أسئلة الهيكل الوزاري الجزء الإلكتروني: مشتقات الدوال الأسية والمماس الأفقي – البند 16



تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية	
موقع المناهج ⇦ المناهج الإماراتية ⇦ الصف الثاني عشر المتقدم ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الأول ⇦ اختبارات الكترونية ⇦ الملف	
تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2026-11-12 05:22:23	
ملفات ا كتب للمعلم ا كتب للطالب ا اختبارات الكترونية ا اختبارات ا حلول ا عروض بوربوينت ا أوراق عمل منهج انجليزي ا ملخصات وتقارير ا مذكرات وبنوك ا الامتحان النهائي ا للمدرس	المزيد من مادة رياضيات:
إعداد: محمد طه	

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر المتقدم					
صفحة المناهج الإماراتية على فيسبوك					
المواد على تلغرام	التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات	

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الأول	
1	أسئلة الهيكل الوزاري الجزء الإلكتروني: مشتقات الدوال الأسية والمماس الأفقي – البند 16
2	أسئلة الهيكل الوزاري وملخص قوانين المشتقات – قاعدة القوة والمشتقة عند نقطة Reveal
3	أسئلة الهيكل الوزاري – الجزء الإلكتروني (البنود 6-10)
4	أسئلة الهيكل الوزاري – تقدير طول القوس على منحنى دالة معطاة (الجزء الإلكتروني)
5	حل وشرح هيكل المتقدم مع طرق الحل

تحميل تطبيق المناهج للهواتف الذكية	
تطبيق المناهج على Store App (آبل)	تطبيق المناهج على Play Google (أندرويد)

Reveal • Bridge • 12 متقدم

أكاديمية طه للرياضيات
خاص وحصري
0566151988

أكاديمية طه للرياضيات

TAHA MATH ACADEMY

الصف الثاني عشر • المسار المتقدم
ADVANCED • Reveal

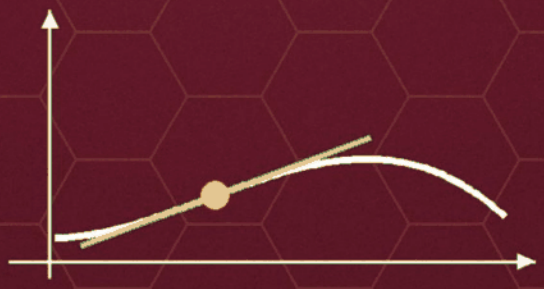
الأسئلة
50

أسئلة الهيكل الوزاري • الفصل الدراسي الأول

الجزء الإلكتروني

Electronic Part • File 4 of 4

البنود 16 إلى 20 • الملف 4 من 4



إعداد وتقديم: الأستاذ محمد طه • 0566151988

انضم إلى مجتمع 12 متقدم • Reveal

واتساب

الموقع
tahamath.com

يوتيوب

G12-ADV • T1 • STR • E4

البند 16: إيجاد مشتقات الدوال الأسية

Find the derivatives of exponential functions

الدرس 7-3: مشتقات الدوال الأسية واللوغاريتمية • الكتاب ص 194 إنجليزي • العربي ص 196

أسئلة الكتاب: تمارين 29 و30 • سؤال من إعداد المعلم + الأسئلة الوزارية السابقة

ملخص قوانين البند 16 • Summary of Rules

مشتقة الدالة الأسية الطبيعية — Derivative of e^x

$$\frac{d}{dx}e^x = e^x, \qquad \frac{d}{dx}e^u = e^u\,u'$$

الدالة الأسية معرّفة وقابلة للاشتقاق لكل الأعداد الحقيقية

مشتقة الدالة الأسية العامة — Derivative of a^x

$$\frac{d}{dx}a^x = a^x \ln a, \qquad \frac{d}{dx}a^u = a^u \ln a \cdot u', \qquad a > 0$$

قاعدة الضرب — Product Rule

$$[f\,g]' = f'g + fg'$$

المماس الأفقي — Horizontal Tangent

$$f'(x) = 0, \qquad e^u > 0$$

الدالة الأسية موجبة دائماً فلا تساوي صفراً

معادلة المماس — Equation of the Tangent Line

$$y = f(a) + f'(a)\,(x - a)$$

الميل هو قيمة المشتقة عند نقطة التماس

إجابة س1 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 194 إنجليزي • العربي ص 196 • تمرين 29a • وزاري | 2019-2020

مماس أفقي | Horizontal Tangent | الدالة الأسية | Exponential Function | قاعدة الضرب | Product Rule

أوجد جميع القيم التي يكون عندها المماس لمنحنى الدالة الآتية أفقياً:

$$f(x) = xe^{-2x}$$

A) $x = -\frac{1}{2}$ | B) $x = 2$ | C) $x = \frac{1}{2}$ | D) $x = -2$

الحل:

$f'(x) = e^{-2x} + x\left(-2e^{-2x}\right)$: قاعدة الضرب

$f'(x) = e^{-2x}(1 - 2x) = 0$: المماس الأفقي ميله صفر

$1 - 2x = 0$: لأن الأسية لا تساوي صفراً

$x = \frac{1}{2}$

إجابة س2 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 194 إنجليزي • العربي ص 196 • تمرين 29b

مماس أفقي | Horizontal Tangent | الدالة الأسية | Exponential Function | قاعدة الضرب | Product Rule

أوجد جميع القيم التي يكون عندها المماس لمنحنى الدالة الآتية أفقياً:

$$f(x) = xe^{-3x}$$

A) $x = \frac{1}{3}$ | B) $x = 3$ | C) $x = 0$ | D) $x = -\frac{1}{3}$

الحل:

$f'(x) = e^{-3x} - 3xe^{-3x} = e^{-3x}(1 - 3x)$: قاعدة الضرب

$1 - 3x = 0$: لأن الأسية لا تساوي صفراً

$x = \frac{1}{3}$

إجابة س3 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 194 إنجليزي • العربي ص 196 • تمرين 30a

مماس أفقي | Horizontal Tangent | الدالة الأسية | Exponential Function | قاعدة الضرب | Product Rule

أوجد جميع القيم التي يكون عندها المماس لمنحنى الدالة الآتية أفقياً:

$$f(x) = x^2 e^{-2x}$$

A) $x = 1$

B) $x = 0,\ x = -1$

C) $x = 0,\ x = 1$

D) $x = 0,\ x = 2$

الحل:

قاعدة الضرب: $f'(x) = 2xe^{-2x} - 2x^2e^{-2x}$

نخرج العامل المشترك: $f'(x) = 2xe^{-2x}(1 - x) = 0$

لأن الأسية لا تساوي صفراً: $2x = 0 \quad , \quad 1 - x = 0$

$x = 0,\ x = 1$

إجابة س4 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 194 إنجليزي • العربي ص 196 • تمرين 30b

مماس أفقي | Horizontal Tangent | الدالة الأسية | Exponential Function | قاعدة الضرب | Product Rule

أوجد جميع القيم التي يكون عندها المماس لمنحنى الدالة الآتية أفقياً:

$$f(x) = x^2 e^{-3x}$$

A) $x = \frac{2}{3}$

B) $x = 0,\ x = \frac{3}{2}$

C) $x = 0,\ x = -\frac{2}{3}$

D) $x = 0,\ x = \frac{2}{3}$

الحل:

$f'(x) = 2xe^{-3x} - 3x^2e^{-3x}$: قاعدة الضرب

$f'(x) = xe^{-3x}(2 - 3x) = 0$: نخرج العامل المشترك

$x = 0 \quad , \quad 2 - 3x = 0$: لأن الأسية لا تساوي صفراً

$x = 0,\ x = \frac{2}{3}$

إجابة س5 | المستوى: متقدم | 4 درجات | من إعداد المعلم

مماس أفقي | Horizontal Tangent | الدالة الأسية | Exponential Function | قاعدة الضرب | Product Rule

أوجد جميع القيم التي يكون عندها المماس لمنحنى الدالة الآتية أفقياً:

$$f(x) = (x^2 - 3)\, e^x$$

A) $x = 3,\ x = -1$

B) $x = -3,\ x = 1$

C) $x = -\sqrt{3},\ x = \sqrt{3}$

D) $x = 0$

الحل:

قاعدة الضرب: $f'(x) = 2xe^x + (x^2 - 3)\, e^x$

نحلل: $f'(x) = e^x (x^2 + 2x - 3) = e^x (x + 3)(x - 1)$

لأن الأسية لا تساوي صفراً: $(x + 3)(x - 1) = 0$

$x = -3,\ x = 1$

أسئلة الاختبارات الوزارية السابقة • البند 16

Previous MOE Exam Questions • Find the derivatives of exponential functions

ناتج التعلم: إيجاد مشتقات الدوال الأسية

إجابة س6 | المستوى: أساسي | درجتان | ★ وزاري • س1 | 2024-2025

المشتقة | Derivative | الدالة الأسية | Exponential Function

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(t) = t + 2^t$$

A) $f'(t) = 1 + 2^t \ln 2$

B) $f'(t) = t + 2^t \ln 2$

C) $f'(t) = 1 + \ln 2$

D) $f'(t) = 1 + 2^t$

الحل:

مشتقة الدالة الأسية: $\frac{d}{dt}a^t = a^t \ln a$

$f'(t) = 1 + 2^t \ln 2$

إجابة س7 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س11 | 2016-2017

ميل المماس | Slope of the Tangent Line | الدالة الأسية | Exponential Function

أوجد ميل المماس لمنحنى الدالة الآتية عند القيمة المعطاة:

$$f(x) = xe^{-2x}, \qquad x = 1$$

A) $-\frac{2}{e^4}$

B) $2e^{-4}$

C) $-\frac{1}{e^2}$

D) $-\frac{3}{e^4}$

الحل:

قاعدة الضرب: $f'(x) = e^{-2x}(1 - 2x)$

نعوّض: $m = f'(1) = e^{-2}(1 - 2) = -\frac{1}{e^2}$

إجابة س8 | المستوى: متقدم | 4 درجات | ★ وزاري • س12 • محوّل إلى اختيار | 2018-2019

المشتقة | Derivative | قاعدة القسمة | Quotient Rule | قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x)=\frac{e^{\sqrt{x^3+1}}}{2x}$$

A) $\dfrac{e^{\sqrt{x^3+1}}\left(3x^3+2\sqrt{x^3+1}\right)}{4x^2\sqrt{x^3+1}}$

B) $\dfrac{e^{\sqrt{x^3+1}}\left(3x^3-2\sqrt{x^3+1}\right)}{4x^2\sqrt{x^3+1}}$

C) $\dfrac{e^{\sqrt{x^3+1}}\left(3x^2-2\sqrt{x^3+1}\right)}{4x^2\sqrt{x^3+1}}$

D) $\dfrac{3x^2e^{\sqrt{x^3+1}}}{4x\sqrt{x^3+1}}$

الحل:

$\left(e^{\sqrt{x^3+1}}\right)'=\dfrac{3x^2e^{\sqrt{x^3+1}}}{2\sqrt{x^3+1}}$: قاعدة السلسلة

$f'(x)=\dfrac{2x\cdot\frac{3x^2e^{\sqrt{x^3+1}}}{2\sqrt{x^3+1}}-2e^{\sqrt{x^3+1}}}{4x^2}$: قاعدة القسمة

$=\dfrac{3x^3e^{\sqrt{x^3+1}}-2\sqrt{x^3+1}\,e^{\sqrt{x^3+1}}}{4x^2\sqrt{x^3+1}}$: نضرب البسط والمقام في الجذر

$f'(x)=\dfrac{e^{\sqrt{x^3+1}}\left(3x^3-2\sqrt{x^3+1}\right)}{4x^2\sqrt{x^3+1}}$

البند 17: أوجد مشتقات الدوال اللوغاريتمية الطبيعية

Find the derivatives of natural logarithmic functions

الدرس 7-3: مشتقات الدوال الأسية واللوغاريتمية • الكتاب ص 193 إنجليزي • العربي ص 195

أسئلة الكتاب: تمارين 20 إلى 22 + الأسئلة الوزارية السابقة

ملخص قوانين البند 17 • Summary of Rules

مشتقة اللوغاريتم الطبيعي — Derivative of ln

$$\frac{d}{dx}\ln u = \frac{u'}{u}, \qquad u > 0$$

مشتقة الدالة الأسية العامة — Derivative of a^x

$$\frac{d}{dx}a^x = a^x \ln a, \qquad \frac{d}{dx}a^u = a^u \ln a \cdot u', \qquad a > 0$$

الاشتقاق اللوغاريتمي — Logarithmic Differentiation

$$y = f^{\,g} \;\Rightarrow\; \ln y = g \ln f \;\Rightarrow\; \frac{y'}{y} = g' \ln f + g\,\frac{f'}{f}$$

عندما يكون المتغير في الأساس والأُس

خواص اللوغاريتمات — Properties of Logarithms

$$\ln \sqrt{u} = \tfrac{1}{2}\ln u, \qquad e^{\ln x} = x \;\; (x > 0), \qquad \frac{e^x}{2^x} = \left(\frac{e}{2}\right)^x$$

بسّط قبل الاشتقاق

قاعدة القسمة — Quotient Rule

$$\left[\frac{f}{g}\right]' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$$

إجابة س1 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 193 إنجليزي • العربي ص 195 • تمرين 21a • وزاري | 2020-2021 | 2017-2018

المشتقة | Derivative | قاعدة الضرب | Product Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$h(x) = e^x \ln x$$

A) $\dfrac{e^x}{x}$

B) $e^x + \dfrac{1}{x}$

C) $e^x \left(\ln x + \dfrac{1}{x}\right)$

D) $e^x \ln x$

الحل:

قاعدة الضرب: $h'(x) = (e^x)' \ln x + e^x (\ln x)'$

مشتقتا الأسية واللوغاريتم: $h'(x) = e^x \ln x + e^x \cdot \dfrac{1}{x}$

$h'(x) = e^x \left(\ln x + \dfrac{1}{x}\right)$

إجابة س2 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 193 إنجليزي • العربي ص 195 • تمرين 21b

المشتقة | Derivative | الدالة اللوغاريتمية | Logarithmic Function | الدالة الأسية | Exponential Function

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = e^{\ln x}$$

A) $\frac{1}{x}$ | B) x | C) 1 | D) $e^{\ln x} \ln x$

الحل:

نبسّط أولاً: $e^{\ln x} = x, \quad x > 0$

الأسية واللوغاريتم دالتان عكسيتان: $f(x) = x \Rightarrow f'(x) = 1$

إجابة س3 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 193 إنجليزي • العربي ص 195 • تمرين 20b

المشتقة | Derivative | قاعدة القسمة | Quotient Rule | الدالة اللوغاريتمية | Logarithmic Function

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$g(t) = \frac{\ln \sqrt{t}}{t}$$

A) $\frac{1 - \ln t}{t^2}$ | B) $\frac{1 + \ln t}{2t^2}$ | C) $\frac{1}{2t^2}$ | D) $\frac{1 - \ln t}{2t^2}$

الحل:

خاصية اللوغاريتم: $\ln \sqrt{t} = \frac{1}{2} \ln t \Rightarrow g(t) = \frac{\ln t}{2t}$

قاعدة القسمة: $g'(t) = \frac{\frac{1}{t} \cdot 2t - \ln t \cdot 2}{4t^2}$

نبسّط: $g'(t) = \frac{2 - 2\ln t}{4t^2} = \frac{1 - \ln t}{2t^2}$

إجابة س4 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 193 إنجليزي • العربي ص 195 • تمرين 22b

المشتقة | Derivative | قاعدة القسمة | Quotient Rule | الدالة الأسية | Exponential Function

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = \frac{e^x}{2^x}$$

A) $\dfrac{e^x(1+\ln 2)}{2^x}$

B) $\dfrac{e^x(1-\ln 2)}{2^x}$

C) $\dfrac{e^x}{2^x \ln 2}$

D) $\dfrac{e^x \ln 2}{2^x}$

الحل:

قاعدة القسمة:
$$f'(x) = \frac{e^x \cdot 2^x - e^x \cdot 2^x \ln 2}{(2^x)^2}$$

نخرج العامل المشترك:
$$f'(x) = \frac{e^x 2^x (1 - \ln 2)}{2^{2x}}$$

$$f'(x) = \frac{e^x(1-\ln 2)}{2^x}$$

إجابة س5 | المستوى: متقدم | 4 درجات | الكتاب ص 193 إنجليزي • العربي ص 195 • تمرين 20a • وزاري | 2022-2023

المشتقة | Derivative | قاعدة القسمة | Quotient Rule | قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = \frac{\sqrt{\ln x}}{x}$$

A) $\dfrac{1 - 2\ln x}{\sqrt{\ln x}}$

B) $\dfrac{1}{2x^2\sqrt{\ln x}}$

C) $\dfrac{1 - 2\ln x}{2x^2}$

D) $\dfrac{1 - 2\ln x}{2x^2\sqrt{\ln x}}$

الحل:

قاعدة السلسلة:

$$\left(\sqrt{\ln x}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{\ln x}} \cdot \frac{1}{x}$$

قاعدة القسمة:

$$f'(x) = \frac{x \cdot \frac{1}{2x\sqrt{\ln x}} - \sqrt{\ln x}}{x^2}$$

نتخلص من الكسر المركب:

$$= \frac{\frac{1}{2\sqrt{\ln x}} - \sqrt{\ln x}}{x^2} \cdot \frac{2\sqrt{\ln x}}{2\sqrt{\ln x}}$$

$$f'(x) = \frac{1 - 2\ln x}{2x^2\sqrt{\ln x}}$$

إجابة س6 | المستوى: متقدم | 4 درجات | الكتاب ص 193 إنجليزي • العربي ص 195 • تمرين 22a

المشتقة | Derivative | الدالة الأسية | Exponential Function | قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$h(x) = 2^{e^x}$$

A) $2^{e^x}\, e^x \ln 2$

B) $2^{e^x} \ln 2$

C) $e^x\, 2^{e^x - 1}$

D) $2^{e^x}\, e^x$

الحل:

أساس ثابت وأُس متغير:

$$\frac{d}{dx} a^u = a^u \ln a \cdot u'$$

$$u = e^x \Rightarrow u' = e^x$$

$$h'(x) = 2^{e^x} \ln 2 \cdot e^x = 2^{e^x} e^x \ln 2$$

أسئلة الاختبارات الوزارية السابقة • البند 17

Previous MOE Exam Questions • Find the derivatives of natural logarithmic functions

ناتج التعلم: أوجد مشتقات الدوال اللوغاريتمية الطبيعية

إجابة س7 | المستوى: أساسي | درجتان | ★ وزاري • س7 | 2019-2020

المشتقة | Derivative | الدالة اللوغاريتمية | Logarithmic Function | قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(t) = \ln\left(t^3 + 3t\right)$$

A) $f'(t) = \dfrac{3t^2+3}{t^3+3t}$

B) $f'(t) = \dfrac{1}{t^3+3t}$

C) $f'(t) = \dfrac{3t^2+3}{(t^3+3t)^2}$

D) $f'(t) = (3t^2+3)\ln(t^3+3t)$

الحل:

مشتقة اللوغاريتم مع السلسلة: $\dfrac{d}{dt}\ln u = \dfrac{u'}{u}$

$$f'(t) = \frac{3t^2+3}{t^3+3t}$$

إجابة س8 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س19 | 2019-2020

المشتقة | Derivative | الدالة اللوغاريتمية | Logarithmic Function

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$y = \ln \sqrt{\sin 4x}$$

A) $\frac{dy}{dx} = 2\cot 4x$

B) $\frac{dy}{dx} = -2\cot 4x$

C) $\frac{dy}{dx} = \cot 4x$

D) $\frac{dy}{dx} = 2\tan 4x$

الحل:

$y = \frac{1}{2}\ln(\sin 4x)$ خاصية اللوغاريتم:

$y' = \frac{1}{2} \cdot \frac{4\cos 4x}{\sin 4x}$ مشتقة اللوغاريتم مع السلسلة:

$y' = 2\cot 4x$

إجابة س9 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س8 | 2023-2024

الاشتقاق اللوغاريتمي | Logarithmic Differentiation | المشتقة | Derivative

باستخدام الاشتقاق اللوغاريتمي، أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = x^{(4-x^2)}$$

A) $f'(x) = -2x\ln x + \frac{1}{x}(4-x^2)$

B) $f'(x) = x^{(4-x^2)}\left[-2x\ln x + 4 - x^2\right]$

C) $f'(x) = x^{(4-x^2)}\left[-2x\ln x + \frac{1}{x}(4-x^2)\right]$

D) $f'(x) = x^{(4-x^2)}\left[-\ln x + \frac{1}{x}(4-x^2)\right]$

الحل:

نأخذ اللوغاريتم الطبيعي للطرفين: $\ln f = (4-x^2)\ln x$

نشتق الطرفين: $\frac{f'}{f} = -2x\ln x + (4-x^2)\frac{1}{x}$

نضرب في الدالة: $f'(x) = x^{(4-x^2)}\left[-2x\ln x + \frac{1}{x}(4-x^2)\right]$

إجابة س10 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س18 • س18 | 2022-2023 | 2016-2017

الاشتقاق اللوغاريتمي | Logarithmic Differentiation | المشتقة | Derivative

باستخدام الاشتقاق اللوغاريتمي، أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = (\sin x)^x$$

