أسئلة الهيكل الوزاري – تقدير طول القوس على منحنى دالة معطاة (الجزء الإلكتروني)



تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية
موقع المناهج ⇦ المناهج الإماراتية ⇦ الصف الثاني عشر المتقدم ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الأول ⇦ اختبارات الكترونية ⇦ الملف
تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 12-11-2026 04:54:30

المزيد من مادة رياضيات:	ملفات ا كتب للمعلم ا كتب للطالب ا اختبارات الكترونية ا اختبارات ا حلول ا عروض بوربوينت ا أوراق عمل منهج انجليزي ا ملخصات وتقارير ا مذكرات وبنوك ا الامتحان النهائي ا للمدرس
	إعداد: محمد طه

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر المتقدم					
صفحة المناهج الإماراتية على فيسبوك					
المواد على تلغرام	التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات	

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الأول	
1	أسئلة الهيكل الوزاري – تقدير طول القوس على منحنى دالة معطاة (الجزء الإلكتروني)
2	حل وشرح هيكل المتقدم مع طرق الحل
3	حل هيكل أسئلة تقدير طول منحنى الدالة
4	هيكل تقدير طول منحنى الدالة
5	أسئلة تغطية اختبار – الجزء الخاص بالأسئلة ذات الإجابة الحرة (FRQ) بدون حلول – تحديد اتصال دالة عند نقطة

تحميل تطبيق المناهج للهواتف الذكية	
تطبيق المناهج على Store App (آبل)	تطبيق المناهج على Play Google (أندرويد)

Reveal • Bridge • 12 متقدم

أكاديمية طه للرياضيات
خاص وحصري
0566151988

أكاديمية طه للرياضيات

TAHA MATH ACADEMY

الصف الثاني عشر • المسار المتقدم

ADVANCED • Reveal

الأسئلة

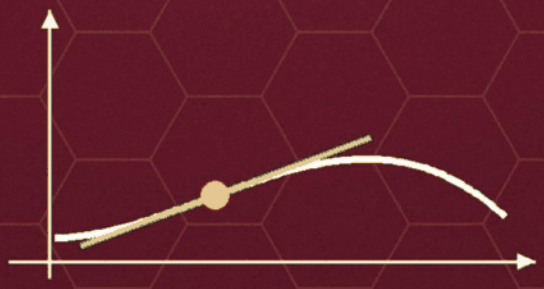
76

أسئلة الهيكل الوزاري • الفصل الدراسي الأول

الجزء الإلكتروني

Electronic Part • File 1 of 4

البنود 1 إلى 5 • الملف 1 من 4



إعداد وتقديم: الأستاذ محمد طه • 0566151988

انضم إلى مجتمع 12 متقدم • Reveal

واتساب

الموقع
tahamath.com

يوتيوب

G12-ADV • T1 • STR • E1

البند 1: تقدير طول القوس على منحنى دالة معطاة

Estimate an arc length of a given function

الدرس 1-2: خطوط المماس وطول المنحنى • الكتاب ص 68 إنجليزي • العربي ص 70

أسئلة الكتاب: تمارين 7 إلى 12 + الأسئلة الوزارية السابقة

ملخص قوانين البند 1 • Summary of Rules

المسافة بين نقطتين — Distance Formula

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

طول الفترة الجزئية — Subinterval Width

$$\Delta x = \frac{b - a}{n}$$

طول الفترة مقسوماً على عدد القطع المستقيمة

تقدير طول المنحنى — Arc Length Estimate

$$L \approx d_1 + d_2 + \cdots + d_n$$

مجموع أطوال القطع المستقيمة

الطول الفعلي هو النهاية — Exact Length as a Limit

$$L = \lim_{n \to \infty} (d_1 + d_2 + \cdots + d_n)$$

كل تقدير أقل من الطول الفعلي

إجابة س1 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 68 إنجليزي • العربي ص 70 • تمرين 7b

طول المنحنى | Arc Length | المسافة بين نقطتين | Distance Formula | القطع المستقيمة | Line Segments

قدّر طول منحنى الدالة الآتية على الفترة المعطاة باستخدام عدد القطع المستقيمة المعطى:

$$f(x) = \cos x, \qquad 0 \le x \le \frac{\pi}{2}, \qquad n = 3$$

A) 1.8950 | B) 1.8621 | C) 1.9101 | **D) 1.9033**

الحل:

طول كل فترة جزئية: $\Delta x = \frac{\pi/2 - 0}{3} = \frac{\pi}{6}$

نقاط التقسيم: $x_i : 0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}$

طول كل قطعة: $d_i = \sqrt{(\Delta x)^2 + [f(x_i) - f(x_{i-1})]^2}$

$L \approx 0.54047 + 0.63885 + 0.72399$

نقرّب في النهاية فقط: $L \approx 1.9033$

إجابة س2 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 68 إنجليزي • العربي ص 70 • تمرين 8b

طول المنحنى | Arc Length | المسافة بين نقطتين | Distance Formula | القطع المستقيمة | Line Segments

قدّر طول منحنى الدالة الآتية على الفترة المعطاة باستخدام عدد القطع المستقيمة المعطى:

$$f(x) = \sin x, \qquad 0 \le x \le \frac{\pi}{2}, \qquad n = 2$$

A) 1.9033 | B) 1.9101 | C) 1.8621 | **D) 1.8950**

الحل:

طول كل فترة جزئية: $\Delta x = \frac{\pi/2 - 0}{2} = \frac{\pi}{4}$

نقاط التقسيم: $x_i : 0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}$

طول كل قطعة: $d_i = \sqrt{(\Delta x)^2 + [f(x_i) - f(x_{i-1})]^2}$

$L \approx 1.05681 + 0.83823$

نقرّب في النهاية فقط: $L \approx 1.8950$

إجابة س3 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 68 إنجليزي • العربي ص 70 • تمرين 9b

طول المنحنى | Arc Length | المسافة بين نقطتين | Distance Formula | القطع المستقيمة | Line Segments

قدّر طول منحنى الدالة الآتية على الفترة المعطاة باستخدام عدد القطع المستقيمة المعطى:

$$f(x)=\sqrt{x+1},\qquad 0\le x\le 3,\qquad n=3$$

A) 3.1678 | B) 3.1670 | C) 3.0000 | D) 3.1623

الحل:

طول كل فترة جزئية: $\Delta x=\frac{3-0}{3}=1$

نقاط التقسيم: $x_i:\ 0,\ 1,\ 2,\ 3$

طول كل قطعة: $d_i=\sqrt{(\Delta x)^2+\left[f(x_i)-f(x_{i-1})\right]^2}$

$L\approx 1.08239+1.04930+1.03528$

نقرّب في النهاية فقط: $L\approx 3.1670$

إجابة س4 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 68 إنجليزي • العربي ص 70 • تمرين 10b

طول المنحنى | Arc Length | المسافة بين نقطتين | Distance Formula | القطع المستقيمة | Line Segments

قدّر طول منحنى الدالة الآتية على الفترة المعطاة باستخدام عدد القطع المستقيمة المعطى:

$$f(x) = \frac{1}{x}, \qquad 1 \le x \le 2, \qquad n = 2$$

A) 1.1280 | **B)** 1.1302 | **C)** 1.1321 | **D)** 1.1180

الحل:

طول كل فترة جزئية: $\Delta x = \frac{2-1}{2} = 0.5$

نقاط التقسيم: $x_i : 1,\ 1.5,\ 2$

طول كل قطعة: $d_i = \sqrt{(\Delta x)^2 + \left[f(x_i) - f(x_{i-1})\right]^2}$

$L \approx 0.60093 + 0.52705$

نقرّب في النهاية فقط: $L \approx 1.1280$

إجابة س5 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 68 إنجليزي • العربي ص 70 • تمرين 11b

طول المنحنى | Arc Length | المسافة بين نقطتين | Distance Formula | القطع المستقيمة | Line Segments

قدّر طول منحنى الدالة الآتية على الفترة المعطاة باستخدام عدد القطع المستقيمة المعطى:

$$f(x) = x^2 + 1, \quad -2 \le x \le 2, \quad n = 2$$

A) 9.2936	B) 8.9280	C) 8.9443	D) 4.0000

الحل:

طول كل فترة جزئية: $\Delta x = \frac{2-(-2)}{2} = 2$

نقاط التقسيم: $x_i : \ -2, \ 0, \ 2$

طول كل قطعة: $d_i = \sqrt{(\Delta x)^2 + \left[f(x_i) - f(x_{i-1})\right]^2}$

$L \approx 4.47214 + 4.47214$

نقرّب في النهاية فقط: $L \approx 8.9443$

إجابة س6 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 68 إنجليزي • العربي ص 70 • تمرين 12b

طول المنحنى | Arc Length | المسافة بين نقطتين | Distance Formula | القطع المستقيمة | Line Segments

قدّر طول منحنى الدالة الآتية على الفترة المعطاة باستخدام عدد القطع المستقيمة المعطى:

$$f(x) = x^3 + 2, \qquad -1 \le x \le 1, \qquad n = 3$$

A) 3.0957	B) 3.0463	C) 2.8284	D) 3.0132

الحل:

طول كل فترة جزئية: $\Delta x = \frac{1-(-1)}{3} = \frac{2}{3}$

نقاط التقسيم: $x_i : \ -1, \ -\frac{1}{3}, \ \frac{1}{3}, \ 1$

طول كل قطعة: $d_i = \sqrt{(\Delta x)^2 + \left[f(x_i) - f(x_{i-1})\right]^2}$

$L \approx 1.17121 + 0.67077 + 1.17121$

نقرّب في النهاية فقط: $L \approx 3.0132$

إجابة س7 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 68 إنجليزي • العربي ص 70 • تمرين 7a

طول المنحنى | Arc Length | المسافة بين نقطتين | Distance Formula | القطع المستقيمة | Line Segments

قدّر طول منحنى الدالة الآتية على الفترة المعطاة باستخدام عدد القطع المستقيمة المعطى:

$$f(x) = \cos x, \qquad 0 \le x \le \frac{\pi}{2}, \qquad n = 4$$

A) 1.9101 | B) 1.9063 | C) 1.8950 | D) 1.8621

الحل:

طول كل فترة جزئية: $\Delta x = \frac{\pi/2 - 0}{4} = \frac{\pi}{8}$

نقاط التقسيم: $x_i : 0, \frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{8}, \frac{\pi}{2}$

طول كل قطعة: $d_i = \sqrt{(\Delta x)^2 + [f(x_i) - f(x_{i-1})]^2}$

$L \approx 0.40001 + 0.44856 + 0.50938 + 0.54832$

نقرّب في النهاية فقط: $L \approx 1.9063$

إجابة س8 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 68 إنجليزي • العربي ص 70 • تمرين 7c

