ملزمة تطبيقات التكامل المحدد الفصل 6 المساحة بين المنحنيات الحجم بالقطاعات والأقراص والغسالات طول القوس المساحة السطحية وحركة المقذوفات

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية	
موقع المناهج ⇦ المناهج الإماراتية ⇦ الصف الثاني عشر المتقدم ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الثالث ⇦ ملفات متنوعة ⇦ الملف	
تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2026-05-05 18:36:45	
ملفات ا كتب للمعلم ا كتب للطالب ا اختبارات الكترونية ا اختبارات ا حلول ا عروض بوربوينت ا أوراق عمل منهج انجليزي ا ملخصات وتقارير ا مذكرات وبنوك ا الامتحان النهائي ا للمدرس	المزيد من مادة رياضيات:
إعداد: Odah Imad	

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر المتقدم					
صفحة المناهج الإماراتية على فيسبوك					
المواد على تلغرام	التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات	

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الثالث	
1	اختبار المساحة بين المنحنيات Curves Between Area تمارين اختيار من متعدد وحسابية
2	إجابة أوراق عمل الوحدة السابعة طرائق التكامل 2
3	أوراق عمل الوحدة السابعة طرائق التكامل 2 غير محلول
4	مراجعة الدرس السادس التكامل بالتعويض من الوحدة الخامسة التكامل اعتماداً على الاختبارات السابقة (اختبر نفسك 6)
5	حل أسئلة امتحانات سابقة الدرس الخامس Motion Projectile من الوحدة السادسة

CHAPTER

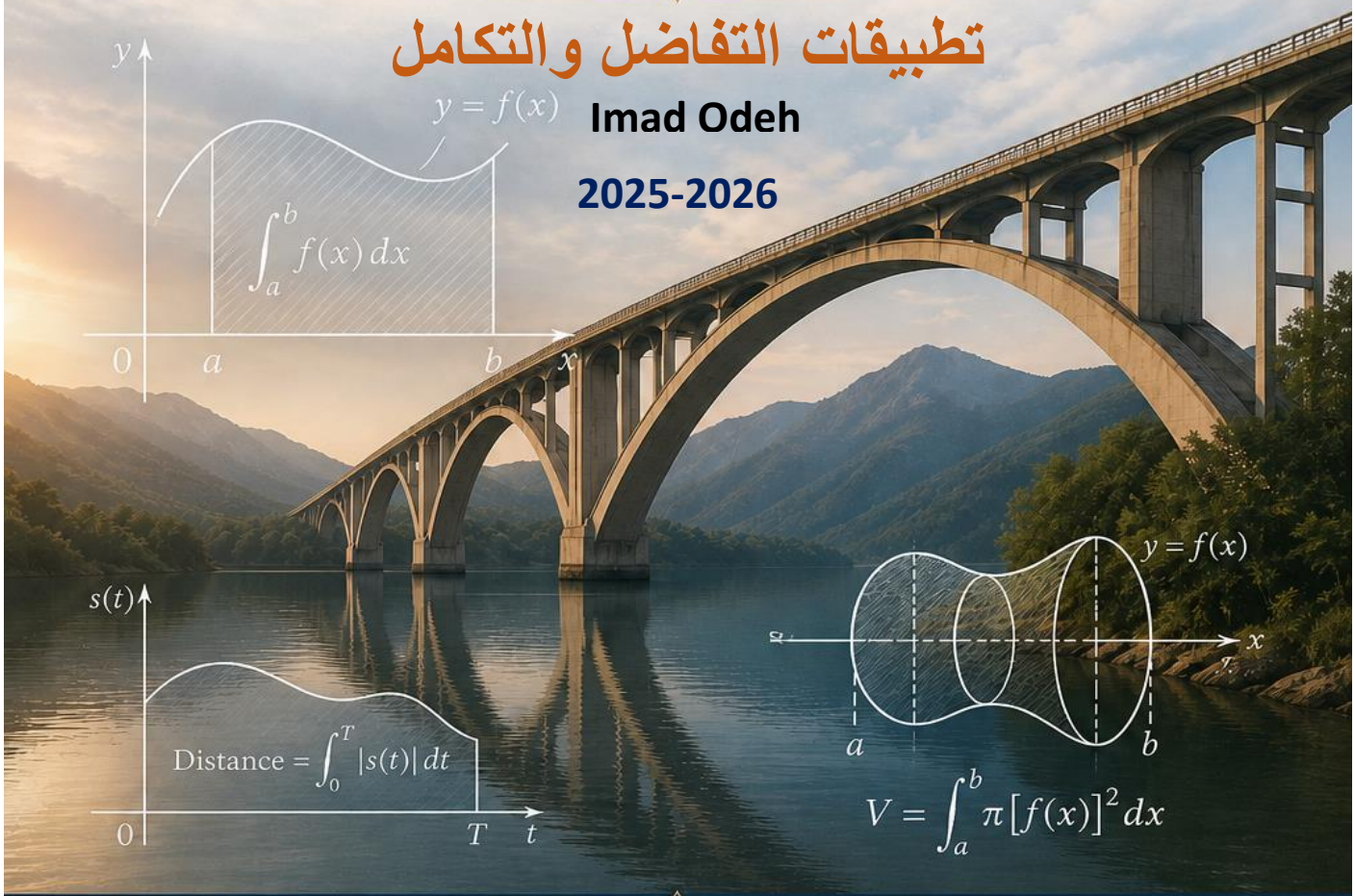
6

APPLICATIONS OF THE DEFINITE INTEGRAL

تطبيقات التفاضل والتكامل

Imad Odeh

2025-2026



IMAD ODEH

12 ADVANCED | الفصل الثالث Tri 3

Imad Odeh
Imad Odeh

Lesson		الدرس	
6-1	AREA BETWEEN CURVES	المساحة بين المنحنيات	6-1
6-2	VOLUME: SLICING, DISKS AND WASHERS	الحجوم الشرائح، الأقراص والحلقات	6-2
6-4	ARC LENGTH AND SURFACE AREA	طول القوس والمساحة السطحية	6-4
6-5	PROJECTILE MOTION	المقذوفات	6-5
	Review Exercises	تمارين المراجعة	

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Integration rules قواعد التكامل

$\int k\ dx = kx + c$	$\int kx\,dx = \frac{kx^2}{2} + c$	$\int x^r dx = \frac{x^{r+1}}{r+1} + c$
$\int \sin x\,dx = -\cos x + c$	$\int \cos x\,dx = \sin x + c$	$\int \sec^2 x dx = \tan x + c$
$\int \sin kx\,dx = -\frac{1}{k}\cos kx + c$	$\int \cos kx\,dx = \frac{1}{k}\sin kx + c$	$\int \sec^2 kx dx = \frac{1}{k}\tan kx + c$
$\int \csc^2 x dx = -\cot x + c$	$\int \sec x \tan x\ dx = \sec x + c$	$\int \csc x \cot x\ dx = -\csc x + c$

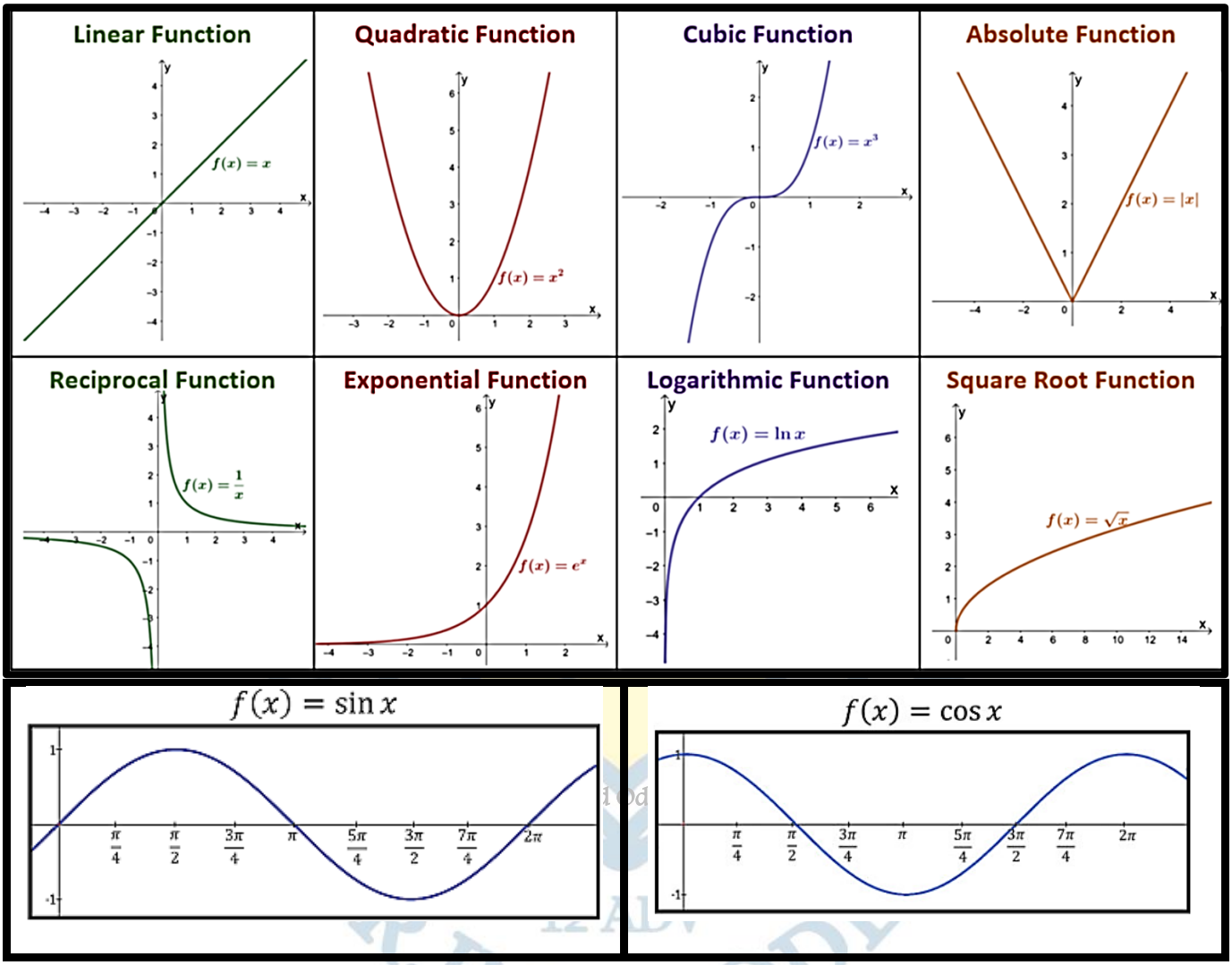
$\int e^x dx = e^x + c$	$\int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a}e^{ax+b} + c$	$\int \frac{1}{x} dx = \ln\lvert x\rvert + c$	$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln\lvert f(x)\rvert + c$

$\int \frac{1}{1+x^2} dx = \tan^{-1} x + c$	$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \sin^{-1} x + c$
$\int \frac{1}{\lvert x\rvert\sqrt{x^2-1}} dx = \sec^{-1} x + c$	$\int \frac{1}{\lvert x\rvert\sqrt{x^2-1}} dx = \sec^{-1} x + c$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad Odeh

الرسم البياني للدوال الأساسية Parent Functions



إيجاد نقاط التقاطع بين المنحنيات

لإيجاد نقاط التقاطع بين المنحنى $y = f(x)$ والمنحنى $y = g(x)$ نقوم بمساواة المنحنيين كما في المثال التالي

مثال: - اوجد نقاط التقاطع بين

$$y = 3 - x \text{ and } y = x^2 - 9.$$

لإيجاد نقاط التقاط نضع

$$x^2 - 9 = 3 - x$$

ثم نقوم بحلها

بالتحليل او بالآلة

$$x^2 - 9 + x - 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 + x - 12 = 0 \quad \Rightarrow \quad (x-3)(x+4) = 0$$

$$x = 3 \quad , x = -4$$

وعليها تكون نقاط التقاطع هي $x = 3 \quad , x = -4$

باستخدام الالة ممكن (mode 5, 3) في حال كانت تربيعية او (mode 5, 4) في حال كانت تكعيبية

او اكتب المعادلة ومن ثم shift solve للحصول على الحل ومن ثم 2 shift solve او 1- للحصول على الحل الثاني

وسيتم توضيحها خلال الحصة

6.1
المساحة بين المنحنيات
AREA BETWEEN CURVES

Imad Odeh

لإيجاد المساحة بين منحنيين

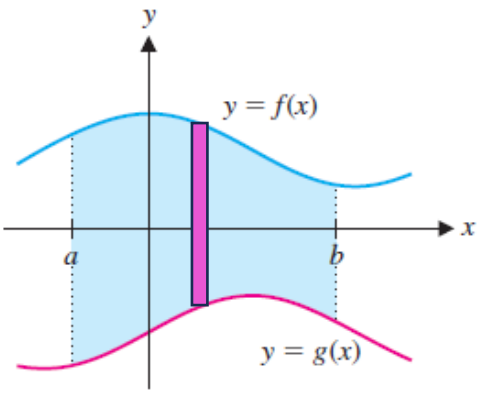
1) نحدد المنطقة المطلوب إيجاد مساحتها من خلال **رسم المنحنيات المعطاة**
2) نحدد نقاط التقاطع بين المنحنيات (ان وجدت) وذلك بمساواتها ببعضها وإيجاد قيم x او y حسب نوع الشريحة
   أ) إذا كانت عمودية نأخذ عامل التكامل dx ونعمل على المتغير x
   ب) إذا كانت افقية نأخذ عامل التكامل dy ونعمل على المتغير y
3) نحدد حدود المنطقة من الأعلى والاسفل او من اليمين الى اليسار
4) إذا تغيرات حدود المنطقة نقوم بتقسيمها الى أكثر من منطقة
5) نستخدم التكامل لإيجاد المساحة

ملاحظة مهمة

في حال كانت عدد نقاط التقاطع نقطتين نستطيع إيجاد المساحة بدون الرسم مع ملاحظة اخذ القيمة المطلقة اي ان المساحة دائما موجبة

الشريحة العمودية
vertical slide

أولا: - استخدام شريحة عمودية | عامل التكامل dx | First Using vertical slide



Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

$$A = \int_a^b [\text{الدالة في الاعلى} - \text{الدالة في الاسفل}]\ dx$$

$$A = \int_a^b (top\ curve - bottom\ curve)dx \quad \Rightarrow \quad A = \int_a^b [f(x) - g(x)]\ dx$$

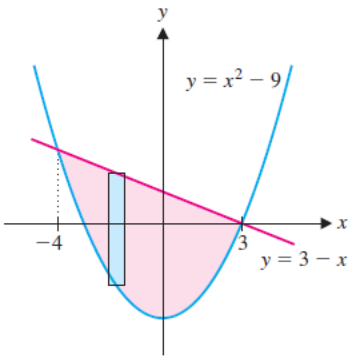
Imad Odeh

Example 1	مثال 1

Find the area bounded by the graphs of

اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين

$$y = 3 - x \quad and \quad y = x^2 - 9.$$



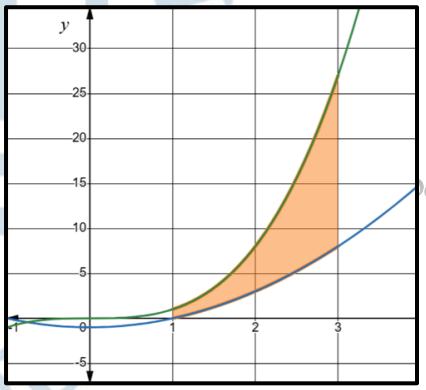
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Exercise تمارين

Q1 Find the area between the curves on the given interval.

اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين في الفترة المعطاة

$$y = x^3 \; and \; y = x^2 - 1 \quad for \; 1 \le x \le 3.$$

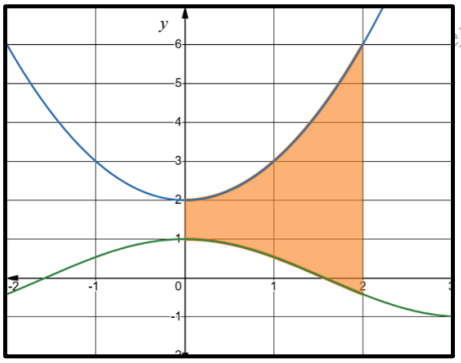


Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 Find the area between the curves on the given interval.

اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين في الفترة المعطاة

$$y = cos\, x\,, \quad y = x^2 + 2 \quad on\ interval \quad 0 \le x \le 2$$

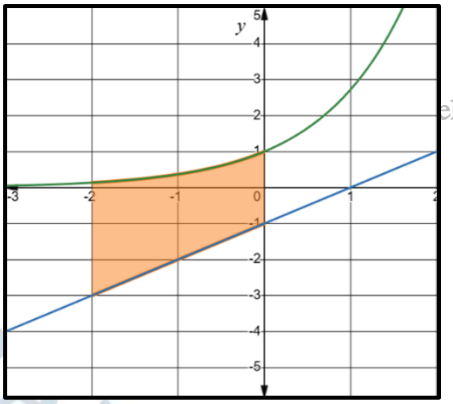


Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 Find the area between the curves on the given interval.

اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين في الفترة المعطاة

$$y = e^x, \quad y = x - 1 \text{ on interval } -2 \le x \le 0$$

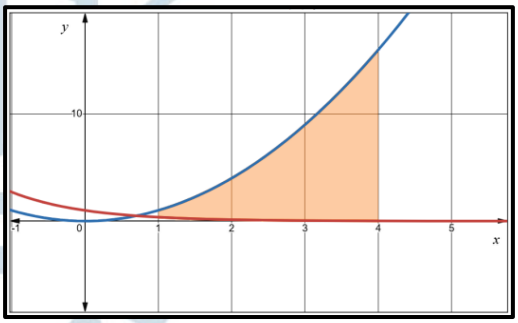


Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q4 Find the area between the curves on the given interval.

اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين في الفترة المعطاة

$$y = e^{-x}, \quad y = x^2 \text{ on interval } 1 \le x \le 4$$

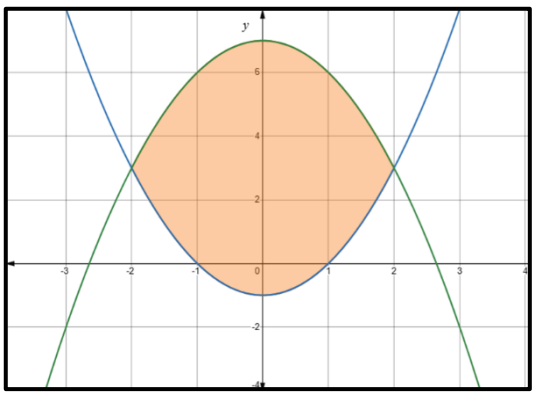


Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q5 Sketch and find the area of the region determined by the intersections of the curves.

ارسم ثم اوجد مساحة المنطقة المحددة بنقاط التقاطع بين المنحنيات

$$y = x^2 - 1, \quad y = 7 - x^2$$

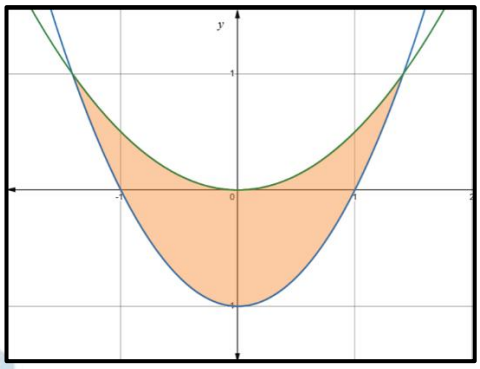


Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q6 Sketch and find the area of the region determined by the intersections of the curves.

ارسم ثم اوجد مساحة المنطقة المحددة بنقاط التقاطع بين المنحنيات

$$y = x^2 - 1, \quad y = \frac{1}{2}x^2$$

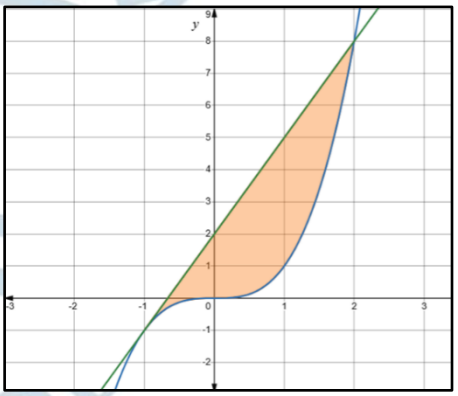


Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q7 Sketch and find the area of the region determined by the intersections of the curves.

ارسم ثم اوجد مساحة المنطقة المحددة بنقاط التقاطع بين المنحنيات

$$y = x^3, \quad y = 3x + 2$$

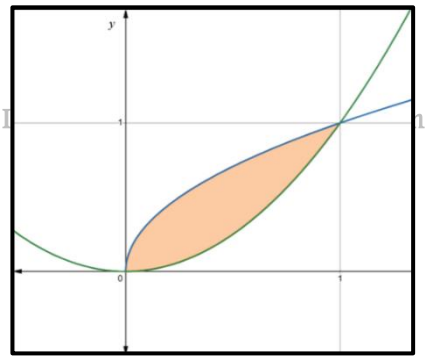


Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q8 Sketch and find the area of the region determined by the intersections of the curves.

