حل مراجعة وفق كامل الهيكل الوزاري الجديد منهج ريفيل

	almanahj.com/ae موقع المناهج الإماراتية 2025 2026

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

موقع المناهج ⇦ المناهج الإماراتية ⇦ الصف الثاني عشر المتقدم ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الأول ⇦ ملفات متنوعة ⇦ الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2025-11-21 00:00:42

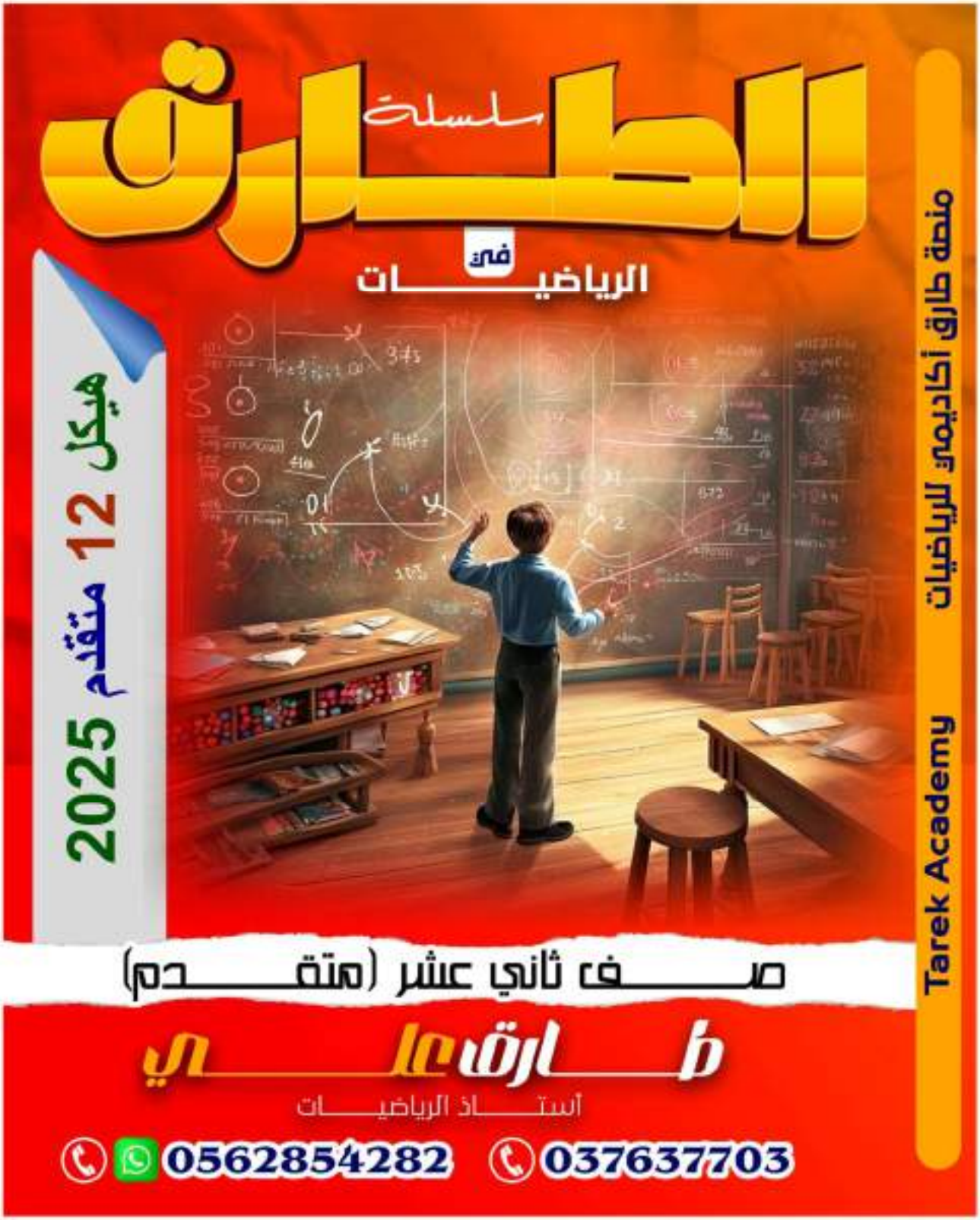
المزيد من مادة رياضيات:	ملفات ا كتب للمعلم ا كتب للطالب ا اختبارات الكترونية ا اختبارات ا حلول ا عروض بوربوينت ا أوراق عمل منهج انجليزي ا ملخصات وتقارير ا مذكرات وبنوك ا الامتحان النهائي ا للمدرس
	إعداد: طارق علي

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر المتقدم

صفحة المناهج الإماراتية على فيسبوك					
المواد على تلغرام	التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات	

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الأول

1	حل مراجعة وفق كامل الهيكل الوزاري الجديد منهج ريفيل المسار النخبة
2	حل كراسة تدريبية مراجعة وفق الهيكل الوزاري الجديد منهج بريدج
3	مراجعة شاملة امتحانات وزارية سابقة وفق الهيكل الوزاري الجديد باللغتين
4	كراسة تدريبية مراجعة وفق الهيكل الوزاري الجديد منهج بريدج
5	مراجعة الدرس السابع Functions Logarithmic and Exponential of Derivatives مشتقة الدوال الأسية والدوال اللوغاريتمية من الوحدة الثالثة (اختبر نفسك 11)


سلسلة
الطارق
في
الرياضيات
هيكل 12 متقدم 2025
منصة طارق أكاديمي للرياضيات
Tarek Academy
صف ثاني عشر (متقدم)
طارق علي
أستاذ الرياضيات
0562854282
037637703

Q1- MCQ 2-1

Q.1 Estimate an arc length of a given function, use $n = 4$

تقدير طول القوس على منحنى دالة معطاة استخدم $n = 4$.

Shift → Mode → 2 → 2 Radian

$$f(x) = \cos(x),\ 0 \le x \le \frac{\pi}{2}$$

$$\int_a^b \sqrt{1 + y'^2}\, dx$$

الأول

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1+(-\sin(x))^2}\, dx$$

1.910098895

ⓐ 3.326

ⓑ 2.716

ⓒ 1.906

ⓓ 4.107

$y = \cos x \rightarrow y' = -\sin x$, $y = \tan x$

$y = \sin x \rightarrow y' = \cos x$ $y' = \sec^2 x$

Q.1 Estimate an arc length of a given function, use $n = 4$.

تقدير طول القوس على منحنى دالة معطاة استخدم $n = 4$.

$$f(x) = \sin(x),\ 0 \le x \le \frac{\pi}{2}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 + (\cos x)^2}\, dx \simeq 1.906$$

ⓐ 3.326

ⓑ 2.716

ⓒ 1.906

ⓓ 4.107

0562854282

Q.1 Estimate an arc length of a given function, use $n=4$, $n=2$

تقدير طول القوس على منحنى دالة معطاة استخدم $n=4$.

$$*\ \Delta x = \frac{b-a}{n} = \frac{3-0}{2} = 1.5$$

$$f(x)=\sqrt{x+1}, 0 \le x \le 3$$

$a)$ 3. 268

$b)$ 1. 167

$c)$ 2. 167

$d)$ 3. 167

d_1 d_2

$(0,1)$ $(1.5, 1.58)$ $(3,2)$

$f(0)=\sqrt{0+1}=1$, $f(1.5)=\sqrt{1.5+1}=1.58$

$f(3)=\sqrt{3+1}=2 \Rightarrow d = d_1 + d_2$

$$\sqrt{(0-1.5)^2+(1-1.58)^2} + \sqrt{(1.5-3)^2+(1.58-2)^2}$$

3.166

Q.1 Estimate an arc length of a given function, use $n=4$.

تقدير طول القوس على منحنى دالة معطاة استخدم $n=4$.

A −1.1310

B −9.153

C −3.046

D −9.253

$$f(x)=\frac{1}{x}, 1 \le x \le 2$$

$f(x)=\frac{1}{x}=x^{-1}$

$f(x)=-x^{-2}$

$$\int_a^b \sqrt{1+y^2}\,dx$$

$$\int_1^2 \sqrt{1+(-x^{-2})^2}\,dx$$

1.13

0562854282

TAREK ACADEMY mrtarekacademy.com 0562854282 - 037637703

Q.1 Estimate an arc length of a given function, use $n = 4$

تقدير طول القوس على منحنى دالة معطاة استخدم $n = 4$.

$$f(x) = x^2 + 1, -2 \le x \le 2$$

$A - 1.1310$

$B - 9.153 \approx 9.2$

$C - 3.046$

$D - 9.253$

≈ 9.3

$f(x) = 2x$

$$\int_{-2}^{2} \sqrt{1 + (2x)^2}\, dx \approx$$

Q.1 Estimate an arc length of a given function, use $n = 4$.

تقدير طول القوس على منحنى دالة معطاة استخدم $n = 4$.

$$f(x) = x^3 + 2, -1 \le x \le 1$$

$A - 1.1310$

$B - 9.153$

$C - 3.046$

$D - 9.253$

$f(x) = 3x^2$

$$\int_{-1}^{1} \sqrt{1 + (3x^2)^2}\, dx$$

$= 3.0951$

0562854282

Q2- MCQ 2-2

Use the graph to determine $\lim_{x\to 0^-} f(x)$ *if it*

استخدم التمثيل البياني لتحديد $\lim_{x\to 0^-} f(x)$ إن وجدت

a) 2

b) -2

c) 0

d) *D. N. E* غير موجودة

Use the graph to determine $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ *if it*

استخدم التمثيل البياني لتحديد $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ إن وجدت

a) 2

b) -2

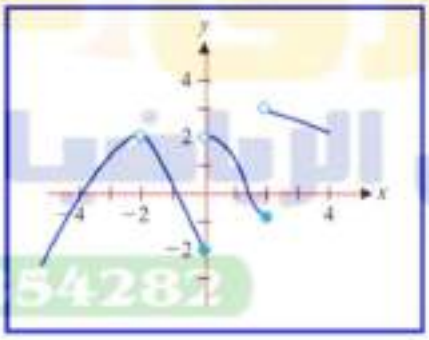
c) 0

d) *D. N. E* غير موجودة

Use the graph to determine $\lim_{x\to 0} f(x)$ *if it*

$\lim_{x\to 0^-} = -2$

استخدم التمثيل البياني لتحديد $\lim_{x\to 0} f(x)$ إن وجدت



$\lim_{x\to 0^+} = 2$

$-2 \neq 2$

DNE

a) -2

b) 2

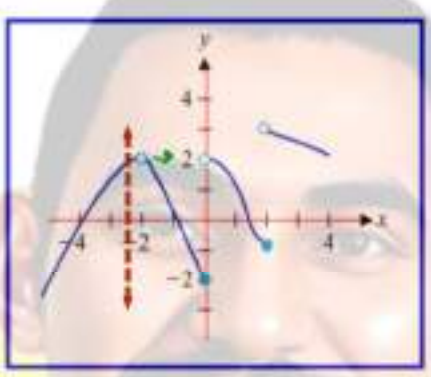
c) 0

d) *D. N. E* غير موجودة

0562854282

Use the graph to determine استخدم التمثيل البياني لتحديد

$\lim_{x\to -2^-} f(x)$ *if it* إن وجدت $\lim_{x\to -2^-} f(x)$



a) -2

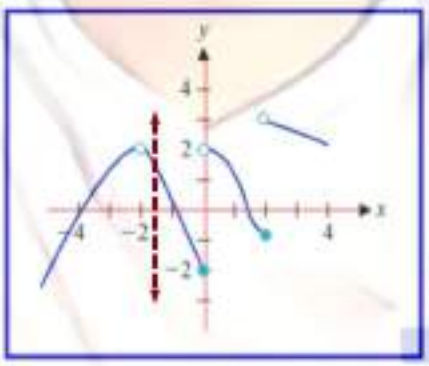
b) 2

c) 0

d) D.N.E غير موجودة

Use the graph to determine استخدم التمثيل البياني لتحديد

$\lim_{x\to -2^+} f(x)$ *if it* إن وجدت $\lim_{x\to -2^+} f(x)$



a) -2

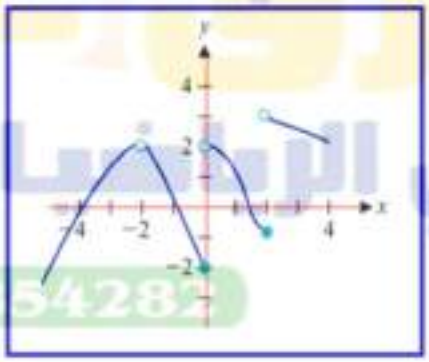
b) 2

c) 0

d) D.N.E غير موجودة

Use the graph to determine استخدم التمثيل البياني لتحديد

$\lim_{x\to -2} f(x)$ *if it* إن وجدت $\lim_{x\to -2} f(x)$



a) -2

b) 2

c) 0

d) D.N.E غير موجودة

$\lim_{x\to -2^-} =$

$\lim_{x\to -2^+} = \boxed{2}$

0562854282

Use the graph to determine استخدم التمثيل البياني لتحديد

$\lim_{x\to -1} f(x)$ *if it* إن وجدت $\lim_{x\to -1} f(x)$

$a) -2$

$b) 2$

~~$c) 0$~~

$d)$ غير موجودة $D.N.E$

Use the graph to determine استخدم التمثيل البياني لتحديد

$\lim_{x\to 1^-} f(x)$ *if it* إن وجدت $\lim_{x\to 1^-} f(x)$

~~$a) 1$~~

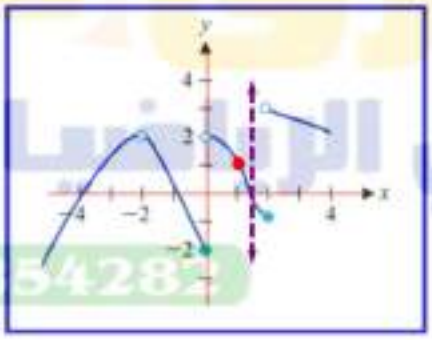
$b) 2$

$c) 0$

$d)$ غير موجودة $D.N.E$

Use the graph to determine استخدم التمثيل البياني لتحديد

$\lim_{x\to 1^+} f(x)$ *if it* إن وجدت $\lim_{x\to 1^+} f(x)$



~~$a) 1$~~

$b) 2$

$c) 0$

$d)$ غير موجودة $D.N.E$

0562854282

Use the graph to determine $\lim_{x\to 1} f(x)$ if it

استخدم التمثيل البياني لتحديد $\lim_{x\to 1} f(x)$ إن وجدت

a) 1

b) 2

c) 0

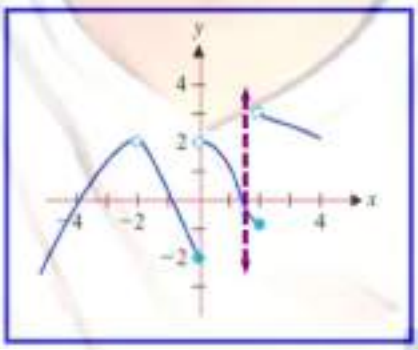
d) D. N. E غير موجودة

$\lim_{x\to 1^-} =$

$\lim_{x\to 1^+} = 1$

Use the graph to determine $\lim_{x\to 2^-} f(x)$ if it

استخدم التمثيل البياني لتحديد $\lim_{x\to 2^-} f(x)$ إن وجدت



a) -1

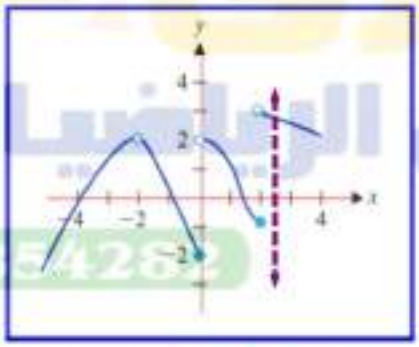
b) 2

c) 0

d) D. N. E غير موجودة

Use the graph to determine $\lim_{x\to 2^+} f(x)$ if it

استخدم التمثيل البياني لتحديد $\lim_{x\to 2^+} f(x)$ إن وجدت



a) 1

b) 2

c) 3

d) D. N. E غير موجودة

TAREK ACADEMY mrtarekacademy.com 0562854282 - 037637703

Use the graph to determine $\lim_{x\to 2} f(x)$ if it

استخدم التمثيل البياني لتحديد $\lim_{x\to 2} f(x)$ إن وجدت

a) 1

b) 2

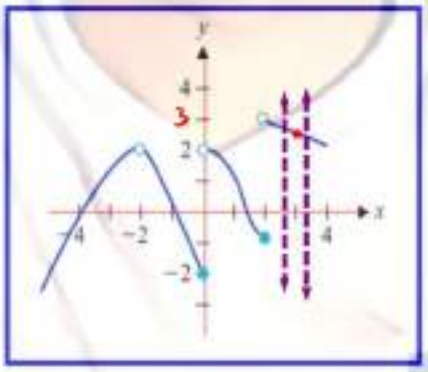
c) 0

d) D.N.E غير موجودة

$\lim_{x\to 2^-} \neq \lim_{x\to 2^+}$

Use the graph to determine $\lim_{x\to 3} f(x)$ if it

استخدم التمثيل البياني لتحديد $\lim_{x\to 3} f(x)$ إن وجدت



a) 1

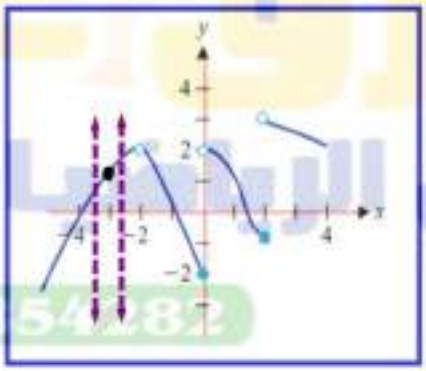
b) 2.5

c) 0

d) D.N.E غير موجودة

Use the graph to determine $\lim_{x\to -3} f(x)$ if it

استخدم التمثيل البياني لتحديد $\lim_{x\to -3} f(x)$ إن وجدت



a) 1.5

b) 2

c) 0

d) D.N.E غير موجودة

TAREK ACADEMY mrtarekacademy.com 0562854282 - 037637703

Q3-MCQ 2-3

21- If $f(x) = \begin{cases} 2x, & x < 2 \\ x^2, & x \geq 2 \end{cases}$

$x < 2 \quad x \to 2^-$

$x > 2 \quad x \to 2^+$

Evaluate $\lim_{x \to 2} f(x)$

ⓐ -1

ⓑ 0

ⓒ 4

ⓓ D.N.E غير موجوده

$* \lim_{x \to 2^-} 2x = 2(2) = \boxed{4}$

$* \lim_{x \to 2^+} x^2 = 2^2 = \boxed{4}$

If $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x < -1 \\ 3x + 1, & x \geq -1 \end{cases}$

