تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

أوراق عمل جميع دروس الوحدة الثانية النهايات والاتصال

موقع المناهج ⇦ المناهج الإماراتية ⇦ الصف الثاني عشر المتقدم ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الأول ⇦ أوراق عمل ⇦ الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2024-10-13 22:26:43

المزيد من مادة رياضيات:	ملفات ا كتب للمعلم ا كتب للطالب ا اختبارات الكترونية ا اختبارات ا حلول ا عروض بوربوينت ا أوراق عمل منهج انجليزي ا ملخصات وتقارير ا مذكرات وبنوك ا الامتحان النهائي ا للمدرس
	إعداد: عماد عودة

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر المتقدم

صفحة المناهج الإماراتية على فيسبوك					
المواد على تلغرام	التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات	

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الأول

1	أوراق عمل جميع دروس الوحدة الثالثة التفاضل
2	أوراق عمل الدرس الثالث حساب المشتقات من الوحدة الثالثة الاشتقاق
3	مراجعة الدرسين الأول والثاني المماسات والسرعة المتجهة الاشتقاق من الوحدة الثالثة
4	أوراق عمل شاملة الوحدة الثالثة Differentiation التفاضل
5	أوراق عمل الدرس الثاني The limit of concept من الوحدة الثانية متبوعة بالإجابات

الرياضيات
MATHEMATICS

2024-2025

عماد عودة

الصف الثاني عشر متقدم
12 Advanced

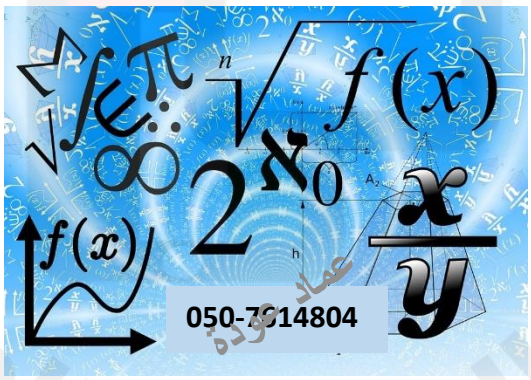
الفصل الاول

عماد عودة

الوحدة(2) Chapter

عماد عودة

Teacher الاستاذ
عماد عودة
IMAD ODEH



عماد عودة
عماد عودة
عماد عودة

اسم الطالب: -

عماد عودة

الأستاذ عماد عودة 0507614804
https://t.me/+v1n4wuNV2B83NDA0 http://www.youtube.com/@imaths2022

الطلاب الأعزاء

في بداية العام الدراسي الجديد أود الترحيب بكم جميعا متمنيا لكم التوفيق واسأل الله ان تعينكم هذه الملزمة على تحقيق أفضل النتائج في امتحانات الثانوية العامة وفي جميع أمور حياتكم

في البداية تم اعداد هذه الملزمة بشكل يساعدكم على الوصول على جميع الأفكار والاسئلة والتمارين الواردة في الكتاب المدرسي الذي يمثل المرجع الأساسي للجميع في المذاكرة والمراجعة حيث تم وضع الأسئلة حسب الهيكل المعتمد في السنوات السابقة بالإضافة الى أسئلة السنوات الخمس السابقة والتي من شأنها ان تساعدكم في الاستعداد لامتحاناتكم خلال الفصل الدراسي بحيث تضمن لمن يستطيع حل جميع الأسئلة الحصول على أفضل الدرجات بإذن الله تعالى.

كما ان هذه الأسئلة وضعت لتناسب جميع مستويات الطلبة بحيث يستطيع الطالب المتميز حل الأسئلة لضمان تفوقه والطالب المتوسط يستطيع حل أكبر عدد من الأسئلة لضمان حصوله على أفضل الدرجات.

تم تقسيم الملزمة حسب دروس الكتاب وأضافه أسئلة السنوات السابقة مع عدد من الأسئلة ذات المهارات العليا التي تساعدكم على فهم الدروس بشكل مميز وأكثر عمقا. تم حل بعض الأمثلة وتوضيح طرق الحل بالآلة الحاسبة لبعض منها

كما ان هناك عدد من الأسئلة وضعت فقط لتحدي قدرات الطلبة وفي حال واجهت صعوبة في حلها بإمكانك مناقشتها مع زملائك ومعلمك او الاطلاع على ملزمة الحل للحصول على الحلول الصحيحة ومن ثم متابعة حل بقية الأسئلة

تم أعداد هذه الملزمة باللغتين العربية والانجليزية لتناسب جميع الطلبة

سيتم الحاق ملزمة اختبر نفسك لكل درس من دروس الكتاب ليساعدكم على اختبار قدراتكم وفقا لأسئلة الاختبار

في حال وجد هناك أي خطأ مطبعي ارجو التواصل للتعديل

اسأل الله ان يوفقكم جميعا

الفصل الاول

Trimester 1

الوحدة Chapter	الدرس Lesson
Limits and Continuity	2-1 A Brief Preview of Calculus: Tangent Lines and the Length of a Curve 2-2 The Concept of Limit 2-3 Computation of Limits 2-4 Continuity and Its Consequences 2-5 Limits Involving Infinity; Asymptotes

عماد عودة
عماد عودة
عماد عودة

2-1
A BRIEF PREVIEW OF CALCULUS:
TANGENT LINES AND THE LENGTH OF A CURVE
مراجعة موجزة عن التفاضل والتكامل
المماسات وطول المنحنى

عماد عودة

$$\text{Slope} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \text{الميل}$$

Solved Example	مثال محلول

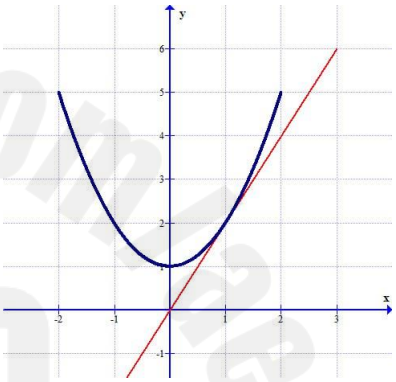
Q1 Estimate the slope of

س1 قدر ميل المنحنى ل

$$y = x^2 + 1 \quad at\ x = 1$$

في حال كان هذا السؤال اختيار من متعدد (ضع دائرة) من

الممكن حله بالالة الحاسبة كما يلي



وفي حال كان سؤال حل كتابي يتم حله بالخطوات التالية

أولا:- نوجد قيمة y عندما $x = 1$

$$x = 1\ , y = (1)^2 + 1 = 2$$

اي نحتاج دراسة ميل عندما نقترب من النقطة $(1, 2)$

ثانيا: - نختار نقطتين قريبتين منها ومن ثم نقوم بحساب الميل كلما اقتربنا من النقطة المطلوبة

نبدء من اليسار عند النقطة $(0,1)$

ومن اليمين عند النقطة $(2,5)$

ثالثا نقوم بحساب الميل كلما اقتربنا من النقطة المطلوبة باستخدام قانون الميل $m_{sec} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

و الجدول التالي او اي طريقة اخرى

Point	$(1,2)\ ,(2,5)$	$(1,2)\ ,(1.1,2.21)$	$(1,2)\ ,(1.01,2.0201)$	$slope\ at\ x = 1$	$(1,2)\ ,(0.99,1.9801)$	$(1,2)\ ,(0.9,1.81)$	$(1,2)\ ,(0,1)$
$m_{sec} =$	$\frac{5-2}{2-1} = 3$	$\frac{2.21-2}{1.1-1} = 2.1$	$\frac{2.0201-2}{1.01-1} = 2.01$		$\frac{1.9801-2}{0.99,1-1} = 1.99$	$\frac{1-1.81}{0.9-1} = 1.9$	$\frac{1-2}{0-1} = 1$

2

من الجدول السابق نلاحظ انه كلما اقتربنا من النقطة $(1, 2)$من اليسار ومن اليمين فان ميل القاطع يقترب من العدد 2 وعليه فان ميل المنحنى $y = x^2 + 1$ عند $x = 1$ يساوي 2

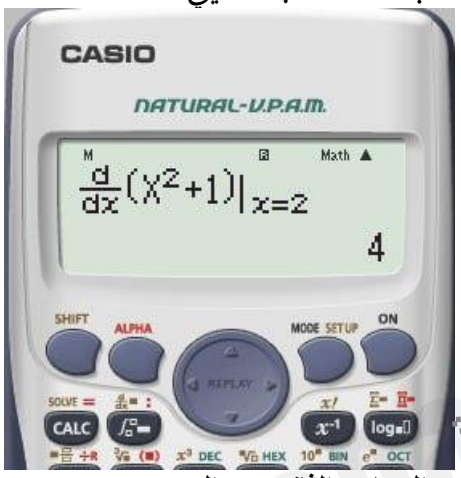
Solved Example	مثال محلول

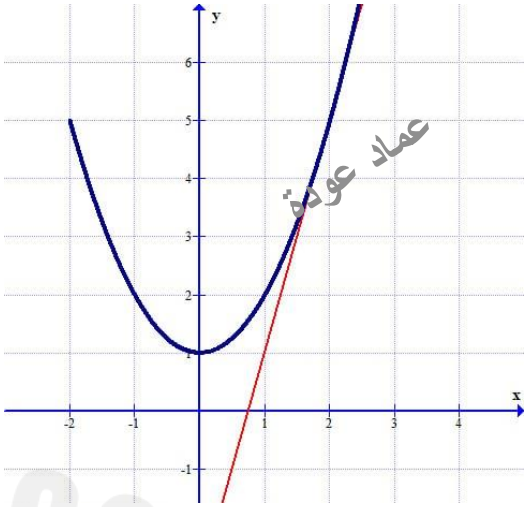
Q2 Estimate the slope of

س2 قدر ميل المنحنى ل

$$y = x^2 + 1 \qquad a = 2$$

في حال كان هذا السؤال اختيار من متعدد (ضع دائرة) من الممكن حله بالالة الحاسبة كما يلي





بالامكان استخدام جدولين منفصلين الاول لحساب قيمة الميل كلما اقتربنا من اليسار والثاني من اليمين

النقطة المطلوب حساب الميل عندها تكون $(x, y) = (2, 5)$ $\longrightarrow$ $y = (2)^2 + 1 = 5$ $\longrightarrow$ $x = 2$

اليسار

Second point	$m_{sec} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
(1,2)	$\frac{2-5}{1-2} = 3$
(1.9,4.61)	$\frac{4.61-5}{1.9-2} = 3.9$
(1.99,4.9601)	$\frac{4.9601-5}{1.99-2} = \mathbf{3.99}$

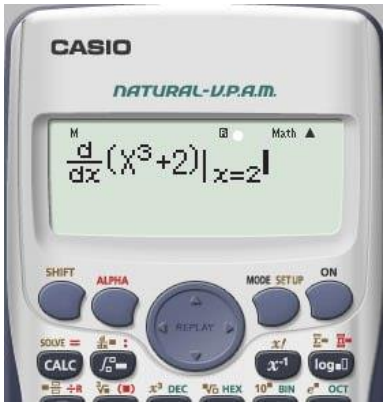
اليمين

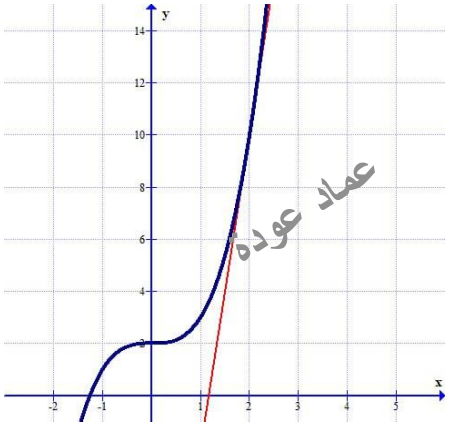
Second point	$m_{sec} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
(3,10)	$\frac{10-5}{3-2} = 5$
(2.1,5.41)	$\frac{5.41-5}{2.1-2} = 4.1$
(2.01,5.0401)	$\frac{5.04101-5}{2.01-2} = \mathbf{4.101}$

نلاحظ من كلا الجدولين انه كلما اقتربنا من النقطة $(2,5)$ من اليمين واليسار فان قيمة الميل تقترب من العدد 4

عماد عودة

في حال كان هذا السؤال اختيار من متعدد (ضع دائرة) من الممكن حله بالالة الحاسبة كما يلي





عماد عودة

بالامكان استخدام جدولين منفصلين الاول لحساب قيمة الميل كلما اقتربنا من اليسار والثاني من اليمين

النقطة المطلوب حساب الميل عندها تكون $(x, y) = (2, 10)$ $\longrightarrow$ $y = (2)^3 + 2 = 10$ $\longrightarrow$ $x = 2$

Second point	$m_{sec} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
(3,29)	

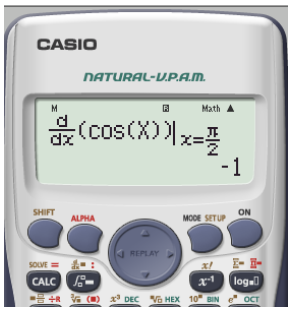
Second point	$m_{sec} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
(1,3)	

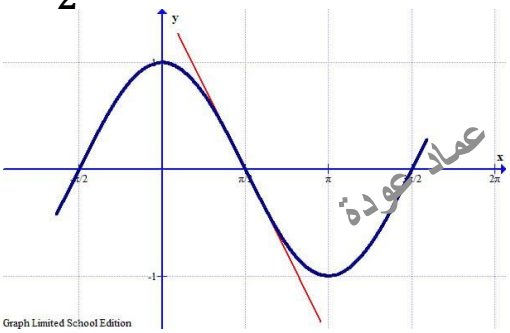
عماد عودة
عماد عودة
عماد عودة
عماد عودة

Q4 Estimate the slope of

س4 قدر ميل المنحنى ل

$$y = \cos x \qquad a = \frac{\pi}{2}$$





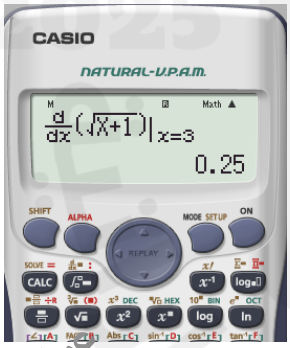
Second point	$m_{sec} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

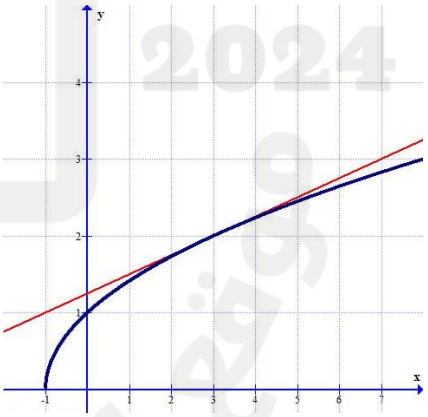
Second point	$m_{sec} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Q5 Estimate the slope of

س5 قدر ميل المنحنى ل

$$y = \sqrt{x+1} \qquad a = 3$$





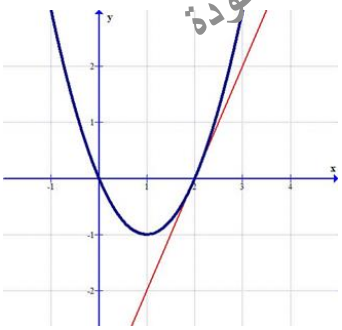
Second point	$m_{sec} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Second point	$m_{sec} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Q6 Estimate the slope of

س6 قدر ميل المنحنى ل

$$f(x) = x^2 - 2x \quad , \quad a = 2$$



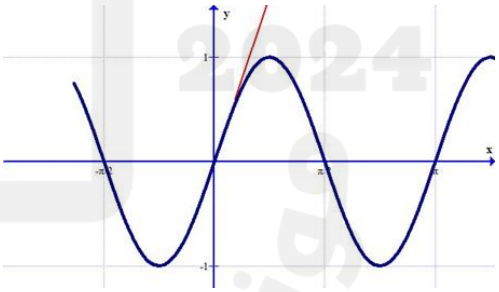
Second point	$m_{sec} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Second point	$m_{sec} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Q7 Estimate the slope of

س7 قدر ميل المنحنى ل

$$f(x) = \sin 2x \, , \quad a = 0$$



Second point	$m_{sec} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Second point	$m_{sec} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Distance between two points $a(x_1, y_1)$ and $b(x_2, y_2)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Solved Example	مثال محلول

Q1 Estimate the length of the curve on the given interval

$$y = (x-1)^2 \ , \quad 0 \le x \le 3$$

Using $n = 1$ line segments

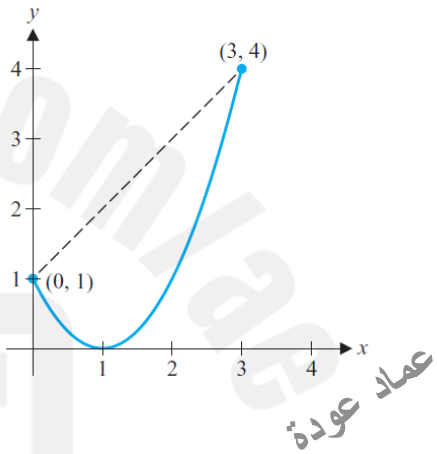
س1 قدر طول القوس في الفترة المعطاة

باستخدام $n = 1$ من القطع المستقيمة

وعليه نحتاج الى حساب المسافة بين النقطتين

$d_2 = d\{(0,1),(3,4)\}$

نطبق قانون المسافة بين نقطتين على القطعة



$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
$$d = \sqrt{(3-0)^2 + (4-1)^2}$$
$$d = \sqrt{(3)^2 + (3)^2}$$
$$d = \sqrt{9+9}$$
$$d = \sqrt{18}$$
$$d = 3\sqrt{2} \approx 4.24264$$

Solved Example	مثال محلول

Q2 Estimate the length of the curve on the given interval

$$y = (x-1)^2 \ , \quad 0 \le x \le 3$$

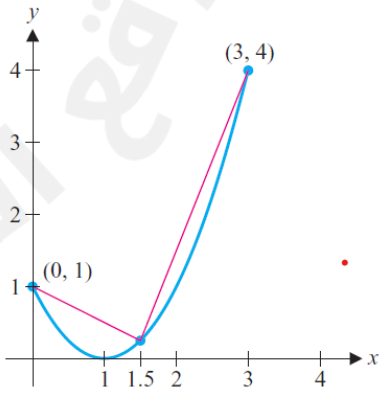
Using $n = 2$ line segments

س2 قدر طول القوس في الفترة المعطاة

باستخدام $n = 2$ من القطع المستقيمة

نقسم الفترة $[0,3]$ الى فترات جزئية طول كل منها

$$\Delta x = \frac{b-a}{n} = \frac{3-0}{2} = 1.5$$



وعليه نحتاج الى حساب مجموع القطعتين المستقيمتين كما يلي

$d_2 = d\{(0,1),(1.5,0.25)\} + d\{(1.5,0.25),(3,4)\}$

نطبق قانون المسافة بين نقطتين على كل قطعة من القطع

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
$$d_2 = \sqrt{(1.5-0)^2 + (0.25-1)^2} + \sqrt{(3-1.5)^2 + (4-0.25)^2}$$
$$d_2 = \sqrt{(1.5)^2 + (-0.75)^2} + \sqrt{(1.5)^2 + (3.75)^2}$$
$$d_2 \approx 5.71592$$

