أسئلة الهيكل الوزاري – الجزء الإلكتروني (البنود 10-6)





تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

موقع المناهج ⇦ المناهج الإماراتية ⇦ الصف الثاني عشر المتقدم ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الأول ⇦ اختبارات الكترونية ⇦ الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2026-11-12 05:04:36

المزيد من مادة رياضيات:	ملفات ا كتب للمعلم ا كتب للطالب ا اختبارات الكترونية ا اختبارات ا حلول ا عروض بوربوينت ا أوراق عمل منهج انجليزي ا ملخصات وتقارير ا مذكرات وبنوك ا الامتحان النهائي ا للمدرس
	إعداد: محمد طه

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر المتقدم

صفحة المناهج الإماراتية على فيسبوك					
المواد على تلغرام	التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات	

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الأول

1	أسئلة الهيكل الوزاري – الجزء الإلكتروني (البنود 10-6)
2	أسئلة الهيكل الوزاري – تقدير طول القوس على منحنى دالة معطاة (الجزء الإلكتروني)
3	حل وشرح هيكل المتقدم مع طرق الحل
4	حل هيكل أسئلة تقدير طول منحنى الدالة
5	هيكل تقدير طول منحنى الدالة

تحميل تطبيق المناهج للهواتف الذكية	
تطبيق المناهج على Store App (آبل)	تطبيق المناهج على Play Google (أندرويد)

Reveal • Bridge • 12 متقدم

أكاديمية طه للرياضيات
خاص وحصري
0566151988

أكاديمية طه للرياضيات

TAHA MATH ACADEMY

الصف الثاني عشر • المسار المتقدم

ADVANCED • Reveal

الأسئلة

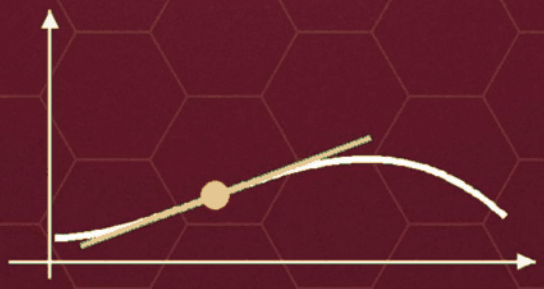
55

أسئلة الهيكل الوزاري • الفصل الدراسي الأول

الجزء الإلكتروني

Electronic Part • File 2 of 4

البنود 6 إلى 10 • الملف 2 من 4



إعداد وتقديم: الأستاذ محمد طه • 0566151988

انضم إلى مجتمع 12 متقدم • Reveal

واتساب

الموقع
tahamath.com

يوتيوب

G12-ADV • T1 • STR • E2

البند 6: استخدم خصائص الاتصال لدراسة اتصال الدالة أو مجموعة الدوال عند نقطة معينة

Use the continuity properties to study the continuity of a function or a composition of functions at a given point

الدرس 4-2: الاتصال ونتائجه • الكتاب ص 89 إنجليزي • العربي ص 91

أسئلة الكتاب: مثال 4.2 • سؤالان من إعداد المعلم + الأسئلة الوزارية السابقة

ملخص قوانين البند 6 • Summary of Rules

Continuity at a Point — الاتصال عند نقطة

$$\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$$

Properties (Thm 4.2) — خصائص الاتصال

$$f \pm g, \qquad f \cdot g, \qquad \frac{f}{g} \ (g(a) \neq 0)$$

متصلة عند النقطة إذا كانت الدالتان متصلتين عندها

Composition (Corollary 4.1) — اتصال الدالة المركبة

$$\lim_{x \to a} f(g(x)) = f\left(\lim_{x \to a} g(x)\right) = f(g(a))$$

الدالة الداخلية متصلة عند النقطة، والخارجية متصلة عند صورتها

Removing a Discontinuity — إزالة عدم الاتصال

$$g(x) = \begin{cases} f(x), & x \neq a \\ \lim_{x \to a} f(x), & x = a \end{cases}$$

إذا كانت النهاية موجودة

On (−∞, ∞) (Thm 4.1) — دوال متصلة على جميع الأعداد الحقيقية

$$p(x), \quad \sin x, \quad \cos x, \quad e^x, \quad \tan^{-1} x : \quad (-\infty, \infty)$$

حيث p كثيرة حدود، وكلها متصلة على مجموعة الأعداد الحقيقية

On their Domains (Thm 4.1, 4.2) — دوال متصلة على مجالها

$$\begin{aligned} &\frac{p(x)}{q(x)} : && q(x) \neq 0 \\ &\sqrt{x} : && [0, \infty) \\ &\sqrt[3]{x} : && (-\infty, \infty) \\ &\ln x : && (0, \infty) \\ &\sin^{-1} x, \ \cos^{-1} x : && [-1, 1] \\ &\tan x : && x \neq \tfrac{\pi}{2} + k\pi \end{aligned}$$

الجذر التربيعي متصل من اليمين عند الصفر، و k عدد صحيح

إجابة س1 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 89 إنجليزي • العربي ص 91 • مثال 4.2

عدم اتصال قابل للإزالة | Removable Discontinuity | الاتصال | Continuity

ما قيمة الثابت a التي تجعل الدالة الآتية متصلة عند النقطة المعطاة؟

$$g(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+2x-3}{x-1}, & x\neq 1\\ a, & x=1\end{cases} \qquad x=1$$

A) -3 | B) 4 | C) 0 | D) 2

الحل:

نحلل و نختصر: $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x-1)(x+3)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}(x+3)=4$

شرط الاتصال: $g(1)=\lim\limits_{x\to 1}g(x)$

$a=4$

إجابة س2 | المستوى: أساسي | درجتان | من إعداد المعلم

الدالة المركبة | Composite Function | الاتصال | Continuity

باستخدام خصائص الاتصال، ما قيمة النهاية الآتية؟

$$\lim_{x\to 2} \sqrt{x^2+5}$$

A) 3 | B) $\sqrt{5}$ | C) 9 | D) D.N.E

الحل:

كثيرة حدود متصلة: $g(x)=x^2+5$

والجذر التربيعي متصل عند 9: $g(2)=9>0$

اتصال الدالة المركبة: $\lim_{x\to 2}\sqrt{x^2+5}=\sqrt{\lim_{x\to 2}(x^2+5)}=\sqrt{9}=3$

إجابة س3 | المستوى: متوسط | 3 درجات | من إعداد المعلم

عدم اتصال قابل للإزالة | Removable Discontinuity | الاتصال | Continuity

الدالة الآتية غير متصلة عند النقطة المعطاة. ما القيمة التي نعرّف بها الدالة عند هذه النقطة لتصبح متصلة عندها؟

$$f(x)=\frac{\sin 3x}{x}, \qquad x=0$$

A) 0 | B) 1 | C) 3 | D) $\frac{1}{3}$

الحل:

النهاية موجودة فعدم الاتصال قابل للإزالة: $\lim_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{x}=\lim_{x\to 0}3\cdot\frac{\sin 3x}{3x}=3(1)=3$

نعرّف الدالة بقيمة النهاية: $f(0)=3$

أسئلة الاختبارات الوزارية السابقة • البند 6

Previous MOE Exam Questions • Use the continuity properties to study the continuity of a function or a composition of functions at a given point

ناتج التعلم: استخدم خصائص الاتصال لدراسة اتصال الدالة أو مجموعة الدوال عند نقطة معينة