طول المنحنى | Arc Length | القطع المستقيمة | Line Segments

يبيّن الجدول تقديرات طول منحنى الدالة الآتية على الفترة المعطاة بأعداد مختلفة من القطع المستقيمة. أيّ مما يأتي صحيح عن الطول الفعلي L للمنحنى؟

$$f(x) = \cos x, \qquad 0 \le x \le \frac{\pi}{2}$$

n	1	2	4	8
L_n	1.8621	1.8950	1.9063	1.9091

A) $L < 1.8621$

B) $L < 1.9063$

C) $L > 1.9091$

D) $L = 1.8950$

الحل:

التقديرات تزداد كلما ضاعفنا عدد القطع: $L_1 < L_2 < L_4 < L_8$

كل قطعة مستقيمة أقصر من جزء المنحنى الذي تقابله: $L_n < L$

التقديرات تقترب من الطول الفعلي وتبقى أقل منه: $L > L_8 = 1.9091$

إجابة س9 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 68 إنجليزي • العربي ص 70 • تمرين 8a

طول المنحنى | Arc Length | المسافة بين نقطتين | Distance Formula | القطع المستقيمة | Line Segments

قدّر طول منحنى الدالة الآتية على الفترة المعطاة باستخدام عدد القطع المستقيمة المعطى:

$$f(x) = \sin x, \qquad 0 \le x \le \frac{\pi}{2}, \qquad n = 4$$

A) 1.8621 | B) 1.9063 | C) 1.8950 | D) 1.9101

الحل:

طول كل فترة جزئية: $\Delta x = \frac{\pi/2 - 0}{4} = \frac{\pi}{8}$

نقاط التقسيم: $x_i : 0, \frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{8}, \frac{\pi}{2}$

طول كل قطعة: $d_i = \sqrt{(\Delta x)^2 + [f(x_i) - f(x_{i-1})]^2}$

$L \approx 0.54832 + 0.50938 + 0.44856 + 0.40001$

نقرّب في النهاية فقط: $L \approx 1.9063$

إجابة س10 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 68 إنجليزي • العربي ص 70 • تمرين 8c

طول المنحنى | Arc Length | القطع المستقيمة | Line Segments

يبيّن الجدول تقديرات طول منحنى الدالة الآتية على الفترة المعطاة بأعداد مختلفة من القطع المستقيمة. أيّ مما يأتي صحيح عن الطول الفعلي L للمنحنى؟

$$f(x) = \sin x, \qquad 0 \le x \le \frac{\pi}{2}$$

n	1	2	4	8
L_n	1.8621	1.8950	1.9063	1.9091

A) $L < 1.9063$

B) $L > 1.9091$

C) $L < 1.8621$

D) $L = 1.8950$

الحل:

التقديرات تزداد كلما ضاعفنا عدد القطع: $L_1 < L_2 < L_4 < L_8$

كل قطعة مستقيمة أقصر من جزء المنحنى الذي تقابله: $L_n < L$

التقديرات تقترب من الطول الفعلي وتبقى أقل منه: $L > L_8 = 1.9091$

إجابة س11 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 68 إنجليزي • العربي ص 70 • تمرين 9a

طول المنحنى | Arc Length | المسافة بين نقطتين | Distance Formula | القطع المستقيمة | Line Segments

قدّر طول منحنى الدالة الآتية على الفترة المعطاة باستخدام عدد القطع المستقيمة المعطى:

$$f(x)=\sqrt{x+1},\qquad 0\le x\le 3,\qquad n=4$$

A) 3.0000 | B) 3.1678 | C) 3.1623 | **D) 3.1673**

الحل:

طول كل فترة جزئية: $\Delta x=\frac{3-0}{4}=0.75$

نقاط التقسيم: $x_i:\ 0,\ 0.75,\ 1.5,\ 2.25,\ 3$

طول كل قطعة: $d_i=\sqrt{(\Delta x)^2+\left[f(x_i)-f(x_{i-1})\right]^2}$

$L\approx 0.81655+0.79322+0.78206+0.77550$

نقرّب في النهاية فقط: $L\approx 3.1673$

إجابة س12 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 68 إنجليزي • العربي ص 70 • تمرين 9c

طول المنحنى | Arc Length | القطع المستقيمة | Line Segments

يبيّن الجدول تقديرات طول منحنى الدالة الآتية على الفترة المعطاة بأعداد مختلفة من القطع المستقيمة. أيّ مما يأتي صحيح عن الطول الفعلي L للمنحنى؟

$$f(x) = \sqrt{x+1}, \qquad 0 \le x \le 3$$

n	1	2	4	8
L_n	3.1623	3.1660	3.1673	3.1677

A) $L = 3.1660$

B) $L < 3.1673$

C) $L < 3.1623$

D) $L > 3.1677$

الحل:

التقديرات تزداد كلما ضاعفنا عدد القطع: $L_1 < L_2 < L_4 < L_8$

كل قطعة مستقيمة أقصر من جزء المنحنى الذي تقابله: $L_n < L$

التقديرات تقترب من الطول الفعلي وتبقى أقل منه: $L > L_8 = 3.1677$

إجابة س13 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 68 إنجليزي • العربي ص 70 • تمرين 10a

طول المنحنى | Arc Length | المسافة بين نقطتين | Distance Formula | القطع المستقيمة | Line Segments

قدّر طول منحنى الدالة الآتية على الفترة المعطاة باستخدام عدد القطع المستقيمة المعطى:

$$f(x) = \frac{1}{x}, \qquad 1 \le x \le 2, \qquad n = 4$$

A) 1.1180 | B) 1.1321 | C) 1.1310 | D) 1.1280

الحل:

طول كل فترة جزئية: $\Delta x = \frac{2-1}{4} = 0.25$

نقاط التقسيم: $x_i : 1,\ 1.25,\ 1.5,\ 1.75,\ 2$

طول كل قطعة: $d_i = \sqrt{(\Delta x)^2 + \left[f(x_i) - f(x_{i-1})\right]^2}$

$L \approx 0.32016 + 0.28333 + 0.26753 + 0.26000$

نقرّب في النهاية فقط: $L \approx 1.1310$

إجابة س14 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 68 إنجليزي • العربي ص 70 • تمرين 10c

طول المنحنى | Arc Length | القطع المستقيمة | Line Segments

يبيّن الجدول تقديرات طول منحنى الدالة الآتية على الفترة المعطاة بأعداد مختلفة من القطع المستقيمة. أيّ مما يأتي صحيح عن الطول الفعلي L للمنحنى؟

$$f(x)=\frac{1}{x},\qquad 1\le x\le 2$$

n	1	2	4	8
L_n	1.1180	1.1280	1.1310	1.1318

A) $L<1.1310$

B) $L=1.1280$

C) $L<1.1180$

D) $L>1.1318$

الحل:

التقديرات تزداد كلما ضاعفنا عدد القطع: $L_1<L_2<L_4<L_8$

كل قطعة مستقيمة أوتر من جزء المنحنى الذي تقابله: $L_n<L$

التقديرات تقترب من الطول الفعلي وتبقى أقل منه: $L>L_8=1.1318$

إجابة س15 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 68 إنجليزي • العربي ص 70 • تمرين 11a

طول المنحنى | Arc Length | المسافة بين نقطتين | Distance Formula | القطع المستقيمة | Line Segments

قدّر طول منحنى الدالة الآتية على الفترة المعطاة باستخدام عدد القطع المستقيمة المعطى:

$$f(x) = x^2 + 1, \quad -2 \le x \le 2, \quad n = 4$$

A) 9.2936	B) 4.0000	C) 8.9443	**D) 9.1530**

الحل:

طول كل فترة جزئية: $\Delta x = \frac{2-(-2)}{4} = 1$

نقاط التقسيم: $x_i : -2, -1, 0, 1, 2$

طول كل قطعة: $d_i = \sqrt{(\Delta x)^2 + [f(x_i) - f(x_{i-1})]^2}$

$L \approx 3.16228 + 1.41421 + 1.41421 + 3.16228$

نقرّب في النهاية فقط: $L \approx 9.1530$

إجابة س16 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 68 إنجليزي • العربي ص 70 • تمرين 11c

طول المنحنى | Arc Length | القطع المستقيمة | Line Segments

يبيّن الجدول تقديرات طول منحنى الدالة الآتية على الفترة المعطاة بأعداد مختلفة من القطع المستقيمة. أيّ مما يأتي صحيح عن الطول الفعلي L للمنحنى؟

$$f(x) = x^2 + 1, \qquad -2 \le x \le 2$$

n	1	2	4	8
L_n	4.0000	8.9443	9.1530	9.2534

A) $L > 9.2534$

B) $L = 8.9443$

C) $L < 9.1530$

D) $L < 4.0000$

الحل:

التقديرات تزداد كلما ضاعفنا عدد القطع: $L_1 < L_2 < L_4 < L_8$

كل قطعة مستقيمة أقصر من جزء المنحنى الذي تقابله: $L_n < L$

التقديرات تقترب من الطول الفعلي وتبقى أقل منه: $L > L_8 = 9.2534$

إجابة س17 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 68 إنجليزي • العربي ص 70 • تمرين 12a

طول المنحنى | Arc Length | المسافة بين نقطتين | Distance Formula | القطع المستقيمة | Line Segments

قدّر طول منحنى الدالة الآتية على الفترة المعطاة باستخدام عدد القطع المستقيمة المعطى:

$$f(x) = x^3 + 2, \qquad -1 \le x \le 1, \qquad n = 4$$

A) 3.0463 | **B)** 3.0132 | **C)** 2.8284 | **D)** 3.0957

الحل:

طول كل فترة جزئية: $\Delta x = \frac{1-(-1)}{4} = 0.5$

نقاط التقسيم: $x_i : \ -1,\ -0.5,\ 0,\ 0.5,\ 1$

طول كل قطعة: $d_i = \sqrt{(\Delta x)^2 + \left[f(x_i) - f(x_{i-1})\right]^2}$

$L \approx 1.00778 + 0.51539 + 0.51539 + 1.00778$

نقرّب في النهاية فقط: $L \approx 3.0463$

إجابة س18 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 68 إنجليزي • العربي ص 70 • تمرين 12c

