

تجميعية أسئلة وفق الهيكل الوزاري الجديد باللغتين العربية والانجليزية



تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

موقع المناهج ← المناهج الإماراتية ← الصف الثاني عشر المتقدم ← رياضيات ← الفصل الأول ← ملفات متنوعة ← الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 00:00:06 2025-10-18

ملفات اكتب للمعلم اكتب للطالب ا اختبارات الكترونية ا اختبارات ا حلول ا عروض بوربوينت ا أوراق عمل
منهج انجليزي ا ملخصات وتقارير ا مذكرات وبنوك ا الامتحان النهائي ا للمدرس

المزيد من مادة
رياضيات:

إعداد: Saad Sayed

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر المتقدم



صفحة المناهج
الإماراتية على
فيسبوك

الرياضيات

اللغة الانجليزية

اللغة العربية

التربية الاسلامية

المواد على تلغرام

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الأول

تجميعية أسئلة وحدة النهايات مع امتحانات سابقة وفق الهيكل الوزاري

1

تجميعية أسئلة وفق مسودة الهيكل الوزاري الجديد

2

ملزمة أوراق عمل الوحدة الثالثة Differentiation الاشتقاق

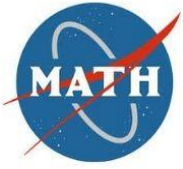
3

مراجعة الدرس الخامس asymptotes, infinity involving Limits نهاية دالة عند اللانهاية والمقاربات من الوحدة الثانية (اختبر نفسك 5)

4

مراجعة الدرس الرابع Consequence its and Continuity الإتصال ونتائجه من الوحدة الثانية (اختبر نفسك 4)

5



12 ADVANCE

هيكل الرياضيات

الفصل الأول 2025-2026

EOT-12ADV-TERM1

Prepared by :
Sayed Saad

+971507116049 

Abu Dhabi City 

Lesson 2-1

Q1	Estimate an arc length of a given function تقدير طول القوس على منحنى دالة معطاة	7-12	68 70
----	--	------	----------

7. Estimate the length of the curve $y = \cos x$ on $0 \leq x \leq \pi/2$ using $n = 2$ line segments

قدر طول القوس على المنحنى $y = \cos x$ باستخدام $n = 2$ في الفترة $0 \leq x \leq \pi/2$

- a) Length ≈ 1.24
- b) Length ≈ 1.401
- c) Length ≈ 1.612
- d) Length ≈ 1.906

8. Estimate the length of the curve $y = \sin x$ on $0 \leq x \leq \pi/2$ using $n = 3$ line segments

قدر طول القوس على المنحنى $y = \sin x$ باستخدام $n = 3$ في الفترة $0 \leq x \leq \pi/2$

- a) Length ≈ 1.15
- b) Length ≈ 1.34
- c) Length ≈ 1.89
- d) Length ≈ 1.71

9. Estimate the length of the curve $y = \sqrt{x+1}$ on $0 \leq x \leq 3$ using $n = 2$ line segments

قدر طول القوس على المنحنى $y = \sqrt{x+1}$ باستخدام $n = 2$ في الفترة $0 \leq x \leq 3$

- a) Length ≈ 2.82
- b) Length ≈ 3.16
- c) Length ≈ 3.61
- d) Length ≈ 4.06

10. Estimate the length of the curve $y = 1/x$ on $1 \leq x \leq 2$ using $n = 3$ line segments

قدر طول القوس على المنحى $y = 1/x$ باستخدام $n = 3$ في الفترة $1 \leq x \leq 2$

- a) Length ≈ 0.85
- b) Length ≈ 1.13
- c) Length ≈ 1.24
- d) Length ≈ 1.43

11. Estimate the length of the curve $y = x^2 + 1$ on $-2 \leq x \leq 2$ using $n = 2$ line segments

قدر طول القوس على المنحى $x^2 + 1$ باستخدام $n = 2$ في الفترة $-2 \leq x \leq 2$

- a) Length ≈ 8.94
- b) Length ≈ 9.19
- c) Length ≈ 9.84
- d) Length ≈ 10.52

12. Estimate the length of the curve $y = x^3 + 2$ on $-1 \leq x \leq 1$ using $n = 3$ line segments

قدر طول القوس على المنحى $y = x^3 + 2$ باستخدام $n = 3$ في الفترة $-1 \leq x \leq 1$

- a) Length ≈ 2.4
- b) Length ≈ 2.6
- c) Length ≈ 2.8
- d) Length ≈ 3.0

Lesson 2-2

Q2	Find a limit algebraically or graphically, if it exists إيجاد قيمة نهاية دالة ما جبرياً وبيانياً،	7-8	75 77
-----------	---	-----	----------

7a) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

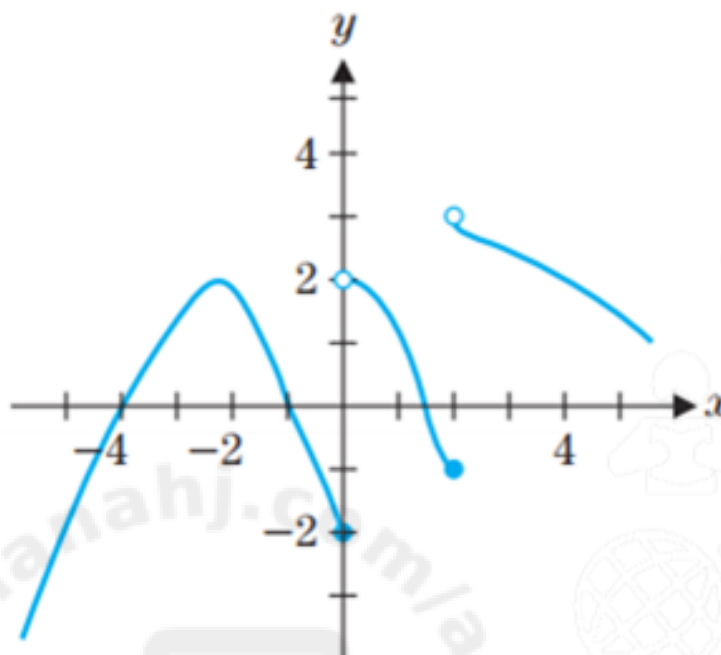
7b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

7d) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$

7e) $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$

7f) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$



8a) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$

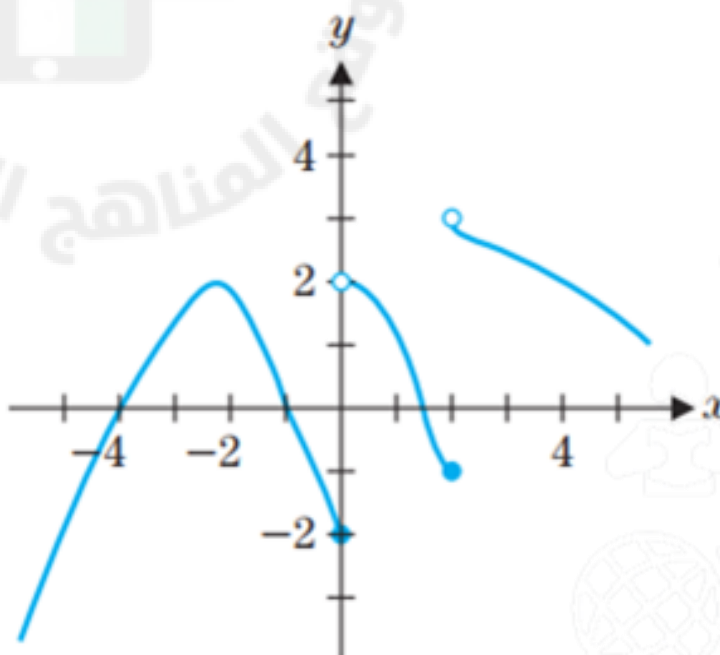
8b) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$

8c) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

8d) $\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x)$

8e) $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x)$

8f) $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$



Lesson 2-3

Q3	Find limits of polynomial, rational, and trigonometric functions using theorems إيجاد نهاية الدوال كثيرة الحدود والنسبية والمثلثية باستخدام نظريات	21-28	85 87
----	---	-------	----------

21. Find the limit: $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$, where $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{if } x < 2 \\ x^2 & \text{if } x \geq 2 \end{cases}$ أوجد قيمة النهاية

- a) 2
- b) 4
- c) 6
- d) The limit does not exist

22. Find the limit: $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$, where $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{if } x < -1 \\ 3x + 1 & \text{if } x \geq -1 \end{cases}$ أوجد قيمة النهاية

- a) 0
- b) 1
- c) 2
- d) The limit does not exist

23. Find the limit: $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$, where $f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{if } x < -1 \\ 3 & \text{if } -1 < x < 1 \\ 2x + 1 & \text{if } x > 1 \end{cases}$ أوجد قيمة النهاية

- a) -1
- b) 1
- c) 3
- d) The limit does not exist

24. Find the limit: $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$, where $f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{if } x < -1 \\ 3 & \text{if } -1 < x < 1 \\ 2x + 1 & \text{if } x > 1 \end{cases}$ أوجد قيمة النهاية

- a) 1
- b) 3
- c) 5
- d) The limit does not exist

25. Find the limit: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2+h)^2 - 4}{h}$ أوجد قيمة النهاية

Options:

- a) 0
- b) 2
- c) 4
- d) 8

26. Find the limit: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(1+h)^3 - 1}{h}$ أوجد قيمة النهاية

Options:

- a) 0
- b) 1
- c) 3
- d) 6

27. Find the limit: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x^2 - 4)}{x^2 - 4}$ أوجد قيمة النهاية

- a) 0
- b) 1
- c) 2
- d) The limit does not exist

28. Find the limit: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{5x}$ أوجد قيمة النهاية

- a) 0
- b) $\frac{1}{5}$
- c) 1
- d) 5

Q4	Use the squeeze theorem to find limits استخدام نظرية الشظيرة لإيجاد النهايات	29-32	85 87
----	---	-------	----------

29. Find using Squeeze Theorem: $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin(1/x)$ أوجد قيمة النهاية باستخدام نظرية الشظيرة
a) 1
b) -1
c) 0
d) Does not exist