إجابة س4 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س5 | 2022-2023

الاتصال | Continuity | المجال | Domain

إذا كانت الدالة الآتية متصلة على مجموعة الأعداد الحقيقية، فما قيمة الثابت m؟

$$f(x)=\frac{9-x^2}{mx+2}$$

A) 1 | B) 0 | C) -1 | D) 9

الحل:

$m\neq 0:\ mx+2=0 \Rightarrow x=-\frac{2}{m}$: للدالة نقطة عدم اتصال

$m=0:\ f(x)=\frac{9-x^2}{2}$: كثيرة حدود

$m=0$: القيمة الوحيدة التي تجعلها متصلة على الأعداد الحقيقية

إجابة س5 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س6 | 2016-2017

الدالة المركبة | Composite Function | النهاية | Limit

أوجد قيمة النهاية الآتية:

$$\lim_{x\to 0} \cos^{-1}\left(\frac{x-1}{2}\right)$$

A) $\frac{\pi}{6}$ | B) $\frac{\pi}{3}$ | C) $\frac{2\pi}{3}$ | D) $\frac{5\pi}{3}$

الحل:

$$\lim_{x\to 0} \frac{x-1}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x\to 0} \cos^{-1}\left(\frac{x-1}{2}\right) = \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$$ اتصال الدالة المركبة:

$$= \frac{2\pi}{3}$$

البند 7: إيجاد النهايات التي تؤول إلى اللانهاية والنهايات عند اللانهاية

Find infinite limits and limits at infinity

الدرس 5-2: النهايات التي تتضمن اللانهاية وخطوط التقارب • الكتاب ص 106 إنجليزي • العربي ص 108

أسئلة الكتاب: تمارين 9 إلى 14 + الأسئلة الوزارية السابقة

ملخص قوانين البند 7 • Summary of Rules

النهاية عند اللانهاية — Limit at Infinity

$$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{c}{x^n} = 0, \qquad n > 0$$

الدوال الكسرية — Rational Functions

$$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{a_n x^n + \dots}{b_m x^m + \dots} = \begin{cases} 0, & n < m \\ \dfrac{a_n}{b_m}, & n = m \\ \pm\infty, & n > m \end{cases}$$

نقسم البسط والمقام على أكبر قوة للمتغير في المقام

الجذر عند سالب اللانهاية — Square Roots as x → −∞

$$\sqrt{x^2} = |x| = -x, \qquad x < 0$$

نهايات اللوغاريتم — Limits of ln x

$$\lim_{x\to\infty} \ln x = \infty, \qquad \lim_{x\to 0^+} \ln x = -\infty$$

نهاية الدالة المركبة — Limit of a Composition

$$\lim_{x\to a} \ln g(x) = \ln\left(\lim_{x\to a} g(x)\right)$$

إذا كانت النهاية الداخلية عدداً موجباً

إجابة س1 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 106 إنجليزي • العربي ص 108 • تمرين 9

النهاية | Limit | النهاية عند اللانهاية | Limit at Infinity

أوجد قيمة النهاية الآتية إن وجدت:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+3x-2}{3x^2+4x-1}$$

A) 2 | B) $\frac{1}{3}$ | C) 0 | D) 3

الحل:

$\frac{x^2+3x-2}{3x^2+4x-1} = \frac{1+\frac{3}{x}-\frac{2}{x^2}}{3+\frac{4}{x}-\frac{1}{x^2}}$ نقسم على أكبر قوة:

$\lim_{x\to\infty} \frac{1+\frac{3}{x}-\frac{2}{x^2}}{3+\frac{4}{x}-\frac{1}{x^2}} = \frac{1+0-0}{3+0-0} = \frac{1}{3}$

إجابة س2 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 106 إنجليزي • العربي ص 108 • تمرين 10

النهاية | Limit | النهاية عند اللانهاية | Limit at Infinity

أوجد قيمة النهاية الآتية إن وجدت:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{2x^2 - x + 1}{4x^2 - 3x - 1}$$

A) -1 | B) 2 | C) $\frac{1}{4}$ | D) $\frac{1}{2}$

الحل:

$\frac{2x^2 - x + 1}{4x^2 - 3x - 1} = \frac{2 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}{4 - \frac{3}{x} - \frac{1}{x^2}}$ نقسم على أكبر قوة:

$\lim_{x\to\infty} \frac{2 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}{4 - \frac{3}{x} - \frac{1}{x^2}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

إجابة س3 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 106 إنجليزي • العربي ص 108 • تمرين 12

النهاية | Limit | النهاية عند اللانهاية | Limit at Infinity

أوجد قيمة النهاية الآتية إن وجدت:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2-1}{4x^3-5x-1}$$

A) 0 | B) $\frac{1}{2}$ | C) ∞ | D) 1

الحل:

$\frac{2x^2-1}{4x^3-5x-1}=\frac{\frac{2}{x}-\frac{1}{x^3}}{4-\frac{5}{x^2}-\frac{1}{x^3}}$ نقسم على أكبر قوة في المقام:

$\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{2}{x}-\frac{1}{x^3}}{4-\frac{5}{x^2}-\frac{1}{x^3}}=\frac{0}{4}=0$ درجة البسط أقل من درجة المقام:

إجابة س4 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 106 إنجليزي • العربي ص 108 • تمرين 11

النهاية | Limit | النهاية عند اللانهاية | Limit at Infinity

أوجد قيمة النهاية الآتية إن وجدت:

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{-x}{\sqrt{4+x^2}}$$

A) $\frac{1}{2}$ | B) -1 | C) 0 | D) 1

الحل:

لأن المتغير سالب: $x<0:\quad \sqrt{4+x^2}=|x|\sqrt{\frac{4}{x^2}+1}=-x\sqrt{\frac{4}{x^2}+1}$

$$\frac{-x}{\sqrt{4+x^2}}=\frac{-x}{-x\sqrt{\frac{4}{x^2}+1}}=\frac{1}{\sqrt{\frac{4}{x^2}+1}}$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{\sqrt{\frac{4}{x^2}+1}}=\frac{1}{\sqrt{0+1}}=1$$

إجابة س5 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 106 إنجليزي • العربي ص 108 • تمرين 13

النهاية | Limit | النهايات اللانهائية | Infinite Limits

أوجد قيمة النهاية الآتية إن وجدت:

$$\lim_{x\to\infty} \ln\left(\frac{x^2+1}{x-3}\right)$$

A) 0 | B) 1 | C) $-\infty$ | D) ∞

الحل:

درجة البسط أكبر من درجة المقام: $\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+1}{x-3} = \infty$

اللوغاريتم دالة متزايدة غير محدودة: $u \to \infty \Rightarrow \ln u \to \infty$

$$\lim_{x\to\infty} \ln\left(\frac{x^2+1}{x-3}\right) = \infty$$

إجابة س6 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 106 إنجليزي • العربي ص 108 • تمرين 14

النهاية | Limit | النهايات اللانهائية | Infinite Limits

أوجد قيمة النهاية الآتية إن وجدت:

$$\lim_{x \to 0^+} \ln(x \sin x)$$

A) ∞ | B) 1 | C) $-\infty$ | D) 0

الحل:

اللوغاريتم معرّف بالقرب من الصفر من اليمين: $0 < x < \pi : \quad x \sin x > 0$

$$\lim_{x \to 0^+} x \sin x = 0 \cdot 0 = 0^+$$

$$u \to 0^+ \Rightarrow \ln u \to -\infty$$

$$\lim_{x \to 0^+} \ln(x \sin x) = -\infty$$

أسئلة الاختبارات الوزارية السابقة • البند 7

Previous MOE Exam Questions • Find infinite limits and limits at infinity

ناتج التعلم: إيجاد النهايات التي تؤول إلى اللانهاية والنهايات عند اللانهاية

إجابة س7 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س5 | 2024-2025

خط تقارب أفقي | Horizontal Asymptote

القيمة المطلقة | Absolute Value

ما خطوط التقارب الأفقية لمنحنى الدالة الآتية؟

$$f(x)=\frac{x^3-2}{|x|^3+1}$$

A) $y=-2,\ y=3$

B) $x=-1,\ x=1$

C) $x=-2,\ x=3$

D) $y=-1,\ y=1$

الحل:

$x\to\infty:\ |x|^3=x^3\ \Rightarrow\ \lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3-2}{x^3+1}=1$

$x\to-\infty:\ |x|^3=-x^3\ \Rightarrow\ \lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^3-2}{-x^3+1}=-1$

خطا تقارب أفقيان: $y=1,\quad y=-1$

إجابة س8 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س16 | 2022-2023

خط تقارب أفقي | Horizontal Asymptote | النهاية عند اللانهاية | Limit at Infinity

ما جميع خطوط التقارب الأفقية لمنحنى الدالة الآتية؟

$$f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

A) $y=-1$

B) $y=-1,\ y=1$

C) $y=0$

D) $y=1$

الحل:

$$x\to\infty:\ \frac{x}{x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}\to 1$$

$$x\to-\infty:\ \sqrt{x^2}=-x\ \Rightarrow\ \frac{x}{-x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}\to -1$$

$$y=-1,\qquad y=1$$

إجابة س9 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س11 | 2022-2023

النهاية عند اللانهاية | Limit at Infinity | المرافق | Conjugate

أوجد قيمة النهاية الآتية:

$$\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)$$

A) ∞ | B) 1 | C) 0 | D) $\frac{1}{2}$

الحل:

$$\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)\cdot\frac{\sqrt{x^2+1}+x}{\sqrt{x^2+1}+x}=\frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}=0$$

إجابة س10 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س5 | 2020-2021

النهاية عند اللانهاية | Limit at Infinity | خط تقارب أفقي | Horizontal Asymptote

إذا كانت النهاية الآتية صحيحة، فما قيمة الثابت m؟

$$\lim_{x\to\infty}\frac{3x^4+mx^4-2x^3-1}{2x^4+2x^3-x}=4$$

A) 4 | B) -2 | C) 5 | D) $\frac{1}{2}$

الحل:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{(3+m)x^4-2x^3-1}{2x^4+2x^3-x}=\frac{3+m}{2}$$ نسبة معاملي أكبر قوة:

$$\frac{3+m}{2}=4\Rightarrow m=5$$

إجابة س11 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س17 | 2020-2021

النهاية عند اللانهاية | Limit at Infinity | خط تقارب أفقي | Horizontal Asymptote

يُعطى قطر حدقة عين حيوان بالمليمتر بالدالة الآتية، حيث x شدة الضوء الساقط عليها. ما قطر الحدقة عند أقل إضاءة، ثم عند أكبر إضاءة؟

$$f(x) = \frac{160x^{-0.4} + 90}{4x^{-0.4} + 15}$$

A) 40 mm, 6 mm

B) 3 mm, 20 mm

C) 22.5 mm, 6 mm

D) 40 mm, 22.5 mm

الحل:

أقل إضاءة: $x \to 0^+$

نضرب البسط والمقام في القوة الموجبة: $\frac{160x^{-0.4} + 90}{4x^{-0.4} + 15} \cdot \frac{x^{0.4}}{x^{0.4}} = \frac{160 + 90x^{0.4}}{4 + 15x^{0.4}}$

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{160 + 90x^{0.4}}{4 + 15x^{0.4}} = \frac{160}{4} = 40$$

أكبر إضاءة: $x \to \infty : \ x^{-0.4} \to 0$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{160x^{-0.4} + 90}{4x^{-0.4} + 15} = \frac{0 + 90}{0 + 15} = 6$$

أقل إضاءة ثم أكبر إضاءة: 40 mm, 6 mm

إجابة س12 | المستوى: أساسي | درجتان | ★ وزاري • س4 | 2017-2018

النهاية عند اللانهاية | Limit at Infinity | خط تقارب أفقي | Horizontal Asymptote

أوجد قيمة النهاية الآتية:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{6x^2-6}{3x^3+2x+1}$$

A) 0 | B) 3 | C) 2 | D) ∞

الحل:

درجة البسط أقل من درجة المقام: $2<3$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{6}{x}-\frac{6}{x^3}}{3+\frac{2}{x^2}+\frac{1}{x^3}}=\frac{0}{3}=0$$

إجابة س13 | المستوى: متقدم | 4 درجات | ★ وزاري • س3 | 2016-2017

النهاية عند اللانهاية | Limit at Infinity | القيمة المطلقة | Absolute Value

إذا كانت النهاية الآتية صحيحة، فما قيمة الثابت k؟

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2\left(k|x|-1\right)}{1-3x^3}=2$$

A) -2 | B) 6 | C) -6 | D) 2

الحل:

لأن x سالبة: $x\to-\infty:\ |x|=-x$

$$\frac{x^2(-kx-1)}{1-3x^3}=\frac{-kx^3-x^2}{-3x^3+1}$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{-kx^3-x^2}{-3x^3+1}=\frac{-k}{-3}=\frac{k}{3}$$

$$\frac{k}{3}=2\ \Rightarrow\ k=6$$

البند 8: إيجاد السرعة المتوسطة واللحظية عند نقطة معطاة

Find the average and instantaneous velocity at a given point

الدرس 1-3: خطوط المماس والسرعة المتجهة • الكتاب ص 141 إنجليزي • العربي ص 143

أسئلة الكتاب: تمارين 19 إلى 22 + الأسئلة الوزارية السابقة

ملخص قوانين البند 8 • Summary of Rules

السرعة المتوسطة — Average Velocity

$$v_{avg} = \frac{s(b) - s(a)}{b - a}$$

التغير في الموقع ÷ الزمن

السرعة اللحظية — Instantaneous Velocity

$$v(a) = \lim_{h \to 0} \frac{s(a+h) - s(a)}{h}$$

تقدير السرعة اللحظية — Estimating Instantaneous Velocity

$$v(a) \approx \frac{s(a) - s(t)}{a - t}, \quad t \to a$$

نستخدم فترات زمنية تصغر حول اللحظة

نهاية الجيب — Sine Limit

$$\lim_{h \to 0} \frac{\sin h}{h} = 1$$

إجابة س1 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 141 إنجليزي • العربي ص 143 • تمرين 19a

السرعة المتوسطة | Average Velocity

تمثل الدالة الآتية موقع جسم بالقدم بعد t ثانية. ما السرعة المتوسطة للجسم على الفترة الزمنية المعطاة؟

$$s(t) = 16t^2 + 10, \qquad 0 \le t \le 2$$

A) 48 | **B) 32** | C) 62.4 | D) 63.84

الحل:

نعوّض في دالة الموقع: $s(2) = 74, \qquad s(0) = 10$

التغير في الموقع على الزمن: $v_{avg} = \frac{s(2) - s(0)}{2 - 0} = \frac{74 - 10}{2}$

$v_{avg} \approx 32 \text{ ft/s}$

إجابة س2 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 141 إنجليزي • العربي ص 143 • تمرين 19b