ارسم ثم اوجد مساحة المنطقة المحددة بنقاط التقاطع بين المنحنيات

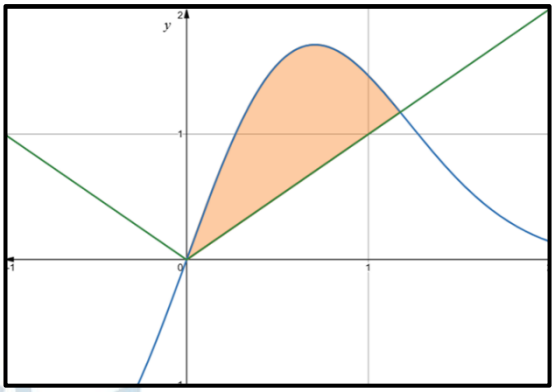
$$y = \sqrt{x}, \quad y = x^2$$



Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q9	Sketch and find the area of the region determined by the intersections of the curves.	ارسم ثم اوجد مساحة المنطقة المحددة بنقاط التقاطع بين المنحنيات

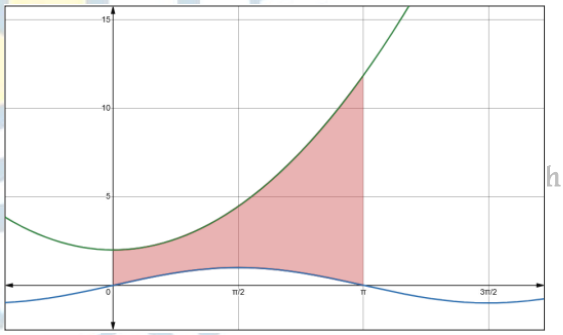
$$y = 4xe^{-x^2} \ , y = |x|$$



Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q1 P480	Find the area of the region bounded by the given curves	اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات

$$y = x^2 + 2, \ y = sin\, x \ \ 0 \le x \le \pi$$

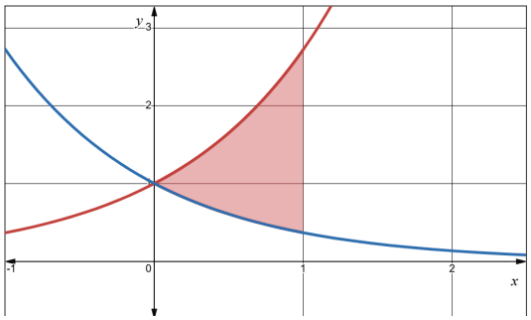


Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 P480	Find the area of the region bounded by the given curves	اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات

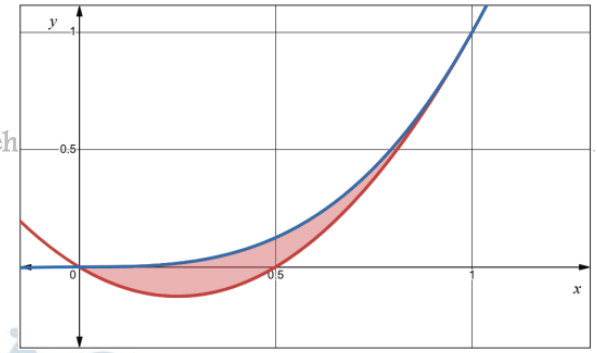
$$y = e^x, \ y = e^{-x} \ \ 0 \le x \le 1$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh



Q3 P480	Find the area of the region bounded by the given curves	اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات

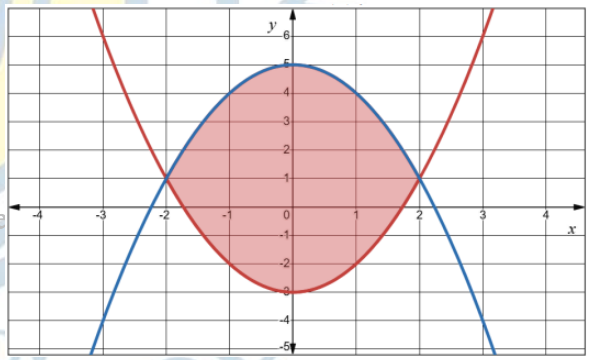
$$y = x^3,\ \ y = 2x^2 - x$$



Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q4 P480	Find the area of the region bounded by the given curves	اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات

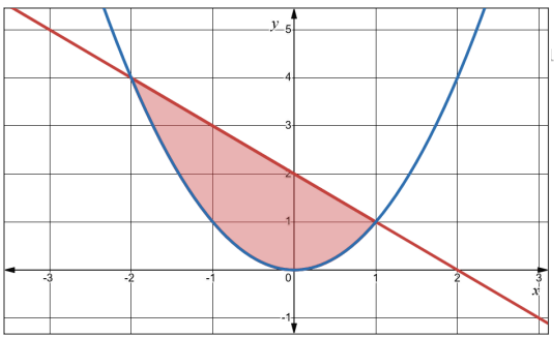
$$y = x^2 - 3,\ \ y = -x^2 + 5$$



Imad Odeh Imad Odeh Imad Ode

Q7 P480	Find the area of the region bounded by the given curves	اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات

$$y = x^2,\ \ y = 2 - x \ and\ y = 0$$

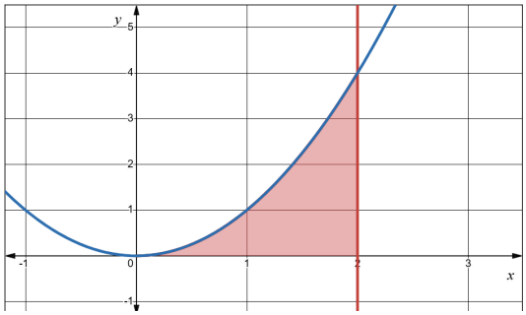


Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad Odeh

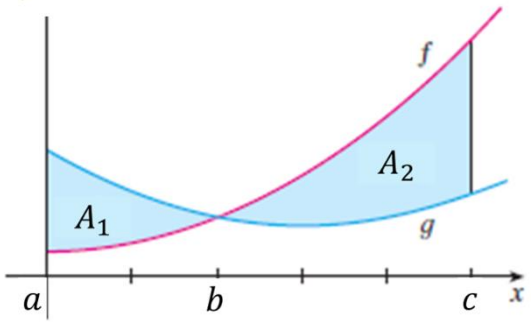
Q8 P480	Find the area of the region bounded by the given curves	اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات

$$y = x^2,\ y = 0\ and\ x = 2$$



Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

two regions(vertical slide)
الشريحة العمودية (منطقتين)



Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

$$A = A_1 + A_2$$

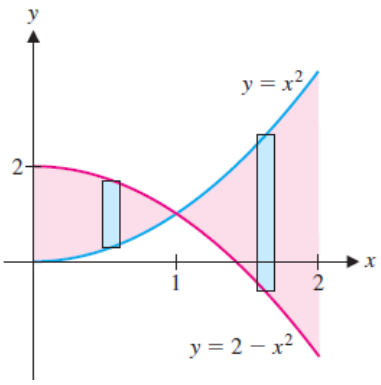
$$A = \int_a^b [\,g(x) - f(x)\,]\ dx + \int_b^c [\,f(x) - g(x)\,]\ dx$$

Example 2

Find the area bounded by the graphs of اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين

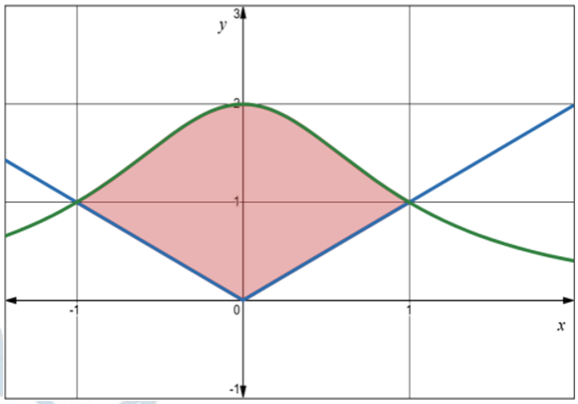
$$y = x^2\ and\ y = 2 - x^2 \quad for\ 0 \le x \le 2.$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh



Q10 Find the area bounded by the graphs of اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين

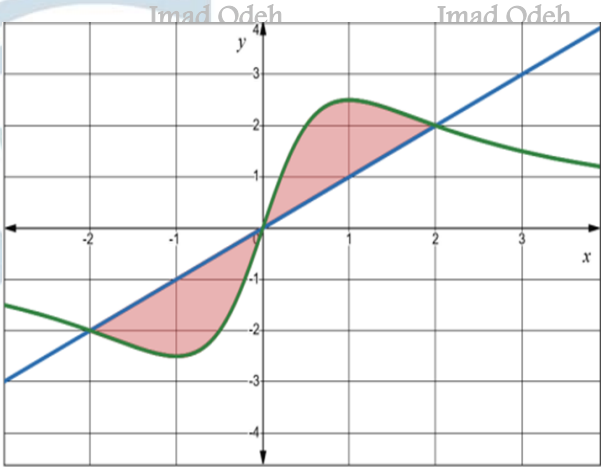
$$y = \frac{2}{x^2 + 1} \ , \ y = |x|$$



Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q11 Find the area bounded by the graphs of اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين

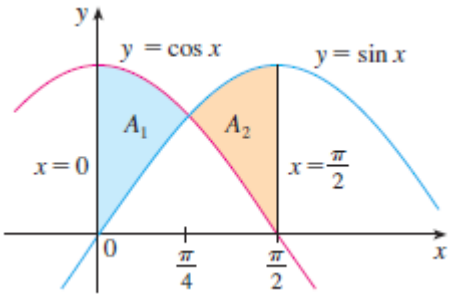
$$y = \frac{5x}{x^2 + 1}, \ y = x$$



Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q12 Find the area bounded by the graphs of اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين

$$y = \sin x\,, y = \cos x\,, 0, \leq x \leq \frac{\pi}{2}$$



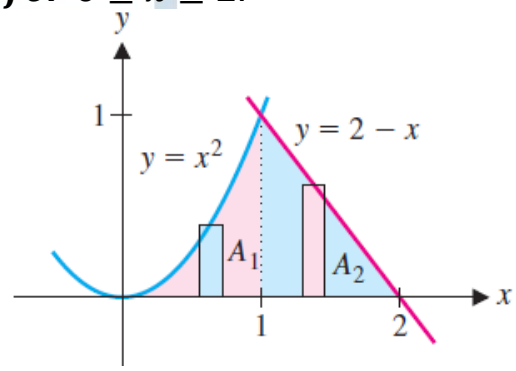
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Example 4

Find the area bounded by the graphs of اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين

$$y = x^2 \text{ and } y = 2 - x \quad \text{for } 0 \leq x \leq 2.$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh h

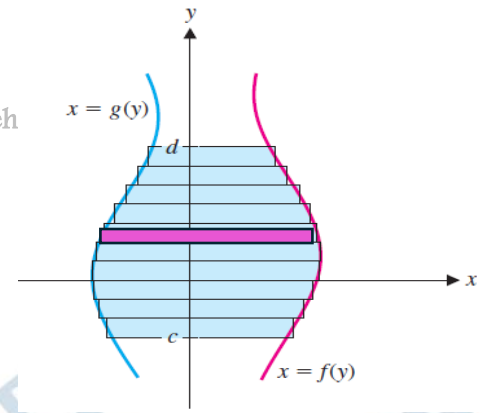


Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

في المثال السابق نستطيع حله بأخذ منطقة واحدة من خلال الشريحة الافقية كما يلي

الشريحة الافقية
horizontal slide

ثانيا: - استخدام شريحة افقية عامل التكامل dy Second Using horizontal slide

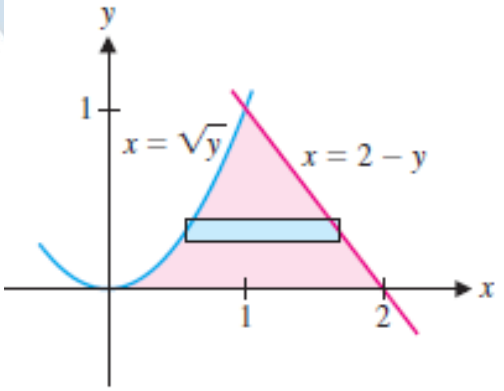


$$A = \int_c^d [\text{الدالة اليمنى} - \text{الدالة اليسرى}]\ dy$$

$$A = \int_c^d (\textbf{Right curve} - \textbf{Left curve})dy \quad \Rightarrow \quad A = \int_c^d [f(y) - g(y)]\ dx$$

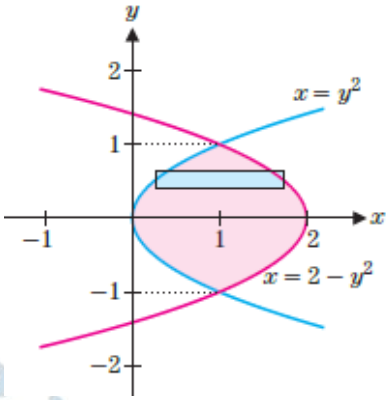
Example 5 Find the area bounded by the graphs of اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين

$$y = x^2 \text{ and } y = 2 - x \quad \text{for } 0 \le x \le 2.$$



Example 6 Find the area bounded by the graphs of اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين

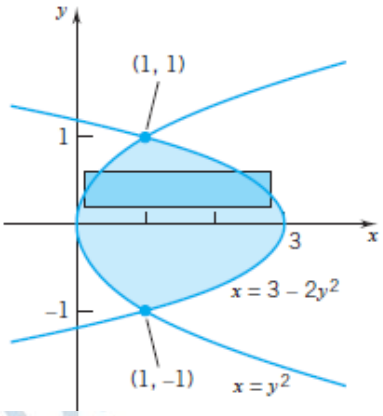
$$x = y^2 \text{ and } x = 2 - y^2$$



Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Odeh

Q1 Find the area bounded by the graphs of اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين

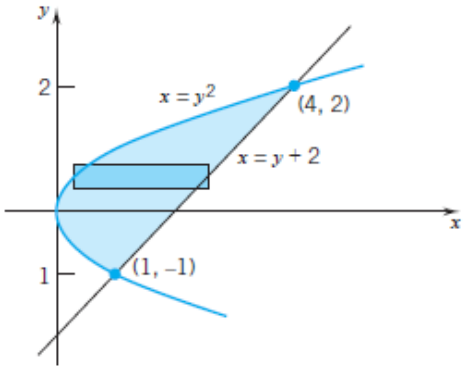
$$x = y^2 \text{ and } x = 3 - y^2$$



Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Odeh

Q2 Find the area bounded by the graphs of اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين

$$x = y^2 \text{ and } x = y + 2$$

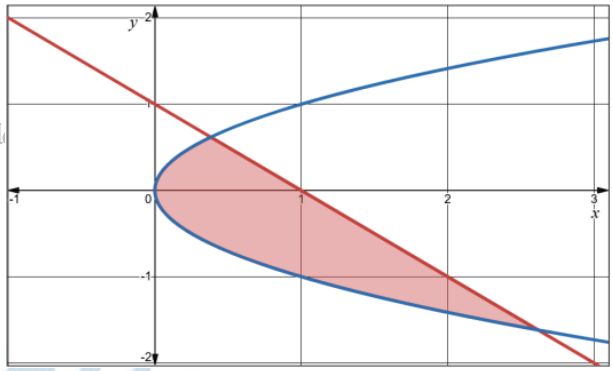


Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh eh

Imad Odeh
Imad Odeh

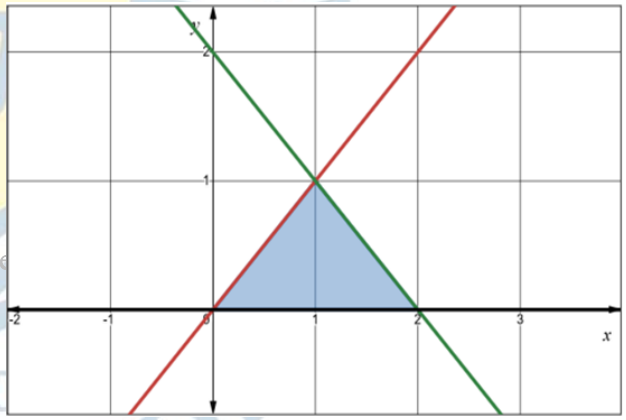
Q6 P480	Find the area of the region bounded by the given curves	اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات

$$x = y^2,\ y = 1 - x$$



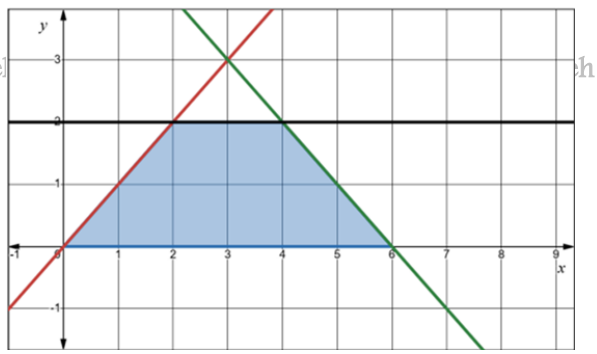
Q19	Find the area bounded by the graphs of	اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين

$$y = x\ ,\ y = 2 - x\ , y = 0$$



Q20	Find the area bounded by the graphs of	اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين

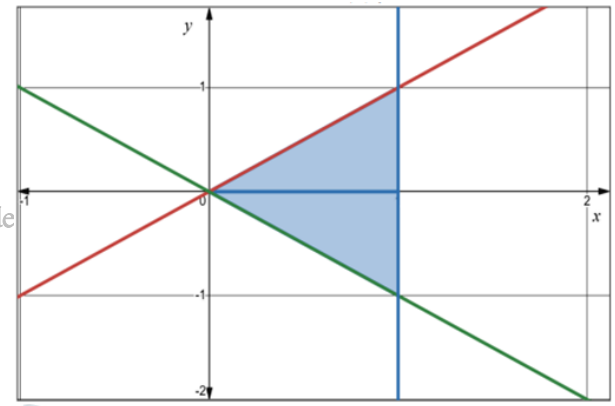
$$y = x\ ,\ y = 2\ , y = 6 - x\ , y = 0$$



Imad Odeh
Imad Odeh
Imad Odeh

Q21 Find the area bounded by the graphs of اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين

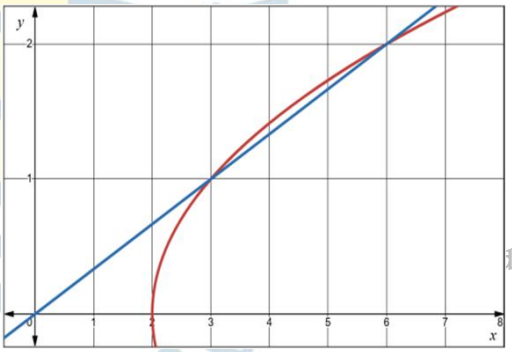
$$x = y \ , \quad x = -y \ , x = 1$$



Imad Odeh Imad Odeh Imad Ode

Q22 Find the area bounded by the graphs of اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين

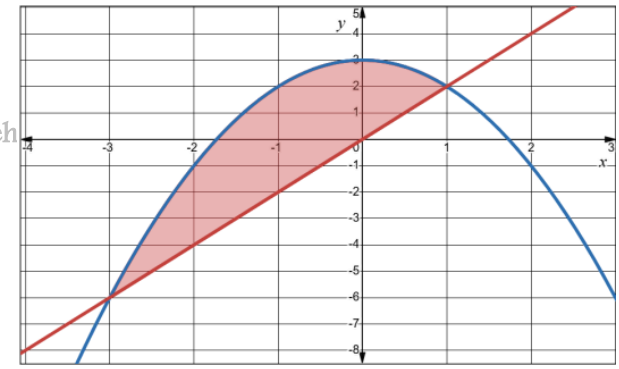
$$x = 3y \ , \quad x = 2 + y^2$$



Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q23 Find the area bounded by the graphs of اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين

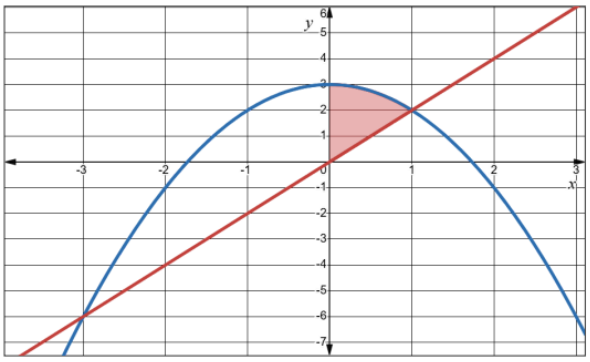
$$y = 2x \ , \quad y = 3 - x^2$$



Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q24 Find the area bounded by the graphs of اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين

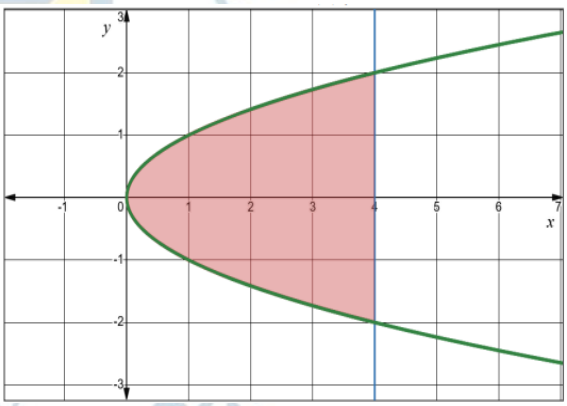
$$y = 2x\ (x > 0)\ ,\quad y = 3 - x^2, x = 0$$



Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q25 Find the area bounded by the graphs of اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين

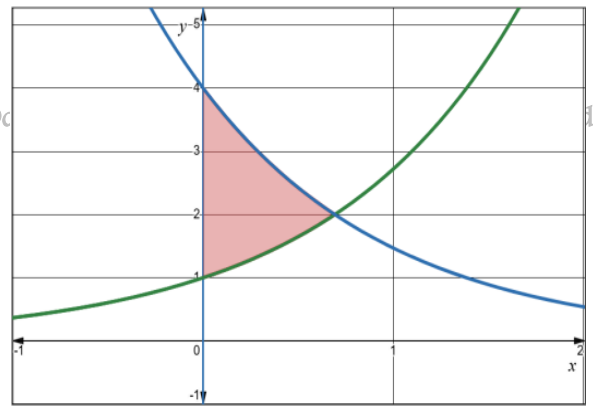
$$x = y^2\ ,\quad x = 4$$



Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q25 Find the area bounded by the graphs of اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين

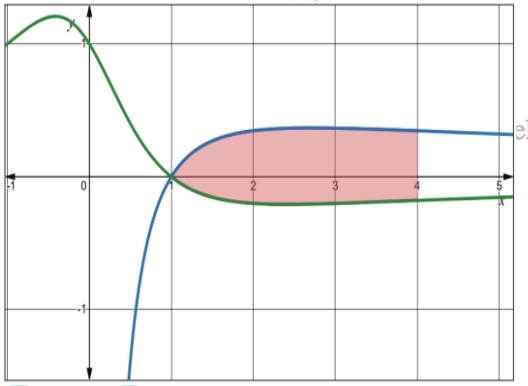
$$y = e^x\ ,\quad y = 4e^{-x}\ ,\quad x = 0$$



Imad Odeh Imad Odeh Imad Od eh

Q25 Find the area bounded by the graphs of — اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين

$$y = \frac{\ln(x)}{x} \quad , \quad y = \frac{1-x}{x^2+1} \quad , \quad 1 \le x \le 4$$



Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q 31

The average value of a function $f(x)$ on the interval $[a,b]$ is $A = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx$

Compute the average value of $f(x) = x^2$ *on* $[0,3]$ and show that the area above $y = A$ and below $y = f(x)$ equals the area below $y = A$ and above $y = f(x)$.

إذا كانت نظرية القيمة المتوسطة للدالة $f(x)$ على الفترة $[a,b]$ هي $A = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx$

احسب القيمة المتوسطة للدالة $f(x) = x^2$ على $[0,3]$

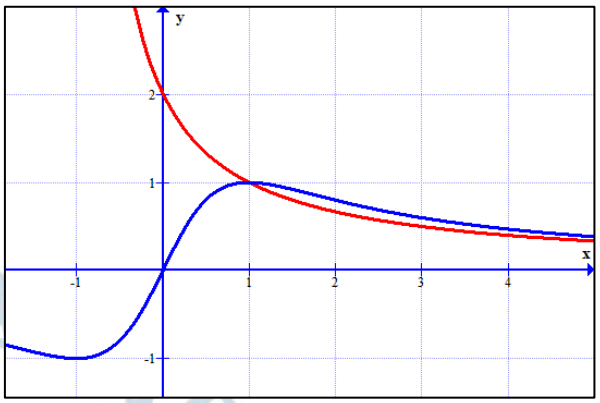
ثم بين ان المساحة تحت المنحنى $y = f(x)$ تساوي المساحة تحت المنحنى $y = A$ وفوق المنحنى $y = A$ وفوق المنحنى

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q 32 Find t such that the area between

$$y = \frac{2}{x+1}\ , y = \frac{2x}{x^2+1}$$

for $0 \leq x \leq t$ equals $\ln(3/2)$.



Q 33

Suppose that the parabola $y = ax^2 + bx + c$ and the line $y = mx + n$ intersect at $x = A$ and $x = B$ with $A < B$. Show that the area between the curves equals

$$\frac{|a|}{6}(B - A)^3.$$

(Hint: Use A and B to rewrite the integrand and then integrate.)

افترض أن القطع المكافئ $y = ax^2 + bx + c$ والمستقيم $y = mx + n$ يتقاطعان عند $x = A$ و $x = B$، حيث $A < B$. بيّن أن المساحة بين المنحنيين تساوي

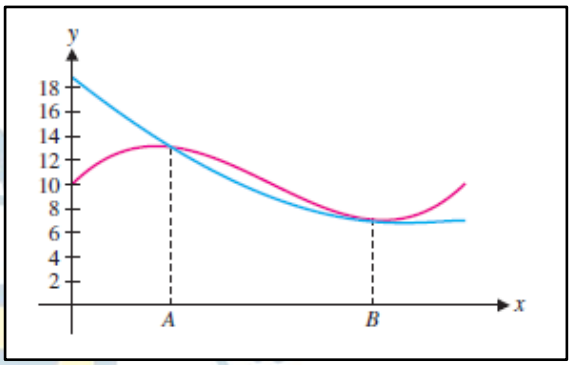
$$\frac{|a|}{6}(B - A)^3$$

(تلميح: استخدم A و B لإعادة كتابة المتكامل ثم قم بالتكامل.)

Q 34

Suppose that the cubic $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ and the parabola $y = kx^2 + mx + n$ intersect at $x = A$ and $x = B$ with B repeated (that is, the curves are tangent at B; see the figure). Show that the area between the curves equals $\frac{|a|}{12}(B - A)^4$.

افترض أن المنحني $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ والقطع المكافئ $y = kx^2 + mx + n$ يتقاطعان عند $x = A$ و $x = B$، مع تكرار B (أي أن المنحنيين مماسان عند B؛ انظر الشكل). بيّن أن المساحة بين المنحنيين تساوي $\frac{|a|}{12}(B - A)^4$.



Q 36

Show that for any constant m, the area between $y = 2 - x^2$ and $y = mx$ is $\frac{1}{6}(m2 + 8)^{3/2}$. Find the minimum such area.

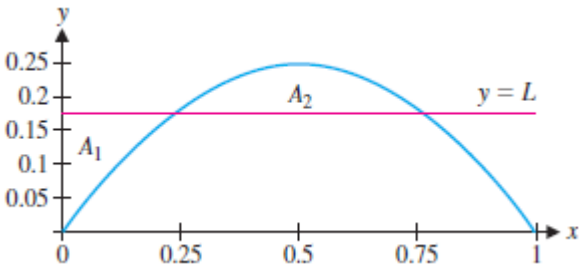
أثبت أنه لأي ثابت m، المساحة بين $y = 2 - x^2$ و $y = mx$ هي $\frac{1}{6}(m2 + 8)^{3/2}$. أوجد الحد الأدنى لهذه المساحة.

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q 37

For $y = x - x^2$ as shown, find the value of L such that $A_1 = A_2$.

اوجد قيمة L بحيث تجعل $A_1 = A_2$.

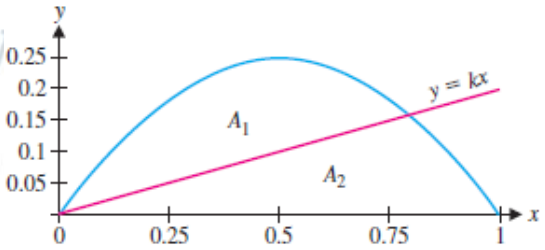


Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q37

For $y = x - x^2$ and $y = kx$, as shown find the value of k such that $A_1 = A_2$.

اوجد قيمة k بحيث $A_1 = A_2$.



Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q 39 In terms of A_1, A_2 *and* A_3, identify the area given by each integral.

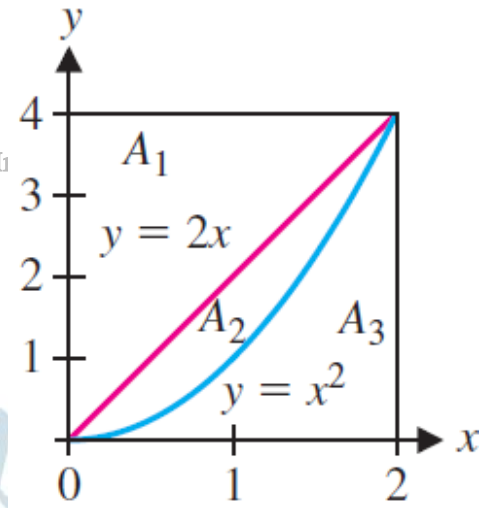
بدلالة A_1, A_2, A_3 حدد المنطقة التي تمثل كل من التكاملات التالية

1) $\int_0^2 (2x - x^2)dx$

2) $\int_0^2 (4 - x^2)dx$

3) $\int_0^4 (2 - \sqrt{y})dy$

4) $\int_0^4 \left(\sqrt{y} - \frac{y}{2}\right)dy$



Q 40

Give an integral equal to each area.

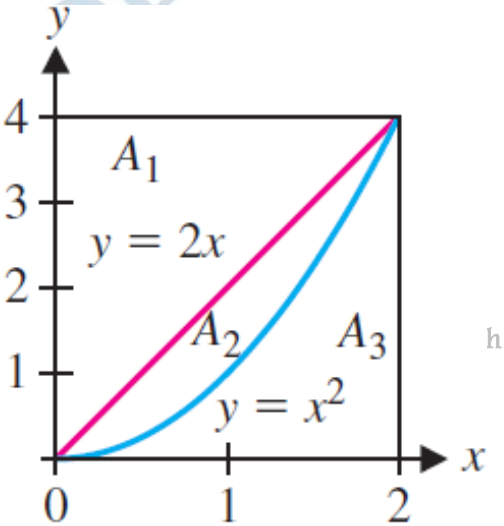
اكتب تكاملا يمثل المساحة المحددة في كل ما يلي

1) $A_2 + A_3$

2) $A_1 + A_2$

3) A_1

4) A_3



أسئلة سنوات سابقة وأخرى

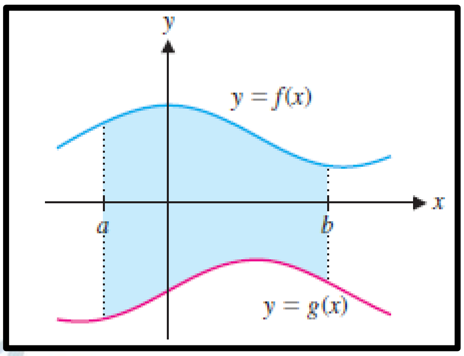
Q1 Find the area of the region bounded by the given curves اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات

a) $A = \int_b^a [f(x) - g(x)]dx$

b) $A = \int_b^a [g(x) - f(x)]dx$

c) $A = \int_b^a f(x)dx$

d) $A = \int_b^a g(x)\, dx$



Q2 Find the area of the region bounded by the given curves اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات

$$x = 9\,, \quad y = x^2$$

a) $A = \int_0^9 (\sqrt{x} - 9)dx$

b) $A = \int_{-3}^3 (9 - y^2)dy$

c) $A = \int_{-3}^3 (y^2 - 9)dy$

d) $A = \int_0^9 (9 - \sqrt{x})dx$

Q3 Find the area of the region bounded by the given curves اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات

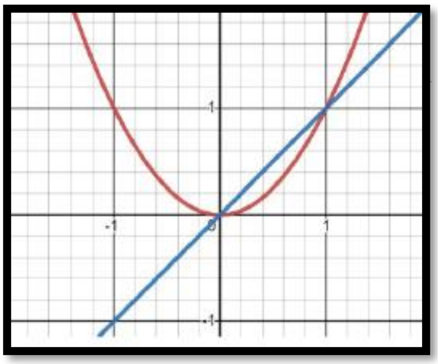
$$y = x, \quad y = x^2$$

a) $A = \int_{-1}^1 (x - x^2)dx$

b) $A = \int_0^1 (x - x^2)dx$

c) $A = \int_{-1}^1 (x^2 - x)dx$

d) $A = \int_0^1 (x^2 - x)dx$



Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
MR. IMAD ODEH MATHS ACADEMY 12 ADV

Q4 Find the area of the region bounded by the given curves — اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات

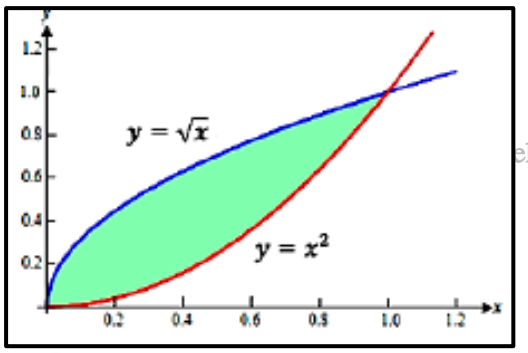
$$y = \sqrt{x}\,,\quad y = x^2$$

a) $A = \frac{1}{6}$

b) $A = \frac{1}{3}$

c) $A = \frac{8}{3}$

d) $A = \frac{16}{3}$



Q5 Find the area bounded by the graphs of — اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين

$$y = x^2 - 1,\quad y = x^3 \quad 0 \le x \le 1$$

a) $\frac{13}{12}$

b) $\frac{11}{12}$

c) $\frac{5}{4}$

d) 1

Q6 Find the area of the region bounded by the given curves — اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات

$$y = \sin x\,,\quad y = x^2 + 2 \quad on\ interval \quad 0 \le x \le 2$$

a) $\frac{17}{3} - \sin 2$

b) $\frac{17}{3} + \sin 2$

c) $\frac{17}{3} - \cos 2$

d) $\frac{17}{3} + \cos 2$

Imad Odeh
IQ MATHS ACADEMY MR. IMAD ODEH

Q7 Find the area of the region bounded by the given curves — اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات

$$y = \cos x\,,\ \ y = x^2 + 2 \ \ \text{on interval} \ \ 0 \le x \le 2$$

a) $\frac{14}{3} - \sin 2$

b) $\frac{20}{3} - \sin 2$

c) $\frac{20}{3} - \cos 2$

d) $\frac{14}{3} - \cos 2$

Q8 Find the area of the region bounded by the given curves — اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات

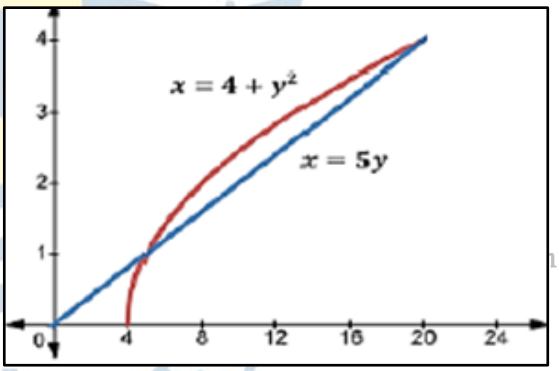
$$x = 5y\,,\ \ x = 4 + y^2$$

a) $A = \int_1^4 (5y - (4 + y^2)\,dy$

b) $A = \int_5^{20} (5x - (4 + x^2))\,dx$

c) $A = \int_5^{20} ((4 + y^2) - 5y)\ \ dy$

d) $A = \int_1^4 ((4 + x^2) - 5x)\,dx$



Q9 In term of $A_1, A_2 and\ A_3$ identify the area given by integral — بدلالة A_1, A_2, A_3 أي مما يلي يمثل المساحة المحددة بالتكامل

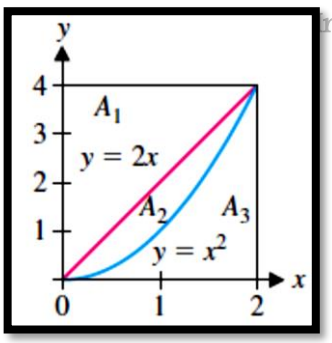
$$\int_0^4 (2 - \sqrt{y})dy$$

a) A_1

b) $A_1 + A_2$

c) A_3

d) A_2



Q10 In term of $A_1, A_2 and\ A_3$ identify the area given by integral

بدلالة A_1, A_2, A_3 أي مما يلي يمثل المساحة المحددة بالتكامل

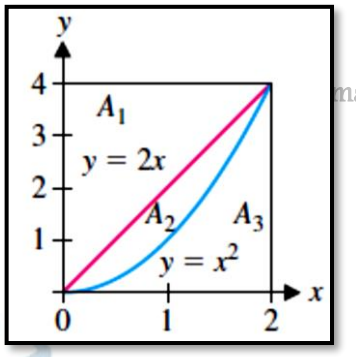
$$\int_0^2 (4 - x^2)dy$$

a) A_1

b) $A_1 + A_2$

c) A_3

d) A_2



Q11 Give an integral equal to the area.

اكتب تكاملا يمثل المساحة المحددة فيما يلي

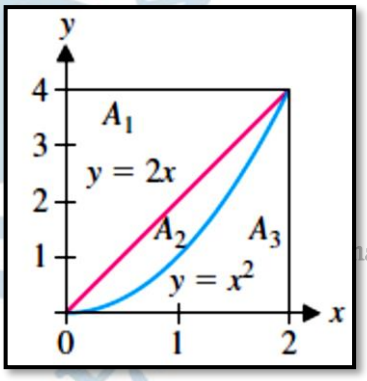
A_2

a) $\int_0^4 (2x - x^2)dx$

b) $\int_0^2 (2x - x^2)dx$

c) $\int_0^4 \left(\frac{y}{2} - \sqrt{y}\right)dy$

d) $\int_0^4 (y^2 - 2y)dx$



Q12 Find the area bounded by the graphs of

اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين

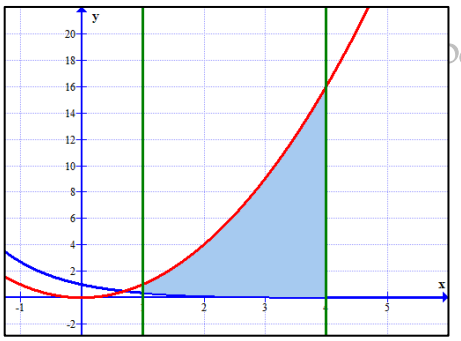
$$y = e^{-x}, \quad y = x^2 \ on\ interval\ \ 1 \le x \le 4$$

a) $A = 21 - e^{-4} - e^{-1}$

b) $A = 21 + e^{-4} - e^{-1}$

c) $A = e^{-4} - e - 21$

d) $A = e^{-4} - e + 21$

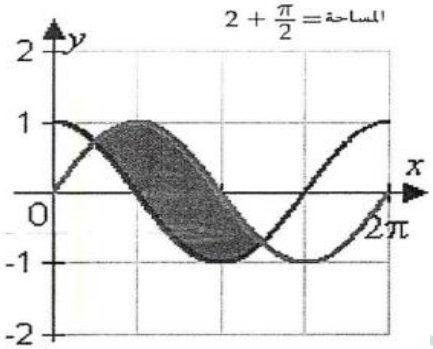


Q13 Graph the following functions and then find the area in the given interval.

حدد التمثيل البياني للدوال التالية ثم جد المساحة المحصورة في الفترة المعطاة

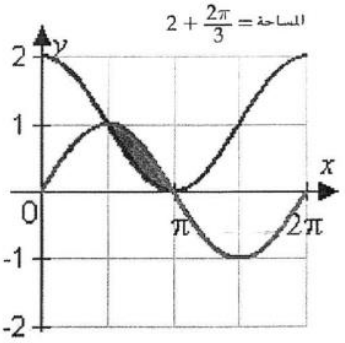
$$y = \sin x, \quad y = 1 + \cos x, \frac{\pi}{2} \le x \le \pi$$

a)



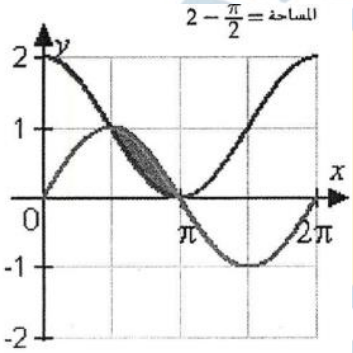
area $= 2 + \frac{\pi}{2}$

b)



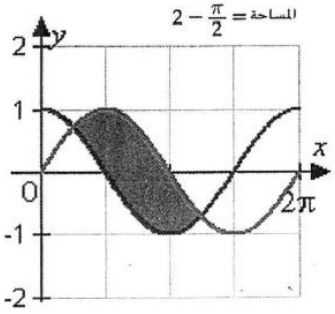
area $= 2 + \frac{2\pi}{3}$

c)



area $= 2 - \frac{\pi}{2}$

d)



area $= 2 - \frac{\pi}{2}$

Q14 Find the area bounded by the graphs of

اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين

$$f(x) = x + 2, \quad g(x) = x^3 - 4x^2 + 6$$

a) $\frac{193}{12}$

b) $\frac{218}{12}$

c) $\frac{253}{12}$

d) $\frac{305}{12}$

Q15 Find the area bounded by the graphs of — اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين

$$y = x^3, \qquad y = x$$

a) $\frac{1}{5}$

b) $\frac{1}{4}$

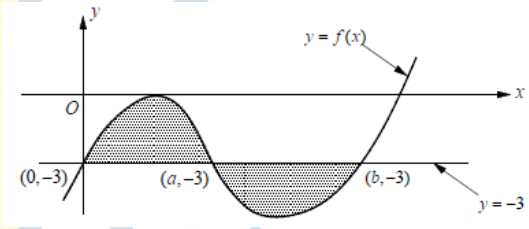
c) $\frac{1}{3}$

d) $\frac{1}{2}$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q16 The curve $y = f(x)$ and the line $y = -3$, shown in the figure above, intersect at the points $(0,-3)$, $(a,-3)$, and $(b,-3)$. The sum of area of the shaded region enclosed by the curve and the line is given by

يتقاطع المنحنى $y = f(x)$ والمستقيم $y = -3$ ، الموضح في الشكل أعلاه، عند النقاط $(0,-3), (a,-3), (b,-3)$. يُعطى مجموع مساحة المنطقة المظللة المحاطة بالمنحنى والمستقيم بواسطة:



a) $\int_0^a [3 - f(x)]dx + \int_a^b [-3 + f(x)]dx$

b) $\int_0^a [-3 + f(x)]dx + \int_a^b [3 - f(x)]dx$

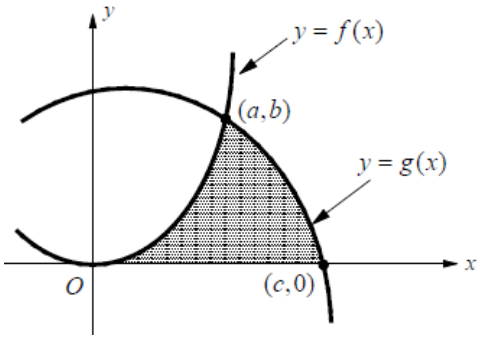
c) $\int_0^a [f(x) + 3]\,dx + \int_a^b [-3 + f(x)]\,dx$

d) $\int_0^a [f(x) - 3]dx + \int_a^b [3 + f(x)]dx$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q17 The curves $y = f(x)$ and $y = g(x)$ shown in the figure above intersect at point (a,b). The area of the shaded region enclosed by these curves and the $x-axis$ is given by

المنحنيان $y = f(x)$ و $y = g(x)$ الموضحان في الشكل أعلاه يتقاطعان عند النقطة (a,b). مساحة المنطقة المظللة المحاطة بهذين المنحنيين والمحور x تُعطى بالمعادلة:



a) $\int_0^c [f(x) - g(x)]dx$

b) $\int_0^c [g(x) - f(x)]dx$

c) $\int_0^c g(x)\,dx - \int_a^c f(x)\,dx$

d) $\int_0^a f(x)dx + \int_a^c g(x)dx$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh eh

Q18 The shaded regions **A , B** , and **C** in the figure above are bounded by the graph of $y = f(x)$ and the $x - axis$. If the area of region A is **4**, region **B** is **3**, and region **C** is **2**, what is the value of

المناطق المظللة **A** و**B** و**C** في الشكل أعلاه محدودة برسم $y = f(x)$ والمحور x. إذا كانت مساحة المنطقة A تساوي 4، والمنطقة **B** تساوي **3**، والمنطقة **C** تساوي **2**، فما قيمة

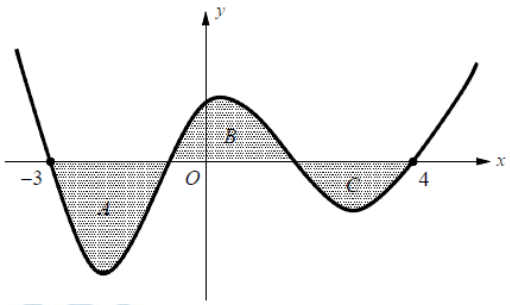
$$\int_{-3}^{4} [f(x) + 2]dx$$

a) **9**

b) **8**

c) **11**

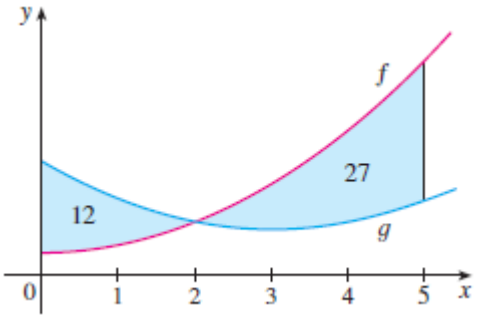
d) **13**



Q19 The graphs of two functions are shown with the areas of them regions between the curves indicated.