30. Find using Squeeze Theorem: $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sec(1/x)$ أوجد قيمة النهاية باستخدام نظرية الشظيرة
a) 0
b) 1
c) -1
d) Cannot use Squeeze Theorem

31. Find using Squeeze Theorem: $\lim_{x \rightarrow 0^+} [\sqrt{x} \cos^2(1/x)]$ أوجد قيمة النهاية باستخدام نظرية الشظيرة
a) 0
b) 1
c) -1
d) Does not exist

32. Find using Squeeze Theorem: $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 f(x)$ where $|f(x)| \leq M$ أوجد قيمة النهاية باستخدام نظرية الشظيرة
a) 0
b) M
c) -M
d) Does not exist

33. Find using Squeeze Theorem: $\lim_{x \rightarrow -3} g(x)$ where $|g(x) + 3| \leq x + 3$ for all x
a) -3
b) 0
c) 3
d) Does not exist

34. Find using Squeeze Theorem: $\lim_{x \rightarrow 2} g(x)$ where $|g(x) - 4| \leq 2(2 - x)$ for all x
a) 0
b) 2
c) 4
d) Does not exist

Lesson 2-4

Q5	Use the continuity properties to study the continuity of a function or a composition of functions at a given point استخدام خصائص الاتصال لدراسة اتصال الدالة أو تركيب الدوال عند نقطة	21-28	95 97
----	--	-------	----------

21. Determine the intervals on which $f(x) = \sqrt{x+3}$ is continuous حدد فترات الاتصال

- a) $[-3, \infty)$
- b) $(-3, \infty)$
- c) $[3, \infty)$
- d) $(-\infty, \infty)$

22. Determine the intervals on which $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$ is continuous حدد فترات الاتصال

- a) $(-\infty, -2] \cup [2, \infty)$
- b) $(-\infty, -2) \cup (2, \infty)$
- c) $[-2, 2]$
- d) $(-\infty, \infty)$

23. Determine the intervals on which $f(x) = \sqrt[3]{x+2}$ is continuous حدد فترات الاتصال

- a) $(-2, \infty)$
- b) $[-2, \infty)$
- c) $(-\infty, \infty)$
- d) $(-\infty, -2)$

24. Determine the intervals on which $f(x) = (x-1)^{3/2}$ is continuous حدد فترات الاتصال

- a) $(-\infty, \infty)$
- b) $(1, \infty)$
- c) $[1, \infty)$
- d) $(-\infty, 1)$

25. Determine the intervals on which $f(x) = \sin^{-1}(x + 2)$ is continuous حدد فترات الاتصال

- a) $[-3, -1]$
- b) $(-3, -1)$
- c) $[-1, 1]$
- d) $(-\infty, \infty)$

26. Determine the intervals on which $f(x) = \ln(\sin x)$ is continuous حدد فترات الاتصال

- a) $(2n\pi, (2n + 1)\pi)$ for integer n
- b) $(n\pi, (n + 1)\pi)$ for integer n
- c) All real numbers
- d) Nowhere continuous

27. Determine the intervals on which $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}+e^x}{x^2-2}$ is continuous حدد فترات الاتصال

- a) $(-1, \sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, \infty)$
- b) $[-1, \sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, \infty)$
- c) $(-1, -\sqrt{2}) \cup (-\sqrt{2}, \sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, \infty)$
- d) $[-1, -\sqrt{2}) \cup (-\sqrt{2}, \sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, \infty)$

28. Determine the intervals on which $f(x) = \frac{\ln(x^2-1)}{\sqrt{x^2-2x}}$ is continuous حدد فترات الاتصال

- a) $(-\infty, -1) \cup (2, \infty)$
- b) $(-\infty, -1) \cup (1, 2) \cup (2, \infty)$
- c) $(1, 2) \cup (2, \infty)$
- d) $(-\infty, 0) \cup (2, \infty)$

21	a) Determine the continuity of a function at a given point b) Find limits at infinity and limits that are infinite البحث في اتصال دالة عند نقطة معطى إيجاد النهايات التي تؤول إلى اللانهاية والنهايات عند اللانهاية	39-41 33-37	96 106 98 108
----	--	----------------	------------------------

39. Determine values of a and b that make the given function continuous.

أوجد قيمة a و b التي تجعل الدالة متصلة

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2\sin x}{x} & \text{if } x < 0 \\ a & \text{if } x = 0 \\ b\cos x & \text{if } x > 0 \end{cases}$$



$$a = 2, b = 2$$

40. Determine values of a and b that make the given function continuous.

أوجد قيمة a و b التي تجعل الدالة متصلة

$$f(x) = \begin{cases} ae^x + 1 & \text{if } x < 0 \\ \sin^{-1}\left(\frac{x}{2}\right) & \text{if } 0 \leq x \leq 2 \\ x^2 - x + b & \text{if } x > 2 \end{cases}$$



$$a = -1, b = \frac{\pi}{2} - 2 = -0.4292$$

41. Determine values of a and b that make the given function continuous.

أوجد قيمة a و b التي تجعل الدالة متصلة

$$f(x) = \begin{cases} a(\tan^{-1}x + 2) & \text{if } x < 0 \\ 2e^{bx} + 1 & \text{if } 0 \leq x \leq 3 \\ \ln(x - 2) + x^2 & \text{if } x > 3 \end{cases}$$



$$a = \frac{3}{2}, b = \frac{\ln 4}{3} = 0.4621$$

33. Suppose that the size of the pupil of a certain animal is given by $f(x)$ (mm), where x is the intensity of the light on the pupil. If $f(x) = \frac{80x^{-0.3}+60}{2x^{-0.3}+5}$, find the size of the pupil with no light and the size of the pupil with an infinite amount of light.

33. افترض أن حجم بؤبؤ عين حيوان معين يُعطى بالدالة $f(x)$ (مم)، حيث x هي شدة الضوء الساقط على البؤبؤ. إذا كانت $f(x) = \frac{80x^{-0.3}+60}{2x^{-0.3}+5}$ ، فأوجد حجم البؤبؤ في حالة انعدام الضوء، وحجم البؤبؤ في حالة شدة الضوء اللانهائية.

40 مم، 12 مم

34. Repeat exercise 33 with $f(x) = \frac{80x^{-0.3}+60}{8x^{-0.3}+15}$.

34. كرر التمرين 33 مع $f(x) = \frac{80x^{-0.3}+60}{8x^{-0.3}+15}$.

4 مم، 10 مم

35. Modify the function in exercise 33 to find a function f such that $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 8$ and $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$.

35. عدّل الدالة في التمرين 33 لإيجاد دالة f بحيث $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 8$ و $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$.

$$f(x) = \frac{80x^{-0.3} + 20}{10x^{-0.3} + 10}$$

36. Find a function of the form $f(x) = \frac{20x^{-0.4} + 16}{g(x)}$ such that $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 5$ and $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 4$.

36. أوجد دالة على الصورة $f(x) = \frac{20x^{-0.4} + 16}{g(x)}$ بحيث $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 5$ و $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 4$.

$$f(x) = \frac{20x^{-0.4} + 16}{4x^{-0.4} + 4}$$

37. Suppose that the velocity of a skydiver t seconds after jumping is given by $v(t) = -\sqrt{\frac{32}{k} \cdot \frac{1-e^{-2t\sqrt{32k}}}{1+e^{-2t\sqrt{32k}}}}$. Find the limiting velocity with $k = 0.00064$ and $k = 0.00128$. By what factor does a skydiver have to change the value of k to cut the limiting velocity in half?

37. أوجد السرعة النهائية $v(t) = -\sqrt{\frac{32}{k} \cdot \frac{1-e^{-2t\sqrt{32k}}}{1+e^{-2t\sqrt{32k}}}}$ ثانية بعد القفز تُعطى بالعلاقة t افترض أن سرعة القفز $k = 0.00064$ و $k = 0.00128$ عندما لتقليل السرعة النهائية إلى k بأي عامل يجب على القفز تغيير قيمة k ؟
النصف؟



- السرعة النهائية لـ $k = 0.00064$: -223.61 م/ث
- السرعة النهائية لـ $k = 0.00128$: -158.11 م/ث
- عامل التغيير في k :

Lesson 2-5

Q6	Find horizontal, vertical, and slant asymptotes using limits إيجاد خطوط التقارب الأفقية والرأسية والمائلة	23-32	106 108
----	--	-------	------------

23. (a) Find vertical and horizontal asymptotes for $f(x) = \frac{x}{4-x^2}$ أوجد خطوط التقارب الرأسية والأفقية

- a) VA: $x = \pm 2$, HA: $y = -1$
- b) VA: $x = \pm 2$, HA: $y = 1$
- c) VA: $x = \pm 2$, HA: $y = 0$
- d) VA: $x = 2$, HA: $y = 0$

23. (b) Find vertical and horizontal asymptotes for $f(x) = \frac{x^2}{4-x^2}$ أوجد خطوط التقارب الرأسية والأفقية

- a) VA: $x = \pm 2$, HA: $y = -1$
- b) VA: $x = 0$, HA: $y = 0$
- c) VA: $x = \pm 2$, HA: $y = 1$
- d) VA: $x = 2$, HA: $y = 0$

24. (a) Find vertical and horizontal asymptotes for $f(x) = \frac{x}{\sqrt{4+x^2}}$ أوجد خطوط التقارب الرأسية والأفقية

- a) VA: None, HA: $y = 1$
- b) VA: $x = \pm 2$, HA: $y = 0$
- c) VA: $x=0$, HA: $y = 1$
- d) VA: None, HA: $y = \pm 1$

24. (b) Find vertical and horizontal asymptotes for $f(x) = \frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$ أوجد خطوط التقارب الرأسية والأفقية

- a) VA: $x = \pm 2$, HA: None
- b) VA: $x = \pm 2$, HA: $y = \pm 1$
- c) VA: None, HA: $y = 1$
- d) VA: $x = 0$, HA: $y = 0$

25. Find vertical and horizontal asymptotes for $f(x) = \frac{3x^2+1}{x^2-2x-3}$ أوجد خطوط التقارب الرأسية والأفقية

- a) VA: $x = -1, 3$, HA: $y = 3$
- b) VA: $x = 1, -3$, HA: $y = 3$
- c) VA: $x = -1, 3$, HA: $y = 1$
- d) VA: $x = 1, -3$, HA: $y = 1$

26. Find vertical and horizontal asymptotes for $f(x) = \frac{1-x}{x^2+x-2}$ أوجد خطوط التقارب الرأسية والأفقية

- a) VA: $x = -2, 1$, HA: $y = 0$
- b) VA: $x = 2, -1$, HA: $y = 0$
- c) VA: $x = -2$, HA: $y = 0$
- d) VA: $x = 2, -1$, HA: $y = 1$

27. Find vertical and horizontal asymptotes for $f(x) = 4\tan^{-1}x - 1$

أوجد خطوط التقارب الرأسية والأفقية

- a) VA: None, HA: $y = \pi - 1$ and $y = -\pi - 1$
- b) VA: $x = 0$, HA: $y = \pi - 1$ and $y = -\pi - 1$
- c) VA: None, HA: $y = 2\pi - 1$ and $y = -1$
- d) VA: None, HA: $y = 2\pi - 1$ and $y = -2\pi - 1$

28. Find vertical and horizontal asymptotes for $f(x) = \ln(1 - \cos x)$

أوجد خطوط التقارب الرأسية والأفقية

- a) VA: $x = (2n + 1)\pi$, HA: None
- b) VA: $x = n\pi$, HA: None
- c) VA: $x = 2n\pi$, HA: None
- d) VA: $x = 2n\pi$, HA: $y = 0$

29. Find vertical and slant asymptotes for $y = \frac{x^3}{4-x^2}$ أوجد خطوط التقارب الرأسية المائلة

- a) VA: $x = 2$, SA: $y = -x$
- b) VA: $x = \pm 2$, SA: $y = -x$
- c) VA: $x = \pm 2$, SA: None
- d) VA: $x = 2$, SA: $y = x$

30. Find vertical and slant asymptotes for $y = \frac{x^2+1}{x-2}$ أوجد خطوط التقارب الرأسية المائلة

- a) VA: $x = 2$, SA: $y = x - 2$
- b) VA: $x = -2$, SA: $y = x - 2$
- c) VA: $x = 2$, SA: $y = x + 2$
- d) VA: $x = 0$, SA: $y = x$

31. Find vertical and slant asymptotes for $y = \frac{x^3}{x^2+x-4}$ أوجد خطوط التقارب الرأسية المائلة

- a) VA: $x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$, SA: *None*
- b) VA: $x = 1, -4$, SA: $y = x + 1$
- c) VA: $x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$, SA: $y = x - 1$
- d) VA: $x = 0$, SA: $y = x$

32. Find vertical and slant asymptotes for $y = \frac{x^4}{x^3+2}$ أوجد خطوط التقارب الرأسية المائلة

- a) VA: $x = 0$, SA: $y = x^2$
- b) VA: $x = -\sqrt[3]{2}$, SA: $y = x$
- c) VA: $x = -\sqrt[3]{2}$, SA: $y = x^2$
- d) VA: $x = \sqrt[3]{2}$, SA: $y = x$

Q7	Find limits at infinity and limits that are infinite. إيجاد النهايات التي تزول إلى اللانهاية والنهايات عند اللانهاية	9-22	106 108
----	---	------	------------

9. Find the limit: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+3x-2}{3x^2+4x-1}$ أوجد قيمة النهاية

- a) 0
- b) $\frac{1}{3}$
- c) 1
- d) ∞

10. Find the limit: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2-x+1}{4x^2-3x-1}$ أوجد قيمة النهاية

- a) 0
- b) $\frac{1}{2}$
- c) 1
- d) ∞

11. Find the limit: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{\sqrt{4+x^2}}$ أوجد قيمة النهاية

- a) -1
- b) 0
- c) 1
- d) ∞

12. Find the limit: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2-1}{4x^3-5x-1}$ أوجد قيمة النهاية

- a) 0
- b) $\frac{1}{2}$
- c) 1
- d) ∞

13. Find the limit: $\lim_{x \rightarrow \infty} \ln \left(\frac{x^2+1}{x-3} \right)$ أوجد قيمة النهاية

- a) 0
- b) 1
- c) ∞
- d) $-\infty$

14. Find the limit: $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x \sin x)$ أوجد قيمة النهاية

- a) 0
- b) 1
- c) ∞
- d) $-\infty$

15. Find the limit: $\lim_{x \rightarrow 0^+} e^{-2/x^3}$ أوجد قيمة النهاية

- a) 0
- b) 1
- c) ∞
- d) $-\infty$

16. Find the limit: $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{-(x+1)/(x^2+2)}$ أوجد قيمة النهاية

- a) 0
- b) 1
- c) ∞
- d) $-\infty$

17. Find the limit: $\lim_{x \rightarrow \infty} \cot^{-1} x$ أوجد قيمة النهاية

- a) 0
- b) $\frac{\pi}{2}$
- c) π
- d) $-\frac{\pi}{2}$

18. Find the limit: $\lim_{x \rightarrow \infty} \sec^{-1} \frac{x^2+1}{x+1}$ أوجد قيمة النهاية

- a) 0
- b) $\frac{\pi}{3}$
- c) $\frac{\pi}{2}$
- d) π

19. Find the limit: $\lim_{x \rightarrow 0} \sin(e^{-1/x^2})$ أوجد قيمة النهاية

- a) 0
- b) 1
- c) ∞
- d) Does not exist

20. Find the limit: $\lim_{x \rightarrow \infty} \sin(\tan^{-1} x)$ أوجد قيمة النهاية

- a) 0
- b) $\frac{1}{2}$
- c) 1
- d) ∞

21. Find the limit: $\lim_{x \rightarrow \pi/2} e^{-\tan x}$ أوجد قيمة النهاية

- a) 0
- b) DNE
- c) ∞
- d) $-\infty$

22. Find the limit: $\lim_{x \rightarrow 0^+} \tan^{-1}(\ln x)$ أوجد قيمة النهاية

- a) 0
- b) $\frac{\pi}{2}$
- c) $-\frac{\pi}{2}$
- d) π

Lesson 3-2

Q8	Link and interpret the slope of a secant line and tangent line رابط وتفسير ميل الخط القاطع والخط المماس	Ex3	136 138
----	--	-----	------------

EXAMPLE 1.3 Graphical and Numerical Approximation of Tangent Lines

Graphically and numerically approximate the slope of the tangent line to أوجد الميل

$$y = \frac{x-1}{x+1} \quad \text{at } x = 0.$$

- a) Slope = 0
- b) Slope = 1
- c) Slope = 2
- d) Slope = -1

Graphically and numerically approximate the slope of the tangent line to أوجد الميل

$$f(x) = x^3 - x \text{ at } x = 2$$

- a) $f'(2) = 6$
- b) $f'(2) = 8$
- c) $f'(2) = 10$
- d) $f'(2) = 11$

Graphically and numerically approximate the slope of the tangent line to أوجد الميل

$$\text{for } f(x) = \sqrt{x^2 + 1} \text{ at } x = 2$$

- a) $f'(2) = \frac{1}{\sqrt{5}}$
- b) $f'(2) = \frac{2}{\sqrt{5}}$
- c) $f'(2) = \frac{3}{\sqrt{5}}$
- d) $f'(2) = \frac{4}{\sqrt{5}}$

Graphically and numerically approximate the slope of the tangent line to أوجد الميل

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 1} \text{ at } x = -1$$

Options:

- a) Slope = -0.71
- b) Slope = 0.71
- c) Slope = -0.5
- d) Slope = 0.5

Q9	Find the derivative of a function at a given point إيجاد المشتقة للدالة عند نقطة معينة	Ex3	145 147
----	---	-----	------------

EXAMPLE 2.3 Finding the Derivative of a Simple Rational Function

If $f(x) = \frac{1}{x}$ ($x \neq 0$), find $f'(x)$. أوجد المشتقة

- a) $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$
- b) $f'(x) = \frac{1}{x^2}$
- c) $f'(x) = -\frac{1}{x}$
- d) $f'(x) = \ln |x|$

10. Find the derivative for $f(x) = \frac{2}{2x-1}$ أوجد المشتقة

- a) $f'(x) = \frac{4}{(2x-1)^2}$
- b) $f'(x) = -\frac{4}{(2x-1)^2}$
- c) $f'(x) = \frac{2}{(2x-1)^2}$
- d) $f'(x) = -\frac{2}{(2x-1)^2}$

11. Find the derivative for $f(t) = \sqrt{3t+1}$ أوجد المشتقة

- a) $f'(t) = \frac{3}{2\sqrt{3t+1}}$
- b) $f'(t) = \frac{1}{2\sqrt{3t+1}}$
- c) $f'(t) = \frac{3}{\sqrt{3t+1}}$
- d) $f'(t) = \frac{1}{\sqrt{3t+1}}$

8. Find the derivative for $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$ at the point (2,1) أوجد المشتقة عند النقطة

- a) $f'(2) = 16$
- b) $f'(2) = 24$
- c) $f'(2) = 32$
- d) $f'(2) = 40$

12. Find the derivative for $f(t) = \sqrt{2t+4}$ at the point (2,1) أوجد المشتقة عند النقطة

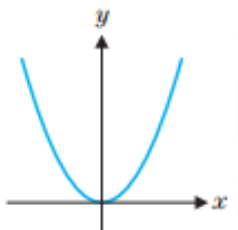
- a) $f'(2) = \frac{1}{2}$
- b) $f'(2) = \frac{1}{\sqrt{2}}$
- c) $f'(2) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$
- d) $f'(2) = \frac{1}{4}$

10	Understand the relationship between continuity and differentiability فهم العلاقة بين الاتصال والاشتقاق	13-18	151 153
----	---	-------	------------

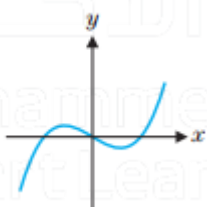
Use the graph of f to sketch a graph of f'

في التمارين 13-16، استخدم الرسم البياني للدالة f لرسم رسم بياني للدالة f'

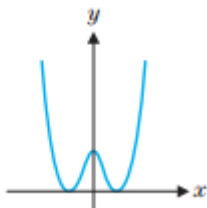
13. (a)



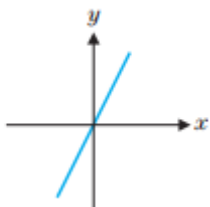
(b)



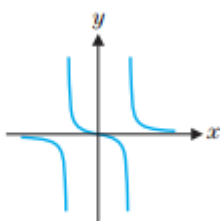
14. (a)



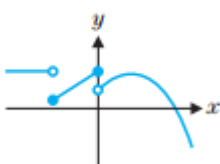
(b)



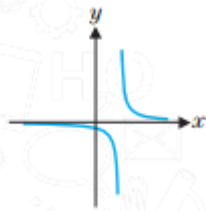
15. (a)



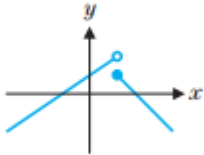
(b)



16. (a)



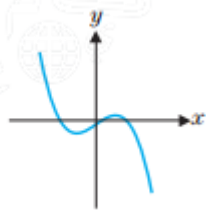
(b)



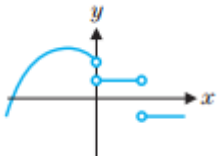
In exercises 17 and 18, use the given graph of f' to sketch a plausible graph of a continuous function f .

في التمارين 17 و 18، استخدم الرسم البياني المعطى للدالة f' (المشتقة الثانية) لرسم رسم بياني معقول للدالة f المستمرة.

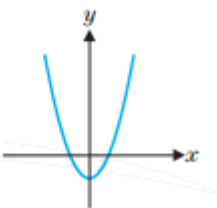
17. (a)



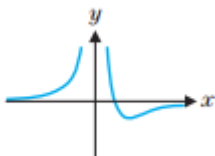
(b)



18. (a)



(b)



Lesson 3-3

Q11	Use differentiation rules and higher derivatives in solving real-life problems والمشتقات العليا في حل المشكلات الحياتية استخدام قواعد التفاضل	21-24	161 163
-----	--	-------	------------

استخدم دالة الموقع لإيجاد السرعة والعجلة. Use the given position to find velocity and acceleration.

21) $s(t) = -16t^2 + 40t + 10$

- a) $v(t) = -32t + 40, a(t) = -32$
- b) $v(t) = -32t + 40, a(t) = 32$
- c) $v(t) = 32t + 40, a(t) = -32$
- d) $v(t) = -32t - 40, a(t) = -32$

22) $s(t) = -4.9t^2 + 12t - 3$

- a) $v(t) = -9.8t - 12, a(t) = 9.8$
- b) $v(t) = 9.8t + 12, a(t) = -9.8$
- c) $v(t) = -9.8t + 12, a(t) = -9.8$
- d) $v(t) = -4.9t + 12, a(t) = -4.9$

23) $s(t) = 2t^2 + \sqrt{t}$

- a) $v(t) = 4t + \frac{1}{\sqrt{t}}, a(t) = 4 + \frac{1}{2t^{3/2}}$
- b) $v(t) = 4t + \frac{1}{2\sqrt{t}}, a(t) = 4 - \frac{1}{4t^{3/2}}$
- c) $v(t) = 2t + \frac{1}{2\sqrt{t}}, a(t) = 2 - \frac{1}{4t^{3/2}}$
- d) $v(t) = 4t - \frac{1}{2\sqrt{t}}, a(t) = 4 - \frac{1}{4t^{3/2}}$

24) $s(t) = 10 - \frac{10}{t}$

- a) $v(t) = -\frac{10}{t^2}, a(t) = \frac{20}{t^3}$
- b) $v(t) = \frac{20}{t^2}, a(t) = -\frac{40}{t^3}$
- c) $v(t) = -\frac{20}{t^2}, a(t) = \frac{40}{t^3}$
- d) $v(t) = \frac{10}{t^2}, a(t) = -\frac{20}{t^3}$

Q12	Use differentiation rules and higher derivatives in solving real-life problems والمشتقات العليا في حل المشكلات الحياتية استخدام قواعد التفاضل	37-42	161 163
-----	--	-------	------------

37. Find all values of x for which the tangent line to $y = x^3 - 3x + 1$ is (a) at an angle of 45° with the x -axis.

أوجد جميع قيم x التي عندها يكون ميل المماس للمنحنى $y = x^3 - 3x + 1$ بزاوية 45° مع المحور x .

- a) $x = \pm 1$
- b) $x = \pm \frac{2}{\sqrt{3}}$
- c) $x = 0, \pm\sqrt{2}$
- d) $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$

37. Find all values of x for which the tangent line to $y = x^3 - 3x + 1$ is (b) at an angle of 30° with the x -axis, assuming that the angles are measured counterclockwise.

أوجد جميع قيم x التي عندها يكون ميل المماس للمنحنى $y = x^3 - 3x + 1$ بزاوية 30° مع المحور x ، بافتراض أن الزوايا تقاس عكس اتجاه عقارب الساعة.

- a) $x = \pm \sqrt{1 + \frac{1}{\sqrt{3}}}$
- b) $x = \pm \sqrt{\frac{4}{3}}$
- c) $x = \pm \sqrt{1 + \frac{1}{3\sqrt{3}}}$
- d) $x = \pm \sqrt{1 - \frac{1}{3\sqrt{3}}}$

38. Find all values of x for which the tangent lines to $y = x^3 + 2x + 1$ and $y = x^4 + x^3 + 3$ are (a) parallel;

أوجد جميع قيم x التي عندها تكون المستقيمتان المماسات للمنحنيين $y = x^3 + 2x + 1$ و $y = x^4 + x^3 + 3$ متوازيات.

a) $x = 0$

b) $x = 1$

c) $x = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

d) $x = -\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

38. Find all values of x for which the tangent lines to $y = x^3 + 2x + 1$ and $y = x^4 + x^3 + 3$ are) b) perpendicular.

أوجد جميع قيم x التي عندها تكون المستقيمتان المماسات للمنحنيين $y = x^3 + 2x + 1$ و $y = x^4 + x^3 + 3$ متعامدتان.

a) $x = -1$

b) $x = 0.5$

c) $x = 0$

d) $x \approx -0.837$

39. Find a second-degree polynomial of the form $ax^2 + bx + c$ such that

(a) $f(0) = -2, f'(0) = 2$ and $f''(0) = 3$;

أوجد كثيرة حدود من الدرجة الثانية على الصورة $ax^2 + bx + c$ بحيث:
 $f(0) = -2, f'(0) = 2$ و $f''(0) = 3$.

a) $f(x) = 2x^2 + 2x - 2$

b) $f(x) = 3x^2 + 2x - 2$

c) $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 2x - 2$

d) $f(x) = \frac{3}{2}x^2 + 2x - 2$

39. Find a second-degree polynomial of the form $ax^2 + bx + c$ such that

(b) $f(0) = 0, f'(0) = 5$ and $f''(0) = 1$.

أوجد كثيرة حدود من الدرجة الثانية على الصورة $ax^2 + bx + c$ بحيث:
 $f(0) = 0, f'(0) = 5$ and $f''(0) = 1$.

a) $f(x) = x^2 + 5x$

b) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x$

c) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 5x$

d) $f(x) = 2x^2 + 5x$

40. Find a general formula for the n th derivative $f^{(n)}(x)$ for (a) $f(x) = \sqrt{x}$

أوجد صيغة عامة للمشتقة النونية $f^{(n)}(x)$ للدالة $f(x) = \sqrt{x}$.

$$a) f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^{n+1}(2n)!}{4^n(n!)} x^{-\frac{2n+1}{2}}$$

$$b) f^{(n)}(x) = \frac{(2n-1)!}{2^{2n-1}(n-1)!} x^{-\frac{2n-1}{2}}$$

$$c) f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^{n-1}(2n-3)!!}{2^n} x^{-\frac{2n-1}{2}}$$

$$d) f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^{n-1}(2n-3)!}{2^{2n-2}(n-2)!} x^{-\frac{2n-1}{2}}$$

40. Find a general formula for the n th derivative $f^{(n)}(x)$ for (b) $f(x) = \frac{2}{x}$

أوجد صيغة عامة للمشتقة النونية $f^{(n)}(x)$ للدالة $f(x) = \frac{2}{x}$.

$$a) f^{(n)}(x) = \frac{2 \cdot (-1)^n \cdot n!}{x^{n+1}}$$

$$b) f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^n \cdot (n+1)!}{x^{n+2}}$$

$$c) f^{(n)}(x) = \frac{2 \cdot n!}{x^{n+1}}$$

$$d) f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^n \cdot 2^n \cdot n!}{x^{2n}}$$

41. Find the area of the triangle bounded by $x = 0$, $y = 0$ and the tangent line to $y = \frac{1}{x}$ at $x = 1$. Repeat for the triangle bounded by $x = 0$, $y = 0$ and the tangent line to $y = \frac{1}{x}$ at $x = 2$. Show that you get the same area using the tangent line to $y = \frac{1}{x}$ at any $x = a > 0$.

أوجد مساحة المثلث المحصور بين $x = 0$ ، $y = 0$ ، والخط المماس للمنحنى $y = \frac{1}{x}$ عند $x = 1$. كرر ذلك للمثلث المحصور بين $x = 0$ ، $y = 0$ ، والخط المماس للمنحنى $y = \frac{1}{x}$ عند $x = 2$. بين أنك ستحصل على نفس المساحة باستخدام الخط المماس للمنحنى $y = \frac{1}{x}$ عند أي $x = a > 0$.

- a) المساحة دائماً تساوي 1
- b) المساحة دائماً تساوي 4
- c) المساحة دائماً تساوي 2
- d) المساحة تعتمد على قيمة a

42. Show that the result of exercise 41 does not hold for $y = \frac{1}{x^2}$. That is, the area of the triangle bounded by $x = 0$, $y = 0$, and the tangent line to $y = \frac{1}{x^2}$ at $x = a > 0$ depends on the value of a .

بين أن نتيجة التمرين 41 لا تنطبق على $y = \frac{1}{x^2}$. أي أن مساحة المثلث المحصور بين $x = 0$ ، $y = 0$ ، والخط المماس للمنحنى $y = \frac{1}{x^2}$ عند $x = a > 0$ تعتمد على قيمة a .

- a) المساحة دائماً تساوي 2
- b) المساحة دائماً تساوي $\frac{9}{4}$
- c) a وتعتمد على $\frac{9}{4a}$ المساحة تساوي
- d) a وتعتمد على $\frac{3}{2a}$ المساحة تساوي

Lesson 3-4

Q22	Apply the Product Rule on derivatives تطبيقات حياتية على قاعدة الضرب على المشتقات	25-30	169 171
-----	--	-------	------------

25. Suppose that for some toy, the quantity sold $Q(t)$ at time t years decreases at a rate of 4%; explain why this translates to $Q'(t) = -0.04Q(t)$. Suppose also that the price increases at a rate of 3%; write out a similar equation for $P'(t)$ in terms of $P(t)$. The revenue for the toy is $R(t) = Q(t)P(t)$. Substituting the expressions for $Q'(t)$ and $P'(t)$ into the product rule $R'(t) = Q'(t)P(t) + Q(t)P'(t)$, show that the revenue decreases at a rate of 1%. Explain why this is "obvious."

25. افترض أن الكمية المباعة $Q(t)$ للعبة ما في الوقت t (بالسنوات) تتناقص بمعدل 4%؛ اشرح لماذا يُترجم هذا إلى $Q'(t) = -0.04Q(t)$. افترض أيضاً أن السعر يزداد بمعدل 3%؛ اكتب معادلة مشابهة لـ $P'(t)$ بدلالة $P(t)$. الإيراد من اللعبة هو $R(t) = Q(t)P(t)$. بالتعويض عن التعبيرين $Q'(t)$ و $P'(t)$ في قاعدة الضرب $R'(t) = Q'(t)P(t) + Q(t)P'(t)$ ، بيّن أن الإيراد يتناقص بمعدل 1%. اشرح لماذا يعتبر هذا "واضحاً."

26. As in exercise 25, suppose that the quantity sold decreases at a rate of 4%. By what rate must the price be increased to keep the revenue constant?

26. كما في التمرين 25، افترض أن الكمية المباعة تتناقص بمعدل 4%. ما هو المعدل الذي يجب أن يزداد به السعر للحفاظ على ثبات الإيراد؟

27. Suppose the price of an object is \$20 and 20,000 units are sold. If the price increases at a rate of \$1.25 per year and the quantity sold increases at a rate of 2000 per year, at what rate will revenue increase?

27. افترض أن سعر سلعة ما هو ويُبَاع 20,000 وحدة. إذا زاد السعر بمعدل سنوياً وزادت الكمية المباعة بمعدل 2000 وحدة سنوياً، فما معدل زيادة الإيراد؟

28. Suppose the price of an object is \$14 and 12,000 units are sold. The company wants to increase the quantity sold by 1200 units per year, while increasing the revenue by \$20,000 per year. At what rate would the price have to be increased to reach these goals?

28. افترض أن سعر سلعة ما هو ويُبَاع 12,000 وحدة. تريد الشركة زيادة الكمية المباعة بمقدار 1200 وحدة سنوياً، مع زيادة الإيراد بمقدار سنوياً. ما المعدل الذي يجب أن يزداد به السعر لتحقيق هذه الأهداف؟

29. A baseball with mass 0.15 kg and speed 45 m/s is struck by a baseball bat of mass m kg and speed 40 m/s (in the opposite direction of the ball's motion). After the collision, the ball has initial speed $u(m) = \frac{82.5m-6.75}{m+0.15}$ m/s. Show that $u'(m) > 0$ and interpret this in baseball terms. Compare $u'(1)$ and $u'(1.2)$.

(29) كرة بيسبول كتلتها 0.15 كجم وسرعتها 45 م/ث تُضرب بمضرب بيسبول كتلته m كجم وسرعته 40 م/ث (في اتجاه معاكس لحركة الكرة). بعد التصادم، تكون السرعة الابتدائية للكرة $u(m) = \frac{82.5m-6.75}{m+0.15}$ م/ث. بين أن $u'(m) > 0$ وفسر ذلك في سياق لعبة البيسبول. قارن بين $u'(1)$ و $u'(1.2)$.

30) In exercise 29, if the baseball has mass M kg at speed 45 m/s and the bat has mass 1.05 kg and speed 40 m/s, the ball's initial speed is $u(M) = \frac{86.625-45M}{M+1.05}$ m/s. Compute $u'(M)$ and interpret its sign (positive or negative) in baseball terms.

(29) في التمرين 29، إذا كانت كتلة كرة البيسبول M كجم وسرعتها 45 م/ث، وكتلة المضرب 1.05 كجم وسرعته 40 م/ث، فإن السرعة الابتدائية للكرة هي $u(M) = \frac{86.625-45M}{M+1.05}$ م/ث. احسب $u'(M)$ وفسر إشارتها (موجبة أو سالبة) في سياق لعبة البيسبول.

Lesson 3-5

Q13	Apply the chain rule for differentiation تطبيق قاعدة السلسلة في الاشتقاق	31-38	177 179
-----	---	-------	------------

31) Use the information given to compute the derivative $h'(1)$ for the function $h(x) = f(g(x))$, where:

استخدم المعلومات المعطاة لحساب المشتقة $h'(1)$ للدالة $h(x) = f(g(x))$ ، حيث:

$$, g(1) = 2, f'(1) = 4, f'(2) = 3, g'(1) = -2, g'(3) = 5, f(1) = 3$$

- a) $h'(1) = -6$
- b) $h'(1) = 6$
- c) $h'(1) = -8$
- d) $h'(1) = 8$

32) Use the given information to compute the derivative $h'(2)$ for the function

$h(x) = f(g(x))$, where:

استخدم المعلومات المعطاة لحساب المشتقة $h'(2)$ للدالة $h(x) = f(g(x))$ ، حيث:

$$, g(2) = 3, f'(2) = -1, f'(3) = -3, g'(1) = 2, g'(2) = 4, f(2) = 1$$

- a) $h'(2) = -12$
- b) $h'(2) = 12$
- c) $h'(2) = -4$
- d) $h'(2) = 4$

33) A function f is an even function if $f(-x) = f(x)$ for all x , and it is an odd function if $f(-x) = -f(x)$ for all x . Prove that the derivative of an even function is odd and the derivative of an odd function is even.

- a) The derivative of an even function is even, and the derivative of an odd function is odd.
- b) The derivative of an even function is odd, and the derivative of an odd function is even.
- c) The derivative of an even function is odd, and the derivative of an odd function is odd.
- d) The derivative of an even function is even, and the derivative of an odd function is even.

(33) الدالة f هي دالة زوجية إذا كانت $f(-x) = f(x)$ لكل x ، وهي دالة فردية إذا كانت $f(-x) = -f(x)$ لكل x .
بين أن مشتقة الدالة الزوجية هي دالة فردية، ومشتقة الدالة الفردية هي دالة زوجية.

- a) مشتقة الدالة الزوجية هي دالة زوجية، ومشتقة الدالة الفردية هي دالة فردية.
- b) مشتقة الدالة الزوجية هي دالة فردية، ومشتقة الدالة الفردية هي دالة زوجية.
- c) مشتقة الدالة الزوجية هي دالة فردية، ومشتقة الدالة الفردية هي دالة فردية.
- d) مشتقة الدالة الزوجية هي دالة زوجية، ومشتقة الدالة الفردية هي دالة زوجية.

34) If the graph of a differentiable function f is symmetric about the line $x = a$, what can you say about the symmetry of the graph of its derivative f' ?

- a) The graph of f' is symmetric about $x = a$.
- b) The graph of f' is symmetric about $y = a$.
- c) The graph of f' is symmetric about the origin.
- d) The graph of f' has no symmetry.

(34) إذا كان الرسم البياني للدالة القابلة للاشتقاق f متماثلاً حول الخط $x = a$ ، فماذا يمكنك أن تقول عن تماثل الرسم البياني لمشتقتها f' ؟

- a) $x = a$ متماثل حول f' الرسم البياني لـ.
- b) $y = a$ متماثل حول f' الرسم البياني لـ.
- c) متماثل حول نقطة الأصل f' الرسم البياني لـ.
- d) ليس له تماثل f' الرسم البياني لـ.

35 a) : Find the derivative where f is an unspecified differentiable function $f(x^2)$:

- a) $f'(x^2)$
- b) $2xf'(x^2)$
- c) $f'(2x)$
- d) $x^2f'(x)$

35 b) : Find the derivative where f is an unspecified differentiable function $[f(x)]^2$

- a) $2f(x)$
- b) $f(x)f'(x)$
- c) $2f(x)f'(x)$
- d) $[f'(x)]^2$

35 c) : Find the derivative where f is an unspecified differentiable function $f(f(x))$

- a) $f'(f(x))$
- b) $f'(x)f'(f(x))$
- c) $f(f'(x))$
- d) $f(x)f'(f(x))$

36 a) : Find the derivative where f is an unspecified differentiable function $f(\sqrt{x})$

- a) $\frac{1}{2\sqrt{x}}f'(\sqrt{x})$
- b) $f'(\sqrt{x})$
- c) $\frac{1}{\sqrt{x}}f'(x)$
- d) $\sqrt{x}f'(\sqrt{x})$

36 b) : Find the derivative where f is an unspecified differentiable $\sqrt{f(x)}$ أوجد المشتقة

- a) $\frac{1}{2\sqrt{f(x)}}$
- b) $\frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$
- c) $\sqrt{f'(x)}$
- d) $\frac{1}{2}f'(x)$

36 c) : Find the derivative where f is an unspecified differentiable $f(xf(x))$ أوجد المشتقة

- a) $f'(xf(x)) \cdot (f(x) + xf'(x))$
- b) $f'(x)f(xf(x))$
- c) $f(x) + xf'(x)$
- d) $f'(xf(x))$

37 a) : Find the derivative where f is an unspecified differentiable $f(1/x)$ أوجد المشتقة

- a) $-\frac{1}{x^2}f'(1/x)$
- b) $f'(-1/x^2)$
- c) $\frac{1}{x^2}f'(1/x)$
- d) $f'(1/x)$

37 b) : Find the derivative where f is an unspecified differentiable $\frac{1}{f(x)}$ أوجد المشتقة

