minutes.

ب) اذا كان الخزان يحتوى 200 جالون عند الزمن $t=0$ حدد كمية الماء عندما $t=3$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

EXAMPLE

For the function

أوجد معادلة الخط المماس للدالة $F(x)$ عند $x = 2$

$$F(x) = \int_4^{x^2} \ln(t^3 + 4) dt$$

find an equation of the tangent line at $x = 2$.

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q1 Find an equation of the tangent line at the given value of x .

س 1

$$y = \int_0^x \sin \sqrt{t^2 + \pi^2} dt, \quad x = 0$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q2 Find an equation of the tangent line at the given value of x .

س 2

$$y = \int_{-1}^x \ln(t^2 + 2t + 2) dt, \quad x = -1$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q3 Find an equation of the tangent line at the given value of x .

س 3

$$y = \int_2^x \cos(\pi t^3) dt, \quad x = 2$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q4 Find an equation of the tangent line at the given value of x .

س 4

$$y = \int_0^x e^{-t^2+1} dt, \quad x = 0$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q5 Identify all local extrema of

س 5

$$f(x) = \int_0^x (t^2 - 3t + 2) dt,$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

THEOREM 4.3

Suppose that $g(x) \leq f(x)$ for all $x \in [a, b]$ and that f and g are integrable on $[a, b]$. Then,

$$\int_a^b g(x) dx \leq \int_a^b f(x) dx.$$

Average Value of a Function

نظرية القيمة المتوسطة

$$f_{\text{ave}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{b-a} \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x \right] = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx.$$

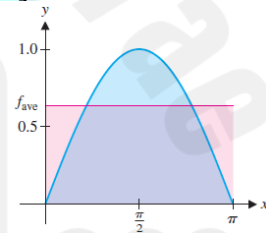
EXAMPLE

Compute the average value of

$f(x) = \sin x$ on the interval $[0, \pi]$.

مثال

احسب القيمة المتوسطة لـ



THEOREM 4.3

Suppose that $g(x) \leq f(x)$ for all $x \in [a, b]$ and that f and g are integrable on $[a, b]$. Then,

$$\int_a^b g(x) dx \leq \int_a^b f(x) dx.$$

THEOREM 4.4 (Integral Mean Value Theorem)

If f is continuous on $[a, b]$, then there is a number $c \in (a, b)$ for which

$$f(c) = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx.$$

That for any integrable function f , if $m \leq f(x) \leq M$, for all $x \in [a, b]$,

$$m(b-a) \leq \int_a^b f(x) dx \leq M(b-a)$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

EXAMPLE

Use the Integral Mean Value Theorem to estimate the value of the integral.

$$\int_0^1 \sqrt{x^2 + 1} dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

مثال

استخدم نظرية القيمة المتوسطة في تقدر قيمة

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q1

س1

Use the Integral Mean Value Theorem to estimate the value of the integral.

استخدم نظرية القيمة المتوسطة في تقدر قيمة

$$1) \int_{\pi/3}^{\pi/2} 3 \cos x^2 dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$2) \int_0^{1/2} e^{-x^2} dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$3) \int_0^2 \sqrt{2x^2 + 1} dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$4) \int_{-1}^1 \sqrt{2x^2 + 1} dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q2 Find a value of c that satisfies the conclusion of the Integral Mean Value Theorem

س 2 اوجد قيمة c التي تحقق نتيجة نظرية القيمة المتوسطة للتكامل

$$f(c) = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx, \quad \int_0^2 3x^2 dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q3 Find a value of c that satisfies the conclusion of the Integral Mean Value Theorem

س 3 اوجد قيمة c التي تحقق نتيجة نظرية القيمة المتوسطة للتكامل

$$f(c) = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx, \quad \int_{-1}^1 (x^2 - 2x) dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q4 Compute the average value of on the given interval

س 4 احسب القيمة المتوسطة للدالة المعطاة على الفترة المعطاة

$$f(x) = 4x + 3 \text{ on } [0, 2]$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

س 5 احسب القيمة المتوسطة للدالة المعطاة على
الفترة المعطاة

Q5 Compute the average value of on the
given interval

$$f(x) = 4x^3 \text{ on } [0, 2]$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

س 6 احسب القيمة المتوسطة للدالة المعطاة على
الفترة المعطاة

Q6 Compute the average value of on the
given interval

$$f(x) = 3x^2 - 1 \text{ on } [0, 2]$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

س 7 احسب القيمة المتوسطة للدالة المعطاة على
الفترة المعطاة

Q7 Compute the average value of on the
given interval

$$f(x) = 2x - 2x^2 \text{ on } [0, 1]$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

5.6 INTEGRATION BY SUBSTITUTION

التكامل بالتعويض

EXAMPLE

مثال

Evaluate

اوجد قيمة

$$\int 2x e^{x^2} dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

EXAMPLE

مثال

Evaluate

اوجد قيمة

$$\int (x^3 + 5)^{100} (3x^2) dx$$

EXAMPLE

مثال

Evaluate

اوجد قيمة

$$\int x \cos x^2 dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

EXAMPLE

مثال

Evaluate

اوجد قيمة

$$\int (3 \tan x + 4)^5 \sec^2 x dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

EXAMPLE

Evaluate

مثال

أوجد قيمة

$$\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

EXAMPLE

Evaluate

مثال

أوجد قيمة

$$\int \frac{x^2}{x^3 + 5} dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

THEOREM 6.1

For any continuous function, f

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln |f(x)| + c,$$

on any interval in which $f(x) \neq 0$.