طول المنحنى | Arc Length | القطع المستقيمة | Line Segments

يبيّن الجدول تقديرات طول منحنى الدالة الآتية على الفترة المعطاة بأعداد مختلفة من القطع المستقيمة. أيّ مما يأتي صحيح عن الطول الفعلي L للمنحنى؟

$$f(x) = x^3 + 2, \qquad -1 \le x \le 1$$

n	1	2	4	8
L_n	2.8284	2.8284	3.0463	3.0827

A) $L = 2.8284$

B) $L = 3.0827$

C) $L > 3.0827$

D) $L < 3.0463$

الحل:

التقديرات لا تقل كلما ضاعفنا عدد القطع: $L_1 = L_2 < L_4 < L_8$

كل قطعة مستقيمة أقصر من جزء المنحنى الذي تقابله: $L_n < L$

التقديرات تقترب من الطول الفعلي وتبقى أقل منه: $L > L_8 = 3.0827$

أسئلة الاختبارات الوزارية السابقة • البند 1

Previous MOE Exam Questions • Estimate an arc length of a given function

ناتج التعلم: تقدير طول القوس على منحنى دالة معطاة

إجابة س19 | المستوى: أساسي | درجتان | ★ وزاري • س2 | 2024-2025

طول المنحنى | Arc Length | المسافة بين نقطتين | Distance Formula

قدّر طول منحنى الدالة الآتية على الفترة المعطاة باستخدام عدد القطع المستقيمة المعطى:

$$y = x^2 - 4, \qquad 0 \le x \le 2, \qquad n = 2$$

A) $10\sqrt{2}$

B) $2\sqrt{10} + \sqrt{3}$

C) $\sqrt{2} + \sqrt{10}$

D) $\sqrt{12}$

الحل:

$\Delta x = \frac{2-0}{2} = 1 : \quad (0,-4),\ (1,-3),\ (2,0)$

$d_1 = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}, \qquad d_2 = \sqrt{1^2+3^2} = \sqrt{10}$

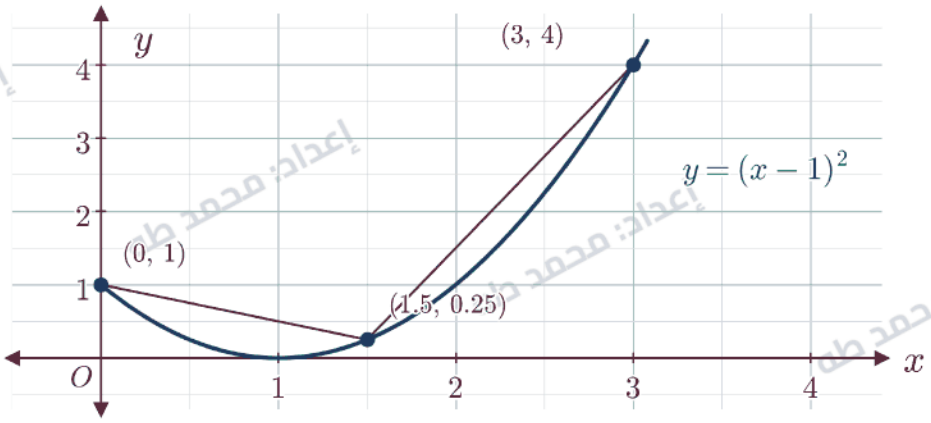
مجموع طولي القطعتين: $L \approx \sqrt{2} + \sqrt{10}$

إجابة س20 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س11 | 2023-2024

طول المنحنى | Arc Length | المسافة بين نقطتين | Distance Formula

قدّر طول منحنى الدالة الآتية على الفترة المعطاة باستخدام عدد القطع المستقيمة المعطى:

$$y = (x-1)^2, \qquad 0 \le x \le 3, \qquad n = 2$$



A) 5.71592 | **B)** 32.6717 | **C)** 2.81250 | **D)** 4.03887

الحل:

$\Delta x = \frac{3-0}{2} = 1.5$: $(0,1),\ (1.5,0.25),\ (3,4)$

$d_1 = \sqrt{1.5^2 + 0.75^2} \approx 1.67705$

$d_2 = \sqrt{1.5^2 + 3.75^2} \approx 4.03887$

$L \approx 1.67705 + 4.03887 \approx 5.71592$: مجموع طولي القطعتين

إجابة س21 | المستوى: أساسي | درجتان | ★ وزاري • س22 | 2022-2023

طول المنحنى | Arc Length | المسافة بين نقطتين | Distance Formula

قدّر طول منحنى الدالة الآتية على الفترة المعطاة باستخدام عدد القطع المستقيمة المعطى:

$$f(x) = x^3 + 2, \qquad -1 \le x \le 1, \qquad n = 2$$

A) $\sqrt{2}$ | B) $2\sqrt{2}$ | C) $\sqrt{6}$ | D) 2

الحل:

$\Delta x = \frac{1-(-1)}{2} = 1$: $(-1,1),\ (0,2),\ (1,3)$

$d_1 = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}, \qquad d_2 = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$

$L \approx 2\sqrt{2}$: مجموع طولي القطعتين

البند 2: إيجاد قيمة نهاية دالة ما جبريًا وبيانيًا، إن وجدت

Find a limit algebraically or graphically, if it exists

الدرس 3-2: حساب النهايات • الكتاب ص 85 إنجليزي • العربي ص 87

أسئلة الكتاب: تمارين 21 إلى 24 • سؤالان من إعداد المعلم + الأسئلة الوزارية السابقة

ملخص قوانين البند 2 • Summary of Rules

وجود النهاية — Existence of a Limit

$$\lim_{x\to a} f(x) = L \iff \lim_{x\to a^-} f(x) = \lim_{x\to a^+} f(x) = L$$

التعويض المباشر — Direct Substitution

$$\lim_{x\to a} p(x) = p(a)$$

لكل كثيرة حدود، ولكل دالة متصلة عند النقطة

التحليل والاختصار — Factor and Cancel

$$\lim_{x\to a} \frac{(x-a)\,g(x)}{(x-a)\,h(x)} = \frac{g(a)}{h(a)}$$

عندما يكون البسط والمقام صفرين عند التعويض

الضرب في المرافق — Multiply by the Conjugate

$$\left(\sqrt{A}-B\right)\left(\sqrt{A}+B\right) = A - B^2$$

القيمة المطلقة — Absolute Value

$$|x-a| = \begin{cases} x-a, & x \geq a \\ -(x-a), & x < a \end{cases}$$

إجابة س1 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 85 إنجليزي • العربي ص 87 • تمرين 21

النهاية | Limit | النهاية من جهة واحدة | One-sided Limit | دالة متعددة التعريف | Piecewise Function

أوجد قيمة النهاية الآتية إن وجدت:

$$\lim_{x\to 2} f(x), \qquad f(x)=\begin{cases} x^2, & x\geq 2 \\ 2x, & x<2 \end{cases}$$

A) 2 | B) 0 | C) 4 | D) D.N.E

الحل:

من اليسار نستخدم القاعدة الثانية: $\lim_{x\to 2^-} f(x)=\lim_{x\to 2^-} 2x=4$

من اليمين نستخدم الأولى: $\lim_{x\to 2^+} f(x)=\lim_{x\to 2^+} x^2=4$

النهايتان متساويتان: $\lim_{x\to 2} f(x)=4$

إجابة س2 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 85 إنجليزي • العربي ص 87 • تمرين 24

النهاية | Limit | النهاية من جهة واحدة | One-sided Limit | دالة متعددة التعريف | Piecewise Function

أوجد قيمة النهاية الآتية إن وجدت:

$$\lim_{x\to 1} f(x), \qquad f(x)=\begin{cases} 2x+1, & x<-1 \\ 3, & -1<x<1 \\ 2x+1, & x>1 \end{cases}$$

A) 3 | B) -1 | C) 2 | D) D.N.E

الحل:

$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-} 3 = 3$$

$$\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+} (2x+1) = 3$$

النهايتان متساويتان: $\lim_{x\to 1} f(x) = 3$

إجابة س3 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 85 إنجليزي • العربي ص 87 • تمرين 22

النهاية | Limit | النهاية من جهة واحدة | One-sided Limit | النهاية غير موجودة | Limit Does Not Exist

أوجد قيمة النهاية الآتية إن وجدت:

$$\lim_{x\to -1} f(x), \qquad f(x)=\begin{cases} x^2+1, & x<-1 \\ 3x+1, & x\geq -1 \end{cases}$$

A) 2 | B) -2 | C) 0 | **D) D.N.E**

الحل:

$$\lim_{x\to -1^-}(x^2+1)=2$$

$$\lim_{x\to -1^+}(3x+1)=-2$$

$2\neq -2 \Rightarrow \lim_{x\to -1} f(x)$ D.N.E : النهايتان مختلفتان

إجابة س4 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 85 إنجليزي • العربي ص 87 • تمرين 23

النهاية | Limit | النهاية من جهة واحدة | One-sided Limit | النهاية غير موجودة | Limit Does Not Exist

أوجد قيمة النهاية الآتية إن وجدت:

$$\lim_{x\to -1} f(x), \qquad f(x)=\begin{cases} 2x+1, & x<-1 \\ 3, & -1<x<1 \\ 2x+1, & x>1 \end{cases}$$

A) 3 | B) 1 | C) -1 | **D) D.N.E**

الحل:

$\lim\limits_{x\to -1^-}(2x+1)=-1$

$\lim\limits_{x\to -1^+}3=3$

$-1\neq 3 \Rightarrow \lim\limits_{x\to -1} f(x)$ D.N.E : النهايتان مختلفتان

إجابة س5 | المستوى: متقدم | 4 درجات | من إعداد المعلم

النهاية | Limit | النهاية من جهة واحدة | One-sided Limit | دالة متعددة التعريف | Piecewise Function

ما قيمة الثابت k التي تجعل النهاية الآتية موجودة؟

$$\lim_{x\to 1} f(x), \qquad f(x)=\begin{cases} kx^2+1, & x<1 \\ 3x-k, & x\geq 1 \end{cases}$$

A) 2 | **B) 1** | C) -1 | D) 3

الحل:

النهاية من اليسار: $\lim\limits_{x\to 1^-}(kx^2+1)=k+1$

النهاية من اليمين: $\lim\limits_{x\to 1^+}(3x-k)=3-k$

شرط وجود النهاية: $k+1=3-k$

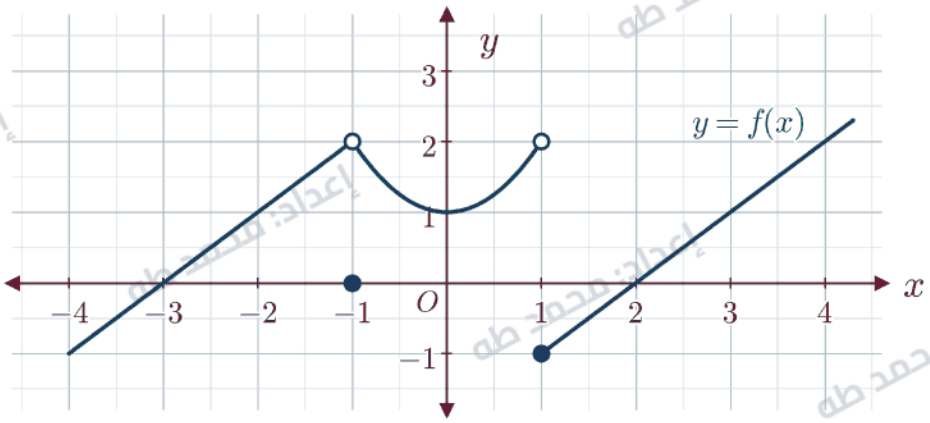
$2k=2 \Rightarrow k=1$

إجابة س6 | المستوى: متقدم | 4 درجات | من إعداد المعلم

التمثيل البياني | Graph | النهاية من جهة واحدة | One-sided Limit | النهاية | Limit

اعتماداً على التمثيل البياني للدالة f، ما قيمة النهاية الآتية إن وجدت؟

$$\lim_{x\to -1} f(x) + \lim_{x\to 1^+} f(x)$$



A) D.N.E | **B) 1** | C) −1 | D) 4

الحل:

$$\lim_{x\to -1^-} f(x) = \lim_{x\to -1^+} f(x) = 2 \Rightarrow \lim_{x\to -1} f(x) = 2$$

لا تؤثر قيمة الدالة في النهاية: $f(-1) = 0$

نتتبع المنحنى من اليمين: $\lim_{x\to 1^+} f(x) = -1$

$2 + (-1) = 1$

أسئلة الاختبارات الوزارية السابقة • البند 2

Previous MOE Exam Questions • Find a limit algebraically or graphically, if it exists

ناتج التعلم: إيجاد قيمة نهاية دالة ما جبريًا وبيانيًا، إن وجدت

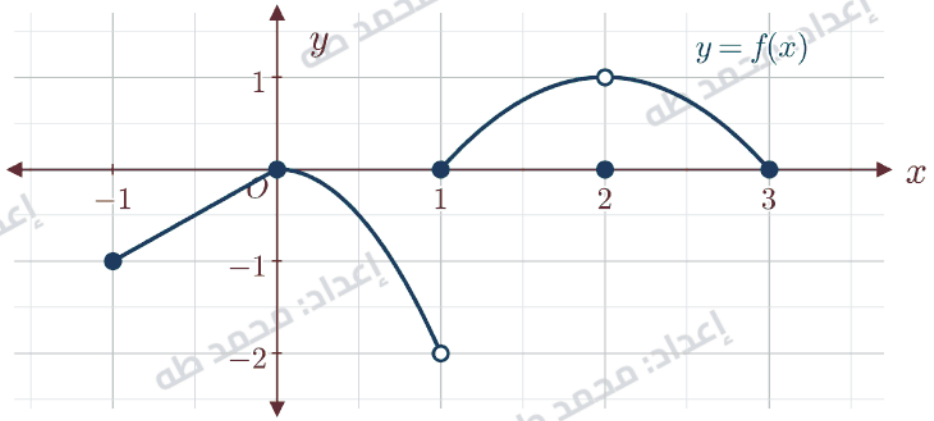
إجابة س7 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س9 | 2024-2025

التمثيل البياني | Graph

النهاية من جهة واحدة | One-sided Limit

النهاية غير موجودة | Limit Does Not Exist

اعتماداً على التمثيل البياني للدالة f، ما قيمة النهاية الآتية إن وجدت؟



$$\lim_{x \to 1} f(x)$$

A) 1 | B) D.N.E | C) −2 | D) 0

الحل:

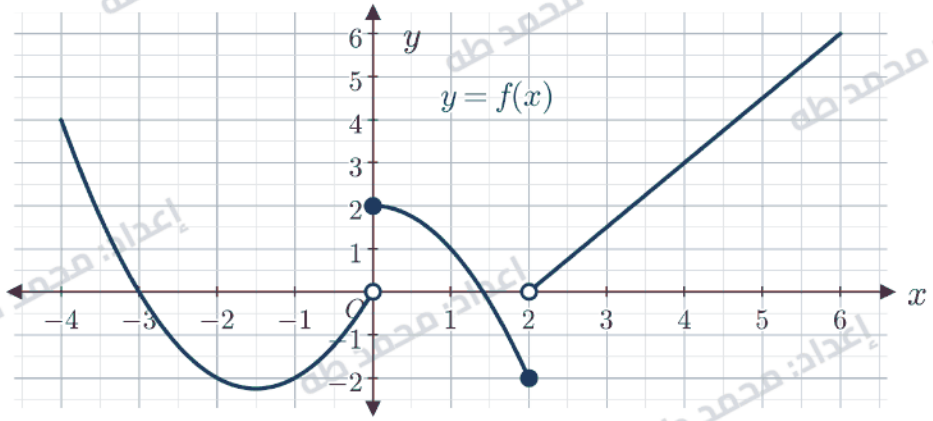
$\lim_{x \to 1^-} f(x) = -2, \quad \lim_{x \to 1^+} f(x) = 0$

$-2 \neq 0 \Rightarrow \lim_{x \to 1} f(x)$ D.N.E : النهايتان مختلفتان

إجابة س8 | المستوى: أساسي | درجتان | ★ وزاري • س2 | 2023-2024

التمثيل البياني | Graph | النهاية من جهة واحدة | One-sided Limit

اعتماداً على التمثيل البياني للدالة f، ما قيمة النهاية الآتية إن وجدت؟



$$\lim_{x \to 2^+} f(x)$$

A) 0 | B) 2 | C) D.N.E | D) −2

الحل:

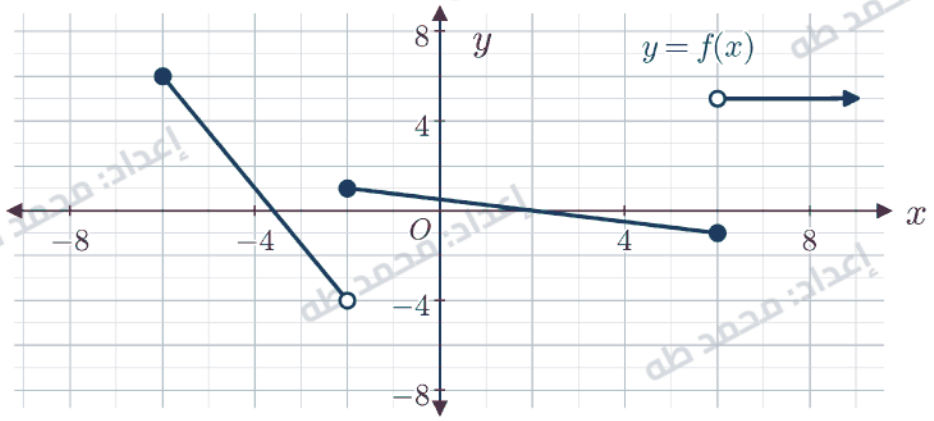
$x \to 2^+$: نتتبع الجزء الأيمن من المنحنى

$\lim_{x \to 2^+} f(x) = 0$: الدائرة المفرغة

إجابة س9 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س21 | 2022-2023

التمثيل البياني | Graph | النهاية من جهة واحدة | One-sided Limit | النهاية غير موجودة | Limit Does Not Exist

اعتماداً على التمثيل البياني للدالة f، ما قيمة النهاية الآتية إن وجدت؟



$$\lim_{x \to -2} f(x)$$

A) 1 | B) −4 | C) D.N.E | D) 0

الحل:

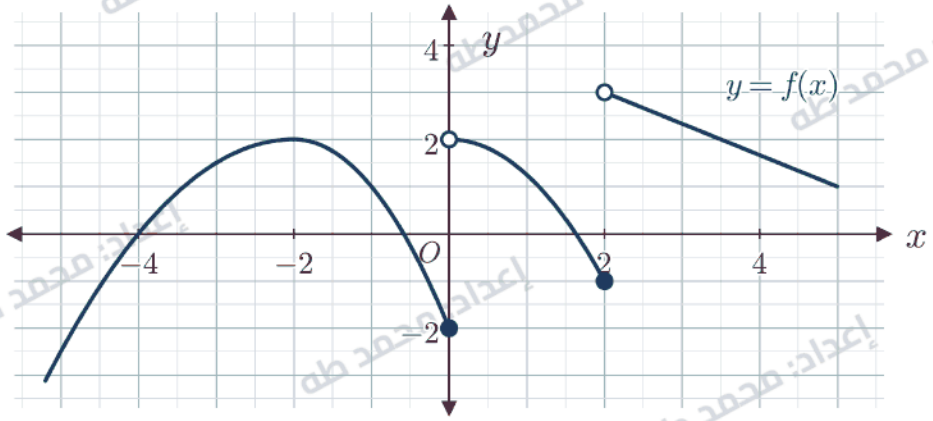
$\lim_{x \to -2^-} f(x) = -4, \quad \lim_{x \to -2^+} f(x) = 1$

$-4 \neq 1 \Rightarrow \lim_{x \to -2} f(x)$ D.N.E : النهايتان مختلفتان

إجابة س10 | المستوى: أساسي | درجتان | ★ وزاري • س11 | 2021-2022

التمثيل البياني | Graph | النهاية من جهة واحدة | One-sided Limit

اعتماداً على التمثيل البياني للدالة f، ما قيمة النهاية الآتية إن وجدت؟



$$\lim_{x \to 2^-} f(x)$$

A) -2 | B) -1 | C) 3 | D) 2

الحل:

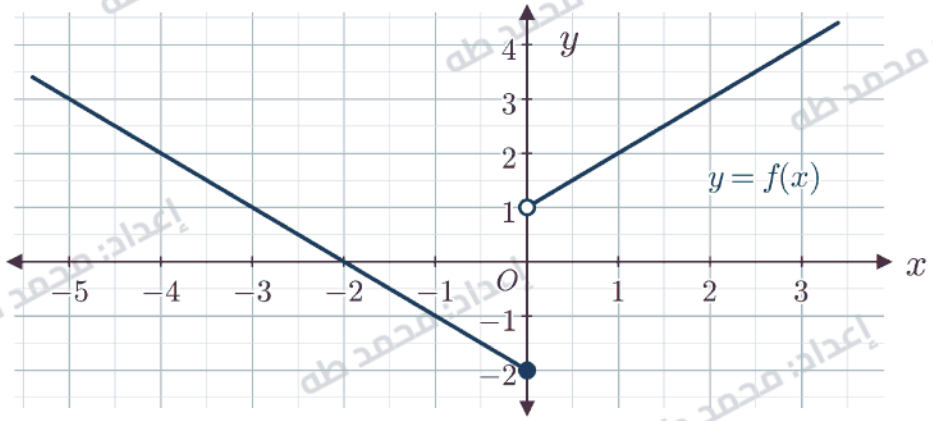
نتتبع المنحنى من اليسار: $x \to 2^-$

$\lim_{x \to 2^-} f(x) = -1$

إجابة س11 | المستوى: أساسي | درجتان | ★ وزاري • س11 | 2020-2021

التمثيل البياني | Graph | النهاية من جهة واحدة | One-sided Limit

اعتماداً على التمثيل البياني للدالة f، ما قيمة النهاية الآتية إن وجدت؟



$$\lim_{x \to 0^+} f(x)$$

A) -2 | B) 1 | C) 0 | D) D.N.E

الحل:

نتتبع المنحنى من اليمين: $x \to 0^+$

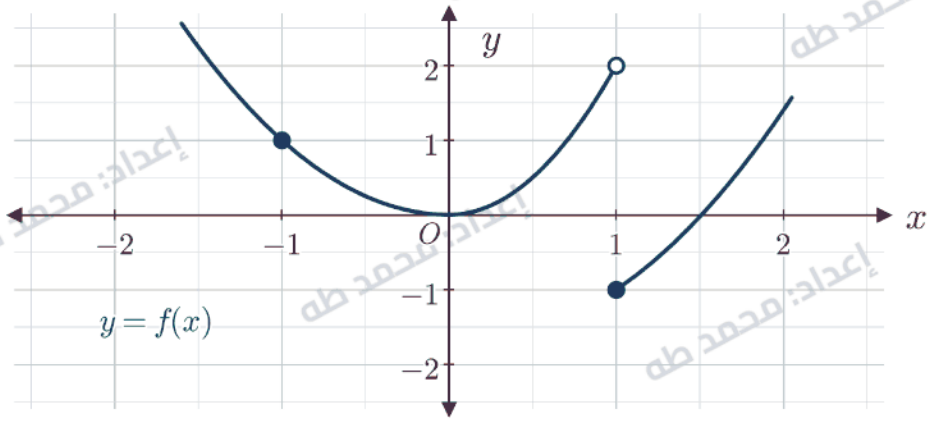
$\lim_{x \to 0^+} f(x) = 1$

إجابة س12 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س20 | 2016-2017

التمثيل البياني | Graph | النهاية من جهة واحدة | One-sided Limit

النهاية غير موجودة | Limit Does Not Exist

اعتماداً على التمثيل البياني للدالة f، ما قيمة النهاية الآتية إن وجدت؟



$$\lim_{x\to 1} f(x)$$

A) D.N.E

B) -1

C) 1

D) 2

الحل:

$\lim_{x\to 1^-} f(x) = 2, \quad \lim_{x\to 1^+} f(x) = -1$

$2 \neq -1 \Rightarrow \lim_{x\to 1} f(x)$ D.N.E : النهايتان مختلفتان

إجابة س13 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س1 | 2021-2022

النهاية | Limit | القيمة المطلقة | Absolute Value | النهاية من جهة واحدة | One-sided Limit

أوجد قيمة النهاية الآتية إن وجدت:

$$\lim_{x\to -1^+} \frac{|x+1|}{x^2-1}$$

A) $-\frac{1}{2}$ | B) $\frac{1}{2}$ | C) 1 | D) -1

الحل:

$x \to -1^+ \Rightarrow x+1>0 \Rightarrow |x+1| = x+1$

$$\frac{x+1}{(x-1)(x+1)} = \frac{1}{x-1}$$

$$\lim_{x\to -1^+} \frac{1}{x-1} = -\frac{1}{2}$$

إجابة س14 | المستوى: متقدم | 4 درجات | ★ وزاري • س8 | 2019-2020

النهاية | Limit | القيمة المطلقة | Absolute Value | النهاية غير موجودة | Limit Does Not Exist

أوجد قيمة النهاية الآتية إن وجدت:

$$\lim_{x\to 0}\frac{2x-|x|}{|3x|-2x}$$

A) 0 | B) 1 | C) $-\frac{3}{5}$ | **D) D.N.E**

الحل:

نفك القيمة المطلقة في كل جهة: $f(x)=\dfrac{2x-|x|}{|3x|-2x}$

$x>0:\ f(x)=\dfrac{2x-x}{3x-2x}=1 \Rightarrow \lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=1$

$x<0:\ f(x)=\dfrac{2x+x}{-3x-2x}=-\dfrac{3}{5} \Rightarrow \lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=-\dfrac{3}{5}$

النهايتان مختلفتان: $1\neq -\dfrac{3}{5} \Rightarrow D.N.E$

إجابة س15 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س10 • س17 | 2018-2019

النهاية | Limit | القيمة المطلقة | Absolute Value | النهاية غير موجودة | Limit Does Not Exist

أوجد قيمة النهاية الآتية إن وجدت:

$$\lim_{x\to 2} \frac{x-2}{|x-2|}$$

A) 0 | B) -1 | C) -2 | D) D.N.E

الحل:

نفك القيمة المطلقة في كل جهة: $f(x)=\dfrac{x-2}{|x-2|}$

$x>2:\ f(x)=\dfrac{x-2}{x-2}=1 \Rightarrow \lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=1$

$x<2:\ f(x)=\dfrac{x-2}{-(x-2)}=-1 \Rightarrow \lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=-1$

النهايتان مختلفتان: $1\neq -1 \Rightarrow$ D.N.E

البند 3: استخدم نظرية الشطيرة لإيجاد النهايات

Use the squeeze theorem to find limits

الدرس 3-2: حساب النهايات • الكتاب ص 85 إنجليزي • العربي ص 87

أسئلة الكتاب: تمارين 29 إلى 32 • سؤالان من إعداد المعلم + الأسئلة الوزارية السابقة

ملخص قوانين البند 3 • Summary of Rules

نظرية الشطيرة — Squeeze Theorem

$$f(x) \le g(x) \le h(x), \quad \lim_{x\to a} f(x) = \lim_{x\to a} h(x) = L \;\Rightarrow\; \lim_{x\to a} g(x) = L$$

نظرية 3.5

حدود الجيب وجيب التمام — Bounds of Sine and Cosine

$$-1 \le \sin\theta \le 1, \qquad -1 \le \cos\theta \le 1$$

الضرب في كمية غير سالبة — Multiplying by a Nonnegative Quantity

$$-1 \le \cos\frac{1}{x} \le 1 \;\Rightarrow\; -x^2 \le x^2\cos\frac{1}{x} \le x^2$$

لا يتغير اتجاه المتباينة لأن مربع أي عدد غير سالب

متباينة القيمة المطلقة — Absolute Value Inequality

$$|g(x) - L| \le k(x) \iff L - k(x) \le g(x) \le L + k(x)$$

إجابة س1 | المستوى: أساسي | درجتان | من إعداد المعلم

نظرية الشطيرة | Squeeze Theorem | النهاية | Limit

إذا كانت المتباينة الآتية صحيحة لجميع الأعداد الحقيقية، فما قيمة النهاية المعطاة؟

$$4x - 1 \le g(x) \le x^2 + 3, \qquad \lim_{x \to 2} g(x)$$

A) 3 | B) 11 | C) 7 | D) D.N.E

الحل:

نهاية الدالة الصغرى: $\lim_{x \to 2}(4x - 1) = 8 - 1 = 7$

نهاية الدالة الكبرى: $\lim_{x \to 2}\left(x^2 + 3\right) = 4 + 3 = 7$

النهايتان متساويتان فتطبق نظرية الشطيرة: $\lim_{x \to 2} g(x) = 7$

إجابة س2 | المستوى: أساسي | درجتان | من إعداد المعلم

نظرية الشطيرة | Squeeze Theorem | النهاية | Limit

إذا كانت الدالة f تحقق المتباينة الآتية لجميع قيم x، فما قيمة النهاية الآتية؟

$$3 - x^2 \le f(x) \le 3 + x^2, \qquad \lim_{x \to 0} f(x)$$

A) 3 | B) 0 | C) 6 | D) D.N.E

الحل:

نهايتا الطرفين متساويتان: $\lim_{x \to 0}\left(3 - x^2\right) = 3, \quad \lim_{x \to 0}\left(3 + x^2\right) = 3$

نظرية الشطيرة: $\lim_{x \to 0} f(x) = 3$

إجابة س3 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 85 إنجليزي • العربي ص 87 • تمرين 29

نظرية الشطيرة | Squeeze Theorem | النهاية | Limit

أوجد قيمة النهاية الآتية:

$$\lim_{x\to 0} x^2 \sin\frac{1}{x}$$

A) 1 | B) 0 | C) D.N.E | D) -1

الحل:

$-1 \le \sin\frac{1}{x} \le 1 \Rightarrow -x^2 \le x^2 \sin\frac{1}{x} \le x^2$

الدالتان المحاصرتان: $f(x) = -x^2, \quad h(x) = x^2$

$\lim_{x\to 0}(-x^2) = \lim_{x\to 0} x^2 = 0$

نظرية الشطيرة: $\lim_{x\to 0} x^2 \sin\frac{1}{x} = 0$

إجابة س4 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 85 إنجليزي • العربي ص 87 • تمرين 31

نظرية الشطيرة | Squeeze Theorem | النهاية من جهة واحدة | One-sided Limit

أوجد قيمة النهاية الآتية:

$$\lim_{x\to 0^+} \sqrt{x}\,\cos^2\frac{1}{x}$$

A) D.N.E

B) 0

C) $\frac{1}{2}$

D) 1

الحل:

$0 \le \cos^2\frac{1}{x} \le 1$

نضرب في كمية موجبة: $\sqrt{x} > 0: \quad 0 \le \sqrt{x}\cos^2\frac{1}{x} \le \sqrt{x}$

$\lim_{x\to 0^+} 0 = 0, \qquad \lim_{x\to 0^+} \sqrt{x} = 0$

نظرية الشطيرة: $\lim_{x\to 0^+} \sqrt{x}\cos^2\frac{1}{x} = 0$

إجابة س5 | المستوى: متقدم | 4 درجات | الكتاب ص 85 إنجليزي • العربي ص 87 • تمرين 30

نظرية الشطيرة | Squeeze Theorem | النهاية غير موجودة | Limit Does Not Exist

أوجد قيمة النهاية الآتية إن وجدت:

$$\lim_{x\to 0} x^2 \sec\frac{1}{x}$$

A) 1 | B) 0 | C) ∞ | **D) D.N.E**

الحل:

قيمها تكبر بلا حدود: $x \to x_n : \left|x^2 \sec\frac{1}{x}\right| \to \infty$

نكتبها بدلالة جيب التمام: $\sec\frac{1}{x} = \frac{1}{\cos\frac{1}{x}}$

غير محدودة فلا نجد والتين تحصرانها لهما النهاية نفسها: $\sec\frac{1}{x}$

نقاط تقترب من الصفر كلما كبرت n: $x_n = \frac{1}{\frac{\pi}{2}+n\pi} \to 0$

لا تنطبق نظرية الشطيرة والنهاية غير موجودة: $\lim_{x\to 0} x^2 \sec\frac{1}{x}$ D.N.E

فالدالة غير معرفة عند هذه النقاط: $\cos\frac{1}{x_n} = \cos\left(\frac{\pi}{2}+n\pi\right) = 0$

إجابة س6 | المستوى: متقدم | 4 درجات | الكتاب ص 85 إنجليزي • العربي ص 87 • تمرين 32 • وزاري | 2023-2024

نظرية الشطيرة | Squeeze Theorem | دالة محدودة | Bounded Function

إذا كانت الدالة f محدودة كما في المعطيات، فأيّ المتباينات الآتية نطبّق عليها نظرية الشطيرة لإيجاد قيمة النهاية المعطاة؟

$$|f(x)| \le M, \qquad \lim_{x\to 0} x^2 f(x)$$

A) $-Mx^2 \le x^2 f(x) \le Mx^2$

B) $0 \le x^2 f(x) \le Mx^2$

C) $-M \le x^2 f(x) \le M$

D) $-x^2 \le x^2 f(x) \le x^2$

الحل:

$|f(x)| \le M \Rightarrow -M \le f(x) \le M$

نضرب في كمية غير سالبة: $x^2 \ge 0 : \quad -Mx^2 \le x^2 f(x) \le Mx^2$

$\lim_{x\to 0} \left(-Mx^2\right) = 0 = \lim_{x\to 0} Mx^2$

نظرية الشطيرة: $\lim_{x\to 0} x^2 f(x) = 0$

أسئلة الاختبارات الوزارية السابقة • البند 3

Previous MOE Exam Questions • Use the squeeze theorem to find limits

ناتج التعلم: استخدم نظرية الشطيرة لإيجاد النهايات

إجابة س7 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س4 | 2020-2021

نظرية الشطيرة | Squeeze Theorem | القيمة المطلقة | Absolute Value

إذا كانت المتباينة الآتية صحيحة لجميع الأعداد الحقيقية، فما قيمة النهاية المعطاة؟

$$|g(x)-4| \le 2|x-2|, \qquad \lim_{x\to 2} g(x)$$

A) -4 | B) 0 | C) 2 | D) 4

الحل:

نفك متباينة القيمة المطلقة: $-2|x-2| \le g(x)-4 \le 2|x-2|$

نضيف 4: $4-2|x-2| \le g(x) \le 4+2|x-2|$

$\lim\limits_{x\to 2}[4-2|x-2|] = 4 = \lim\limits_{x\to 2}[4+2|x-2|]$

نظرية الشطيرة: $\lim\limits_{x\to 2} g(x) = 4$

البند 4: إيجاد النهايات لكثيرات الحدود والدوال الكسرية والدوال المثلثية باستخدام النظريات

Find limits for polynomials, rational, and trigonometric functions using theorems

الدرس 3-2: حساب النهايات • الكتاب ص 85 إنجليزي • العربي ص 87

أسئلة الكتاب: تمارين 7 إلى 16 + الأسئلة الوزارية السابقة

ملخص قوانين البند 4 • Summary of Rules

نهاية كثيرة الحدود — Polynomials (Thm 3.2)

$$\lim_{x \to a} p(x) = p(a)$$

بالتعويض المباشر

نهاية الدالة الكسرية — Rational Functions

$$\lim_{x \to a} \frac{p(x)}{q(x)} = \frac{p(a)}{q(a)}, \quad q(a) \neq 0$$

إذا كانت النتيجة 0 على 0 نحلل ونختصر أو نضرب في المرافق

التحليل — Factoring

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b), \qquad a^3 - b^3 = (a-b)\left(a^2 + ab + b^2\right)$$

الضرب في المرافق — Conjugate

$$\left(\sqrt{u} - b\right)\left(\sqrt{u} + b\right) = u - b^2$$

عند وجود جذر في البسط أو المقام

النهايات المثلثية — Trigonometric Limits

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \qquad \lim_{x \to 0} \frac{\sin kx}{kx} = 1, \qquad \lim_{x \to 0} \cos x = 1$$

إجابة س1 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 85 إنجليزي • العربي ص 87 • تمرين 7

النهاية | Limit | التحليل والاختصار | Factor and Cancel

أوجد قيمة النهاية الآتية إن وجدت:

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-x-2}{x^2-4}$$

A) D.N.E

B) $\frac{1}{4}$

C) 1

D) $\frac{3}{4}$

الحل:

التعويض المباشر يعطي صيغة غير معيّنة: $\frac{0}{0}$

نحلل البسط والمقام: $\frac{x^2-x-2}{x^2-4}=\frac{(x-2)(x+1)}{(x-2)(x+2)}$

نختصر العامل المشترك: $=\frac{x+1}{x+2},\ x\neq 2$

بالتعويض المباشر: $\lim_{x\to 2}\frac{x+1}{x+2}=\frac{3}{4}$

إجابة س2 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 85 إنجليزي • العربي ص 87 • تمرين 8 • وزاري | 2022-2023

النهاية | Limit | التحليل والاختصار | Factor and Cancel

أوجد قيمة النهاية الآتية إن وجدت:

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^3-1}{x^2+2x-3}$$

A) $\frac{1}{2}$

B) 0

C) $\frac{3}{4}$

D) $\frac{1}{4}$

الحل:

نحلل ونختصر: $\frac{x^3-1}{x^2+2x-3}=\frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(x-1)(x+3)}$

نعوّض: $\lim_{x\to 1}\frac{x^2+x+1}{x+3}=\frac{3}{4}$

إجابة س3 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 85 إنجليزي • العربي ص 87 • تمرين 9

النهاية | Limit | النهايات المثلثية | Trigonometric Limits

أوجد قيمة النهاية الآتية إن وجدت:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{\tan x}$$

A) ∞ | B) D.N.E | C) 1 | D) 0

الحل:

$\frac{\sin x}{\tan x}=\sin x\cdot\frac{\cos x}{\sin x}$ لأن ظل الزاوية يساوي الجيب على جيب التمام:

$=\cos x,\quad x\neq 0$ نختصر:

$\lim\limits_{x\to 0}\cos x=\cos 0=1$

إجابة س4 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 85 إنجليزي • العربي ص 87 • تمرين 15

النهاية | Limit | التحليل والاختصار | Factor and Cancel

أوجد قيمة النهاية الآتية إن وجدت:

$$\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$$

A) 0 | B) 2 | C) 1 | D) $\frac{1}{2}$

الحل:

$x-1=(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)$ فرق بين مربعين:

$\frac{x-1}{\sqrt{x}-1}=\sqrt{x}+1,\quad x\neq 1$ نختصر:

$\lim\limits_{x\to 1}(\sqrt{x}+1)=1+1=2$

إجابة س5 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 85 إنجليزي • العربي ص 87 • تمرين 16

النهاية | Limit | الفرق بين مكعبين | Difference of Cubes

أوجد قيمة النهاية الآتية إن وجدت:

$$\lim_{x\to 4}\frac{x^3-64}{x-4}$$

A) 64 | **B) 48** | C) 16 | D) 12

الحل:

فرق بين مكعبين: $x^3-64=(x-4)\left(x^2+4x+16\right)$

تخصر: $\frac{x^3-64}{x-4}=x^2+4x+16,\quad x\neq 4$

$\lim_{x\to 4}\left(x^2+4x+16\right)=16+16+16=48$

إجابة س6 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 85 إنجليزي • العربي ص 87 • تمرين 10

النهاية | Limit | النهايات المثلثية | Trigonometric Limits

أوجد قيمة النهاية الآتية إن وجدت:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\tan 2x}{x}$$

A) 2 | B) 0 | C) 1 | D) $\frac{1}{2}$

الحل:

$\frac{\tan 2x}{x}=\frac{\sin 2x}{x\cos 2x}=\frac{\sin 2x}{2x}\cdot\frac{2}{\cos 2x}$: نضرب البسط والمقام في 2

$\lim_{x\to 0}\frac{\sin 2x}{2x}=1,\quad \lim_{x\to 0}\frac{2}{\cos 2x}=2$

$\lim_{x\to 0}\frac{\tan 2x}{x}=1\cdot 2=2$

إجابة س7 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 85 إنجليزي • العربي ص 87 • تمرين 11 • وزاري | 2018-2019

النهاية | Limit | التحليل والاختصار | Factor and Cancel

أوجد قيمة النهاية الآتية إن وجدت:

$$\lim_{x\to 0}\frac{x\,e^{-2x+1}}{x^2+x}$$

A) 1 | B) 0 | C) e | D) e^2

الحل:

$\frac{x\,e^{-2x+1}}{x(x+1)}=\frac{e^{-2x+1}}{x+1}$: نحلل المقام ونختصر

$\lim_{x\to 0}\frac{e^{-2x+1}}{x+1}=\frac{e^1}{1}=e$: نعوّض

إجابة س8 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 85 إنجليزي • العربي ص 87 • تمرين 12

النهاية | Limit | النهايات المثلثية | Trigonometric Limits

أوجد قيمة النهاية الآتية إن وجدت:

$$\lim_{x\to 0} x^2 \csc^2 x$$

A) ∞ | B) 1 | C) D.N.E | D) 0

الحل:

$$x^2 \csc^2 x = \frac{x^2}{\sin^2 x} = \left(\frac{x}{\sin x}\right)^2$$

مقلوب النهاية المثلثية الأساسية: $\lim_{x\to 0} \frac{x}{\sin x} = 1$

$$\lim_{x\to 0} x^2 \csc^2 x = 1^2 = 1$$

إجابة س9 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 85 إنجليزي • العربي ص 87 • تمرين 13

النهاية | Limit | المرافق | Conjugate

أوجد قيمة النهاية الآتية إن وجدت:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+4}-2}{x}$$

A) $\frac{1}{2}$ | B) $\frac{1}{4}$ | C) 0 | D) D.N.E

الحل:

$\frac{\sqrt{x+4}-2}{x}\cdot\frac{\sqrt{x+4}+2}{\sqrt{x+4}+2}=\frac{x+4-4}{x\left(\sqrt{x+4}+2\right)}$ نضرب في المرافق:

$=\frac{1}{\sqrt{x+4}+2},\quad x\neq 0$ نختصر:

$\lim_{x\to 0}\frac{1}{\sqrt{x+4}+2}=\frac{1}{2+2}=\frac{1}{4}$

إجابة س10 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 85 إنجليزي • العربي ص 87 • تمرين 14 • وزاري | 2021-2022

النهاية | Limit | المرافق | Conjugate

أوجد قيمة النهاية الآتية إن وجدت:

$$\lim_{x\to 0}\frac{2x}{3-\sqrt{x+9}}$$

A) $-\frac{1}{6}$ | B) $-\frac{1}{12}$ | C) -6 | D) -12

الحل:

$$\frac{2x}{3-\sqrt{x+9}}\cdot\frac{3+\sqrt{x+9}}{3+\sqrt{x+9}}=\frac{2x\left(3+\sqrt{x+9}\right)}{-x}$$ نضرب في المرافق:

$$=-2\left(3+\sqrt{x+9}\right)$$

$$\lim_{x\to 0}\left[-2\left(3+\sqrt{x+9}\right)\right]=-12$$

أسئلة الاختبارات الوزارية السابقة • البند 4

Previous MOE Exam Questions • Find limits for polynomials, rational, and trigonometric functions using theorems

ناتج التعلم: إيجاد النهايات لكثيرات الحدود والدوال الكسرية والدوال المثلثية باستخدام النظريات

إجابة س11 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س6 | 2024-2025

النهاية | Limit | المرافق | Conjugate

أوجد قيمة النهاية الآتية إن وجدت:

$$\lim_{x\to 4} \frac{4-x}{5-\sqrt{x^2+9}}$$

A) $-\frac{4}{5}$ B) $\frac{9}{2}$ C) 0 D) $\frac{5}{4}$

الحل:

$$\frac{4-x}{5-\sqrt{x^2+9}} \cdot \frac{5+\sqrt{x^2+9}}{5+\sqrt{x^2+9}} = \frac{(4-x)\left(5+\sqrt{x^2+9}\right)}{16-x^2}$$

$$= \frac{5+\sqrt{x^2+9}}{4+x}$$ نختصر العامل المشترك:

$$\lim_{x\to 4} \frac{5+\sqrt{x^2+9}}{4+x} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$$

إجابة س12 | المستوى: أساسي | درجتان | ★ وزاري • س6 | 2023-2024

النهاية | Limit | التحليل والاختصار | Factor and Cancel

أوجد قيمة النهاية الآتية إن وجدت:

$$\lim_{x\to 3}\frac{x^3-27}{x^2-9}$$

A) 6 | B) $\frac{3}{2}$ | C) 2 | D) $\frac{9}{2}$

الحل:

$\frac{x^3-27}{x^2-9}=\frac{(x-3)(x^2+3x+9)}{(x-3)(x+3)}$ نحلل و نختصر:

$\lim_{x\to 3}\frac{x^2+3x+9}{x+3}=\frac{27}{6}=\frac{9}{2}$ نعوّض:

إجابة س13 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س9 | 2022-2023

النهاية | Limit | التحليل والاختصار | Factor and Cancel

أوجد قيمة النهاية الآتية إن وجدت:

$$\lim_{x\to 1}\frac{x+\sqrt{x}-2}{x-1}$$

A) $\frac{2}{3}$ | B) $\frac{3}{2}$ | C) 0 | D) 2

الحل:

نحلل البسط: $x+\sqrt{x}-2=(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)$

نحلل المقام: $x-1=(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)$

نختصر ثم نعوّض: $\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}=\frac{3}{2}$

إجابة س14 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س15 | 2021-2022

النهاية | Limit | التحليل والاختصار | Factor and Cancel

أوجد قيمة النهاية الآتية إن وجدت:

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-e^{2x}}{1-e^{x}}$$

A) -2 | B) $\frac{1}{2}$ | C) 2 | D) $-\frac{1}{2}$

الحل:

فرق بين مربعين: $1-e^{2x}=(1-e^{x})(1+e^{x})$

نبسط: $\frac{1-e^{2x}}{1-e^{x}}=1+e^{x}$

$\lim_{x\to 0}(1+e^{x})=1+1=2$

إجابة س15 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س6 | 2020-2021

النهاية | Limit | التحليل والاختصار | Factor and Cancel

أوجد قيمة النهاية الآتية إن وجدت:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\frac{1}{x+2} - \frac{1}{2}}{x}$$

A) $-\frac{1}{4}$ | B) 0 | C) $\frac{1}{4}$ | D) D.N.E

الحل:

$$\frac{1}{x+2} - \frac{1}{2} = \frac{2-(x+2)}{2(x+2)} = \frac{-x}{2(x+2)}$$

$$\frac{-x}{2(x+2)} \cdot \frac{1}{x} = \frac{-1}{2(x+2)}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{-1}{2(x+2)} = -\frac{1}{4}$$

إجابة س16 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س1 | 2019-2020

النهاية | Limit | التحليل والاختصار | Factor and Cancel

أوجد قيمة النهاية الآتية إن وجدت:

$$\lim_{x\to 2}\left(\frac{1}{x-2}-\frac{4}{x^2-4}\right)$$

A) $\frac{1}{2}$ | B) D.N.E | C) 2 | D) $\frac{1}{4}$

الحل:

$\frac{1}{x-2}-\frac{4}{(x-2)(x+2)}=\frac{x+2-4}{(x-2)(x+2)}$ نوحّد المقامات:

$=\frac{x-2}{(x-2)(x+2)}=\frac{1}{x+2}$ نختصر:

$\lim_{x\to 2}\frac{1}{x+2}=\frac{1}{4}$

إجابة س17 | المستوى: أساسي | درجتان | ★ وزاري • س7 | 2018-2019

النهاية | Limit | التحليل والاختصار | Factor and Cancel

أوجد قيمة النهاية الآتية إن وجدت:

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^3-8}{2x^2-3x-2}$$

A) $-\frac{5}{12}$ B) $\frac{5}{12}$ C) $-\frac{12}{5}$ D) $\frac{12}{5}$

الحل:

$\frac{x^3-8}{2x^2-3x-2} = \frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{(x-2)(2x+1)}$ نحلل و نختصر:

$\lim_{x\to 2} \frac{x^2+2x+4}{2x+1} = \frac{12}{5}$ نعوّض:

إجابة س18 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س1 | 2018-2019

النهاية | Limit | المرافق | Conjugate

أوجد قيمة النهاية الآتية إن وجدت:

$$\lim_{x\to 0} \frac{x}{3-\sqrt{x+9}}$$

A) -6 B) 0 C) $\frac{1}{3}$ D) D.N.E

الحل:

$\frac{x}{3-\sqrt{x+9}} \cdot \frac{3+\sqrt{x+9}}{3+\sqrt{x+9}} = \frac{x\left(3+\sqrt{x+9}\right)}{-x}$ نضرب في المرافق:

$\lim_{x\to 0}\left[-\left(3+\sqrt{x+9}\right)\right] = -6$ نختصر ثم نعوّض:

إجابة س19 | المستوى: متقدم | 4 درجات | ★ وزاري • س12 | 2017-2018

النهاية | Limit | المرافق | Conjugate

أوجد قيمة النهاية الآتية إن وجدت:

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{\sqrt{10-x}-3}$$

A) -12 | B) 12 | C) 6 | D) -6

الحل:

$$\frac{(x^2-1)\left(\sqrt{10-x}+3\right)}{(10-x)-9}=\frac{(x-1)(x+1)\left(\sqrt{10-x}+3\right)}{1-x}$$

$$=-(x+1)\left(\sqrt{10-x}+3\right)$$ نختصر العامل المشترك:

$$\lim_{x\to 1}\left[-(x+1)\left(\sqrt{10-x}+3\right)\right]=-(2)(6)=-12$$

إجابة س20 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س1 | 2016-2017

النهاية | Limit | المرافق | Conjugate

أوجد قيمة النهاية الآتية إن وجدت:

$$\lim_{x\to 0} \frac{3x}{2-\sqrt{x+4}}$$

A) ∞ | B) $\frac{3}{2}$ | C) 0 | D) -12

الحل:

$\frac{3x\left(2+\sqrt{x+4}\right)}{4-(x+4)} = \frac{3x\left(2+\sqrt{x+4}\right)}{-x}$ نضرب في المرافق:

$\lim_{x\to 0}\left[-3\left(2+\sqrt{x+4}\right)\right] = -12$ نختصر ثم نعوّض:

البند 5: دراسة اتصال الدالة عند نقطة

Study the continuity of a function at a given point

الدرس 4-2: الاتصال ونتائجه • الكتاب ص 95 إنجليزي • العربي ص 97

أسئلة الكتاب: تمارين 21 إلى 28 + الأسئلة الوزارية السابقة

ملخص قوانين البند 5 • Summary of Rules

الاتصال على فترة — Continuity on an Interval

$$[a,\,b]: \quad \lim_{x\to a^+} f(x) = f(a), \qquad \lim_{x\to b^-} f(x) = f(b)$$

متصلة عند كل نقطة داخل الفترة، ومن اليمين عند a ومن اليسار عند b

دوال متصلة على جميع الأعداد الحقيقية — On (−∞, ∞) (Thm 4.1)

$$p(x),\quad \sin x,\quad \cos x,\quad e^x,\quad \sqrt[3]{x}: \quad (-\infty,\,\infty)$$

حيث p كثيرة حدود

دوال متصلة على مجالها — On their Domains (Thm 4.1, 4.2)

$$\begin{aligned} \frac{p(x)}{q(x)}&: \quad q(x)\neq 0\\ \sqrt{x}&: \quad [0,\,\infty)\\ \ln x&: \quad (0,\,\infty)\\ \sin^{-1}x&: \quad [-1,\,1] \end{aligned}$$

الدالة المركبة — Composite Functions

$$\sqrt{g(x)}:\ g(x)\geq 0 \qquad \ln g(x):\ g(x)>0 \qquad \sin^{-1} g(x):\ -1\leq g(x)\leq 1$$

الدالة الداخلية متصلة، ونطبق شرط الدالة الخارجية

خصائص الاتصال — Properties (Thm 4.2)

$$f\pm g, \qquad f\cdot g, \qquad \frac{f}{g}\ \ (g\neq 0)$$

متصلة حيث تكون الدالتان متصلتين معاً

إجابة س1 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 95 إنجليزي • العربي ص 97 • تمرين 21

الاتصال | Continuity | الجذر الزوجي | Even Root

ما الفترة أو الفترات التي تكون الدالة الآتية متصلة عليها؟

$$f(x) = \sqrt{x+3}$$

A) $[3, \infty)$ | B) $[-3, \infty)$ | C) $(-\infty, \infty)$ | D) $(-3, \infty)$

الحل:

ما تحت الجذر التربيعي غير سالب: $x + 3 \geq 0 \Rightarrow x \geq -3$

متصلة من اليمين عند الطرف: $\lim_{x \to -3^+} \sqrt{x+3} = 0 = f(-3)$

$[-3, \infty)$

إجابة س2 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 95 إنجليزي • العربي ص 97 • تمرين 22

الاتصال | Continuity | الجذر الزوجي | Even Root

ما الفترة أو الفترات التي تكون الدالة الآتية متصلة عليها؟

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$$

A) $(-\infty, -2] \cup [2, \infty)$ | B) $[-2, 2]$

C) $[2, \infty)$ | D) $(-\infty, -2) \cup (2, \infty)$

الحل:

ما تحت الجذر غير سالب: $x^2 - 4 \geq 0 \Rightarrow (x-2)(x+2) \geq 0$

نحل المتباينة: $x \geq 2$ أو $x \leq -2$

من اليسار عند 2- ومن اليمين عند 2: $(-\infty, -2] \cup [2, \infty)$

إجابة س3 | المستوى: أساسي | درجتان | الكتاب ص 95 إنجليزي • العربي ص 97 • تمرين 23

الاتصال | Continuity | الدالة المركبة | Composite Function

ما الفترة أو الفترات التي تكون الدالة الآتية متصلة عليها؟

$$f(x) = \sqrt[3]{x+2}$$

A) $(-\infty, \infty)$

B) $(-2, \infty)$

C) $(-\infty, -2) \cup (-2, \infty)$

D) $[-2, \infty)$

الحل:

الجذر التكعيبي معرّف ومتصل لجميع الأعداد الحقيقية: $\sqrt[3]{u}$

كثيرة حدود متصلة: $x+2$

تركيب دالتين متصلتين: $(-\infty, \infty)$

إجابة س4 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 95 إنجليزي • العربي ص 97 • تمرين 24

الاتصال | Continuity | الجذر الزوجي | Even Root

ما الفترة أو الفترات التي تكون الدالة الآتية متصلة عليها؟

$$f(x) = (x-1)^{\frac{3}{2}}$$

A) $(-\infty, \infty)$

B) $[0, \infty)$

C) $(1, \infty)$

D) $[1, \infty)$

الحل:

نكتب الأس الكسري بصورة جذر: $(x-1)^{3/2} = \left(\sqrt{x-1}\right)^3$

ما تحت الجذر التربيعي غير سالب: $x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1$

$[1, \infty)$

إجابة س5 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 95 إنجليزي • العربي ص 97 • تمرين 25

الاتصال | Continuity

الدالة المثلثية العكسية | Inverse Trigonometric Function

ما الفترة أو الفترات التي تكون الدالة الآتية متصلة عليها؟

$$f(x) = \sin^{-1}(x+2)$$

A) $[-1, 1]$ B) $[-3, -1]$ C) $(-3, -1)$ D) $[1, 3]$

الحل:

مجال الدالة المثلثية العكسية: $-1 \le u \le 1$ $\sin^{-1} u$:

نطرح 2: $-1 \le x+2 \le 1 \Rightarrow -3 \le x \le -1$

$[-3, -1]$

إجابة س6 | المستوى: متوسط | 3 درجات | الكتاب ص 95 إنجليزي • العربي ص 97 • تمرين 27

الاتصال | Continuity | المجال | Domain

ما الفترة أو الفترات التي تكون الدالة الآتية متصلة عليها؟

$$f(x) = \frac{\sqrt{x+1} + e^x}{x^2 - 2}$$

A) $[-1, \infty)$

B) $(-\infty, -\sqrt{2}) \cup (-\sqrt{2}, \sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, \infty)$

C) $[1, \sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, \infty)$

D) $[-1, \sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, \infty)$

الحل:

ما تحت الجذر غير سالب، والأسية متصلة دائماً: $x + 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -1$

أصفار المقام: $x^2 - 2 = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$

خارج المجال فنستبعد الجذر الموجب فقط: $-\sqrt{2} < -1$

$[-1, \sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, \infty)$

إجابة س7 | المستوى: متقدم | 4 درجات | الكتاب ص 95 إنجليزي • العربي ص 97 • تمرين 26

الاتصال | Continuity | الدالة اللوغاريتمية | Logarithmic Function

ما الفترة أو الفترات التي تكون الدالة الآتية متصلة عليها؟

$$f(x) = \ln(\sin x)$$

A) $((2k-1)\pi,\ 2k\pi),\ k \in \mathbb{Z}$

B) $(k\pi,\ (k+1)\pi),\ k \in \mathbb{Z}$

C) $(2k\pi,\ (2k+1)\pi),\ k \in \mathbb{Z}$

D) $(0,\ \infty)$

الحل:

$\ln u: \quad u > 0 \Rightarrow \sin x > 0$: اللوغاريتم معرّف للموجب فقط

$\sin x > 0 \iff 2k\pi < x < (2k+1)\pi$: الربعان الأول والثاني من كل دورة

$(2k\pi,\ (2k+1)\pi),\quad k \in \mathbb{Z}$

إجابة س8 | المستوى: متقدم | 4 درجات | الكتاب ص 95 إنجليزي • العربي ص 97 • تمرين 28 • وزاري | 2018-2019

فترة الاتصال | Interval of Continuity

الدالة المركبة | Composite Function

ما الفترات التي تكون الدالة الآتية متصلة عليها؟

$$f(x)=\frac{\ln\left(x^2-1\right)}{\sqrt{x^2-2x}}$$

A) $(-\infty,-1)\cup(2,\infty)$

B) $(-\infty,-1]\cup[2,\infty)$

C) $(-\infty,-1)\cup(1,\infty)$

D) $(-\infty,0)\cup(2,\infty)$

الحل:

$x^2-1>0 \Rightarrow (-\infty,-1)\cup(1,\infty)$

$x^2-2x>0 \Rightarrow (-\infty,0)\cup(2,\infty)$

تقاطع الشرطين: $(-\infty,-1)\cup(2,\infty)$

أسئلة الاختبارات الوزارية السابقة • البند 5

Previous MOE Exam Questions • Study the continuity of a function at a given point

ناتج التعلم: دراسة اتصال الدالة عند نقطة

إجابة س9 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س1 | 2023-2024

فترة الاتصال | Interval of Continuity

الاتصال | Continuity

ما الفترات التي تكون الدالة الآتية متصلة عليها؟

$$f(x)=\frac{\sqrt{x-1}+e^{x}}{x^{2}-2}$$

A) $(-1,\sqrt{2})\cup(\sqrt{2},\infty)$

B) $[-1,\sqrt{2})\cup(\sqrt{2},\infty)$

C) $[1,\sqrt{2})\cup(\sqrt{2},\infty)$

D) $(1,\sqrt{2})\cup(\sqrt{2},\infty)$

الحل:

مجال كل جزء من البسط: $\sqrt{x-1}:\ x\geq 1,\qquad e^{x}:\ x\in\mathbb{R}$

المقام لا يساوي صفراً: $x^{2}-2\neq 0\ \Rightarrow\ x\neq\pm\sqrt{2}$

نجمع الشرطين: $[1,\sqrt{2})\cup(\sqrt{2},\infty)$

إجابة س10 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س25 | 2022-2023

فترة الاتصال | Interval of Continuity
الدالة المركبة | Composite Function

ما الفترة أو الفترات التي تكون الدالة الآتية متصلة عليها؟

$$f(x) = \frac{\ln\left(1 - x^2\right)}{\sqrt{x}}$$

A) $(0, \infty)$ | B) $(0, 1)$ | C) $(-1, 1)$ | D) $(1, \infty)$

الحل:

شرط اللوغاريتم: $1 - x^2 > 0 \Rightarrow -1 < x < 1$

الجذر في المقام: $x > 0$: $\frac{1}{\sqrt{x}}$

تقاطع الشرطين: $(0, 1)$

إجابة س11 | المستوى: أساسي | درجتان | ★ وزاري • س5 | 2021-2022

فترة الاتصال | Interval of Continuity | الدالة المركبة | Composite Function

ما الفترة أو الفترات التي تكون الدالة الآتية متصلة عليها؟

$$f(x) = \sqrt{9 - x^2}$$

A) $(-\infty, -3) \cup (3, \infty)$

B) $(-3, 3)$

C) $(-\infty, -3] \cup [3, \infty)$

D) $[-3, 3]$

الحل:

ما تحت الجذر غير سالب: $9 - x^2 \geq 0 \Rightarrow -3 \leq x \leq 3$

$\lim_{x \to 3^-} f(x) = 0 = f(3), \quad \lim_{x \to -3^+} f(x) = 0 = f(-3)$

متصلة من جهة واحدة عند الطرفين: $[-3, 3]$

إجابة س12 | المستوى: أساسي | درجتان | ★ وزاري • س6 | 2017-2018

فترة الاتصال | Interval of Continuity | الدالة المركبة | Composite Function

ما الفترة أو الفترات التي تكون الدالة الآتية متصلة عليها؟

$$f(x) = \ln(3x - 6)$$

A) $(2, \infty)$

B) $(-2, \infty)$

C) $[2, \infty)$

D) $(-\infty, 2)$

الحل:

اللوغاريتم معرّف للأعداد الموجبة: $3x - 6 > 0$

$x > 2 \Rightarrow (2, \infty)$

إجابة س13 | المستوى: متوسط | 3 درجات | ★ وزاري • س4 | 2016-2017

الاتصال | Continuity | الدالة المركبة | Composite Function

ما مجموعة قيم x التي تكون عندها الدالة الآتية غير متصلة؟

$$g(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 9}$$

A) $(-\infty, 3]$	B) $\{-3, 3\}$	C) $\{3\}$	D) $\varnothing$

الحل:

$x^2 - 6x + 9 = (x-3)^2 \geq 0, \quad x \in \mathbb{R}$

$g(x) = \sqrt{(x-3)^2} = |x-3|$ متصلة على جميع الأعداد الحقيقية:

$\varnothing$