السرعة المتوسطة | Average Velocity

تمثل الدالة الآتية موقع جسم بالقدم بعد t ثانية. ما السرعة المتوسطة للجسم على الفترة الزمنية المعطاة؟

$$s(t) = 16t^2 + 10, \qquad 1 \le t \le 2$$

A) 32 | B) 62.4 | C) 63.84 | **D) 48**

الحل:

نعوّض في دالة الموقع: $s(2) = 74, \qquad s(1) = 26$

التغير في الموقع على الزمن: $v_{avg} = \frac{s(2) - s(1)}{2 - 1} = \frac{74 - 26}{1}$

$v_{avg} \approx 48 \text{ ft/s}$

إجابة س3 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 141 إنجليزي • العربي ص 143 • تمرين 20a • وزاري | 2023-2024

السرعة المتوسطة | Average Velocity

تمثل الدالة الآتية موقع جسم بالقدم بعد t ثانية. ما السرعة المتوسطة للجسم على الفترة الزمنية المعطاة؟

$$s(t) = 3t^3 + t, \qquad 0 \le t \le 2$$

A) 22	B) 35.23	C) 13	D) 36.8203

الحل:

نعوّض في دالة الموقع: $s(2) = 26, \quad s(0) = 0$

التغير في الموقع على الزمن: $v_{avg} = \frac{s(2) - s(0)}{2 - 0} = \frac{26 - 0}{2}$

$v_{avg} \approx 13 \text{ ft/s}$

إجابة س4 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 141 إنجليزي • العربي ص 143 • تمرين 20b

السرعة المتوسطة | Average Velocity

تمثل الدالة الآتية موقع جسم بالقدم بعد t ثانية. ما السرعة المتوسطة للجسم على الفترة الزمنية المعطاة؟

$$s(t) = 3t^3 + t, \qquad 1 \le t \le 2$$

A) 36.8203	B) 35.23	C) 22	D) 13

الحل:

نعوّض في دالة الموقع: $s(2) = 26, \quad s(1) = 4$

التغير في الموقع على الزمن: $v_{avg} = \frac{s(2) - s(1)}{2 - 1} = \frac{26 - 4}{1}$

$v_{avg} \approx 22 \text{ ft/s}$

إجابة س5 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 141 إنجليزي • العربي ص 143 • تمرين 21a

السرعة المتوسطة | Average Velocity

تمثل الدالة الآتية موقع جسم بالقدم بعد t ثانية. ما السرعة المتوسطة للجسم على الفترة الزمنية المعطاة؟

$$s(t) = \sqrt{t^2 + 8t}, \qquad 0 \le t \le 2$$

A) 1.34254 | B) 1.47214 | C) 1.35086 | **D) 2.23607**

الحل:

نعوّض في دالة الموقع: $s(2) = 4.472136, \quad s(0) = 0$

التغير في الموقع على الزمن: $v_{avg} = \frac{s(2) - s(0)}{2 - 0} = \frac{4.472136 - 0}{2}$

$v_{avg} \approx 2.23607 \text{ ft/s}$

إجابة س6 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 141 إنجليزي • العربي ص 143 • تمرين 21b

السرعة المتوسطة | Average Velocity

تمثل الدالة الآتية موقع جسم بالقدم بعد t ثانية. ما السرعة المتوسطة للجسم على الفترة الزمنية المعطاة؟

$$s(t) = \sqrt{t^2 + 8t}, \qquad 1 \le t \le 2$$

A) 2.23607 | B) 1.34254 | C) 1.35086 | **D) 1.47214**

الحل:

نعوّض في دالة الموقع: $s(2) = 4.472136, \quad s(1) = 3$

التغير في الموقع على الزمن: $v_{avg} = \frac{s(2) - s(1)}{2 - 1} = \frac{4.472136 - 3}{1}$

$v_{avg} \approx 1.47214 \text{ ft/s}$

إجابة س7 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 141 إنجليزي • العربي ص 143 • تمرين 22a

السرعة المتوسطة | Average Velocity

تمثل الدالة الآتية موقع جسم بالقدم بعد t ثانية. ما السرعة المتوسطة للجسم على الفترة الزمنية المعطاة؟

$$s(t) = 3\sin(t-2), \qquad 0 \le t \le 2$$

A) 1.36395	B) 2.995	C) 2.99995	D) 2.52441

الحل:

نعوّض في دالة الموقع: $s(2) = 0, \quad s(0) = -2.7278923$

التغير في الموقع على الزمن: $v_{avg} = \frac{s(2)-s(0)}{2-0} = \frac{0-(-2.7278923)}{2}$

$v_{avg} \approx 1.36395 \text{ ft/s}$

إجابة س8 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 141 إنجليزي • العربي ص 143 • تمرين 22b

السرعة المتوسطة | Average Velocity

تمثل الدالة الآتية موقع جسم بالقدم بعد t ثانية. ما السرعة المتوسطة للجسم على الفترة الزمنية المعطاة؟

$$s(t) = 3\sin(t-2), \qquad 1 \le t \le 2$$

A) 2.995	B) 2.99995	C) 2.52441	D) 1.36395

الحل:

نعوّض في دالة الموقع: $s(2) = 0, \quad s(1) = -2.524913$

التغير في الموقع على الزمن: $v_{avg} = \frac{s(2)-s(1)}{2-1} = \frac{0-(-2.524913)}{1}$

$v_{avg} \approx 2.52491 \text{ ft/s}$

إجابة س9 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 141 إنجليزي • العربي ص 143 • تمرين 19c

السرعة المتوسطة | Average Velocity

تمثل الدالة الآتية موقع جسم بالقدم بعد t ثانية. ما السرعة المتوسطة للجسم على الفترة الزمنية المعطاة؟

$$s(t) = 16t^2 + 10, \qquad 1.9 \le t \le 2$$

A) 32 | B) 48 | C) 62.4 | D) 63.84

الحل:

نعوّض في دالة الموقع: $s(2) = 74, \qquad s(1.9) = 67.76$

التغير في الموقع على الزمن: $v_{avg} = \frac{s(2) - s(1.9)}{2 - 1.9} = \frac{74 - 67.76}{0.1}$

$v_{avg} \approx 62.4 \text{ ft/s}$

إجابة س10 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 141 إنجليزي • العربي ص 143 • تمرين 19d

السرعة المتوسطة | Average Velocity

تمثل الدالة الآتية موقع جسم بالقدم بعد t ثانية. ما السرعة المتوسطة للجسم على الفترة الزمنية المعطاة؟

$$s(t) = 16t^2 + 10, \qquad 1.99 \le t \le 2$$

A) 63.84 | B) 48 | C) 32 | D) 62.4

الحل:

نعوّض في دالة الموقع: $s(2) = 74, \qquad s(1.99) = 73.3616$

التغير في الموقع على الزمن: $v_{avg} = \frac{s(2) - s(1.99)}{2 - 1.99} = \frac{74 - 73.3616}{0.01}$

$v_{avg} \approx 63.84 \text{ ft/s}$

إجابة س11 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 141 إنجليزي • العربي ص 143 • تمرين 20c

السرعة المتوسطة | Average Velocity

تمثل الدالة الآتية موقع جسم بالقدم بعد t ثانية. ما السرعة المتوسطة للجسم على الفترة الزمنية المعطاة؟

$$s(t) = 3t^3 + t, \qquad 1.9 \le t \le 2$$

A) 22 | B) 36.8203 | C) 35.23 | D) 13

الحل:

نعوّض في دالة الموقع: $s(2) = 26, \quad s(1.9) = 22.477$

التغير في الموقع على الزمن: $v_{avg} = \frac{s(2) - s(1.9)}{2 - 1.9} = \frac{26 - 22.477}{0.1}$

