

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية



* للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae>

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر المتقدم اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae/15>

* للحصول على جميع أوراق الصف الثاني عشر المتقدم في مادة رياضيات وجميع الفصول, اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae/15>

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر المتقدم في مادة رياضيات الخاصة بـ اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae/15>

* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف الثاني عشر المتقدم اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae/grade15>

للتحدث إلى بوت المناهج على تلغرام: اضغط هنا

https://t.me/almanahj_bot

الفصل الدراسي الثالث 2019/2020

الرياضيات المتقدمة

الثاني عشر المتقدم

مراجعة

التكامل وتطبيقاته الوحدة السادسة

اعداد وتقديم

صكبان صالح محمد

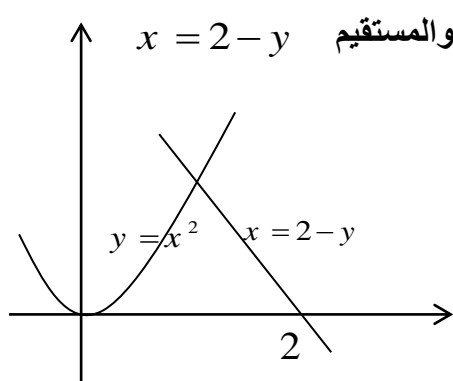
س1:- احسب المساحة المحددة بالمنحنى $y = 4 - x^2$ ومحور x .

$$a) \quad A = \int_0^2 (4 - x^2) dx$$

$$c) \quad A = \int_0^2 (x^2 - 4) dx$$

$$b) \quad A = \int_{-2}^2 (4 - x^2) dx$$

$$d) \quad A = \int_{-2}^2 (x^2 - 4) dx$$



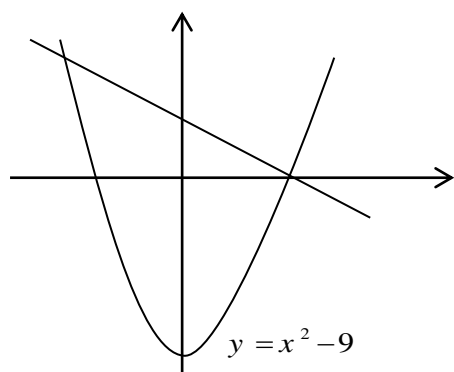
س2:- احسب مساحة المنطقة المحددة بالقطع المكافئ $y = x^2$ والمستقيم $x = 2 - y$

$$a) \quad A = \int_0^1 (2 - y - \sqrt{y}) dy$$

$$b) \quad A = \int_0^2 (2 - x - x^2) dx$$

$$c) \quad A = \int_0^2 (2 - y - \sqrt{y}) dy$$

$$d) \quad A = \int_0^1 (\sqrt{y}) dy + \int_1^2 (2 - y) dy$$



س3:- احسب مساحة المنطقة المحددة بالتمثيلين البيانيين $y = x^2 - 9$, $y = 3 - x$

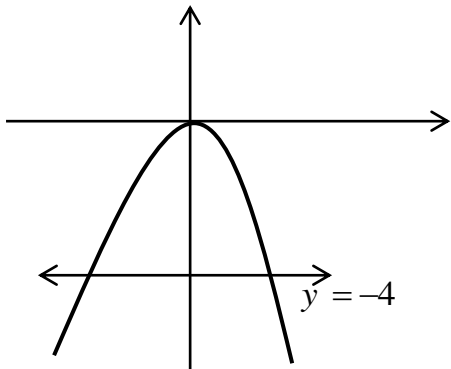
$$a) \quad A = \int_{-4}^3 (12 - x^2 - x) dx$$