A) $f'(x) = x\cot x + \ln(\sin x)$

B) $f'(x) = (\sin x)^x\,(x + \ln(\sin x))$

C) $f'(x) = (\sin x)^x\,(x\cot x + \ln(\sin x))$

D) $f'(x) = (\sin x)^x\,(x\cot x)$

الحل:

نأخذ اللوغاريتم الطبيعي للطرفين: $\ln f = x\ln(\sin x)$

قاعدة الضرب: $\frac{f'}{f} = \ln(\sin x) + x\cdot\frac{\cos x}{\sin x}$

نضرب في الدالة: $f'(x) = (\sin x)^x\,(x\cot x + \ln(\sin x))$

إجابة س11 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س9 | 2021-2022

الاشتقاق اللوغاريتمي | Logarithmic Differentiation | المشتقة | Derivative

باستخدام الاشتقاق اللوغاريتمي، أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = \left(x^2\right)^{4x}, \qquad x > 0$$

A) $f'(x) = 4(x^2)^{3x}(8\ln x + 8)$

B) $f'(x) = (x^2)^{4x}(8\ln x + 8)$

C) $f'(x) = 2(x^2)^{x}(4\ln x + 4)$

D) $f'(x) = (x^2)^{2x}(4\ln x + 4)$

الحل:

نأخذ اللوغاريتم ثم نستخدم خاصية القوة: $\ln f = 4x\ln x^2 = 8x\ln x$

نشتق الطرفين: $\frac{f'}{f} = 8\ln x + 8x\cdot\frac{1}{x} = 8\ln x + 8$

$f'(x) = (x^2)^{4x}(8\ln x + 8)$

إجابة س12 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س11 | 2019-2020

الاشتقاق اللوغاريتمي | Logarithmic Differentiation | المشتقة | Derivative

باستخدام الاشتقاق اللوغاريتمي، أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$g(x) = \left(x^2\right)^{3x}, \qquad x > 0$$

A) $g'(x) = 6(\ln x + 2)(x^2)^{3x}$

B) $g'(x) = 3(\ln x + 1)(x^2)^{3x}$

C) $g'(x) = 2(\ln x + 1)(x^2)^{3x}$

D) $g'(x) = 6(\ln x + 1)(x^2)^{3x}$

الحل:

نأخذ اللوغاريتم ثم نستخدم خاصية القوة: $\ln g = 3x \ln x^2 = 6x \ln x$

نشتق الطرفين: $\frac{g'}{g} = 6 \ln x + 6x \cdot \frac{1}{x} = 6(\ln x + 1)$

$g'(x) = 6(\ln x + 1)(x^2)^{3x}$

إجابة س13 | المستوى: متقدم | 4 درجات | ★ وزاري • س13 | 2018-2019

الاشتقاق اللوغاريتمي | Logarithmic Differentiation | الدالة الأسية | Exponential Function

باستخدام الاشتقاق اللوغاريتمي، أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$h(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2}$$

A) $h'(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2}\left(2x \ln \frac{1}{3}\right)$

B) $h'(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2}\left(x \ln \frac{1}{3}\right)$

C) $h'(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x}\left(-2x \ln \frac{1}{3}\right)$

D) $h'(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2}(2x \ln 3)$

الحل:

نأخذ اللوغاريتم الطبيعي للطرفين: $\ln h = x^2 \ln \frac{1}{3}$

نشتق الطرفين: $\frac{h'}{h} = 2x \ln \frac{1}{3}$

$$h'(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2}\left(2x \ln \frac{1}{3}\right)$$

البند 18: إيجاد المشتقات ضمنيًا

Find derivatives implicitly

الدرس 8-3: الاشتقاق الضمني والدوال المثلثية العكسية • الكتاب ص 198 إنجليزي • العربي ص 200

أسئلة الكتاب: مثال 8.2 + الأسئلة الوزارية السابقة

ملخص قوانين البند 18 • Summary of Rules

الاشتقاق الضمني — Implicit Differentiation

$$\frac{d}{dx}\left[y^n\right] = n\,y^{n-1}\,y'$$

نشتق الطرفين ثم نجمع الحدود التي فيها المشتقة في طرف واحد

ضرب x في y — Product with y

$$\frac{d}{dx}\left[x^m y^n\right] = m\,x^{m-1}y^n + x^m \cdot n\,y^{n-1}y'$$

قاعدة الضرب

الأسية مع y — Exponential with y

$$\frac{d}{dx}e^u = e^u\,u', \quad u = u(x,y)$$

معادلة المماس — Equation of the Tangent Line

$$y = f(a) + f'(a)\,(x-a)$$

الميل هو قيمة المشتقة عند نقطة التماس

إجابة س1 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 198 إنجليزي • العربي ص 200 • مثال 8.2

الاشتقاق الضمني | Implicit Differentiation

معادلة المماس | Equation of the Tangent Line

أوجد معادلة المماس للمنحنى الآتي عند النقطة المعطاة:

$$x^2y^2 - 2x = 4 - 4y, \qquad (2, -2)$$

A) $y = -\frac{7}{6}x + \frac{1}{3}$

B) $y = -\frac{6}{7}x - \frac{2}{7}$

C) $y = \frac{7}{6}x - \frac{13}{3}$

D) $y = \frac{7}{6}x + \frac{13}{3}$

الحل:

نشتق الطرفين: $2xy^2 + x^2(2y)y' - 2 = -4y'$

نجمع حدود المشتقة في طرف: $\left(2x^2y + 4\right)y' = 2 - 2xy^2$

$$y' = \frac{2 - 2xy^2}{2x^2y + 4}$$

نعوض النقطة: $m = \frac{2 - 2(2)(4)}{2(4)(-2) + 4} = \frac{-14}{-12} = \frac{7}{6}$

$$y + 2 = \frac{7}{6}(x - 2) \Rightarrow y = \frac{7}{6}x - \frac{13}{3}$$

أسئلة الاختبارات الوزارية السابقة • البند 18

Previous MOE Exam Questions • Find derivatives implicitly

ناتج التعلم: إيجاد المشتقات ضمنيًا

إجابة س2 | المستوى: أساسي | درجتان | ★ وزاري • س1 | 2022-2023

الاشتقاق الضمني | Implicit Differentiation | المشتقة | Derivative

باستخدام الاشتقاق الضمني، أوجد المشتقة المطلوبة للمعادلة الآتية:

$$x^2y - 3y^3 = x^2 + 1, \qquad \frac{dy}{dx} = ?$$

A) $y'(x) = \dfrac{2x^2 + 2xy}{x^2 + y^2}$

B) $y'(x) = \dfrac{2x - 2y}{x^2y + 9y^2}$

C) $y'(x) = \dfrac{2x - 2xy}{x^2 + 9y^2}$

D) $y'(x) = \dfrac{2x - 2xy}{x^2 - 9y^2}$

الحل:

نشتق الطرفين: $2xy + x^2y' - 9y^2y' = 2x$

نجمع حدود المشتقة: $\left(x^2 - 9y^2\right)y' = 2x - 2xy$

$$y' = \frac{2x - 2xy}{x^2 - 9y^2}$$

إجابة س3 | المستوى: أساسي | درجتان | ★ وزاري • س13 | 2021-2022

الاشتقاق الضمني | Implicit Differentiation | المشتقة | Derivative

باستخدام الاشتقاق الضمني، أوجد المشتقة المطلوبة للمعادلة الآتية:

$$x^2y^2+3y=4x, \qquad \frac{dy}{dx}=?$$

A) $y'(x)=\dfrac{4-2xy}{x^2-3}$

B) $y'(x)=\dfrac{4-2xy^2}{2x^2y-3}$

C) $y'(x)=\dfrac{4-2xy^2}{2x^2y+3}$

D) $y'(x)=\dfrac{4-2xy}{x^2+3}$

الحل:

نشتق الطرفين: $2xy^2+2x^2yy'+3y'=4$

نجمع حدود المشتقة: $\left(2x^2y+3\right)y'=4-2xy^2$

$$y'=\frac{4-2xy^2}{2x^2y+3}$$

إجابة س4 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س15 | 2016-2017

الاشتقاق الضمني | Implicit Differentiation | المشتقة | Derivative

باستخدام الاشتقاق الضمني، أوجد المشتقة المطلوبة للمعادلة الآتية:

$$x = \sin^2 y, \qquad \frac{dy}{dx} = ?$$

A) $\dfrac{1}{2\sin y}$

B) $\cos^2 y$

C) $2\sin y \cos y$

D) $\dfrac{1}{\sin 2y}$

الحل:

نشتق الطرفين: $1 = 2\sin y \cos y \cdot y'$

بمطابقة ضعف الزاوية: $1 = \sin 2y \cdot y'$

$$y' = \frac{1}{\sin 2y}$$

إجابة س5 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س11 | 2018-2019

الاشتقاق الضمني | Implicit Differentiation | المشتقة | Derivative

باستخدام الاشتقاق الضمني، أوجد المشتقة المطلوبة للمعادلة الآتية:

$$xy^2 + 5x = (2y+1)^3, \qquad \frac{dy}{dx} = ?$$

A) $y'(x) = \dfrac{-y^2+5}{2xy - 6(2y+1)^2}$

B) $y'(x) = \dfrac{-y^2-5}{2xy - 6(2y+1)^2}$

C) $y'(x) = \dfrac{-y^2-5}{2xy + 6(2y+1)^2}$

D) $y'(x) = \dfrac{y^2-5}{2xy - 6(2y+1)^2}$

الحل:

نشتق الطرفين: $y^2 + 2xy\,y' + 5 = 3(2y+1)^2 \cdot 2y'$

نجمع حدود المشتقة: $\left(2xy - 6(2y+1)^2\right) y' = -y^2 - 5$

$$y' = \frac{-y^2-5}{2xy - 6(2y+1)^2}$$

إجابة س6 | المستوى: متقدم | 4 درجات | ★ وزاري • س14 | 2019-2020

الاشتقاق الضمني | Implicit Differentiation | المشتقة | Derivative

باستخدام الاشتقاق الضمني، أوجد المشتقة المطلوبة للمعادلة الآتية (في كل خيار صيغتان للمشتقة):

$$\frac{x}{y}+\frac{2}{x}=5, \qquad \frac{dy}{dx}=?$$

A) $y'=\dfrac{x-y}{5x+2}$ or $y'=\dfrac{2x^2y+y^2}{3x^3}$

B) $y'=\dfrac{5x-2y}{5x-2}$ or $y'=\dfrac{x^2y^2+2y}{x^3}$

C) $y'=\dfrac{-2x+5y}{-5x-2}$ or $y'=\dfrac{x^2y+2y^2}{2x^3}$

D) $y'=\dfrac{2x-5y}{5x-2}$ or $y'=\dfrac{x^2y-2y^2}{x^3}$

الحل:

نضرب البسط والمقام في سالب واحد: $y'=\dfrac{5y-2x}{2-5x}=\dfrac{2x-5y}{5x-2}$

$y'=\dfrac{2x-5y}{5x-2}$

نضرب الطرفين في المقام المشترك: $x^2+2y=5xy$

نشتق الطرفين ونستخدم قاعدة الضرب: $2x+2y'=5y+5xy'$

نجمع حدود المشتقة: $(2-5x)\,y'=5y-2x$

إجابة س7 | المستوى: متقدم | 4 درجات | ★ وزاري • س8 | 2020-2021

الاشتقاق الضمني | Implicit Differentiation

مماس أفقي | Horizontal Tangent

أوجد جميع النقاط التي يكون عندها المماس للمنحنى الآتي أفقياً:

$$x^2 + y^2 - 2y = 0$$

A) $(0,0),\ (0,-2)$

B) $(0,2)$

C) $(0,0)$

D) $(0,0),\ (0,2)$

الحل:

نعوّض في المعادلة: $y^2 - 2y = 0 \Rightarrow y = 0,\ y = 2$

المقام لا يساوي صفراً عند النقطتين: $y - 1 \neq 0$

$(0,0),\ (0,2)$

نشتق الطرفين: $2x + 2yy' - 2y' = 0$

$$y' = \frac{-2x}{2y-2} = \frac{-x}{y-1}$$

المماس أفقي عندما يكون البسط صفراً: $-x = 0 \Rightarrow x = 0$

إجابة س8 | المستوى: متقدم | 4 درجات | ★ وزاري • س17 | 2017-2018

الاشتقاق الضمني | Implicit Differentiation

مماس أفقي | Horizontal Tangent

أوجد جميع النقاط التي يكون عندها المماس للمنحنى الآتي أفقياً:

$$x^2y^2 = 3y + 1$$

A) $\left(0, \frac{1}{3}\right)$

B) $\left(-\frac{1}{3}, 0\right)$

C) $\left(0, -\frac{1}{3}\right)$

D) $\left(\frac{1}{3}, 0\right)$

الحل:

نشتق الطرفين: $2xy^2 + 2x^2y\,y' = 3y'$

$$y' = \frac{2xy^2}{3 - 2x^2y}$$

المماس أفقي عندما يكون البسط صفراً: $2xy^2 = 0$

مرفوضة لأنها لا تحقق المعادلة: $y = 0 : \quad 0 = 0 + 1$

والمقام يساوي 3: $x = 0 : \quad 0 = 3y + 1 \Rightarrow y = -\frac{1}{3}$

$\left(0, -\frac{1}{3}\right)$

إجابة س9 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • مقالي 3a • محوّل إلى اختيار | 2024-2025

الاشتقاق الضمني | Implicit Differentiation | الدالة الأسية | Exponential Function

باستخدام الاشتقاق الضمني، أوجد المشتقة المطلوبة للمعادلة الآتية:

$$e^{x^2y} = 2x + 2y, \qquad \frac{dy}{dx} = ?$$

A) $y' = \dfrac{2 - 2xy\,e^{x^2y}}{x^2e^{x^2y} - 2}$

B) $y' = \dfrac{2 - 2xy\,e^{x^2y}}{x^2e^{x^2y} + 2}$

C) $y' = \dfrac{2 - 2xy\,e^{x^2y}}{2 - x^2e^{x^2y}}$

D) $y' = \dfrac{2 + 2xy\,e^{x^2y}}{x^2e^{x^2y} - 2}$

الحل:

نشتق الطرفين: $e^{x^2y}\left(2xy + x^2y'\right) = 2 + 2y'$

نفك القوس: $2xy\,e^{x^2y} + x^2e^{x^2y}\,y' = 2 + 2y'$

نجمع حدود المشتقة: $x^2e^{x^2y}\,y' - 2y' = 2 - 2xy\,e^{x^2y}$

$$y' = \frac{2 - 2xy\,e^{x^2y}}{x^2e^{x^2y} - 2}$$

إجابة س10 | المستوى: متقدم | 4 درجات | ★ وزاري • مقالي 3b • محوّل إلى اختيار | 2024-2025

الاشتقاق الضمني | Implicit Differentiation

الدالة الأسية | Exponential Function

أوجد قيمة المشتقة المطلوبة للمعادلة الآتية:

$$e^{x^2 y} = 2x + 2y, \qquad y'(0) = ?$$

A) $-\frac{1}{2}$ | B) -1 | C) 0 | D) 1

الحل:

نوجد قيمة y المقابلة أولاً: $x = 0: \quad e^0 = 0 + 2y \Rightarrow y = \frac{1}{2}$

نشتق ضمنياً: $e^{x^2 y}\left(2xy + x^2 y'\right) = 2 + 2y' \Rightarrow y' = \frac{2 - 2xy\,e^{x^2 y}}{x^2 e^{x^2 y} - 2}$

نعوّض النقطة: $y'(0) = \frac{2 - 2(0)\left(\frac{1}{2}\right)e^0}{0 - 2} = \frac{2}{-2} = -1$

إجابة س11 | المستوى: متقدم | 4 درجات | ★ وزاري • مقالي 4 • محوّل إلى اختيار | 2023-2024

الاشتقاق الضمني | Implicit Differentiation

معادلة المماس | Equation of the Tangent Line

أوجد معادلة المماس للمنحنى الآتي عند النقطة المعطاة:

$$y^2 + xe^y = 4 - x, \qquad (2,\ 0)$$

A) $y = x - 2$

B) $y = -\frac{1}{2}x + 1$

C) $y = -x - 2$

D) $y = -x + 2$

الحل:

نشتق الطرفين: $2yy' + e^y + xe^y y' = -1$

نجمع حدود المشتقة: $y' = \frac{-1 - e^y}{2y + xe^y}$

نعوّض النقطة: $m = \frac{-1 - e^0}{0 + 2e^0} = \frac{-2}{2} = -1$

$y - 0 = -1(x - 2) \Rightarrow y = -x + 2$

البند 19: استخدام الاشتقاق الضمني لإيجاد مشتقات الدوال المثلثية العكسية

Use implicit differentiation to find derivatives of inverse trigonometric functions

الدرس 8-3: الاشتقاق الضمني والدوال المثلثية العكسية • الكتاب ص 204 إنجليزي • العربي ص 206

أسئلة الكتاب: تمارين 29 إلى 32 + الأسئلة الوزارية السابقة

ملخص قوانين البند 19 • Summary of Rules

مشتقتا الجيب وجيب التمام العكسيين — Derivatives of $\sin^{-1}$ and $\cos^{-1}$

$$\frac{d}{dx}\sin^{-1}u=\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}},\qquad \frac{d}{dx}\cos^{-1}u=\frac{-u'}{\sqrt{1-u^2}}$$

صحيحتان عندما تكون القيمة المطلقة للداخلية أقل من واحد

مشتقتا الظل وظل التمام العكسيين — Derivatives of $\tan^{-1}$ and $\cot^{-1}$

$$\frac{d}{dx}\tan^{-1}u=\frac{u'}{1+u^2},\qquad \frac{d}{dx}\cot^{-1}u=\frac{-u'}{1+u^2}$$

صحيحتان لكل الأعداد الحقيقية

مشتقة القاطع العكسي — Derivative of $\sec^{-1}$

$$\frac{d}{dx}\sec^{-1}u=\frac{u'}{|u|\sqrt{u^2-1}}$$

صحيحة عندما تكون القيمة المطلقة للداخلية أكبر من واحد

الاشتقاق الضمني — Implicit Differentiation

$$y=\sin^{-1}x\ \Rightarrow\ \sin y=x\ \Rightarrow\ y'=\frac{1}{\cos y}=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

طريقة اشتقاق القواعد

قاعدة السلسلة — Chain Rule

$$\frac{d}{dx}\left[f(g(x))\right]=f'(g(x))\cdot g'(x)$$

مشتقة الدالة الخارجية عند الداخلية مضروبة في مشتقة الداخلية

إجابة س1 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 204 إنجليزي • العربي ص 206 • تمرين 29a

الدوال المثلثية العكسية | Inverse Trigonometric Functions

قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = \sin^{-1}\left(x^3 + 1\right)$$

A) $\dfrac{1}{\sqrt{1-(x^3+1)^2}}$

B) $-\dfrac{3x^2}{\sqrt{1-(x^3+1)^2}}$

C) $\dfrac{3x^2}{\sqrt{1-(x^3+1)^2}}$

D) $\dfrac{3x^2}{1+(x^3+1)^2}$

الحل:

$u = x^3 + 1 \Rightarrow u' = 3x^2$

مشتقة الجيب العكسي: $f'(x) = \dfrac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$

$f'(x) = \dfrac{3x^2}{\sqrt{1-(x^3+1)^2}}$

إجابة س2 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 204 إنجليزي • العربي ص 206 • تمرين 30a

الدوال المثلثية العكسية | Inverse Trigonometric Functions

قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = \cos^{-1}\left(x^2 + x\right)$$

A) $\dfrac{2x+1}{\sqrt{1-(x^2+x)^2}}$

B) $-\dfrac{2x+1}{\sqrt{1-(x^2+x)^2}}$

C) $-\dfrac{1}{\sqrt{1-(x^2+x)^2}}$

D) $-\dfrac{2x+1}{1+(x^2+x)^2}$

الحل:

$u = x^2 + x \Rightarrow u' = 2x + 1$

مشتقة جيب التمام العكسي: $f'(x) = \dfrac{-u'}{\sqrt{1-u^2}}$

$f'(x) = -\dfrac{2x+1}{\sqrt{1-(x^2+x)^2}}$

إجابة س3 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 204 إنجليزي • العربي ص 206 • تمرين 32b

الدوال المثلثية العكسية | Inverse Trigonometric Functions

الدالة الأسية | Exponential Function

قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = e^{\tan^{-1} x}$$

A) $\dfrac{1}{1+x^2}$

B) $\dfrac{e^{\tan^{-1} x}}{1+x^2}$

C) $e^{\tan^{-1} x}$

D) $\dfrac{e^{\tan^{-1} x}}{\sqrt{1-x^2}}$

الحل:

قاعدة السلسلة: $f'(x) = e^{\tan^{-1} x} \cdot \dfrac{d}{dx} \tan^{-1} x$

$$f'(x) = \frac{e^{\tan^{-1} x}}{1+x^2}$$

إجابة س4 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 204 إنجليزي • العربي ص 206 • تمرين 29b • وزاري | 2022-2023

الدوال المثلثية العكسية | Inverse Trigonometric Functions

قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = \sin^{-1}\left(\sqrt{x}\right)$$

A) $\dfrac{1}{2\sqrt{1-x^2}}$

B) $\dfrac{-1}{\sqrt{x(1-x)}}$

C) $\dfrac{1}{2\sqrt{x(1-x)}}$

D) $\dfrac{1}{\sqrt{\sqrt{x}(1-x)}}$

الحل:

$u = \sqrt{x} \Rightarrow u' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}, \quad u^2 = x$

مشتقة الجيب العكسي: $f'(x) = \dfrac{u'}{\sqrt{1-u^2}} = \dfrac{1}{\sqrt{1-x}} \cdot \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

$f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}\sqrt{1-x}} = \dfrac{1}{2\sqrt{x(1-x)}}$

إجابة س5 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 204 إنجليزي • العربي ص 206 • تمرين 31a

الدوال المثلثية العكسية | Inverse Trigonometric Functions

قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = \tan^{-1}\left(\sqrt{x}\right)$$

A) $\dfrac{1}{2\sqrt{x}\,(1+x)}$

B) $\dfrac{\sqrt{x}}{2(1+x)}$

C) $\dfrac{1}{1+x}$

D) $\dfrac{1}{2\sqrt{x}\,(1+x^2)}$

الحل:

$u = \sqrt{x} \Rightarrow u' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}, \qquad u^2 = x$

$f'(x) = \dfrac{u'}{1+u^2} = \dfrac{1}{1+x} \cdot \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

$f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}\,(1+x)}$

إجابة س6 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 204 إنجليزي • العربي ص 206 • تمرين 32a

الدوال المثلثية العكسية | Inverse Trigonometric Functions

قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = \sqrt{2 + \tan^{-1} x}$$

A) $\dfrac{1}{2\sqrt{2 + \tan^{-1} x}}$

B) $\dfrac{1}{2(1 + x^2)\sqrt{2 + \tan^{-1} x}}$

C) $\dfrac{1}{(1 + x^2)\sqrt{2 + \tan^{-1} x}}$

D) $\dfrac{\sqrt{2 + \tan^{-1} x}}{2(1 + x^2)}$

الحل:

مشتقة الجذر مع السلسلة:

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{2 + \tan^{-1} x}} \cdot \frac{d}{dx}\left(2 + \tan^{-1} x\right)$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{2 + \tan^{-1} x}} \cdot \frac{1}{1 + x^2}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2(1 + x^2)\sqrt{2 + \tan^{-1} x}}$$

إجابة س7 | المستوى: متقدم | 4 درجات | الكتاب ص 204 إنجليزي • العربي ص 206 • تمرين 30b

الدوال المثلثية العكسية | Inverse Trigonometric Functions | قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = \cos^{-1}\left(\frac{2}{x}\right)$$

A) $-\dfrac{1}{\sqrt{1-\frac{4}{x^2}}}$

B) $\dfrac{2}{x^2\sqrt{1-\frac{4}{x^2}}}$

C) $\dfrac{2}{x\sqrt{1-\frac{4}{x^2}}}$

D) $-\dfrac{2}{x^2\sqrt{1-\frac{4}{x^2}}}$

الحل:

$$u = \frac{2}{x} = 2x^{-1} \Rightarrow u' = -\frac{2}{x^2}$$

$$f'(x) = \frac{-u'}{\sqrt{1-u^2}} = \frac{-\left(-\frac{2}{x^2}\right)}{\sqrt{1-\frac{4}{x^2}}}$$

$$f'(x) = \frac{2}{x^2\sqrt{1-\frac{4}{x^2}}}$$

إجابة س8 | المستوى: متقدم | 4 درجات | الكتاب ص 204 إنجليزي • العربي ص 206 • تمرين 31b

الدوال المثلثية العكسية | Inverse Trigonometric Functions | قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$$

A) $\dfrac{x^2}{1+x^2}$

B) $-\dfrac{1}{x^2(1+x^2)}$

C) $\dfrac{1}{1+x^2}$

D) $-\dfrac{1}{1+x^2}$

الحل:

$u = \frac{1}{x} \Rightarrow u' = -\frac{1}{x^2}$

$f'(x) = \frac{u'}{1+u^2} = \frac{-\frac{1}{x^2}}{1+\frac{1}{x^2}} \cdot \frac{x^2}{x^2}$ نتخلص من الكسر المركب:

$f'(x) = -\frac{1}{x^2+1}$

أسئلة الاختبارات الوزارية السابقة • البند 19

Previous MOE Exam Questions • Use implicit differentiation to find derivatives of inverse trigonometric functions

ناتج التعلم: استخدام الاشتقاق الضمني لإيجاد مشتقات الدوال المثلثية العكسية

إجابة س9 | المستوى: أساسي | درجتان | ★ وزاري • س1 | 2020-2021

الدوال المثلثية العكسية | Inverse Trigonometric Functions

قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = \tan^{-1}\left(x^3\right)$$

A) $\dfrac{3x^2}{1+x^6}$

B) $\dfrac{-1}{\sqrt{1-x^6}}$

C) $\dfrac{1}{\sqrt{1-x^6}}$

D) $\dfrac{1}{1+x^6}$

الحل:

$$f'(x) = \frac{u'}{1+u^2}, \quad u = x^3$$

$$f'(x) = \frac{3x^2}{1+x^6}$$

إجابة س10 | المستوى: أساسي | درجتان | ★ وزاري • س4 | 2018-2019

الدوال المثلثية العكسية | Inverse Trigonometric Functions

قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = \cos^{-1}(2x)$$

A) $f'(x) = \dfrac{2\sin(2x)}{\cos^2(x-2)}$

B) $f'(x) = \dfrac{-2}{\sqrt{1-4x^2}}$

C) $f'(x) = \dfrac{-2}{\sqrt{1+4x^2}}$

D) $f'(x) = \dfrac{2}{\sqrt{1-4x^2}}$

الحل:

$$f'(x) = \frac{-u'}{\sqrt{1-u^2}}, \quad u = 2x$$

$$f'(x) = \frac{-2}{\sqrt{1-4x^2}}$$

إجابة س11 | المستوى: أساسي | درجتان | ★ وزاري • س12 | 2016-2017

الدوال المثلثية العكسية | Inverse Trigonometric Functions

قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = \cot^{-1}(2x)$$

A) $\dfrac{2}{1+2x^2}$

B) $\dfrac{-2}{1+4x^2}$

C) $\dfrac{-1}{\sqrt{1-2x}}$

D) $\dfrac{2}{\sqrt{1-2x}}$

الحل:

$$f'(x) = \frac{-u'}{1+u^2}, \quad u = 2x$$

$$f'(x) = \frac{-2}{1+4x^2}$$

إجابة س12 | المستوى: أساسي | درجتان | ★ وزاري • س20 | 2021-2022

الدوال المثلثية العكسية | Inverse Trigonometric Functions

قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = \cos^{-1}\left(2x^3\right)$$

A) $f'(x) = \dfrac{6x}{\sqrt{1-9x^4}}$

B) $f'(x) = \dfrac{6x^2}{\sqrt{1-4x^6}}$

C) $f'(x) = \dfrac{-6x}{\sqrt{1-9x^4}}$

D) $f'(x) = \dfrac{-6x^2}{\sqrt{1-4x^6}}$

الحل:

$$f'(x) = \frac{-u'}{\sqrt{1-u^2}}, \quad u = 2x^3$$

$$f'(x) = \frac{-6x^2}{\sqrt{1-4x^6}}$$

إجابة س13 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س12 • س4 | 2024-2025 | 2019-2020

الدوال المثلثية العكسية | Inverse Trigonometric Functions

قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = \tan^{-1}(\cos 2x)$$

A) $f'(x) = -\dfrac{2\sin 2x}{1+\cos 2x}$

B) $f'(x) = \dfrac{\sin 2x}{1+\cos^2 2x}$

C) $f'(x) = -\dfrac{2\sin 2x}{1+\cos^2 2x}$

D) $f'(x) = -\dfrac{2\cos 2x}{1+\cos^2 2x}$

الحل:

$u = \cos 2x \Rightarrow u' = -2\sin 2x$

$f'(x) = \dfrac{u'}{1+u^2} = -\dfrac{2\sin 2x}{1+\cos^2 2x}$

إجابة س14 | المستوى: متقدم | 4 درجات | ★ وزاري • س4 | 2023-2024

الدوال المثلثية العكسية | Inverse Trigonometric Functions

قاعدة السلسلة | Chain Rule

أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = 4\sec^{-1}\left(x^4\right)$$

A) $f'(x) = \dfrac{16}{x\sqrt{x^4-1}}$

B) $f'(x) = \dfrac{4}{x\sqrt{x^4-1}}$

C) $f'(x) = \dfrac{16}{x\sqrt{x^8-1}}$

D) $f'(x) = \dfrac{4}{x\sqrt{x^8-1}}$

الحل:

$$f'(x) = 4 \cdot \frac{u'}{|u|\sqrt{u^2-1}}, \quad u = x^4$$

$$f'(x) = \frac{4 \cdot 4x^3}{x^4\sqrt{x^8-1}}$$

$$f'(x) = \frac{16}{x\sqrt{x^8-1}}$$

البند 20: التعرّف على فرضيات نظرية رول

Recall the hypotheses of Rolle's Theorem

الدرس 10-3: نظرية القيمة المتوسطة • الكتاب ص 213 إنجليزي • العربي ص 215 • نظرية 10.1

الأسئلة: 3 أسئلة من إعداد المعلم + الأسئلة الوزارية السابقة

ملخص قوانين البند 20 • Summary of Rules

نظرية رول — Rolle's Theorem

$$f(a) = f(b) \Rightarrow \exists\, c \in (a,b) : \ f'(c) = 0$$

بشرط تحقق الفرضيات الثلاث: الاتصال والاشتقاق وتساوي القيمتين

الفرضية الأولى: الاتصال — Hypothesis 1: Continuity

$$\lim_{x\to c} f(x) = f(c),\ c \in (a,b), \quad \lim_{x\to a^+} f(x) = f(a), \quad \lim_{x\to b^-} f(x) = f(b)$$

الدالة متصلة على الفترة المغلقة

الفرضية الثانية: الاشتقاق — Hypothesis 2: Differentiability

$$f'(x)\ \exists, \quad x \in (a,b)$$

الدالة قابلة للاشتقاق على الفترة المفتوحة

الفرضية الثالثة: تساوي القيمتين — Hypothesis 3: Equal End Values

$$f(a) = f(b)$$

قيمتا الدالة عند طرفي الفترة متساويتان

كثيرات الحدود — Polynomials

$$p(x) = a_n x^n + \cdots + a_1 x + a_0, \qquad x \in \mathbb{R}$$

متصلة وقابلة للاشتقاق على مجموعة الأعداد الحقيقية

إجابة س1 | المستوى: أساسي | درجتان | من إعداد المعلم

نظرية رول | Rolle's Theorem | الفرضيات | Hypotheses

أيّ الدوال الآتية تحقق فرضيات نظرية رول على الفترة المعطاة؟

$$[-2,\ 2]$$

A) $f(x) = |x|$

B) $f(x) = x^2 - 1$

C) $f(x) = x^3$

D) $f(x) = \frac{1}{x}$

الحل:

$f(x) = x^2 - 1$: كثيرة حدود متصلة وقابلة للاشتقاق

$f(-2) = 3 = f(2)$: القيمتان متساويتان فالفرضيات الثلاث متحققة

$|x|$: غير قابلة للاشتقاق عند الصفر

x^3 : $f(-2) = -8 \neq f(2) = 8$

$\frac{1}{x}$: غير متصلة عند الصفر

إجابة س2 | المستوى: أساسي | درجتان | من إعداد المعلم

نظرية رول | Rolle's Theorem | الفرضيات | Hypotheses

أوجد قيمة c التي تحقق استنتاج نظرية رول للدالة الآتية على الفترة المعطاة:

$$f(x) = x^2 - 4x + 3, \qquad [1, 3]$$

A) $c = 1$	B) $c = 3$	C) $c = 0$	D) $c = 2$

الحل:

$f(x) = x^2 - 4x + 3$: كثيرة حدود فهي متصلة وقابلة للاشتقاق

$f(1) = 1 - 4 + 3 = 0, \quad f(3) = 9 - 12 + 3 = 0$: القيمتان متساويتان

$f'(c) = 2c - 4 = 0 \Rightarrow c = 2$: استنتاج نظرية رول

$c = 2 \in (1, 3)$

إجابة س3 | المستوى: متوسط | 3 درجات | من إعداد المعلم

نظرية رول | Rolle's Theorem | الفرضيات | Hypotheses

أيّ فرضيات نظرية رول غير متحققة للدالة الآتية على الفترة المعطاة؟

$$f(x) = x^{\frac{2}{3}}, \qquad [-1, 1]$$

A) $\lim_{x \to 0} f(x) \neq f(0)$

B) $\lim_{x \to 1^-} f(x) \neq f(1)$

C) $f'(0)$ D.N.E

D) $f(-1) \neq f(1)$

الحل:

القيمتان متساويتان: $f(-1) = \left(\sqrt[3]{-1}\right)^2 = 1, \qquad f(1) = 1$

متصلة على مجموعة الأعداد الحقيقية: $x^{2/3} = \left(\sqrt[3]{x}\right)^2$

غير معرّفة عند الصفر: $f'(x) = \frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}} = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$

فرضية الاشتقاق غير متحققة: $0 \in (-1, 1) \Rightarrow f'(0)$ D.N.E

أسئلة الاختبارات الوزارية السابقة • البند 20

Previous MOE Exam Questions • Recall the hypotheses of Rolle's Theorem

ناتج التعلم: التعرّف على فرضيات نظرية رول

إجابة س4 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س19 | 2018-2019

نظرية رول | Rolle's Theorem | الفرضيات | Hypotheses

أيّ مما يأتي يعطي فترة تحقق عليها الدالة الآتية فرضيات نظرية رول مع قيمة c التي تحقق استنتاجها؟

$$f(x) = x^2 - x + 1$$

A) $[0, 1],\ c = 2$

B) $[0, 1],\ c = \frac{1}{2}$

C) $[-1, 1],\ c = \frac{1}{2}$

D) $[-2, 2],\ c = 0$

الحل:

كثيرة حدود متصلة وقابلة للاشتقاق: $f(x) = x^2 - x + 1$

لا تتساوى القيمتان: $f(-1) = 3 \neq f(1) = 1, \quad f(-2) = 7 \neq f(2) = 3$

الفترة المناسبة هي من 0 إلى 1: $f(0) = 1 = f(1)$

استنتاج نظرية رول: $f'(c) = 2c - 1 = 0 \Rightarrow c = \frac{1}{2}$

$[0, 1], \quad c = \frac{1}{2}$