- a) $-\frac{1}{[f(x)]^2}$
- b) $-\frac{f'(x)}{[f(x)]^2}$
- c) $\frac{1}{f'(x)}$
- d) $-\frac{1}{f'(x)}$

37 c) : Find the derivative where f is an unspecified differentiable $f\left(\frac{x}{f(x)}\right)$: أوجد المشتقة:

- a) $f'\left(\frac{x}{f(x)}\right) \cdot \frac{f(x) - xf'(x)}{[f(x)]^2}$
- b) $\frac{f(x) - xf'(x)}{[f(x)]^2}$
- c) $f'\left(\frac{x}{f(x)}\right)$
- d) $\frac{1}{f(x)} f'\left(\frac{x}{f(x)}\right)$

38 a) : Find the derivative where f is an unspecified differentiable $1 + f(x^2)$: أوجد المشتقة:

- a) $2xf'(x^2)$
- b) $f'(x^2)$
- c) $1 + 2xf'(x)$
- d) $2xf'(x)$

38 b) Find the derivative where f is an unspecified differentiable $[1 + f(x)]^2$: أوجد المشتقة:

- a) $2[1 + f(x)]$
- b) $2f'(x)$
- c) $2[1 + f(x)]f'(x)$
- d) $1 + [f'(x)]^2$

38 c) Find the derivative where f is an unspecified differentiable $f(1 + f(x))$: أوجد المشتقة:

- a) $f'(1 + f(x))$
- b) $f'(x)f'(1 + f(x))$
- c) $1 + f'(x)$
- d) $f(1 + f'(x))$

Q14	Find the derivative of an inverse function using the Chain Rule. إيجاد مشتقة معكوس دالة باستخدام قاعدة السلسلة	17-22	176 187
-----	---	-------	------------

17) $f(x) = x^3 + 4x - 1, a = -1$ Find $g'(a)$ where g is the inverse of f .

أوجد $g'(a)$ اذا كانت g عكسية للدالة f عند a الموجودة.

- a) $\frac{1}{7}$
- b) $\frac{1}{3}$
- c) $\frac{1}{4}$
- d) $\frac{1}{5}$

18) $f(x) = x^5 + 4x - 2, a = -2$ Find $g'(a)$.

أوجد $g'(a)$ اذا كانت g عكسية للدالة f عند a الموجودة.

- a) $\frac{1}{36}$
- b) $\frac{1}{24}$
- c) $\frac{1}{12}$
- d) $\frac{1}{4}$

19) $f(x) = x^5 + 3x^3 + x, a = 5$ Find $g'(a)$.

أوجد $g'(a)$ اذا كانت g عكسية للدالة f عند a الموجودة.

- a) $\frac{1}{41}$
- b) $\frac{1}{25}$
- c) $\frac{1}{15}$
- d) $\frac{1}{35}$

20) $f(x) = x^3 + 2x + 1, a = -2$ Find $g'(a)$.

أوجد $g'(a)$ اذا كانت g عكسية للدالة f عند a الموجودة.

- a) $\frac{1}{5}$
- b) $\frac{1}{7}$
- c) $\frac{1}{9}$
- d) $\frac{1}{11}$

21) $f(x) = \sqrt{x^3 + 2x + 4}, a = 2$ Find $g'(a)$.

أوجد $g'(a)$ اذا كانت g عكسية للدالة f عند a الموجودة.

- a) $\frac{1}{4}$
- b) $\frac{1}{6}$
- c) $\frac{1}{2}$
- d) 2

22) $f(x) = \sqrt{x^5 + 4x^3 + 3x + 1}, a = 3$ Find $g'(a)$.

أوجد $g'(a)$ اذا كانت g عكسية للدالة f عند a الموجودة.

- a) $\frac{1}{20}$
- b) $\frac{1}{25}$
- c) $\frac{3}{10}$
- d) $\frac{1}{35}$

Q15	Find the derivatives of trigonometric functions using differentiation rules إيجاد مشتقات الدوال المثلثية باستخدام قواعد التفاضل	9-18	184 186
-----	--	------	------------

9. Find the derivative for $f(t) = \sin 3t \sec 3t$ أوجد المشتقة

- a) $3 \sec 3t \tan 3t$
- b) $3 \sin 3t \sec 3t \tan 3t$
- c) $3 \sec^2 3t$
- d) $3 \cos 3t \sec 3t$

10. Find the derivative for $f(x) = \sqrt{\cos(2x) \sec(2x)}$ أوجد المشتقة

- a) $\frac{-\cos(2x) \csc^2(2x) - \sin(2x) \sec(2x)}{\sqrt{\cos(2x) \cot(2x)}}$
- b) 1
- c) 0
- d) $\frac{-2 \cos(2x) \cot(2x) - 2 \sin(2x) \sec(2x)}{\sqrt{\cos(2x) \cot(2x)}}$

11. Find the derivative for $f(w) = \frac{1}{\sin 4w}$ أوجد المشتقة

- a) $4 \sec 4w \tan 4w$
- b) $-\frac{4 \cos 4w}{\sin^2 4w}$
- c) $-4 \csc 4w \cot 4w$
- d) $\frac{4}{\cos 4w}$

13. Find the derivative for $f(x) = 2 \sin 2x \cos 2x$ أوجد المشتقة

- a) $4 \cos^2 2x - 4 \sin^2 2x$
- b) $4 \cos 2x \sin 2x$
- c) $4 \cos 2x$
- d) $2 \cos 2x$

4cos 4x

15. Find the derivative for $f(x) = \tan \sqrt{x^2 + 1}$ أوجد المشتقة

- a) $\sec^2 \sqrt{x^2 + 1}$
- b) $\frac{x \sec^2 \sqrt{x^2 + 1}}{2\sqrt{x^2 + 1}}$
- c) $\frac{\sec^2 \sqrt{x^2 + 1}}{2\sqrt{x^2 + 1}}$
- d) $\frac{x \sec^2 \sqrt{x^2 + 1}}{\sqrt{x^2 + 1}}$

16. Find the derivative for $f(t) = \sqrt{\cos 5t \sec 5t}$ أوجد المشتقة

- a) $\frac{5 \sin 5t}{2\sqrt{\cos 5t \sec 5t}}$
- b) 0
- c) $\frac{5 \tan 5t}{2\sqrt{\sec 5t}}$
- d) $\frac{5}{2\sqrt{\cos 5t}}$

17. Find the derivative for $f(x) = \sin^3(\cos \sqrt{x^3 + 2x^2})$ أوجد المشتقة

- a) $3 \sin^2(\cos \sqrt{x^3 + 2x^2}) \cos(\cos \sqrt{x^3 + 2x^2})$
- b) $-\frac{3x(3x+4) \sin^2(\cos \sqrt{x^3 + 2x^2}) \cos(\cos \sqrt{x^3 + 2x^2}) \sin \sqrt{x^3 + 2x^2}}{2\sqrt{x^3 + 2x^2}}$
- c) $-\frac{3x^2 \sin^2(\cos \sqrt{x^3 + 2x^2}) \sin \sqrt{x^3 + 2x^2}}{2\sqrt{x^3 + 2x^2}}$
- d) $\frac{3 \sin^2(\cos \sqrt{x^3 + 2x^2}) \cos \sqrt{x^3 + 2x^2}}{2\sqrt{x^3 + 2x^2}}$

18. Find the derivative for $f(w) = w^2 \sec^2 3w$ أوجد المشتقة

- a) $2w \sec^2 3w + 3w^2 \sec 3w \tan 3w$
- b) $w^2 \sec 3w \tan 3w$
- c) $2w \sec^2 3w$
- d) $2w \sec^2 3w + 6w^2 \sec^2 3w \tan 3w$

19. Find the derivative for $f(x) = 4\sin^2 3x + 4\cos^2 3x$ أوجد المشتقة

- a) $24\sin 3x \cos 3x$
- b) $12(\cos^2 3x - \sin^2 3x)$
- c) 0
- d) $24(\sin 3x - \cos 3x)$

20. Find the derivative for $f(x) = 4x^2 \sin x \sec 3x$ أوجد المشتقة

- a) $8x \sin x \sec 3x + 4x^2 \cos x \sec 3x - 12x^2 \sin x \sec 3x \tan 3x$
- b) $4x^2 \cos x \sec 3x - 12x^2 \sin x \sec 3x \tan 3x$
- c) $8x \sin x \sec 3x + 12x^2 \sin x \sec 3x \tan 3x$
- d) $8x \sin x \sec 3x + 4x^2 \cos x \sec 3x + 12x^2 \sin x \sec 3x \tan 3x$

Lesson 3-7

16	Find the derivatives of natural logarithmic functions إيجاد مشتقات الدوال اللوغاريتمية الطبيعية	39-44	194 196
----	--	-------	------------

39. Find the derivative for $f(x) = x^{\sin x}$ أوجد المشتقة

- a) $x^{\sin x} \left(\frac{\sin x}{x} + \ln x \cos x \right)$
b) $x^{\sin x} \left(\cos x \ln x + \frac{\sin x}{x} \right)$
c) $x^{\sin x} \left(\sin x \cdot \frac{1}{x} + \cos x \cdot \ln x \right)$
d) $x^{\sin x} \left(\frac{\sin x}{x} + \cos x \ln x \right)$

40. Find the derivative for $f(x) = x^{4-x^2}$ أوجد المشتقة

- a) $x^{4-x^2} \left(\frac{4-x^2}{x} - 2x \right)$
b) $x^{4-x^2} \left(-\frac{4-x^2}{x} - 2x \ln x \right)$
c) $x^{4-x^2} \left(\frac{4-x^2}{x} + 2x \ln x \right)$
d) $x^{4-x^2} \left(\frac{4-x^2}{x} - 2x \ln x \right)$

41. Find the derivative for $f(x) = (\sin x)^x$ أوجد المشتقة

- a) $(\sin x)^x \left(\frac{x}{\sin x} + \ln(\sin x) \cos x \right)$
- b) $(\sin x)^x \left(\ln(\sin x) + \frac{x \cos x}{\sin x} \right)$
- c) $(\sin x)^x (\ln(\sin x) + x \cot x)$
- d) $(\sin x)^x \left(\ln(\sin x) + x \frac{\cos x}{\sin x} \right)$