تظهر الرسوم البيانية لدالتين مع مساحات المنطقتين بين المنحنيات المشار إليها.

a) What is the total area between the curves for $0 \leq x \leq 5$?



b) What is the value of

$$\int_{0}^{5} [f(x) - g(x)]dx$$

Imad Odeh
12 ADV
MR.IMAD C

Q20 If the area between the curve $y = x^2$ and the line $y = kx$ is equal to $\frac{1}{6}$, find the value of k.

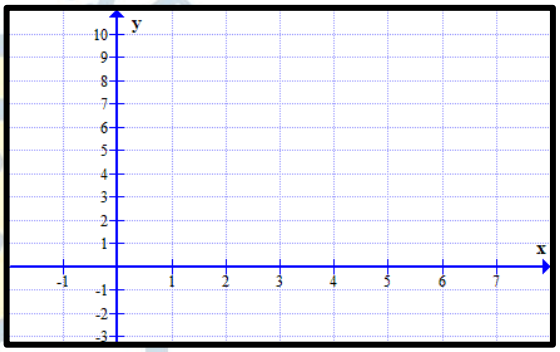
إذا كانت المساحة المحصورة بين منحنى $y = x^2$ والمستقيم $y = kx$ تساوي $\frac{1}{6}$ اوجد قيمة k

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q21 Find the area bounded by the graphs of

اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين

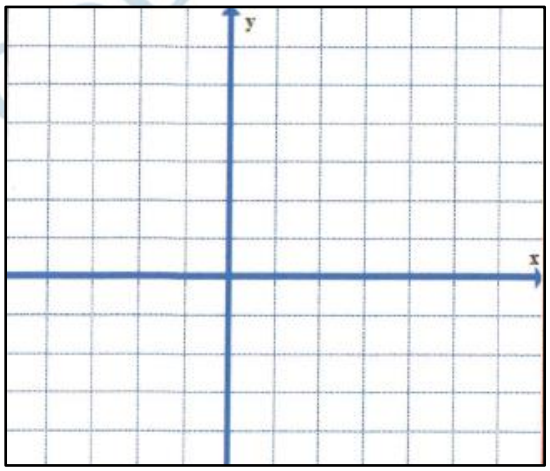
$$y = x^2, \quad y = 4x - 3$$



Q22 Find the area bounded by the graphs of
Write area in one integral

اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين اختير متغير بحيث تتم كتابة المساحة كتكامل واحد

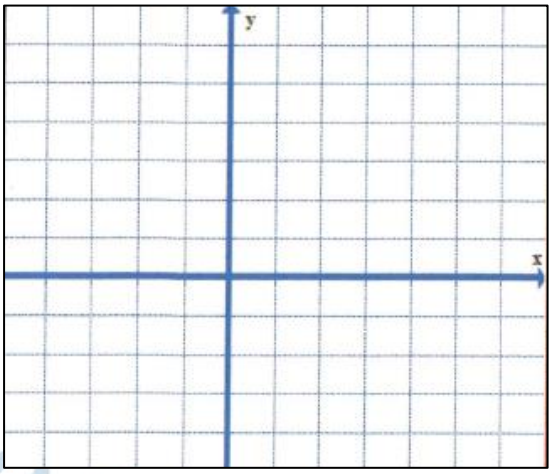
$$y = 6 - x, \quad y = x, y = 2 \text{ and } y = 0$$



Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q23 Find the area bounded by the graphs of اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين

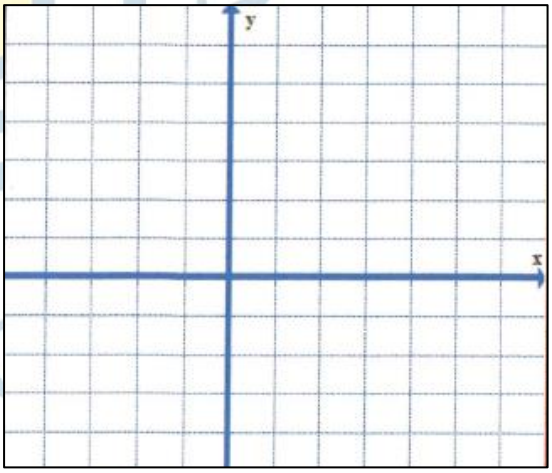
$$x = y^2 \text{ and } x = 3 - y^2$$



Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q24 Find the area bounded by the graphs of اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين

$$x = 1 + 2y^2 \text{ and } x = 4 - y^2$$

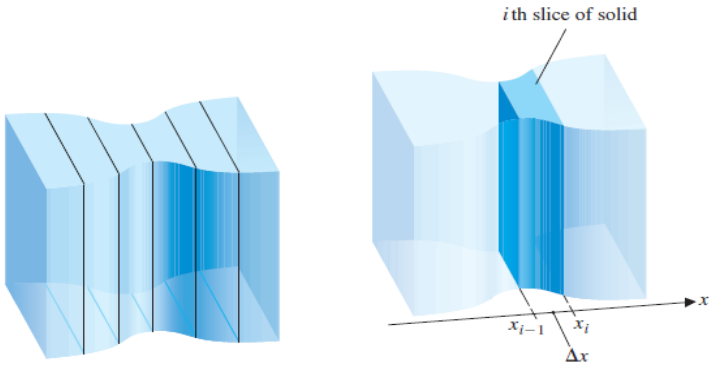


Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad Odeh
Imad Odeh

6.2
VOLUME: SLICING, DISKS AND WASHERS
الحجوم الشرائح، الأقراص والحلقات

Volumes by Slicing



$$V = \int_a^b A(x)dx$$

Q1 Find the volume of the solid with cross sectional area — اوجد حجم المجسم الذي مساحة مقطعه العرضي

$$A(x) = x + 2, \quad -1 \le x \le 3$$

Q2 Find the volume of the solid with cross sectional area — اوجد حجم المجسم الذي مساحة مقطعه العرضي

$$A(x) = 10e^{0.01x}, \quad 0 \le x \le 10$$

Q3 Find the volume of the solid with cross sectional area — اوجد حجم المجسم الذي مساحة مقطعه العرضي

$$A(x) = \pi(4 - x)^2 \quad 0 \le x \le 2$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q4 Find the volume of the solid with cross sectional area — اوجد حجم المجسم الذي مساحة مقطعه العرضي

$$A(x) = 2(x + 1)^2, 1 \le x \le 4$$

Q11 Page481 Find the volume of the solid with cross sectional area — اوجد حجم المجسم الذي مساحة مقطعه العرضي

$$A(x) = \pi(3 + x)^2, 0 \le x \le 2$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

أسئلة سنوات سابقة

Q1 Find the volume of the solid with cross sectional area — اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات

$$A(x) = \pi(3 + x)^2, 0 \le x \le 2$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

a) $V = \frac{125\pi}{3}$

b) $V = \frac{98\pi}{3}$

c) $V = 98\pi$

d) $V = 125\pi$

Q2 Find the volume of the solid with cross sectional area اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات

$$A(x) = 2(x+1)^2 \quad 1 \le x \le 4$$

a) $V = \frac{21}{2}$

b) $V = 21$

c) $V = 39$

d) $V = 78$

Q3 Find the volume of the solid with cross sectional area اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات

$$A(x) = x + 2, -1 \le x \le 3$$

a) $V = 12\pi$

b) $V = 12$

c) $V = 6$

d) $V = 4$

Q4 Find the volume of the solid with cross sectional area اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات

$$A(x) = x + 4, -1 \le x \le 3$$

a) $V = 10\pi$

b) $V = 10$

c) $V = 20\pi$

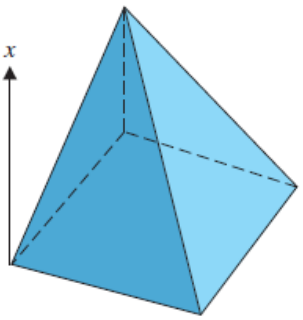
d) $V = 20$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
IQ MATHS ACADEMY MR. IMAD ODEH 12 ADV

Ex1

The Pyramid Arena in Memphis has a square base of side approximately **600** feet and a height of approximately **320** feet. Find the volume of the pyramid with these measurements.

الهرم في ممفيس لها قاعدة مربعة طول ضلعها حوالي 600 قدم، وارتفاعها حوالي 320 قدمًا. أوجد حجم الهرم بهذه القياسات.



A Pyramid

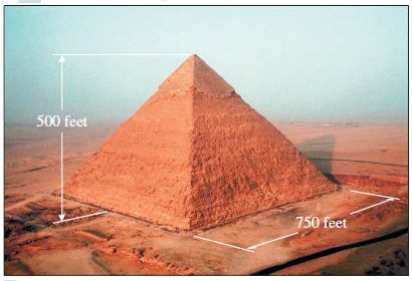
Q5

The great pyramid at Gizeh is **500 feet** high, rising from a square base of side **750 feet**.

يبلغ ارتفاع الهرم الأكبر في مدينة الجيزة **500 قدم** وطول ضلع قاعدته **750 قدم**

(a) Compute its volume using integration.

احسب حجم الهرم باستخدام التكامل



(b) Suppose that instead of completing a pyramid, the builders at Gizeh had stopped at height **250 feet** (with a square plateau top of side **375 feet**). Compute the volume of this structure.

افترض ان العمال لم يتمكنوا من اكمال بناء الهرم وتوقفوا عند ارتفاع 250 قدم وطول الضلع عند هذه النقطة هي 375 قدم احسب حجم المجسم الناتج

Imad Odeh

Q7

A church steeple is **30 feet** tall with square cross sections. The square at the base has **3 feet** side, the square at the top has **6 inches** side and the side varies linearly in between. Compute the volume.

يبلغ ارتفاع برج كنيسة 30قدمًا، وله مقاطع عرضية مربعة. طول ضلع المربع عند القاعدة 3 أقدام، وطول ضلع المربع عند القمة 6 بوصات، ويتغير طول الضلع خطيًا بينهما. احسب الحجم.

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q8 .

A house attic has rectangular cross sections parallel to the ground and triangular cross sections perpendicular to the ground. The rectangle is 30 feet by 60 feet at the bottom of the attic and the triangles have base 30 feet and height 10 feet. Compute the volume of the attic

تحتوي علية منزل على مقاطع عرضية مستطيلة موازية للأرض، ومقاطع عرضية مثلثة عمودية عليها. أبعاد المستطيل 30 قدمًا × 60 قدمًا في أسفل العلية، وقاعدة المثلثات 30 قدمًا وارتفاعها 10 أقدام. احسب حجم العلية.

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q11 A pottery jar has circular cross sections of radius.

جرة من الصلصال مقطعها العرضي عبارة عن دوائر انصاف اقطارها تعطى بالعلاقة

$$4 + \sin\frac{x}{2} \text{ inches for } 0 \le x \le 2\pi$$

Sketch a picture of the jar and compute its volume.

مثل بيانا هذه الجرة ثم اوجد حجمها

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q41 The base of a solid V is the region bounded by the functions.

إذا كانت قاعدة مجسم محددة بالدوال التالية

$$y = x^2 \text{ and } y = 2 - x^2$$

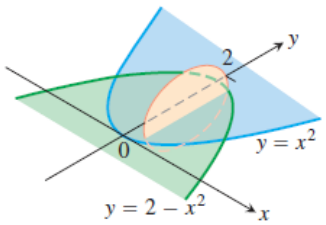
Find the volume if v has
(a) square cross sections,

اوجد حجم المجسم إذا كانت مقاطعه العرضية هي
أ) مربعات

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

(b) semicircular cross sections and

ب) نصف دوائر



Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

(c) equilateral triangle cross sections perpendicular to the $x - axis$.

ج) مثلثات متساوية الاضلاع

Q44	The base of a solid V is the region bounded by the functions.	إذا كانت قاعدة مجسم محددة بالدوال التالية

$$y = x^2 \text{ and } y = \sqrt{x}$$

Find the volume if v has

(a) square cross sections,

اوجد حجم المجسم إذا كانت مقاطعه العرضية هي

أ) مربعات

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

(b) semicircular cross sections and

ب) نصف دوائر

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

IO MATHS ACADEMY MR.IMAD ODEH 12 ADV

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad Odeh

Ex1

The base of a solid is the region between the curve $y = 2\sqrt{\sin x}$ and the interval $[0, \pi]$ on the $x-axis$. The cross-sections perpendicular to the x-axis are

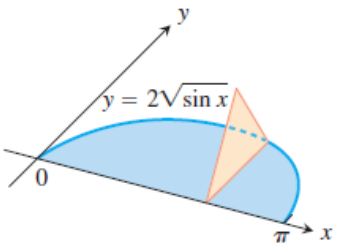
Find the volume if V has

(a) equilateral triangles with bases running from the x-axis to the curve as shown in the figure.

قاعدة المجسم هي المنطقة بين المنحنى $y = 2\sqrt{\sin x}$ والفترة $[\pi,0]$ على المحور السيني. المقاطع العرضية العمودية على المحور السيني هي

اوجد حجم المجسم إذا كانت مقاطعه العرضية هي

أ) مثلثات متساوية الاضلاع



(b) squares with bases running from the x-axis to the curve.

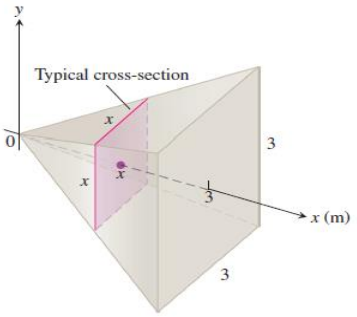
ب) مربعات ذات قواعد تمتد من المحور السيني إلى المنحنى.

أسئلة إضافية

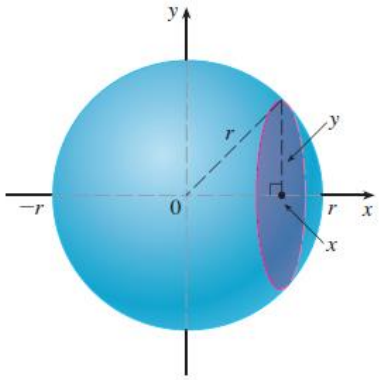
Q1

A pyramid $3\ m$ high has a square base that is $3\ m$ on a side. The cross-section of the pyramid perpendicular to the altitude $x\ m$ down from the vertex is a square $x\ m$ on a side. Find the volume of the pyramid.

هرم ارتفاعه 3 أمتار، قاعدته مربعة، طول ضلعها 3 أمتار. المقطع العرضي للهرم العمودي على ارتفاع x متر من الرأس هو مربع طول ضلعه xمتر. أوجد حجم الهرم.



Q1	Show that the volume of a sphere of radius $\boldsymbol{r}$ is $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.	بين أن حجم الكرة التي نصف قطرها r هو. $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.



Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2	The base of a solid V is the region bounded by the functions.	إذا كانت قاعدة مجسم محددة بالدوال التالية

$$\boldsymbol{y = e^x, \quad x = 0, y = 0 \ and \ x = 1}$$

Find the volume if cross sections of the solid perpendicular to the *x*-axis are square

اوجد حجم المجسم إذا كانت مقاطعه العرضية هي مربعات عمودية على محور x

a) $\frac{e^2}{4}$

b) $\frac{e^2 - 1}{2}$

c) $\frac{e^2 + 1}{2}$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

d) $e^2 - \frac{1}{2}$

Q3	The base of a solid V is the region bounded by the functions.	إذا كانت قاعدة مجسم محددة بالدوال التالية

$$\boldsymbol{y = \sqrt{x}, y = 0 \ and \ x = 2}$$

Find the volume if cross sections of the solid perpendicular to the $\boldsymbol{x - axis}$ are equilateral triangle

اوجد حجم المجسم إذا كانت مقاطعه العرضية هي مثلثات متساوية الاضلاع عمودية على محمور $\boldsymbol{x}$

a) $\frac{\sqrt{3}}{8}$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

b) $\frac{\sqrt{3}}{6}$

c) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Q4	The base of a solid is the region in the first quadrant bounded by	إذا كانت قاعدة مجسم محددة بالدوال التالية

$$2x + 3y = 6\,, x = 0 \quad , y = 0$$

If the cross sections of the solid perpendicular to the x-axis are semicircles, what is the volume of the solid?

اوجد حجم المجسم إذا كانت مقاطعه العرضية هي انصاف دوائر عمودية على محمور x

a) $\frac{\pi}{2}$

b) $\frac{3\pi}{4}$

c) π

d) $\frac{3\pi}{2}$

Q5	The base of a solid is the region in the first quadrant bounded by	إذا كانت قاعدة مجسم محددة بالدوال التالية

$$y = \sqrt{x}\,, y = 0 \text{ and } x = 4$$

If the cross sections of the solid perpendicular to the x-axis are squares, what is the volume of the solid?

اوجد حجم المجسم إذا كانت مقاطعه العرضية هي مربعات عمودية على محمور x

a) $\int_0^2 (4 - y^2)^2 dy$

b) $\int_0^2 (4 - y)^2 dy$

c) $\int_0^2 [(2 - y^2)]^2 dy$

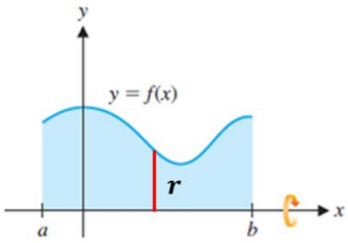
d) $\int_0^4 [(2 - y^2)]^2 dy$

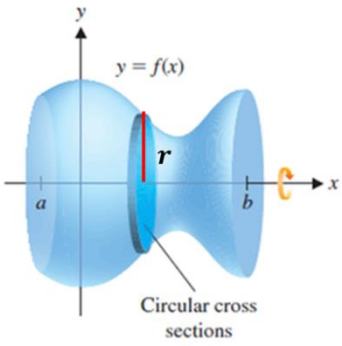
Imad Odeh

The Method of Disks
الاقراص

Revolve it about the $x-axis$ دوران حول المحور الافقي $x-axis$

Imad Odeh Imad Odeh





$$r = f(x)$$

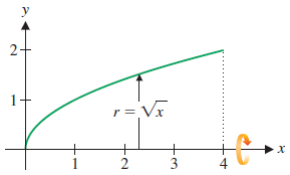
$$V = \int_a^b \pi r^2 \, dx \Rightarrow \int_a^b \pi \big(f(x)\big)^2 \, dx$$

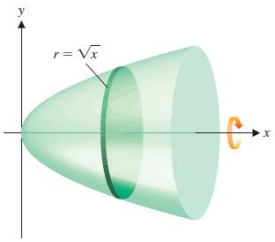
Ex4

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = \sqrt{x} \quad on\ the\ interval\ [0,4]\ about\ x-axis$$





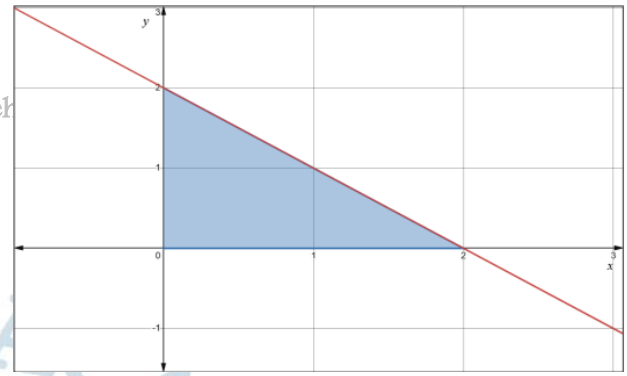
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q17

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = 2 - x\,, \quad and \;\; y = 0 \quad and\, x = 0 \;\; , about \;\; x - axis$$



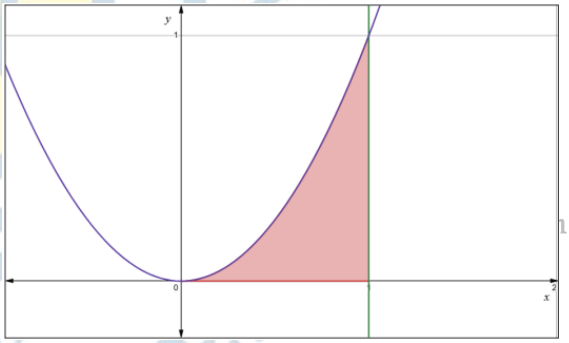
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q27

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$\boldsymbol{y = x^2\,, y = 0 \;\; and \; x = 1} \quad \boldsymbol{about}\; x - axis$$



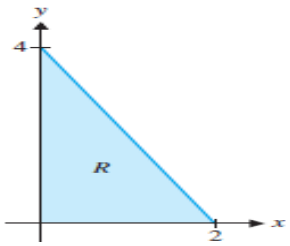
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q25

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

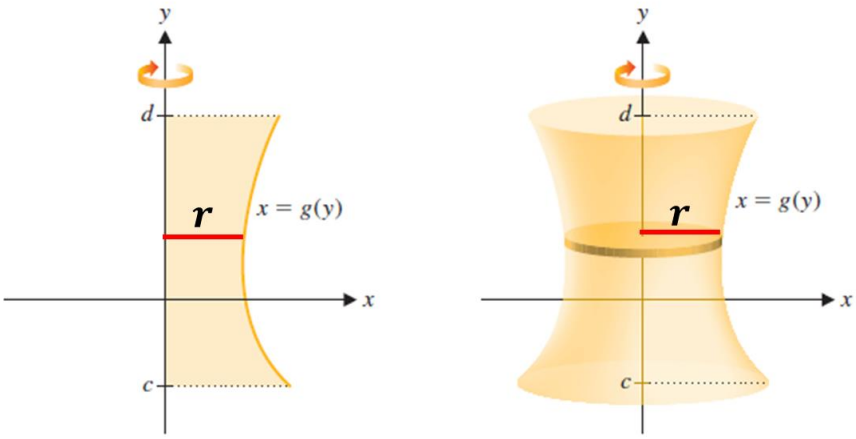
اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$\boldsymbol{y = 4 - 2x\,, x = 0 \; and \; y = 0} \quad \boldsymbol{about}\; x - axis$$



Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh mad Odeh

Revolve it about the $y-axis$ دوران حول المحور العمودي $y-axis$



Imad Odeh Imad Odeh

$$r = g(y)$$

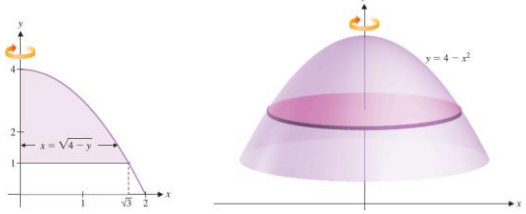
$$V = \int_c^d \pi r^2 \, dy \longrightarrow \int_c^d \pi\big(g(y)\big)^2 \, dy$$

Ex5

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = 4 - x^2 \text{ and } y = 1 \quad from\ x = 1\ to\ x = \sqrt{3}\ about\ y - axis$$



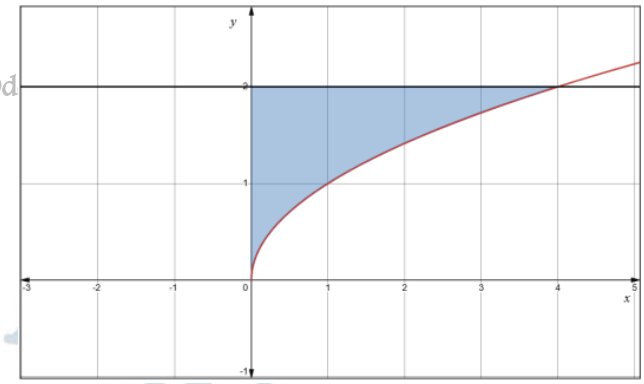
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q19

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = \sqrt{x}\,, \quad y = 2 \quad and \ x = 0 \ , about \quad y - axis$$



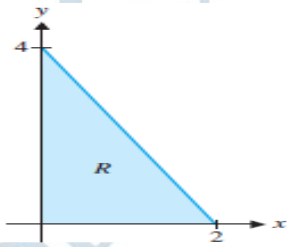
Imad Odeh Imad Odeh Imad Od

Q25

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

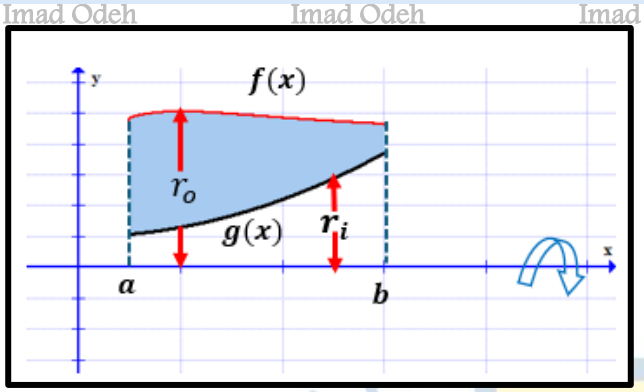
$$y = 4 - 2x\,, x = 0 \ and \ y = 0 \quad about \ y - axis$$

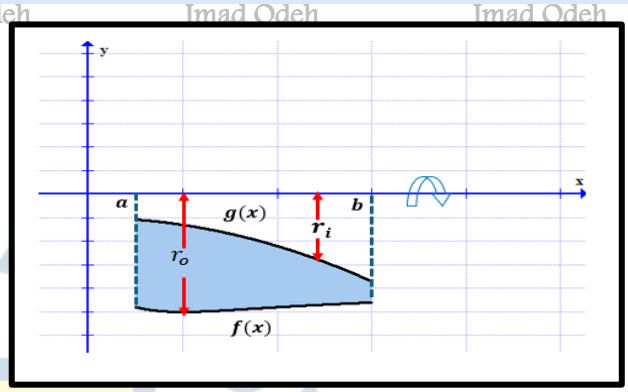


Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh mad Odeh
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

The Method of Washers

Revolving about $x-axis$ دوران حول محور x



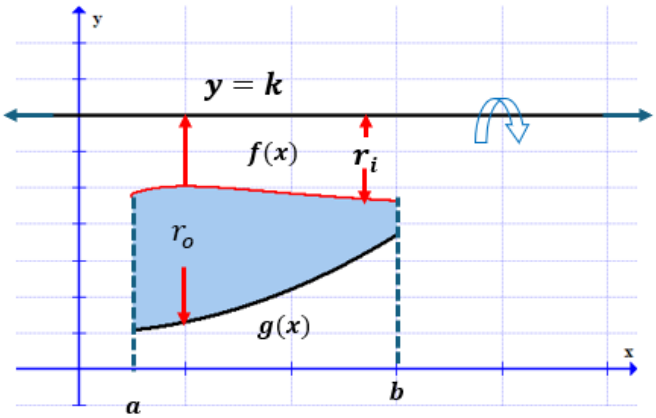


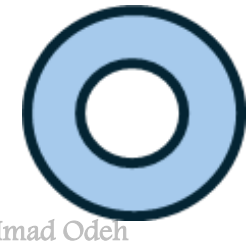
$$V=\int_a^b A(x)dx=\int_a^b \pi({r_o}^2-{r_i}^2)dx=\pi\int_a^b (f(x)^2-g(x)^2)dx$$

Outer radius: r_o

Inner radius: r_i

Revolving about $y=k$ دوران حول المستقيم $y=k$





$$V=\int_a^b A(x)dx=\int_a^b \pi({r_o}^2-{r_i}^2)dx=\pi\int_a^b ((k-g(x))^2-(k-f(x))^2)dx$$

Outer radius: r_o

Inner radius: r_i

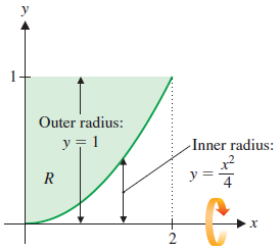
Ex6

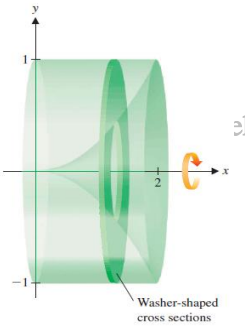
Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

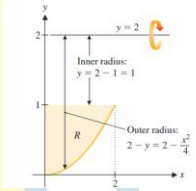
$$y = \frac{1}{4}x^2 \quad x = 0 \; and \; y = 1 \quad about$$

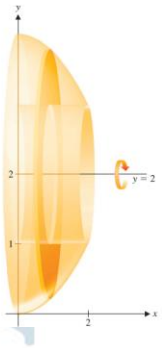
a) $x - axis$





b) $y = 2$



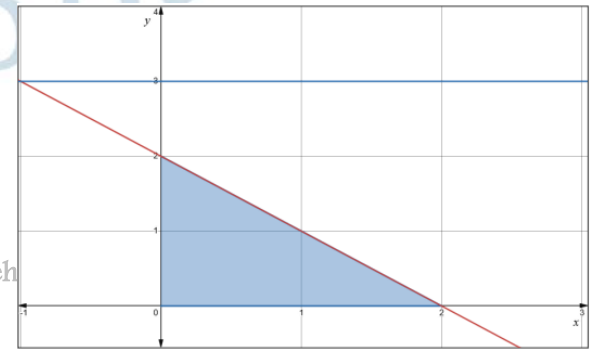


Q17

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = 2 - x, \quad and \; y = 0 \quad and \; x = 0 \;\; , about \quad y = 3$$



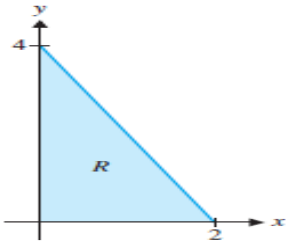
Q25

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

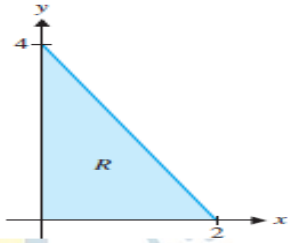
اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = 4 - 2x\,, x = 0 \text{ and } y = 0 \quad \text{about}$$

a) $y = 4$



b) $y = -4$



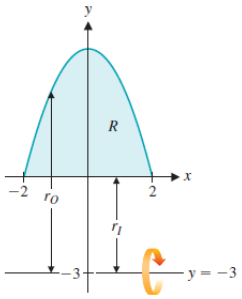
Ex7

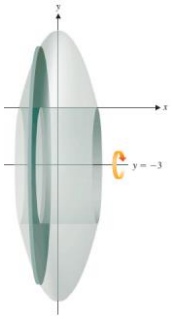
Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

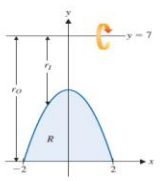
$$y = 4 - x^2 \text{ and } y = 0 \quad \text{about}$$

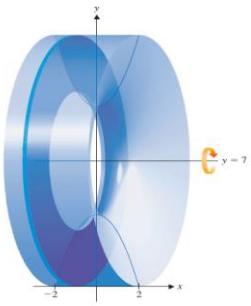
a) $y = -3$





b) $y = 7$





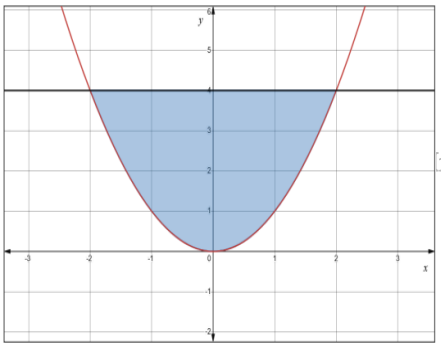
Q26

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

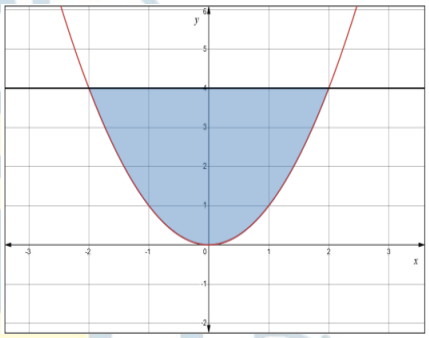
اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = x^2 \text{ , and } y = 4 \quad \text{about}$$

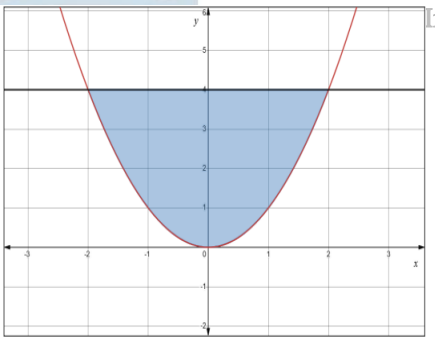
a) $y = 4$



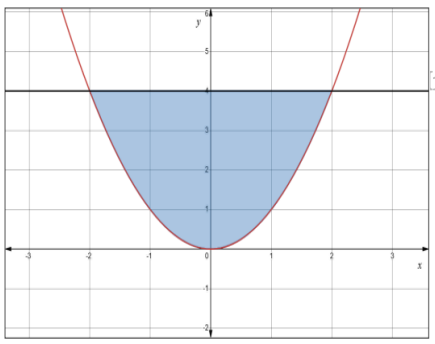
b) $x - axis$



c) $y = 6$



a) $y = -2$



Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh
Imad Odeh

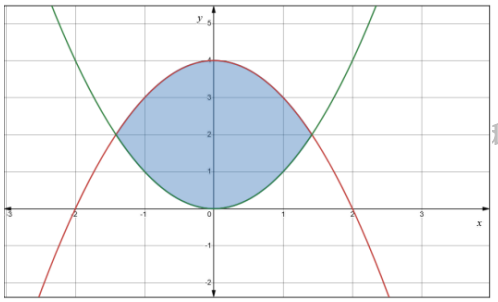
Q18

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

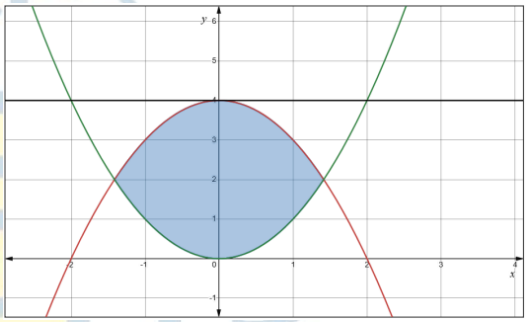
اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = x^2 \text{ , } and \; y = 4 - x^2 \quad about$$

a) $x - axis$



b) $y = 4$



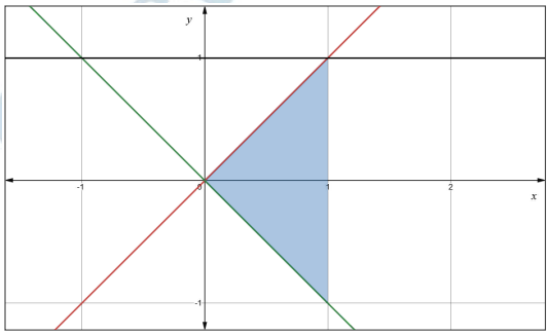
Q28

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

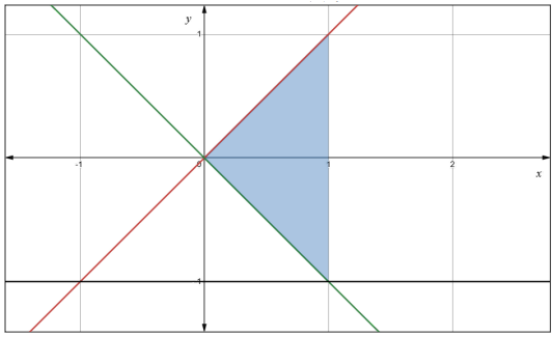
اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = x \text{ , } y = -x \; and \; x = 1 \quad about$$

a) $y = 1$



b) $y = -1$

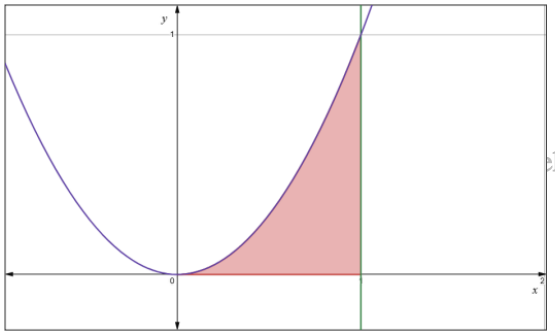


Q14 Page 481

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = x^2 , y = 0 \text{ and } x = 1 \quad \text{about } y = -2$$



Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

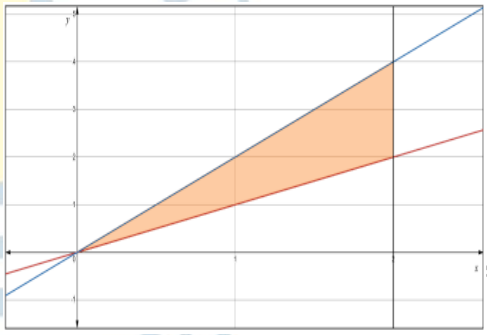
Q16 Page 481

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

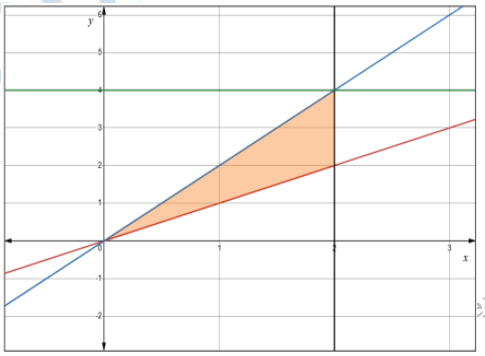
$$y = x , y = 2x \text{ and } x = 2 \quad \text{about}$$

a) $x - axis$



Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

b) $y = 4$



Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

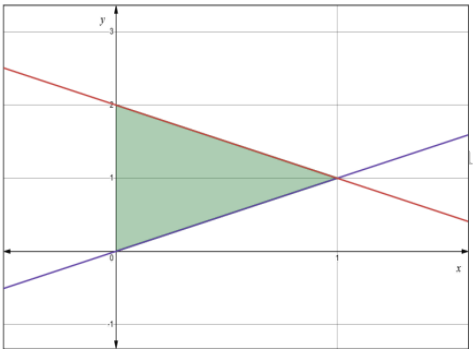
Q17 Page 481

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

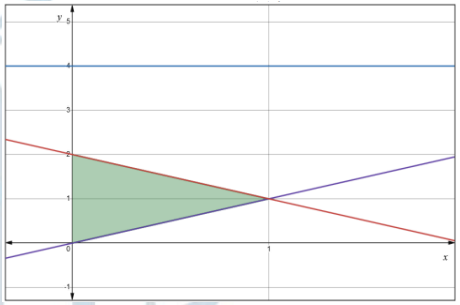
اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = x, y = 2 - x \quad and \quad y = 0 \quad about$$

a) $x - axis$



b) $y = 4$



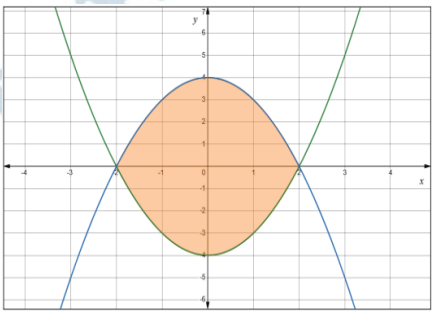
Q18 Page 481

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

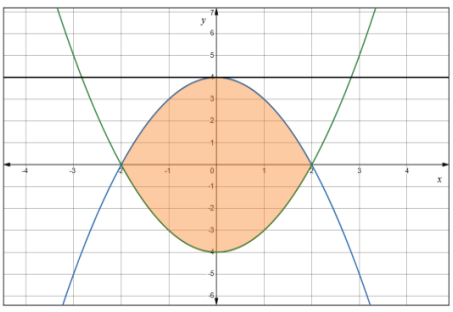
اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$x = 4 - y^2, x = y^2 - 4 \quad and \quad y = 0 \quad about$$