Evaluate $\lim_{x \to -1} f(x)$

ⓐ -1 ⓑ 0 ⓒ 4 ⓓ D.N.E غير موجوده

$* \lim_{x \to -1^-} x^2 + 1 = (-1)^2 + 1 = 2$

$* \lim_{x \to -1^+} 3x + 1 = 3(-1) + 1 = -2$

0562854282

If $f(x)=\begin{cases}2x+1, & x<-1\\ 3, & -1<x<1\\ 2x+1, & x>1\end{cases}$

Evaluate $\lim_{x\to -1} f(x)$

* $\lim_{x\to -1^-} 2x+1 = 2(-1)+1 = \boxed{-1}$

* $\lim_{x\to -1^+} 3 = \boxed{3}$

ⓐ -1

ⓑ 0

ⓒ 4

ⓓ D.N.E
غير موجوده

If $f(x)=\begin{cases}2x+1, & x<-1\\ 3, & -1<x<1\\ 2x+1, & x>1\end{cases}$

Evaluate $\lim_{x\to 1} f(x)$

* $\lim_{x\to 1^-} 3 = \boxed{3}$

* $\lim_{x\to 1^+} 2x+1 = 2(1)+1 = \boxed{3}$

ⓐ -1

ⓑ 3

ⓒ 4

ⓓ D.N.E
غير موجوده

$\lim_{h\to 0} \dfrac{(2+h)^2-4}{h}$

* left ( ) calc → $-0.01 \approx 4$

* Right ( ) calc → $0.01 \approx 4$

ⓐ -1

ⓑ 0

ⓒ 4

ⓓ D.N.E
غير موجوده

0562854282

$$\lim_{h\to 0}\frac{(1+h)^3-1}{h}$$

ⓐ -2
ⓑ 3
ⓒ $1/3$
ⓓ -3

* Left ( ) calc → $-0.01 \approx 3$

* Right ( ) calc → $0.01 \approx 3$

$$\lim_{x\to 2}\frac{\sin(x^2-4)}{x^2-4}$$

No DNE
only one side
يسمح من طرف واحد طالما كيي موجوده مفقوده

ⓐ -2
ⓑ 3
ⓒ 1
ⓓ -3

( ) calc → $2.01 \approx 1$

* Radian

$$\lim_{x\to 0}\frac{\tan(x)}{5x}$$

* Radian

ⓐ $1/5$
ⓑ 3
ⓒ $1/3$
ⓓ -3

( ) calc → $0.01 \approx 0.2 = \frac{1}{5}$

* دائما

0562854282

Q4-MCQ 2-3

*Radian

Evaluate $\lim_{x\to 0}\left(x^2 \sin\frac{1}{x}\right)$ أوجد قيمة

0.00005

a) 2

b) 1

c) 0

d) DNE غير موجود

*left ( ) calc → 0.01 ≈ 5×10^{-5} = 0

*R ( ) calc → 0.01 ≈ -5×10^{-5}

−0.00005 ≈ 0

Why can't you use the Squeeze Theorem لماذا لا تستطيع استخدام نظرية الشطيرة

Evaluate *Radian $\lim_{x\to 0}\left(x^2 \sec\frac{1}{x}\right)$ لحساب

$\sec\frac{1}{x} = \frac{1}{\cos\frac{1}{x}}$

a) 2

b) 1

c) 0

d) DNE غير موجود

*L → $\left(\frac{x^2}{\cos\frac{1}{x}}\right)$ calc → −0.01 ≈ 1×10^{-4} = 0

*R → $\left(\frac{x^2}{\cos x}\right)$ calc → 0.01 ≈ 1×10^{-4} = 0

Evaluate $\lim_{x\to 0^+}\left(\sqrt{x}\cos^2\frac{1}{x}\right)$ أوجد قيمة

a) 2

b) 1

c) 0

d) DNE

( ) calc → 0.01

9×10^{-3} = 0

0.009 ≈

Exam 2020 – 2021

If $|g(x)-4| \le 2(2-x)$ إذا كان

is true for all values of x, صحيحة لجميع قيم x

evaluate $\lim_{x\to 2} g(x)$ أوجد

a) 4

b) −4

c) 2

d) 0

$$-2(2-x) \le g(x)-4 \le 2(2-x)$$

$$-4+2x \le g(x)-4 \le 4-2x$$

$+4 \quad +4 \quad +4$

$$2x \le g(x) \le 8-2x$$

$$\lim_{x\to 2} 2x \le \lim_{x\to 2} g(x) \le \lim_{x\to 2} 8-2x$$

$$2(2) \le \lim_{x\to 2} g(x) \le 8-2(2)$$

$$4 \le \lim_{x\to 2} g(x) \le 4$$

0562854282

Q5-MCQ 2-4

Determine the intervals on which f is continuous

حددالفترة التي تكون عندها f متصلة

㉑ $f(x) = \sqrt{x+3}$ > 0

$x + 3 > 0$

$x > -3$

$(-3, \infty)$

open

ⓐ $(-\infty, 3)$

ⓑ $(-\infty, -3)$

ⓒ $(3, \infty)$

ⓓ $(-3, \infty)$

㉒ $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$ > 0

$x^2 - 4 > 0$

$a = 1$
$b = 0$
$c = -4$

* Mode → inequality

→ 2 → > 0

$x < -2$ or $2 < x$

$(-\infty, -2) \cup (2, \infty)$

ⓐ $(-\infty, -2) \cup (2, \infty)$

ⓑ $(-2, 2)$

ⓒ $(-\infty, \infty)$

ⓓ $(-\infty, -1) \cup (4, \infty)$

0562854282

23. $f(x) = \sqrt[3]{x+2}$

ⓐ $(-\infty, -2)$

ⓑ $(-\infty, \infty)$

ⓒ $(-2, \infty)$

ⓓ $(2, \infty)$

any cube root

odd root

domain always

$\mathbb{R}$ or $(-\infty, \infty)$

All real numbers

---

24. $f(x) = (x-1)^{3/2}$

$\frac{3}{2}$ → root = index

$\sqrt{(x-1)^3} > 0$

$(x-1)^3 > 0$

$x - 1 > 0$

$x > 1$

ⓐ $(-\infty, -1)$

ⓑ $(-\infty, 1)$

ⓒ $(-1, \infty)$

ⓓ $(1, \infty)$

$(1, \infty)$

0562854282

25. $f(x) = \sin^{-1}(x+2)$

ⓐ $[-2\ ,\ 0]$

ⓑ $[-3\ ,\ -1]$

ⓒ $[1\ ,\ 3]$

ⓓ $[0\ ,\ 3]$

$-1 \leq x+2 \leq 1$

$-2 \quad -2 \quad -2$

$-3 \leq x \leq -1$

$[-3, -1]$

---

26. $f(x) = \ln(\sin x)$

$\ln(\ ) > 0$

$\sin x > 0$

$x > \sin^{-1}(0)$

$x > 0$

$(2\pi k\ ,\ (2k+1)\pi)$

27. $f(x) = \dfrac{\sqrt{x+1} + e^x}{x^2 - 2}$

* $x + 1 \geq 0$

$x \geq -1$

$[-1, \infty)$

* deno $\neq 0$ $x^2 - 2 \neq 0$

$x^2 \neq 2 \rightarrow x \neq \pm\sqrt{2}$ (-1.4 تقريبا)

$\Rightarrow [-1, \infty) / +\sqrt{2}$

excepted

ⓐ $[-1, \infty) / \{\sqrt{2}\}$

ⓑ $[1, \infty) / \{\sqrt{2}\}$

ⓒ $[-1, \infty) / \{-\sqrt{2}\}$

ⓓ $[1, \infty) / \{-\sqrt{2}\}$

---

28. $f(x) = \dfrac{\ln(x^2 - 1)}{\sqrt{x^2 - 2x}}$

* $x^2 - 1 > 0$

Mode → inequality → 2 → > 0

deno > 0

$x < -1 \ , \ 1 < x$

$(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$

* $x^2 - 2x > 0$ (c missing)

Mode → inequality → 2 → > 0

$x < 0 \ , \ 2 < x$

$(-\infty, 0) \cup (2, \infty)$

ⓐ $(-\infty, 0) \cup (1, \infty)$

ⓑ $(-\infty, 1) \cup (0, \infty)$

ⓒ $(-\infty, -1) \cup (2, \infty)$

ⓓ $(-\infty, -2) \cup (1, \infty)$

$(-\infty, -1) \cup (2, \infty)$

TAREK ACADEMY mrtarekacademy.com 0562854282 - 037637703

Q6-MCQ 2-5

23. (a) Find vertical and horizontal asymptotes for $f(x)=\frac{x}{4-x^2}$ أوجد خطوط التقارب الرأسية والأفقية

a) VA: x= ±2 خط تقارب راسي ,
HA: y=−1 خط تقارب افقي
b) VA: x= ±2 خط تقارب راسي ,
HA: y=1 خط تقارب افقي
c) VA: x= ±2 خط تقارب راسي ,
HA: y=0 خط تقارب افقي
d) VA: x= 2 خط تقارب راسي ,
HA: y= 0 خط تقارب افقي

* H.A 3 Cases
Power up less
$y=0$
* V.A deno = 0
$4-x^2=0$
$x^2=4$
$x=\pm\sqrt{4}=\pm 2$

---

23. (b) Find vertical and horizontal asymptotes for $f(x)=\frac{x^2}{4-x^2}$ أوجد خطوط التقارب الرأسية والأفقية

a) VA: x=±2 خط تقارب راسي ,
HA: y=−1 خط تقارب افقي
b) VA: x=0 خط تقارب راسي ,
HA: y=0 خط تقارب افقي
c) VA: x=±2 خط تقارب راسي ,
HA: y=1 خط تقارب افقي
d) VA: x= 2 خط تقارب راسي ,
HA: y= 0 خط تقارب افقي

* H.A Powers are Same
divide $y=\frac{1}{-1}=-1$
* V.A deno = 0
$4-x^2=0$
$x^2=4$
$x=\pm 2$

0562854282

$f(x) = \frac{x^2}{4 - x^2}$

ⓐ $x = 1$, $y = 1$

ⓑ $x = \pm 3$, $y = 4$

ⓒ $x = \pm 2$, $y = -1$

ⓓ $x = -3$, $y = 2$

$f(x) = \frac{x}{\sqrt{4 + x^2}}$ * H.A $\frac{x}{\sqrt{x^2}}$ ✗

$\frac{x}{\pm x} = \frac{1}{\pm 1} = \pm 1 \rightarrow y = \pm 1$

* V.A deno = 0 $4 + x^2 = 0$

$x^2 = -4 \rightarrow x = \pm \sqrt{-4} = \pm 2i \Rightarrow$ None

ⓐ $x = 1$, $y = 1$

ⓑ $y = \pm 1$,None

ⓒ $x = \pm 2$, $y = 0$

ⓓ $x = -3$, $y = 2$

$f(x) = \frac{x}{\sqrt{4 - x^2}}$ * H.A $\frac{x}{\sqrt{-x^2}}$ ∄ none

* V.A deno = 0 $4 - x^2 = 0$

$x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2$

ⓐ $x = 1$, $y = 1$

ⓑ $x = \pm 3$, $y = 4$

ⓒ $x = \pm 2$, None

ⓓ $x = -3$, $y = 2$

$f(x) = \frac{3x^2 + 1}{x^2 - 2x - 3}$ * H.A $y = \frac{3}{1} = 3$

* V.A deno = 0 $x^2 - 2x - 3 = 0$

$x = -1$

$x = 3$

ⓐ $x = 3, -1$, $y = 3$

ⓑ $x = \pm 3$, $y = 4$

ⓒ $x = \pm 2$, $y = 0$

ⓓ $x = -3$, $y = 2$

TAREK ACADEMY mrtarekacademy.com 0562854282 - 037637703

$f(x) = \frac{1 - x^1}{x^2 + x - 2}$ * H.A Power up less

$y = 0$

* V.A deno $= 0$ $x^2 + x - 2 = 0$

$x = 1$, $x = -2$

ⓐ $x = 1$, $y = 1$

ⓑ $y = \pm 1$,None

ⓒ $x = \pm 2$, $y = 0$

ⓓ $x = -2,1$, $y = 0$

$f(x) = 4\tan^{-1}(x) - 1$

always No V.A $\tan^{-1}$

* H.A $y = \pm 2\pi - 1$

ⓐ $x = 1$, $y = 2\pi + 1$

ⓑ $y = 0$,None

ⓒ $x = \pm 2$, $y = \pm 2\pi$

ⓓ None , $y = \pm 2\pi - 1$

$f(x) = \ln(1 - \cos(x)) > 0$ V.A

$1 - \cos x > 0 \rightarrow \frac{-\cos x}{-1} > \frac{-1}{-1}$

$\cos x < 1 \rightarrow x < \cos^{-1}(1)$ $x = 0$

$x = 0 + 2n\pi = 2n\pi$

ⓐ $x = 2n\pi$, $y = \pm 2\pi - 1$

ⓑ $y = 0$,None

ⓒ $x = \pm 2$, $y = \pm\pi$

ⓓ None , $y = \pm\pi - 1$

$y = \frac{x^3}{4 - x^2}$ * V.A deno $= 0$

$4 - x^2 = 0 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2$

* H.A Power up more (None)

long division (Slant . A)

ⓐ $x = 1$, $y = 1$

ⓑ $y = \pm 1$,None

ⓒ $x = \pm 2$, $y = -x$

ⓓ $x = -2$, $y = 0$

long division

Slant Asymptotes

$-x$

$-x^2+4 \;\overline{)}\; x^3$

$\ominus x^3 \oplus 4x$

$4x$

* divide
* times
* change

Finished as $4x$ power less than power x^2

Slant . A $\rightarrow \boxed{y = -x}$

$$y = \frac{x^2+1}{x-2}$$

* V.A $x-2=0 \rightarrow \boxed{x=2}$

* H.A (none) power up more

* Slant A

ⓐ $x=2$, $y=x+2$

ⓑ $x=-2$, $y=-x+1$

ⓒ $x=-1$, $y=x$

ⓓ $x=1$, $y=1$

change	1	0	1
2	↓	2	4
	1	2	5

$y = x + 2$ ← 2

$$y = \frac{x^3}{x^2+x-4}$$

* V.A $x^2+x-4=0$ $x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$

* H.A (none) power up more

* Slant A in next page

ⓐ $x=2$, $y=x+2$

ⓑ $x=-2$, $y=-x+1$

ⓒ $x = \frac{-1\pm\sqrt{17}}{2}$, $y=x-1$

ⓓ $x=1$, $y=1$

$$y = \frac{x^4}{x^3+2}$$

* V.A dmo $=0$ $x^3+2=0$

$x^3=-2 \rightarrow x = \sqrt[3]{-2} = -\sqrt[3]{2}$

* H.A (none)

* Slant A

$$x^3+2 \overline{)\, x^4}$$

x

$-x^4 + 2x$

$-2x$

ⓐ $x=2$, $y=x+2$

ⓑ $x=-2$, $y=-x+1$

ⓒ $x=-1$, $y=x-1$

ⓓ $x=-\sqrt[3]{2}$, $y=x$

Slant $\rightarrow y = x$

$$y = \frac{x^2 + 1}{x - 2}$$

$x + 2$

$x - 2 \;)\; x^2 + 1$

$\ominus x^2 \oplus 2x$

$2x + 1$

$\ominus 2x \oplus 4$

5

divide

Times

Change

Slant · A $\boxed{y = x + 2}$.

$$y = \frac{x^3}{x^2 + x - 4}$$

$x^2 + x - 4 \overline{)\, x^3}$ $\quad x - 1$

divide

$-(x^3 + x^2 - 4x)$

Times

$-(-x^2 + 4x)$

$-(x^2 - x + 4)$

$5x - 4$

Slant • A $\boxed{y = x - 1}$.

Q7-MCQ 2-5

9. Find the limit: $\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+3x-2}{3x^2+4x-1}$ أوجد قيمة النهاية

a) 0
b) $\frac{1}{3}$
c) 1
d) ∞

أس بط = أس مقام (لعسم)

Power up = down → divide

$y = \frac{1}{3}$

---

10. Find the limit: $\lim_{x\to\infty} \frac{2x^2-x+1}{4x^2-3x-1}$ أوجد قيمة النهاية

a) 0
b) $\frac{1}{2}$
c) 1
d) ∞

Powers are same

$y = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

استاذ طارق علي في الرياضيات
0562854282
TAREK ACADEMY mrtarekacademy.com 0562854282 - 037637703

11. Find the limit: $\lim_{x\to-\infty} \frac{-x}{\sqrt{4+x^2}}$ أوجد قيمة النهاية

a) -1
b) 0
c) 1
d) ∞

$\lim_{x\to-\infty} \frac{-x}{\sqrt{x^2}} = \frac{-x}{\pm x}$

$\lim_{x\to-\infty} \frac{-x}{-x} = 1$

---

12. Find the limit: $\lim_{x\to\infty} \frac{2x^2-1}{4x^3-5x-1}$ أوجد قيمة النهاية

a) 0
b) $\frac{1}{2}$
c) 1
d) ∞

أصغر بها أقل دائماً = 0

Power of num less $y=0$

0562854282

13. Find the limit: $\lim_{x\to\infty} \ln\left(\frac{x^2+1}{x-3}\right)$ أوجد قيمة النهاية

a) 0
b) 1
c) ∞
d) $-\infty$

$\ln\left(\frac{x^2+1}{x-3}\right)$ calc $\rightarrow$ 999 / 99 ≈ 6.9

$(+) \quad -\infty$

$$\ln\left(\frac{\frac{x^2}{x^2}+\frac{1}{x^2}}{\frac{x}{x^2}-\frac{3}{x^2}}\right) = \ln\left(\frac{1+0}{0-0}\right) = \ln\frac{1}{0}^{+} = \ln\infty = \boxed{\infty}$$

---

14. Find the limit: $\lim_{x\to 0^+} \ln(x\sin x)$ أوجد قيمة النهاية

a) 0
b) 1
c) ∞
d) $-\infty$

$\ln(x\sin x) \rightarrow$ calc $\rightarrow 0.01$

Radian

$= -9.2 = -\infty$

0562854282

15. Find the limit: $\lim_{x\to 0^+} e^{-2/x^3}$ أوجد قيمة النهاية

a) 0
b) 1
c) ∞
d) $-\infty$

$(e^{\frac{-2}{x^3}}) \rightarrow$ calc
$\rightarrow 0.01$
$= 0$

---

16. Find the limit: $\lim_{x\to\infty} e^{-(x+1)/(x^2+2)}$ أوجد قيمة النهاية

a) 0
b) 1
c) ∞
d) $-\infty$

$(e^{-(x+1)/(x^2+2)}) \rightarrow$ calc
$\rightarrow 999$
≈ 1

أستاذ طارق علي في الرياضيات
0562854282
TAREK ACADEMY mrtarekacademy.com 0562854282 - 037637703

17. Find the limit: $\lim_{x\to\infty} \cot^{-1} x$ أوجد قيمة النهاية

a) 0
b) $\frac{\pi}{2}$
c) π
d) $-\frac{\pi}{2}$

Radian

$\left(\frac{1}{\tan^{-1} x}\right)$ → Cal C → 999

---

18. Find the limit: $\lim_{x\to\infty} \sec^{-1}\frac{x^2+1}{x+1}$ أوجد قيمة النهاية

a) 0
b) $\frac{\pi}{3}$
c) $\frac{\pi}{2}$ = 1.57
d) π

$\left[\cos^{-1}\left(\frac{x+1}{x^2+1}\right)\right]$ → Cal C → 999 ≈ 1.57

Radian

0562854282

19. Find the limit: $\lim_{x\to 0} \sin\left(e^{-1/x^2}\right)$ أوجد قيمة النهاية

a) 0
b) 1
c) ∞
d) Does not exist
غير موجوده

Radian

* sin $e^{\frac{-1}{x^2}}$ → حالة

→ 0.01 ≈ 0

* sin $e^{\frac{-1}{x^2}}$ → حالة

→ -0.01 → ≈ 0

---

20. Find the limit: $\lim_{x\to \infty} \sin\left(\tan^{-1} x\right)$ أوجد قيمة النهاية

a) 0
b) $\frac{1}{2}$
c) 1
d) ∞

sin $(\tan^{-1} x)$ → حالة

→ 999

≈ 0.9 ≈ 1

Radian

استاذ طارق علي في الرياضيات
0562854282

21. Find the limit: $\lim_{x\to\pi/2} e^{-\tan x}$ أوجد قيمة النهاية

Radian

a) 0

b) DNE غير موجوده

c) ∞

d) $-\infty$

$* (e^{-\tan x})$ → calc

$\rightarrow \frac{\pi}{2} + 0.01 \approx \boxed{2.7\times10^{93}} = \boxed{\infty}$

$* (e^{-\tan x})$ calc $\rightarrow \frac{\pi}{2} - 0.01 \approx \boxed{3.7\times10^{-44}} \approx \boxed{0}$