Solved Example	مثال محلول

Q3 Estimate the length of the curve on the given interval

$$y = (x-1)^2 \ , \quad 0 \le x \le 3$$

Using $n = 3$ line segments

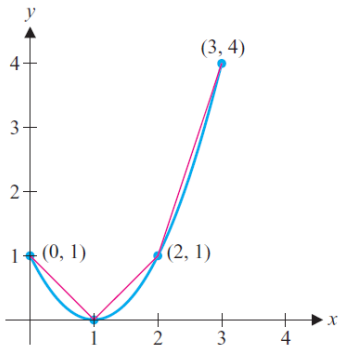
س3 قدر طول القوس في الفترة المعطاة

باستخدام $n = 3$ من القطع المستقيمة

نقسم الفترة $[0,3]$الى فترات جزئية طول كل منها

$$\Delta x = \frac{b-a}{n} = \frac{3-0}{3} = 1$$

وعليه نحتاج الى حساب مجموع القطع المستقيمة الثلاث كما يلي



$$d_3 = d\{(0,1),(1,0)\} + d\{(1,0),(2,1)\} + d\{(2,1),(3,4)\}$$

$$d = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$$

$$d_3 = \sqrt{(1-0)^2 + (0-1)^2} + \sqrt{(2-1)^2 + (1-0)^2} + \sqrt{(3-2)^2 + (4-1)^2}$$

$$d_3 = \sqrt{(1)^2 + (-1)^2} + \sqrt{(1)^2 + (1)^2} + \sqrt{(1)^2 + (3)^2}$$

$$d_3 = \sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{10} \approx 5.99070$$

Solved Example	مثال محلول

Q4 Estimate the length of the curve

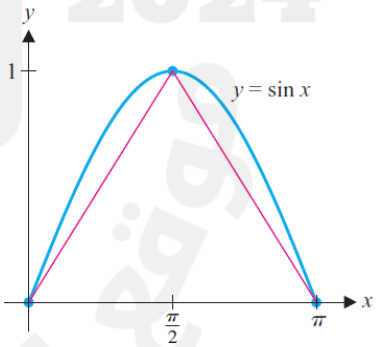
س4 قدر طول القوس في الفترة المعطاة

$$y = \sin x \ \ for\ 0 \le x \le \pi$$

Using $n = 2$ *line segments*

باستخدام $n = 2$ من القطع المستقيمة

قسم الفترة $[0,\pi]$الى فترات جزئية طول كل منها



$$\Delta x = \frac{b-a}{n} = \frac{\pi-0}{2} = \frac{\pi}{2}$$

وعليه نحتاج الى حساب مجموع القطعتين المستقيمتين كما يلي

$$d_2 = d\left\{(0,0),\left(\frac{\pi}{2},1\right)\right\} + d\left\{\left(\frac{\pi}{2},1\right),(\pi,0)\right\}$$

نطبق قانون المسافة بين نقطتين على كل قطعة من القطع

$$d = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$$

$$d_2 = \sqrt{\left(\frac{\pi}{2}-0\right)^2 + (1-0)^2} + \sqrt{\left(\pi-\frac{\pi}{2}\right)^2 + (0-1)^2}$$

$$d_2 = \sqrt{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 + (1)^2} + \sqrt{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 + (1)^2} = 2\sqrt{\frac{\pi^2}{4} + 1} \approx 3.7242$$

Solved Example	مثال محلول

Q5 Estimate the length of the curve

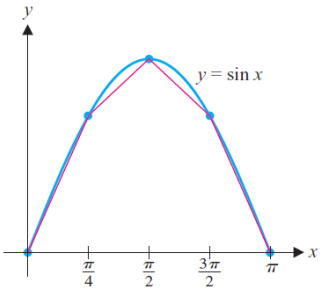
س5 قدر طول القوس في الفترة المعطاة

$$y = \sin x \quad for\ 0 \le x \le \pi$$

Using $n = 4$ line segments

باستخدام $n = 4$ من القطع المستقيمة

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$



نقسم الفترة $[0, \pi]$ الى فترات جزئية طول كل منها

$$\Delta x = \frac{b-a}{n} = \frac{\pi - 0}{4} = \frac{\pi}{4}$$

وعليه نحتاج الى حساب مجموع القطع المستقيمة الاربع كما يلي

$$d_4 = d\left\{(0,0),\left(\frac{\pi}{4},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right\} + d\left\{\left(\frac{\pi}{4},\frac{\sqrt{2}}{2}\right),\left(\frac{\pi}{2},1\right)\right\} + d\left\{\left(\frac{\pi}{2},1\right),\left(\frac{3\pi}{4},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right\} + d\left\{\left(\frac{3\pi}{4},\frac{\sqrt{2}}{2}\right),(\pi,0)\right\}$$

نطبق قانون المسافة بين نقطتين على كل قطعة من القطع

$$d_4 = \sqrt{\left(\frac{\pi}{4}-0\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}-0\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4}\right)^2 + \left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{3\pi}{4}-\frac{\pi}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}-1\right)^2} + \sqrt{\left(\pi-\frac{3\pi}{4}\right)^2 + \left(0-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}$$

$$d_4 = \sqrt{\left(\frac{\pi}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{\pi}{4}\right)^2 + \left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{\pi}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}-1\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{\pi}{4}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}$$

$$d_4 = 2\sqrt{\left(\frac{\pi}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} + 2\sqrt{\left(\frac{\pi}{4}\right)^2 + \left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}$$

$$d_4 \approx 3.7901$$

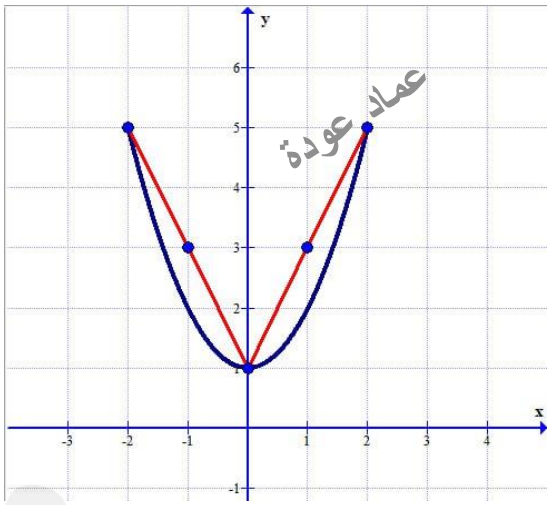
عماد عودة

Q6	Estimate the length of the curve on the given interval	س6 قدر طول القوس في الفترة المعطاة

$$y = x^2 + 1 \ , \quad -2 \le x \le 2$$

Using $n = 4$ *line segments*

باستخدام $n = 4$ من القطع المستقيمة



عماد عودة

Q7	Estimate the length of the curve on the given interval	س7 قدر طول القوس في الفترة المعطاة

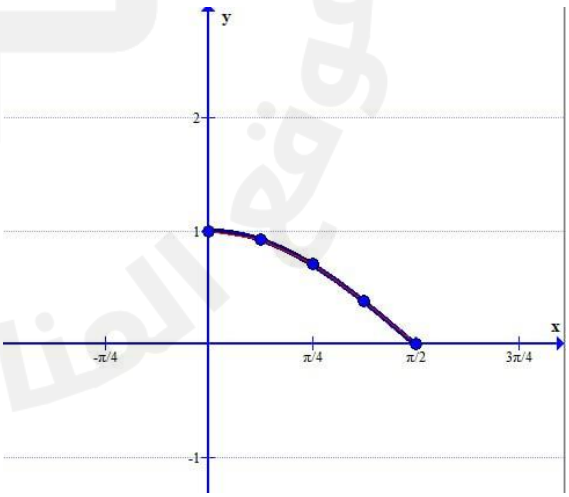
$$y = \cos x \ , \quad 0 \le x \le \frac{\pi}{2}$$

Using $n = 4$ *line segments*

باستخدام $n = 4$ من القطع المستقيمة

نقسم الفترة $[0, \pi]$ الى فترات جزئية طول كل منها

$$\frac{b-a}{n} = \frac{\frac{\pi}{2} - 0}{4} = \frac{\pi}{8}$$

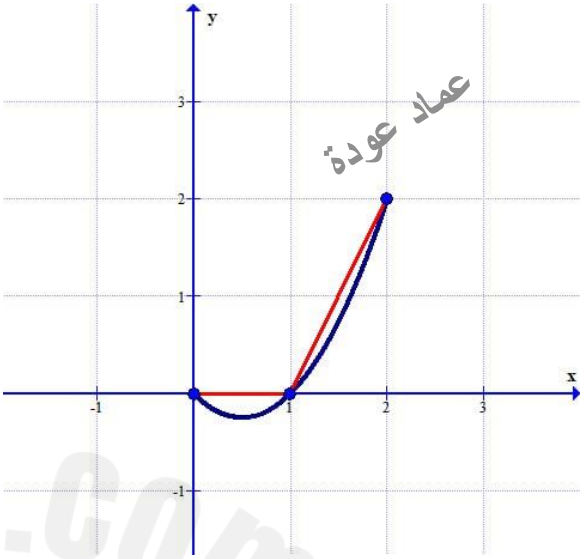


Q8	Estimate the length of the curve on the given interval	س8 قدر طول القوس في الفترة المعطاة

$$y = x^2 - x \ , \quad 0 \le x \le 2$$

Using $n = 2$ *line segments*

باستخدام $n = 2$ من القطع المستقيمة



Q9	Estimate the length of the curve on the given interval	س9 قدر طول القوس في الفترة المعطاة

$$y = \sqrt{x+1} \ , \quad 0 \le x \le 3$$

Using $n = 2$ *line segments*

باستخدام $n = 2$ من القطع المستقيمة

عماد عودة

Q10	Estimate the length of the curve on the given interval	س10 قدر طول القوس في الفترة المعطاة

$$y = \frac{1}{x} \quad , \quad 1 \le x \le 2$$

Using $n = 2$ *line segments*

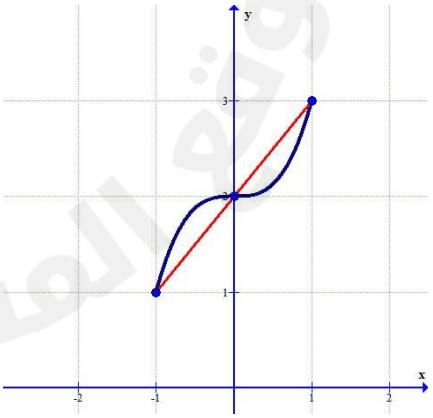
باستخدام $n = 2$ من القطع المستقيمة

Q8	Estimate the length of the curve on the given interval	س5 قدر طول القوس في الفترة المعطاة

$$y = x^3 + 2 \quad , \quad -1 \le x \le 1$$

Using $n = 2$ *line segments*

باستخدام $n = 2$ من القطع المستقيمة



عماد عودة
Amanalj.com/ae

2.2
مفهوم النهاية
THE CONCEPT OF LIMIT

تقرأ

$\lim_{x\to a} f(x) = L$ (Limit of $f(x)$, as x approaches $a = L$)

نهاية الدالة $f(x)$ عندما تقترب x من a تساوي L

$\lim_{x\to 2} x^2 = 4$ (Limit of x^2, as x approaches $2 = 4$)

نهاية x^2 عندما تقترب x من 2 تساوي 4

$\lim_{x\to a^+} f(x) = L$ (Limit of $f(x)$, as x approaches a *from right* $= L$)

نهاية الدالة $f(x)$ عندما تقترب x من a من جهة اليمين تساوي L

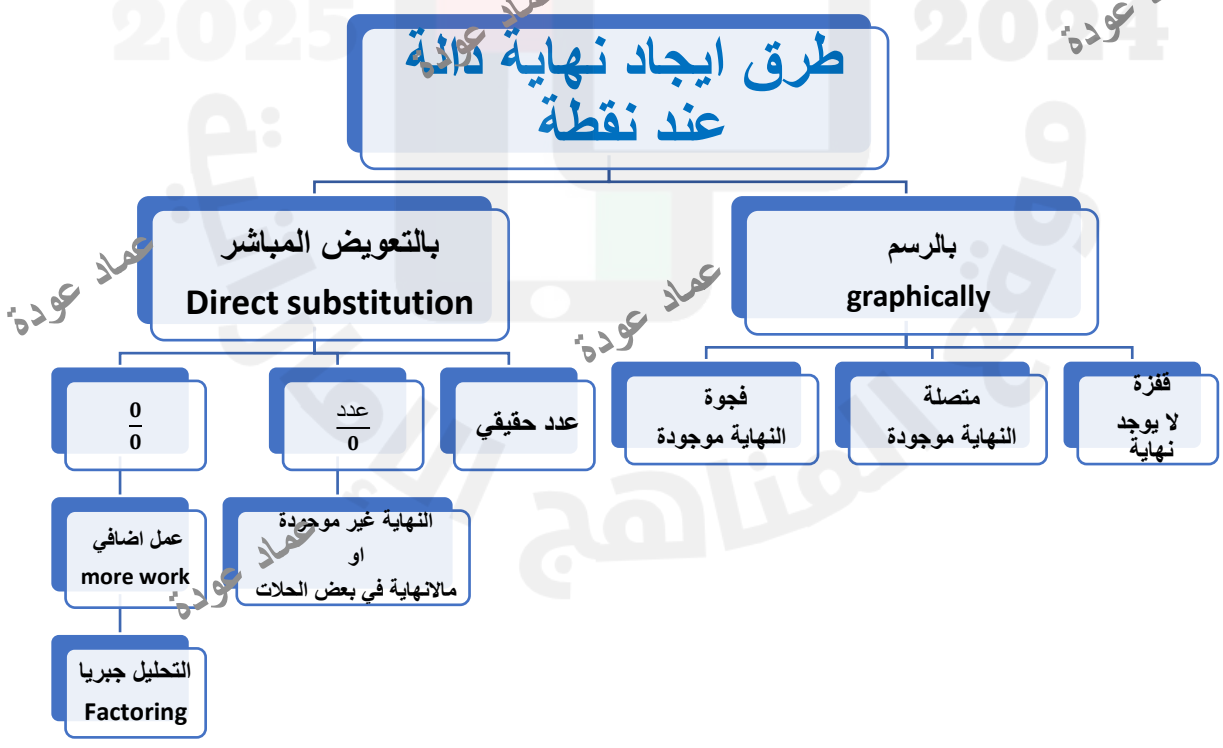
$\lim_{x\to a^-} f(x) = L$ (Limit of $f(x)$, as x approaches a *from left* $= L$)

نهاية الدالة $f(x)$ عندما تقترب x من a من جهة اليسار تساوي L

A limit exists if and only if both corresponding one-sided limits exist and are equal. That is,

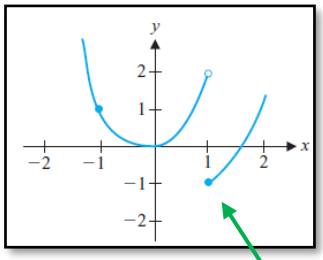
$$\lim_{x\to a} f(x) = L, \text{ for some number } L, \text{ if and only if } \lim_{x\to a^-} f(x) = \lim_{x\to a^+} f(x) = L.$$

وهذا يعني انه لإيجاد نهاية دالة عند نقطة يجب ان تكون كل من النهاية من اليمين واليسار متساوية

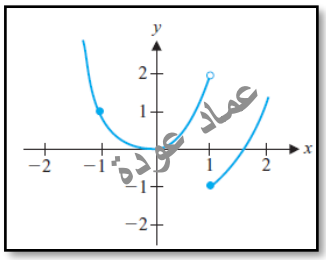


قبل البدء بدراسة وايجاد نهاية دالة عند نقطة يجب علينا تذكر ايجاد قيمة دالة عند نقطة

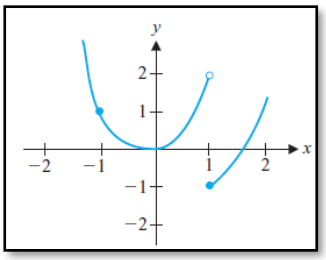
لايجاد **قيمة الدلة** عند نقطة نحدد قيمة x على المحور الافقي ثم نوجد قيمة y المقابلة لها من المحور العمودي كما في الامثلة التالية



$f(1) = -1$



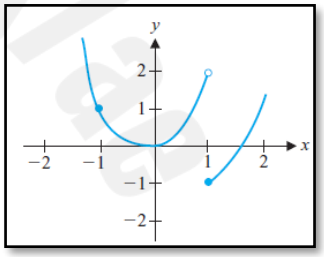
$f(0) = 0$



$f(-1) = 1$

في حال وجود قفزة في الرسم ناخذ القيمة التي تقابل الدائرة المغلقة

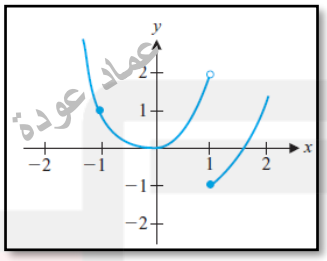
لايجاد نهاية دالة عند نقطة نحدد قيمة x على المحور الافقي ثم ندرس قيمة y من عند الاقتراب من الجهة اليسرى والجهة اليمنى



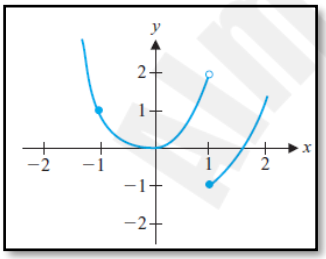
$\lim_{x\to 1^-} f(x) \neq \lim_{x\to 1^+} f(x)$