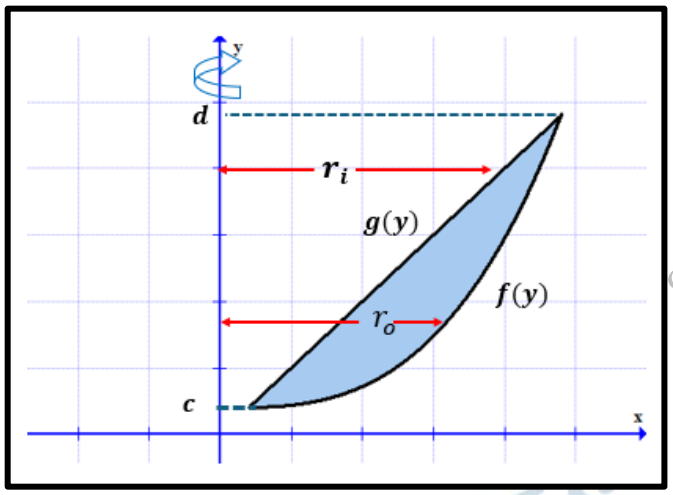
a) $x - axis$



b) $y = 4$



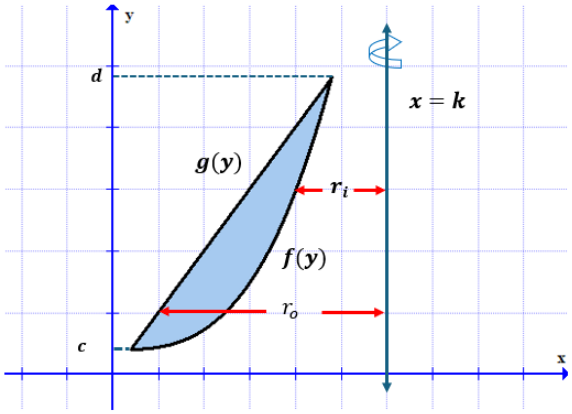
Revolving about $y-axis$ دوران حول محور y



$$V=\int_c^d A(y)dy=\int_c^d \pi({r_o}^2-{r_i}^2)dy=\pi\int_c^d (f(y)^2-g(y)^2)dy$$

Outer radius: r_o
Inner radius: r_i

Revolving about $y-axis$ دوران حول المستقيم $x=k$



$$V=\int_c^d A(y)dy=\int_c^d \pi({r_o}^2-{r_i}^2)dy=\pi\int_c^d (k-g(y))^2-(k-f(y))^2dy$$

Outer radius: r_o
Inner radius: r_i

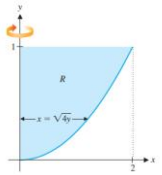
Ex6

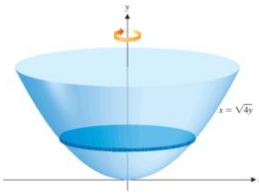
Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = \frac{1}{4}x^2 \;\; x = 0 \; and \; y = 1 \quad about$$

c) $y - axis$





Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Odeh

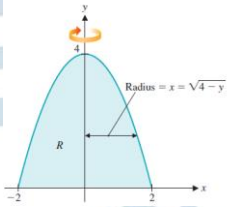
Ex7

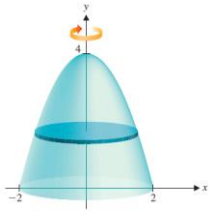
Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = 4 - x^2 \; and \; y = 0 \quad about$$

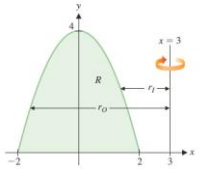
c) $y - axis$

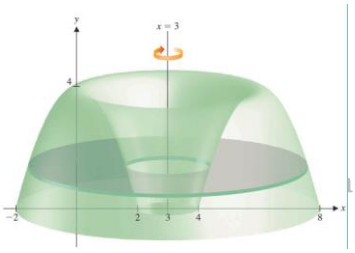




Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh leh

d) $x = 3$





Imad Odeh Imad Odeh Imad Odel

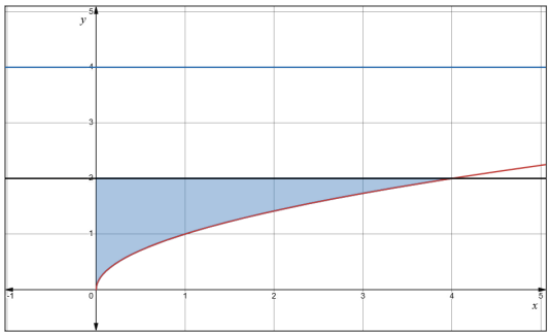
Q19

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = \sqrt{x}\,, \quad y = 2 \quad and \quad x = 0 \quad , about$$

a) $x = 4$



Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

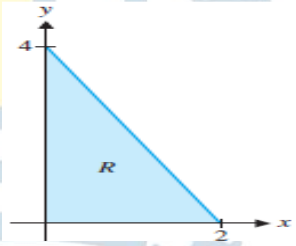
Q25

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

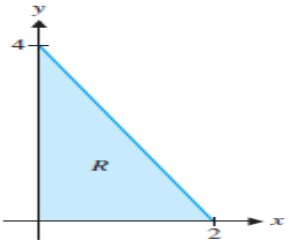
$$y = 4 - 2x\,, x = 0 \; and \; y = 0 \quad about$$

a) $x = 2$



Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

b) $x = -2$



Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad Odeh
Imad Odeh
IO MATHS ACADEMY 12 ADV MR.IMAD ODEH

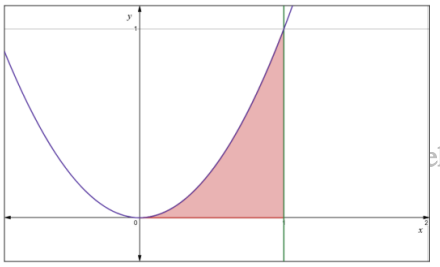
Q27

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

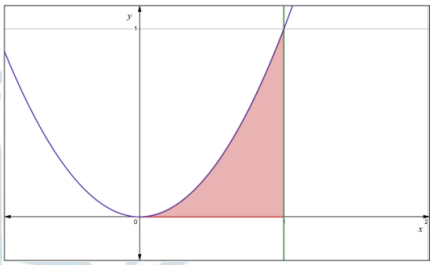
اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = x^2 , y = 0 \ \ and \ x = 1 \quad about$$

a) $y - axis$



b) $x = 1$



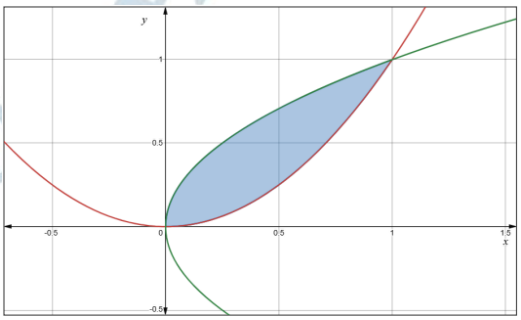
Q20

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

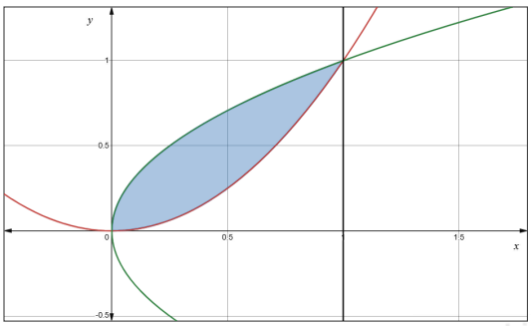
اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = x^2 , \ and \ x = y^2 \quad about$$

a) $y - axis$



b) $x = 1$



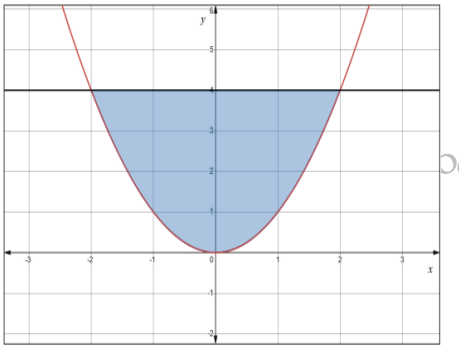
Q26 | 26س

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

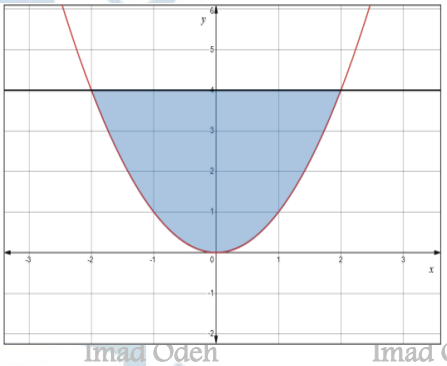
اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = x^2 \text{ , and } y = 4 \quad \text{about}$$

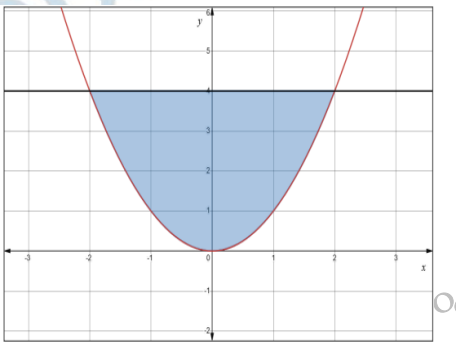
a) $y - axis$



b) $x = 2$



c) $x = -4$



Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
IO MATHS ACAD 12 ADV MR.IMAD ODEH

أسئلة سنوات سابقة وأسئلة إضافية

Q1

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

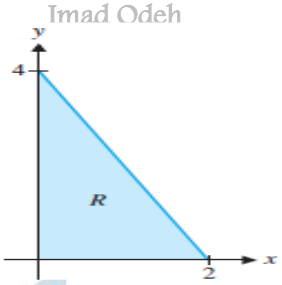
$$y = 4 - 2x\,, x = 0 \; and \; y = 0 \; about \; y - axis$$

a) $\frac{16}{3}$

b) 4π

c) $\frac{16\pi}{3}$

d) 4



Q2

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = 2 - x\,, \quad and \;\; y = 0 \; and \; x = 0 \;\; , about \;\; x - axis$$

a) $\frac{28\pi}{3}$

b) $\frac{8\pi}{3}$

c) $\frac{16\pi}{3}$

d) $\frac{8}{3}$

Q3

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = \sqrt{x}\,, \quad y = 2 \; and \;\; x = 0 \;\; , about \;\; y - axis$$

a) $v = \frac{32\pi}{5}$

b) $v = \frac{16\pi}{3}$

c) $v = \frac{10\pi}{3}$

d) $v = \frac{8\pi}{3}$

Imad Odeh
IO MATHS ACADEMY
MR.IMAD ODEH
12 ADV

Q4

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = x + \frac{3}{x}\,, \quad y = 4 \; about \quad x - axis$$

a) $v = \frac{16\pi}{3}$

b) $v = 4\pi$

c) $v = 6\pi$

d) $v = \frac{15\pi}{2}$

Q5

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = sec\, x\,, \quad x = \frac{\pi}{3}, x = 0 \; and \; y = 0 \; about \quad x - axis$$

a) $v = \frac{\pi}{3}$

b) $v = \frac{\pi}{2}$

c) $v = \sqrt{3}\pi$

d) $v = 3\pi$

Q6

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = \sqrt{x+1}\,, \quad y = x - 1 \;\; and \; x = 0 \;\; about \quad y = 2$$

a) $v = \frac{13\pi}{2}$

b) $v = \frac{20\pi}{3}$

c) $v = \frac{49\pi}{6}$

d) $v = 9\pi$

Q7

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = \sqrt{x}\,, \quad y = 2 \; and \; x = 0 \;\; , about \quad x = 4$$

a) $v = \pi \int_0^2 (4 - y^2)^2 - 4^2 \, dy$

b) $v = \pi \int_0^2 (y^2 - 4)^2 \, dy$

c) $v = \pi \int_0^2 (4 - y^2)^2 \, dy$

d) $v = \pi \int_0^2 4^2 - (4 - y^2)^2 \, dy$

Q8

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

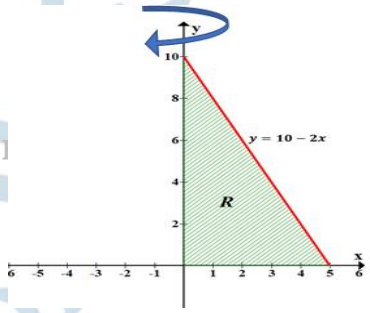
$$y = 10 - 2x\,, \quad about \quad y - axis$$

a) $50\,\pi$

b) $\frac{500}{3}\,\pi$

c) $\frac{250}{3}\,\pi$

d) $25\,\pi$



Q9

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = \sqrt{x+1}\,, \quad about \quad x - axis\,, x \in [0,3]$$

a) $5\,\pi$

b) $2.5\,\pi$

c) $7.5\,\pi$

d) $4.5\,\pi$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh
Imad Odeh

Q10

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = \sqrt{16 - x^2} \quad and\ y = 0 \quad about \quad y = 0$$

a) $16\,\pi$

b) $\frac{128}{3}\pi$

c) $\frac{256}{3}\pi$

d) $256\,\pi$

Q11

Let R be the region enclosed by the graph of $y = \frac{4}{x}$ and the line $y = 5 - x$. The volume of the solid obtained by revolving R about the y-axis is given by

ليكن R المنطقة المحصورة بين منحنى $y = \frac{4}{x}$ والمستقيم $y = 5 - x$. حجم الجسم الصلب الناتج عن دوران R حول المحور y يُعطى بالعلاقة

a) $v = \pi \int_1^4 \left(5 - y - \frac{4}{y}\right)^2 dy$

b) $v = \pi \int_1^4 \left[\left(\frac{4}{y}\right)^2 - (5 - y)^2\right] dy$

c) $v = \pi \int_1^4 \left[(5 - y)^2 - \left(\frac{4}{y}\right)^2\right] dy$

d) $v = 2\pi \int_1^4 \left(5 - y - \frac{4}{y}\right)^2 dy$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
MATHS ACADEMY MR. IMAD ODEH 12 ADV
Imad Odeh

Q13 Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

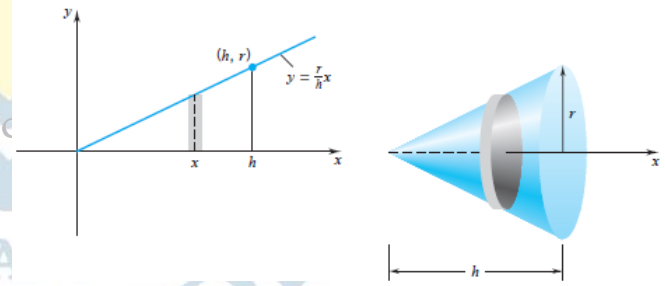
$$y = x^2 \,, \quad y = 4 - x^2 \quad , about \quad y = 6$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q15 We can generate a circular cone of base radius r and height h by revolving about the x-axis the region below the graph of

يمكننا إنشاء مخروط دائري بنصف قطر قاعدة r وارتفاع h عن طريق الدوران حول المحور x للمنطقة الموجودة أسفل الرسم البياني لـ

$$f(x) = \frac{r}{h}x \ , 0 \le x \le h$$



Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q16 Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

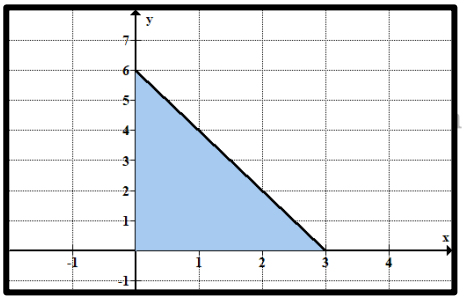
$$y = 6 - 2x \,, x = 0 \; and \; y = 0 \; about \; y - axis$$

a) $V = \int_0^3 \left(\frac{6-y}{2}\right)^2 dy$

b) $V = \int_0^3 \pi\left(\frac{6-y}{2}\right)^2 dy$

c) $V = \int_0^6 \pi\left(\frac{6-y}{2}\right)^2 dy$

d) $V = \int_0^6 \left(\frac{6-y}{2}\right)^2 dy$



Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q18 Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

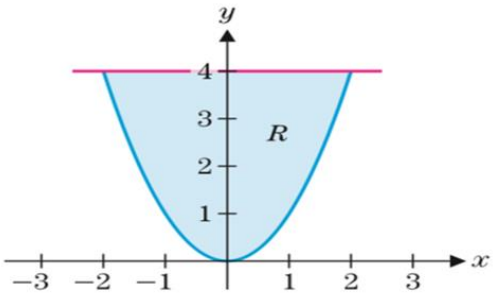
$$y = x^2, \quad y = 4 \text{ , about } \quad y = 4$$

a) $v = \pi \int_0^4 (\sqrt{y})^2 \, dy$

b) $v = \pi \int_{-2}^{2} (4 - x^2)^2 \, dx$

c) $v = \pi \int_0^4 [(2 + \sqrt{y})^2 - (2 - \sqrt{y})^2] \, dy$

d) $v = \pi \int_0^4 [(4 + \sqrt{y})^2 - (4 - \sqrt{y})^2] \, dy$



Q19 Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

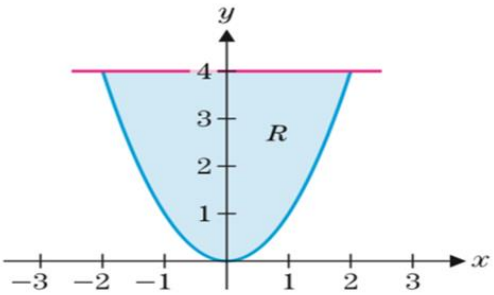
$$y = x^2, \quad y = 4 \text{ , about } \quad x = 2$$

a) $v = \pi \int_0^2 (4 - x^2)^2 \, dx$

b) $v = \pi \int_0^4 (\sqrt{y})^2 \, dy$

c) $v = \pi \int_0^4 [(2 + \sqrt{y})^2 - (2 - \sqrt{y})^2] \, dy$

d) $v = \pi \int_0^4 [(4 + \sqrt{y})^2 - (4 - \sqrt{y})^2] \, dy$



Q20 Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

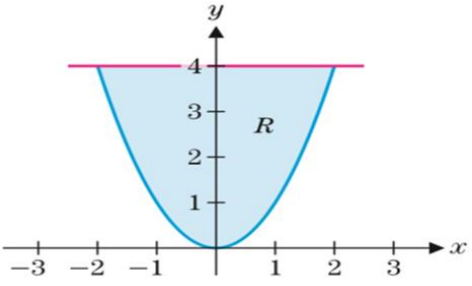
$$y = x^2, \quad y = 4 \text{ , about } \quad y = 6$$

a) $v = \pi \int_0^4 (\sqrt{y})^2 \, dy$

b) $v = \pi \int_{-2}^{2} [(6 - x^2)^2 - 2^2] \, dx$

c) $v = \pi \int_0^4 [(6 + \sqrt{y})^2 - (6 - \sqrt{y})^2] \, dy$

d) $v = \pi \int_0^4 [(4 + \sqrt{y})^2 - (4 - \sqrt{y})^2] \, dy$



Q21 Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = x^2\,, \quad and \;\; y = 0 \; and \; x = 1 \;\; , about \quad x - axis$$

a) $\frac{\pi}{6}$

b) $\frac{\pi}{5}$

c) $\frac{\pi}{2}$

d) $\frac{32\pi}{5}$

Q22 Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$\boldsymbol{y = 2 - x\,, \quad and \;\; y = 0 \; and \; x = 0 \;\; , about \quad y = 3}$$

a) $v = \int_0^2 \pi(3)^2\,dx + \int_0^2 \pi(2-x)^2\,dx$

b) $v = \int_0^2 \pi(3-(2-x))^2\,dx$

c) $v = \int_0^2 \pi(3)^2\,dx - \int_0^2 \pi(3-(2-x))^2\,dx$

d) $v = \int_0^2 \pi(3)\,dx + \int_0^2 \pi(3-(2-x))^2\,dx$

Q23 Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

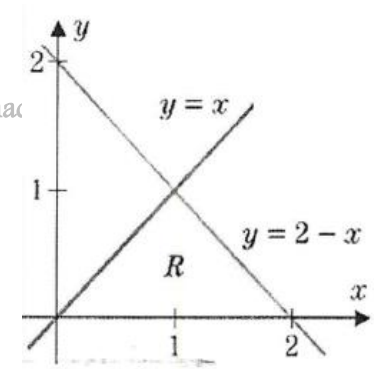
$$\boldsymbol{y = 2 - x\,, \quad y = x \; and \; y = 0 \;\; , about \quad x = 3}$$

a) $v = \int_0^1 \pi(\,(3-y)^2 - [3-(2-y)]^2)\,dy$

b) $v = \int_0^1 2\pi(\,(3-y)^2 - [3-(2-y)]^2)\,dy$

c) $v = \int_0^1 \pi(\,(3-y)^2 - (2-y)^2)\,dy$

d) $v = \int_0^1 \pi(\,(3-y)^2 - [3+(2-y)]^2)\,dy$



Q24	Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line	اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = \sqrt{16 - x^2}\,, \quad y = 0 \quad , about \quad y = 0$$

a) 16π

b) $\frac{128\pi}{3}$

c) $\frac{256\pi}{3}$

d) 256π

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q25	Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line	اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

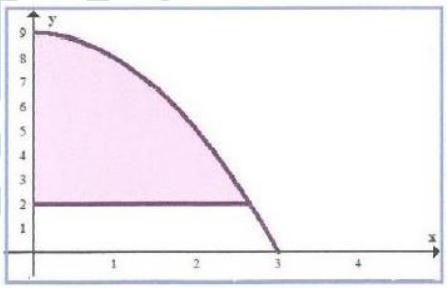
$$y = 9 - x^2 \quad and \; y = 2\,, 0 \le x \le \sqrt{7} \quad about \quad y - axis$$

a) $v = \int_2^9 \pi(9-y)^2 dy$

b) $v = \int_2^9 \pi\sqrt{9-y}\, dy$

c) $v = \int_2^9 (9-y)^2 dy$

d) $v = \int_2^9 \pi(9-y) dy$



Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad Odeh

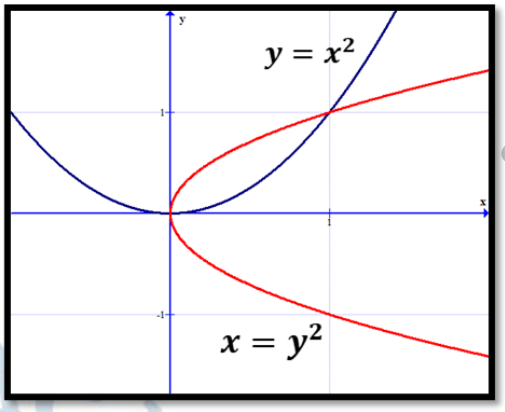
Q26

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

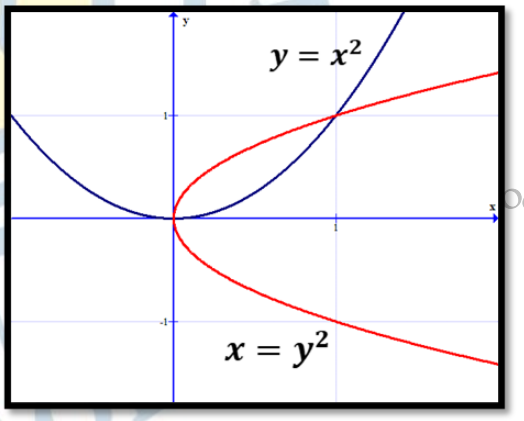
اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = x^2 \quad and \quad x = y^2$$

a) $about \quad y - axis$



b) $x = 1$



Imad Odeh
IO MATHS ACADEMY MR.IMAD ODEH 12 ADV

5-4
ARC LENGTH AND SURFACE AREA
طول القوس والمساحة السطحية

Arc Length طول القوس

$$s = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2}\, dx$$

Ex1	Find the arc length of the portion of the curve	اوجد طول قوس المنحنى

$$y = \sin x \quad with \quad 0 \le x \le \pi.$$

Ex2	Find the arc length of the portion of the curve	اوجد طول قوس المنحنى

$$y = x^2 \quad with \quad 0 \le x \le 1$$

Imad Odeh
IO MATHS ACADEMY MR. IMAD ODEH

Ex3	Find the arc length of the portion of the curve	اوجد طول قوس المنحنى

$$y = x^4 \qquad with \quad 0 \leq x \leq 1$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q1	Find the arc length of the portion of the curve	اوجد طول قوس المنحنى

$$y = 2x + 1\ ,\ 0 \leq x \leq 2$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2	Find the arc length of the portion of the curve	اوجد طول قوس المنحنى

$$y = ln\,(sec\,x), \quad 0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 Find the arc length of the portion of the curve اوجد طول قوس المنحنى

$$y = 4x^{\frac{3}{2}} + 1 \ , 1 \leq x \leq 2$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q4 Find the arc length of the portion of the curve اوجد طول قوس المنحنى

$$y = \frac{1}{4}(e^{2x} + e^{-2x}), \ 0 \leq x \leq 1$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q5 Find the arc length of the portion of the curve اوجد طول قوس المنحنى

$$y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}ln\, x \ , \ 1 \leq x \leq 2$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q6 Find the arc length of the portion of the curve اوجد طول قوس المنحنى

$$y = \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2x},\ 1 \le x \le 3$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q7 Find the arc length of the portion of the curve اوجد طول قوس المنحنى

$$y = \frac{1}{8}y^4 + \frac{1}{4y^2},\ -2 \le y \le -1$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q8 Find the arc length of the portion of the curve اوجد طول قوس المنحنى

$$y = e^{y/2} + e^{-y/2},\ -1 \le y \le 1$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q9	Find the arc length of the portion of the curve	اوجد طول قوس المنحنى

$$y = \frac{1}{3}x^{3/2} - x^{1/2},\ 1 \le x \le 4$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q5	Find the arc length of the portion of the curve	اوجد طول قوس المنحنى

$$y = 2\ln(4 - x^2),\ 0 \le x \le 1$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q 19Page 481	set up an integral for the arc length	اكتب التكامل الذي يمثل طول القوس

$$y = x^4 \quad for\ -1 \le x \le 1$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q20 Page 481	set up an integral for the arc length	اكتب التكامل الذي يمثل طول القوس

$$y = x^2 + x \quad for \ -1 \leq x \leq 0$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q21 Page 481	set up an integral for the arc length	اكتب التكامل الذي يمثل طول القوس

$$y = e^{x/2} \quad for \ -2 \leq x \leq 2$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q22 Page 481		

set up an integral for the arc length اكتب التكامل الذي يمثل طول القوس

$$y = sin\,2x \quad for \quad 0 \leq x \leq \pi$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Ex4

A rope is to be hung between two poles **20** feet apart. If the rope assumes the shape of the catenary, compute the length of the rope.

اوجد طول حبل معلق بين عمودين المسافة بينهما 20 قدم يصنع منحنى معادلته

$$y = 10\left(e^{x/20} + e^{-x/20}\right),\ -20 \le x \le 20$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q23

A rope is to be hung between two poles **40** feet apart. If the rope assumes the shape of the catenary, compute the length of the rope.

اوجد طول حبل معلق بين عمودين المسافة بينهما 40 قدم يصنع منحنى معادلته

$$y = 10\left(e^{x/20} + e^{-x/20}\right),\ -20 \le x \le 20$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q23

A rope is to be hung between two poles **60** feet apart. If the rope assumes the shape of the catenary, compute the length of the rope.

اوجد طول حبل معلق بين عمودين المسافة بينهما 60 قدم يصنع منحنى معادلته

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

$$y = 15\left(e^{x/30} + e^{-x/30}\right),\ -30 \le x \le 30$$

Imad Odeh Imad Odeh

Q25

A rope is to be hung between two poles **20** feet apart. If the rope assumes the shape of the catenary, compute the length of the rope.

اوجد طول حبل معلق بين عمودين المسافة بينهما 20 قدم يصنع منحنى معادلته

$$y = 5\left(e^{x/20} + e^{-x/20}\right),\ -10 \le x \le 10$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Compute the "sag" in the cable—that is, the difference between the $y-values$ in the middle ($x = 0$) and at the poles ($x = 10$). Given this, is the arc length calculation surprising?

احسب "الترهل" في الكابل، أي الفرق بين قيم المحور y في المنتصف ($x = 0$) وعند العمودين ($x = 10$) بناءً على ذلك، هل يُثير حساب طول القوس دهشتك؟

أسئلة سنوات سابقة وأسئلة إضافية

Q1 Find the arc length of the portion of the curve اوجد طول قوس المنحنى

$$y = 5x + 1\ , 0 \le x \le 2$$

a) $s = \sqrt{26}$

b) $s = 2\sqrt{26}$

c) $s = \sqrt{26}\pi$

d) $s = 2\sqrt{26}\,\pi$

Q2 Find the arc length of the portion of the curve اوجد طول قوس المنحنى

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

$$y = \sqrt{1 - x^2},\quad 0 \le x \le \frac{1}{2}$$

a) $s = \frac{\pi}{2}$

b) $s = \frac{\pi}{4}$

c) $s = \frac{\pi}{3}$

d) $s = \frac{\pi}{6}$

Imad Odeh

Q3 set up an integral for the arc length اكتب التكامل الذي يحسب طول قوس المنحنى

$$y = x^3 \ , -1 \le x \le 1 \ ,$$

a) $S = \int_{-1}^{1} \sqrt{1 + 9x^4}\,dx$

b) $S = \int_{-1}^{1} \sqrt{1 + (x^3)^2}\,dx$

c) $S = \pi \int_{-1}^{1} \sqrt{1 + 9x^4}\,dx$

d) $S = \int_{-1}^{1} \sqrt{1 + 3x^4}\,dx$

Q4 Find the arc length of the portion of the curve اوجد طول قوس المنحنى

$$y = 3x + 2 \ , 0 \le x \le 2$$

a) $s = \sqrt{10}$

b) $s = 2\sqrt{10}$

c) $s = \sqrt{5}$

d) $s = 2\sqrt{5}$

Q5 set up an integral for the arc length اكتب التكامل الذي يحسب طول قوس المنحنى

$$y = ln\, x \ , 1 \le x \le 3 \ ,$$

a) $S = \int_{1}^{3} \sqrt{1 + \ln x^2}\,dx$

b) $S = \int_{1}^{3} \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}\,dx$

c) $S = \pi \int_{1}^{3} \sqrt{1 + \frac{1}{x}}\,dx$

d) $S = \int_{1}^{3} \left(1 + \frac{1}{x^2}\right) dx$

Q6 set up an integral for the arc length اكتب التكامل الذي يحسب طول قوس المنحنى

$$y = 4x^{3/2} \ , 1 \le x \le 2 \ ,$$

a) $S = \int_1^2 \sqrt{1 + 36x}\,dx$

b) $S = \pi \int_1^2 \sqrt{1 + 6x^2}\,dx$

c) $S = 8\pi \int_1^2 x^{\frac{3}{2}} \sqrt{1 + 36x}\,dx$

d) $S = \int_1^2 \sqrt{1 + 36x^2}\,dx$

Q7 set up an integral for the arc length اكتب التكامل الذي يحسب طول قوس المنحنى

$$y = \tan x \ , 0 \le x \le \frac{\pi}{4},$$

a) $S = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{1 + \sec^4 x}\,dx$

b) $S = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{1 + \sec x}\,dx$

c) $S = \pi \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{1 + \sec^2 x}\,dx$

d) $S = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{1 + \tan^2 x}\,dx$

Q8 set up an integral for the arc length اكتب التكامل الذي يحسب طول قوس المنحنى

$$y = \ln(\sin x) \ , \frac{\pi}{3} \le x \le \frac{2\pi}{3},$$

a) $S = \int_{\pi/3}^{2\pi/3} \csc^2 x\,dx$

b) $S = \int_{\pi/3}^{2\pi/3} \sqrt{1 + \cot x}\,dx$

c) $S = \int_{\pi/3}^{2\pi/3} \csc x\,dx$

d) $S = \int_{\pi/3}^{2\pi/3} \sqrt{1 + \csc^2 x}\,dx$

Q9 set up an integral for the arc length اكتب التكامل الذي يحسب طول قوس المنحنى

$$y = 1 + 4x^{3/2} \ , 0 \le x \le 3 \ ,$$

a) $S = \int_0^3 \sqrt{1 + 36x}\,dx$

b) $S = \int_0^3 \sqrt{1 + 36x^2}\,dx$

c) $S = \int_0^3 \sqrt{1 + 36x^3}\,dx$

d) $S = \int_0^3 \sqrt{1 + 48x}\,dx$

Q10 Find the arc length of the portion of the curve اوجد طول قوس المنحنى

$$F(x) = \int_1^{x^2} \sqrt{t+1}\,dt \quad from\ x = 1\ to\ x = 2$$

a) $s = \frac{8}{3}$

b) $s = \frac{10}{3}$

c) $s = \frac{15}{3}$

d) $s = \frac{17}{3}$

Q11

A rope is to be hung between two poles 40 meters apart. If the rope assumes the shape of the catenary سلك معلق بين عمودين المسافة بينهما 40 متر إذا كان الشكل يتخذ شكل المنحنى

$$\boldsymbol{y = 10\left(e^{x/20} + e^{-x/20}\right), -20 \le x \le 20}$$

compute the length of the rope.

a) $S = 20(e - e^{-1})m$

b) $S = 20(e^{-1} - e)m$

c) $S = 10(e - e^{-1})m$

d) $S = 40(e - e^{-1})m$

Q12 The length of a curve from $x = a$ to $x = b$ is given by — إذا كان طول القوس معطى بالتكامل التالي

$$\int_a^b \sqrt{1+\sin^2 x}\ dx$$

Which of the following could be the equation for this curve? — أي مما يلي يمكن ان يكون معادلة المنحنى

a) $y = sin(2x)$

b) $y = cos(2x)$

c) $y = -\frac{1}{2}cos(2x)$

d) $y = \frac{1}{2}sin(2x)$

Q13 Find the length of the curve — جد طول قوس المنحنى

$$\int_1^x \sqrt{\sqrt{t}-1}\ dt \quad 1 \le x \le 16$$

Q14 Find the arc length of the portion of the curve — اوجد طول قوس المنحنى

$$f(x) = \int_0^x \sqrt{t^2+4t+3}\ dt, \qquad 0 \le x \le 2$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
IQ MATHS ACADEMY MR.IMAD ODEH 12 ADV
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh
Imad Odeh

Q15 Find the arc length of the portion of the curve اوجد طول قوس المنحنى

$$y = \sqrt{1 - x^2}\,, 0 \le x \le \frac{1}{2}$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q16 set up an integral for the arc length اكتب التكامل الذي يحسب طول قوس المنحنى

$$y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}\ln x\,, 1 \le x \le 2\,,$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Surface Area

$$s = 2\pi \int_a^b f(x)\sqrt{1+[f'(x)^2]}\ d$$

Ex5	Find the surface area of the surface generated by revolving	اوجد المساحة السطحية للسطح المتولد من دوران

$$y = x^4,\ for\ \ 0 \le x \le 1\ about\ x-axis$$

Q29	Set up the integral for the surface area	اكتب التكامل الذي يمثل المساحة السطحية لمنحنى

$$y = x^2,\quad 0 \le x \le 1\quad revolved\ about\ x-axis$$

Q30	Set up the integral for the surface area	اكتب التكامل الذي يمثل المساحة السطحية لمنحنى

$$y = \sin x,\ 0 \le x \le \pi\quad revolved\ about\ x-axis$$

Imad Odeh

Q31 Set up the integral for the surface area اكتب التكامل الذي يمثل المساحة السطحية لمنحنى

$$y = 2x - x^2,\ 0 \le x \le 2 \quad revolved\ about\ x-axis$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q32 Set up the integral for the surface area اكتب التكامل الذي يمثل المساحة السطحية لمنحنى

$$y = x^3 - 4x,\ -2 \le x \le 0 \quad revolved\ about\ x-axis$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q33 Set up the integral for the surface area اكتب التكامل الذي يمثل المساحة السطحية لمنحنى

$$y = e^x,\ 0 \le x \le 1 \quad revolved\ about\ x-axis$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q34 Set up the integral for the surface area اكتب التكامل الذي يمثل المساحة السطحية لمنحنى

$$y = \ln x,\ 1 \le x \le 2 \quad \text{revolved about } x-\text{axis}$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q35 Set up the integral for the surface area اكتب التكامل الذي يمثل المساحة السطحية لمنحنى

$$y = \cos x,\ 0 \le x \le \frac{\pi}{2} \quad \text{revolved about } x-\text{axis}$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q36 Set up the integral for the surface area اكتب التكامل الذي يمثل المساحة السطحية لمنحنى

$$y = \sqrt{x},\ 1 \le x \le 2 \quad \text{revolved about } x-\text{axis}$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q23 P481 Set up the integral for the surface area اكتب التكامل الذي يمثل المساحة السطحية لمنحنى

$$y = 1 - x^2,\ 0 \le x \le 1 \quad revolved\ about\ x - axis$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q24 P481 Set up the integral for the surface area اكتب التكامل الذي يمثل المساحة السطحية لمنحنى

$$y = x^3,\ 0 \le x \le 1 \quad revolved\ about\ x - axis$$

أسئلة سنوات سابقة وأسئلة إضافية

Q1 Set up the integral for the surface area generated by revolving about $x - axis$ اكتب التكامل الذي يحسب المساحة السطحية للمجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنى حول المحور x

$$y = x^3 - 4x\ , -2 \le x \le 0\ ,$$

a) $S = \int_{-2}^{0} \pi(x^3 - 4x)\sqrt{1 + (3x^2 - 4)}\,dx$

b) $S = \int_{-2}^{0} 2\pi(x^3 - 4x)\sqrt{1 + (3x^2 - 4)}\,dx$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

c) $S = \int_{-2}^{0} \pi(x^3 - 4x)\sqrt{1 + (3x^2 - 4)^2}\,dx$

d) $S = \int_{-2}^{0} 2\pi(x^3 - 4x)\sqrt{1 + (3x^2 - 4)^2}\,dx$

Q2	Set up the integral for the surface area generated by revolving about $x-axis$	اكتب التكامل الذي يحسب المساحة السطحية للمجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنى حول المحور x

$$y = \cos x \ , 0 \le x \le \frac{\pi}{2},$$

a) $S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\pi(\cos x)\sqrt{1+\sin^2 x}\ dx$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

b) $S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \pi(\cos x)\sqrt{1+\sin^2 x}\ dx$

c) $S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\pi(\cos x)^2\ dx$

d) $S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\pi(\sin x)\sqrt{1+\sin^2 x}\ dx$

Q3	Set up the integral for the surface area generated by revolving about $x-axis$	اكتب التكامل الذي يحسب المساحة السطحية للمجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنى حول المحور x

$$y = 4x \ , 1 \le x \le 2 \ ,$$

a) $S = 2\pi \int_1^2 4x\sqrt{1+16}\ dx$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

b) $S = \pi \int_1^2 16x^2\sqrt{1+16x^2}\ dx$

c) $S = \pi \int_1^2 4x\sqrt{1+4x^2}\ dx$

d) $S = 2\pi \int_1^2 16x^2\sqrt{1+16}\ dx$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad Odeh
Imad Odeh

Q4 Let **S** be the surface area generated by revolving the bounded region about $x-axis$

لتكن S المساحة السطحية المتولدة من دوران المطقة المحددة حول محور x

$$y = f(x)\ ,\ a \leq x \leq b \ \ and \ \ \ s = \int_a^b k\,\pi x^2\sqrt{1+36x^2}\ dx\ ,$$

Find value of k

اوجد قيمة k

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q5 Set up the integral for the surface area generated by revolving about $x-axis$

اكتب التكامل الذي يحسب المساحة السطحية للمجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنى حول المحور x

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

$$y = x^4, 1 \leq x \leq 2$$

a) $S = 2\pi \int_1^2 x^4\sqrt{1+16x^6}\ dx$

b) $S = 2\pi \int_1^2 4x^3\sqrt{1+4x^6}\ dx$

c) $S = \pi \int_1^2 x^4\sqrt{1+16x^6}\ dx$

d) $S = 2\pi \int_1^2 x^4\sqrt{1+4x^6}\ dx$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q6 Set up the integral for the surface area generated by revolving about $x-axis$

اكتب التكامل الذي يحسب المساحة السطحية للمجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنى حول المحور x

$$y = \ln x \ , 1 \le x \le 2$$

a) $S = \int_1^2 4\pi \ln x \sqrt{1+\frac{1}{x^2}}\, dx$

b) $S = \int_1^2 2 \ln x \sqrt{1+\frac{1}{x^2}}\, dx$

c) $S = \int_1^2 2\pi \ln x \sqrt{1+\frac{1}{x^2}}\, dx$

d) $S = \int_1^2 2\pi \left(\frac{1}{x}\right) \sqrt{1+(\ln x)^2}\, dx$

Q7 Set up the integral for the surface area generated by revolving about $x-axis$

اكتب التكامل الذي يحسب المساحة السطحية للمجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنى حول المحور x

$$y = x^2 \ , 0 \le x \le 1 \ ,$$

a) $S = 2\pi \int_0^1 x^2 \sqrt{1+2x^2}\, dx$

b) $S = 2\pi \int_0^1 x^2 \sqrt{1+4x^2}\, dx$

c) $S = 2\pi \int_0^1 x^2 \sqrt{1+x^2}\, dx$

d) $S = 2\pi \int_0^1 x^2 \sqrt{1+2x}\, dx$

Q8 Set up the integral for the surface area generated by revolving about $x-axis$

اكتب التكامل الذي يحسب المساحة السطحية للمجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنى حول المحور x

$$y = sin\, x \ , 0 \le x \le \pi \ ,$$

a) $S = \int_0^\pi 4\pi (\sin x) \sqrt{1+cos\, x}\, dx$

b) $S = \int_0^\pi (\sin x) \sqrt{1+cos^2 x}\, dx$

c) $S = \int_0^\pi 2\pi (\sin x) \sqrt{1+cos^2 x}\, dx$

d) $S = \int_0^\pi 2\pi (\cos x) \sqrt{1+cos^2 x}\, dx$

Q9 Set up the integral for the surface area generated by revolving about $x-axis$

اكتب التكامل الذي يحسب المساحة السطحية للمجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنى حول المحور x

$$y = \sin x \ , 0 \le x \le \pi \ ,$$

a) $S = 2\pi \int_0^{\pi} \sin x \ \sqrt{1+cos^2 x} \ dx$

b) $S = 2\pi \int_0^{\pi} \sin^2 x \sqrt{1+\cos x} \ dx$

c) $S = \pi \int_0^{\pi} \cos x \ \sqrt{1+sin^2 x} \ dx$

d) $S = \pi \int_0^{\pi} \cos^2 x \ \sqrt{1+\sin x} \ dx$

Q10 Set up the integral for the surface area generated by revolving about $x-axis$

اكتب التكامل الذي يحسب المساحة السطحية للمجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنى حول المحور x

$$y = \cos x \ , 0 \le x \le \frac{\pi}{2} ,$$

a) $S = 2\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \ \sqrt{1+cos^2 x} \ dx$

b) $S = 2\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \sqrt{1+\cos x} \ dx$

c) $S = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \ \sqrt{1+sin^2 x} \ dx$

d) $S = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \ \sqrt{1+\sin x} \ dx$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

6-5

PROJECTILE MOTION المقذوفات

في درس المقذوفات نحتاج التعرف على مجموعة من القوانين والمفاهيم التي سوف نعتمد عليها في هذا الدر وهي كالتالي والتي نستطيع استخدامها في الأسئلة الموضوعية الاختيار من متعدد دون الحاجة الى حل السؤال كامل

$$h''(t) = -g.$$

حيث تمثل g التسارع وتساوي

في حال القياس بالمتر $g = -9.8m/s^2$

في حال القياس بالقدم $g = -32ft/s^2$

One dimension	حركة المقذوفات في بعد واحد
$v = \int h''(t)\,dt = \int -g\,dt = \int -9.8\,dt, \quad v_o = h'(0) = y(0), \quad h_o = y(0)$ $v = \int h''(t)\,dt = \int -g\,dt = \int -32\,dt, \quad v_o = h'(0) = y(0), \quad h_o = y(0)$ في حال السرعة كانت للأعلى او اليمين تكون اشارتها موجبة وفي حال كانت للأسفل او اليسار نضع إشارة سالبة	
$h = y = 0 \quad , \quad t = \frac{2v_o}{g}$	زمن التحليق يحدث عندما يصبح الارتفاع صفر أي ان
$h' = y' = v = 0$	عند اقصى ارتفاع دائما نضع السرعة تساوي صفر ولإيجاد اقصى ارتفاع او الزمن نضع $v = 0$ ومن ثم نوجد قيمة t ونعوضها في دالة الارتفاع
$y = 0$	عند الاصطدام يكون الارتفاع صفر ولإيجاد السرعة عند الاصطدام نضع $y = 0$ ومن ثم نوجد tونعوضها في دالة السرعة لايجاد v
Two dimensions	**حركة المقذوفات في بعدين**
$y'(t) = v_0 sin\,\theta$ $x'(t) = v_0 cos\,\theta$	مركبة السرعة العمودية مركبة السرعة الأفقية
$h = y = 0 \quad , \quad t = \frac{-2v_o\,sin\theta}{g}$	زمن التحليق يحدث عندما يصبح الارتفاع صفر أي ان The time of flight
$R = (v_0 \cos\theta)\,t$ $R = (v_0 \cos\theta)\frac{-2v_o\,sin\theta}{g}$ $R = \frac{-v_o^2\,sin2\theta}{g}$	المدى الافقي Horizontal range

	Identify the initial conditions $y(0)$ and $y'(0)$	حدد الشروط الابتدائية $y(0)$, $y'(0)$
Q1	An object is dropped from a height of $80\ ft$.	أُسقِط جسم من ارتفاع $80\ ft$
Q2	An object is released from a height of $20\ ft$ with a downward velocity $10 ft/s$	أطلق جسم من ارتفاع $20\ ft$ مع سرعة ابتدائية متجهة صعودا $10 ft/s$
Q3	An object is released from a height of $60\ ft$ with an upward velocity $10 ft/s$.	أطلق جسم من ارتفاع $60\ ft$ مع سرعة ابتدائية متجهة صعودا $10 ft/s$
Q4	An object is released from a height of $20\ ft$ with a downward velocity $10 ft/s$	أطلق جسم من ارتفاع $20\ ft$ مع سرعة ابتدائية متجهة صعودا $10 ft/s$

Ex1

If a diving board is **4.5** meters above the surface of the water and a diver starts with initial velocity of **2.4 m/s** (in the upward direction), what is the diver's velocity at impact (assuming no air resistance)?

إذا كان لوح الغوص على ارتفاع 4.5 متر فوق سطح الماء وبدأ الغواص بسرعة أولية **2.4** متر/ثانية (في الاتجاه لأعلى)، فما هي سرعة الغواص عند الاصطدام (بافتراض عدم وجود مقاومة للهواء)؟

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
MATHS ACADEMY 12 ADV MR.IMAD ODEH
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh
Imad Odeh

Q5

A diver drops from **30 ft** above the water (about the height of an Olympic platform dive). What is the diver's velocity at impact?

يقفز غطاس من لوحة الغطس من ارتفاع **30ft** اوجد سرعة الغطاس عند الاصطدام بسطح الماء

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q6

A diver drops from **120 $feet$** above the water (about the height of divers at the Acapulco Cliff Diving competition). What is the diver's velocity at impact?

يقفز غطاس من ارتفاع **120ft** اوجد سرعة الغطاس عند الاصطدام بسطح الماء

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q 25P481

A diver drops from a height of **64** feet. What is the velocity at impact?

غواص يسقط من ارتفاع 64 قدمًا. ما هي سرعة الاصطدام؟

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q26 P481

If the diver in exercise 25 has an initial upward velocity of 4 ft/s, what will be the impact velocity?

إذا كان الغواص في التمرين 25 لديه سرعة تصاعدية أولية تبلغ 4 أقدام/ثانية، فما هي سرعة الاصطدام؟

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Ex2

A ball is propelled straight upward from the ground with initial velocity $\mathbf{19.6}\ \boldsymbol{m/s}$.
Ignoring air resistance, find an equation for the height of the ball at any time $\boldsymbol{t}$. Also, determine the maximum height and the amount of time the ball spends in the air.

دُفعت كرة بشكل مستقيم لأعلى من الأرض بسرعة ابتدائية $\mathbf{19.6}\ \boldsymbol{m/s}$ متجاهلاً مقاومة الهواء، أوجد معادلة ارتفاع الكرة في أي وقت $\boldsymbol{t}$. وحدد أيضًا أقصى ارتفاع ومقدار الوقت الذي تقضيه الكرة في الهواء.

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Ex3

It has been reported that former basketball star Michael Jordan had a vertical leap of **135 cm**. Ignoring air resistance, what is the initial velocity required to jump this high?

أفيد أن نجم كرة السلة السابق مايكل جوردان قفز قفزة عمودية بارتفاع **135**cm. بتجاهل مقاومة الهواء، ما هي السرعة الابتدائية اللازمة للقفز بهذا الارتفاع؟

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q13

One of the authors has a vertical "jump" of **20 *in***. What is the initial velocity required to jump this high?

أحد الرياضيين لديه "قفزة" رأسية تبلغ **20 بوصة**. ما السرعة الابتدائية المطلوبة للقفز إلى هذا الارتفاع؟

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q31b P481

Find the initial velocity needed to propel an object to a height of 128 feet. Find the object's velocity at impact.

أوجد السرعة الابتدائية اللازمة لدفع جسم إلى ارتفاع 128 قدمًا. أوجد سرعة الجسم عند الاصطدام.

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Ex4

An object is launched at angle $\boldsymbol{\theta = \frac{\pi}{6}}$ from the horizontal with initial speed $\boldsymbol{v_0 = 98\ m/s}$. Determine the time of flight and the (horizontal) range of the projectile.

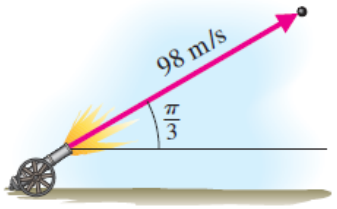
أُطلق جسم بزاوية $\boldsymbol{\theta = \frac{\pi}{6}}$ من الأفقي، بسرعة ابتدائية $\boldsymbol{v_0 = 98\ m/s}$. حدد زمن انطلاق المقذوف ومداه الأفقي.

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q17

An object is launched at angle $\boldsymbol{\theta = \frac{\pi}{3}}$ from the horizontal with initial speed $\boldsymbol{v_0 = 98\ m/s.}$ Determine the time of flight and the (horizontal) range of the projectile.

تم إطلاق جسيم بزاوية $\boldsymbol{\theta = \frac{\pi}{3}}$ مع الأفق وبسرعة ابتدائية $\boldsymbol{v_0 = 98\ m/s}$ اوجد زمن التحليق والمسافة الافقية التي يقطعها الجسيم



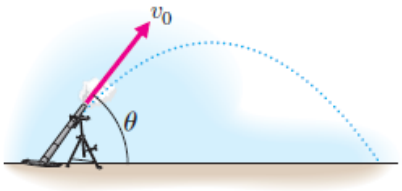
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q18

An object is launched at angle $\boldsymbol{\theta = 30°}$ from the horizontal with initial speed $\boldsymbol{v_0 = 40\ m/s.}$ Determine the time of flight and the (horizontal) range of the projectile.

تم إطلاق جسيم بزاوية $\boldsymbol{\theta = 30°}$ مع الأفق وبسرعة ابتدائية $\boldsymbol{v_0 = 40\ m/s}$ اوجد زمن التحليق والمسافة الافقية التي يقطعها الجسيم

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh



Imad Odeh
Imad Odeh

Q27 P481

An object is launched from the ground at an angle of **20°** with an initial speed of **48 ft/s**. Find the time of flight and the horizontal range.

أُطلق جسم من الأرض بزاوية **20°** درجة بسرعة ابتدائية **48 قدمًا/ثانية**. أوجد زمن الرحلة والمدى الأفقي.

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q28 P481

An object is launched from a height of **6** feet.at an angle of **20°** with an initial speed of **48 ft/s**. Find the time of flight and the horizontal range.

أُطلق جسم من ارتفاع **6** أقدام بزاوية **20°** درجة بسرعة ابتدائية 48 قدمًا/ثانية. أوجد زمن الرحلة والمدى الأفقي.

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q29 P481

A football is thrown from a height of 6 feet with initial speed of $\mathbf{80}\ \boldsymbol{ft/s}$ at an angle of $\mathbf{8}°$. A person stands $\mathbf{40}$ yards downfield in the direction of the throw. Is it possible to catch the ball?

قُذفت كرة قدم من ارتفاع 6 أقدام بسرعة ابتدائية 80 قدمًا/ثانية بزاوية $\mathbf{8}°$ درجات. يقف شخص على بُعد $\mathbf{40}$ ياردة في اتجاه الرمية. هل يُمكن التقاط الكرة؟

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q30 P481

A football is thrown from a height of 6 feet with initial speed $\mathbf{80}\ \boldsymbol{ft/s}$ at an angle of $\mathbf{24}°$. A person stands $\mathbf{40}$ yards downfield in the direction of the throw. Is it possible to catch the ball?

قُذفت كرة قدم من ارتفاع $\mathbf{6}$ أقدام بسرعة ابتدائية $\mathbf{80}$ قدمًا/ثانية بزاوية $\mathbf{24}°$ درجة. يقف شخص على بُعد $\mathbf{40}$ ياردة في اتجاه الرمية. هل يُمكن التقاط الكرة؟

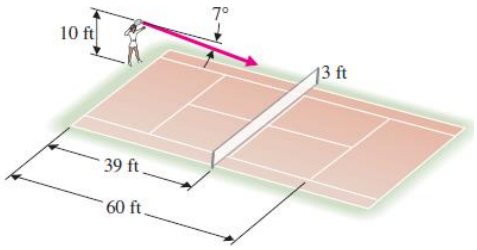
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad Odeh

Ex5

Venus Williams has one of the fastest serves in women's tennis. Suppose that she hits a serve from a height of **10 feet** at an initial speed of 120 mph and at an angle of **7°** below the horizontal. The serve is "in" if the ball clears a **3′-high** net that is **39′** away and hits the ground in front of the service line **60′** away. (We illustrate this situation in Figure.) Determine whether the serve is in or out.

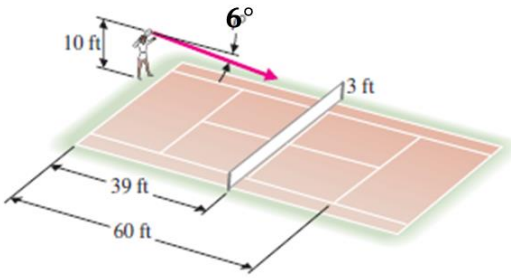
تتميز فينوس ويليامز بواحد من أسرع الإرسالات في تنس السيدات. لنفترض أنها سددت إرسالاً من ارتفاع **10** أقدام بسرعة ابتدائية **120** ميلاً في الساعة وبزاوية **7°** تحت الأفقي. يكون الإرسال "داخلاً" إذا تجاوزت الكرة شبكة ارتفاعها **3 أقدام**، وتبعد **39** قدماً، وارتطمت بالأرض أمام خط الإرسال على بعد **60** قدماً. (نوضح هذه الحالة في الشكل). حدد ما إذا كان الإرسال "داخلاً" أم "خارجاً".



Q19

Venus Williams has one of the fastest serves in women's tennis. Suppose that she hits a serve from a height of **10 *feet*** at an initial speed of **120 *mph*** and at an angle of **6°** below the horizontal. The serve is "in" if the ball clears a **3 *high*** net that is **39** away and hits the ground in front of the service line **60** away. (We illustrate this situation in Figure) Determine whether the serve is in or out.

تتميز فينوس ويليامز بواحد من أسرع الإرسالات في تنس السيدات. لنفترض أنها سددت إرسالاً من ارتفاع **10** أقدام بسرعة ابتدائية 120 ميلاً في الساعة وبزاوية **6°**تحت الأفقي. يكون الإرسال "داخلاً" إذا تجاوزت الكرة شبكة ارتفاعها 3 أمتار تبعد 39 ياردة، وارتطمت بالأرض أمام خط الإرسال على بعد 60 ياردة. (نوضح هذه الحالة في الشكل). حدد ما إذا كان الإرسال "داخلاً" أم "خارجاً".

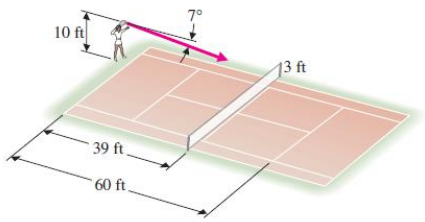


Imad Odeh
IO MATHS ACADEMY

Q20

Venus Williams has one of the fastest serves in women's tennis. Suppose that she hits a serve from a height of **10** $\boldsymbol{feet}$ at an initial speed of **170** $\boldsymbol{ft/s}$ and at an angle of **7°** below the horizontal. The serve is "in" if the ball clears a **3** $\boldsymbol{high}$ net that is **39** away and hits the ground in front of the service line **60** away. (We illustrate this situation in Figure) Determine whether the serve is in or out.

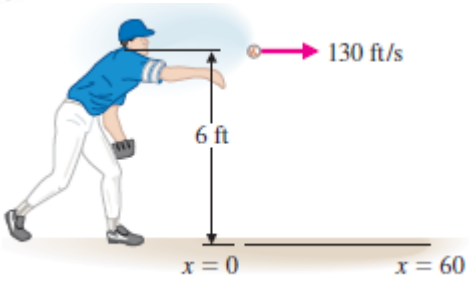
تتميز فينوس ويليامز بواحد من أسرع الإرسالات في تنس السيدات. لنفترض أنها سددت إرسالاً من ارتفاع 10 أقدام بسرعة ابتدائية 170 قدماً في الثانية وبزاوية **7°** تحت الأفقي. يكون الإرسال "داخلاً" إذا تجاوزت الكرة شبكة ارتفاعها 3 أمتار تبعد 39 ياردة، وارتطمت بالأرض أمام خط الإرسال على بعد 60 ياردة. (نوضح هذه الحالة في الشكل). حدد ما إذا كان الإرسال "داخلاً" أم "خارجاً".



Q21

A baseball pitcher releases the ball horizontally from a height of **6** ft with an initial speed of **130** $\boldsymbol{ft/s}$. Find the height of the ball when it reaches home plate **60** $\boldsymbol{ft}$ away.

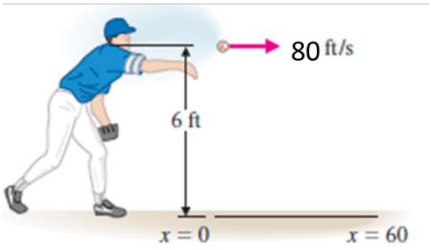
يطلق لاعب بيسبول الكرة أفقيًا من ارتفاع 6 اقدام بسرعة ابتدائية قدرها 130 قدمًا في الثانية. أوجد ارتفاع الكرة عندما تصل إلى لوحة البداية على بعد 60 قدمًا.



Q22

A baseball pitcher releases the ball horizontally from a height of **6 ft** with an initial speed of **80 ft/s.** Find the height of the ball when it reaches home plate **60 ft** away.

يطلق لاعب بيسبول الكرة أفقيًا من ارتفاع **6 قدم** بسرعة ابتدائية قدرها 80 **قدمًا في الثانية**. أوجد ارتفاع الكرة عندما تصل إلى لوحة البداية على بعد **60 قدمًا**.



Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q23

A baseball player throws a ball toward first base **120** feet away. The ball is released from a height of **5** feet with an initial speed of **120ft/s** at an angle of **5°** above the horizontal. Find the height of the ball when it reaches first base.

رمى لاعب بيسبول كرةً نحو القاعدة الأولى على بُعد **120** قدمًا. أُطلقت الكرة من ارتفاع **5** أقدام بسرعة ابتدائية **120 قدمًا/ثانية** بزاوية **5** درجات فوق الأفقي. أوجد ارتفاع الكرة عند وصولها إلى القاعدة الأولى.

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 2P481

A plane at an altitude of **120 ft** drops supplies to a location on the ground. If the plane has a horizontal velocity of **100 ft/s,** how far from the target should the supplies be released?

طائرة على ارتفاع **120 قدمًا** تُلقي مؤنًا إلى موقع على الأرض. إذا كانت سرعة الطائرة الأفقية **100قدم/ثانية،** فما المسافة التي يجب أن تُطلق فيها المؤن من الهدف؟

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

أسئلة سنوات سابقة

Q1

An object is dropped from a height of 50 ft. identify the initial conditions $y(0)$ and $y'(0)$

أسقِط جسم من ارتفاع 50 ft
حدد الشروط الابتدائية $y(0), y'(0)$

a) $y(0) = 50\,, y'(0) = 0$

b) $y(0) = -50\,, y'(0) = 0$

c) $y(0) = 0\,, y'(0) = 50$

d) $y(0) = 0\,, y'(0) = -50$

Q2

An object is released from a height of 40 ft with an upward velocity $8ft/s$ .identify the initial conditions $y(0)$ and $y'(0)$

أطلق جسم من ارتفاع 40 ft مع سرعة ابتدائية متجهة صعودا $8ft/s$
حدد الشروط الابتدائية $y(0), y'(0)$

a) $y(0) = 40\,, y'(0) = 8$

b) $y(0) = 8\,, y'(0) = 40$

c) $y(0) = 0\,, y'(0) = 8$

d) $y(0) = 0\,, y'(0) = -8$

Q3

An object is released from a height of $\mathbf{60\ ft}$ with an upward velocity $\mathbf{10ft/s}$ .identify the initial conditions $\boldsymbol{y(0)}$ and $\boldsymbol{y'(0)}$

أطلق جسم من ارتفاع $\mathbf{60\ ft}$ مع سرعة ابتدائية متجهة صعودا $\mathbf{10ft/s}$
حدد الشروط الابتدائية $\boldsymbol{y(0), y'(0)}$

a) $y(0) = 10\ , y'(0) = 0$

b) $y(0) = 60\ , y'(0) = -10$

c) $y(0) = 10\ , y'(0) = 60$

d) $y(0) = 60\ , y'(0) = 10$

Q4

An object is released from a height of $\mathbf{20\ ft}$ with a downward velocity $\mathbf{4ft/s}$ .identify the initial conditions $\boldsymbol{y(0)}$ and $\boldsymbol{y'(0)}$

أطلق جسم من ارتفاع $\mathbf{20\ ft}$ مع سرعة ابتدائية متجهة للأسفل $\mathbf{4ft/s}$
حدد الشروط الابتدائية $\boldsymbol{y(0), y'(0)}$

a) $y(0) = 20\ , y'(0) = 0$

b) $y(0) = 20\ , y'(0) = -4$

c) $y(0) = -4\ , y'(0) = 20$

d) $y(0) = 20\ , y'(0) = 4$

Q5

Find the time of flight of an object launched at angle 60° with initial speed 30 m/s.

يتم إطلاق جسم من سطح الأرض بزاوية 60° بسرعة ابتدائية 30 m/s اوجد زمن التحليق

a) $t = 2.08\ s$

b) $t = 3.06\ s$

c) $t = 5.30\ s$

d) $t = 4.33\ s$

Q6

Find the time of flight of an object launched at angle 30° with initial speed 40 m/s.

يتم إطلاق جسم من سطح الأرض بزاوية 30° بسرعة ابتدائية 40 m/s اوجد زمن التحليق

a) $t = 4.08\ s$

b) $t = 7.07\ s$

c) $t = 10\ s$

d) $t = 17.3\ s$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
MATHS ACADEMY MR.IMAD ODEH 12 ADV

Q7

An object launched from the ground at angle $\mathbf{20°}$ with initial speed $\mathbf{48\ ft/s}$.
Find the time of flight

يتم إطلاق جسم من سطح الأرض بزاوية $20°$ بسرعة ابتدائية $\mathbf{48\ ft/s}$ اوجد زمن التحليق

a) $t = 1.026\ s$

b) $t = 16.4\ s$

c) $t = 2.03s$

d) $t = 45.1\ s$

Q8

A diver drops from $\mathbf{30\ ft}$ above the water (about the height of an Olympic platform dive). What is the diver's velocity at impact?

يقفز غطاس من لوحة الغطس من ارتفاع $\mathbf{30ft}$ اوجد سرعة الغطاس عند الاصطدام بسطح الماء

a) $1.37ft/s$

b) $43.8\ ft/s$

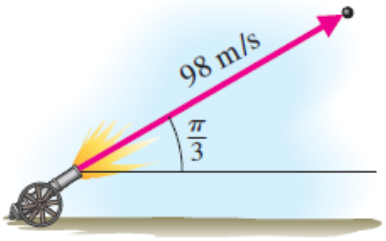
c) $-1.37ft/s$

d) $-43.8\ ft/s$

Q9

An object is launched at angle $\boldsymbol{\theta = \frac{\pi}{3}}$ from the horizontal with initial speed $\boldsymbol{v_0 = 98\ m/s}$.
Determine the time of flight and the (horizontal) range of the projectile.

تم إطلاق جسيم بزاوية $\boldsymbol{\theta = \frac{\pi}{3}}$ مع الأفق وبسرعة ابتدائية $\boldsymbol{v_0 = 98\ m/s}$ اوجد المسافة الافقية التي يقطعها الجسيم



a) $10\sqrt{3}$

b) $849m$

c) $10m$

d) $0m$

Q10

A diver drops from **120 *feet*** above the water (about the height of divers at the Acapulco Cliff Diving competition). What is the diver's velocity at impact?

يقفز غطاس من ارتفاع $120ft$ اوجد سرعة الغطاس عند الاصطدام بسطح الماء

a) $2.74ft/s$

b) $87.68ft/s$

c) $-2.74ft/s$

d) $-87.68ft/s$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
IQ MATHS ACADEMY
12 ADV
MR.IMAD ODEH
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

اطيب التمنيات للجميع

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad Odeh