---

22. Find the limit: $\lim_{x\to0^+} \tan^{-1}(\ln x)$ أوجد قيمة النهاية

$\tan^{-1}(\ln x)$ → calc

→ 0.01

≈ -1.36

Radian

0562854282

Q8-MCQ 3-1

EXAMPLE 1.3 Graphical and Numerical Approximation of Tangent Lines

Graphically and numerically approximate the slope of the tangent line to أوجد الميل

$y = \frac{x-1}{x+1}$ at $x = 0$.

a) Slope = 0
b) Slope = 1
c) Slope = 2
d) Slope = -1

shift → $\frac{d}{dx}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)_{x=0}$

m = slope

Graphically and numerically approximate the slope of the tangent line to أوجد الميل

$f(x) = x^3 - x$ at $x = 2$

a) $f'(2) = 6$
b) $f'(2) = 8$
c) $f'(2) = 10$
d) $f'(2) = 11$

$m = f(x) = 3x^2 - 1$

$= 3(2)^2 - 1$

$= 11$

Graphically and numerically approximate the slope of the tangent line to أوجد الميل

for $f(x) = \sqrt{x^2+1}$ at $x = 2$

a) $f'(2) = \frac{1}{\sqrt{5}}$
b) $f'(2) = \frac{2}{\sqrt{5}}$
c) $f'(2) = \frac{3}{\sqrt{5}}$
d) $f'(2) = \frac{4}{\sqrt{5}}$

$m = \text{shift} \rightarrow \frac{d}{dx}\left(\sqrt{x^2+1}\right)_{x=2}$

$= 0.89$

0562854282

Q9-MCQ 3-2

EXAMPLE 2.3 Finding the Derivative of a Simple Rational Function

If $f(x) = \frac{1}{x}\ (x \neq 0)$, find $f'(x)$. أوجد المشتقة

a) $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$

b) $f'(x) = \frac{1}{x^2}$

c) $f'(x) = -\frac{1}{x}$

d) $f'(x) = \ln|x|$

$f(x) = x^{-1}$

$f'(x) = -1\,x^{-2} = \frac{-1}{x^2}$

---

10. Find the derivative for $f(x) = \frac{2}{2x-1}$ أوجد المشتقة

a) $f'(x) = \frac{4}{(2x-1)^2}$

b) $f'(x) = -\frac{4}{(2x-1)^2}$

c) $f'(x) = \frac{2}{(2x-1)^2}$

d) $f'(x) = -\frac{2}{(2x-1)^2}$

$f'(x) = \frac{0(2x-1) - 2(2)}{(2x-1)^2}$

$f'(x) = \frac{-4}{(2x-1)^2}$

---

11. Find the derivative for $f(t) = \sqrt{3t+1}$ أوجد المشتقة

a) $f'(t) = \frac{3}{2\sqrt{3t+1}}$

b) $f'(t) = \frac{1}{2\sqrt{3t+1}}$

c) $f'(t) = \frac{3}{\sqrt{3t+1}}$

d) $f'(t) = \frac{1}{\sqrt{3t+1}}$

$* \frac{d}{dx}\sqrt{F} = \frac{F'}{2\sqrt{F}}$

$f'(t) = \frac{3}{2\sqrt{3t+1}}$

8. Find the derivative for $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$ at the point $(2,1)$ أوجد المشتقة عند النقطة

a) $f'(2) = 16$
b) $f'(2) = 24$ ✓
c) $f'(2) = 32$
d) $f'(2) = 40$

* $f(2) \rightarrow$ shift $\rightarrow \frac{d}{dx}(\quad)_{x=2}$

* steps $f(2) = 4x^3 - 4x$
$= 4(2)^3 - 4(2)$
$= 24$

---

12. Find the derivative for $f(t) = \sqrt{2t+4}$ at the point $(2,1)$ أوجد المشتقة عند النقطة

a) $f'(2) = \frac{1}{2}$
b) $f'(2) = \frac{1}{\sqrt{2}}$
c) $f'(2) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ ✓
d) $f'(2) = \frac{1}{4}$

* shift $\rightarrow \frac{d}{dx}(\quad)_{x=2}$

≈ 0.35

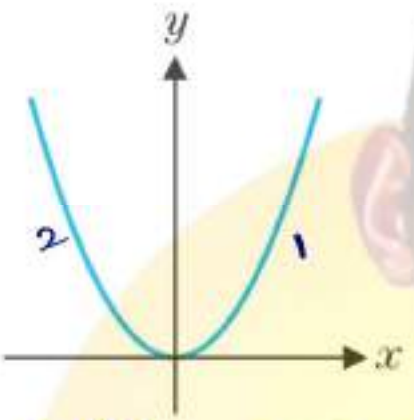
أستاذ طارق علي في الرياضيات
0562854282

Q10-MCQ 3-2

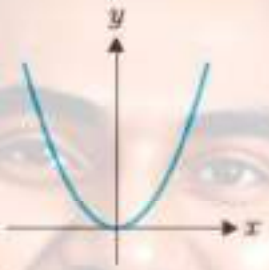
Sketch the graph of a function using the graph of its derivative.

sketch a graph of f'.

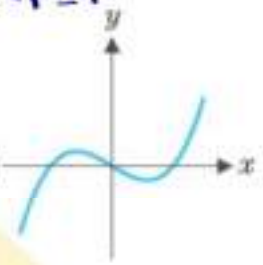
ارسم مشتقة الدالة



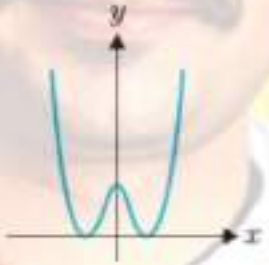
a)



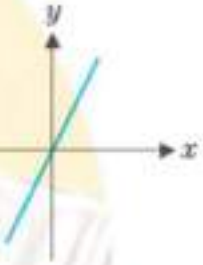
b)



c)



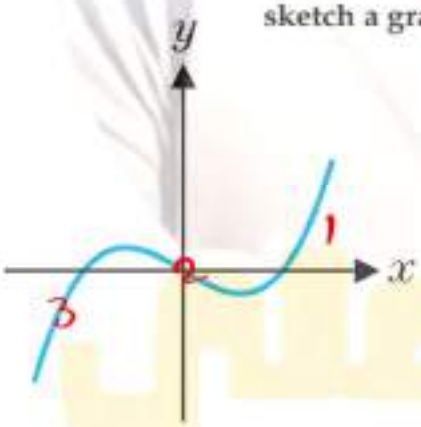
d)



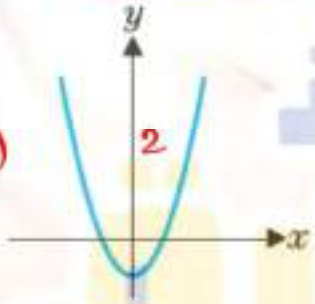
---

sketch a graph of f'.

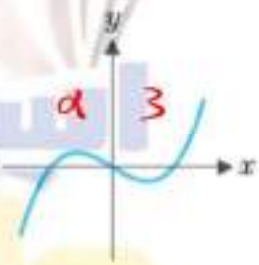
ارسم مشتقة الدالة



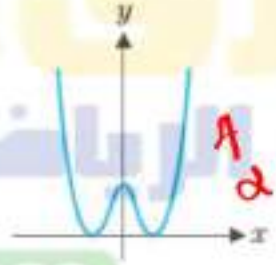
a)



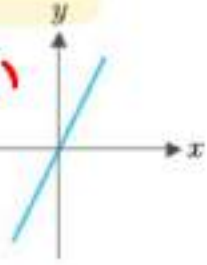
b)



c)

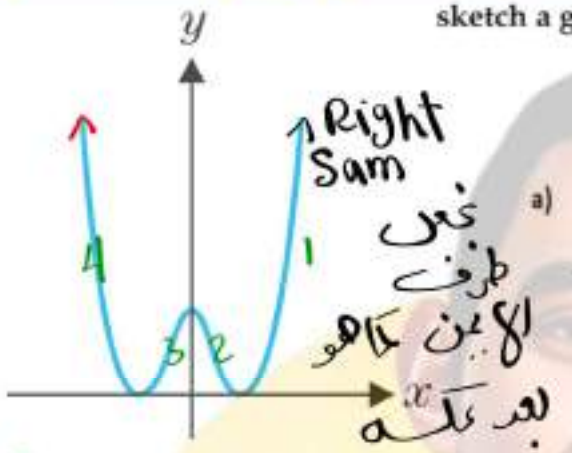


d)