EXAMPLE

Evaluate

مثال
اوجد قيمة

$$\int \tan x dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

EXAMPLE

Evaluate

مثال
اوجد قيمة

$$\int \frac{(\tan^{-1} x)^2}{1 + x^2} dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

EXAMPLE

Evaluate

مثال
اوجد قيمة

$$\int x\sqrt{2-x} dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Substitution in Definite Integrals

$$\int_a^b f(u(x))u'(x) dx = \int_{u(a)}^{u(b)} f(u) du.$$

EXAMPLE

Evaluate

مثال

اوجد قيمة

$$\int_1^2 x^3 \sqrt{x^4 + 5} dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

EXAMPLE

Evaluate

مثال

اوجد قيمة

$$\int_0^{15} t e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

أسئلة سنوات سابقة والتمارين

EXERCISES

Q1 Evaluate

س1 أوجد

1) $\int x^2 \sqrt{x^3 + 2} dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

2) $\int x^3 (x^4 + 1)^{-\frac{2}{3}} dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $\int \frac{(\sqrt{x} + 2)^3}{\sqrt{x}} dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q2 Evaluate

س2 أوجد

1) $\int \sin x \cos x dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

2) $\int x^3 \sqrt{x^4 + 3} dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $\int \sqrt{1 + 10x} dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

4) $\int \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}} dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q3 Evaluate

س3 أوجد

1) $\int \sin^3 x \cos x \, dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

2) $\int t^2 \cos t^3 \, dt$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $\int \sin t (\cos t + 3)^{\frac{3}{4}} dt$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

4) $\int x e^{x^2+1} \, dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

5) $\int e^x \sqrt{e^x + 4} \, dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q4 Evaluate

س4 أوجد

$$1) \int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$2) \int \frac{\cos\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2} dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$3) \int \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$4) \int \sec^2 x \sqrt{\tan x} dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$5) \int \frac{e^{1/x}}{x^2} dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q5 Evaluate

س5 أوجد

$$1) \int \frac{1}{\sqrt{u}(\sqrt{u}+1)} du$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$2) \int \frac{v}{v^2+4} dv$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$3) \int \frac{4}{x(\ln x+1)^2} dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$4) \int \tan 2x dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$5) \int e^x(1+e^x)^2 dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q6 Evaluate

س6 أوجد

$$1) \int \frac{(\sin^{-1} x)^3}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$2) \int x^2 \sec^2 x^3 dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$3) \int \frac{x}{\sqrt{1-x^4}} dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$4) \int \frac{x^3}{\sqrt{1-x^4}} dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$5) \int 4x \sec^2 x \tan^2 x dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q7 Evaluate

س7 أوجد

1) $\int \frac{x^2}{1+x^6} dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

2) $\int \frac{x^5}{1+x^6} dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $\int \frac{1+x}{1+x^2} dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

4) $\int \frac{1+x}{1-x^2} dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q8 Evaluate

س8 أوجد

$$1) \int \frac{3\sqrt{x}}{1+x^3} dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$2) \int \frac{x\sqrt{x}}{1+x^5} dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$3) \int \frac{2t+3}{t+7} dt$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$4) \int \frac{t^2}{\sqrt[3]{t+3}} dt$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q9 Evaluate

س9 أوجد

1) $\int \frac{3\sqrt{x}}{1+x^3} dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

2) $\int \frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{x}}} dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $\int \frac{1}{x\sqrt{x^4-1}} dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

4) $\int xe^{x^2+1} dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q10 Evaluate

س10 أوجد

$$1) \int \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$2) \int \frac{36x + 18}{1 + 9x + 9x^2} dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$3) \int \sin^7 x \cos x dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$4) \int \frac{x \cos x^2}{\sqrt{\sin x^2}} dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q11 Evaluate

س11 أوجد

$$1) \int \frac{\sin 2x}{1 + \sin^2 x} dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$2) \int \frac{5x}{(4 + x^2)^6} dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$3) \int \frac{3e^x}{2e^x + 7} dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$4) \int \frac{\cos(3\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q12 Evaluate

س12 أوجد

1) $\int_0^2 x\sqrt{x^2 + 1} dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

2) $\int_0^2 x\sqrt{x^2 + 1} dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $\int_{-1}^1 \frac{t}{(t^2 + 1)^2} dt$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

4) $\int_0^1 \sqrt[4]{x}(3x^2 + 5) dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

5) $\int_0^1 (e^x - 2)^2 dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q13 Evaluate

س13 أوجد

1) $\int_0^2 t^2 e^{t^3} dt$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

2) $\int_0^2 \frac{e^x}{1 + e^{2x}} dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$

4) $\int_{\pi/4}^{\pi/2} \cot x dx$

5) $\int_1^4 \frac{x-1}{\sqrt{x}} dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

6) $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q14 Let

س14 لتكن

$$f(4) = 3, f(0) = -2$$

1) $\int_0^2 xf(x^2)dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q15 Let

س15 لتكن

$$f(8) = -2, f(1) = 5$$

1) $\int_1^2 x^2 f(x^3)dx$

Q16 Let

س16 لتكن

$$f(1) = 1, f(0) = 3$$

1) $\int_0^{\pi/2} \cos x f(\sin x)dx$

Q17 Let

س17 لتكن

$$f(2) = -3, f(0) = 2$$

1) $\int_0^4 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q18 Which of the following can be integrated using the integration rule

س18 أي مما يلي يمكن ايجاده باستخدام قاعدة التكامل التالي

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln|f(x)| + c \quad f(x) \neq 0$$

- a) $\int \frac{2x}{\cos(x^2)} dx$
 b) $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$
 c) $\int \frac{e^x}{\sqrt{e^x}} dx$
 d) $\int \frac{\csc^2 x}{\cot x} dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

اطيب التمنيات للجميع
 Best wishes

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

2025

2024

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh