

بنك أسئلة النهايات التي تؤول إلى اللانهاية وخطوط التقارب



تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

موقع المناهج ← المناهج الإماراتية ← الصف الثاني عشر المتقدم ← رياضيات ← الفصل الأول ← ملفات متنوعة ← الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 15:00:18 2026-10-17

ملفات اكتب للمعلم اكتب للطالب ا اختبارات الكترونية ا اختبارات ا حلول ا عروض بوربوينت ا أوراق عمل
منهج انجليزي ا ملخصات وتقارير ا مذكرات وبنوك ا الامتحان النهائي للمدرس

المزيد من مادة
رياضيات:

إعداد: محمد الصبيحي

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر المتقدم



صفحة المناهج
الإماراتية على
فيسبوك

الرياضيات

اللغة الانجليزية

اللغة العربية

التربية الاسلامية

المواد على تلغرام

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الأول

مذكرة التكامل غير المحدد

1

سلسلة الطارق في الرياضيات: الاشتقاق

2

المتطابقات المثلثية المهمة جداً للحفظ

3

أهم الاختصارات والتعابير الجبرية

4

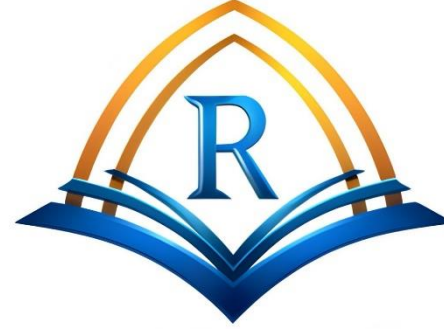
أوراق عمل مهمة

5

تحميل تطبيق المناهج للهواتف الذكية

تطبيق المناهج على Play Google (أندرويد)

تطبيق المناهج على Store App (آبل)



Rowad Al Dhafra Private School
مدرسة رواد الظفرة الخاصة

النهايات التي تتضمن اللانهاية - خطوط التقارب

الوحدة الثانية - الدرس الخامس

مادة الرياضيات - الصف الثاني عشر المتقدم

أ - محمد الصيحي

المفاهيم الأساسية: دراسة السلوك الطرفي عند الاقتراب من الصفر

عندما نقرب من الصفر لدوال المقلوب، ندرس النهاية من اليمين والنهاية من اليسار. إذا كان المقام بصفر والبسط بمقدار ثابت، فإن النهاية تتجه إما إلى موجب لانهاية $(+\infty)$ أو سالب لانهاية $(-\infty)$. لمعرفة الإشارة، نعوض بقيم قريبة جداً من الصفر (أو من العدد الذي يجعل المقام صفراً) يميناً ويساراً.

سؤال (1): أوجد قيمة النهايات التالية (من اليمين ومن اليسار):

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x}$$

سؤال (2): أوجد قيمة النهايات التالية:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^2} \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x^2}$$

سؤال (3): أوجد قيمة النهايات التالية من خلال التعويض أو دراسة الإشارات:

$$\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{1}{(x-5)^3} \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{1}{(x-5)^3}$$

سؤال (4): أوجد قيمة النهايات التالية لدالة كسرية عند خط التقارب الرأسي:

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x+1}{(x-3)(x+2)} \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x+1}{(x-3)(x+2)}$$

سؤال (5): من خلال رسم دالة الظل، أوجد:

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \tan x \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} \tan x$$

📌 القاعدة الأولى: درجة البسط أصغر من درجة المقام

لإيجاد النهاية عند اللانهاية ($x \rightarrow \infty$ أو $x \rightarrow -\infty$) لدالة كسرية، نقسم البسط والمقام على أكبر قوة للمتغير x في المقام. إذا كانت درجة البسط $<$ درجة المقام: فإن قيمة النهاية تساوي صفر (0). يوجد خط تقارب أفقي (Horizontal Asymptote) معادلته: $y = 0$.

سؤال (6):

7) Evaluate $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+1}{x^2-4}$ أوجد قيمة

سؤال (7): أوجد قيمة النهاية التالية بناءً على مقارنة درجات كثيرات الحدود:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+x}{x^3+x^2-x-1}$$

سؤال (8):

19) Evaluate $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2+1}{x+4}$ أوجد قيمة and find any slant asymptotes. وأوجد أي خطوط تقاربية مائلة.

*(ملاحظة: تم إدراج السؤال هنا كما ورد في تسلسل المصدر، مع ملاحظة أن درجة البسط أكبر من المقام).

📌 القاعدة الثانية: درجة البسط تساوي درجة المقام

إذا كانت درجة البسط = درجة المقام: فإن قيمة النهاية تساوي معامل الحد الرئيسي في البسط مقسوماً على معامل الحد الرئيسي في المقام.

معادلة خط التقارب الأفقي في هذه الحالة هي: $y = \frac{a}{b}$ (حيث a و b هما المعاملان).

سؤال (9):

أوجد قيمة Evaluate 11)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - x}{3x - 7}$$

سؤال (10):

أوجد خطوط التقارب الأفقية للتمثيل البياني للدالة التالية:

$$f(x) = 2 - \frac{1}{x}$$

سؤال (11):

أوجد قيمة النهاية التالية:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x - 7}{4x + 3}$$

سؤال (12):

أوجد قيمة النهاية لدالة كسرية عندما $x \rightarrow \infty$ ، حيث ورد في المصدر أن الحد الرئيسي في البسط هو $10x^3$ والحد الرئيسي في المقام هو $2x^3$.

* (توضيح: لم تكتمل باقي حدود الدالة في المصدر المرئي، فالمعطى المتوفر هو الحد الرئيسي فقط).

إيجاد الثوابت المجهولة

عندما يُعطى ناتج النهاية ويُطلب إيجاد مجهول (مثل a)، نقوم بتطبيق قواعد النهايات عند اللانهاية. يجب الانتباه إلى القيمة المطلقة $|x|$: عند $x \rightarrow \infty$ ، فإن $|x| = x$ وعند $x \rightarrow -\infty$ ، فإن $|x| = -x$. وكذلك لكي تكون النهاية عدداً حقيقياً (غير اللانهاية)، يجب أن لا تزيد درجة البسط عن المقام.

سؤال (13):

أوجد قيمة a ؟ find the value of a ؟ إذا كان $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2}{3+x|x|} = 2$ 13) If

سؤال (14):

أوجد قيمة a ؟ find the value of a ؟ إذا كان $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x^4 - (a-3)x^5 + 8x}{7-5x^4} = -2$ 15) If

✈ التعامل مع الجذور التربيعية في النهايات

عند قسمة متغير خارج وداخل الجذر التربيعي: $\sqrt{x^2} = |x|$.
إذا كانت $x \rightarrow \infty$ ، نقسم خارج الجذر على x وداخله على x^2 (كلاهما موجب).
إذا كانت $x \rightarrow -\infty$ ، نقسم خارج الجذر على سالب x وداخله على x^2 ، مما يغير إشارة المقدار.

سؤال (15): أوجد قيمة النهايات التالية للمقارنة بين الاتجاهين:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^2 - 1}}{3x - 6}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 - 1}}{3x - 6}$$

سؤال (16):

أوجد قيمة Evaluate 17)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{16x^4 - 5} - 3x^2}{15x^2 - 7x}$$

✈ القاعدة الثالثة: درجة البسط أكبر من درجة المقام

إذا كانت درجة البسط $>$ درجة المقام: فإن قيمة النهاية تكون إما ∞ أو $-\infty$. ولا يوجد خط تقارب أفقي.
خط التقارب المائل (Slant / Oblique Asymptote): يوجد فقط إذا كان الفرق بين درجة البسط ودرجة
ودرجة المقام يساوي (1) بالضبط. يتم إيجاد معادلته باستخدام القسمة المطولة.

سؤال (17): أوجد قيمة النهاية وأوجد أي خطوط تقارب مائلة باستخدام القسمة المطولة:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 2x - 1}{x^2 + 4x}$$

سؤال (18): أوجد قيمة النهاية التالية:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3}{5x^2}$$

* (تم إدراج السؤال رقم 19 الوارد في PDF سابقاً في الشريحة رقم 3 التزاماً بالتسلسل الأصلي للأسئلة في المصدر).

✈ النهايات للدوال الخاصة

فهم السلوك الطرفي والرسومات البيانية للدوال الأسية (مثل e^x) والدوال المثلثية العكسية (مثل $\tan^{-1}x$ و $\sec^{-1}x$) يساعد في إيجاد النهايات بشكل مباشر.

سؤال (19): أوجد قيمة النهايات التالية:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} e^{\frac{1}{x}} \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} e^{\frac{1}{x}}$$

سؤال (20): أوجد قيمة النهايات التالية (من خلال رسم $\tan^{-1}x$):

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \tan^{-1} x \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \tan^{-1} x$$

سؤال (21): أوجد قيمة النهاية المركبة التالية:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sin(\tan^{-1} x)$$

سؤال (22): أوجد قيمة النهاية التالية:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sec^{-1} \left(\frac{x^2 + 1}{x} \right)$$

📌 تصميم وتكوين الدوال (الجزء الأول): إيجاد دالة تحقق شروط خطوط التقارب

عند بناء دالة كسرية، نستفيد من:

1. خطوط التقارب الرأسية: تمثل أصفار المقام (القيم التي تجعل المقام صفراً).
2. خطوط التقارب الأفقية: تُحدد من خلال مقارنة درجة البسط ودرجة المقام وتعديل المعاملات.

سؤال (26):

Find a quadratic function $q(x)$ such that $f(x) = \frac{x^2-4}{q(x)}$ has one horizontal asymptote $y = -\frac{1}{2}$ and exactly one vertical asymptotes $x = 3$.

أوجد دالة تربيعية $q(x)$ بحيث يكون $f(x) = \frac{x^2-4}{q(x)}$ له خط تقارب أفقي $y = \frac{1}{2}$ وخط تقارب رأسي واحد بالضبط $x = 3$.

سؤال (27):

Find a quadratic function $q(x)$ such that $f(x) = \frac{x^2-4}{q(x)}$ has one horizontal asymptote $y = 2$ and two vertical asymptotes $x = \pm 3$.

أوجد دالة تربيعية $q(x)$ بحيث يكون $f(x) = \frac{x^2-4}{q(x)}$ له خط تقارب أفقي واحد $y = 2$ واثنان من خطوط التقارب الرأسية $x = \pm 3$.

أسئلة اختبارات سابقة

* هذه الأسئلة مأخوذة نصاً من اختبارات سابقة حسب ورودها في المصادر.

سؤال (23):

24) Suppose that the diameter of an animal's pupils is given by $f(x)$ mm, where x is the intensity of light on the pupils. If $f(x) = \frac{80x^{-0.3}+60}{2x^{-0.3}+5}$ find the diameter of the pupils with (a) minimum light (b) maximum light.

لنفترض أن حجم بؤبؤ عين حيوان محدد يُعطى بالعلاقة $f(x)$ mm حيثما يكون x هو كثافة الضوء على بؤبؤ العين. إذا $f(x) = \frac{80x^{-0.3}+60}{2x^{-0.3}+5}$ كان $f(x) = \frac{8x^{0.3}+60}{2x^{-0.3}+5}$ فأوجد حجم بؤبؤ العين عندما لا يوجد ضوء وحجمه مع وجود كمية لانهائية من الضوء.

أسئلة اختبارات سابقة

سؤال (24): ورد في المصدر (الفيديو) نسخة أخرى من مسألة الامتحان كالتالي:

لنفترض أن قطر بؤبؤ العينين لأحد الحيوانات موضح بالدالة: $f(x) = \frac{160x^{-0.4}+90}{4x^{-0.4}+15}$ حيث x هو كثافة الضوء. فأوجد قطر بؤبؤ العينين مع: (أ) حد أدنى من الضوء. (ب) الحد الأقصى من الضوء.

أسئلة اختبارات سابقة

سؤال (25):

Suppose that the length of a small animal t days after birth is $h(t) = \frac{300}{1+9(0.8)^t}$ mm. What is the length of the animal at birth?

a) What is the eventual length of the animal (i.e., the length as $t \rightarrow \infty$)?

لنفترض أن طول حيوان صغير بعد أيام من الولادة هو $h(t) = \frac{300}{1+9(0.8)^t}$ ملليمتر. فما طول الحيوان عند الولادة؟
طول النهائي للحيوان (أي الطول عندما $t \rightarrow \infty$)؟

بنك الأسئلة: الدوال النسبية وكثيرات الحدود عند اللانهاية

11. أوجد: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+1}{x^2-4}$

12. أوجد: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-x}{3x-7}$

13. أوجد: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x-7}{4x+3}$

14. أوجد $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x^3-5x}{-2x^3}$

13. أوجد: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+1}{x^2-4}$

14. أوجد: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x-7}{4x+3}$

15. أوجد جميع خطوط التقارب الأفقية للدالة: $f(x) = 2 - \frac{1}{x}$

16. إذا كان $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2}{3+x|x|} = 2$ ، فأوجد قيمة a ؟

17. إذا كان $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x^4-(a-3)x^5+8x}{7-5x^4} = -2$ ، فأوجد قيمة a ؟

بنك الأسئلة: الجذور التربيعية وخطوط التقارب المائلة

18. أوجد: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^2-1}}{3x-6}$

19. أوجد: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2-1}}{3x-6}$

20. أوجد: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2-1}}{13x-6}$

20. أوجد قيمة: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{16x-5-3x^2}}{15x^2-7x}$

20. أوجد: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^2-1}}{3x-6}$

21. أوجد قيمة $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2+1}{x+4}$ وأوجد أي خطوط تقارب مائلة (Slant Asymptotes).

22. أوجد خط التقارب المائل: $y = \frac{3x^3+2x+1}{x^2+4x}$

تسليط الضوء: أسئلة الامتحانات السابقة (Past Papers) 💡

32. [امتحان 2022 - 2023] Evaluate: $\lim_{x \rightarrow 0^-} \sin(e^{-1/x})$

33. [امتحان 2022 - 2023] Evaluate: $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x)$

34. [امتحان 2022 - 2023] Determine all horizontal asymptotes for: $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$

35. [امتحان 2021 - 2022] Determine all horizontal and vertical asymptotes for: $f(x) = \frac{x^2}{4 - x^2}$

36. [امتحان 2021 - 2022] Evaluate: $\lim_{x \rightarrow -\infty} (e^{2 \tan^{-1} x})$

37. [امتحان 2020 - 2021] If $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + mx^2 - 2x^2 - 1}{2x^4 + 2x^3 - x} = 4$, Find the value of constant m .

تسليط الضوء: أسئلة الامتحانات السابقة (Past Papers) 💡

38. [امتحان 2019 - 2020] Evaluate: $\lim_{x \rightarrow \infty} \sec^{-1} \left(\frac{x^2+1}{x+1} \right)$

39. [امتحان 2018 - 2013] Evaluate: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \cot^{-1} x$

40. [امتحان 2018 - 2017] Evaluate: $\lim_{x \rightarrow \infty} \sin(\tan^{-1} x)$

41. [أسئلة اختبارات متنوعة] Evaluate: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2-6}{3x^3+2x+1}$

42. [أسئلة اختبارات متنوعة] Determine the slant asymptote of: $y = \frac{x^2+1}{x-2}$