0562854282

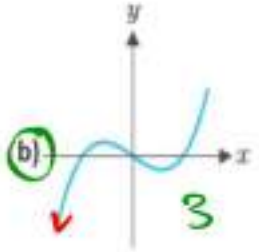
sketch a graph of f'. ارسم مشتقة الدالة

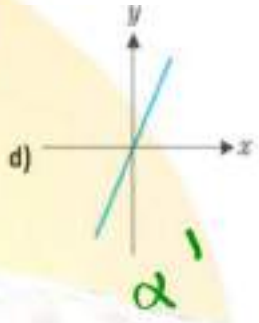


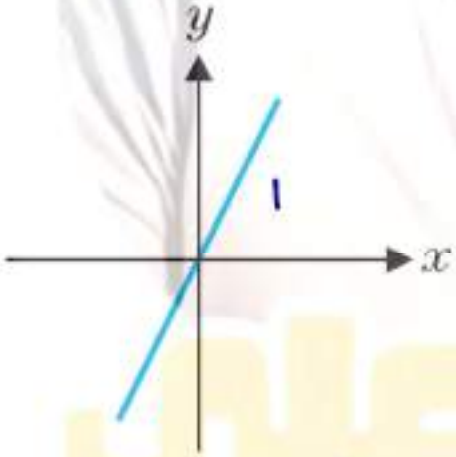
* n - 1

4 - 1 = 3

* inverse direction
From left





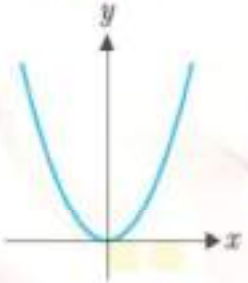


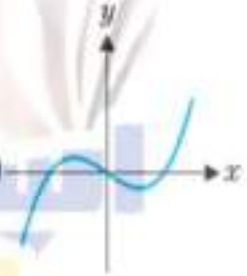
* n - 1 = 1 - 1

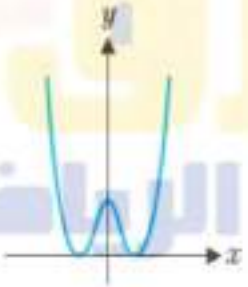
= 0

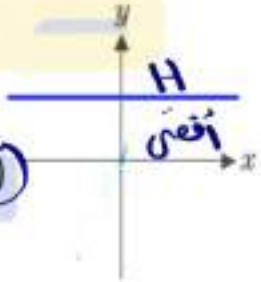
أفقي

Horizontal line

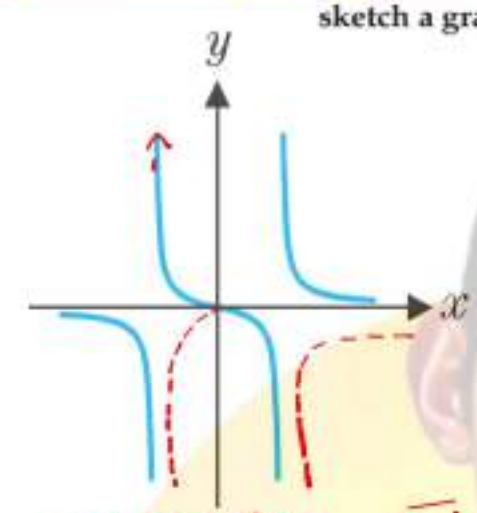




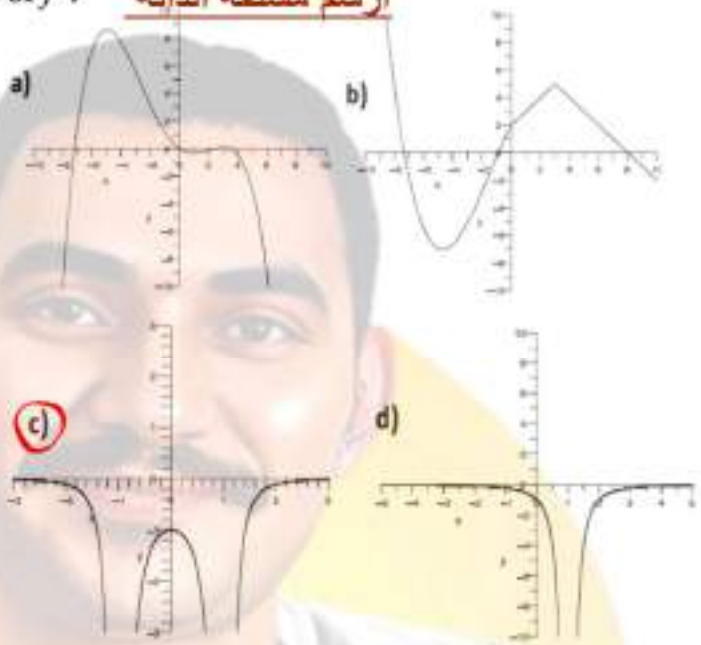


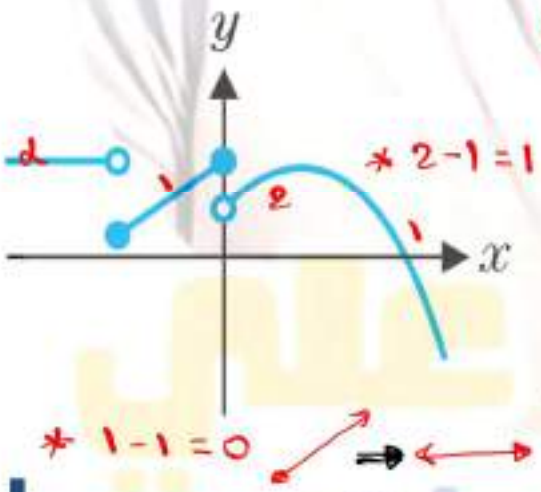


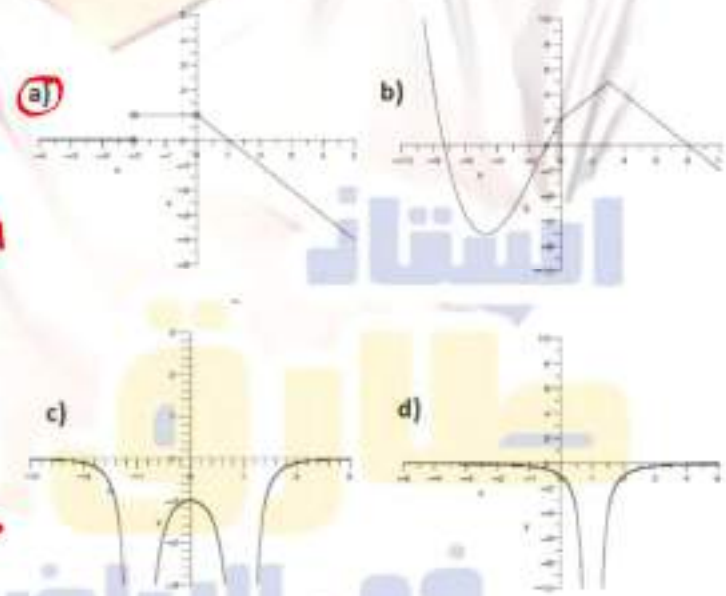
sketch a graph of f'. ارسم مشتقة الدالة



نعلّس الإنخفاض
من طرف الأيسر

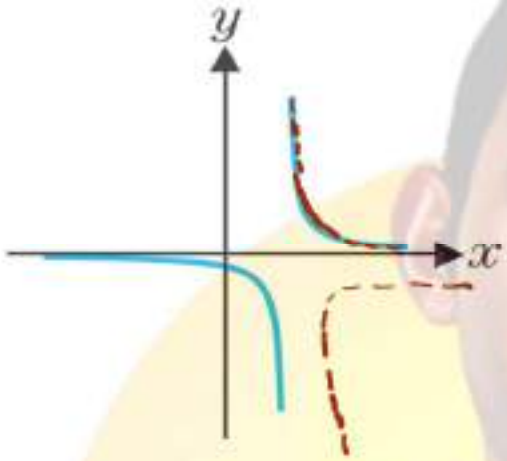


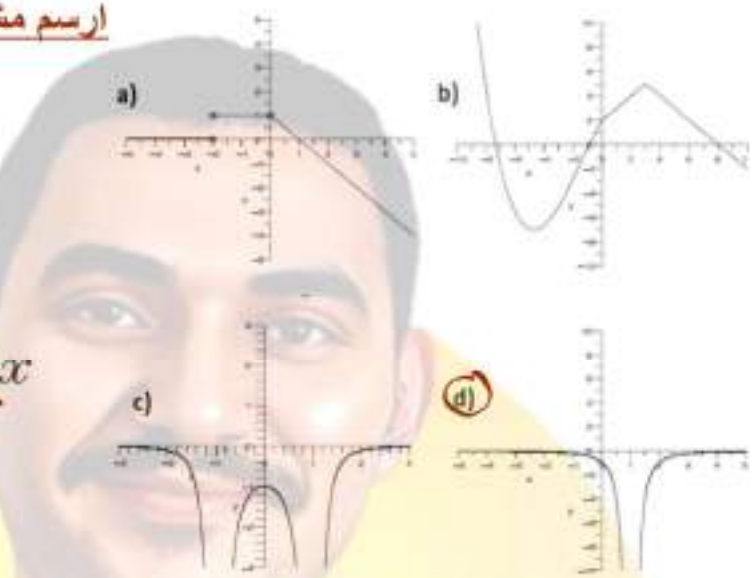




0562854282

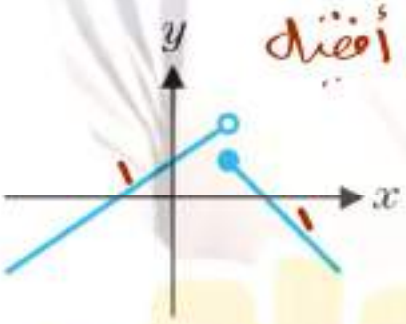
sketch a graph of f'. ارسم مشتقة الدالة



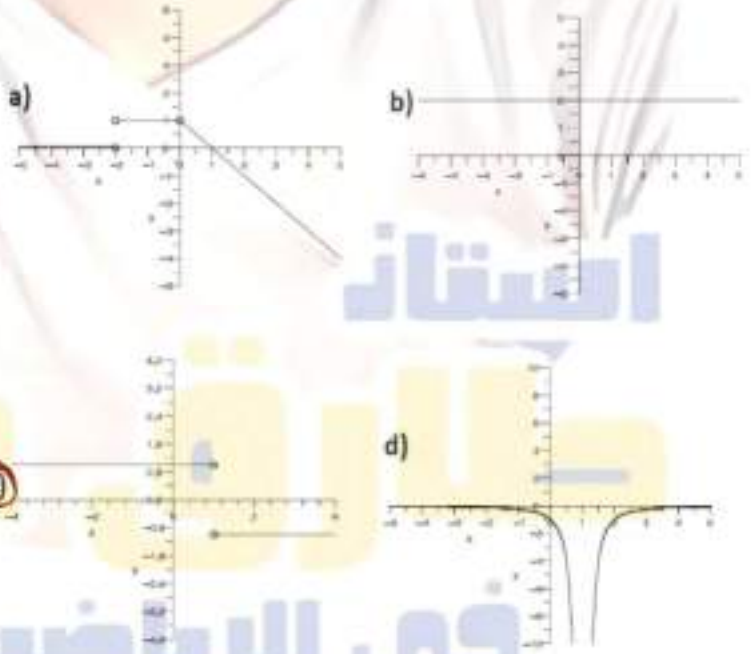


* $0 - 1 = 1 - 1 = 0$

* $n - 1 = 1 - 1 = 0$



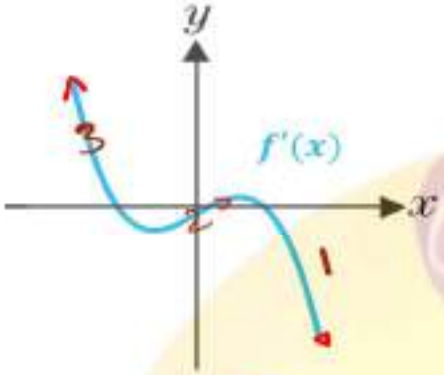
Horizontal



0562854282

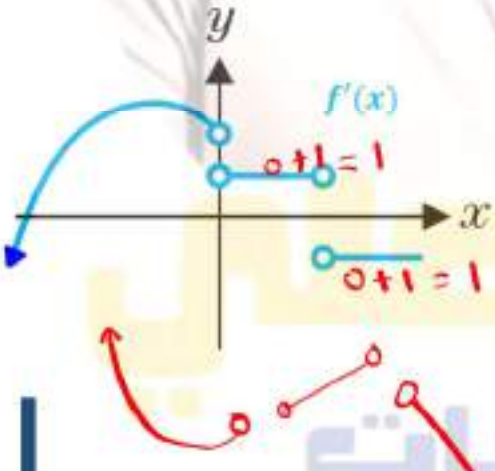
sketch a graph of f' ارسم الدالة

$*n+1 = 3+1 = 4$



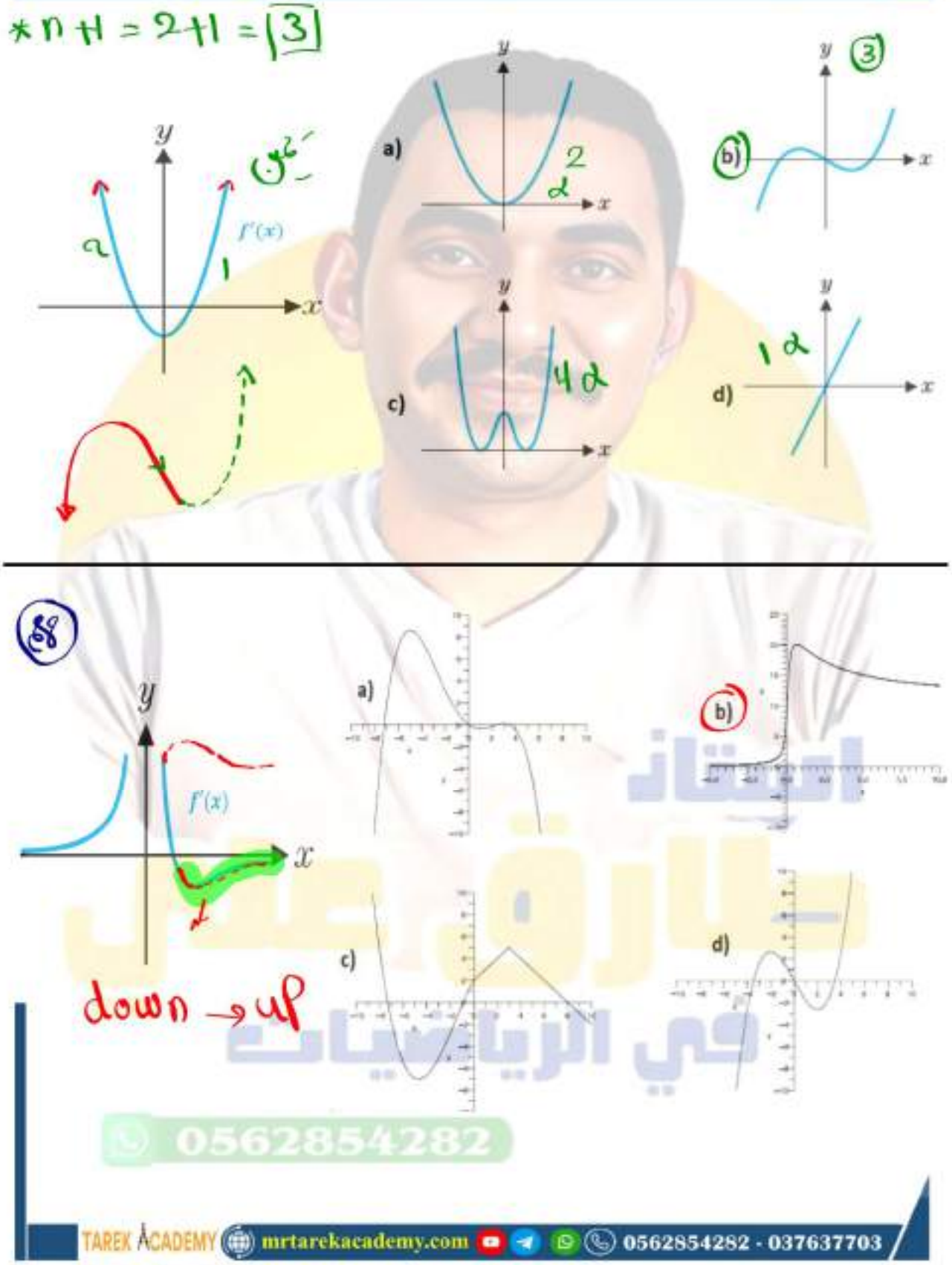
a) b) c) d)

نترك هذا الأيمن كما هو بعكسه



a) b) c) d)

0562854282



0562854282
TAREK ACADEMY mrtarekacademy.com 0562854282 - 037637703

In exercises 21–24, use the given position function to find the velocity and acceleration functions.

في التمارين 21–24، استخدم دالّة الموقع المعطاة لإيجاد دالتي السرعة المتجهة والتسارع.

Q11-MCQ 3-3

Find the average velocity and the instantaneous velocity at a given point.

إيجاد السرعة المتوسطة والسرعة اللحظية عند نقطة معطاة.

$$s(t) = -16t^2 + 40t + 10$$

$s(t) = s(t)$

$= -32t + 40$

$* a(t) = v(t)$

a) $v(t) = -32 + 40t$, $a(t) = -32$

b) $v(t) = -32t$, $a(t) = -32$

c) $v(t) = 32t + 40$, $a(t) = 32$

d) $v(t) = -32t + 40$, $a(t) = -32$

$* a(t) = -32$

$$s(t) = -4.9t^2 + 12t - 3$$

$v(t) = -9.8t + 12$

$a(t) = -9.8$

a) $v(t) = -12 + 9.8t$, $a(t) = -9.8$

b) $v(t) = -9.8t+12$, $a(t) = -9.8$

c) $v(t) = 9.8t + 12t$, $a(t) = 32$

d) $v(t) = -9.8t + 40$, $a(t) = -32$

0562854282

TAREK ACADEMY mrtarekacademy.com 0562854282 - 037637703

$$s(t) = \sqrt{t} + 2t^2$$

* $v(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 4t$

$= \frac{1}{2}t^{-\frac{1}{2}} + 4t$

* $a(t) = -\frac{1}{4}t^{-\frac{3}{2}} + 4$

a) $v(t) = \frac{1}{2}t^{\frac{-1}{2}} + 4t \ , \ a(t) = -\frac{1}{4}t^{\frac{-3}{2}} + 4$

b) $v(t) = t^{\frac{1}{2}} + 4t \ , \ a(t) = t^{\frac{-3}{2}} + 4$

c) $v(t) = \frac{1}{2}t^{\frac{1}{2}} + 4t \ , \ a(t) = t^{\frac{3}{2}} + 4$

d) $v(t) = \frac{1}{2}t^{\frac{1}{2}} + 4t \ , \ a(t) = \frac{3}{2}t^{\frac{3}{2}} + 4$

$$s(t) = 10 - \frac{10}{t}$$

$= 10 - 10t^{-1}$

* $v(t) = 10t^{-2}$

* $a(t) = -20t^{-3}$

a) $v(t) = 10\,t^{-2}$
$a(t) = -20\,t^{-3}$

b) $v(t) = -10\,t^{-2} + 10$
$a(t) = -10\,t^{-3}$

c) $v(t) = 10\,t^{-2} + 10$
$a(t) = -20\,t^{-3}$

d) $v(t) = 10\,t^{-2} + 10$
$a(t) = 20\,t^{-3}$

0562854282

TAREK ACADEMY mrtarekacademy.com 0562854282 - 037637703

Q12-MCQ 3-3

37. Find all values of x for which the tangent line to $y = x^3 - 3x + 1$ is (a) at an angle of $45°$ with the x-axis.

أوجد جميع قيم x التي عندها يكون ميل المماس للمنحنى $y = x^3 - 3x + 1$ بزاوية $45°$ مع المحور x.

a) $x = \pm 1$

b) $x = \pm\frac{2}{\sqrt{3}}$

c) $x = 0, \pm\sqrt{2}$

d) $x = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

$y' = \tan\theta$

$3x^2 - 3 = \tan 45$

$3x^2 - 3 = 1$

$3x^2 = 1 + 3 \rightarrow 3x^2 = 4 \rightarrow x^2 = \frac{4}{3}$

$x = \pm\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{3}} = \pm\frac{2}{\sqrt{3}} \checkmark = \pm\frac{2\sqrt{3}}{3} \checkmark$

---

37. Find all values of x for which the tangent line to $y = x^3 - 3x + 1$ is (b) at an angle of $30°$ with the x-axis, assuming that the angles are measured counterclockwise.

أوجد جميع قيم x التي عندها يكون ميل المماس للمنحنى $y = x^3 - 3x + 1$ بزاوية $30°$ مع المحور x، بافتراض أن الزوايا تقاس عكس اتجاه عقارب الساعة.

a) $x = \pm\sqrt{1 + \frac{1}{\sqrt{3}}}$

b) $x = \pm\sqrt{\frac{4}{3}}$

c) $x = \pm\sqrt{1 + \frac{1}{3\sqrt{3}}}$ ✓

d) $x = \pm\sqrt{1 - \frac{1}{3\sqrt{3}}}$

$y' = \tan 30$

$3x^2 - 3 = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$\frac{3x^2}{3} = \frac{3}{3} + \frac{\sqrt{3}}{3\sqrt{3}}$

$x^2 = 1 + \frac{\sqrt{3}}{9}$

$x = \pm\sqrt{1 + \frac{\sqrt{3}}{9}}$

38. Find all values of x for which the tangent lines to $y = x^3 + 2x + 1$ and $y = x^4 + x^3 + 3$ are (a) parallel;

$m_1 = m_2 \rightarrow y_1' = y_2'$

أوجد جميع قيم x التي عندها تكون المستقيمات المماسة للمنحنيين $y = x^3 + 2x + 1$ و $y = x^4 + x^3 + 3$ متوازية.

a) $x = 0$

b) $x = 1$

c) $x = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

d) $x = -\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

$y_1' = y_2'$

$4x^3 + 3x^2 = 3x^2 + 2$

shift → Solve → =

as have only one value of x

$\frac{1}{\sqrt[3]{2}} \approx 0.79$

---

38. Find all values of x for which the tangent lines to $y = x^3 + 2x + 1$ and $y = x^4 + x^3 + 3$ are) b) perpendicular.

$m_1 \times m_2 = -1$

أوجد جميع قيم x التي عندها تكون المستقيمات المماسة للمنحنيين $y = x^3 + 2x + 1$ و $y = x^4 + x^3 + 3$ متعامدة.

a) $x = -1$

b) $x = 0.5$

c) $x = 0$

d) $x \approx -0.837$

$y_1' \cdot y_2' = -1$

$(4x^3 + 3x^2)(3x^2 + 2) = -1$

shift → Solve → =

only one of x

-0.837

0562854282

39. Find a second-degree polynomial of the form $ax^2 + bx + c$) such that

(a) $f(0) = -2, f'(0) = 2$ and $f''(0) = 3$;

أوجد كثيرة حدود من الدرجة الثانية على الصورة $ax^2 + bx + c$ بحيث:

$f(0) = -2$ ، $f'(0) = 2$ و $f''(0) = 3$.

$* f(0) = a(0)^2 + b(0) + c = -2 \rightarrow \boxed{c = -2}$

a) $f(x) = 2x^2 + 2x - 2$

b) $f(x) = 3x^2 + 2x - 2$

c) $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 2x - 2$

d) $f(x) = \frac{3}{2}x^2 + 2x - 2$

$* f'(0) = 2ax + b = 2a(0) + b = 2$

$b = 2$

$* f''(0) = 2a = 3 \rightarrow a = \frac{3}{2}$

$f(x) = ax^2 + bx + c = \frac{3}{2}x^2 + 2x - 2$

---

39. Find a second-degree polynomial of the form $ax^2 + bx + c$such that

(b) $f(0) = 0, f'(0) = 5$ and $f''(0) = 1$.

أوجد كثيرة حدود من الدرجة الثانية على الصورة $ax^2 + bx + c$ بحيث:

$f(0) = 0, f'(0) = 5$ and $f''(0) = 1$.

a) $f(x) = x^2 + 5x$

b) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x$

c) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 5x$

d) $f(x) = 2x^2 + 5x$

$* f(0) = a(0)^2 + b(0) + c = 0$

$\boxed{c = 0}$

$* f'(0) = 2ax + b = 5$

$= 2a(0) + b = 5 \rightarrow \boxed{b = 5}$

$* f''(0) = 2a = 1 \rightarrow a = \frac{1}{2}$

$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 5x$

0562854282

40. Find a general formula for the nth derivative $f^{(n)}(x)$ for (a) $f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$

أوجد صيغة عامة للمشتقة النونية $f^{(n)}(x)$ للدالة $f(x) = \sqrt{x}$.

a) $f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^{n+1}(2n)!}{4^n(n!)} x^{-\frac{2n+1}{2}}$

b) $f^{(n)}(x) = \frac{(2n-1)!}{2^{2n-1}(n-1)!} x^{-\frac{2n-1}{2}}$

c) $f^{(n)}(x) = (-1)^{n-1} \times \frac{(2n-2)!}{2^{2n-1}(n-1)!} x^{-\frac{(2n-1)}{2}}$

d) $f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^{n-1}(2n-3)!}{2^{2n-2}(n-2)!} x^{-\frac{2n-1}{2}}$

$* f' = \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}}$ $n=1$

$* f'' = -\frac{1}{4} x^{-\frac{3}{2}}$ $n=2$

$* f''' = \frac{3}{8} x^{-\frac{5}{2}}$ $n=3$

$* f^{(4)} = -\frac{15}{16} x^{-\frac{7}{2}}$ $n=4$

$\frac{(-1)^{1-1}(2-2)!}{2^1(1-1)!} \cdot x^{-\frac{2-1}{2}} = \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}}$

---

40. Find a general formula for the nth derivative $f^{(n)}(x)$ for (b) $f(x) = \frac{2}{x} = 2x^{-1}$

أوجد صيغة عامة للمشتقة النونية $f^{(n)}(x)$ للدالة $f(x) = \frac{2}{x}$.

a) $f^{(n)}(x) = \frac{2 \cdot (-1)^n \cdot n!}{x^{n+1}}$

b) $f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^n \cdot (n+1)!}{x^{n+2}}$

c) $f^{(n)}(x) = \frac{2 \cdot n!}{x^{n+1}}$

d) $f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^n \cdot 2^n \cdot n!}{x^{2n}}$

$* f' = -2x^{-2}$ $n=1$

$* f'' = 4x^{-3}$ $n=2$

$* f''' = -12x^{-4}$ $n=3$

$\frac{2(-1)^1 \cdot 1!}{x^{1+1}} = \frac{2 \cdot (-1) \cdot 1}{x^2} = \frac{-2}{x^2} = -2x^{-2}$

TAREK ACADEMY mrtarekacademy.com 0562854282 - 037637703

41. Find the area of the triangle bounded by $x = 0, y = 0$ and the tangent line to $y = \frac{1}{x}$ at $x = 1$. Repeat for the triangle bounded by $x = 0, y = 0$ and the tangent line to $y = \frac{1}{x}$ at $x = 2$. Show that you get the same area using the tangent line to $y = \frac{1}{x}$ at any $x = a > 0$.

أوجد مساحة المثلث المحصور بين $x = 0$، $y = 0$، والخط المماس للمنحنى $y = \frac{1}{x}$ عند $x = 1$. كرر ذلك للمثلث المحصور بين $x = 0$، $y = 0$، والخط المماس للمنحنى $y = \frac{1}{x}$ عند $x = 2$. بين أنك ستحصل على نفس المساحة باستخدام الخط المماس للمنحنى $y = \frac{1}{x}$ عند أي $x = a > 0$.

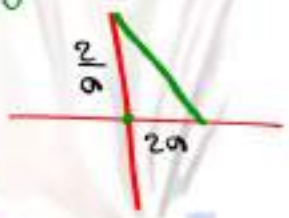
a) المساحة دائمًا تساوي 1
b) المساحة دائمًا تساوي 4
c) المساحة دائمًا تساوي 2
d) المساحة تعتمد على قيمة a

Same Area.

$A = \frac{1}{2}bh$

$* \; y = \frac{1}{x} = x^{-1} \rightarrow y' = -1x^{-2}$

$m(a) = \frac{-1}{a^2}$



$* \; y - y_1 = m(x - x_1)$

$x_1 = a \rightarrow y_1 = F(a) = \frac{1}{x} = \frac{1}{a}$

$y - \frac{1}{a} = \frac{-1}{a^2}(x - a)$

$a^2y - a = -1(x - a)$

$a^2y + x = a + a$

$a^2y + x = 2a$

$A = \frac{1}{2}(2a)(\frac{2}{a})$

$A = 2$

TAREK ACADEMY mrtarekacademy.com 0562854282 - 037637703

Q13-MCQ 3-5

If $h(x) = f(g(x))$, Find $h'(1)$.

إذا كانت $h(x) = f(g(x))$، جد $h'(1)$.

$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$ dep * Composition

Use these information when needed

اسخدم المعلومات التالية عند الحاجة

$f(1) = 3, \quad g(1) = 2, \quad f'(1) = 4, \quad f'(2) = 3, \quad g'(1) = -2, \quad g'(3) = 5$

a) $h'(1) = 6$

b) $h'(1) = -6$

c) $h'(1) = 12$

d) $h'(1) = -4$

$h'(1) = f'(g(1)) \cdot g'(1)$

$= F'(2) \cdot (-2)$

$= 3(-2)$

$= -6$

---

compute the derivative for $h(x) = f(g(x))$

استخدم المعلومات ذات الصلة لإيجاد مشتقة $h(x) = f(g(x))$

$h'(2)$, where $f(2) = 1$, $g(2) = 3$, $f'(2) = -1$, $f'(3) = -3$, $g'(1) = 2$, $g'(2) = 4$

a) $h'(2) = 4$

b) $h'(2) = -6$

c) $h'(2) = 12$

d) $h'(2) = -12$

$h'(2) = F'(g(x)) \cdot g'(x)$

$= F'(g(2)) \cdot g'(2)$

$= F'(3) \cdot 4$

$= (-3)(4)$

0562854282

Find $g'(x)$.

أوجد $g'(x)$.

A. $2xf'(x^2)$

B. $2f(x)f'(x)$

C. $f'(f(x))$

D. $xf'(x)$

$g(x) = f(x^2)$ chain rule

$g'(x) = f'(x^2) \cdot 2x$

$= 2x \cdot f'(x^2)$

Find $g'(x)$.

أوجد $g'(x)$.

A. $2xf'(x^2)$

B. $2f(x)f'(x)$

C. $f'(f(x))$

D. $xf'(x)$

$g(x) = [f(x)]^2$

$g'(x) = 2(f(x)) \cdot f'(x)$

Find $g'(x)$.

أوجد $g'(x)$.

A. $2xf'(x^2)$

B. $2f(x)f'(x)$

C. $f'(f(x))f'(x)$

D. $xf'(x)$

composition

$g(x) = f(f(x))$

$g'(x) = f'(f(x)) \cdot f'(x)$

TAREK ACADEMY mrtarekacademy.com 0562854282 - 037637703

Find $g'(x)$.

أوجد $g'(x)$.

A. $\frac{1}{2}f'(x)$

B. $\sqrt{f(x)}$

C. $f'(xf(x))$

D. $\frac{f'(\sqrt{x})}{2\sqrt{x}}$

$g(x) = f(\sqrt{x})$

$g'(x) = f'(\sqrt{x}) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$= \frac{f'(\sqrt{x})}{2\sqrt{x}}$

Find $g'(x)$.

أوجد $g'(x)$.

A. $\frac{1}{2}f'(x)$

B. $\sqrt{f(x)}$

C. $f'(xf(x))$

D. $\frac{F'(x)}{2\sqrt{F(x)}}$

$\frac{d}{dx}\sqrt{F} = \frac{F'}{2\sqrt{F}}$ rule

$g(x) = \sqrt{f(x)}$

$g'(x) = \frac{F'(x)}{2\sqrt{F(x)}}$

Find $g'(x)$.

أوجد $g'(x)$.

A. $f'(x) + xf''(x)$

B. $xf(x)$

C. $f'(xf(x)) \cdot (f(x) + xf'(x))$

D. $f(xf(x))$

product rule

$g(x) = f(xf(x))$

$g'(x) = f'(x \cdot f(x)) \cdot [1 \cdot f(x) + f'(x) \cdot x]$

$= f'(x f(x)) \cdot (f(x) + x f'(x))$

Find $g'(x)$.

A. $f(x)$

B. $\frac{1}{f(x)}$

C. $f\left(\frac{x}{f(x)}\right)$

D. $-\frac{f'\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2}$

أوجد $g'(x)$.

$g(x) = f\left(\frac{1}{x}\right) \to x^{-1}$

$g'(x) = -\frac{f\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2}$

Find $g'(x)$.

A. $-\frac{f'(x)}{[f(x)]^2}$

B. $1/f(x)$

C. $\frac{f'(x)}{f(x)}$

D. $-f(x)f'(x)$

أوجد $g'(x)$.

$g(x) = (f(x))^{-1}$

$g'(x) = -(f(x))^{-2} \cdot f'(x)$

$g(x) = \frac{1}{f(x)}$

$= -\frac{f'(x)}{(f(x))^2}$

Find $g'(x)$.

A. $-\frac{f'(x)}{[f(x)]^2}$

B. $\frac{x}{f(x)}$

C. $f'\left(\frac{x}{f(x)}\right) \cdot \left(\frac{f(x)-xf'(x)}{[f(x)]^2}\right)$

D. $f\left(\frac{x}{f(x)}\right)$

أوجد $g'(x)$.

$g'(x) = f'\left(\frac{x}{f(x)}\right) \cdot \frac{1 \cdot f(x) - x \cdot f'(x)}{(f(x))^2}$

$g(x) = f\left(\frac{x}{f(x)}\right)$ ① Right

$f'(x)$

0562854282

Find $g'(x)$.

أوجد $g'(x)$.

A. $f(x)$

B. $2(1+f(x))f'(x)$

C. $f(1+f(x))$

D. $2xf'(x^2)$

$g(x) = 1 + f(x^2)$

$g'(x) = f'(x^2) \cdot (2x)$

Find $g'(x)$.

أوجد $g'(x)$.

A. $f(x)$

B. $2(1+f(x))f'(x)$

C. $f(1+f(x))$

D. $2xf'(x^2)$

$g(x) = [1+f(x)]^2$

$g'(x) = 2[1+f(x)] \cdot f'(x)$

Find $g'(x)$.

أوجد $g'(x)$.

A. $f(1+f(x)) \cdot f'(x)$

B. $f'(x)$

C. $f'(1+f(x)) \cdot f'(x)$

D. $1+f(x)$

$g(x) = f(1+f(x))$

$g'(x) = f'(1+f(x)) \cdot f'(x)$

0562854282

In exercises 17–22, f has an inverse g. Use Theorem 5.2 to find $g'(a)$.

في التمارين 17–22، f لها معكوس g. استخدم النظرية 5.2 لإيجاد $g'(a)$

Q14-MCQ 3-5

Find $g'(a)$.

أوجد $g'(a)$.

* derivative of inverse

$f \rightarrow g$ مشتقة معكوس *

$f(x) = x^3 + 4x - 1, \quad a = -1$

ⓐ $g'(-1) = 1/4$

ⓑ $g'(-1) = -1/4$

ⓒ $g'(-1) = 2/3$

ⓓ $g'(-1) = -2/3$

* $g'(-1) = \frac{1}{F'(g(-1))}$

* $F(x) = -1 \Rightarrow$ shift → solve

$x^3 + 4x - 1 = -1 \Rightarrow x = 0 = g(-1)$

* $g'(-1) = \frac{1}{F'(0)} = \frac{1}{\text{shift} \rightarrow \frac{d}{dx}(\quad)_{x=0}} = \frac{1}{4}$

Find $g'(a)$.

أوجد $g'(a)$.

* $g'(-2) = \frac{1}{F'(g(-2))}$

$f(x) = x^5 + 4x - 2, \quad a = -2$

ⓐ $g'(-2) = 1/4$

ⓑ $g'(-2) = -1/4$

ⓒ $g'(-2) = 2/3$

ⓓ $g'(-2) = -2/3$

* $f(x) = -2 \Rightarrow$ shift → solve

$x = g(-2) = 0$

* $g'(-2) = \frac{1}{F'(0)}$

$= \frac{1}{\text{shift} \rightarrow \frac{d}{dx}(\quad)_{x=0}} = \frac{1}{4}$

TAREK ACADEMY mrtarekacademy.com 0562854282 - 037637703

Find $g'(a)$.

أوجد $g'(a)$.

$$f(x) = x^5 + 3x^3 + x, \quad a = 5$$

ⓐ $g'(5) = 1/4$

ⓑ $g'(5) = -1/4$

ⓒ $g'(5) = 2/3$

ⓓ $g'(5) = 1/15$

$$g'(5) = \frac{1}{f'(g(5))}$$

$f(x) = 5 \rightarrow$ shift → solve

$x = 1 = g(5)$

$$g'(5) = \frac{1}{f'(1)}$$

$$= \frac{1}{\text{shift} \rightarrow \frac{d}{dx}(\quad)_{x=1}}$$

Find $g'(a)$.

أوجد $g'(a)$.

$$f(x) = x^3 + 2x + 1, \quad a = -2$$

ⓐ $g'(-2) = 1/4$

ⓑ $g'(-2) = -1/4$

ⓒ $g'(-2) = 1/5$

ⓓ $g'(-2) = -2/3$

$$g'(-2) = \frac{1}{f'(g(-2))}$$

$f(x) = -2 \rightarrow$ shift → solve

$x = -1$

$$g'(-2) = \frac{1}{f'(-1)}$$

$$= \frac{1}{\text{shift} \rightarrow \frac{d}{dx}(\quad)_{x=-1}}$$

في الرياضيات 0562854282

Find $g'(a)$.

أوجد $g'(a)$.

$$f(x) = \sqrt{x^3 + 2x + 4}, \quad a = 2$$

ⓐ $g'(2) = 4$

ⓑ $g'(2) = -4$

ⓒ $g'(2) = 2$

ⓓ $g'(2) = -3$

$$\bar{g}(2) = \frac{1}{\bar{f}(g(2))}$$

$$* \; f(x) = 2 \longrightarrow x = 0$$

$$* \; \bar{g}(2) = \frac{1}{\bar{f}(0)}$$

Shift → $\frac{d}{dx}$ ( ) $x = 0$

Find $g'(a)$.

أوجد $g'(a)$.

$$f(x) = \sqrt{x^5 + 4x^3 + 3x + 1}, \quad a = 3$$

ⓐ $g'(3) = 3/10$

ⓑ $g'(3) = -4$

ⓒ $g'(3) = 2/10$

ⓓ $g'(3) = -3/10$

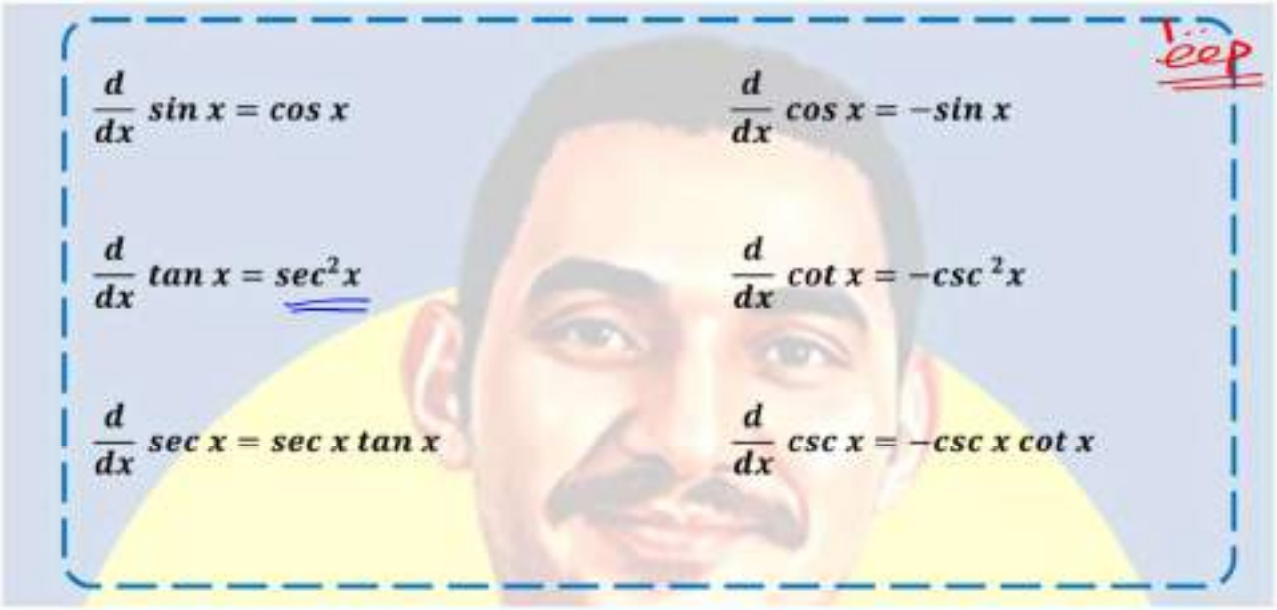
$$\bar{g}(3) = \frac{1}{\bar{f}(g(3))}$$

$$* \; f(x) = 3 \Longrightarrow \boxed{x = 1}$$

$$* \; \bar{g}(3) = \frac{1}{\bar{f}(1)}$$

Shift → $\frac{d}{dx}$ ($\sqrt{\;}$) $x = 1$

استاذ في الرياضيات 0562854282



$$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$$

$$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$$
$$\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$$
$$\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta$$

$$\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$$

$$Sin^2\theta + Cos^2\theta = 1$$

$$Sin^2\theta = 1 - Cos^2\theta$$

$$Cos^2\theta = 1 - Sin^2\theta$$

$$Tan^2\theta + 1 = Sec^2\theta$$

$$Cot^2\theta + 1 = Csc^2\theta$$

* $\cos x \cdot \sec x = 1$
* $\sin x \cdot \csc x = 1$
* $\cot x \cdot \tan x = 1$

Product rule **Q15-MCQ 3-6** مشتقة ضرب اثنين

9. Find the derivative for $f(t) = \sin 3t \sec 3t$ أوجد المشتقة

a) $3\sec 3t \tan 3t$

b) $3\sin 3t \sec 3t \tan 3t$

c) $3\sec^2 3t$

d) $3\cos 3t \sec 3t$

$\sin 3t \cdot \sec 3t$

$3\cos 3t \quad 3\sec 3t \tan 3t$

$f'(t) = \sin 3t[3\sec 3t \tan 3t] + 3\cos 3t \sec 3t$

$3\sec 3t[\sin 3t \cdot \tan 3t + \cos 3t]$

$3\sec 3t\left[\frac{\sin^2 3t}{\cos 3t} + \cos 3t\right]$

$3\sec 3t\left[\frac{\sin^2 3t + \cos^2 3t}{\cos 3t}\right]$

$3\sec 3t\left(\frac{1}{\cos 3t}\right)$

$3\sec 3t \cdot \sec 3t$

$$\boxed{3\sec^2 3t}$$

0562854282

10. Find the derivative for $f(x) = \sqrt{\cos(2x)\sec(2x)}$ أوجد المشتقة

a) $\dfrac{-\cos(2x)\csc^2(2x) - \sin(2x)\sec(2x)}{\sqrt{\cos(2x)\cot(2x)}}$

b) 1

c) 0

d) $\dfrac{-2\cos(2x)\cot(2x) - 2\sin(2x)\sec(2x)}{\sqrt{\cos(2x)\cot(2x)}}$

$\sqrt{\cos 2x \cdot \frac{1}{\cos 2x}}$

$f(x) = \sqrt{1} = 1$

$f'(x) = 0$

$* \sec x = \frac{1}{\cos x}$

$* \csc x = \frac{1}{\sin x}$

$* \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

$* \cot x = \frac{1}{\tan x} = \frac{\cos x}{\sin x}$

استاذ طارق علي في الرياضيات 0562854282

11. Find the derivative for $f(w) = \frac{1}{\sin 4w}$ أوجد المشتقة

a) $4\sec 4w\tan 4w$

b) $-\frac{4\cos 4w}{\sin^2 4w}$

c) $-4\csc 4w\cot 4w$

d) $\frac{4}{\cos 4w}$

$\frac{1}{\sin 4w}$ ⊖ 0 Right

$4\cos 4w$

$\frac{0(\sin 4w) - 1(4\cos 4w)}{(\sin 4w)^2}$

$= \frac{-4\cos 4w}{(\sin 4w)^2}$

---

13. Find the derivative for $f(x) = 2\sin 2x\cos 2x$ أوجد المشتقة

a) $4\cos^2 2x - 4\sin^2 2x$

b) $4\cos 2x\sin 2x$

c) $4\cos 2x$

d) $2\cos 2x$

$2\sin 2x \cdot \cos 2x$ +

$4\cos 2x$ $-2\sin 2x$

$f'(x) = -2\sin 2x(2\sin 2x) + 4\cos 2x(\cos 2x)$

$= -4\sin^2 2x + 4\cos^2 2x$

0562854282

15. Find the derivative for $f(x) = \tan\sqrt{x^2+1}$ أوجد المشتقة

a) $\sec^2\sqrt{x^2+1}$

b) $\frac{x\sec^2\sqrt{x^2+1}}{2\sqrt{x^2+1}}$

c) $\frac{\sec^2\sqrt{x^2+1}}{2\sqrt{x^2+1}}$

d) $\frac{x\sec^2\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}}$ ✓

$$f'(x) = \sec^2\sqrt{x^2+1} \cdot \frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}$$

$$= \frac{x\sec^2\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}}$$

---

16. Find the derivative for $f(t) = \sqrt{\cos 5t \sec 5t}$ أوجد المشتقة

a) $\frac{5\sin 5t}{2\sqrt{\cos 5t \sec 5t}}$

b) 0 ✓

c) $\frac{5\tan 5t}{2\sqrt{\sec 5t}}$

d) $\frac{5}{2\sqrt{\cos 5t}}$

$-5\sin 5t$, $+$, $5\sec 5t \tan 5t$

$$* \frac{d}{dx}\sqrt{f} = \frac{f'}{2\sqrt{f}}$$

$$f'(t) = \frac{5\cos 5t \cdot \sec 5t \cdot \tan 5t - 5\sin 5t \cdot \sec 5t}{2\sqrt{\cos 5t \sec 5t}}$$

0562854282

$$\frac{5 \cdot 1 \cdot \tan 5t - 5 \sin 5t \cdot \frac{1}{\cos 5t}}{2\sqrt{\quad}}$$

$$\frac{5\tan 5t - 5\tan 5t}{2\sqrt{\quad}}$$

$$\frac{0}{2\sqrt{\quad}} = \boxed{0}$$

17. Find the derivative for $f(x) = \sin^3(\cos\sqrt{x^3+2x^2})$ أوجد المشتقة

a) $3\sin^2(\cos\sqrt{x^3+2x^2})\cos(\cos\sqrt{x^3+2x^2})$

b) $-\dfrac{3x(3x+4)\sin^2(\cos\sqrt{x^3+2x^2})\cos(\cos\sqrt{x^3+2x^2})\sin\sqrt{x^3+2x^2}}{2\sqrt{x^3+2x^2}}$

c) $-\dfrac{3x^2\sin^2(\cos\sqrt{x^3+2x^2})\sin\sqrt{x^3+2x^2}}{2\sqrt{x^3+2x^2}}$

d) $\dfrac{3\sin^2(\cos\sqrt{x^3+2x^2})\cos\sqrt{x^3+2x^2}}{2\sqrt{x^3+2x^2}}$

$$f'(x) = 3\sin^2\left(\cos\sqrt{x^3+2x^2}\right)\cdot\cos\left(\cos\sqrt{x^3+2x^2}\right)\cdot-\sin\sqrt{x^3+2x^2}\cdot\frac{3x^2+4x}{2\sqrt{x^3+2x^2}}$$

18. Find the derivative for $f(w) = w^2\sec^2 3w$ أوجد المشتقة

a) $2w\sec^2 3w + 3w^2\sec 3w\tan 3w$

b) $w^2\sec 3w\tan 3w$

c) $2w\sec^2 3w$

d) $2w\sec^2 3w + 6w^2\sec^2 3w\tan 3w$

$w^2 \cdot \sec^2 3w$ (+) $2w \cdot 2\sec 3w \cdot \sec 3w\tan 3w \cdot 3$

$$f'(w) = 6w^2\sec^2 3w\tan 3w + 2w\sec^2 3w$$

d.