42. Find the derivative for $f(x) = (x^2)^{4x}$ أوجد المشتقة

- a) $(x^2)^{4x} (8 \ln x + 8)$
- b) $(x^2)^{4x} (8x \ln x + 8x)$
- c) $(x^2)^{4x} (4 \ln x + 4)$
- d) $(x^2)^{4x} (8 \ln x + 4)$

43. Find the derivative for $f(x) = x^{\ln x}$ أوجد المشتقة

- a) $2x^{\ln x - 1} \ln x$
- b) $x^{\ln x} \cdot \frac{2 \ln x}{x}$
- c) $2x^{\ln x} \cdot \frac{\ln x}{x}$
- d) $x^{\ln x} \cdot \frac{1 + \ln x}{x}$

44. Find the derivative for $f(x) = x^{\sqrt{x}}$ أوجد المشتقة

- a) $x^{\sqrt{x}} \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{\ln x}{\sqrt{x}} \right)$
- b) $x^{\sqrt{x}} \left(\frac{\ln x}{2\sqrt{x}} + \frac{2}{\sqrt{x}} \right)$
- c) $x^{\sqrt{x}} \left(\frac{\ln x}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$
- d) $x^{\sqrt{x}} \left(\frac{\ln x}{\sqrt{x}} + \frac{1}{2\sqrt{x}} \right)$

17	Find the derivatives of exponential functions إيجاد مشتقات الدوال الأسية	1-14	193 195
----	---	------	------------

1. Find the derivative for $f(x) = x^3 e^x$ أوجد المشتقة

- a) $3x^3 e^x + x^3 e^x$
- b) $x^2 e^x (3 + x)$
- c) $e^x (3x^2 + x^3)$
- d) $x^3 e^x + 3x^2 e^x$

2. Find the derivative for $f(x) = e^{2x} \cos 4x$ أوجد المشتقة

- a) $2e^{2x} \cos 4x + 4e^{2x} \sin 4x$
- b) $e^{2x} (2 \cos 4x + 4 \sin 4x)$
- c) $2e^{2x} \cos 4x + 4e^{2x} \sin 4x$
- d) $e^{2x} (2 \cos 4x - 4 \sin 4x)$

3. Find the derivative for $f(t) = t + 2^t$ أوجد المشتقة

- a) $1 + 2^t \ln 2$
- b) $1 + t \cdot 2^{t-1}$
- c) $1 + 2^t$
- d) $1 + \ln 2 \cdot 2^t$

4. Find the derivative for $f(t) = t \cdot 4^{3t}$ أوجد المشتقة

- a) $4^{3t} + t \cdot 4^{3t} \ln 4$
- b) $4^{3t}(1 + 3t \ln 4)$
- c) $4^{3t} + t \cdot 3 \cdot 4^{3t} \ln 4$
- d) $4^{3t}(1 + 3 \ln 4)$

5. Find the derivative for $f(x) = 2e^{4x+1}$ أوجد المشتقة

- a) $8e^{4x}$
- b) $2e^{4x+1}$
- c) $8e^{4x+1}$
- d) $2e^4$

6. Find the derivative for $f(x) = (1/e)^x$ أوجد المشتقة

- a) $-(1/e)^x \ln (1/e)$
- b) $(1/e)^x$
- c) $-(1/e)^x \ln e$
- d) $-(e)^x$

7. Find the derivative for $h(x) = (1/3)^{x^2}$ أوجد المشتقة

- a) $2x \cdot (1/3)^{x^2} \ln(3)$
- b) $(1/3)^{x^2} \ln(1/3)$
- c) $x^2 \cdot (1/3)^{x^2-1}$
- d) $-2x \cdot (1/3)^{x^2} \ln(3)$

8. Find the derivative for $h(x) = 4^{-x^2}$ أوجد المشتقة

- a) $-2x \cdot 4^{-x^2} \ln 4$
- b) $2x \cdot 4^{-x^2} \ln 4$
- c) $-x \cdot 4^{-x^2} \ln 4$
- d) $4^{-x^2} \ln 4$

9. Find the derivative for $f(u) = e^{u^2+4u}$ أوجد المشتقة

- a) e^{2u+4}
- b) $(2u + 4)e^{u^2+4u}$
- c) $e^{u^2+4u}(2u + 4)$
- d) $e^{u^2+4u} \cdot 2u$

10. Find the derivative for $f(u) = 3e^{\tan u}$ أوجد المشتقة

- a) $3e^{\tan u} \sec^2 u$
- b) $3e^{\tan u} \tan u$
- c) $3e^{\tan u} \sec u$
- d) $e^{\tan u} \sec^2 u$

11. Find the derivative for $f(w) = \frac{e^{4w}}{w}$ أوجد المشتقة

- a) $\frac{4we^{4w} - e^{4w}}{w^2}$
- b) $\frac{e^{4w}(4w-1)}{w^2}$
- c) $\frac{4e^{4w}}{w} - \frac{e^{4w}}{w^2}$
- d) $\frac{e^{4w}(4w-1)}{w}$

12. Find the derivative for $f(w) = \frac{w}{e^{6w}}$ أوجد المشتقة

- a) $\frac{1+6w}{e^{6w}}$
- b) $\frac{e^{6w} - 6we^{6w}}{e^{12w}}$
- c) $\frac{1-6w}{e^{6w}}$
- d) $\frac{1}{e^{6w}} - \frac{6w}{e^{6w}}$

13. Find the derivative for $f(x) = \ln 2x$ أوجد المشتقة

- a) $\frac{1}{2x}$
- b) $\frac{1}{x}$
- c) $\frac{2}{x}$
- d) $\frac{1}{x} \ln 2$

14. Find the derivative for $f(x) = \ln \sqrt{8x}$ أوجد المشتقة

- a) $\frac{1}{2x}$
- b) $\frac{1}{x}$
- c) $\frac{1}{8x}$
- d) $\frac{1}{4x}$



Q23	Solve real-life problems using derivatives of exponential and logarithmic functions حل المشكلات الحياتية باستخدام مشتقات الدوال الأسية واللوغاريتمية	25-30	194 196
-----	---	-------	------------

25. Find the equation of the tangent line to $y = 3e^{x^2}$ at $x = 1$ أوجد معادلة المماس للمنحنى

Answer: $y = 6ex - 3e$

26. Find the equation of the tangent line to $y = 3^{x^e}$ at $x = 1$ أوجد معادلة المماس للمنحنى

Answer: $y = 3e \ln 3 \cdot (x - 1) + 3$

27. Find the equation of the tangent line to $y = x^2 \ln x$ at $x = 1$ أوجد معادلة المماس للمنحنى $y = x^2 \ln x$ عند $x = 1$

Answer: $y = x - 1$

28. Find the equation of the tangent line to $y = 2 \ln x^3$ at $x = 1$ أوجد معادلة المماس للمنحنى $y = 2 \ln x^3$ عند $x = 1$

Answer: $y = 6x - 6$

29. (a) Find all values of x for which the tangent line to $y = xe^{-2x}$ is horizontal

29. (i) أوجد جميع قيم x التي يكون عندها خط المماس للدالة $y = xe^{-2x}$ أفقياً

Answer: $x = \frac{1}{2}$

29. (b) Find all values of x for which the tangent line to $y = xe^{-3x}$ is horizontal

29. (ب) أوجد جميع قيم x التي يكون عندها خط المماس للدالة $y = xe^{-3x}$ أفقياً

Answer: $x = \frac{1}{3}$

30. (a) Find all values of x for which the tangent line to $y = x^2 e^{-2x}$ is horizontal

30. (i) أوجد جميع قيم x التي يكون عندها خط المماس للدالة $y = x^2 e^{-2x}$ أفقياً

Answer: $x = 0, 1$

30. (b) Find all values of x for which the tangent line to $y = x^2 e^{-3x}$ is horizontal

30. (ب) أوجد جميع قيم x التي يكون عندها خط المماس للدالة $y = x^2 e^{-3x}$ أفقياً

Answer: $x = 0, \frac{2}{3}$

Lesson 3-8

18	Use implicit differentiation to find derivatives of inverse trigonometric functions استخدام الاشتقاق الضمني لإيجاد مشتقات الدوال المثلثية العكسية	29-32	204 206
----	--	-------	------------

29. (a) Find the derivative for $f(x) = \sin^{-1}(x^3 + 1)$ أوجد المشتقة

- a) $\frac{1}{\sqrt{1-(x^3+1)^2}}$
b) $\frac{3x^2}{\sqrt{1-x^6-2x^3}}$
c) $\frac{3x^2}{\sqrt{-x^6-2x^3}}$
d) $\frac{3x^2}{\sqrt{1-(x^3+1)^2}}$

29. (b) Find the derivative for $f(x) = \sin^{-1}(\sqrt{x})$ أوجد المشتقة

- a) $\frac{1}{2\sqrt{1-x}}$
b) $\frac{1}{\sqrt{1-x}}$
c) $\frac{1}{2\sqrt{x(1-x)}}$
d) $\frac{1}{2\sqrt{x-x^2}}$

30. (a) Find the derivative for $f(x) = \cos^{-1}(x^2 + x)$ أوجد المشتقة

- a) $\frac{2x+1}{\sqrt{1-x^4-2x^3-x^2}}$
b) $-\frac{2x+1}{\sqrt{1-(x^2+x)^2}}$
c) $-\frac{1}{\sqrt{1-(x^2+x)^2}}$
d) $-\frac{2x+1}{\sqrt{1-x^2-x}}$

30. (b) Find the derivative for $f(x) = \cos^{-1}(2/x)$ أوجد المشتقة

- a) $\frac{2}{x^2\sqrt{1-4/x^2}}$
b) $\frac{2}{|x|\sqrt{x^2-4}}$
c) $-\frac{2}{x^2\sqrt{1-4/x^2}}$
d) $\frac{2}{x\sqrt{x^2-4}}$

31. (a) Find the derivative for $f(x) = \tan^{-1}(\sqrt{x})$ أوجد المشتقة

- a) $\frac{1}{2\sqrt{x}(1+x)}$
b) $\frac{1}{1+x}$
c) $\frac{1}{\sqrt{x}(1+x)}$
d) $\frac{1}{2(1+x)\sqrt{x}}$