$v_{avg} \approx 35.23 \text{ ft/s}$

إجابة س12 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 141 إنجليزي • العربي ص 143 • تمرين 20d

السرعة المتوسطة | Average Velocity

تمثل الدالة الآتية موقع جسم بالقدم بعد t ثانية. ما السرعة المتوسطة للجسم على الفترة الزمنية المعطاة؟

$$s(t) = 3t^3 + t, \qquad 1.99 \le t \le 2$$

A) 35.23 | B) 22 | C) 13 | D) 36.8203

الحل:

نعوّض في دالة الموقع: $s(2) = 26, \quad s(1.99) = 25.631797$

التغير في الموقع على الزمن: $v_{avg} = \frac{s(2) - s(1.99)}{2 - 1.99} = \frac{26 - 25.631797}{0.01}$

$v_{avg} \approx 36.8203 \text{ ft/s}$

إجابة س13 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 141 إنجليزي • العربي ص 143 • تمرين 21c

السرعة المتوسطة | Average Velocity

تمثل الدالة الآتية موقع جسم بالقدم بعد t ثانية. ما السرعة المتوسطة للجسم على الفترة الزمنية المعطاة؟

$$s(t) = \sqrt{t^2 + 8t}, \qquad 1.9 \le t \le 2$$

A) 1.34254 | **B) 1.35086** | C) 1.47214 | D) 2.23607

الحل:

نعوّض في دالة الموقع: $s(2) = 4.472136, \quad s(1.9) = 4.3370497$

التغير في الموقع على الزمن: $v_{avg} = \frac{s(2) - s(1.9)}{2 - 1.9} = \frac{4.472136 - 4.3370497}{0.1}$

$v_{avg} \approx 1.35086 \text{ ft/s}$

إجابة س14 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 141 إنجليزي • العربي ص 143 • تمرين 21d

السرعة المتوسطة | Average Velocity

تمثل الدالة الآتية موقع جسم بالقدم بعد t ثانية. ما السرعة المتوسطة للجسم على الفترة الزمنية المعطاة؟

$$s(t) = \sqrt{t^2 + 8t}, \qquad 1.99 \le t \le 2$$

A) 2.23607 | B) 1.47214 | **C) 1.34254** | D) 1.35086

الحل:

نعوّض في دالة الموقع: $s(2) = 4.472136, \quad s(1.99) = 4.4587106$

التغير في الموقع على الزمن: $v_{avg} = \frac{s(2) - s(1.99)}{2 - 1.99} = \frac{4.472136 - 4.4587106}{0.01}$

$v_{avg} \approx 1.34254 \text{ ft/s}$

إجابة س15 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 141 إنجليزي • العربي ص 143 • تمرين 22c

السرعة المتوسطة | Average Velocity

تمثل الدالة الآتية موقع جسم بالقدم بعد t ثانية. ما السرعة المتوسطة للجسم على الفترة الزمنية المعطاة؟

$$s(t) = 3\sin(t-2), \qquad 1.9 \le t \le 2$$

A) 2.995 | B) 2.52441 | C) 1.36395 | D) 2.99995

الحل:

نعوّض في دالة الموقع: $s(2) = 0, \quad s(1.9) = -0.2995002$

التغير في الموقع على الزمن: $v_{avg} = \frac{s(2) - s(1.9)}{2 - 1.9} = \frac{0 - (-0.2995002)}{0.1}$

$v_{avg} \approx 2.995 \text{ ft/s}$

إجابة س16 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 141 إنجليزي • العربي ص 143 • تمرين 22d

السرعة المتوسطة | Average Velocity

تمثل الدالة الآتية موقع جسم بالقدم بعد t ثانية. ما السرعة المتوسطة للجسم على الفترة الزمنية المعطاة؟

$$s(t) = 3\sin(t-2), \qquad 1.99 \le t \le 2$$

A) 1.36395 | B) 2.99995 | C) 2.52441 | D) 2.995

الحل:

نعوّض في دالة الموقع: $s(2) = 0, \quad s(1.99) = -0.0299995$

التغير في الموقع على الزمن: $v_{avg} = \frac{s(2) - s(1.99)}{2 - 1.99} = \frac{0 - (-0.0299995)}{0.01}$

$v_{avg} \approx 2.99995 \text{ ft/s}$

إجابة س17 | المستوى: متقدم | 4 درجات | الكتاب ص 141 إنجليزي • العربي ص 143 • تمرين 19e

السرعة اللحظية | Instantaneous Velocity | السرعة المتوسطة | Average Velocity

تمثل الدالة الآتية موقع جسم بالقدم بعد t ثانية. ما تقدير السرعة اللحظية للجسم عند الزمن المعطى؟

$$s(t) = 16t^2 + 10, \qquad t = 2$$

A) 48	B) 128	C) 32	D) 64

الحل:

السرعات المتوسطة على فترات تصغر: $v_{avg}: 32,\ 48,\ 62.4,\ 63.84$

$$v(2) = \lim_{h\to 0} \frac{16(2+h)^2 + 10 - 74}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{64h + 16h^2}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} (64 + 16h) = 64$$

القيمة التي تقترب منها: $v(2) \approx 64\ ft/s$

إجابة س18 | المستوى: متقدم | 4 درجات | الكتاب ص 141 إنجليزي • العربي ص 143 • تمرين 20e

السرعة اللحظية | Instantaneous Velocity | السرعة المتوسطة | Average Velocity

تمثل الدالة الآتية موقع جسم بالقدم بعد t ثانية. ما تقدير السرعة اللحظية للجسم عند الزمن المعطى؟

$$s(t) = 3t^3 + t, \qquad t = 2$$

A) 13	B) 37	C) 22	D) 74

الحل:

السرعات المتوسطة على فترات تصغر: $v_{avg}: 13,\ 22,\ 35.23,\ 36.8203$

$$v(2) = \lim_{h\to 0} \frac{3(2+h)^3 + (2+h) - 26}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{37h + 18h^2 + 3h^3}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \left(37 + 18h + 3h^2\right) = 37$$

القيمة التي تقترب منها: $v(2) \approx 37\ ft/s$

إجابة س19 | المستوى: متقدم | 4 درجات | الكتاب ص 141 إنجليزي • العربي ص 143 • تمرين 21e

السرعة اللحظية | Instantaneous Velocity | السرعة المتوسطة | Average Velocity

تمثل الدالة الآتية موقع جسم بالقدم بعد t ثانية. ما تقدير السرعة اللحظية للجسم عند الزمن المعطى؟

$$s(t) = \sqrt{t^2 + 8t}, \qquad t = 2$$

A) 1.34164 | **B)** 2.23607 | **C)** 1.47214 | **D)** 2.68328

الحل:

السرعات المتوسطة على فترات تصغر: v_{avg} : 2.23607, 1.47214, 1.35086, 1.34254

نضرب في المرافق: $$v(2) = \lim_{h\to 0} \frac{\sqrt{(2+h)^2 + 8(2+h)} - \sqrt{20}}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{(2+h)^2 + 8(2+h) - 20}{h\left(\sqrt{(2+h)^2 + 8(2+h)} + \sqrt{20}\right)}$$

نفك البسط: $$= \lim_{h\to 0} \frac{12h + h^2}{h\left(\sqrt{(2+h)^2 + 8(2+h)} + \sqrt{20}\right)}$$