$$b) \quad A = \int_{-9}^3 (12 - x^2 - x) dx$$

$$c) \quad A = \int_{-4}^3 (x^2 + x - 12) dx$$

$$d) \quad A = \int_{-4}^3 (3 - x) dx$$

س4):- احسب مساحة المنطقة المحدودة بالتمثيلين البيانيين $y = -x^2$, $y = -4$,



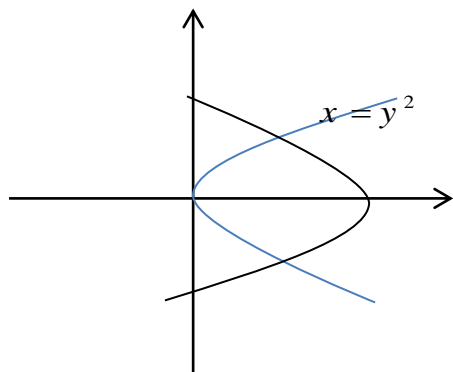
$$a) \quad A = \int_{-2}^2 (-x^2 - 4) dx$$

$$b) \quad A = \int_{-2}^2 -(x^2 + 4) dx$$

$$c) \quad A = \int_{-2}^2 (x^2 - 4) dx$$

$$d) \quad A = \int_{-2}^2 (-x^2 + 4) dx$$

س5):- أوجد مساحة المنطقة المحدودة بالتمثيلين البيانيين $x = y^2$, $x = 2 - y^2$



$$a) \quad A = \int_0^1 \sqrt{x} dx + \int_1^2 \sqrt{2-x} dx$$

$$b) \quad A = 2 \int_0^1 2\sqrt{x} dx$$

$$c) \quad A = \int_0^1 2\sqrt{x} dx + \int_1^2 2\sqrt{2-x} dx$$

$$d) \quad A = \int_{-1}^1 (2 - 2y^2)^2 dy$$

س6):- مساحة المنطقة المحددة بالدائرة $x^2 + y^2 - 4 = 0$ تعطى بالتكامل :-

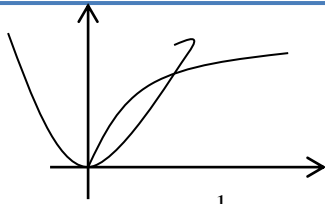
$$a) \quad A = \int_{-2}^2 2\sqrt{4-x^2} dx$$

$$b) \quad A = \int_{-2}^2 \sqrt{4-x^2} dx$$

$$c) \quad A = \int_{-2}^2 2\sqrt{x^2-4} dx$$

$$d) \quad A = \int_{-2}^2 \sqrt{x^2-4} dx$$

س7:- مساحة المنطقة التي تحددها تقاطعات المنحنيات $y = \sqrt{x}$, $y = x^2$



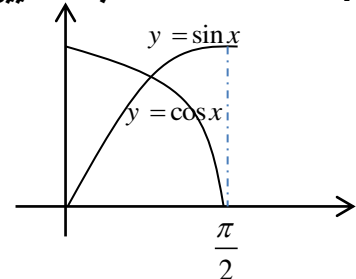
$$a) \quad A = \int_0^1 (\sqrt{y} - y^2) dy$$

$$c) \quad A = \int_0^1 (x^2 - \sqrt{x}) dx$$

$$b) \quad A = \int_0^1 (y + \sqrt{y}) dy$$

$$d) \quad A = \int_0^1 (y - \sqrt{y}) dy$$

س8:- المساحة المحددة بالمنحنيين



$$a) \quad A = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sin x - \cos x) dx + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + \cos x) dx$$

$$b) \quad A = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sin x + \cos x) dx + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin x - \cos x) dx$$

$$c) \quad A = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos x - \sin x) dx + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin x - \cos x) dx$$

$$d) \quad A = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos x + \sin x) dx$$

الحجوم [6,2]

1:- إذا يطلب حجم الجسم . (نحتاج مساحة المقطع العرضي للشكل المطلوب فقط) ثم نطبق القانون ونكامل .

2:- أو يطلب حجم (منطقة) بالدوران حول (محور أفقي أو رأسي) .

3:- أو يطلب إيجاد الحجم باستخدام الأصداف الإسطوانية . (نحتاج الى نصف القطر r وارتفاع الصدف h) ، وكذلك يجب معرفة الدوران إذا كان أفقي أو رأسي .

$$V = \int_a^b A(x) dx$$

حجم الجسم الذي له مساحة مقطع عرضي $A(x)$ هو

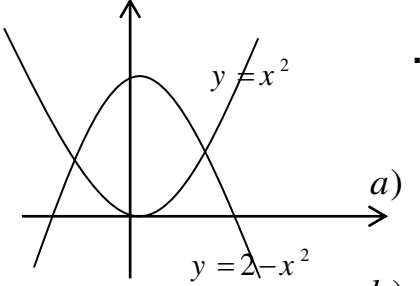
س9:- إذا كانت مساحة المقطع العرضي لشكل ما هي :-

$A(x) = \pi(4-x)^2$ فإن حجم الجسم على الفترة $[1,2]$ يكون :-

a) $v = \pi \int_1^2 (16+8x-x^2) dx$ b) $v = \pi \int_1^2 (16-8x+x^2) dx$

c) $v = \int_1^2 (16-8x+x^2) dx$ d) $v = \int_1^2 \pi(16+x^2) dx$

10:- قاعدة الجسم V هي المنطقة المحدودة بواسطة $y = x^2$, $y = 2-x^2$ أوجد الحجم إذا كان لدى V



إذا كانت المقاطع العرضية أنصاف دوائر تكون متعامدة مع محور .

a) $v = \int_{-1}^1 (2-2x^2)^2 dx$

c) $v = \int_{-1}^1 \pi(2-2x^2)^2 dx$

b) $v = \int_{-1}^1 (2x^2-2)^2 dx$

d) $v = \pi \int_{-1}^1 (\frac{1}{2} - x^2 + \frac{x^4}{2}) dx$

2:- الحجم الدوراني

طريقة الأقراص (Disk) :- يكون حجم الجسم الناتج عن التدوير حول محور x (المحور الأفقي) دورة كاملة هو :-

$$V = \int_a^b \pi(f(x))^2 dx$$

or

$$V = \int_a^b \pi(y)^2 dx$$

في هذه الحالة من الدوران نريد (y) هي الدالة أي $y = \dots\dots$

ملاحظة

1:- الاسطوانة تتولد من دوران مستطيل

2:- المخروط يتولد من دوران مثلث .

3:- الكرة تتولد من دوران نصف دائرة . وهكذا

س11:- احسب الحجم المجسم الناتج من دوران المنطقة تحت المنحنى $y = \sqrt{x}$ على الفترة $[0, 4]$ بالدوران حول $y = 0$

$$a) \quad v = \pi \int_0^4 (\sqrt{x}) dx$$

$$c) \quad v = \pi \int_0^4 x dx$$

$$b) \quad v = \pi \int_0^4 (\sqrt{x} - x)^2 dx$$

$$d) \quad v = \pi \int_0^4 y^2 dy$$

س12:- احسب حجم المنطقة المحدودة بواسطة $y = 0$, $y - 2 + x = 0$, $x = 0$ بالدوران دورة كاملة حول محور x

$$a) \quad v = \int_0^2 \pi(2 - x)^2 dx$$

$$c) \quad v = \int_0^2 \pi(y - 2)^2 dx$$

$$b) \quad v = \int_0^2 \pi(x - 2)^2 dx$$

$$d) \quad v = \int_0^2 \pi(2 - y)^2 dx$$

س13:- احسب حجم المنطقة المحدودة بواسطة $y = x^2$, $y = 8 - x^2$ بالدوران حول محور x

$$a) \quad v = 16\pi \int_{-2}^2 (4 - x^2) dx$$

$$c) \quad v = \pi \int_{-2}^2 (8 - x^2) dx$$

$$b) \quad v = 2\pi \int_{-2}^2 (4 - x^2) dx$$

$$d) \quad v = \pi \int_{-2}^2 (2x^2 - 8) dx$$

ملاحظة :- إذا كان الدوران حول محور y (المحور الرأسي) يكون :- نريد الدالة $x = \dots\dots\dots$

$$g(y) = x$$

$$V = \int_c^d \pi (g(y))^2 dy$$

$$V = \int_c^d \pi (x)^2 dy$$

س(14) :- أوجد حجم الجسم الناتج عن دوران المنطقة المحدودة بين المنحنيين $y = 4 - x^2$, $y = 1$

من $x = 0$ الى $x = \sqrt{3}$ حول محور y

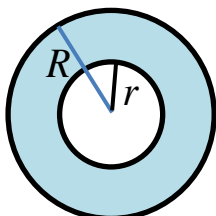
$$a) \quad v = \pi \int_0^{\sqrt{3}} (3 - x^2)^2 dx$$

$$c) \quad v = \pi \int_0^4 (4 - y) dy$$

$$b) \quad v = \pi \int_0^4 (4 - y)^2 dy$$

$$d) \quad v = \pi \int_1^4 (4 - y) dy$$

حساب الحجم عن طريق الحلقات :-

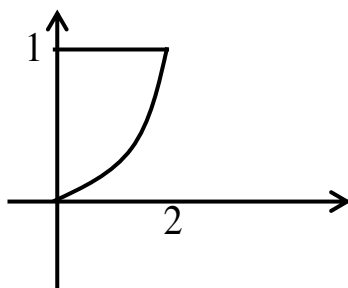


$$V = \int_a^b \pi (R)^2 dx - \int_a^b \pi (r)^2 dx$$

$$V = \int_a^b \pi ((R)^2 - (r)^2) dx$$

س(15) :- احسب حجم المنطقة المحدودة بالتمثيلين البيانيين

بالدوران حول محور y $y = \frac{1}{4}x^2$, $x = 0$, $y = 1$



$$a) \quad v = \pi \int_0^2 \left(\frac{x^2}{4}\right)^2 dx$$

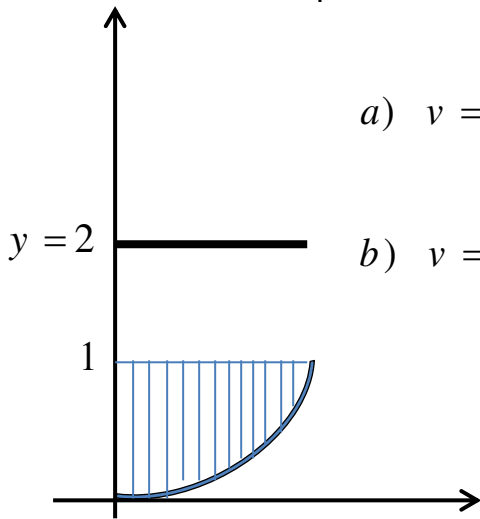
$$c) \quad v = \pi \int_0^1 (2y)^2 dy$$

$$b) \quad v = \pi \int_0^1 2y dy$$

$$d) \quad v = \pi \int_0^1 4y dy$$

س (:- أكتب التكامل لإيجاد الحجم الدوراني حول محور x للسؤال السابق .

س16:- احسب حجم المنطقة المحدودة بين المنحنيين $y = \frac{1}{4}x^2$, $x = 0$, $y = 1$ وذلك بالدوران حول المستقيم $y = 2$



$$a) \quad v = \pi \int_0^2 \left(\frac{1}{16}x^4 - x^2 + 3 \right) dx \quad c) \quad v = \pi \int_0^2 \left(3 - x^2 + \frac{1}{16}x^2 \right) dx$$

$$b) \quad v = \pi \int_0^2 \left(2 - \frac{1}{4}x^2 \right)^2 dx \quad d) \quad v = \pi \int_0^1 (\sqrt{4y})^2 dx$$

س17:- إذا تم دوران المنطقة المحدودة بين $y = x^2$, $y = 4 - x^2$ حول المستقيم $y = -3$ تكون أنصاف أقطار الدوران :-

$$a) \quad R = 7 + x^2 , r = 3 - x^2 \quad c) \quad R = 7 - x^2 , r = x^2 + 3$$

$$b) \quad R = 7 - x^2 , r = 3 - x^2 \quad d) \quad R = 7 , r = x^2 + 3$$

س18:- لتكن R هي المنطقة المحدودة بواسطة $y = 9 - x^2$ والمستقيم $y = 0$. فإذا كان الدوران حول المستقيم $x = 4$ فيكون حجم المنطقة :-

$$a) \quad v = \pi \int_{-3}^3 (4 - \sqrt{9 - y})^2 - (4 + \sqrt{9 - y})^2 dy \quad c) \quad v = \pi \int_0^9 (9 - x^2)^2 dx$$

$$b) \quad v = \pi \int_0^9 (4 + \sqrt{9 - y})^2 - (4 - \sqrt{9 - y})^2 dy \quad d) \quad v = \pi \int_{-3}^3 (9 - y) dy$$

س19:- على فرض يتم دوران مثلث رؤوسه $(-1, -1), (0, 1), (1, -1)$ حول المحور y فإن حجم المخروط يكون :-

$$a) \quad v = \pi \int_{-1}^1 (1-y)^2 dy$$

$$c) \quad v = \pi \int_{-1}^1 \left(\frac{1+y}{2}\right)^2 dy$$

$$b) \quad v = \pi \int_{-1}^1 \left(\frac{1-y}{2}\right)^2 dy$$

$$d) \quad v = \pi \int_{-1}^1 (-2x+1)^2 dx$$

س20:- على فرض يتم تدوير الدائرة $x^2 + y^2 = 1$ حول محور x فإن حجم الكرة الناتج من دوران هذه الدائرة هو

$$a) \quad v = \pi \int_{-1}^1 (1-x^2)^2 dx$$

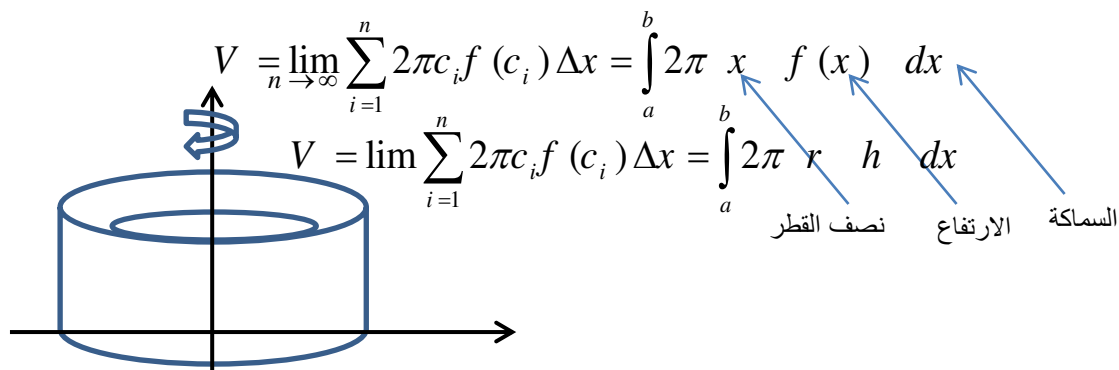
$$c) \quad v = \pi \int_{-1}^1 (1-y^2) dy$$

$$b) \quad v = \pi \int_{-1}^1 (1-y^2)^2 dy$$

$$d) \quad v = \pi \int_{-1}^1 (1-x^2) dx$$

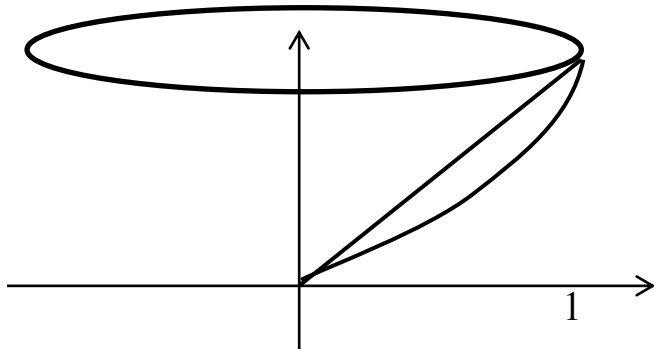
[8-3] الأحجام بالأصداف الأسطوانية

يعتبر بديلاً لطريقة الحلقات التي مرت سابقاً . والتي يكون فيها حساب الحجم أسهل في بعض الأحيان .



س(21):- استخدم طريقة الأصداف لإيجاد حجم الجسم الذي تكون من دوران المنطقة المحدودة بالتمثيلين

في الربع الأول حول المحور y $y = x$, $y = x^2$



$$a) \quad v = 2\pi \int_0^1 (x-1)(x-x^2) dx$$

$$b) \quad v = 2\pi \int_0^1 (x^2 - x^3) dx$$

$$c) \quad v = 2\pi \int_0^1 (y)(y - \sqrt{y}) dy$$

$$d) \quad v = \pi \int_0^1 (x)(x^2 - x) dy$$

_ في كل من التمارين التالية ارسم صدفه نوعية وحدد **نصف قطر** و**ارتفاع** كل صدفه ثم احسب **الحجم**

س(22):- يتم دوران المنطقة المحدودة بواسطة $y = x^2$ والمحور x حيث $-1 \leq x \leq 1$ حول $x = 2$

$$a) \quad v = \pi \int_{-1}^1 (4x^2 - 2x^3) dx \quad c) \quad v = 2\pi \int_{-1}^1 (2-y)(\sqrt{y}) dy$$

$$b) \quad v = \pi \int_{-1}^1 (4x^2 + 2x^3) dx \quad d) \quad v = \pi \int_{-1}^1 y(\sqrt{y}) dy$$

س(23):- يتم دوران المنطقة المحدودة بواسطة $x = 1$, $y = -x$, $y = x$ حول المحور y . فيكون نصف قطر الصدفه وأرتفاعها هو :-

$$a) \quad r = y \quad , \quad h = 2y$$

$$c) \quad r = 1-x \quad , \quad h = 2x$$

$$b) \quad r = x \quad , \quad h = 2x$$

$$d) \quad r = x \quad , \quad h = 0$$

(24):- يتم دوران المنطقة المحدودة بواسطة $x=1$, $y=-x$, $y=x$ حول $x=1$ فيكون نصف قطر الصدفة وأرتفاعها هو :-

a) $r=1-x$, $h=2x$ c) $r=1-y$, $h=2y$

b) $r=x-1$, $h=2x$ d) $r=y-1$, $h=2y$

(25):- يتم دوران المنطقة المحدودة بواسطة $x^2+y^2=1$ حول $y=2$ فإن أرتفاع الصدفة هو :-

a) $h=2$ b) $h=2\sqrt{1+x^2}$ c) $h=2\sqrt{1-y^2}$ d) $h=2\sqrt{1-x^2}$

(26):- حجم الجسم الذي تكون من دوران المنطقة المحدودة بالتمثيل البياني $y=4-x^2$ والمحور x

a) $v = 2\pi \int_{-2}^2 (3-x)(4-x^2)dx$ حول المستقيم $x=3$

b) $v = 2\pi \int_0^4 (3-x)(4-x^2)dx$

c) $v = 2\pi \int_0^4 (3-y)(\sqrt{4-y})dy$

d) $v = 2\pi \int_0^4 (3+x)(4-x^2)dy$

س(27):-

يتم دوران المنطقة المحدودة بواسطة $y = 4 - x$ ، $y = 4$ و $y = x$ حول $y = 4$

a) $v = 2\pi \int_2^4 (y - 4)(2y + 4)dy$

c) $v = 2\pi \int_0^4 (4 - y)(2y - 4)dy$

b) $v = 2\pi \int_0^4 (4 - x)(2x - 4)dx$

d) $v = 2\pi \int_2^4 (4 - y)(2y - 4)dy$

س(28):- حجم المنطقة المحددة بالمنحنى $y = \cos x$ على الفترة $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ بالدوران حول محور y .

a) $v = \pi \int_0^1 (\cos^{-1} y)^2 dy$

c) $v = 2\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$

b) $v = 2\pi \int_0^1 (\cos^{-1} y) dy$

d) $v = 2\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$

[4-6] طول القوس ومساحة السطح

$$S = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

(1):- احسب طول المنحنى لكل مما يلي :-

(29):- $f'(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 8}$

a) $s = L = \int_3^6 (x - 3)dx$

c) $s = L = \int_3^6 \sqrt{x^2 - 6x + 10} dx$

b) $s = L = \int_3^6 (x + 3)dx$

d) $s = L = \int_3^6 \sqrt{x^2 + 6x - 9} dx$

على الفترة $[0, 4]$ اكتب القانون الذي يمثل طول القوس .
 $\frac{dy}{dx} = \sqrt{x^2 + 2x}$

مساحة السطح

$$S = \int_a^b 2\pi f(x) \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

س30:- على فرض أنه تم تدوير المربع المكون من جميع (x, y) ، مع $-1 \leq x \leq 1$ و $-1 \leq y \leq 1$ ، حول محور y ، احسب مساحة السطح .

$$a) \quad S = 2\pi \int_{-1}^1 (1) \cdot \sqrt{0+1} dx = 4\pi + 2\pi = 6\pi \text{ unit}^2$$

$$b) \quad S = 2\pi \int_{-1}^1 (1) \cdot \sqrt{0+1} dx = 4\pi + 0 = 4\pi \text{ unit}^2$$

$$c) \quad S = 2\pi \int_{-1}^1 (1) \cdot \sqrt{0+1} dx = 6\pi + 2\pi = 8\pi \text{ unit}^2$$

$$d) \quad S = 2\pi \int_{-1}^1 (1) \cdot \sqrt{0+1} dx = 5\pi + 2\pi = 7\pi \text{ unit}^2$$

Projectile Motion حركة المقذوفات [6-5]

قانون نيوتن الثاني للحركة $F = ma$ حيث F هو مجموع القوى المؤثرة و m هو كتلة الجسم و a هو تسارع الجسم .

القوة الناتجة عن الجاذبية $F = -mg$

التسارع $a(t) = h''(t)$ ، $h''(t) = -32$ أو $h''(t) = -9.8$

س31):- إذا كان ارتفاع لوح الغطس 4.5 m فوق مستوى سطح المياه وبدأ الغواص بسرعة متجهة ابتدائية

2.4 m/s (في اتجاه لأعلى) . فإن الارتفاع في الزمن t (بافتراض عدم وجود مقاومة هواء)

$$a) \quad h(t) = -9.8t^2 + 2.4t + 4.5 \quad c) \quad h(t) = -4.9t^2 + 2.4t + 4.5$$

$$b) \quad h(t) = 9.8t^2 - 2.4t + 4.5 \quad d) \quad h(t) = -4.9t^2 + 2.4t$$

س32):- يسقط غطاس من ارتفاع 40 ft لغرض سباقات الغطس الأولمبي ، ما السرعة المتجهة لهذا الغطاس لحظة الاصطدام بالماء بدلالة الزمن t .

$$a) \quad h'(t) = -32t \quad c) \quad h'(t) = 32t + 40$$

$$b) \quad h'(t) = 32t \quad d) \quad h'(t) = -32t + 40$$

تطبيقات التكامل على الفيزياء والهندسة [6-6]

$$W = F d$$

الشغل

لإيجاد الشغل المبذول نتبع ما يلي :-

(1) : نحدد قيمة الثابت للنابض .

(2) :- نجد F

$$W = \int_0^b k x dx$$

(3) :- نجري عملية التكامل

 $F = kx$ حيث k (ثابت النابض) .

س(1) :- تعمل قوة قدرها 5 باوند على تمدد نابض 4 inch من طوله الطبيعي . أوجد الشغل المبذول في تمدد النابض 6 inch أكثر من طوله الطبيعي .

$$a) \quad W = \int_0^{\frac{1}{4}} 15x dx$$

$$c) \quad W = \int_0^6 15x dx$$

$$b) \quad W = \int_0^{\frac{1}{2}} 15x dx$$

$$d) \quad W = \int_0^{\frac{1}{3}} 20x dx$$

س(2) :- أحدثت قوة من 10 باوند تمدد على نابض 2 inch . أوجد الشغل المبذول في تمدد هذا النابض 3 inch أبعد من طوله الطبيعي .

س(3):- تزن سلسلة 1000 lb و طولها 40 ft ويتم سحبها لأعلى على سطح قارب . السلسلة موجهة رأسياً والجزء العلوي من السلسلة يبدأ في المياه 30ft أسفل السطح . احسب الشغل المبذول .

س(6):- احدثت قوة من 7 lb تمدد على نابض 5 in ، أوجد الشغل المبذول في تمدد هذا النابض 6 in أبعد من طوله الطبيعي .

ملاحظة :- لا تنسى تحويل الوحدات (إذا كانت مختلفة) لنوع واحد .

الاحتمال [6-7]

تعريف دقيق لـ pdf (كثافة الاحتمال) :- على فرض أن X هي متغير عشوائي له فرضيته أي قيمة x

لكل $a \leq x \leq b$ تكون كثافة الاحتمال لـ X دالة $f(x)$ تحقق .

(1):- $f(x) \geq 0$ لكل $a \leq x \leq b$ (لا يمكن أن تكون سالبة) .

(2):- $\int_a^b f(x)dx = 1$ الاحتمال الكلي 1

يعطي الاحتمال الذي تقع فيه قيمة X (المرئية) بين c, d بالمساحة تحت التمثيل البياني لـ pdf

$$P(c \leq X \leq d) = \int_c^d f(x) dx$$

ملاحظة :- $pdf = \text{probability density function}$

س(1) :- أثبت أن كل من الدوال المعطاة هي دالة pdf على الفترة المعينة .

(a) :- $f(x) = 2x^3 + x$, $[0,1]$

(b) :- $f(x) = \frac{3}{8}x^2$, $[0,2]$

(c) :- $f(x) = \frac{1}{2} \sin x$, $[0, \pi]$

$$f(x) = e^{\frac{-x}{2}}, \quad [0, \ln 4] \quad \text{-(d)}$$

تعريف :- يعطى الوسط μ لمتغير عشوائي له $f(x)$ pdf على الفترة $[a, b]$ بالصيغة

$$\mu = \int_a^b xf(x)dx$$

إيجاد قيمة c التي تجعل الدالة $f(x)$ pdf

س2:- أوجد قيمة c التي تكون عندها $f(x)$ pdf على الفترة المعينة

$$f(x) = cx + x^2, \quad [0, 1] \quad \text{-(a)}$$

$$f(x) = \frac{c}{1+x^2}, [0,1] \quad \text{:- (b)}$$

$$f(x) = \frac{c}{\sqrt{1-x^2}}, [0,1] \quad \text{:- (c)}$$

س3:- على فرض أن العمر الافتراضي بالاعوام لعلامة تجارية معينة لمصباح يتم توزيعه أسياً بواسطة pdf $f(x) = 4e^{-4x}$. أوجد احتمال أن يدوم مصباح محدد لمدة 3 أشهر أو أقل .

$$\begin{aligned} a) \quad p(0 \leq X \leq \frac{1}{3}) &= \int_0^{\frac{1}{3}} 4e^{-4x} dx & c) \quad p(0 \leq X \leq \frac{1}{4}) &= \int_0^{\frac{1}{4}} 4e^{-4x} dx \\ b) \quad p(0 \leq X \leq \frac{1}{4}) &= \int_0^{\frac{1}{4}} 4e^{-4x} dx & d) \quad p(0 \leq X \leq 3) &= \int_0^3 4e^{-4x} dx \end{aligned}$$

إيجاد الوسط والوسيط

س5):- أوجد الوسط والوسيط للمتغير العشوائي من pdf التالية :-

$$f(x) = \frac{2/\pi}{\sqrt{1-x^2}}, \quad [0,1]$$

مع خالص تحياتي للجميع (لا تنسونا من صالح دعائكم) [يتبع الى الوحدة الأخيرة](#)