31. (b) Find the derivative for $f(x) = \tan^{-1}(1/x)$ أوجد المشتقة

Options:

- a) $-\frac{1}{1-x^2}$
b) $\frac{1}{1+x^2}$
c) $-\frac{1}{x^2+1}$
d) $\frac{1}{x^2(1+1/x^2)}$

32. (a) Find the derivative for $f(x) = \sqrt{2 + \tan^{-1} x}$ أوجد المشتقة

a) $\frac{1}{2\sqrt{2+\tan^{-1} x} \cdot (1+x^2)}$

b) $\frac{1}{2\sqrt{2+\tan^{-1} x}}$

c) $\frac{1}{(1+x^2)\sqrt{2+\tan^{-1} x}}$

d) $\frac{1}{2(1+x^2)\sqrt{2+\tan^{-1} x}}$

32. (b) Find the derivative for $f(x) = e^{\tan^{-1} x}$ أوجد المشتقة

a) $\frac{e^{\tan^{-1} x}}{1+x^2}$

b) $e^{\tan^{-1} x}$

c) $\frac{e^{\tan^{-1} x}}{\sqrt{1+x^2}}$

d) $e^{\tan^{-1} x} \cdot \tan^{-1} x$

24	Find derivatives implicitly إيجاد المشتقات للعلاقات الضمنية	Ex4	199 201
----	--	-----	------------

EXAMPLE 8.4 Finding a Second Derivative Implicitly

Find $y''(x)$ implicitly for $y^2 + 2e^{-xy} = 6$. Then find the value of y'' at the point $(0,2)$.

أوجد المشتقة الضمنية $y''(x)$ للدالة $y^2 + 2e^{-xy} = 6$. وبعد ذلك أوجد قيمة y'' عند النقطة $(0,2)$



$$y''(0) = -\frac{3}{2}$$

25	Use implicit differentiation to find derivatives of inverse trigonometric functions استخدام الاشتقاق الضمني لإيجاد مشتقات الدوال المثلثية العكسية	29-32	204 206
----	--	-------	------------

29. (a) Find the derivative for $f(x) = \sin^{-1}(x^3 + 1)$ أوجد المشتقة

$$f'(x) = \frac{3x^2}{\sqrt{1 - (x^3 + 1)^2}}$$

29. (b) Find the derivative for $f(x) = \sin^{-1}(\sqrt{x})$ أوجد المشتقة

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x(1-x)}}$$

30. (a) Find the derivative for $f(x) = \cos^{-1}(x^2 + x)$ أوجد المشتقة

$$f'(x) = -\frac{2x + 1}{\sqrt{1 - (x^2 + x)^2}}$$

30. (b) Find the derivative for $f(x) = \cos^{-1}(2/x)$ أوجد المشتقة

$$f'(x) = \frac{2}{x^2 \sqrt{1 - \frac{4}{x^2}}} \text{ or } \frac{2}{x \sqrt{x^2 - 4}}$$

31. (a) Find the derivative for $f(x) = \tan^{-1}(\sqrt{x})$ أوجد المشتقة

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}(1+x)}$$

31. (b) Find the derivative for $f(x) = \tan^{-1}(1/x)$ أوجد المشتقة

$$f'(x) = -\frac{1}{1+x^2}$$

32. (a) Find the derivative for $f(x) = \sqrt{2 + \tan^{-1} x}$ أوجد المشتقة

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{2 + \tan^{-1} x} \cdot (1 + x^2)}$$

32. (b) Find the derivative for $f(x) = e^{\tan^{-1} x}$ أوجد المشتقة

$$f'(x) = \frac{e^{\tan^{-1} x}}{1 + x^2}$$

Lesson 3-10

Q19	Learn Rolle's Theorem and use it in applications فهم نظرية رول واستخدامها في التطبيقات	Ex1	214 216
-----	---	-----	------------

Find a value of c satisfying the conclusion of Rolle's Theorem for

أوجد قيمة c تحقق نتيجة نظرية رول للدالة في الفترة المعطاة.

Ex1: $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 2$ on the interval $[0, 1]$.

- a) $c = 1.57$
- b) $c = 0.4226$
- c) $c = 1.57$ and 0.4226
- d) $c = \frac{2}{3}$

1) $f(x) = x^3 + x^2, [0, 1]$

أوجد قيمة c تحقق نتيجة نظرية رول للدالة في الفترة المعطاة.

- a) $c = -1.22$
- b) $c = 1$
- c) $c = 0$
- d) $c = 0.55$

2) $f(x) = \sin x, [0, \frac{\pi}{2}]$

أوجد قيمة c تحقق نتيجة نظرية رول للدالة في الفترة المعطاة.

- a) $c = \frac{2}{\pi}$
- b) $c = 0.63$
- c) $c = 0.88$
- d) $c = 0$

Q20	Learn the Mean Value Theorem and use it in applications تعلم نظرية القيمة المتوسطة واستخدمها في	Ex5	219 221
-----	--	-----	------------

EXAMPLE 10.5 Proving an Inequality for sin X Prove that $|\sin a| < |a|$ for all $a \neq 0$.

المثال 10.5: إثبات متباينة للدالة الجيب أثبت أن $|\sin a| < |a|$ لكل $a \neq 0$.

- Using the Mean Value Theorem on $f(x) = \sin x$
- Using the Taylor series expansion of $\sin x$
- Using the fact that $\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$
- Using the definition of the derivative at $x = 0$

a) استخدام نظرية القيمة المتوسطة على $f(x) = \sin x$

b) استخدام متسلسلة تايلور للدالة $\sin x$

c) استخدام حقيقة أن $\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$

d) استخدام تعريف المشتقة عند $x = 0$



Q26	Understand the Mean Value Theorem and use it in applications. التعرف على نظرية القيمة المتوسطة واستخدامها في التطبيقات	30-40	219 221
-----	---	-------	------------

30. If $f'(x) < 0$ for all x , prove that $f(x)$ is a decreasing function:
that is, if $a < b$, then $f(a) > f(b)$.

إذا كانت $f'(x) < 0$ لكل قيم x ، اثبت أن $f(x)$ دالة تناقصية إذا كان $a < b$ فإنه $f(a) > f(b)$.

31. Find the derivative and determine whether the function is increasing, decreasing or neither for

أوجد المشتقة ثم حدد الدالة تناقصية أم تزايدية أم غير ذلك

$$f(x) = x^3 + 5x + 1$$

$$f'(x) = 3x^2 + 5, \text{ Increasing}$$

32. Find the derivative and determine whether the function is increasing, decreasing or neither for

أوجد المشتقة ثم حدد الدالة تناقصية أم تزايدية أم غير ذلك

$$f(x) = x^5 + 3x^3 - 1$$

$$f'(x) = 5x^4 + 9x^2, \text{ Increasing}$$

33. Find the derivative and determine whether the function is increasing, decreasing or neither for

أوجد المشتقة ثم حدد الدالة تناقصية أم تزايدية أم غير ذلك

$$f(x) = -x^3 - 3x + 1$$

$$f'(x) = -3x^2 - 3, \text{ Decreasing}$$

34. Find the derivative and determine whether the function is increasing, decreasing or neither for

أوجد المشتقة ثم حدد الدالة تناقصية أم تزايدية أم غير ذلك

$$f(x) = x^4 + 2x^2 + 1$$

$$f'(x) = 4x^3 + 4x, \text{ neither}$$

35. Find the derivative and determine whether the function is increasing, decreasing or neither for

أوجد المشتقة ثم حدد الدالة تناقصية أم تزايدية أم غير ذلك

$$f(x) = e^x$$

$$f'(x) = e^x, \text{ Increasing}$$

36. Find the derivative and determine whether the function is increasing, decreasing or neither for

أوجد المشتقة ثم حدد الدالة تناقصية أم تزايدية أم غير ذلك
 $f(x) = e^{-x}$

$$f'(x) = -e^{-x}, \text{ Decreasing}$$

37. Find the derivative and determine whether the function is increasing, decreasing or neither for

أوجد المشتقة ثم حدد الدالة تناقصية أم تزايدية أم غير ذلك
 $f(x) = \ln x$

$$f'(x) = \frac{1}{x}, \text{ Increasing}$$

38. Find the derivative and determine whether the function is increasing, decreasing or neither for

أوجد المشتقة ثم حدد الدالة تناقصية أم تزايدية أم غير ذلك
 $f(x) = \ln x^2$

$$f'(x) = \frac{2}{x} \text{ neither}$$

39. Suppose that $s(t)$ gives the position of an object at time t . If s is differentiable on the interval $[a, b]$, prove that at some time $t = c$, the instantaneous velocity at $t = c$ equals the average velocity between times $t = a$ and $t = b$.

، فاثبت أنه $[a, b]$ قابلة للاشتقاق على الفترة s إذا كانت t يعطي موقع جسم ما عند الزمن $s(t)$ افترض أن 39. $t = a$ والزمن $t = b$ تساوي السرعة المتوسطة بين الزمن $t = c$ ، فإن السرعة اللحظية عند $t = c$ عند زمن ما

Mean Value Theorem

40) Two runners start a race at time 0. At some time $t = a$, one runner has pulled ahead, but the other runner has taken the lead by time $t = b$. Prove that at some time $t = c > 0$, the runners were going exactly the same speed.

، تقدم أحد العدائين، ولكن العداء الآخر أخذ الصدارة بحلول $t = a$ تيبداً عداءان السباق عند الزمن 0. عند زمن ما
، كان العداءان يتحركان بالسرعة نفسها تماماً $t = c > 0$ اثبت أنه عند زمن ما $t = b$ الزمن

Intermediate Value Theorem for velocities

41) If f and g are differentiable functions on the interval $[a, b]$ with $f(a) = g(a)$ and $f(b) = g(b)$, prove that at some point in the interval $[a, b]$, f and g have parallel tangent lines.

، فاثبت أنه $f(b) = g(b)$ و $f(a) = g(a)$ بحيث $[a, b]$ دالتين قابلتين للاشتقاق على الفترة g و f إذا كانت
خطوط مماسة متوازية g و f ، يكون لـ $[a, b]$ عند نقطة ما في الفترة

Mean Value Theorem for parallel tangents