نختصر h: $$= \lim_{h\to 0} \frac{12 + h}{\sqrt{(2+h)^2 + 8(2+h)} + \sqrt{20}}$$

$$= \frac{12}{2\sqrt{20}} = \frac{3}{\sqrt{5}} \approx 1.3416$$

القيمة التي تقترب منها: $v(2) \approx 1.34164$ ft/s

إجابة س20 | المستوى: متقدم | 4 درجات | الكتاب ص 141 إنجليزي • العربي ص 143 • تمرين 22e

السرعة اللحظية | Instantaneous Velocity | السرعة المتوسطة | Average Velocity

تمثل الدالة الآتية موقع جسم بالقدم بعد t ثانية. ما تقدير السرعة اللحظية للجسم عند الزمن المعطى؟

$$s(t) = 3\sin(t-2), \qquad t = 2$$

A) 3 **B)** 1.36395 **C)** 2.52441 **D)** 6

الحل:

السرعات المتوسطة على فترات تصغر: v_{avg} : 1.36395, 2.52441, 2.995, 2.99995

$$v(2) = \lim_{h\to 0} \frac{3\sin h - 0}{h} = 3\lim_{h\to 0} \frac{\sin h}{h}$$

$$= 3(1) = 3$$

القيمة التي تقترب منها: $v(2) \approx 3$ ft/s

أسئلة الاختبارات الوزارية السابقة • البند 8

Previous MOE Exam Questions • Find the average and instantaneous velocity at a given point

ناتج التعلم: إيجاد السرعة المتوسطة واللحظية عند نقطة معطاة

إجابة س21 | المستوى: أساسي | درجتان | ★ وزاري • س19 | 2022-2023

السرعة المتوسطة | Average Velocity

يسقط جسم من ارتفاع 64 قدماً، وارتفاعه بالقدم بعد t ثانية يُعطى بالدالة الآتية. ما سرعته المتوسطة على الفترة الزمنية المعطاة؟

$$s(t) = 64 - 16t^2, \qquad 1 \le t \le 2$$

A) -24 ft/s

B) -48 ft/s

C) -6 ft/s

D) -36 ft/s

الحل:

نعوّض في دالة الارتفاع: $s(2) = 64 - 64 = 0, \quad s(1) = 64 - 16 = 48$

الإشارة السالبة تعني الهبوط: $v_{avg} = \frac{s(2) - s(1)}{2 - 1} = \frac{0 - 48}{1} = -48 \text{ ft/s}$

إجابة س22 | المستوى: أساسي | درجتان | ★ وزاري • س5 | 2017-2018

السرعة المتوسطة | Average Velocity

تمثل الدالة الآتية موقع جسم بالأمتار بعد t ثانية. ما السرعة المتوسطة للجسم على الفترة الزمنية المعطاة؟

$$s(t) = \sqrt{t^2 + 8t}, \qquad 0 \le t \le 1$$

A) $\frac{5}{3}$ m/s	B) 0 m/s	C) -3 m/s	D) 3 m/s

الحل:

نعوّض في دالة الموقع: $s(1) = \sqrt{9} = 3, \quad s(0) = 0$

$$v_{avg} = \frac{s(1) - s(0)}{1 - 0} = \frac{3 - 0}{1} = 3 \ m/s$$

البند 9: رسم منحنى دالة اعتمادًا على منحنى مشتقتها

Sketch the graph of a function using that of its derivative

الدرس 2-3: المشتقة • الكتاب ص 147 إنجليزي • العربي ص 149

أسئلة الكتاب: مثال 2.5 + الأسئلة الوزارية السابقة

ملخص قوانين البند 9 • Summary of Rules

إشارة المشتقة — Sign of the Derivative

$$f'(x) > 0 \Rightarrow f \nearrow, \qquad f'(x) < 0 \Rightarrow f \searrow$$

المشتقة الموجبة تعني التزايد، والسالبة تعني التناقص

أصفار المشتقة — Zeros of the Derivative

$$f'(c) = 0$$

مماس أفقي، وقيمة عظمى أو صغرى إذا تغيرت إشارة المشتقة

المشتقة ميل المماس — Derivative as Slope

$$f'(a) = m_{\tan}$$

ميل المماس عند النقطة

الانحدار — Steepness

$$|f'(x_1)| > |f'(x_2)|$$

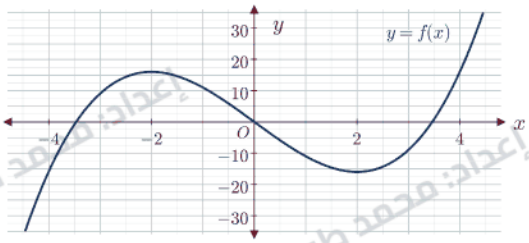
المنحنى أشد انحداراً حيث القيمة المطلقة للمشتقة أكبر

إجابة س1 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 147 إنجليزي • العربي ص 149 • مثال 2.5

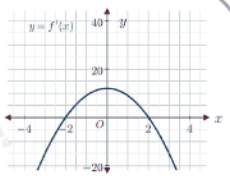
المشتقة | Derivative | ميل المماس | Slope of the Tangent Line

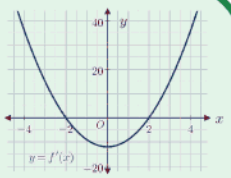
التزايد والتناقص | Increasing and Decreasing

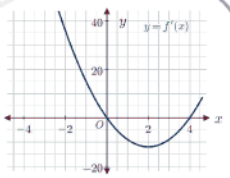
اعتماداً على التمثيل البياني للدالة f، أيّ التمثيلات الآتية يمثل منحنى المشتقة f′؟

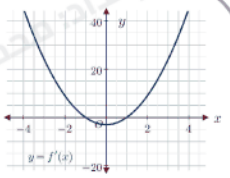


$$y = f(x)$$

A)


B)


C)


D)


الحل:

المنحنى مستوٍ عند هاتين النقطتين: $f'(-2) = f'(2) = 0$

$x < -2,\ x > 2 : f \nearrow \Rightarrow f'(x) > 0$

أشد انحداراً عند الصفر: $-2 < x < 2 : f \searrow \Rightarrow f'(x) < 0$

منحنى المشتقة قطع مكافئ مفتوح للأعلى: $f'(x) = 0 \Rightarrow x = \pm 2$

أسئلة الاختبارات الوزارية السابقة • البند 9

Previous MOE Exam Questions • Sketch the graph of a function using that of its derivative

ناتج التعلم: رسم منحنى دالة اعتمادًا على منحنى مشتقتها

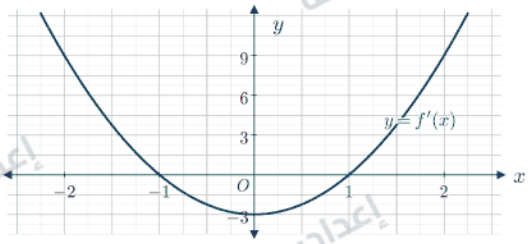
إجابة س2 | المستوى: أساسي | درجتان | ★ وزاري • س7 • س11 | 2021-2022 | 2017-2018

المشتقة | Derivative

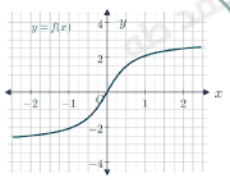
التزايد والتناقص | Increasing and Decreasing

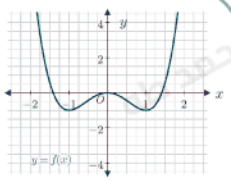
القيم العظمى والصغرى | Maximum and Minimum