$\lim_{x\to 1} f(x) = does\ not\ exiat$

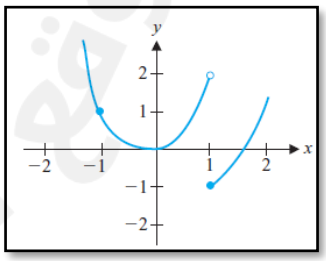
لاحظ انه لا توجد نهاية عند وجود قفزة



$\lim_{x\to 1^+} f(x) = -1$



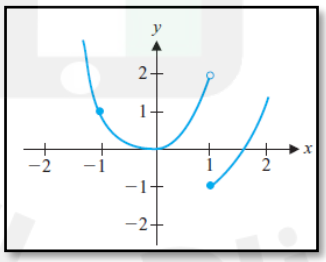
$\lim_{x\to 1^-} f(x) = 2$



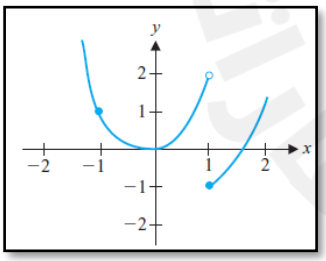
$\lim_{x\to -1^-} f(x) = \lim_{x\to -1^+} f(x)$

$\lim_{x\to -1} f(x) = 1$

النهاية موجودة لان النهاية من اليمين واليسار متساويتين



$\lim_{x\to -1^-} f(x) = 1$



$\lim_{x\to -1^-} f(x) = 1$

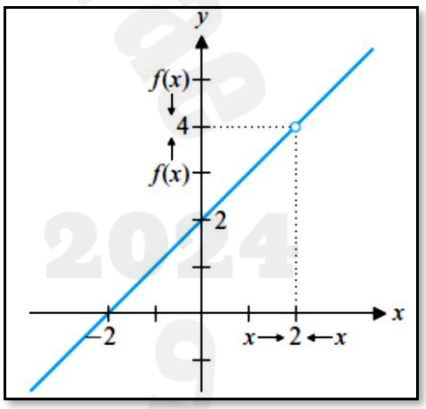
طرق ايجاد نهاية دالة عند نقطة

بالرسم
graphically

قفزة	متصلة	فجوة
لا يوجد نهاية	النهاية موجودة	النهاية موجودة
$\lim_{x\to a^-} f(x) \neq \lim_{x\to a^+} f(x)$	$\lim_{x\to a^-} f(x) = \lim_{x\to a^+} f(x)$	$\lim_{x\to a^-} f(x) = \lim_{x\to a^+} f(x)$

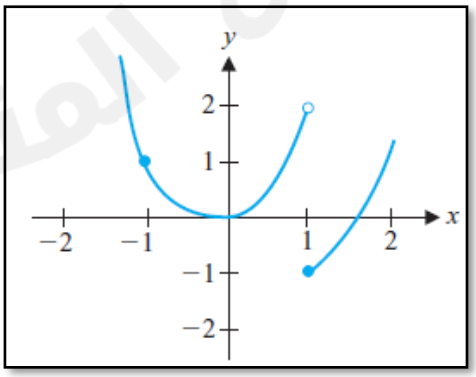
Solved example — مثال محلول

Q1 Use the graph to answer the questions. — **س1** اعتمد على الرسم في الاجابة عما يليه



1) $f(-2) = \mathbf{0}$, $f(0) = \mathbf{2}$ لا يوجد فجوات او قفزات
2) $f(2) = \boldsymbol{undefied}$ لاحظ وجود فجوة
3) $\lim_{x\to 2^-} f(x) = \mathbf{4}$
4) $\lim_{x\to 2^+} f(x) = \mathbf{4}$
النهاية من اليمين تساوي النهاية من اليسار
5) $\lim_{x\to 2} f(x) = \mathbf{4}$

Q2 use the graph to answer the questions. — **س2**



1) $f(-1) = \cdots$, $f(0) = \cdots$, $f(1) = \cdots$
2) $\lim_{x\to 1^-} f(x) =$
3) $\lim_{x\to 1^+} f(x) =$
4) $\lim_{x\to 1} f(x) =$
5) $\lim_{x\to -1} f(x) =$

Q3 use the graph to answer the questions. **س3**

1) $\lim_{x\to 1^-} f(x) =$ .....

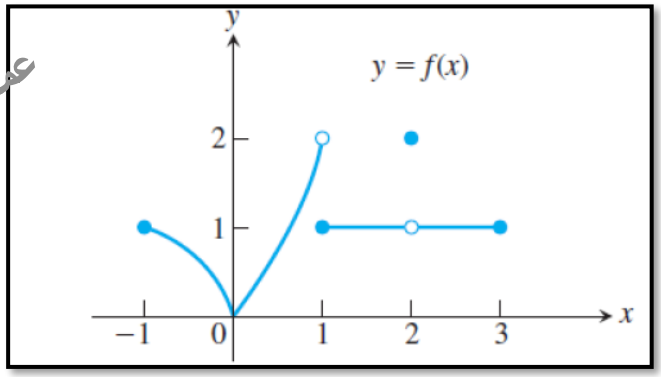
2) $\lim_{x\to 1^+} f(x) =$ .....

3) $\lim_{x\to 1} f(x) =$ .....

4) $\lim_{x\to 2^-} f(x) =$ .....

5) $\lim_{x\to 2^+} f(x) =$ .....

6) $\lim_{x\to 2} f(x) =$ .....



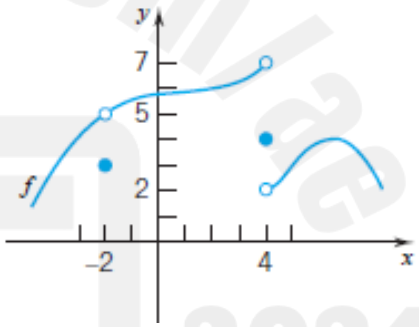
Q4 use the graph to answer the questions. **س4**

1) $\lim_{x\to 4^+} f(x) =$

2) $\lim_{x\to 4^-} f(x) =$

3) $\lim_{x\to 4} f(x) =$

4) $\lim_{x\to -2} f(x) =$



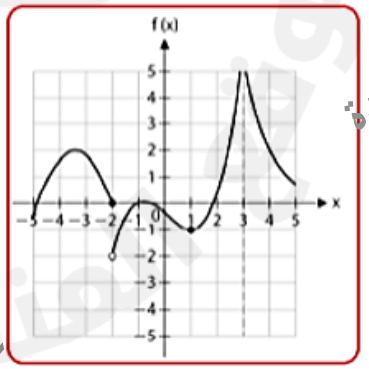
Q5 use the graph to answer the questions. **س5**

1) $\lim_{x\to -2^-} f(x) =$

2) $\lim_{x\to -2^+} f(x) =$

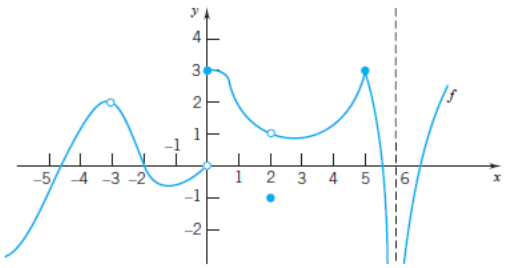
3) $\lim_{x\to -2} f(x) =$

4) $\lim_{x\to 3} f(x) =$



عماد عودة
Amanaty.com
2025
2024

Q6 use the graph to answer the questions. **س6**



1) $\lim_{x\to -3} f(x) =$

2) $\lim_{x\to 0^-} f(x) =$

3) $\lim_{x\to 0^+} f(x) =$

4) $\lim_{x\to 2} f(x) =$

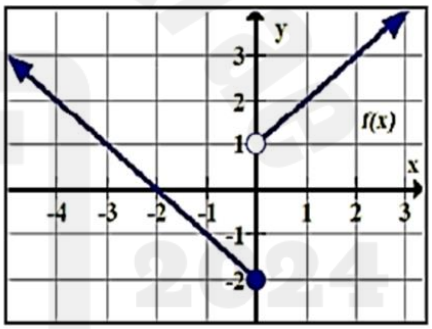
5) $\lim_{x\to 6^-} f(x) =$

6) $\lim_{x\to 6^+} f(x) =$

7) $\lim_{x\to 6} f(x) =$

Q7 Use the graph to determine. **س7**

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) =$$



A) -2

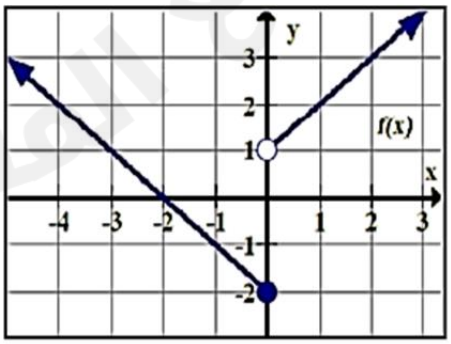
B) 0

C) 1

D) *does not exist*

Q8 Use the graph to determine. **س8**

$$\lim_{x\to 0^-} f(x) =$$



A) -2

B) 0

C) 1

D) *does not exist*

عماد عودة

Q9 Use the graph to determine. س9

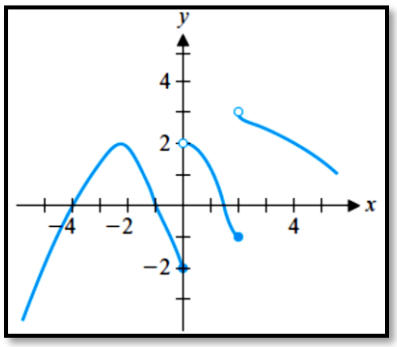
$$\lim_{x\to 2^-} f(x) =$$

A) -1

B) 2

C) 3

D) *does not exist*



Q10 Use the graph to determine. س10

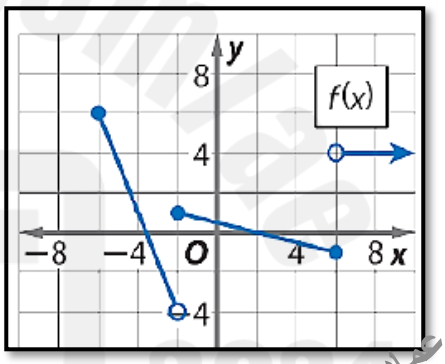
$$\lim_{x\to -2} f(x) =$$

A) 1

B) -4

C) 0

D) *does not exist*



Q11 Use the graph to determine. س11

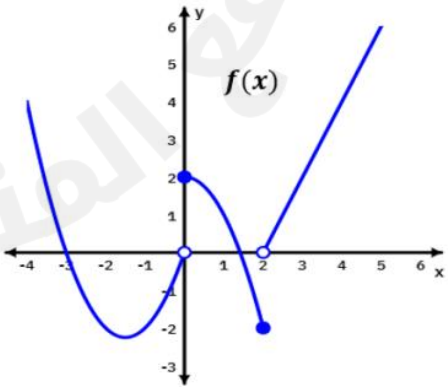
$$\lim_{x\to 2^+} f(x) =$$

A) -2

B) 2

C) 0

D) 1



عماد عودة
Almanahj.com
2025

Q12 Use the graph to determine. س12

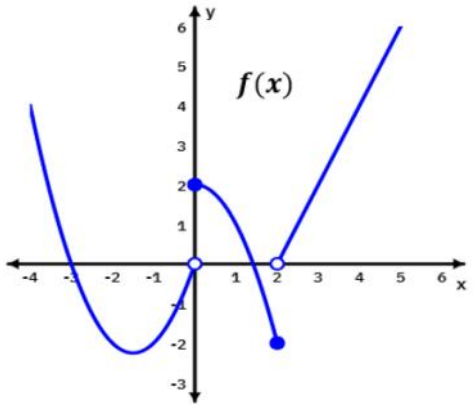
$$\lim_{x\to 2^-} f(x) =$$

A) -2

B) 2

C) 0

D) 1



Q13 Use the graph to determine. س13

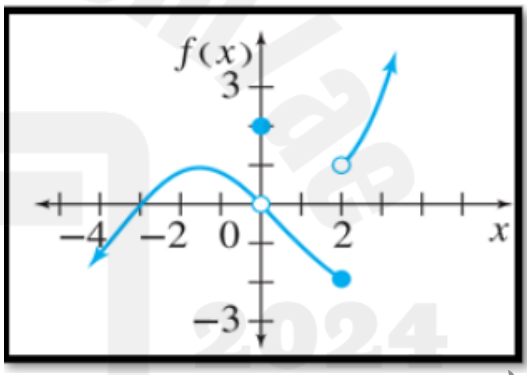
$$\lim_{x\to 2^-} f(x) =$$

A) -2

B) 2

C) 0

D) 1



Q14 Use the graph to determine. س14

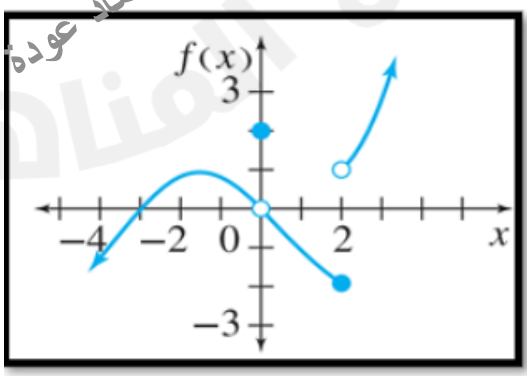
$$\lim_{x\to 0} f(x) =$$

A) -2

B) 2

C) 0

D) *does not exist*



Q15 Use the graph to determine.	س15

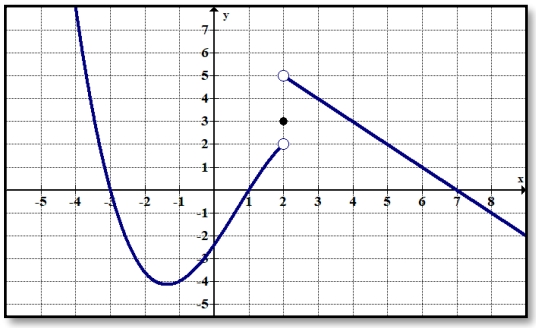
$$\lim_{x\to 2^+} f(x) =$$

A) 2

B) 3

C) 5

D) *does not exist*

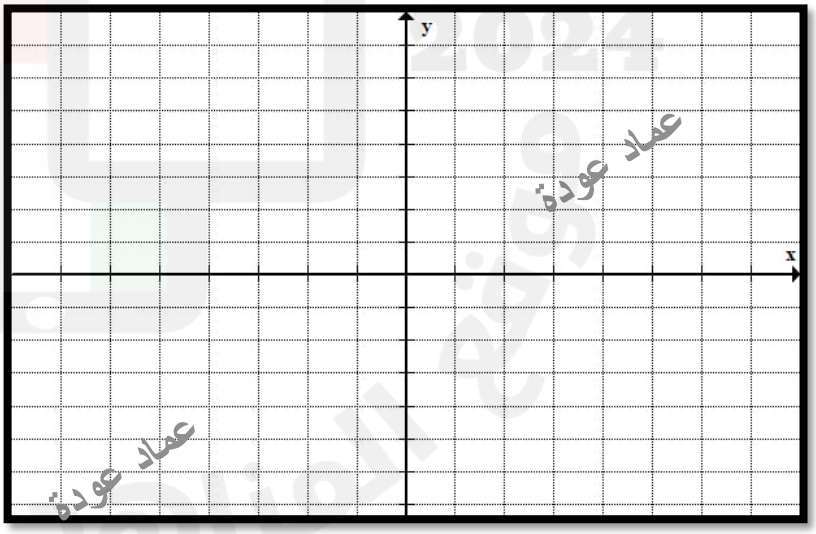


رسم بيان دالة بمعلومية بعض الخصائص
Sketch a graph of a function with a given properties

Q1 Sketch a graph of a function with the given properties.	س1 ارسم بيان الدالة والتي تحقق الخصائص التالية

قد تختلف الرسومات البيانية من شخص لأخر من الممكن رسم منحنيات او خطوط مستقيمة فقط نحتاج التركيز على صحة المعطيات

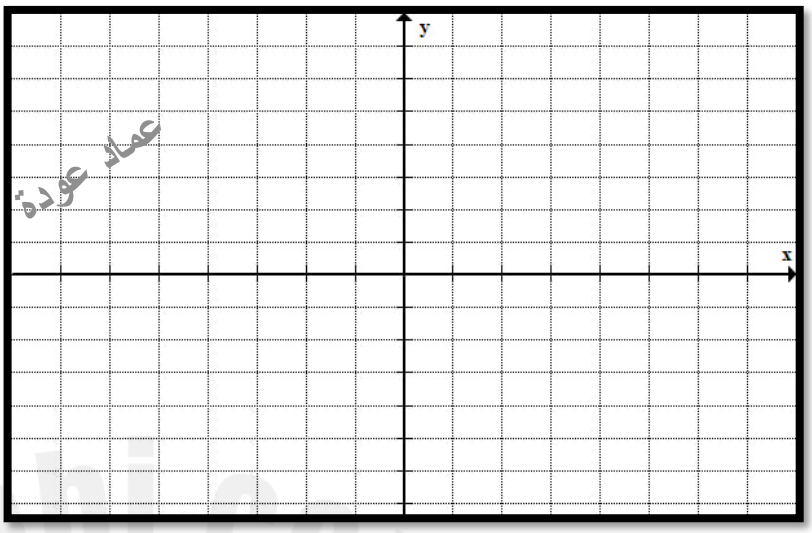
$f(-1) = 2$, $f(0) = -1$, $f(1) = 3$ and $\lim_{x\to 1} f(x)$ ***does not exist***



عماد عودة

Q2	Sketch a graph of a function with the given properties.	س2 ارسم بيان الدالة والتي تحقق الخصائص التالية

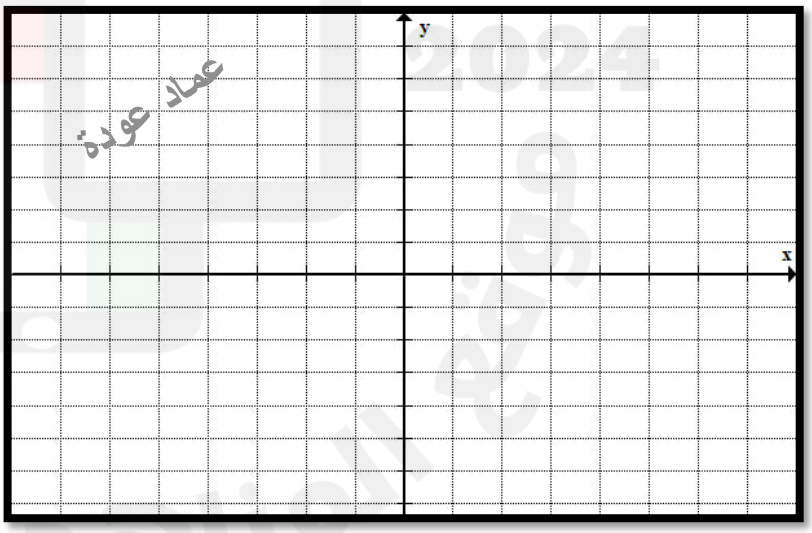
$f(x) = 1 \; for \; -2 \leq x \leq 1 \, , \quad \lim_{x \to 1^+} f(x) = 3 \quad and \quad \lim_{x \to -2} f(x) = 1$