Q16-MCQ 3-7

39. Find the derivative for $f(x) = x^{\sin x}$ أوجد المشتقة

a) $x^{\sin x}\left(\frac{\sin x}{x} + \ln x \cos x\right)$

b) $x^{\sin x}(\cos x \ln x + \frac{\sin x}{x})$

c) $x^{\sin x}(\sin x \cdot \frac{1}{x} + \cos x \cdot \ln x)$

d) $x^{\sin x}\left(\frac{\sin x}{x} + \cos x \ln x\right)$

$* \ln y = \ln x^{\sin x}$

$\ln y = \sin x \cdot \ln x$ product

derivative

$\frac{1}{y} \cdot y' = \cos x \ln x + \sin x \cdot \frac{1}{x}$

$y' = y\left[\cos x \ln x + \frac{1}{x} \cdot \sin x\right]$

$y' = x^{\sin x}\left[\cos x \ln x + \frac{\sin x}{x}\right]$

---

40. Find the derivative for $f(x) = x^{4-x^2}$ أوجد المشتقة

a) $x^{4-x^2}\left(\frac{4-x^2}{x} - 2x\right)$

b) $x^{4-x^2}\left(-\frac{4-x^2}{x} - 2x \ln x\right)$

c) $x^{4-x^2}\left(\frac{4-x^2}{x} + 2x \ln x\right)$

d) $x^{4-x^2}\left(\frac{4-x^2}{x} - 2x \ln x\right)$

$\ln y = \ln x^{4-x^2}$

$\ln y = (4-x^2) \cdot \ln x$

$\frac{y'}{y} = (-2x)\ln x + (4-x^2) \cdot \frac{1}{x}$

$y' = y\left[-2x \ln x + \frac{4-x^2}{x}\right]$

$= x^{4-x^2}\left[-2x \ln x + \frac{4-x^2}{x}\right]$

TAREK ACADEMY mrtarekacademy.com 0562854282 - 037637703

41. Find the derivative for $f(x) = (\sin x)^x$ أوجد المشتقة

a) $(\sin x)^x(\frac{x}{\sin x} + \ln(\sin x)\cos x)$

b) $(\sin x)^x(\ln(\sin x) + \frac{x\cos x}{\sin x})$

c) $(\sin x)^x(\ln(\sin x) + x\cot x)$

d) $(\sin x)^x(\ln(\sin x) + x\frac{\cos x}{\sin x})$

$\ln y = \ln(\sin x)^x$

$\ln y = x \cdot \ln(\sin x)$

$\frac{y'}{y} = 1 \cdot \ln(\sin x) + x \cdot \frac{\cos x}{\sin x}$

$y' = y\left(\ln(\sin x) + \frac{x\cos x}{\sin x}\right)$

$= (\sin x)^x\left[\ln(\sin x) + \frac{x\cos x}{\sin x}\right]$

---

42. Find the derivative for $f(x) = (x^2)^{4x}$ أوجد المشتقة

a) $(x^2)^{4x}(8\ln x + 8)$

b) $(x^2)^{4x}(8x\ln x + 8x)$

c) $(x^2)^{4x}(4\ln x + 4)$

d) $(x^2)^{4x}(8\ln x + 4)$

$\ln y = \ln(x^2)^{4x}$

$\ln y = 4x \cdot \ln(x^2)$

$\frac{y'}{y} = 4 \cdot \ln(x^2) + 4x \cdot \frac{2x}{x^2}$

$y' = y[4\ln(x^2) + 8]$

$= (x^2)^{4x}[4\ln(x^2) + 8] = (x^2)^{4x}[8\ln x + 8]$

43. Find the derivative for $f(x) = x^{\ln x}$ أوجد المشتقة

a) $2x^{\ln x - 1} \ln x$

b) $x^{\ln x} \cdot \frac{2\ln x}{x}$

c) $2x^{\ln x} \cdot \frac{\ln x}{x}$

d) $x^{\ln x} \cdot \frac{1+\ln x}{x}$

$\ln y = \ln (x^{\ln x})$

$\ln y = \ln x \cdot \ln x$

$\ln y = (\ln x)^2$

$\frac{y'}{y} = 2 \cdot \ln x \cdot \frac{1}{x}$ → x^{-1}

$y' = y \left(\frac{2 \ln x}{x} \right) = x^{\ln x} \left(\frac{2 \ln x}{x} \right)$

---

44. Find the derivative for $f(x) = x^{\sqrt{x}}$ أوجد المشتقة

a) $x^{\sqrt{x}} \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{\ln x}{\sqrt{x}} \right)$

b) $x^{\sqrt{x}} \left(\frac{\ln x}{2\sqrt{x}} + \frac{2}{\sqrt{x}} \right)$

c) $x^{\sqrt{x}} \left(\frac{\ln x}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$

d) $x^{\sqrt{x}} \left(\frac{\ln x}{\sqrt{x}} + \frac{1}{2\sqrt{x}} \right)$

$\ln y = \ln x^{\sqrt{x}}$

$\ln y = \sqrt{x} \cdot \ln x$

$\frac{y'}{y} = \frac{1}{2\sqrt{x}} \ln x + \sqrt{x} \cdot \frac{1}{x}$

$y' = y \left[\frac{\ln x}{2\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{x} \right] = x^{\sqrt{x}} \left[\frac{\ln x}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right]$

0562854282

Q17-MCQ 3-7

Find $f'(x)$.

أوجد $f'(x)$.

$f(x) = x^3 e^x$

$3x^2$, e^x

$f(x) = x^3 e^x + 3x^2 e^x$

$= x^2 e^x [x+3]$

a) $x^2 e^{2x}(x+3)$

b) $x^2 e^x (x-3)$

c) $2x^2 e^x (x+3)$

d) $x^2 e^x (x+3)$

Find $f'(x)$.

أوجد $f'(x)$.

$2e^{2x}$, $-4\sin 4x$

$f(x) = e^{2x}\cos(4x)$

$f(x) = 2e^{2x}\cos 4x - 4e^{2x}\sin 4x$

a) $2e^{2x}cos4x - e^{2x}\,sin4x$

b) $2e^{2x}cos4x + 4e^{2x}\,sin4x$

c) $2e^{2x}cos4x - 4e^{2x}\,sin4x$

d) $2e^{2x}cosx - 4e^{2x}\,sinx$

Find $f'(t)$.

أوجد $f'(t)$.

rule → $\frac{d}{dx} 2^x = 2^x \cdot \ln 2 \cdot x'$

$f(t) = t + 2^t$

$f'(t) = 1 + 2^t \cdot \ln 2 \cdot 1$

$= 1 + 2^t \ln 2$

a) $1 + 2^x\ ln2$

b) $1 + 2^x\ lnx$

c) $2^x\ ln2$

d) $1 + 2^x$

0562854282

Find $f'(t)$.

أوجد $f'(t)$.

$f(t) = t4^{3t}$

$4^{3t} \cdot \ln 4 \cdot 3$

a) $4^{3t}(1+3t\ln 2)$

b) $4^{3t}(1+t\ln 4)$

c) $4^{3t}(1+3t\ln 4)$

d) $4^{t}(1+3t\ln 4)$

$f(t) = 1 \cdot 4^{3t} + t \cdot 4^{3t} \cdot \ln 4 \cdot 3$

$= 4^{3t}[1+3t\ln 4]$

Find $f'(x)$.

أوجد $f'(x)$.

a) $8e^{4x+1}$

b) $8e^{4x}+1$

c) $4e^{4x+1}$

d) $8e^{x+1}$

$f(x) = 2e^{4x+1}$

$f(x) = 2 \cdot e^{4x+1} \cdot 4$

$= 8e^{4x+1}$

Find $f'(x)$.

أوجد $f'(x)$.

a) e^{x}

b) $-e^{x}$

c) $\frac{-1}{e^{x}}$

d) e^{-x}

$f(x) = (1/e)^{x}$ rewrite.

$= e^{-x}$

$f(x) = e^{-x} \cdot (-1)$

$= \frac{-1}{e^{x}}$

0562854282

Find $h'(x)$.

أوجد $h'(x)$.

$$h(x) = (1/3)^{x^2}$$

a) $2x\ln 3\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2}$

b) $-2x\ln 3\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2}$

c) $-2x\ln 3\left(\frac{1}{3}\right)^{x}$

d) $2x\ln 1\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2}$

Find $h'(x)$.

أوجد $h'(x)$.

$$h(x) = 4^{-x^2}$$

a) $2x\,4^{x^2}\ln 4$

b) $4x\,4^{-x^2}\ln 4$

c) $-2x\,4^{-x^2}\ln 4$

d) $-4x\,4^{-x^2}\ln 2$

Find $f'(u)$.

أوجد $f'(u)$.

$$f(u) = e^{u^2+4u}$$

a) $(2u+4)e^{u^2+4u}$

b) $2ue^{u^2+4u}$

c) $(u^2+4u)e^{u^2+4u}$

d) $(4u+2)e^{u^2+4u}$

0562854282

Find $f'(u)$.

أوجد $f'(u)$.

$$f(x) = 3e^{\tan x}$$

a) $3e^{tanx}csc^2x$

b) $e^{tanx}sec^2x$

c) $3e^{tanx}secx$

d) $3e^{tanx}sec^2x$

$f(x) = 3\,e^{\tan x} \cdot \sec^2 x$

Find $f'(w)$.

أوجد $f'(w)$.

$$f(w) = \frac{e^{4w}}{w}$$

Right

$\frac{4e^{4w} \cdot w - 1 \cdot e^{4w}}{w^2}$

$\frac{e^{4w}(4w-1)}{w^2}$

a) $\frac{e^{4w}(4w-1)}{w^2}$

b) $\frac{e^{4w}(4w+1)}{w^2}$

c) $\frac{e^{4w}(w-1)}{w^2}$

d) $\frac{e^{4w}(4w-1)}{w}$

Find $f'(w)$.

أوجد $f'(w)$.

$$f(w) = \frac{w}{e^{6w}}$$

Right

$\frac{1 \cdot e^{6w} - w \cdot 6e^{6w}}{(e^{6w})^2}$

$\frac{e^{6w}[1-6w]}{e^{12w}}$

$\frac{1-6w}{e^{6w}}$

a) $\frac{(6w-1)}{e^{6w}}$

b) $\frac{(1-6w)}{e^{6w}}$

c) $\frac{(1+6w)}{e^{6w}}$

d) $\frac{(1-6w)}{e^{12w}}$

TAREK ACADEMY mrtarekacademy.com 0562854282 - 037637703

Find $f'(x)$.

أوجد $f'(x)$.

$$f(x) = \ln(2x)$$

a) $2x$

b) $x\ln 2$

c) $\frac{1}{2x}$

d) $\frac{1}{x}$

Find $f'(x)$.

أوجد $f'(x)$.

$$f(x) = \ln(\sqrt{8x})$$

a) $2x$

b) $x\ln 2$

c) $\frac{1}{2x}$

d) $\frac{1}{x}$

Derivatives of Inverse Trig Functions

$$\frac{d}{dx}\arcsin u = \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}} \qquad \frac{d}{dx}\arccos u = \frac{-u'}{\sqrt{1-u^2}}$$

$$\frac{d}{dx}\arctan u = \frac{u'}{1+u^2} \qquad \frac{d}{dx}\operatorname{arccot} u = \frac{-u'}{1+u^2}$$

$$\frac{d}{dx}\operatorname{arcsec} u = \frac{u'}{|u|\sqrt{u^2-1}} \qquad \frac{d}{dx}\operatorname{arccsc} u = \frac{-u'}{|u|\sqrt{u^2-1}}$$

$\arcsin = \sin^{-1}$

$\arccos = \cos^{-1}$

$\arctan = \tan^{-1}$

$\operatorname{arccot} = \cot^{-1}$

$\operatorname{arccsc} = \csc^{-1}$

$\operatorname{arcsec} = \sec^{-1}$

Q18-MCQ 3-8

Find $f'(x)$.

أوجد $f'(x)$.

$$f(x) = \sin^{-1}(x^3 + 1)$$

a) $f'(x) = \dfrac{3x^2}{\sqrt{1-(x^3+1)^2}}$

b) $f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x(1-x)}}$

c) $f'(x) = \dfrac{-3x^2}{\sqrt{1-(x^3+1)^2}}$

d) $f'(x) = \dfrac{-1}{2\sqrt{x(1-x)}}$

Find $f'(x)$.

أوجد $f'(x)$.

$$f(x) = \sin^{-1}(\sqrt{x})$$

a) $f'(x) = \dfrac{3x^2}{\sqrt{1-(x^3+1)^2}}$

b) $f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x(1-x)}}$

c) $f'(x) = \dfrac{-3x^2}{\sqrt{1-(x^3+1)^2}}$

d) $f'(x) = \dfrac{-1}{2\sqrt{x(1-x)}}$

Find $f'(x)$.

أوجد $f'(x)$.

$$f(x) = \cos^{-1}(x^2 + x)$$

a) $f'(x) = \dfrac{2}{x\sqrt{x^2-4}}$

b) $f'(x) = \dfrac{-(2x+1)}{\sqrt{1-(x^2+x)}}$

c) $f'(x) = \dfrac{-3x^2}{\sqrt{1-(x^2+x)^2}}$

d) $f'(x) = \dfrac{-(2x+1)}{\sqrt{1-(x^2+x)^2}}$

Find $f'(x)$.

أوجد $f'(x)$.

$$f(x) = \cos^{-1}\left(\frac{2}{x}\right)$$

a) $f'(x) = \dfrac{-2}{x\sqrt{x^2-4}}$

b) $f'(x) = \dfrac{-(2x+1)}{\sqrt{1-(x^2+x)}}$

c) $f'(x) = \dfrac{-3x^2}{\sqrt{1-(x^2+x)^2}}$

d) $f'(x) = \dfrac{-(2x+1)}{\sqrt{1-(x^2+x)^2}}$

Find $f'(x)$.

أوجد $f'(x)$.

$$f(x) = \tan^{-1}(\sqrt{x})$$

a) $f'(x) = \dfrac{2}{\sqrt{x}(1+x)}$

b) $f'(x) = \dfrac{-1}{x^2+1}$

c) $f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}(1+x)}$

d) $f'(x) = \dfrac{1}{x^2+1}$

Find $f'(x)$.

أوجد $f'(x)$.

$$f(x) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$$

a) $f'(x) = \dfrac{2}{\sqrt{x}(1+x)}$

b) $f'(x) = \dfrac{-1}{x^2+1}$

c) $f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}(1+x)}$

d) $f'(x) = \dfrac{1}{x^2+1}$

Find $f'(x)$.

أوجد $f'(x)$.

$$f(x) = \sqrt{2 + \tan^{-1}(x)}$$

a) $f'(x) = e^{\tan^{-1}x}(1+x^2)$

b) $f'(x) = \dfrac{1}{2(1+x^2)\sqrt{2+\tan x}}$

c) $f'(x) = \dfrac{e^{\tan^{-1}x}}{1+x^2}$

d) $f'(x) = \dfrac{1}{2(1+x^2)\sqrt{2+\tan^{-1}x}}$

Find $f'(x)$.

أوجد $f'(x)$.

$$f(x) = e^{\tan^{-1}(x)}$$

a) $f'(x) = e^{\tan^{-1}x}(1+x^2)$

b) $f'(x) = \dfrac{e^{\tan^{-1}x}}{\sqrt{2+\tan^{-1}x}}$

c) $f'(x) = \dfrac{e^{\tan^{-1}x}}{1+x^2}$

d) $f'(x) = \dfrac{1}{2(1+x^2)\sqrt{2+\tan^{-1}x}}$

0562854282

Q19-MCQ 3-10

مثال 1

Find a value of c satisfying the conclusion of Rolle's Theorem for

أوجد قيمة c تحقق نتيجة نظرية رول للدالة في الفترة المعطاة.

Ex1: $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 2$ on the interval $[0, 1]$.

a) $c = 1.57$

b) $c = 0.4226$

c) $c = 1.57$ *and* 0.4226

d) $c = \frac{2}{3}$

① $f(0) = 0^3 - 3(0)^2 + 2(0) + 2 = 2$

$f(1) = 1^3 - 3(1)^2 + 2(1) + 2 = 2$

② $f'(c) = 3x^2 - 6x + 2$

$= 3c^2 - 6c + 2 = 0$

$c = 1.57 \notin [0,1]$

$c = 0.4226 \in [0,1]$ ✓

---

1) $f(x) = x^3 + x^2, [0, 1]$

أوجد قيمة c تحقق نتيجة نظرية رول للدالة في الفترة المعطاة.

a) $c = -1.22$

b) $c = 1$

c) $c = 0$

d) $c = 0.55$

* $f(0) = 0$

* $f(1) = 2$

* $f'(c) = 0 \longrightarrow 3x^2 + 2x = 0$

$3c^2 + 2c = 0$

3 =

2 =

0 =

mode → equation → 2 → 2

$c = -0.66 \notin [0,1]$

$c = 0 \in [0,1]$

Q20-MCQ 3-10

EXAMPLE 10.5 Proving an Inequality for sin X Prove that $|\sin a| \leq |a|$ for all $a \neq 0$.

المثال 10.5: إثبات متباينة للدالة الجيب أثبت أن $|\sin a| \leq |a|$ لكل $a \neq 0$.

a) Using the Mean Value Theorem on $f(x) = \sin x$

b) Using the Taylor series expansion of $\sin x$

c) Using the fact that $\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$

d) Using the definition of the derivative at $x = 0$

a) استخدام نظرية القيمة المتوسطة على $f(x) = \sin x$

b) استخدام متسلسلة تايلور للدالة $\sin x$

c) استخدام حقيقة أن $\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$

d) استخدام تعريف المشتقة عند $x = 0$

① $a = 0 \rightarrow F(0) = \sin 0 = 0$

$[0, a]$

② $\bar{f}(c) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\sin a - \sin 0}{a - 0}$

$= \frac{\sin a}{a}$, $\bar{f}(a) = \cos a$

$\bar{F}(c) = \bar{F}(a)$

$\sin 30 = 0.5$

$\cos 30 = 0.8$

$\frac{\sin a}{a} = \cos a \cdot |a|$

$|\sin a| \leq |a|$

الجزء الكتابي

Q21-FRQ 2-4

(a) Determine values of a and b that make the function continuous.

(a) أوجد قيم a و b التي تجعل الدالة متصلة.

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{2\sin(x)}{x}, & x<0\\ a, & x=0\\ b\cos(x), & x\geq 0\end{cases}$$

$\lim_{x\to 0^-} F = \lim_{x\to 0^+} F = F(0)$

$F(0)$

$\frac{\sin ax}{bx} = \frac{a}{b}$

$* \lim_{x\to 0^-} \frac{2\sin x}{x} = 2\cdot\frac{1}{1} = \boxed{2}$

$* \lim_{x\to 0^+} b\cos x = b\cos 0 = b\cdot 1 = \boxed{b}$

$* F(0) = a$

$a = b = 2$

$a = 2 \quad , \quad b = 2$

(a) Determine values of a and b that make the function continuous.

(a) أوجد قيم a و b التي تجعل الدالة متصلة.

$$f(x)=\begin{cases}ae^x+1, & x<0\\ \sin^{-1}\left(\frac{x}{2}\right), & 0\leq x\leq 2\\ x^2-x+b, & x>2\end{cases}$$

$* \lim_{x\to 0^-} F(x) = \lim_{x\to 0^+} F(x) = F(0)$

$* \lim_{x\to 0^-} ae^0 + 1 = a+1$

$* \lim_{x\to 0^-} \sin^{-1}\left(\frac{0}{2}\right) = \sin^{-1}(0) = 0$

$\rightarrow a+1=0 \rightarrow \boxed{a=-1}$

0562854282

$$f(x)=\begin{cases} ae^{x}+1, & x<0 \\ \sin^{-1}\left(\frac{x}{2}\right), & 0\le x\le 2 \\ x^{2}-x+b, & x>2 \end{cases}$$

* $\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^+} f(x) = f(2)$

* $\lim_{x\to 2^-} \sin^{-1}\left(\frac{2}{2}\right) = \sin^{-1}(1) = \frac{\pi}{2}$

* $\lim_{x\to 2^+} 2^2 - 2 + b = 2 + b$

$\Rightarrow b+2 = \frac{\pi}{2}$

$b = \frac{\pi}{2} - 2$

(a) Determine values of a and b that make the function continuous.

(a) أوجد قيم a و b التي تجعل الدالة متصلة.

$$f(x)=\begin{cases} a(\tan^{-1}(x)+2), & x<0 \\ 2e^{bx}+1, & 0\le x\le 3 \\ \ln(x-2)+x^2, & x>3 \end{cases}$$

$* \lim_{x\to 0^-} F(x) = \lim_{x\to 0^+} F(x) = F(0)$

$\lim_{x\to 0^-} a[\tan^{-1} 0 + 2] = a(0+2)$

$= \boxed{2a}$

$\lim_{x\to 0^+} 2e^{0b} + 1 = 2(1)+1 = \boxed{3}$

$2a = 3 \rightarrow \boxed{a = \frac{3}{2}}$

$* \lim_{x\to 3^-} F(x) = \lim_{x\to 3^+} f(x) = F(3)$

$* \lim_{x\to 3^-} 2e^{3b} + 1 = 2e^{3b} + 1$

$* \lim_{x\to 3^+} \ln(3-2) + 3^2 = \ln 1 + 9 = 0 + 9 = 9$

$2e^{3b} + 1 = 9 \rightarrow 2e^{3b} = 9 - 1$

$\frac{2e^{3b}}{2} = \frac{8}{2} \rightarrow e^{3b} = 4 \rightarrow 3b = \ln 4$

$b = \frac{\ln 4}{3}$

33. Suppose that the size of the pupil of a certain animal is given by $f(x)$ (mm), where x is the intensity of the light on the pupil. If $f(x) = \frac{80x^{-0.3}+60}{2x^{-0.3}+5}$, find the size of the pupil with no light and the size of the pupil with an infinite amount of light.

33. افترض أن حجم بؤبؤ عين حيوان معين يُعطى بالدالة $f(x)$ (مم)، حيث x هي شدة الضوء الساقط على البؤبؤ. إذا كانت $f(x) = \frac{80x^{-0.3}+60}{2x^{-0.3}+5}$، فأوجد حجم البؤبؤ في حالة انعدام الضوء، وحجم البؤبؤ في حالة شدة الضوء اللانهائية.

$$* \lim_{x\to 0^+} \frac{80x^{-0.3}+60}{2x^{-0.3}+5} = \lim_{x\to 0^+} \frac{\frac{80x^{-0.3}}{x^{-0.3}} + \frac{60}{x^{-0.3}}}{\frac{2x^{-0.3}}{x^{-0.3}} + \frac{5}{x^{-0.3}}}$$

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{80 + 60x^{0.3}}{2 + 5x^{0.3}} = \lim_{x\to 0^+} \frac{80 + 60(0)^{0.3}}{2 + 5(0)^{0.3}}$$

$$= \frac{80}{2} = 40 \text{ mm}$$

$$* \lim_{x\to\infty} \frac{80x^{-0.3}+60}{2x^{-0.3}+5} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{80}{x^{0.3}} + 60}{\frac{2}{x^{0.3}} + 5}$$

$\frac{N}{\infty} = 0$ لنهاية

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\frac{80}{\infty} + 60}{\frac{2}{\infty} + 5} = \frac{0+60}{0+5}$$

$$= \frac{60}{5} = \boxed{12 \text{ mm}}$$

34. Repeat exercise 33 with $f(x) = \frac{80x^{-0.3}+60}{8x^{-0.3}+15}$.

34. كرر التمرين 33 مع $f(x) = \frac{80x^{-0.3}+60}{8x^{-0.3}+15}$.

$$* \lim_{x \to 0^+} \frac{\frac{80x^{-0.3}}{x^{-0.3}} + \frac{60}{x^{-0.3}}}{\frac{8x^{-0.3}}{x^{-0.3}} + \frac{15}{x^{-0.3}}} = \lim_{x \to 0^+} \frac{80 + 60x^{0.3}}{8 + 15x^{0.3}}$$

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{80 + 60(0)^{0.3}}{8 + 15(0)^{0.3}} = \frac{80}{8} = \boxed{10 \text{ mm}}$$

$$* \lim_{x \to \infty} \frac{\frac{80}{x^{0.3}} + 60}{\frac{8}{x^{0.3}} + 15}$$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{\frac{80}{\infty} + 60}{\frac{8}{\infty} + 15} = \frac{0 + 60}{0 + 15}$$

$$\frac{60}{15} = 4 \text{ mm}$$

0562854282

35. Modify the function in exercise 33 to find a function f such that $\lim_{x\to 0^+} f(x) = 8$ and $\lim_{x\to\infty} f(x) = 2$.

35.عدّل الدالة في التمرين 33 لإيجاد دالة f بحيث $\lim_{x\to 0^+} f(x) = 8$ و $\lim_{x\to\infty} f(x) = 2$.

$$f(x) = \frac{80x^{-0.3} + 60}{Ax^{-0.3} + B}$$

$$*\lim_{x\to 0^+} \frac{\frac{80x^{-0.3}}{x^{-0.3}} + \frac{60}{x^{-0.3}}}{\frac{Ax^{-0.3}}{x^{-0.3}} + \frac{B}{x^{-0.3}}} = 8$$

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{80 + 60x^{0.3}}{A + Bx^{0.3}} = \frac{80 + 60(0)}{A + B(0)} = 8$$

$$\frac{80}{A} = 8 \qquad A = \frac{80}{8} = \boxed{10}$$

$$*\lim_{x\to\infty} \frac{\frac{80}{x^{0.3}} + 60}{\frac{A}{x^{0.3}} + B} = \frac{\frac{80}{\infty} + 60}{\frac{A}{\infty} + B} = 2$$

$$\frac{60}{B} = 2 \qquad B = \frac{60}{2} = 30$$

$$\Rightarrow F(x) = \frac{80x^{-0.3} + 60}{10x^{-0.3} + 30}$$

36. Find a function of the form $f(x) = \frac{20x^{-0.4}+16}{g(x)}$ such that $\lim_{x\to 0^+} f(x) = 5$ and $\lim_{x\to\infty} f(x) = 4$.

36. أوجد دالة على الصورة $f(x) = \frac{20x^{-0.4}+16}{g(x)}$ بحيث $\lim_{x\to 0^+} f(x) = 5$ و $\lim_{x\to\infty} f(x) = 4$.

$$* f(x) = \frac{20x^{-0.4} + 16}{Ax^{-0.4} + B}$$

$$\to \lim_{x\to 0^+} \frac{\frac{20x^{-0.4}}{x^{-0.4}} + \frac{16}{x^{-0.4}}}{\frac{Ax^{-0.4}}{x^{-0.4}} + \frac{B}{x^{-0.4}}} = \lim_{x\to 0^+} \frac{20 + 16x^{0.4}}{A + Bx^{0.4}}$$

$$\frac{20 + 16(0)}{A + B(0)} = 5 \to \frac{20}{A} = 5$$

$$A = \frac{20}{5} = \boxed{4}$$

$$* \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{20}{x^{0.4}} + 16}{\frac{A}{x^{0.4}} + B} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{20}{\infty} + 16}{\frac{A}{\infty} + B}$$

$$\frac{16}{B} = 4 \to B = \frac{16}{4} = \boxed{4}$$

0562854282

37. Suppose that the velocity of a skydiver t seconds after jumping is given by $v(t) = -\sqrt{\frac{32}{k}}\frac{1-e^{-2t\sqrt{32k}}}{1+e^{-2t\sqrt{32k}}}$. Find the limiting velocity with $k = 0.00064$ and $k = 0.00128$. By what factor does a skydiver have to change the value of k to cut the limiting velocity in half?

37. أفترض أن سرعة القفاز t ثانية بعد القفز تُعطى بالعلاقة $v(t) = -\sqrt{\frac{32}{k}}\frac{1-e^{-2t\sqrt{32k}}}{1+e^{-2t\sqrt{32k}}}$. أوجد السرعة النهائية لتقليل السرعة النهائية الى k بأي عامل يجب على القفاز تغيير قيمة $k = 0.00064$ و $k = 0.00128$. عندما النصف؟

$$v = \lim_{t\to\infty} -\sqrt{\frac{32}{k}} \cdot \frac{1-e^{-2(\infty)\sqrt{32k}}}{1+e^{-2(\infty)\sqrt{32k}}}$$

$e^{\infty} = \infty$

$e^{-\infty} = 0$

$$v = \lim_{t\to\infty} -\sqrt{\frac{32}{k}} \cdot \frac{1-0}{1+0} = -\sqrt{\frac{32}{k}}$$

$$*\text{at } k = 0.00064 \rightarrow v = -\sqrt{\frac{32}{0.00064}}$$

$$v \approx -223.6$$

$$*k = 0.00128 \rightarrow v = -\sqrt{\frac{32}{0.00128}}$$

$$v \approx -158.1$$

* نفرض معامل a لـ k

$$v = \left(\sqrt{\frac{32}{ak}}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{32}{k}}\right)^2$$

$$\frac{32}{ak} = \frac{1}{4}\cdot\frac{32}{k} \rightarrow \frac{1}{a} = \frac{1}{4} \Rightarrow a = 4$$

TAREK ACADEMY mrtarekacademy.com 0562854282 - 037637703

Q22-FRQ 3-4

25. Suppose that for some toy, the quantity sold $Q(t)$ at time t years decreases at a rate of 4%; explain why this translates to $Q'(t) = -0.04Q(t)$. Suppose also that the price increases at a rate of 3%; write out a similar equation for $P'(t)$ in terms of $P(t)$. The revenue for the toy is $R(t) = Q(t)P(t)$. Substituting the expressions for $Q'(t)$ and $P'(t)$ into the product rule $R'(t) = Q'(t)P(t) + Q(t)P'(t)$, show that the revenue decreases at a rate of 1%. Explain why this is "obvious."

25. افترض أن الكمية المباعة $Q(t)$ للعبة ما في الوقت t **(بالسنوات)** تتناقص بمعدل 4%؛ اشرح لماذا يُترجم هذا إلى $Q'(t) = -0.04Q(t)$. افترض أيضًا أن السعر يزداد بمعدل 3%؛ اكتب معادلة مشابهة لـ $P'(t)$ بدلالة $P(t)$. الإيراد من اللعبة هو $R(t) = Q(t)P(t)$. بالتعويض عن التعبيرين $Q'(t)$ و $P'(t)$ في قاعدة الضرب $R'(t) = Q'(t)P(t) + Q(t)P'(t)$، بيّن أن الإيراد يتناقص بمعدل 1%. اشرح لماذا يعتبر هذا "واضحًا."

* $R(t) = Q(t) \cdot P(t)$, $\acute{P}(t) = 0.03P(t)$

* $\acute{R}(t) = \acute{Q}(t)P(t) + Q(t) \cdot \acute{P}(t)$

$= -0.04Q(t)P(t) + Q(t) \cdot 0.03P(t)$

$= -0.04R(t) + 0.03R(t)$

$\acute{R}(t) = -0.01R(t)$

$\acute{R}(t) = \frac{-1}{100}R(t) = -1\%\ R(t)$

revenue decreases by 1% rate.

0562854282

26. As in exercise 25, suppose that the quantity sold decreases at a rate of 4%. By what rate must the price be increased to keep the revenue constant?

26. كما في التمرين 25، افترض أن الكمية المباعة تتناقص بمعدل 4% .ما هو المعدل الذي يجب أن يزداد به السعر للحفاظ على ثبات الإيراد؟

$$\acute{Q}(t) = -0.04\, Q(t)$$

$$\acute{P}(t) = a\, P(t)$$

$$\rightarrow \acute{R}(t) = \acute{Q}(t)\, P(t) + Q(t)\, \acute{P}(t) = 0$$

$$\acute{R}(t) = -0.04\, Q(t)\, P(t) + Q(t) \cdot a\, P(t)$$

$$= -0.04\, R(t) + a\, R(t)$$

$$= R(t)\,[-0.04 + a] = 0$$

$$\Rightarrow -0.04 + a = 0$$

$$a = 0.04$$

$$a = \frac{4}{100} \times 100\%$$

$$a = 4\%$$

0562854282

27. Suppose the price of an object is \$20 and 20,000 units are sold. If the price increases at a rate of \$1.25 per year and the quantity sold increases at a rate of 2000 per year, at what rate will revenue increase?

27. افترض أن سعر سلعة ما هو ويُباع 20,000 وحدة. إذا زاد السعر بمعدل سنويًا وزادت الكمية المباعة بمعدل 2000 وحدة سنويًا، فما معدل زيادة الإيراد؟

$P(t) = 20$, $Q(t) = 20\,000$

$\acute{P}(t) = 1.25$ $\acute{Q}(t) = 2000$

$*\acute{R}(t) = \acute{Q}(t) \cdot P(t) + Q(t) \cdot \acute{P}(t)$

$= 2000 \times 20 + 20\,000 \times 1.25$

$= 40\,000 + 25000$

$\acute{R}(t) = 65\,000$

$= 65\,000$ AED / year

0562854282

28. Suppose the price of an object is \$14 and 12,000 units are sold. The company wants to increase the quantity sold by 1200 units per year, while increasing the revenue by \$20,000 per year. At what rate would the price have to be increased to reach these goals?

28. افترض أن سعر سلعة ما هو ويُباع 12,000 وحدة. تريد الشركة زيادة الكمية المباعة بمقدار 1200 وحدة سنويًا، مع زيادة الإيراد بمقدار سنويًا. ما المعدل الذي يجب أن يزداد به السعر لتحقيق هذه الأهداف؟

$P(t) = 14$, $Q(t) = 12000$, $\acute{Q}(t) = 1200$

$\acute{R}(t) = 20\,000$, $\acute{P}(t) = ?$

$\Rightarrow \acute{R}(t) = \acute{Q}(t)\,P(t) + Q(t)\,\acute{P}(t)$

$20\,000 = 1200 \times 14 + 12000\,\acute{P}(t)$

$20\,000 = 16800 + 12000\,\acute{P}(t)$

$20\,000 - 16800 = 12000\,\acute{P}(t)$

$3200 = 12000\,\acute{P}(t)$

$\acute{P}(t) = \frac{3200}{12000} = 0.2666$

$\acute{P}(t) = 0.2666 \times 100\,\%$

$= 26.6 \approx 27\,\%$

29. A baseball with mass 0.15 kg and speed 45 m/s is struck by a baseball bat of mass m kg and speed 40 m/s (in the **opposite direction** of the ball's motion). After the collision, the ball has initial speed $u(m) = \frac{82.5m-6.75}{m+0.15}$ m/s. Show that $u'(m) > 0$ and interpret this in baseball terms. Compare $u'(1)$ and $u'(1.2)$.

29) كرة بيسبول كتلتها 0.15 كجم وسرعتها 45 م/ث تُضرب بمضرب بيسبول كتلته m كجم وسرعته 40 م/ث (في اتجاه معاكس لحركة الكرة). بعد التصادم، تكون السرعة الابتدائية للكرة $u(m) = \frac{82.5m-6.75}{m+0.15}$ م/ث. بيّن أن $u'(m) > 0$ وفسر ذلك في سياق لعبة البيسبول. قارن بين $u'(1)$ و $u'(1.2)$.

$$u(m) = \frac{82.5m - 6.75}{m + 0.15}$$

82.5 Right

1

$$u'(m) = \frac{82.5(m+0.15) - 1(82.5m - 6.75)}{(m+0.15)^2}$$

$$= \frac{82.5m + 12.375 - 82.5m + 6.75}{(m+0.15)^2}$$

$$u'(m) = \frac{19.125}{(m+0.15)^2} \rightarrow \frac{+}{\text{even } +}$$

$u'(m)$ is $+ > 0$

$$u'(1) = \frac{19.125}{(1+0.15)^2} = 14.46$$

$$u'(1.2) = \frac{19.125}{(1.2+0.15)^2} = 10.49$$

Speed increase at mass decrease

TAREK ACADEMY mrtarekacademy.com 0562854282 - 037637703

30) In exercise 29, if the baseball has mass M kg at speed 45 m/s and the bat has mass 1.05 kg and speed 40 m/s, the ball's initial speed is $u(M) = \frac{86.625-45M}{M+1.05}$ m/s. Compute $u'(M)$ and interpret its sign (positive or negative) in baseball terms.

29)في التمرين 29، إذا كانت كتلة كرة البيسبول M كجم وسرعتها 45 م/ث، وكتلة المضرب 1.05 كجم وسرعته 40 م/ث، فإن السرعة الابتدائية للكرة هي $u(M) = \frac{86.625-45M}{M+1.05}$ م/ث. احسب $u'(M)$ وفسر إشارتها (موجبة أو سالبة) في سياق لعبة البيسبول.

$\frac{86.625-45M}{M+1.05}$ → -45, 1 Right

$$u'(M) = \frac{-45(M+1.05) - 1(86.625-45M)}{(M+1.05)^2}$$

$$= \frac{-45M - 47.25 - 86.625 + 45M}{(M+1.05)^2}$$

$$u'(M) = \frac{-133.875}{(M+1.05)^2} \rightarrow \frac{-}{\text{even} +} = (-)$$

$u'(M) < 0$ decreasing.

at mass is increasing then speed decreasing.

Q23-FRQ 3-7

25. Find the equation of the tangent line to $y = 3e^{x^2}$ at $x = 1$ أوجد معادلة المماس للمنحنى

$y = m_{tan}(x - x_1) + y_1$

$*x_1 = 1 \rightarrow y_1 = 3e^{1^2} = \boxed{3e}$

$*m = y'(1) = 3e^{x^2} \cdot (2x)$

$= 3e^{1^2} \cdot 2(1) = 6e$

$\rightarrow y = 6e(x - 1) + 3e$

---

26. Find the equation of the tangent line to $y = 3^{x^e}$ at $x = 1$ أوجد معادلة المماس للمنحنى

$\frac{d}{dx} a^x = a^x \cdot \ln a \cdot 1$

$*x_1 = 1 \rightarrow y_1 = 3^{1^e} = 3$

$*m = y'(1) = 3^{x^e} \cdot \ln 3 \cdot e x^{e-1}$

$= 3^{1^e} \cdot \ln 3 \cdot e(1)^{e-1} = 3e \ln 3$

$\Rightarrow y = m(x - x_1) + y_1$

$y = 3e \ln 3(x - 1) + 3$

0562854282

27. Find the equation of the tangent line to $y = x^2 \ln x$ at $x = 1$ أوجد معادلة المماس للمنحنى

$* x_1 = 1 \rightarrow y_1 = 1^2 \ln 1 = 0$

$* m = y'(1) = 2x \ln x + \frac{1}{x} \cdot x^2$

$= 2x \ln x + x$

$= 2(1) \ln 1 + 1 = 0 + 1 = \boxed{1}$

$\rightarrow y = m(x - x_1) + y_1$

$y = 1(x - 1) + 0$

$\boxed{y = x - 1}$

---

28. Find the equation of the tangent line to $y = 2 \ln x^3$ at $x = 1$ أوجد معادلة المماس للمنحنى

$* x_1 = 1 \rightarrow y_1 = 2 \ln 1^3 = 0$

$* m = y'(1) = 2 \cdot \frac{F'}{F} = 2 \cdot \frac{3x^2}{x^3} = \frac{6}{x}$

$= \frac{6}{1} = \boxed{6}$

$\rightarrow y = m(x - x_1) + y_1$

$y = 6(x - 1) + 0$

$y = 6x - 6$

TAREK ACADEMY mrtarekacademy.com 0562854282 - 037637703

29. (a) Find all values of x for which the tangent line to $y = xe^{-2x}$ is horizontal

29.(i) أوجد جميع قيم x التي يكون عندها خط المماس للدالة $y = xe^{-2x}$ أفقيًا

$y' = 0$

$y = x \cdot e^{-2x}$

$1 \quad -2e^{-2x}$

$y' = -2e^{-2x} \cdot x + 1 \cdot e^{-2x}$

$= e^{-2x}(-2x + 1) = 0$

$e^{-2x} \neq 0 \quad | \quad -2x + 1 = 0 \rightarrow 2x = 1$

$x = \frac{1}{2}$

---

29. (b) Find all values of x for which the tangent line to $y = xe^{-3x}$ is horizontal

29.(ب) أوجد جميع قيم x التي يكون عندها خط المماس للدالة $y = xe^{-3x}$ أفقيًا

$y' = 0$

$y = x \cdot e^{-3x}$

$1 \quad -3e^{-3x}$

$y' = -3xe^{-3x} + 1 \cdot e^{-3x}$

$= e^{-3x}[-3x + 1] = 0$

$e^{-3x} \neq 0 \quad | \quad -3x + 1 = 0$

$3x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{3}$

TAREK ACADEMY mrtarekacademy.com 0562854282 - 037637703

30. (a) Find all values of x for which the tangent line to $y = x^2e^{-2x}$ is horizontal

30.(i) أوجد جميع قيم x التي يكون عندها خط المماس للدالة $y = x^2e^{-2x}$ أفقيًا

$y' = 0$

$y = x^2 \cdot e^{-2x}$

$2x \quad -2e^{-2x}$

$y' = -2x^2e^{-2x} + 2x \cdot e^{-2x} = 0$

$= 2xe^{-2x}[-x + 1] \Rightarrow * e^{-2x} \neq 0$

$-x + 1 = 0 \rightarrow \boxed{x = 1}$

$* 2x = 0$

$\boxed{x = 0}$

30. (b) Find all values of x for which the tangent line to $y = x^2e^{-3x}$ is horizontal

30.(ب) أوجد جميع قيم x التي يكون عندها خط المماس للدالة $y = x^2e^{-3x}$ أفقيًا

$y' = 0$

$* y = x^2 \cdot e^{-3x}$

$2x \quad -3e^{-3x}$

$y' = -3x^2e^{-3x} + 2x \cdot e^{-3x} = 0$

$= xe^{-3x}[-3x + 2] = 0$

$e^{-3x} \neq 0$

$\boxed{x = 0}$

$-3x + 2 = 0$

$3x = 2$

$\boxed{x = \frac{2}{3}}$

TAREK ACADEMY mrtarekacademy.com 0562854282 - 037637703

$y^2 \xrightarrow{F} 2yy'$

Q24-FRQ 3-8

EXAMPLE 8.4 Finding a Second Derivative Implicitly

مثال 8.4

Find $y''(x)$ implicitly for $y^2 + 2e^{-xy} = 6$. Then find the value of y'' at the point $(0,2)$.

أوجد المشتقة الضمنية $y''(x)$ للدالة $y^2 + 2e^{-xy} = 6$. وبعد ذلك أوجد قيمة y'' عند النقطة $(0,2)$

$$y^2 + 2e^{-xy} = 6$$

$$2yy' + 2e^{-xy} \cdot (-1 \cdot y + -x \cdot y') = 0$$

$$2y \cdot y' - 2y \cdot e^{-xy} - 2xy' \cdot e^{-xy} = 0$$

$$2y' \cdot y + 2y \cdot y' - 2y' e^{-xy} - 2y \cdot e^{-xy}[-y - xy'] - u \cdot e^{-xy} = 0$$

$$* -u \cdot e^{-xy} \xrightarrow{y'} -u' e^{-xy} - u \cdot e^{-xy}(-y - xy')$$

$$* u = 2xy' \rightarrow \boxed{u' = 2y' + 2xy''}$$

$$2y' \cdot y + 2y \cdot y'' - 2y' e^{-xy} - 2y \cdot e^{-xy}[-y - xy'] - (2y' + 2xy'') \cdot e^{-xy} - 2xy' e^{-xy}(-y - xy') = 0$$

$$2yy'' - 2xy'' e^{-xy} = -2y' + 2y' e^{-xy} + 2ye^{-xy}(-y - xy') + 2y' e^{-xy} + 2xy' e^{-xy}(-y - xy')$$

$$2yy'' - 2xy'e^{-xy} = -2y'^2 + 2y'e^{-xy} + 2ye^{-xy}(-y-xy') + 2y'e^{-xy} + 2xy'e^{-xy}(-y-xy')$$

$$y'' = \frac{-2y'^2 + 2y'e^{-xy} + 2ye^{-xy}(-y-xy') + 2y'e^{-xy} + 2xy'e^{-xy}(-y-xy')}{2y - 2xe^{-xy}}$$

* $y''(0,2)$, $y'(0,2) = ?$ first

$$2y\cdot y' - 2y\cdot e^{-xy} - 2xy'\cdot e^{-xy} = 0$$

$$2yy' - 2xy'e^{-xy} = 2ye^{-xy}$$

$$y'(0,2) = \frac{2ye^{-xy}}{2y - 2xe^{-xy}} = \frac{2(2)e^{0(2)}}{2(2) - 2(0)}$$

$$\boxed{y' = 1}$$

$$y'' = \frac{-2(1)^2 + 2(1)e^{0(2)} + 2(2)e^{0(2)}(-2-0(1)) + 2(1)e^{0(2)} + 2(0)(1)e^{0(2)}(-2-0(1))}{2(2) - 2(0)e^{0(2)}}$$

$y'' \rightarrow$ * x ✓
* y ✓
* y' ✓

Pic

Q25-FRQ 3-8

29. (a) Find the derivative for $f(x) = \sin^{-1}(x^3 + 1)$ أوجد المشتقة

$$*\sin^{-1} u = \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$$

$$*f'(x) = \frac{3x^2}{\sqrt{1-(x^3+1)^2}}$$

---

29. (b) Find the derivative for $f(x) = \sin^{-1}(\sqrt{x})$ أوجد المشتقة

$$*\sin^{-1} u = \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$$

$$*f'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}}{\sqrt{1-(\sqrt{x})^2}} = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}}{\sqrt{1-x}} = \frac{1}{2\sqrt{x}\cdot\sqrt{1-x}} = \frac{1}{2\sqrt{x-x^2}}$$

TAREK ACADEMY mrtarekacademy.com 0562854282 - 037637703

30. (a) Find the derivative for $f(x) = \cos^{-1}(x^2 + x)$ أوجد المشتقة

$$* \cos^{-1} u = \frac{-u'}{\sqrt{1-u^2}}$$

$$* f'(x) = \frac{-(2x+1)}{\sqrt{1-(x^2+x)^2}} = \frac{-2x-1}{\sqrt{1-(x^2+x)^2}}$$

---

30. (b) Find the derivative for $f(x) = \cos^{-1}(2/x)$ أوجد المشتقة

$$* \cos^{-1} u = \frac{-u'}{\sqrt{1-u^2}} \qquad (2x^{-1})$$

$$* f'(x) = \frac{-(-2x^{-2})}{\sqrt{1-\left(\frac{2}{x}\right)^2}} = \frac{\frac{2}{x^2}}{\sqrt{1-\frac{4}{x^2}}}$$

$$= \frac{2}{x^2\sqrt{1-\frac{4}{x^2}}} = \frac{2}{x^2\sqrt{\frac{x^2-4}{x^2}}}$$

$$= \frac{2}{\frac{x^2}{x}\sqrt{x^2-4}} = \frac{2}{x\sqrt{x^2-4}}$$

TAREK ACADEMY mrtarekacademy.com 0562854282 - 037637703

31. (a) Find the derivative for $f(x) = \tan^{-1}(\sqrt{x})$ أوجد المشتقة

$$* \tan^{-1} u = \frac{u'}{1+u^2}$$

$$* f'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}}{1 + (\sqrt{x})^2}$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{x}\,(1+x)}$$

---

31. (b) Find the derivative for $f(x) = \tan^{-1}(1/x)$ أوجد المشتقة

$$* \tan^{-1} u = \frac{u'}{1+u^2}$$

$$* f'(x) = \frac{-1\,x^{-2}}{1 + (\frac{1}{x})^2} = \frac{\frac{-1}{x^2}}{1 + \frac{1}{x^2}} \quad (x^{-1})'$$

$$= \frac{-1}{x^2\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)} = \frac{-1}{x^2 + 1}$$

0562854282

TAREK ACADEMY mrtarekacademy.com 0562854282 - 037637703

32. (a) Find the derivative for $f(x) = \sqrt{2 + \tan^{-1} x}$ أوجد المشتقة

$$\frac{d}{dx}\sqrt{F} = \frac{F'}{2\sqrt{F}}$$

$$f'(x) = \frac{0 + \frac{1}{1+x^2}}{2\sqrt{2+\tan^{-1}x}} = \frac{1}{2(1+x^2)\sqrt{2+\tan^{-1}x}}$$

---

32. (b) Find the derivative for $f(x) = e^{\tan^{-1} x}$ أوجد المشتقة

$$* \frac{d}{dx} e^{F} = e^{F} \cdot F'$$

$$* f'(x) = e^{\tan^{-1}x} \cdot \frac{1}{1+x^2}$$

$$= \frac{e^{\tan^{-1}x}}{1+x^2}$$

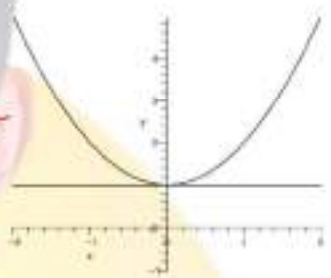
0562854282

Q26-FRQ 3-10

In exercises 1-6, check the hypotheses of Rolle's Theorem and the Mean Value Theorem and find a value of c that makes the appropriate conclusion true. Illustrate the conclusion with a graph.

في التمارين 1-6، تحقّق من فرضيات نظرية رول ونظرية القيمة المتوسطة، وجدْ قيمة c الذي يجعل الاستنتاج الخاص بالنظريتين صحيحًا. اشرح الاستنتاج برسم تمثيل بياني.

1. $f(x) = x^2 + 1, [-2, 2]$



① $f(x)$ is polynomial كثيرة حدود
$[-2,2]$ وبالتالي متصلة على
is continuous at $[-2,2]$

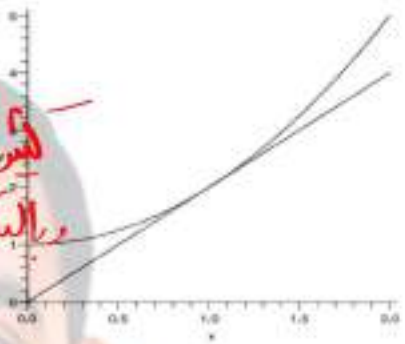
② $f(x)$ differentiable قابلة للاشتقاق على
on $(-2,2)$

③ $f(-2) = (-2)^2 + 1 = 5$
$f(2) = 2^2 + 1 = 5$
$\rightarrow$ $f(-2) = f(2)$
This apply Roll's theorem
وهنا نطبق نظرية رول

④ $f(c) = 0 \rightarrow f'(c) = 2x = 2c$
$2c = 0 \rightarrow c = \frac{0}{2}$
Horizontal Tangent مماس أفقي
$c = 0 \in (-2, 2)$ ✓

0562854282
TAREK ACADEMY mrtarekacademy.com 0562854282 - 037637703

2. $f(x) = x^2 + 1, [0, 2]$ → $f' = 2x$



① f(x) is polynomial كثيرة حدود
[0, 2] متصلة على
is continuous at [0, 2]

② f(x) differentiable قابلة للاشتقاق
on (0, 2)

③ $f(0) = 0^2 + 1 = 1$
$f(2) = 2^2 + 1 = 5$

$1 \neq 5$

نظرية القيمة المتوسطة (MVT)

This apply (MVT)

④ $f'(c)$ = avg rate = معدل تغير $= \frac{F(b) - F(a)}{b - a}$

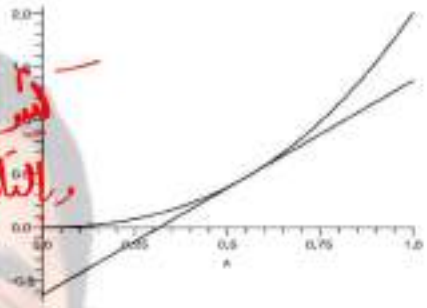
$2c = \frac{F(2) - F(0)}{2 - 0}$

$2c = \frac{5 - 1}{2} \Rightarrow 2c = 2$

$c = \frac{2}{2} = 1 \in [0, 2]$

0562854282

3. $f(x) = x^3 + x^2, [0, 1]$



① f(x) is polynomial دالة حدود
[0,1] والتالي متصلة على
is continuous at [0,1]

② f(x) differentiable قابلة للاشتقاق
on (0,1)

③ $f(0) = 0^3 + 0^2 = 0$
$f(1) = 1^3 + 1^2 = 2$
$0 \neq 2$
نظرية قيمة متوسطة (MVT)

④ $\bar{f}(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$

$3c^2 + 2c = \frac{f(1) - f(0)}{1 - 0}$

$3c^2 + 2c = \frac{2 - 0}{1} \rightarrow 3c^2 + 2c = 2$

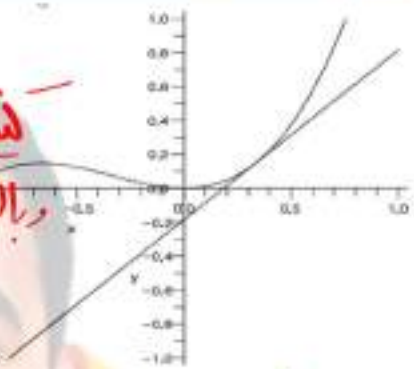
$3c^2 + 2c - 2 = 0$

$c = \frac{-1 - \sqrt{7}}{3} \approx -1.2$, $c = \frac{-1 + \sqrt{7}}{3} \approx 0.55$

$\notin [0,1]$ مرفوض $\in [0,1]$ ✓

TAREK ACADEMY mrtarekacademy.com 0562854282 - 037637703

4. $f(x) = x^3 + x^2, [-1, 1]$



① f(x) is polynomial كثيرة حدود
[-1,1] وبالتالي متصلة على
is continuous at [-1,1]

② f(x) differentiable قابلة للاشتقاق
on (-1,1)

③ $f(-1) = (-1)^3 + (-1)^2 = 0$

$f(1) = (1)^3 + (1)^2 = 2$

$0 \neq 2$

MVT
نظرية القيمة المتوسطة

④ $f(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$

$3c^2 + 2c = \frac{f(1) - f(-1)}{1 - -1}$

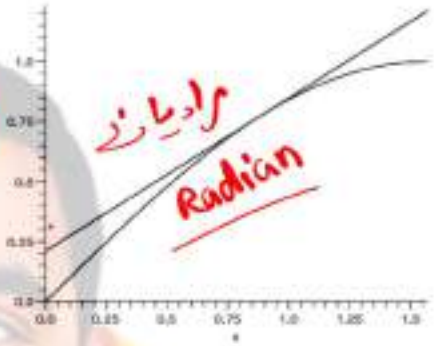
$3c^2 + 2c = \frac{2 - 0}{2} = 1$

$3c^2 + 2c - 1 = 0$

$c = \frac{1}{3} = 0.3 \in [-1,1]$ ، $c = -1 \notin (-1,1)$

مرفوض

5. $f(x) = \sin x, [0, \pi/2]$



① f(x) is continuous $[0, \frac{\pi}{2}]$

$[0, \frac{\pi}{2}]$ متصلة

② f(x) differentiable قابلة للاشتقاق

on $(0, \frac{\pi}{2})$

③ $f(0) = \sin 0 = 0$

$f(\frac{\pi}{2}) = \sin \frac{\pi}{2} = 1$ $\quad 0 \neq 1$

نظرية القيمة المتوسطة (MVT)

④ $f'(c) = \dfrac{f(\frac{\pi}{2}) - f(0)}{\frac{\pi}{2} - 0}$

$\cos c = \dfrac{1 - 0}{\frac{\pi}{2} - 0} = \dfrac{1}{\frac{\pi}{2}} = \dfrac{2}{\pi}$

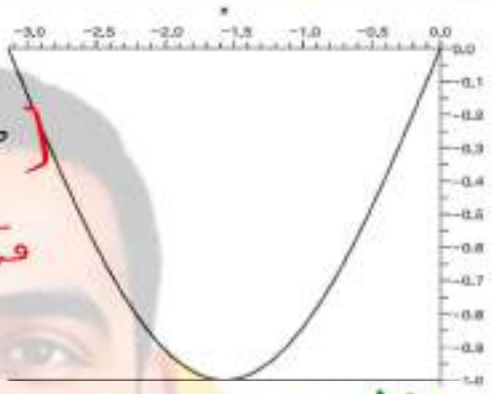
$\cos c = \dfrac{2}{\pi}$

$c = \cos^{-1}\left(\dfrac{2}{\pi}\right) \approx 0.88 \in (0, \dfrac{\pi}{2})$

$(0, 1.57)$

0562854282

6. $f(x) = \sin x, [-\pi, 0]$



① f(x) is continuous $[-\pi, 0]$

$[-\pi, 0]$ متصلة

② f(x) differentiable قابلة للاشتقاق

on $(-\pi, 0)$

③ $f(-\pi) = \sin(-\pi) = 0$

$f(0) = \sin 0 = 0$ $\boxed{0 = 0}$

apply Roll's Theorem لأن نطبق

④ $f'(c) = 0$

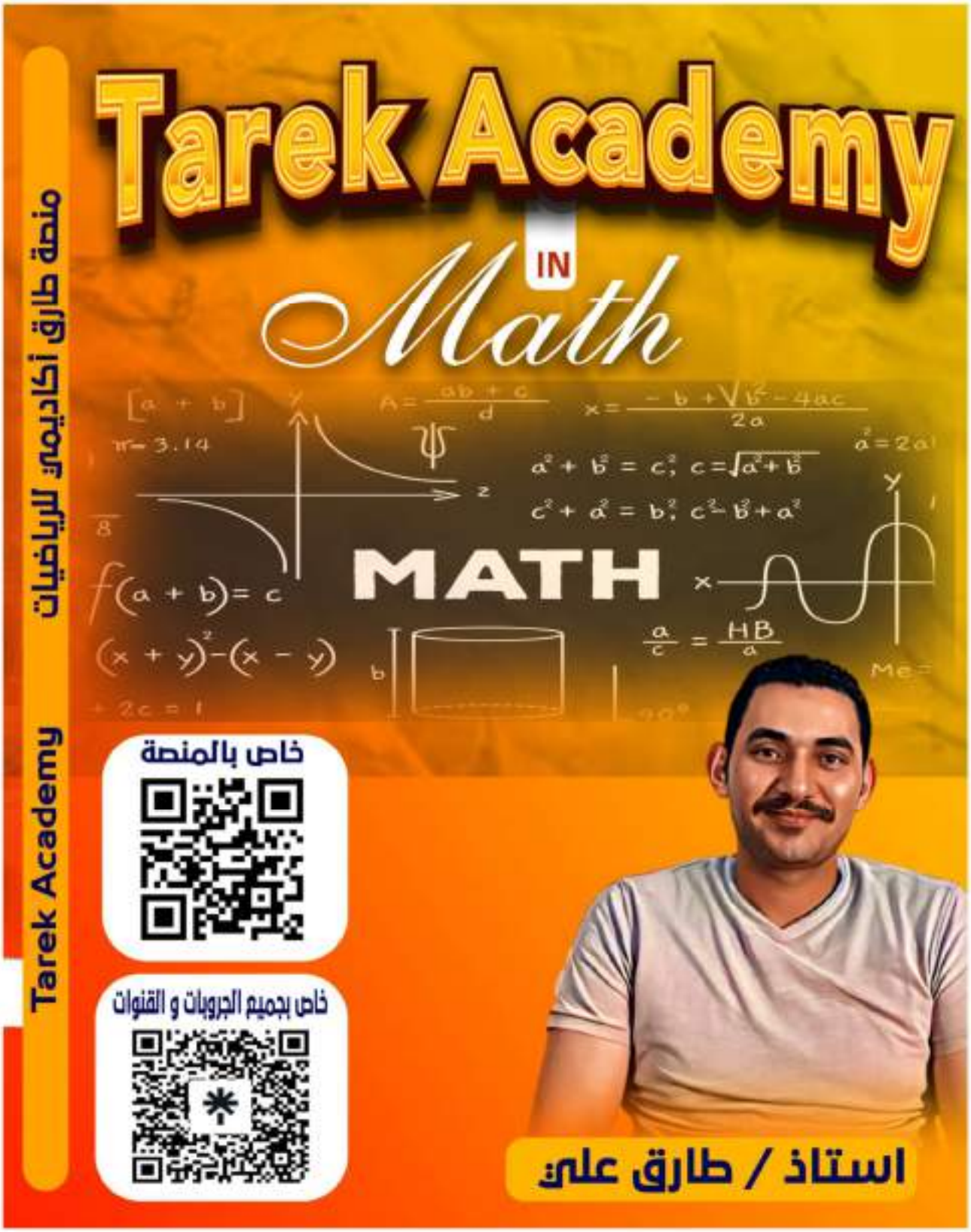
$\cos c = 0 \rightarrow c = \cos^{-1}(0)$

$c = \frac{\pi}{2}$ $+\pi$ $c = \frac{3\pi}{2} = 270$

$= -\frac{\pi}{2}$

$\notin (-\pi, 0)$ $\in (-\pi, 0)$

0562854282


Tarek Academy
IN
Math
منصة طارق أكاديمي للرياضيات
Tarek Academy
MATH
خاص بالمنصة
خاص بجميع الجروبات و القنوات
استاذ / طارق علي