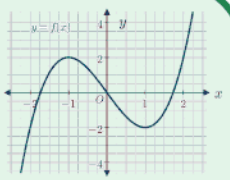
اعتماداً على التمثيل البياني للمشتقة f'، أيّ التمثيلات الآتية يمثل منحنى دالة متصلة f ممكنة؟

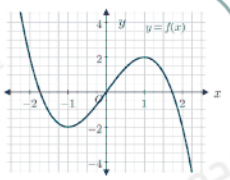


$$y = f'(x)$$

A)


B)


C)


D)


الحل:

الدالة متزايدة: $x < -1 : f'(x) > 0$

الدالة متناقصة: $-1 < x < 1 : f'(x) < 0$

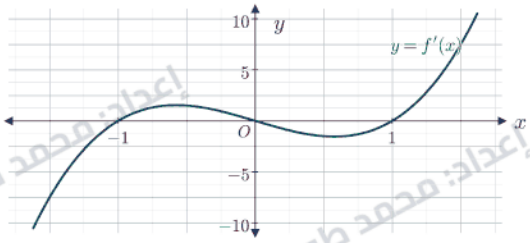
الدالة متزايدة: $x > 1 : f'(x) > 0$

قيمة عظمى ثم قيمة صغرى: $x = -1, \quad x = 1$

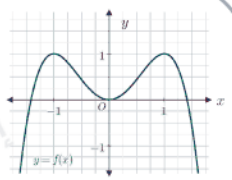
إجابة س3 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س11 | 2024-2025

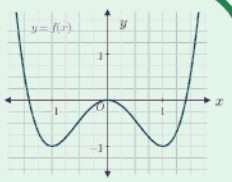
المشتقة | Derivative
التزايد والتناقص | Increasing and Decreasing
القيم العظمى والصغرى | Maximum and Minimum

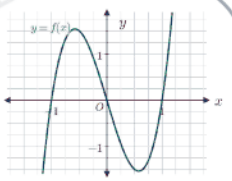
اعتماداً على التمثيل البياني للمشتقة 'f، أيّ التمثيلات الآتية يمثل منحنى الدالة f؟

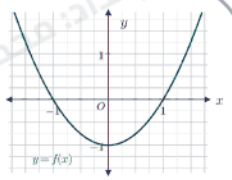


$$y = f'(x)$$

A)


B)


C)


D)


الحل:

$x < -1 : f' < 0 \Rightarrow f \searrow$, $\quad -1 < x < 0 : f' > 0 \Rightarrow f \nearrow$

$0 < x < 1 : f' < 0 \Rightarrow f \searrow$, $\quad x > 1 : f' > 0 \Rightarrow f \nearrow$

$x = \pm 1$: قيمتان صغريان

$x = 0$: قيمة عظمى

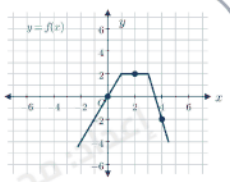
إجابة س4 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س9 | 2018-2019

المشتقة | Derivative | ميل المماس | Slope of the Tangent Line

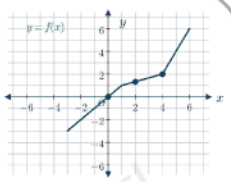
أيّ التمثيلات الآتية يمثل منحنى دالة تحقق الخصائص الآتية؟

$$f'(4) = -3,\ f'(2) = 0,\ f'(0) = 1,\ f(4) = -2,\ f(2) = 1,\ f(0) = 0$$

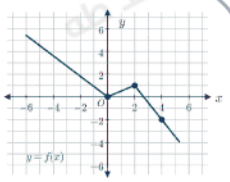
A)



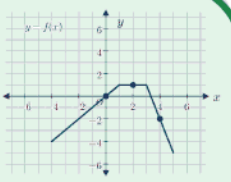
B)



C)



D)



الحل:

نقاط على المنحنى: $(0,0),\ (2,1),\ (4,-2)$

ميل المنحنى عند الأصل: $f'(0) = 1$

المماس أفقي عند النقطة الثانية: $f'(2) = 0$

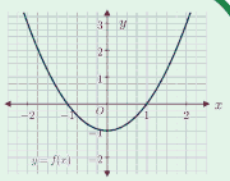
ميل القطعة المستقيمة الأخيرة: $f'(4) = -3$

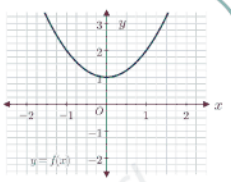
إجابة س5 | المستوى: أساسي | درجتان | ★ وزاري • س19 | 2016-2017

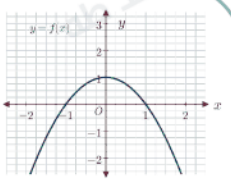
المشتقة | Derivative | التزايد والتناقص | Increasing and Decreasing

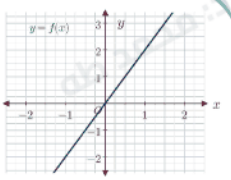
أيّ التمثيلات الآتية يمثل منحنى دالة تحقق الخصائص الآتية؟

$$f'(x) = 2x,\ f(1) = 0,\ f(-1) = 0,\ f(0) = -1$$

A)


B)


C)


D)


الحل:

$f'(x) = 2x:\ \ x < 0 \Rightarrow f \searrow,\ \ x > 0 \Rightarrow f \nearrow$

$f(0) = -1$: قيمة صغرى

$f(\pm 1) = 0 \Rightarrow f(x) = x^2 - 1$

البند 10: إيجاد المشتقة للدالة عند نقطة معينة

Find the derivative of a function at a given point

الدرس 2-3: المشتقة • الكتاب ص 152 إنجليزي • العربي ص 154

أسئلة الكتاب: تمارين 29 و30 + الأسئلة الوزارية السابقة

ملخص قوانين البند 10 • Summary of Rules

المشتقة عند نقطة — Derivative at a Point

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

إن وجدت النهاية

الصيغة البديلة — Alternative Form

$$f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

الاشتقاق يقتضي الاتصال — Differentiability Implies Continuity

$$f'(a) \ \exists \ \Rightarrow \ \lim_{x \to a} f(x) = f(a)$$

الدالة غير المتصلة عند نقطة غير قابلة للاشتقاق عندها

الرأس المدبب — Corner Point

$$f'_-(a) \neq f'_+(a) \ \Rightarrow \ f'(a) \ \nexists$$

مثل دالة القيمة المطلقة عند الصفر

إجابة س1 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 152 إنجليزي • العربي ص 154 • تمرين 29a

غير قابلة للاشتقاق | Not Differentiable | المشتقة | Derivative

أوجد جميع القيم التي تكون عندها الدالة الآتية غير قابلة للاشتقاق:

$$f(x) = |x| + |x-2|$$

A) $x = 0,\ x = 2$

B) $x = 1$

C) $x = 0$

D) $x = 2$

الحل:

$$f(x) = \begin{cases} -2x+2, & x < 0 \\ 2, & 0 \le x \le 2 \\ 2x-2, & x > 2 \end{cases}$$ نعيد التعريف دون قيمة مطلقة:

$x = 0:\ f'_- = -2 \neq f'_+ = 0$ المشتقتان من الجانبين مختلفتان:

$x = 2:\ f'_- = 0 \neq f'_+ = 2$ المشتقتان من الجانبين مختلفتان:

$x = 0,\ x = 2$

إجابة س2 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 152 إنجليزي • العربي ص 154 • تمرين 29b