عماد عودة

Q3	Sketch a graph of a function with the given properties.	س3 ارسم بيان الدالة والتي تحقق الخصائص التالية

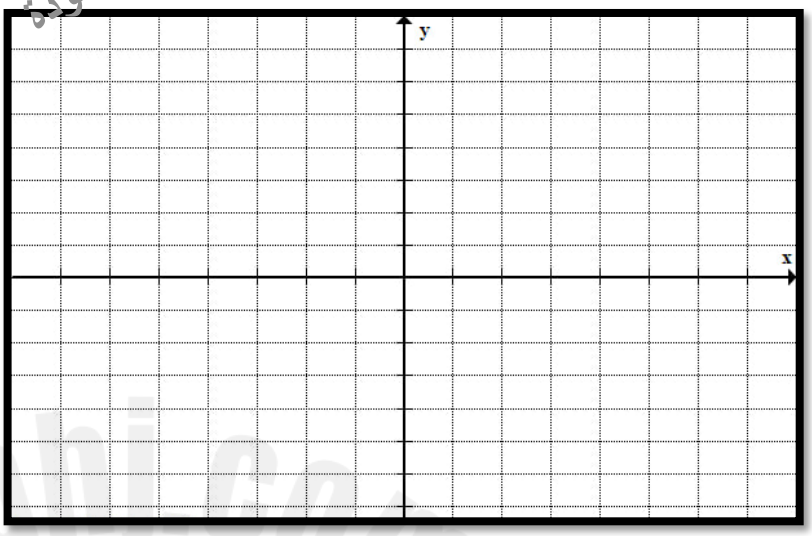
$f(0) = 1 \, , \quad \lim_{x \to 0-} f(x) = 2 \quad and \quad \lim_{x \to 0^+} f(x) = 3$



عماد عودة

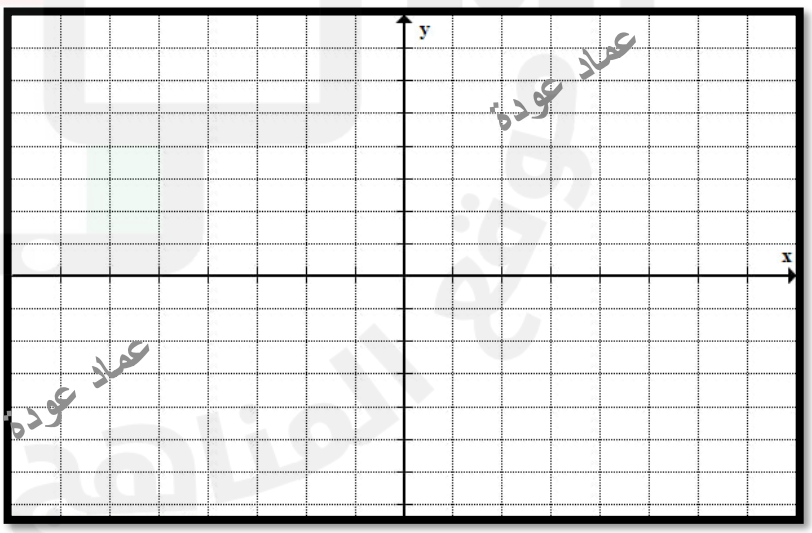
Q4	Sketch a graph of a function with the given properties.	س4 ارسم بيان الدالة والتي تحقق الخصائص التالية

$\lim_{x\to 0} f(x) = -2$, $f(0) = 1$, $f(2) = 3$ *and* $\lim_{x\to 2} f(x) = \textit{does not exist}$



Q5	Sketch a graph of a function with the given properties.	س5 ارسم بيان الدالة والتي تحقق الخصائص التالية

$f(-1) = 0$, $f(0) = 0$, $\lim_{x\to 1^-} f(x) = 1$ *and* $\lim_{x\to 1^+} f(x) = 1$

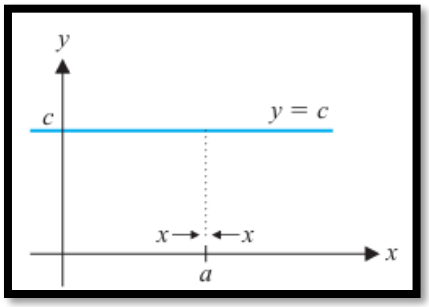


عماد عودة

1.3
حساب النهايات
COMPUTATION OF LIMITS

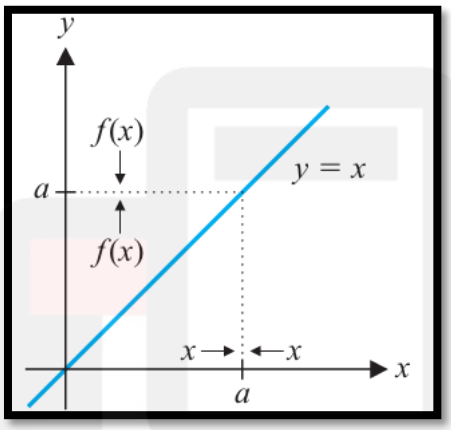
For any constant c and any real number a, $\lim_{x\to a} f(x) = c$

الدالة الثابتة نهايتها دائما نفس قيمة الدالة



For any real number a,

$$\lim_{x\to a} x = a.$$



THEOREM 3.1

Suppose that $\lim_{x\to a} f(x)$ and $\lim_{x\to a} g(x)$ both exist and let c be any constant. The following then apply:

(i) $\lim_{x\to a}[c \cdot f(x)] = c \cdot \lim_{x\to a} f(x)$,

(ii) $\lim_{x\to a}[f(x) \pm g(x)] = \lim_{x\to a} f(x) \pm \lim_{x\to a} g(x)$,

(iii) $\lim_{x\to a}[f(x) \cdot g(x)] = \left[\lim_{x\to a} f(x)\right]\left[\lim_{x\to a} g(x)\right]$ and

(iv) $\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x\to a} f(x)}{\lim_{x\to a} g(x)} \left(\text{if } \lim_{x\to a} g(x) \neq 0\right)$.

عماد عودة
Amanalj.com
2025
2024

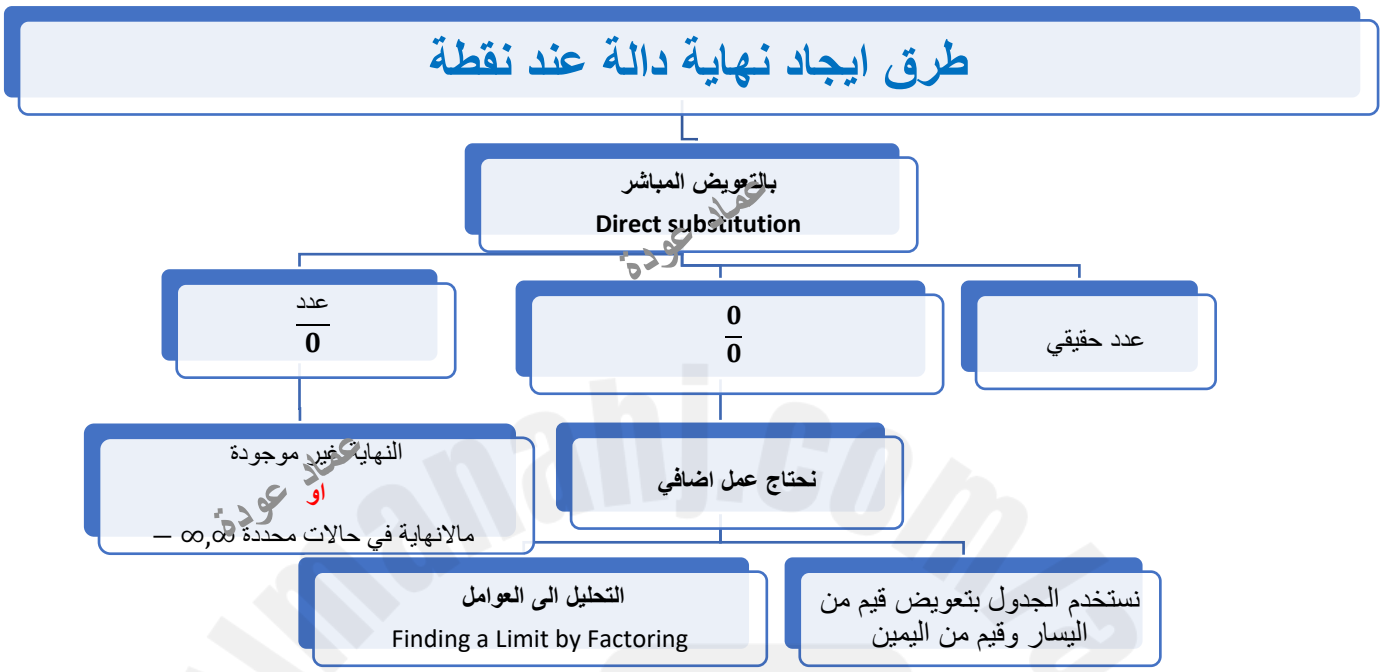
لإيجاد النهاية عند نقطة

دائما نبدء بالتعويض المباشر ونتبع الخطوات والمخطط الذي يليها

أولا: - إذا كان السؤال اختيار من متعدد نستخدم **الالة الحاسبة** ونعوض القيمة المطلوبة

ثانيا: - اذا كان السؤال كتابي نقوم بدراسة نوع الدالة وتحديد الطريقة الأمثل لإيجادها

في البداية نستخدم التعويض المباشر في جميع الحالات ومن ثم دراسة النتائج ومتابعة الحل باستخدام الطريقة المناسبة



التعويض المباشر

لإيجاد النهاية نلجأ أولا الى التعويض المباشر

	مثال محلول	Solved example
س1	اوجد قيمة	Evaluate Q1

$$\lim_{x\to 2}(3x^2-5x+4)$$

عوض بالالة

$$3(2)^2-5(2)+4=6$$

س2	اوجد قيمة	Evaluate Q2

$$\lim_{x\to 0}(x^2-3x+1)$$

س3	اوجد قيمة	Evaluate Q3

$$\lim_{x\to 2}\frac{x-5}{x^2+4}$$

الان في حال ناتج التعويض $\frac{0}{0}$ نستطيع استخدام التعويض باستخدام الجدول كما في المثال التالي

Solved example	مثال محلول
Q4 Evaluate	س4 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2}$$

الحل بالتعويض المباشر نحصل على

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2}=\frac{2^2-4}{2-2}=\frac{0}{0}$$

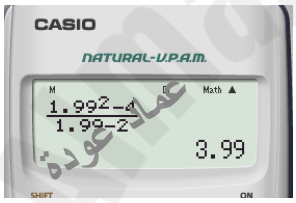
نستخدم التعويض بالجدول من خلال اختيار قيم على يسار ويمين العدد 2

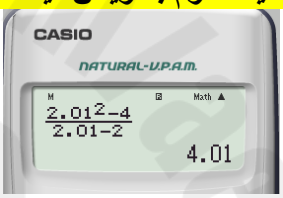
x	1.9	1.99	1.999	2	2.001	2.01	2.1
$f(x)$	3.9	3.99	3.999		4.001	4.01	4.1

من الجدول نلاحظ انه كلما اقتربنا من العدد $x=2$ من اليمين ومن اليسار فان قيمة الدالة تقترب من العدد $f(x)=4$ اي ان

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2}=4$$

او استخدام الالة بحيث نقوم بتعويض قيمة قبل النقطة وقيمة بعدها كما يلي





$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2}=4$$

Solved example	مثال محلول
Q5 Evaluate	س5 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{1-x}$$

الحل بالتعويض المباشر نحصل على

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{1-x}=\frac{1^2-1}{1-1}=\frac{0}{0}$$

نستخدم التعويض بالجدول من خلال اختيار قيم على يسار ويمين العدد 1

x	0.9	0.99	0.999	1	1.001	1.01	1.1
$f(x)$							

من الجدول نلاحظ انه كلما اقتربنا من العدد $x=1$ من اليمين ومن اليسار فان قيمة الدالة تقترب من العدد $f(x)=\cdots$ اي ان

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-1}{1-x}=\cdots$$

حالة عدم وجود نهاية $\frac{\text{عدد}}{0}$

Solved example	مثال محلول

Q6	Evaluate	اوجد قيمة	س6

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-5}{x-2}$$

الحل

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-5}{x-2}=\frac{2^2-5}{2-2}=-\frac{1}{0}$$

$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-5}{x-2}$ غير موجودة *does not exist*

Q7	Evaluate	اوجد قيمة	س7

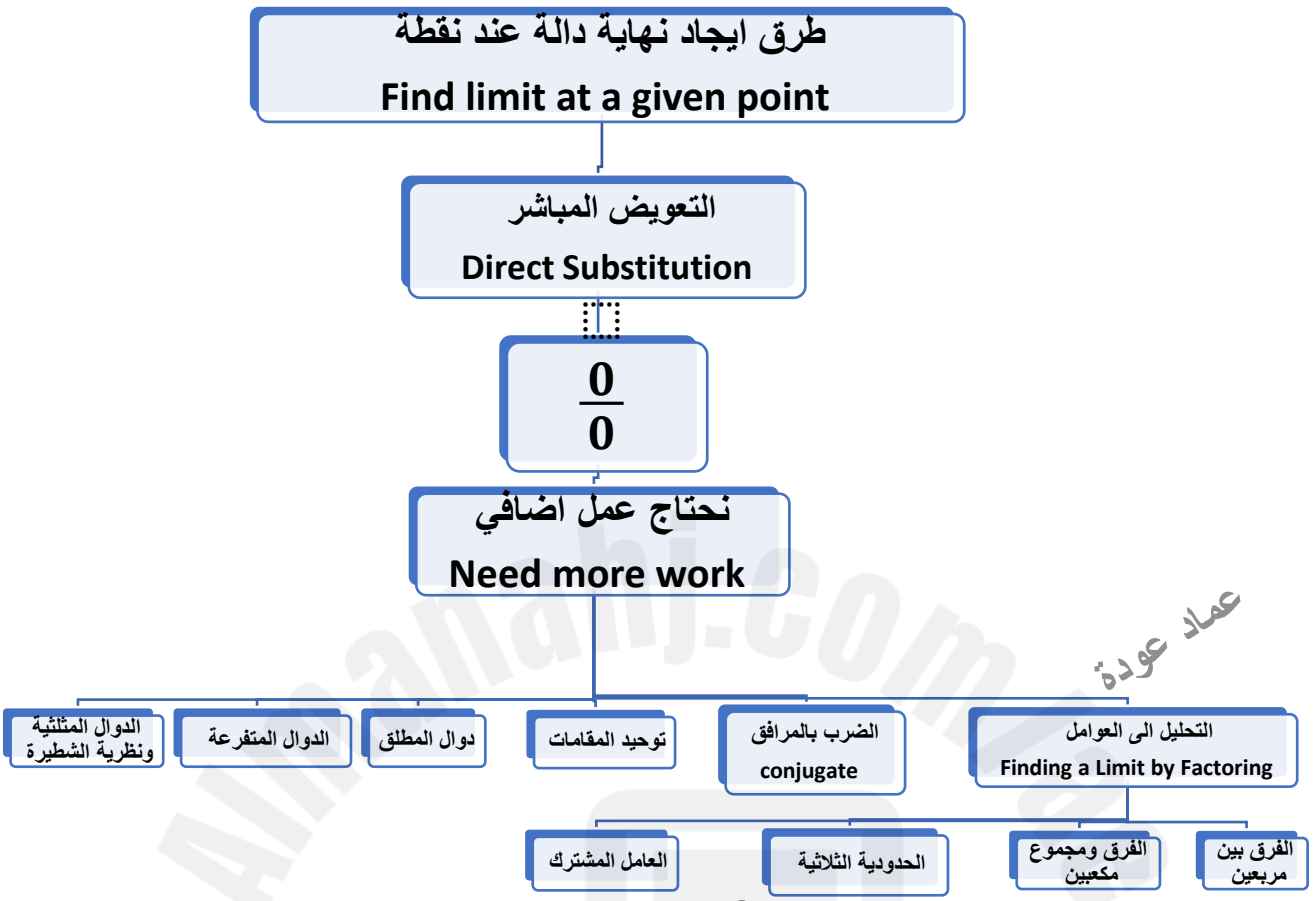
$$\lim_{x\to 3}\frac{3x+9}{x^2-9}$$

Q8	Evaluate	اوجد قيمة	س8

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^3-5x+4}{x^2-2}$$

عماد عودة

الحالة الثانية عند الحصول على $\frac{0}{0}$ نلجأ الى المخطط التالي



التحليل الى العوامل
Finding a Limit by Factoring

عند التعويض المباشر قد نحصل على الصيغة $\frac{0}{0}$ وهذه الحالة تتطلب منا إجراءات إضافية للتخلص من الصفر في المقام

Remember

	التحليل	مثال Example
الفرق بين مربعين difference between two squares	$(x^2-y^2)=(x+y)(x-y)$	$(x^2-9)=(x+3)(x-3)$ $(x^2-25)=(x+5)(x-5)$
الفرق بين مكعبين difference between two cubes	$(x^3-y^3)=(x-y)(x^2+xy+y^2)$	$(x^3-8)=(x-2)(x^2+2x+4)$ $(x^3-1)=(x-1)(x^2+x+1)$
مجموع مكعبين sum of two cubes	$(x^3+y^3)=(x+y)(x^2-xy+y^2)$	$(x^3+27)=(x+3)(x^2-3x+9)$ $(x^3+64)=(x+4)(x^2-4x+16)$

القانون العام لحل المعادلة التربيعية Quadratic formula	$ax^2+bx+c=0$ $x=-\frac{b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$	$x^2-3x-10=0$ $a=1, b=-3, c=-10$ $x=-2\ ,\ \ x=5$

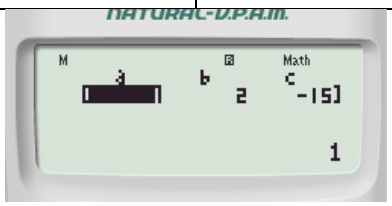
بالإمكان استخدام التحليل او استخدام الالة Mode 5 , 3

$x^2+2x-15=0$

$a=1,\quad b=2,\quad c=-15$

وندخل بالآلة قيم a و b و c ومن ثم المساواة لايجاد قيم x

$x=-5\ ,\ \ x=3$



مهم جدا

وفي حال كان معامل x^2 لا يساوي $a\neq 1$ نحصل على جذر نسبي وعند كتابة التحليل يجب وضع مقام الجذر النسبي معاملا ل x

مثال

$3x^2-5x-2=0$

استخدام التحليل او استخدام الالة Mode 5 , 3

$a=3, b=-5, c=-2$

$x=2\ ,\ \ x=-\frac{1}{3}$

$3x^2-5x-2=(3x+1)(x-2)$

Solved example	مثال محلول
Q1 Evaluate	س1

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2}$$

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x+2)}{x-2}=\lim_{x\to 2}(x+2)=2+2=4$$

Q2 Evaluate	س2

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x-1}$$

Q3 Evaluate	س3

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{1-x}$$

Q4	Evaluate	س4

$$\lim_{x\to 5} \frac{x-5}{x^2-25}$$

Q5	Evaluate	س5

$$\lim_{x\to -3} \frac{x^2-9}{x+3}$$

Q6	Evaluate	س6

$$\lim_{x\to 4} \frac{x^2-16}{3x-12}$$

Q7	Evaluate	س7

$$\lim_{x\to 2} \frac{5x^2-20}{x-2}$$

Q8	Evaluate	س8

$$\lim_{x\to 5} \frac{x^2-25}{x^2-5x}$$

عماد عودة

Q9 Evaluate	س9

$$\lim_{x\to 2}\frac{\frac{1}{2}x-1}{x^2-4}$$

Q10 Evaluate	س10

$$\lim_{x\to -3}\frac{3x+9}{x^2-9}$$

Solved example	مثال محلول

Q11 Evaluate	س11

$$\lim_{x\to 3}\frac{x^2-x-6}{x-3}$$

$$\lim_{x\to 3}\frac{x^2-x-6}{x-3}=\lim_{x\to 3}\frac{(x-3)(x+2)}{x-3}=\lim_{x\to 3}(x+2)=3+2=5$$

Q12 Evaluate	س12

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2+x-2}{x^2-3x+2}$$

Q13 Evaluate	س13

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-x-2}{x^2-4}$$

Q14 Evaluate	14س

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^2+x-2}$$

Solved example	مثال محلول

Q15 Evaluate	15س

$$\lim_{x\to 1}\frac{3x^2+2x-5}{x-1}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{3x^2+2x-5}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(3x+5)(x-1)}{x-1}=\lim_{x\to 1}(3x+5)=3(1)+5=8$$

Q16 Evaluate	16س

$$\lim_{x\to 2}\frac{2x^2-5x+2}{x-2}$$

Q17 Evaluate	17س

$$\lim_{x\to 3}\frac{2x^2-5x-3}{x^2-9}$$

Q18 Evaluate س18

$$\lim_{x\to 1}\frac{5x^2-3x-2}{x^2+2x-3}$$

Q19 Evaluate س19

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2+x-2}{x^2-3x+2}=$$

Q20 Evaluate س20

$$\lim_{x\to 2}\frac{(x-3)^2-1}{2x^2-3x-2}=$$

Q21 Evaluate س21

$$\lim_{x\to 3}\frac{(x-1)^2-4}{x^2-2x-3}=$$

عماد عودة

Solved example	مثال محلول

Q22 Evaluate	س22

$$\lim_{x\to 4}\frac{x^3-64}{x-4}$$

$$\lim_{x\to 4}\frac{x^3-64}{x-4}=\lim_{x\to 4}\frac{(x-4)(x^2+4x+16)}{x-4}$$

$$=\lim_{x\to 4}(x^2+4x+16)=(4)^2+4(4)+16=48$$

Q23 Evaluate	س23

$$\lim_{x\to 4}\frac{x^3-64}{x^2-16}=$$

Q24 Evaluate	س24

$$\lim_{x\to 4}\frac{x^3-27}{x^2-9}=$$

25 Evaluate	س25

$$\lim_{x\to 3}\frac{x^3-27}{2x^2-7x+3}$$

عماد عودة
Almanahj.com/ps
2025
2024
منهج الإمارات

Q26 Evaluate س26

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^3-1}{x^2+2x-3}=$$

Q27 Evaluate س27

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^3-8}{2x^2-3x-2}$$

Q28 Evaluate س28

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^3-x^2+3x-3}{x-1}=$$

Q29 Evaluate س29

$$\lim_{x\to 0}\frac{x\,e^{-2x+1}}{x^2+x}$$

عماد عودة

Q30 Evaluate	س30

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-e^{2x}}{1-e^{x}}$$

Q31 Evaluate	س31

$$\lim_{x\to \ln 3}\frac{e^{2x}-e^{x}-6}{e^{x}-3}=$$

Q32 Evaluate	س32 احسب

$$\lim_{x\to 2}\frac{(x^2-4)^{10}}{(x^2-4x+4)^{5}}=$$

Q32 Evaluate	س32 احسب

$$\lim_{x\to 0}\frac{x^{-2}-1}{2x^{-2}+1}$$

Q33 Let	س33 لتكن

$$\lim_{x\to 1}\frac{(x^3-1)^{2n}}{(x^2-2x+1)^n}=81$$

Find value of n | اوجد قيمة n

Q34 if	س34 إذا كانت

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2+kx+1}{x-2}\ Exist$$ موجودة

Find value of k | اوجد قيمة k

Q35 if	س35 إذا كان

$$\lim_{x\to 3}\frac{x^2+ax-3}{x-3}=5$$

Find value of a | اوجد قيمة a

Q36 if	س36 إذا كان

$$\lim_{x\to 2}\frac{ax^2-3x-7}{x-2}\ exist$$

what is the value of a? | اوجد قيمة a

عماد عودة

Q37 if

س37 اذا كانت

$$\lim_{x\to 2}\frac{ax^2+bx+6}{x-2}=5$$

Find value of a and b

اوجد قيمة a و b

عماد عودة

عماد عودة

مسائل التعويض باستخدام خواص النهايات

Q1 If

س1 لتكن

$\lim_{x\to a} f(x)=2$ and $\lim_{x\to a} g(x)=-3, \lim_{x\to a} h(x)=0$

Determine the limit, if possible.

1) $\lim_{x\to a}[2f(x)-3g(x)]$

2) $\lim_{x\to a}[3f(x)g(x)]$

3) $\lim_{x\to a}\frac{[f(x)]^2}{g(x)}$

4) $\lim_{x\to a}\frac{2f(x)h(x)}{f(x)+h(x)}$

Q2 If

س2 لتكن

$\lim_{x\to 3} f(x) = 4$ *and* $\lim_{x\to 3} g(x) = -5$

Determine the limit, if possible.

اوجد كل من النهايات التالية ان أمكن

1) $\lim_{x\to 3}[2f(x) - g(x)]$

2) $\lim_{x\to 3}[3f(x) - 4]$

3) $\lim_{x\to 3}[2f(x)g(x) - 3x^2 + 7]$

4) $\lim_{x\to 3} \frac{[f(x)]^2}{g(x)}$

5) $\lim_{x\to 3} \frac{2f(x)h(x)}{f(x)+h(x)}$

6) $\lim_{x\to 3}[\sqrt{f(x)} - g^2(x) + 8]$

Q3 If

س3 لتكن

$\lim_{x\to 0} f(x) = 2$ *and* $\lim_{x\to 0} g(x) = -3$

Find

اوجد

$$\lim_{x\to 0} \frac{f(x) - g(x)}{\sqrt{g(x) + 7}}$$

Q4 If

س4 لتكن

$$\lim_{x\to\sqrt{3}} \frac{1}{x^2+g(x)} = \frac{1}{5}$$

Find

اوجد

$$\lim_{x\to\sqrt{3}} g(x)$$

Q5 if

س5 لتكن

$$p(x) = x^2 - 1$$

Find

اوجد

1) $\lim_{x\to 0} p(p(p(p((x)))))$

2) $\lim_{x\to 0} p(3 + 2p(x - p(x)))$

عماد عودة

Q6 If

س6 ليكن

$\lim_{x\to 3} f(x) = 4$ $\lim_{x\to 3}\left(\frac{x^2-9}{x-3} f(x) + 2g(x)\right) = 30$

Find

اوجد

$$\lim_{x\to 3} g(x)$$

عماد عودة

نهايات دوال تحتوي جذور

Evaluating the Limit of an nth Root of a Polynomial

THEOREM 3.3

Suppose that $\lim_{x\to a} f(x) = L$ and n is any positive integer. Then,

$$\lim_{x\to a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x\to a} f(x)} = \sqrt[n]{L},$$

where for n even, we must assume that $L > 0$.

Q1 **Evaluate**

س1 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 2} \sqrt[5]{3x^2 - 2x}$$

Q2 **Evaluate**

س2 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 2} \sqrt[3]{2x + 1}$$

Q3 Evaluate

س3 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 2^-} \sqrt{4 - x^2}$$

الضرب بمرافق الجذر
Finding a Limit by Rationalizing

Use conjugate

تذكر للتخلص من الجذر في المقام نضرب البسط والمقام بمرافق الجذر

Remember تذكر

That to rationalize the denominator or numerator we need to multiply it by its conjugate

للتخلص من الجذر في المقام او الجذر نقوم بضرب كل من البسط والمقام بمرافق الجذر

the conjugate of $(\sqrt{x}-a)$ ***is*** $(\sqrt{x}+a)$ المرافق

Solved example	مثال محلول
Q1 **Evaluate**	س1 **اوجد قيمة**

$$\lim_{x\to 4}\frac{\sqrt{x}-2}{x-4}$$

الحل:- نضرب البسط بمرافق الجذر $(\sqrt{x}+2)$

$$\lim_{x\to 4}\frac{\sqrt{x}-2}{x-4}=\lim_{x\to 4}\frac{\sqrt{x}-2}{x-4}.\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+2}$$

$$\lim_{x\to 4}\frac{\sqrt{x}-2}{x-4}=\lim_{x\to 4}\frac{x-4}{x-4}.\frac{1}{\sqrt{x}+2}$$

$$\lim_{x\to 4}\frac{\sqrt{x}-2}{x-4}=\lim_{x\to 4}\frac{1}{\sqrt{x}+2}=\frac{1}{\sqrt{4}+2}=\frac{1}{2+2}=\frac{1}{4}$$

Q2 **Evaluate**	س2 **اوجد قيمة**

$$\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{x}-\sqrt{3}}{x-3}$$

Q3 Evaluate

س3 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2}}{x}$$

Q4 Evaluate

س4 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$$

Q5 Evaluate

س5 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{4+x}-2}{x}$$

Q6 Evaluate س6 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$$

Q7 Evaluate س7 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{\sqrt{10-x}-3}$$

Q8 Evaluate س8 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 0}\frac{2x}{3-\sqrt{x+9}}$$

Q9 Evaluate	س9 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 5}\frac{\sqrt{3x+1}-4}{10-2x}$$

Q10 Evaluate	س10 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 3}\frac{4-\sqrt{7x-5}}{x^2-9}$$

Q11 Evaluate	س11 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2+x-2}{2-\sqrt{6-2x}}$$

عماد عودة

Q12 Evaluate

س12 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x^2-2x-3}$$

Q13 Evaluate

س13 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 5} \frac{x^2-25}{\sqrt{x+4}-3} =$$

Q14 Evaluate

س14 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^2+x-6}{3-\sqrt{13-2x}}$$

عماد عودة

Q15 Evaluate

س15 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{3+x}-2}{x^3-1}$$

عماد عودة

Q16 Evaluate

س16 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2+x}{3-\sqrt{x^4+2x^2}}$$

عماد عودة

في المسائل التي تحتوي الجذر التكعيبي بالإمكان الضرب بمرافق الجذر التكعيبي

مثال مرافق المقدار $\left(\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{y}\right)$ هو $\left(\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}\sqrt[3]{y}+\sqrt[3]{y^2}\right)$

او استخدام التعويض لتبسيط المسالة كما يلي افرض ان $u=\sqrt[3]{x}$ ومنها $u^3=x$

Q17 Evaluate	س17 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt[3]{x}-1}{x-1}$$

افرض ان $u=\sqrt[3]{x}$ ومنها $u^3=x$

Q18 Evaluate	س18 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{1+2x}-1}{x}$$

افرض ان $u=\sqrt[3]{1+2x}$ ومنها $\frac{(u^3-1)}{2}=x$

عماد عودة
Almanahj.com/ps
2025 2024
منهج الإمارات

Q19 Evaluate

س19 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 4}\frac{x+\sqrt{x}-6}{x^2-16}$$

افرض ان

$\sqrt{x}=u$

Q20 Evaluate

س20 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 4}\frac{x\sqrt{x}-8}{x-4}$$

Q21 Evaluate

س21 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 1}\frac{x+\sqrt{x}-2}{x-1}$$

عماد عودة

Q22 Evaluate

س22 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 9} \frac{1}{\sqrt{x}-3} - \frac{6}{x-9}$$

Q23 if

س23 إذا كانت

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{ax+9}-3}{x} = 1$$

what is the value of a?

اوجد قيمة a

Q27 if

س27 إذا كانت

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{ax+b}-1}{x} = 3$$

what is the value of a and b?

اوجد قيمة a و b

عماد عودة

تبسيط الكسور
Simplify Fractions

Remember
To add and subtract fractions we use

تذكر
عند جمع وطرح الكسور نستخدم القاعدة التالية

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm cb}{bd}$$

Solved example	مثال محلول
Q1 Evaluate	س1 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 2} \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{2}}{x-2}$$

$$\lim_{x\to 2} \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{2}}{x-2} = \lim_{x\to 2} \frac{\frac{2-x}{2x}}{x-2}$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{2-x}{2x(x-2)} = \lim_{x\to 2} \frac{-(x-2)}{2x(x-2)}$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{-1}{2x} = -\frac{1}{2(2)} = -\frac{1}{4}$$

Q2 Evaluate	س2 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 3} \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{3}}{x-3}$$

Q3 Evaluate	س3 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 0} \frac{\frac{1}{x+2} - \frac{1}{2}}{x}$$

Q4 Evaluate	س4 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 0} \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{x+2}}{x}$$

Q5 Evaluate	س5 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 5} \frac{\frac{1}{2x} - \frac{1}{10}}{x^2 - 25}$$

Q6 Evaluate	س6 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 2} \frac{\frac{1}{3-x} - 1}{x - 2}$$

عماد عودة
Almanahj.com/ae
2025 2024
منهج الإمارات

Q7 Evaluate	س7 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 2} \frac{\frac{2}{3x-5}-2}{x-2}$$

Q8 Evaluate	س8 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 1} \frac{\frac{5}{2x-3}+5}{x-1}$$

Q9 Evaluate	س9 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 1} \left(\frac{1}{x-1}-\frac{2}{x^2-1}\right)$$

عماد عودة

Q10 Evaluate س10 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 2}\left(\frac{1}{x-2}-\frac{4}{x^2-4}\right)$$

Q11 Evaluate س11 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 5}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{5}\right)\times\left(\frac{x}{x^2-25}\right)$$

Q12 Evaluate س12 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 3}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{3}\right)\times\left(\frac{x}{x^2-9}\right)$$

عماد عودة

Q13 if

س13 إذا كان

$$\lim_{x\to 2}\left(\frac{1}{x-2}+\frac{a}{x^2-4}\right)=\frac{1}{4}$$

what is the value of a?

اوجد قيمة a

Q14 if

س14 اذا كان

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{\frac{a}{x+a}-b}{x}\right)=-1$$

what is the value of a and b ?

اوجد قيمة a و b

عماد عودة

القيمة المطلقة
Absolute value

تذكر

عند التعامل مع القيمة المطلقة يجب إعادة تعريف الدالة للتخلص من القيمة المطلقة كما يلي

دائما على يمين العدد نضع نفس اشارة معامل x

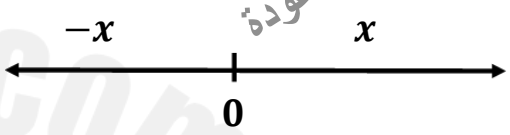
Remember

We need to rewrite function without absolute value notation

Every time we must put the sign of the x coefficient on the right side on the number line

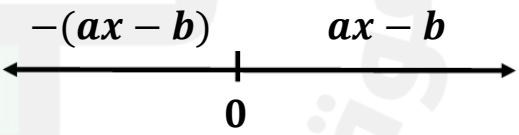
$$f(x) = |x|$$

$$f(x) = |x| = \begin{cases} -x, & x \le 0 \\ x, & x > 0 \end{cases}$$



$$f(x) = |ax - b|$$

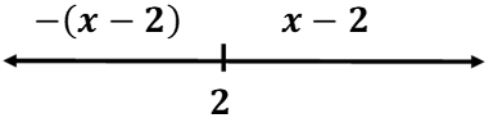
$$f(x) = |ax - b| = \begin{cases} -(ax - b), & x \le \frac{b}{a} \\ ax - b, & x > \frac{b}{a} \end{cases}$$



Example 1

$$f(x) = |x - 2|$$

$$f(x) = |x - 2| = \begin{cases} -(x - 2), & x \le 2 \\ x - 2, & x > 2 \end{cases}$$



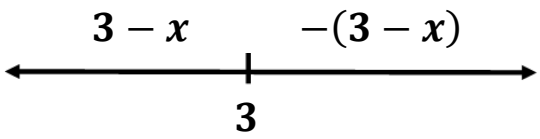
في المثال التالي اشارة معامل x سالبة لذا نضع الاشارة السالبة على اليمين

Example 2

$$f(x) = |3 - x|$$

$$f(x) = |3 - x| = \begin{cases} (3 - x), & x \le 3 \\ -(3 - x) & , \quad x > 3 \end{cases}$$

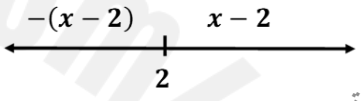
عماد عودة عماد عودة عماد عودة



Solved example	مثال محلول
Q1 Evaluate	س1 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 2} \frac{x-2}{|x-2|}$$

$$f(x) = |x - 2| = \begin{cases} -(x - 2), & x \le 2 \\ x - 2 & , \quad x > 2 \end{cases}$$



عماد عودة عماد عودة عماد عودة

$$\lim_{x\to 2^-} \frac{x-2}{-(x-2)} = -1 \qquad \lim_{x\to 2^+} \frac{x-2}{(x-2)} = 1$$

$$\lim_{x\to 2^-} \frac{x-2}{-(x-2)} \neq \lim_{x\to 2^+} \frac{x-2}{(x-2)}$$

$$\lim_{x\to 2} \frac{x-2}{|x-2|} \ does\ not\ exist$$ غير موجودة

عماد عودة عماد عودة عماد عودة

Q2 Evaluate	س2 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to -1^+} \frac{|x+1|}{x^2-1}$$

Q3 Evaluate	س3 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 0} \left(\frac{2}{x} - \frac{2}{|x|}\right) =$$

Q4 Evaluate	س4 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 0}\frac{2x-|x|}{|3x|-2x}$$

Q5 Evaluate	س5 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 5}\frac{|x-2|-3}{x-5}$$

Q6 Evaluate	س6 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 5}\frac{|x-2|-3}{x^2-25}$$

Q7 Evaluate	س7 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 3}\frac{|2x-1|-5}{x-3}$$

Q8 Evaluate	س8 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 5}\frac{x|x-1|-20}{x^2-25}$$

Q9 Evaluate	س9 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to -1}\frac{x+|x|-2}{x^2-1}$$

Q10 Evaluate	س10 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 9}\frac{5-|x-4|}{|10-x|-1}$$

Q11 Evaluate	س11 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 3}\frac{x|1-x|-6}{x^2-3x}$$

Q12 Evaluate

س12 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 1}\frac{|x-1|}{1-x}$$

عماد عودة

Q13 Evaluate

س13 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 2^+}\frac{x-2}{|x-2|}$$

عماد عودة

عماد عودة

Q15 Let

س15 إذا كان

$$\lim_{x\to b}\frac{x^2-k}{x-k}=\lim_{x\to 1}(|x|+5)$$

Find k

اوجد قيمة k

عماد عودة

Remember

تذكر

$$\sqrt{x^2}=|x|$$

عماد عودة

Q16 Evaluate

س16 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 0}\frac{x^2+x}{\sqrt{x^4+2x^2}}$$

عماد عودة

الدوال المتشعبة
Piecewise functions

في الدوال المتشعبة والتي يكون لها اكثر من قاعدة كما في المثال المجاور اذا كان العدد المطلوب ايجاد قيمة الدالة له نحدد مكانه اولا فاذا كان اقل او يساوي العدد a نعوض في $g(x)$ واذا كان اكبر من العدد a نعوض في $h(x)$

$$f(x)=\begin{cases} g(x), & x \le a \\ \square & \\ h(x), & x > a \end{cases}$$

عماد عودة

Q1 Let

س1 ليكن

$$f(x)=\begin{cases} x^2+3, & x<0 \\ \square & \\ 2x-4, & x \ge 0 \end{cases}$$

عماد عودة

Find

اوجد قيمة

1) $f(-3)$=.....

2) $f(2)$ =.....

3) $f(0)$ = ...

Solved example

مثال محلول

Q2 Let

س3 إذا كان

$$f(x)=\begin{cases} x^2+1\,, & x<-1 \\ \square & \\ -3x-1\,, & x \ge -1 \end{cases}$$

عماد عودة عماد عودة عماد عودة

Find

اوجد قيمة

$\lim\limits_{x\to -1} f(x)$

$\lim\limits_{x\to -1^-} x^2+1=(-1)^2+1=2$ $\quad$ $\lim\limits_{x\to -1^+} -3x-1=-3(-1)-1=2$

$\lim\limits_{x\to -1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)=2$

$\lim\limits_{x\to -1} f(x)=2$

Q3 Let

س3 إذا كان

$$f(x)=\begin{cases} x^2+2\cos x+1, & x<0 \\ \square & \\ e^x-4 & , \ x \ge 0 \end{cases}$$

Find

اوجد قيمة

$\lim\limits_{x\to 0} f(x)$

عماد عودة عماد عودة عماد عودة

Q4 Let

س4 إذا كان

$$f(x)=\begin{cases} x^3-1 & , \quad x<0 \\ 0 & , \quad x=0 \\ \sqrt{x+1}-2 & , \quad x>0 \end{cases}$$

Find $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$

اوجد قيمة

Q5 Let

س5 إذا كان

$$f(x)=\begin{cases} 2x^2+x & , \quad x<-1 \\ \sqrt{3-x} & , \quad -1<x<1 \\ 2x+1 & , \quad x\geq 1 \end{cases}$$

Find $\lim\limits_{x\to -1} f(x)$

اوجد قيمة

Q6 Let

س6 إذا كان

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{9-x^2}{x-3} & , \quad x\neq 3 \\ 2x & , \quad x=3 \end{cases}$$

Find $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$

اوجد قيمة

Q7 Let

س7 إذا كان

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{2x-1}-3}{x-5}, & x\neq 5\\ x+1, & x=5\end{cases}$$

Find $\lim\limits_{x\to 5} f(x)$

اوجد قيمة

عماد عودة عماد عودة عماد عودة
عماد عودة عماد عودة عماد عودة

Q8 Let

س8 إذا كان

$$f(x)=\begin{cases}\frac{x-2}{x^2-2x}, & x\neq 2\\ x+1, & x=2\end{cases},\quad g(x)=\begin{cases}3x+1, & x\neq 2\\ \sin x, & x=2\end{cases}$$

Find $\lim\limits_{x\to 2}(f(x)+g(x))$

اوجد قيمة

عماد عودة عماد عودة عماد عودة عماد عودة

Q9 Let

س9 إذا كان

$$f(x)=\begin{cases}log\, x+4, & x\geq 1\\ 5x-1, & x<1\end{cases},\quad g(x)=\frac{x-1}{1-x}$$

Find $\lim\limits_{x\to 1}(f(x)+g(x))$

اوجد قيمة

عماد عودة عماد عودة

Q10 Let

س10 إذا كان

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-9}{x-3}, & x<3\\ 2x+b, & x\geq 3\end{cases}$$

Find the value of b such that

اوجد قيمة b حيث ان

$$\lim_{x\to 3} f(x) \text{ exists}$$

Q11 Let

س11 إذا كان

$$f(x)=\begin{cases}x^2+a, & x\leq -1\\ 2x-b, & x>-1\end{cases} \quad \text{and} \quad \lim_{x\to -1} f(x)=2$$

Find a and b

اوجد قيمة a و b

Q12 Let

س12 إذا كان

$$f(x)=\begin{cases}\log_2 x, & 0<x\leq 8\\ \square & \\ 3^{kx}, & x>8\end{cases} \quad \text{and} \quad \lim_{x\to 8} f(x) \text{ موجودة } exist$$

Find a

اوجد قيمة a

عماد عودة

مثلثية

المتطابقات المثلثية

$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$, $\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$	$\csc x = \frac{1}{\sin x}$, $\sec x = \frac{1}{\cos x}$, $cot\ x = \frac{1}{tan\ x}$	
$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$	$\tan^2 x + 1 = \sec^2 x$	$\cot^2 x + 1 = \csc^2 x$
$\sin x = \cos(\frac{\pi}{2} - x)$	$\tan x = \cot(\frac{\pi}{2} - x)$	$\sec x = \csc(\frac{\pi}{2} - x)$
$\cos x = \sin(\frac{\pi}{2} - x)$	$\cot x = \tan(\frac{\pi}{2} - x)$	$\csc x = \sec(\frac{\pi}{2} - x)$
$\sin(\pi - x) = \sin x$	$\sin(\pi + x) = -\sin x$	
$\cos(\pi - x) = -\cos x$	$\cos(\pi + x) = \cos x$	
$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$		
$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$	$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$	$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$
$cos(-x) = cos\ x$ Even function دالة زوجية	$sin(-x) = -\sin x$ Odd function دالة فردية	$tan(-x) = -\tan\ x$ Odd function دالة فردية

عماد عودة

THEOREM 3.4

For any real number a, we have

(i) $\lim_{x\to a} \sin x = \sin a$,

(ii) $\lim_{x\to a} \cos x = \cos a$,

(iii) $\lim_{x\to a} e^x = e^a$ and

(iv) $\lim_{x\to a} \ln x = \ln a$, for $a > 0$.

(v) $\lim_{x\to a} \sin^{-1} x = \sin^{-1} a$, for $-1 < a < 1$,

(vi) $\lim_{x\to a} \cos^{-1} x = \cos^{-1} a$, for $-1 < a < 1$,

(vii) $\lim_{x\to a} \tan^{-1} x = \tan^{-1} a$, for $-\infty < a < \infty$ and

(viii) if p is a polynomial and $\lim_{x\to p(a)} f(x) = L$, then $\lim_{x\to a} f(p(x)) = L$.

عماد عودة $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$, عماد عودة $\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sin x}=1$, عماد عودة

عماد عودة $\lim_{x\to 0}\frac{\tan x}{x}=1$, $\lim_{x\to 0}\frac{x}{\tan x}=1$, $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{\tan x}=1$ عماد عودة

عماد عودة $\lim_{x\to 0}\frac{\sin ax}{bx}=\frac{a}{b}$, عماد عودة $\lim_{x\to 0}\frac{\tan ax}{bx}=\frac{a}{b}$ عماد عودة

Q1 Evaluate	س1 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 0}\cos^{-1}(x^2)=$$

عوض بالالة

ملاحظة ضع الالة على وضع Radian

Q2 Evaluate	س2 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 0} sin^{-1}\left(\frac{x+1}{2}\right)$$

عوض بالالة

ملاحظة ضع الالة على وضع Radian

Q3 Evaluate	س3 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 0} sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{x+3}}{2}\right)$$

عوض بالالة

ملاحظة ضع الالة على وضع Radian

عماد عودة

Q4 Evaluate س4 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{2x}$$

Q5 Evaluate س5 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin 4x}{3x}$$

Q6 Evaluate س6 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin 5x}{tan\ 2x}$$

Q7 Evaluate س7 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 0}\frac{\tan\ 3x}{5x}$$

Q8 Evaluate س8 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 0}(x\ cot\ x)$$

Q9 Evaluate س9 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 0}(x^2\ csc^2\ x)$$

عماد عودة

Q10 Evaluate

س10 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin|x|}{x}$$

عماد عودة عماد عودة عماد عودة

عماد عودة عماد عودة عماد عودة

Q11 Evaluate

س12 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 2}\frac{\sin(x^2-4)}{x^2-4}$$

عماد عودة عماد عودة عماد عودة

Q12 Evaluate

س12 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{xe^x}{\tan x}\right)$$

عماد عودة عماد عودة عماد عودة

Q13 Evaluate

س13 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 0}\frac{\cos^2 x-1}{x^2}$$

عماد عودة عماد عودة عماد عودة

عماد عودة عماد عودة عماد عودة

Q14 Evaluate س14 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 0}\frac{\cos x-1}{x^2}$$

عماد عودة عماد عودة عماد عودة

عماد عودة عماد عودة عماد عودة

Q15 Evaluate س15 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 0}\frac{\cos^2 x-1}{2x^2}$$

عماد عودة عماد عودة عماد عودة

Q16 Evaluate س16 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 0}\frac{\cos x-1}{x\sin x}$$

عماد عودة

Q17 Evaluate س17 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 0}\frac{x\sin x}{1-\cos x}$$

عماد عودة

عماد عودة

Q18 Evaluate

س18 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-sec^2 2x}{x^2}$$

Q19 Evaluate

س19

$$\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} tan(x)-sec(x)$$

Q20 Evaluate

س20 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{1-\sqrt{1+x}}$$

Q21 Evaluate

س21 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to\pi}\frac{\sin x}{x-\pi}$$

Q22 Evaluate

س22 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\cos x}{x-\frac{\pi}{2}}$$

Q23 Evaluate

س23 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{3x^2}{1-\cos^2 x}\right)=$$

عماد عودة

عماد عودة

Q24 Evaluate

س24 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{x^2}{sec\,x-1}\right)=$$

عماد عودة

عماد عودة

Q25 Given that

س25 اذا كان

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{1-cos\,x}{x^2}=\frac{1}{2}$$

evaluate

اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{\sqrt{1-cos\,x}}{x}$$

عماد عودة عماد عودة عماد عودة

Q26 Evaluate

س26 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to \frac{\pi}{4}}\frac{1-tan\,x}{sin\,x-cos\,x}=$$

عماد عودة عماد عودة عماد عودة

Q27 Evaluate س27 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{sec^2 x - 1}}{x} =$$

Q28 Evaluate س28 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2}{3sec\, x - 3}$$

Q29 Evaluate س29 اوجد قيمة

$$\lim_{\theta\to 0} \frac{\theta + \theta cos\, \theta}{sin\, \theta\, cos\, \theta}$$

Q30 Evaluate س30 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to \frac{\pi}{3}} \frac{sin(\frac{\pi}{3} - x)}{\frac{\pi}{3} - x}$$

عماد عودة
Almanahj.com/ps

Q31 Find value of k if

س31 اوجد قيمة k

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin kx}{3x}=2$$

Q32 Find value of k if

س32 اوجد قيمة k

$$\lim_{x\to -3}\frac{x^2-9}{x+3}=\lim_{x\to 0}\frac{\sin 6kx}{5x}=$$

نظرية الشطيرة

THEOREM 3.5 (Squeeze Theorem)

Suppose that

$$f(x)\le g(x)\le h(x)$$

for all x in some interval (c, d), except possibly at the point $a\in(c, d)$ and that

$$\lim_{x\to a} f(x)=\lim_{x\to a} h(x)=L,$$

for some number L. Then, it follows that

$$\lim_{x\to a} g(x)=L, \text{ also.}$$

Q1 Determine the value of

س1 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 0}\left[x^2\cos\left(\frac{1}{x}\right)\right].$$

Q2 Determine the value of	س2 اوجد قيمة ان وجدت

$$\lim_{x\to 0^+}\left[\sqrt{x}\,sin^2\left(\frac{1}{x}\right)\right].$$

Q3 Prove that	س3 اثبت ان

$$\lim_{x\to 0^+}\left[\sqrt{x}\,cos^2\left(\frac{1}{x}\right)\right]=0.$$

Q4 Determine the value of (if exist)	س4 اوجد قيمة (ان وجدت)

$$\lim_{x\to 0}(2+x)sin\left(\frac{1}{x}\right).$$

عماد عودة
Almanahj.com/ae
2025
2024

Q5 Prove that	س5 اثبت ان

$$\lim_{x\to 0}\left[x^2\ sec\left(\frac{1}{x}\right)\right]=0.$$

Q6 Suppose that	س6 افرض ان

$$|f(x)|\le 4$$

Prove that $\lim_{x\to 0} x^2 f(x)=0$ اثبت ان

Q7 Use squeeze theorem to prove that	س7 استخدم نظرية الشطيرة في اثبات

$$\lim_{x\to 0}\frac{2x^3}{x^2+1}=0$$

Q8 if	س8 إذا كان

$$\frac{2x^2 - x^3}{2} \leq x^2 f(x) \leq \frac{x^2 + sin^2 x}{2}$$

Find $\lim_{x \to 0} f(x)$ اوجد

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

Q9 if	س9 إذا كان

$(x^2 - 1)(x^2 + 1) \leq (x - 1) f(x) \leq (x^2 + 2x - 3)$ Where $x \neq 1$, $[-3, 3]$

Find $\lim_{x \to 1} f(x)$ اوجد

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

Q10 if	س10 إذا كان

$$\frac{1}{32}(x^2-16) \le (x-4)f(x) \le \sqrt{x}-2\,, \qquad x \neq 4$$

Find

اوجد

$$\lim_{x\to 4} f(x)$$

عماد عودة

Q11 if	س11 إذا كان

$$|g(x)+4| \le 2(3-x)^4 \quad \textit{is true for all value of } x$$

Find

اوجد

$$\lim_{x\to 3} g(x)$$

تذكر

ان إذا كان $|x| \le a$ فان $-a \le x \le a$

Q12 if

س12 إذا كان

$$|g(x)+4| \le 2(2-x)$$

Find

اوجد

$$\lim_{x\to 2} g(x)$$

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

Q13 If

س13 إذا كان

$$(sin\, x + 2x) \le x\, f(x) \le x^2 + 3x$$

Find

اوجد

$$\lim_{x\to 0} f(x)$$

الاتصال ونتائجه

CONTINUITY AND ITS CONSEQUENCES

For a function f defined on an open interval containing $x = a$, we say that f is ***continuous*** at a when

الدالة f المعرفة على فترة مفتوحة تحتوي النقطة $x = a$ تكون متصلة اذا كان

$$\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$$

Otherwise, f is said to be **discontinuous** at $x = a$.

واذا لم يتحقق هذا الشرط تكون الدالة غير متصلة عند $x = a$.

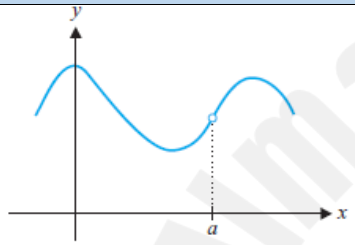
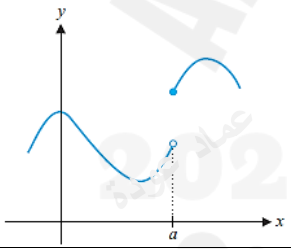
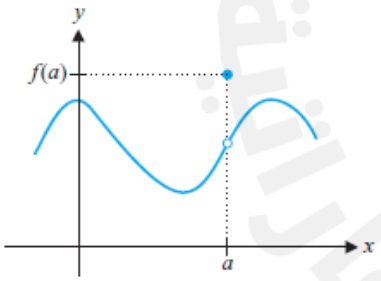
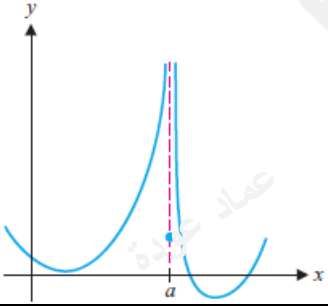
For f to be ***continuous*** at $x = a$, the definition says that

بصورة عامة لبحث اتصال دالة عند نقطة يجب دراسة الشروط الثلاثة التالية

i) $f(a)\ defined$ الدالة معرفة

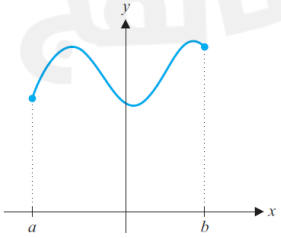
ii) $\lim_{x \to a} f(x)\ exist$ النهاية موجودة

iii) $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$ قيمة الدالة تساوي نهاية الدالة

Function الدالة	Continuity at $x = a$ الاتصال عند	Explain التفسير
	discontinuous غير متصلة hole فجوة *removable* قابل للازالة	الدالة غير معرفة $f(a)\ not\ defined$
	discontinuous غير متصلة jump قفزة الدالة not removable غير قابل للازالة	$f(a)\ defined$ الدالة معرفة النهاية غير موجودة $\lim_{x \to a} f(x)\ does\ not\ exist$
	discontinuous غير متصلة hole فجوة	$f(a)\ defined$ الدالة معرفة $\lim_{x \to a} f(x)\ exist$ النهاية موجودة قيمة الدالة لا تساوي نهاية الدالة $\lim_{x \to a} f(x) \neq f(a)$
	discontinuous غير متصلة blow up انفصال لانهائي	$f(a)\ defined$ الدالة معرفة النهاية غيرموجودة $\lim_{x \to a} f(x)\ does\ notexist$

تحديد مجال الدوال المختلفة

الدالة Function		المجال Domain
الحدوديات Polynomial	$p(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots a_0$	All real numbers $(-\infty, \infty)$
النسبية Rational	$y = \frac{f(x)}{g(x)}$	$g(x) \neq 0$
الجذور Radical	$y = \sqrt{f(x)}$	$f(x) \geq 0$
	$y = \sqrt[n]{f(x)}$	$\begin{cases} n \ \text{(فردي)} \ odd \ , all \ real \ number \\ n \ \text{(زوجي)} \ even \ , \quad f(x) \geq 0 \end{cases}$
المثلثية Trigonometry	$y = \sin x$ $y = \cos x$ $y = \tan^{-1} x$	All real numbers $(-\infty, \infty)$
	$y = \tan x$	$x \neq \frac{n\pi}{2}, n = \pm 1,3,5 \ldots$
المعكوس Invers	$y = \sin^{-1} x$ $y = \cos^{-1} x$	$-1 \leq x \leq 1$
الاسية Exponential	$y = e^x$	All real numbers $(-\infty, \infty)$
اللوغاريتمية Logarithmic	$y = ln\|f(x)\|$	$f(x) > 0$

If f is continuous at every point on an open interval (a, b), we say that f is continuous on (a, b).	تكون الدالة f متصلة على الفترة (a, b) اذا كانت الدالة f متصلة على جميع النقاط في الفترة المفتوحة (a, b)
we say that f is continuous on the closed interval $[a, b]$, if f is continuous on the open interval (a, b) and	تكون الدالة f متصلة على الفترة $[a, b]$ اذا كانت الدالة f متصلة على جميع النقاط في الفترة المفتوحة (a, b) **وكان**
$\lim_{x \to a^+} f(x) = f(a), \lim_{x \to b^-} f(x) = f(b)$	
	

Q1	Determine the interval on which f is continuous	س1 حدد الفترات التي تكون عندها الدالة f متصلة

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 1}$$

Q2	Determine the interval on which f is continuous	س2 حدد الفترات التي تكون عندها الدالة f متصلة

$$f(x) = \frac{x + 2}{x^2 - x - 6}$$

Q4	Determine the interval on which f is continuous	س4 حدد الفترات التي تكون عندها الدالة f متصلة

$$f(x) = \sqrt{x + 3}$$

Q5	Determine the interval on which f is continuous	س5 حدد الفترات التي تكون عندها الدالة f متصلة

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$$

Q6	Determine the interval on which f is continuous	س6 حدد الفترات التي تكون عندها الدالة f متصلة

$$f(x) = (x - 1)^{\frac{3}{2}}$$

Q7	Determine the interval on which f is continuous	حدد الفترات التي تكون عندها الدالة f متصلة	س7

$$f(x) = \sqrt[3]{x+2}$$

Q8	Determine the interval on which f is continuous	حدد الفترات التي تكون عندها الدالة f متصلة	س8

$$f(x) = \sin(1 + e^x)$$

Q9	Determine the interval on which f is continuous	حدد الفترات التي تكون عندها الدالة f متصلة	س9

$$f(x) = \cos(x^2 - 5x + 2)$$

Q10	Determine the interval on which f is continuous	حدد الفترات التي تكون عندها الدالة f متصلة	س10

$$f(x) = \sin^{-1}(x + 2)$$

Q11	Determine the interval on which f is continuous	حدد الفترات التي تكون عندها الدالة f متصلة	س11

$$f(x) = \ln(3x - 4)$$

Q12	Determine the interval on which f is continuous	حدد الفترات التي تكون عندها الدالة f متصلة	س12

$$f(x) = \ln(\sin x)$$

Q13	Determine the interval on which f is continuous	س13 حدد الفترات التي تكون عندها الدالة f متصلة

$$f(x) = \frac{\sqrt{x+1} + e^x}{x^2 - 2}$$

Q14	Determine the interval on which f is continuous	س14 حدد الفترات التي تكون عندها الدالة f متصلة

$$f(x) = \frac{\ln(x^2 - 1)}{\sqrt{x^2 - 2x}}$$

Q15	find all intervals of continuity.	س15 حدد الفترات التي تكون عندها الدالة f متصلة

$$f(x) = \cos^{-1}(x - 2)$$

Q16	find all intervals of continuity.	س16 حدد الفترات التي تكون عندها الدالة f متصلة

$$f(x) = \sqrt{9 - x^2}$$

Q17	Determine the interval(s) where $f(x)$ is continuous.	س17 حدد الفترات التي تكون عندها الدالة f متصلة

$$f(x) = \frac{ln(1 - x^2)}{\sqrt{x}}$$

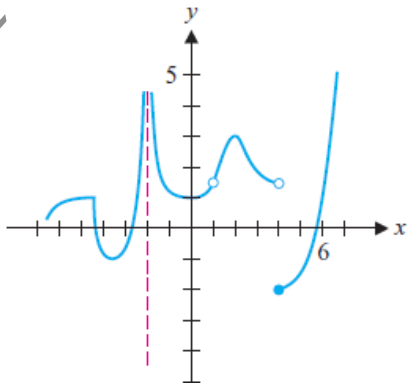
عماد عودة

عماد عودة

مسائل الاتصال بالرسم

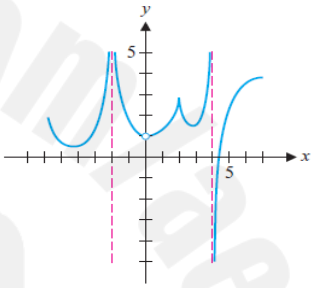
Q 1	Use the given graph to identify all intervals on which the function f is continuous.	س1 اعتمد على الرسم التالي لتحديد الفترات التي تكون عندها الدالة f متصلة

عماد عودة

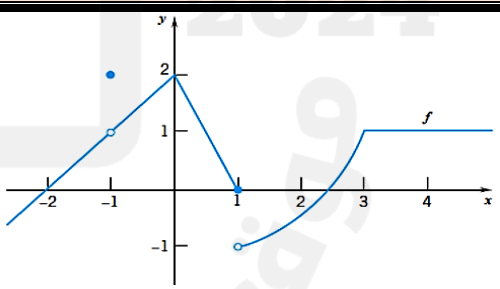


عماد عودة

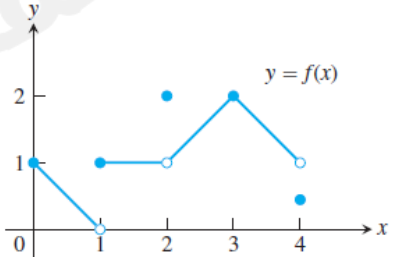
Q2	Use the given graph to identify all intervals on which the function is continuous.	س2 اعتمد على الرسم التالي لتحديد الفترات التي تكون عندها الدالة f متصلة



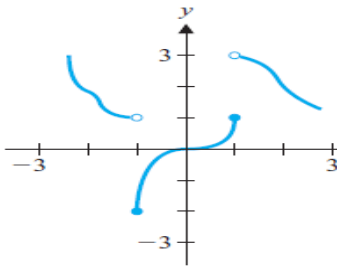
Q3	At which numbers c is f discontinuous? Which of the discontinuities is removable?	س3 اعتمد على الرسم التالي لتحديد الفترات التي تكون عندها الدالة f متصلة



Q4	At which numbers c is f discontinuous? Which of the discontinuities is removable?	س4 اعتمد على الرسم التالي لتحديد الفترات التي تكون عندها الدالة f متصلة



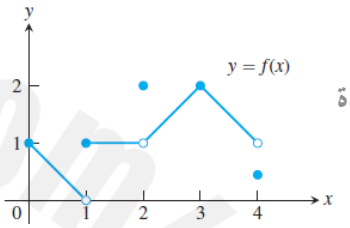
Q5	At which numbers c is f discontinuous? Which of the discontinuities is removable?	س5 اعتمد على الرسم التالي لتحديد الفترات التي تكون عندها الدالة f متصلة



عماد عودة عماد عودة عماد عودة

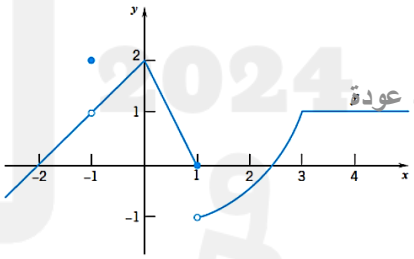
يكون للدالة انفصال قابل للإزالة إذا كان الرسم يحتوي فجوة اي ان النهاية موجودة عند نقطة، ولكن لا تساوي قيمة الدالة عند تلك النقطة

Q6	Find the value(s) of x where the function has removable discontinuity	س6 اوجد قيم x التي يكون عندها للدالة نقطة انفصال قابل للازالة



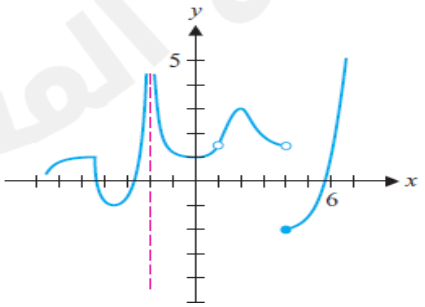
عماد عودة عماد عودة عماد عودة

Q7	Find the value(s) of x where the function has removable discontinuity	س7 اوجد قيم x التي يكون عندها للدالة نقطة انفصال قابل للازالة



عماد عودة عماد عودة عماد عودة

Q8	Find the value(s) of x where the function has removable discontinuity	س8 اوجد قيم x التي يكون عندها للدالة نقطة انفصال قابل للازالة



عماد عودة عماد عودة عماد عودة

Q1	Explain why each function fails to be continuous at the given x-value by indicating which of the three conditions in Definition 4.1 are not met	س1 وضح سبب عدم اتصال كل دالة مما يلي عند القيمة المحددة لكل منها اعتمد على شروط الاتصال في التعريف

For $\boldsymbol{f}$ to be ***continuous*** at $\boldsymbol{x = a}$, the definition says that

i) $f(a)\ defined$

ii) $\lim_{x\to a} f(x)\ exist$

iii) $\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$

a) $$f(x) = \frac{x}{x-1}\ at\ x = 1$$

b) $$f(x) = \frac{x^2-1}{x-1}\ at\ x = 1$$

c) $$f(x) = \sin\frac{1}{x}\ at\ x = 0$$

d) $$f(x) = \frac{e^{x-1}}{e^x - 1}\ at\ x = 0$$

e) $$f(x) = \begin{cases} x^2, & x < 2 \\ 3, & x = 2 \\ 3x-2, & x > 2 \end{cases} \quad at\ x = 2$$

عماد عودة

لتحديد القيم التي يكون عندها لدالة النسبية انفصال قابل للازالة نوجد اصفار المقام والمعامل الذي نستطيع اختصاره مع معاملات البسط يكون عنده انفصال قابل للازالة

Q2	Find all discontinuities and determine which are removable.	س2 اوجد قيم x التي يكون عندها للدالة نقطة انفصال قابل للازالة

$$f(x) = \frac{x-1}{x^2+2x-3}$$

Q3	Find all discontinuities and determine which are removable.	س3 اوجد قيم x التي يكون عندها للدالة نقطة انفصال قابل للازالة

$$f(x) = \frac{x+1}{x^2-4}$$

Q4	Find all discontinuities and determine which are removable.	س4 اوجد قيم x التي يكون عندها للدالة نقطة انفصال قابل للازالة

$$f(x) = x\cot x$$

Q5	Find all discontinuities and determine which are removable.	س5 اوجد قيم x التي يكون عندها للدالة نقطة انفصال قابل للازالة

$$f(x) = \begin{cases} \sin x & , \quad x < 0 \\ x^2 & , \quad 0 \le x \le 2 \\ 4x-3 & , \quad x > 2 \end{cases}$$

عماد عودة

Q6 for	س6 لتكن

$$f(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x - 3}$$

(a) Find all values of x at which f is not continuous.
(b) Determine which value in (a) is a removable discontinuity.
(c) Expand $f(x)$ to make it continuous anywhere.

أ) اوجد جميع قيم x التي تكون عندها الدالة f غير متصلة
ب) حدد اي من هذة القيم يكون عندها الانفصال قابل للإزالة
ت) اوجد الدالة الموسعة والتي تجعل الدالة $f(x)$ متصلة لجميع القيم

عماد عودة عماد عودة عماد عودة
عماد عودة عماد عودة عماد عودة
عماد عودة عماد عودة عماد عودة

Q7 for	س7 لتكن

$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 3x - 10}$$

(a) Find all values of x at which f is not continuous.
(b) Determine which value in (a) is a removable discontinuity.
(c) Expand $f(x)$ to make it continuous anywhere.

أ) اوجد جميع قيم x التي تكون عندها الدالة f غير متصلة
ب) حدد اي من هذة القيم يكون عندها الانفصال قابل للازالة
ت) اوجد الدالة الموسعة والتي تجعل الدالة $f(x)$ متصلة لجميع القيم

عماد عودة
عماد عودة
عماد عودة

Q8 for	س8 لتكن

$$f(x) = \frac{2x^2 - 2x - 4}{x^2 - 5x + 6}$$

عماد عودة عماد عودة عماد عودة

(a) Find all values of x at which f is not continuous.
(b) Determine which value in (a) is a removable discontinuity.
(c) Expand $f(x)$ to make it continuous anywhere.

أ) اوجد جميع قيم x التي تكون عندها الدالة f غير متصلة
ب) حدد اي من هذة القيم يكون عندها الانفصال قابل للإزالة
ت) اوجد الدالة الموسعة والتي تجعل الدالة $f(x)$ متصلة لجميع القيم

عماد عودة عماد عودة عماد عودة

عماد عودة

Q9 for	س9

$$f(x) = \frac{x^2 + x}{1 - \sqrt{x+1}}$$

(a) Find all values of x at which f is not continuous.
(b) Determine which value in (a) is a removable discontinuity.
(c) Expand $f(x)$ to make it continuous anywhere.

أ) اوجد جميع قيم x التي تكون عندها الدالة f غير متصلة
ب) حدد اي من هذة القيم يكون عندها الانفصال قابل للازالة
ت) اوجد الدالة الموسعة والتي تجعل الدالة $f(x)$ متصلة لجميع القيم

عماد عودة عماد عودة عماد عودة عماد عودة

ايجاد قيم المجهول إذا علم الاتصال

Q1	Determine the values of a that make the function $f(x)$ continuous at $x = 1$	س1 اوجد قيم a التي تجعل الدالة $f(x)$ متصلة عند $x = 1$

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 + 2x - 3}{x - 1} & , x \neq 1 \\ a & , x = 1 \end{cases}$$

عماد عودة

Q2	Determine the values of m that make the function $f(x)$ continuous on $(-\infty, \infty)$	س2 اوجد قيم m التي تجعل الدالة $f(x)$ متصلة على $(-\infty, \infty)$

$$f(x) = \frac{9 - x^2}{mx + 2}$$

Q3	Determine the values of n that make the function $f(x)$ continuous at $x = 0$	س3 اوجد قيم n التي تجعل الدالة $f(x)$ متصلة عند $x = 0$

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1 - cos\, 2x}{6x^2} & , x > 0 \\ n & , x \leq 0 \end{cases}$$

Q4	Determine the values of m *and* n that make the function $f(x)$ continuous at $x = 0$	س4 اوجد قيم n و m التي تجعل الدالة $f(x)$ متصلة عند $x = 0$

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - mx + 2}{x - 1}, & x \neq 0 \\ n, & x = 0 \end{cases}$$

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

Q5	Determine the values of a *and* b that make the function $f(x)$ continuous at $x = 0$	س5 اوجد قيم a و b التي تجعل الدالة $f(x)$ متصلة عند $x = 0$

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2\sin x}{x}, & x < 0 \\ a, & x = 0 \\ b\cos x, & x > 0 \end{cases}$$

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

Q6	Determine the values of a and b that make the function $g(x)$ continuous	س6 اوجد قيم a و b التي تجعل الدالة $f(x)$ متصلة

$$g(x)=\begin{cases}\dfrac{\pi\sin x}{x}, & x<0\\ a-bx, & 0\le x<1\\ \arctan x, & x\ge 1\end{cases}$$

Q7	Determine the values of a and b that make the function $f(x)$ continuous	س7 اوجد قيم a و b التي تجعل الدالة $f(x)$ متصلة

$$f(x)=\begin{cases}a(\tan^{-1}x+2), & x<0\\ 2e^{bx}+1, & 0\le x\le 3\\ \ln(x-2)+x^2, & x>3\end{cases}$$

Q8	Determine the values of a and b that make the function $f(x)$ continuous	س8 اوجد قيم a و b التي تجعل الدالة $f(x)$ متصلة

$$f(x)=\begin{cases} ae^{x}+1, & x<0 \\ \sin^{-1}\frac{x}{2}, & 0\le x\le 2 \\ x^{2}-x+b, & x>2 \end{cases}$$

عماد عودة

Q9	Determine the values of k that make the function $f(x)$ continuous at $x=0$	س9 اوجد قيم k التي تجعل الدالة $f(x)$ متصلة عند $x=0$

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{sinx}{2-\sqrt{4+x}}, & x\neq 0 \\ k, & x=0 \end{cases}$$

عماد عودة

Q10	Determine the values of a and b that make the function $f(x)$ continuous at $x = 3$	س10	اوجد قيم a و b التي تجعل الدالة $f(x)$ متصلة عند $x = 3$

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - ax + 3}{x - 3} & , \quad x \neq 3 \\ bx + 1 & , \quad x = 3 \end{cases}$$

Q11	Determine the values of a that make the function $f(x)$ continuous at $x = 1$	س11	اوجد a التي تجعل الدالة $f(x)$ متصلة عند $x = 1$

$$if \quad f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{3x-1} - \sqrt{2x}}{x - 1} & , \quad x \neq 1 \\ a & , \quad x = 1 \end{cases}$$

عماد عودة

Q14 *let* $h(x)$ *is continuous at* $x=2$ *where* $h(2)=-9$ *find*	س14 لتكن الدالة $h(x)$ متصلة عند $x=2$ حيث $h(2)=-9$ اوجد

$$\lim_{x\to 2^-} h(x)$$

عماد عودة عماد عودة عماد عودة

Q15 *If* $f(x)$*continuous and* $\lim_{x\to 2^-} f(x)=5$ *find*	س15 لتكن الدالة $f(x)$ متصلة $\lim_{x\to 2^-} f(x)=5$ اوجد

$$f(2)$$

النهايات عند المالانهاية وخطوط التقارب
LIMITS INVOLVING INFINITY; ASYMPTOTES.

For any rational number $t > 0$,

$$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{1}{x^t} = 0$$

Where for the case $x \to -\infty$, we assume that $t = \frac{p}{q}$, *where* q *is odd*

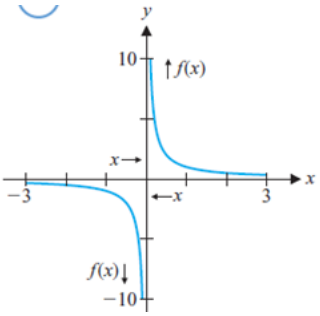
THEOREM 5.2

For a polynomial of degree $n > 0$, $p_n(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_0$, we have

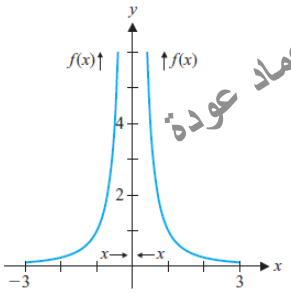
$$\lim_{x\to\infty} p_n(x) = \begin{cases} \infty, & \text{if } a_n > 0 \\ -\infty, & \text{if } a_n < 0 \end{cases}$$

For

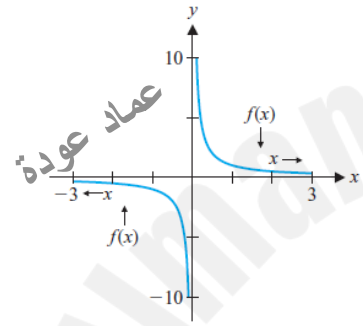
$$\lim_{x\to\infty} \frac{ax^m}{bx^n} \Longrightarrow \begin{cases} m < n & \lim_{x\to\infty} \frac{ax^m}{bx^n} = 0 \\ m = n & \lim_{x\to\infty} \frac{ax^m}{bx^n} = \frac{a}{b} \\ m > n & \lim_{x\to\infty} \frac{ax^m}{bx^n} = \infty \end{cases}$$



$$\lim_{x\to 0^-}\frac{1}{x}=-\infty \quad , \quad \lim_{x\to 0^+}\frac{1}{x}=\infty$$



$$\lim_{x\to 0}\frac{1}{x^2}=\infty$$



$$\lim_{x\to -\infty}\frac{1}{x}=0 \quad , \quad \lim_{x\to \infty}\frac{1}{x}=0$$

Q1	Evaluate the limit if it exists	س5 اوجد النهاية ان وجدت

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^2+3x-2}{3x^2+4x-1}=$$

Q2	Evaluate the limit if it exists	س5 اوجد النهاية ان وجدت

$$\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2-x+1}{4x^2-3x-1}$$

عماد عودة
Almanahj.com/ae

Q3	Evaluate the limit if it exists	س5 اوجد النهاية ان وجدت

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2-1}{4x^3-5x-1} =$$

Q4	Evaluate the limit if it exists	س4 اوجد النهاية ان وجدت

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{2x}{x^2+3x-5} =$$

Q5	Evaluate	س5 اوجد النهاية ان وجدت

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2-3x-2}{4x-3x^2-1}$$

Q6	Find the constant m	س6 اوجد قيمة الثابت m

$$\lim_{x\to\infty} \frac{3x^4+mx^4-2x^3-1}{2x^4+2x^3-x} = 4$$

Q7	Find the constant m	س7 اوجد قيمة الثابت m

$$\lim_{x\to\infty} \frac{mx^3-3x^3-2x^2-5x+1}{2x-5x^3-x} = 2$$

عماد عودة

Q8 Find the constant m	س8 اوجد قيمة الثابت m

$$\lim_{x\to\infty}\frac{3x^4-5x^4-2x^3-1}{mx^4+2x^3-x}=4$$

Q9 Find the value of the constant a and n	س9 اوجد قيمة الثابت a و n

$$\lim_{x\to\infty}\frac{ax^n+3x^3-8x+5}{3x^5+3x-1}=2$$

Q10 Find the constant a	س10 اوجد قيمة الثابت a

$$\lim_{x\to\infty}\frac{ax^3-5x^3+1}{x^2+2x^3+5}=10$$

Q11 Find the constant k	س11 اوجد قيمة الثابت k

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2(3+2kx)}{2+5x-2x^3}=9$$

Q12 Find the constant k	س12 اوجد قيمة الثابت k

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{3x^2(1+2k|x|)}{2+7x^2-4x^3}=9$$

عماد عودة

Q13 Find the constant k — س13 اوجد قيمة الثابت k

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^2(k|x|-1)}{1-3x^3}=2$$

Q14 Find the constant k — س14 اوجد قيمة الثابت k

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{x^4(k|x|-1)}{1-2x^5}=5$$

Q15 Evaluate — س15 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{-3x}{\sqrt{x^2+3}}$$

Q16 Evaluate — س16 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{-x}{\sqrt{4+x^2}}=$$

عماد عودة

Q17 Evaluate	س17 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{2x}{\sqrt{x^2+4}}$$

Q18 Evaluate	س18 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{4x^2+6x}}{3x-2}$$

Q22	Suppose that the diameter of an animal's pupils is given by $f(x)$ mm, where x is the intensity of light on the pupils. Find the diameter of the pupils with a) Minimum light b) Maximum light	س22 على فرض ان نصف قطر حدقة عين حيوان نعطى بالعلاقة $f(x)$ mm حيث x تمثل شدة الضوء على الحدقة اوجد نصف قطر الحدقة عندما تكون شدة الضوء أ) اقل ما يمكن ب) أكبر ما يمكن

$$f(x) = \frac{160x^{-0.4}+90}{4x^{-0.4}+15}$$

عماد عودة

عماد عودة

مسائل الضرب بالمرافق

Q1 Evaluate	س1 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to\infty} \sqrt{x^2+1} - x$$

عماد عودة
عماد عودة
عماد عودة
عماد عودة

Q2 Evaluate	س2 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to\infty} \sqrt{4x^2-2x+1} - 2x$$

عماد عودة
عماد عودة

Q3 Evaluate	س3 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to\infty} x\left(\sqrt{x^2+1} - x\right)$$

عماد عودة
عماد عودة

Q4 Evaluate	س4 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to\infty} \sqrt{5x^2+4x+7} - \sqrt{5x^2+x+3}$$

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

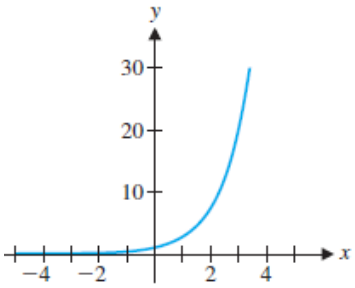
Q5 Evaluate	س5 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to\infty} \frac{1-cos(\frac{1}{x})}{\frac{1}{x}}$$

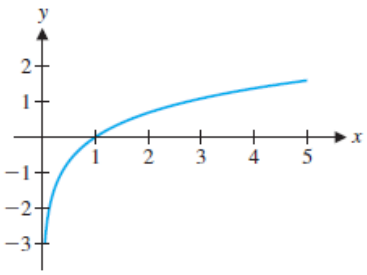
عماد عودة

عماد عودة

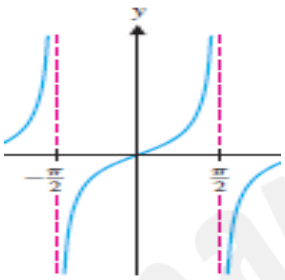
عماد عودة



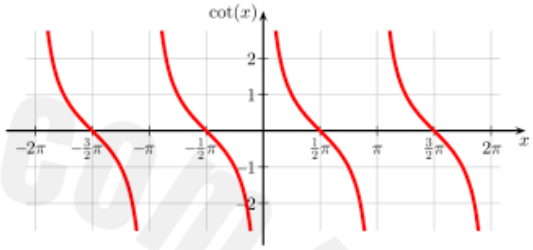
$$\lim_{x\to\infty} e^x = \infty\,,\ \lim_{x\to-\infty} e^x = o\,,$$



$$\lim_{x\to 0^+} ln\ x = -\infty\,,\ \lim_{x\to\infty} ln\ x\ = \infty\,,$$

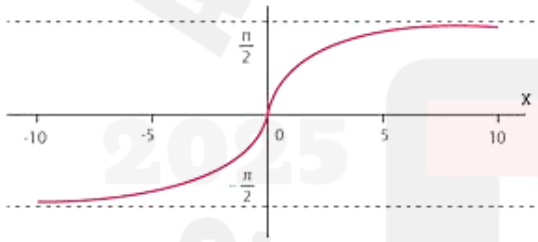


$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^-} tan\ x = \infty\,,\ \lim_{x\to\frac{\pi}{2}^+} tan\ x = -\infty\,,$$



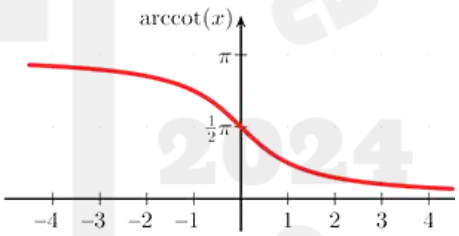
$$\lim_{x\to\pi^-} tan\ x = -\infty\,,\ \lim_{x\to\pi^+} tan\ x = \infty\,,$$

$y = \tan^{-1} x$



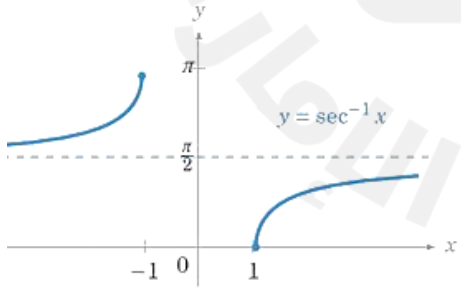
$$\lim_{x\to\infty} \tan^{-1}(x) = \frac{\pi}{2},\quad \lim_{x\to-\infty} \tan^{-1}(x) = -\frac{\pi}{2}$$

$y = \cot^{-1} x$



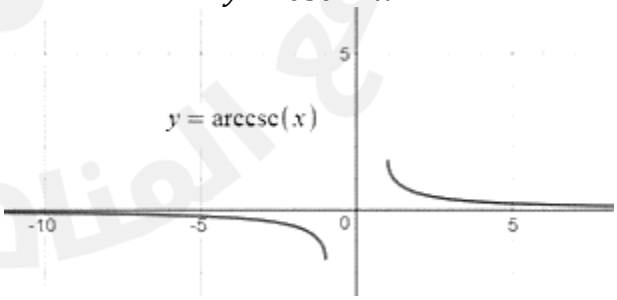
$$\lim_{x\to\infty} \cot^{-1}(x) = 0,\quad \lim_{x\to-\infty} \cot^{-1}(x) = \pi$$

$y = sec^{-1} x$



$$\lim_{x\to\infty} \sec^{-1}(x) = \frac{\pi}{2},\quad \lim_{x\to-\infty} \sec^{-1}(x) = \frac{\pi}{2}$$

$y = csc^{-1} x$



$$\lim_{x\to\infty} \csc^{-1}(x) = 0,\quad \lim_{x\to-\infty} \csc^{-1}(x) = 0$$

Q1 Evaluate the limit if it exists	س1 اوجد النهاية ان وجدت

$$\lim_{x\to\infty} ln\left(\frac{x^2+1}{x-3}\right) =$$

Q2 Evaluate the limit if it exists	س2 اوجد النهاية ان وجدت

$$\lim_{x\to 0^+} ln(x \sin x) =$$

Q3 Evaluate the limit if it exists	س3 اوجد النهاية ان وجدت

$$\lim_{x\to 0^+} e^{-\frac{2}{x^3}} =$$

Q4 Evaluate the limit if it exists	س4 اوجد النهاية ان وجدت

$$\lim_{x\to\infty} e^{-\left(\frac{x+1}{x^2+2}\right)} =$$

عماد عودة

Q5	Evaluate the limit if it exists	س5 اوجد النهاية ان وجدت

$$\lim_{x\to\infty} \cot^{-1} x =$$

Q6	Evaluate the limit if it exists	س6 اوجد النهاية ان وجدت

$$\lim_{x\to\infty} \sec^{-1}\left(\frac{x^2+1}{x+1}\right) =$$

Q7	Evaluate the limit if it exists	س7 اوجد النهاية ان وجدت

$$\lim_{x\to 0} sin\left(e^{-\frac{1}{x^2}}\right) =$$

Q8	Evaluate the limit if it exists	س8 اوجد النهاية ان وجدت

$$\lim_{x\to\infty} sin\left(\tan^{-1} x\right) =$$

عماد عودة
Amanahj.com/ج
2025 2024

Q9 Evaluate the limit if it exists	س9 اوجد النهاية ان وجدت

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}^-} e^{\tan x}$$

Q10 Evaluate the limit if it exists	س10 اوجد النهاية ان وجدت

$$\lim_{x \to 0^+} \tan^{-1}(\ln x) =$$

Q11 Evaluate	س11 اوجد النهاية ان وجدت

$$\lim_{x \to \infty} tan^{-1} x$$

Q12 Evaluate	س12 اوجد النهاية ان وجدت

$$\lim_{x \to 0} sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{x+3}}{2}\right)$$

عماد عودة

Q13 Evaluate	س13 اوجد النهاية ان وجدت

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} e^{-tan^2 x}$$

عماد عودة

عماد عودة

Q14 Evaluate	س14 اوجد النهاية ان وجدت

$$\lim_{x \to \infty} \tan^{-1}\left(\frac{x}{\sqrt{3x^2+4}}\right)$$

عماد عودة

Q15 Evaluate	س15 اوجد النهاية ان وجدت

$$\lim_{x \to \infty} tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3x^2+6x}}{x-2}\right)$$

عماد عودة

عماد عودة

Q16 Evaluate	س16 اوجد النهاية ان وجدت

$$\lim_{x \to 0} sin\,(e^{-\frac{1}{x^2}})$$

عماد عودة

Q17 Evaluate	س17 اوجد النهاية ان وجدت

$$\lim_{x\to 0} x^2 \csc^2 x$$

Q18 Evaluate	س18 اوجد النهاية ان وجدت

$$\lim_{x\to 0} e^{-\cot x}$$

Q25 Evaluate	س25 اوجد النهاية ان وجدت

$$\lim_{x\to -\infty} e^{-x^2}$$

خطوط التقارب
ASYMPTOTES

To find vertical asymptote we need to find zeros of the denominator

لإيجاد المقاربات العمودية نبحث في اصفار المقام

To find horizontal asymptote we should follow the next rule

لإيجاد المقاربات الافقية والمائلة نعتمد على القاعدة التالية

$$y = \frac{ax^m}{bx^n} \Rightarrow \begin{cases} m < n & , \quad y = 0 \\ m = n & , \quad y = \frac{a}{b} \\ m > n & , \quad none \end{cases}$$

أي انه في الحالة الثالثة لا يوجد مقارب افقي ويكون هناك مقارب مائل نقوم بحساب معادلته بالقسمة المطولة

Q1	Determine all horizontal and vertical asymptotes.	س1 اوجد جميع المقاربات الافقية والعمودية ان وجدت

$$f(x) = \frac{x}{4 - x^2}$$

عماد عودة عماد عودة عماد عودة

Q2	Determine all horizontal and vertical asymptotes.	س2 اوجد جميع المقاربات الافقية والعمودية ان وجدت

$$f(x) = \frac{x^2}{4 - x^2}$$

Q3	Determine all horizontal and vertical asymptotes	س3 اوجد جميع المقاربات الافقية والعمودية ان وجدت

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{4 + x^2}}$$

Q4	Determine all horizontal and vertical asymptotes.	س4 اوجد جميع المقاربات الافقية والعمودية ان وجدت

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{4 - x^2}}$$

Q5	Determine all horizontal and vertical asymptotes.	س5 اوجد جميع المقاربات الافقية والعمودية ان وجدت

$$f(x) = \frac{3x^2 + 1}{x^2 - 2x - 3}$$

عماد عودة

Q6	Determine all horizontal and vertical asymptotes.	س6 اوجد جميع المقاربات الافقية والعمودية ان وجدت

$$f(x) = \frac{1 - x}{x^2 + x - 2}$$

عماد عودة

Q7	Determine all horizontal and vertical asymptotes	س7 اوجد جميع المقاربات الافقية والعمودية ان وجدت

$$f(x) = \frac{x + 1}{x^2 - 3x + 2}$$

عماد عودة

Q8	Determine all horizontal and vertical asymptotes.	س8 اوجد جميع المقاربات الافقية والعمودية ان وجدت

$$f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 1}$$

عماد عودة

Q9	Determine all horizontal and vertical asymptotes.	س9 اوجد جميع المقاربات الافقية والعمودية ان وجدت

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2 - x - 2}$$

المقاربات العمودية والمائلة

Vertical and slant asymptote

Q1	Determine all vertical and slant asymptotes.	اوجد جميع المقاربات العمودية والمقاربات المائلة	س1

$$\frac{x^3}{4-x^2}$$

Q2	Determine all vertical and slant asymptotes.	اوجد جميع المقاربات العمودية والمقاربات المائلة	س2

$$\frac{x^3}{x^2-x-6}$$

Q3	Determine all vertical and slant asymptotes.	اوجد جميع المقاربات العمودية والمقاربات المائلة	س3

$$f(x)=\frac{x^2}{4-x^2}$$

عماد عودة

Q4	Determine all vertical and slant asymptotes.	س4 اوجد جميع المقاربات العمودية والمقاربات المائلة

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 2}$$

Q5	Determine all vertical and slant asymptotes.	س5 اوجد جميع المقاربات العمودية والمقاربات المائلة

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2 + x - 4}$$

Q6	Determine all vertical and slant asymptotes.	س6 اوجد جميع المقاربات العمودية والمقاربات المائلة

$$f(x) = \frac{x^4}{x^3 + 2}$$

مسائل إضافية

ملاحظة هذا النوع من الاسئلة سيتم حله بطرق اخرى في الوحدة التالية

Q1 Find	س1 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 0}\frac{(2+h)^2-4}{h}$$

عماد عودة

Q2 Find	س2 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 0}\frac{(1+h)^3-1}{h}$$

عماد عودة

Q3 Find	س3 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 0}\frac{(2+h)^3-8}{h}$$

عماد عودة

Q4 Find	س4 اوجد قيمة

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}\ \ if\ \ f(x)=\sqrt{2x+1}$$

عماد عودة

Q6 If	س6 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 2}\ \frac{f(x)-8}{x-2}=7 \text{ find } \lim_{x\to 2}\ \frac{2x^2-f(x)}{x-2}=$$

عماد عودة

Q7 If	س7 اوجد قيمة

$$\lim_{x\to 1}\ \frac{f(x)-5}{x-1}=2 \text{ find } \lim_{x\to 1}\ \frac{5x^2-f(x)}{x-1}=$$

عماد عودة
عماد عودة

اطيب التمنيات للجميع

الأستاذ عماد عودة