غير قابلة للاشتقاق | Not Differentiable

المشتقة | Derivative

أوجد جميع القيم التي تكون عندها الدالة الآتية غير قابلة للاشتقاق:

$$f(x) = |x^2 - 4x|$$

A) $x = 2$

B) $x = 0,\ x = 4$

C) $x = 0,\ x = 2,\ x = 4$

D) $x = 4$

الحل:

أصفار ما داخل القيمة المطلقة: $x^2 - 4x = x(x-4) = 0 \Rightarrow x = 0,\ x = 4$

المشتقتان من الجانبين مختلفتان: $x = 0: \quad f'_- = -4 \neq f'_+ = 4$

المشتقتان من الجانبين مختلفتان: $x = 4: \quad f'_- = -4 \neq f'_+ = 4$

المشتقتان من الجانبين متساويتان فهي قابلة للاشتقاق: $x = 2: \quad f'_- = f'_+ = 0$

$x = 0,\ x = 4$

إجابة س3 | المستوى: متقدم | 4 درجات | الكتاب ص 152 إنجليزي • العربي ص 154 • تمرين 30a

غير قابلة للاشتقاق | Not Differentiable | الاتصال | Continuity

أوجد جميع القيم التي تكون عندها الدالة الآتية غير قابلة للاشتقاق:

$$g(x) = e^{-2/x}$$

A) $x = -2$

B) $x = 0,\ x = 2$

C) $x = 2$

D) $x = 0$

الحل:

الأُس غير معرّف عندما يكون المقام صفراً: $-\frac{2}{x}$

الدالة غير معرّفة عند هذه القيمة فهي غير متصلة عندها: $x = 0$

قابلة للاشتقاق عند باقي القيم: $g'(x) = \frac{2}{x^2} e^{-2/x}, \quad x \neq 0$

$x = 0$

إجابة س4 | المستوى: متقدم | 4 درجات | الكتاب ص 152 إنجليزي • العربي ص 154 • تمرين 30b

غير قابلة للاشتقاق | Not Differentiable | الاتصال | Continuity

أوجد جميع القيم التي تكون عندها الدالة الآتية غير قابلة للاشتقاق:

$$g(x) = e^{-2/(x^3-x)}$$

A) $x = 0$

B) $x = -1,\ x = 1$

C) $x = -1,\ x = 0,\ x = 1$

D) $x = 0,\ x = 1$

الحل:

الأُس غير معرّف عندما يكون المقام صفراً: $x^3 - x = 0$

نحلل: $x(x-1)(x+1) = 0 \Rightarrow x = -1,\ 0,\ 1$

الدالة غير معرّفة عند هذه القيم فهي غير متصلة عندها: $x = -1,\ 0,\ 1$

الدالة مركبة من دوال قابلة للاشتقاق: $x \neq -1,\ 0,\ 1$

$x = -1,\ x = 0,\ x = 1$

أسئلة الاختبارات الوزارية السابقة • البند 10

Previous MOE Exam Questions • Find the derivative of a function at a given point

ناتج التعلم: إيجاد المشتقة للدالة عند نقطة معينة

إجابة س5 | المستوى: أساسي | درجتان | ★ وزاري • س2 | 2018-2019

تعريف المشتقة | Limit Definition of the Derivative | النهاية | Limit

أوجد قيمة النهاية الآتية إن وجدت:

$$\lim_{h\to 0}\frac{(2+h)^3-8}{h}$$

A) 8 | B) 4 | C) D.N.E | D) 12

الحل:

نفك القوس: $(2+h)^3-8=8+12h+6h^2+h^3-8=12h+6h^2+h^3$

نختصر: $\lim_{h\to 0}\frac{12h+6h^2+h^3}{h}=\lim_{h\to 0}\left(12+6h+h^2\right)$

$=12+0+0=12$

إجابة س6 | المستوى: أساسي | درجتان | ★ وزاري • س14 | 2017-2018

تعريف المشتقة | Limit Definition of the Derivative | المشتقة | Derivative

باستخدام تعريف المشتقة، أوجد قيمة مشتقة الدالة الآتية عند القيمة المعطاة:

$$f(x) = x^2 - 2x, \qquad a = 3$$

A) -4 | B) 3 | C) 4 | D) -3

الحل:

$f(3) = 9 - 6 = 3, \qquad f(3+h) = 3 + 4h + h^2$

$f'(3) = \lim_{h\to 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{4h + h^2}{h}$ تعريف المشتقة:

$f'(3) = \lim_{h\to 0} (4 + h) = 4$ نختصر ثم نعوّض:

إجابة س7 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س13 | 2019-2020

تعريف المشتقة | Limit Definition of the Derivative | المشتقة | Derivative

أوجد قيمة b إذا علمت أن:

$$f(x) = 2x^4 + bx + 3, \qquad \lim_{h\to 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = 10$$

A) $b = -54$ | B) $b = 54$ | C) $b = -10$ | D) $b = 10$

الحل:

$\lim_{h\to 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = f'(2)$ النهاية هي تعريف المشتقة عند 2:

$f'(x) = 8x^3 + b \Rightarrow f'(2) = 8(8) + b = 64 + b$

$64 + b = 10 \Rightarrow b = -54$

إجابة س8 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س12 | 2020-2021

تعريف المشتقة | Limit Definition of the Derivative | النهاية | Limit

إذا كانت f الدالة الآتية، فأوجد قيمة النهاية المعطاة:

$$f(x) = x^4 - 5x, \qquad \lim_{x \to 2} \frac{f'(x) - f'(2)}{x - 2}$$

A) 6 | B) 27 | C) 38 | **D) 48**

الحل:

الصيغة البديلة للمشتقة الثانية: $\lim_{x \to 2} \frac{f'(x) - f'(2)}{x - 2} = f''(2)$

$f'(x) = 4x^3 - 5, \qquad f''(x) = 12x^2$

$f''(2) = 12(4) = 48$

إجابة س9 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • مقالي 2a • محوّل إلى اختيار | 2024-2025

تعريف المشتقة | Limit Definition of the Derivative | المشتقة | Derivative

باستخدام تعريف المشتقة، أوجد قيمة مشتقة الدالة الآتية عند القيمة المعطاة:

$$f(x) = 1 + \frac{2}{x}, \qquad a = 1$$

A) 2 | **B) −2** | C) −1 | D) 3

الحل:

$f(1) = 1 + 2 = 3, \qquad f(1+h) = 1 + \frac{2}{1+h}$

$f(1+h) - f(1) = \frac{2}{1+h} - 2 = \frac{2 - 2(1+h)}{1+h} = \frac{-2h}{1+h}$ نوحد المقامات:

$f'(1) = \lim_{h \to 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{-2h}{h(1+h)}$ تعريف المشتقة:

$= \lim_{h \to 0} \frac{-2}{1+h}$ نبسط ثم نعوض:

$f'(1) = -2$

إجابة س10 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • مقالي 2b • محوّل إلى اختيار | 2024-2025

معادلة المماس | Equation of the Tangent Line | المشتقة | Derivative

أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة الآتية عند القيمة المعطاة:

$$f(x) = 1 + \frac{2}{x}, \qquad x = 1$$

A) $y = -2x + 1$

B) $y = 2x + 1$

C) $y = -2x + 5$

D) $y = -2x + 3$

الحل:

نقطة التماس: $f(1) = 1 + 2 = 3$

ميل المماس: $f'(x) = -\frac{2}{x^2} \Rightarrow m = f'(1) = -2$

صيغة النقطة والميل: $y - 3 = -2(x - 1)$

$y = -2x + 5$