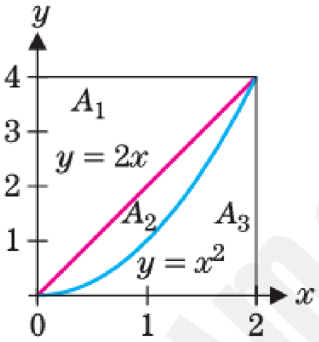
اختبار تجريبي يحاكي الهيكل		المادة رياضيات
اسم الطالب	الصف	الفصل الدراسي الثالث
	12 متقدم	2025- 2024

أولا الجزء الالكتروني : اختر الإجابة الصحيحة في كل مما يلي :

1) مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيين $y = x^2 - 1$ و $y = 7 - x^2$ تساوي

A) $\frac{22\pi}{3}$ B) $\frac{22}{3}$ C) $\frac{64}{3}$ D) $\frac{16}{3}$

2) من الشكل المجاور المساحة التي يمثلها التكامل $\int_0^4 \left(\sqrt{y} - \frac{y}{2}\right) dy$ هي



A) $A_3 + A_2$ B) $A_1 + A_2$ C) $A_1 + A_3$ D) A_2

3) حجم المجسم الذي له مقاطع عرضية مساحة المقطع يعطى بالدالة $f(x) = 10e^{0.01x}$ ، $0 \le x \le 10$ يساوي

A) $2000\,\pi\,(e^{0.01} - 1)$ B) $1000(e^{0.1} - 1)$
C) $1000(e^{0.1} + 1)$ D) $2000\,\pi\,(e^{0.01} + 1)$

4) التكامل الذي يعطي طول المنحني $y = \int_0^x e^{-u} \sin u\, du$ في الفترة $0 \le x, \le \pi$ يساوي :

A) $s = \int_0^{\pi} \sqrt{1 + e^{-2x} sin^2 x dx}$ B) $s = \int_0^{\pi} \sqrt{1 + e^{-x} sin^2 x dx}$
C) $s = \int_0^{\pi} \sqrt{1 + e^{x^2} sin^2 x dx}$ D) $s = 2\pi \int_0^{\pi} \sqrt{1 + e^{-2x} sin^2 x dx}$

5) التكامل الذي يعطي مساحة السطح الناتج من دوران المنحني $y = \ln x$ في الفترة $1 \le x \le 2$ حول المحور x يساوي :

A) $A = \pi \ln x \int_1^2 \sqrt{\frac{1+x^2}{x^2}}\,dx$

B) $A = 2\pi \int_1^2 \sqrt{\frac{1+x^2}{x^2}}\,dx$

C) $A = \int_1^2 \sqrt{\frac{1+x^2}{x^2}}\,dx$

D) $A = 2\pi \ln x \int_1^2 \sqrt{\frac{1+x^2}{x^2}}\,dx$

6) يسقط غطاس من ارتفاع $4.5m$ بسرعة إبتدائية $2.4m/s$ فإن السرعة المتجهة للغواص لحظة الاصطدام تساوي

A) $-9.7m/s$

B) $-18.6m/s$

C) $9.7m/s$

D) $18.6m/s$

7) تكامل $\int \frac{3}{16+x^2}\,dx$ يساوي

A) $\frac{4}{3}\tan^{-1}\frac{x}{3}+c$

B) $\frac{3}{4}\tan^{-1}\frac{x}{4}+c$

C) $\frac{3}{4}\sec^{-1}\frac{x}{4}+c$

D) $\frac{9}{4}\tan^{-1}\frac{x}{4}+c$

8) تكامل $\int \frac{4}{x^{1/3}(1+x^{2/3})}\,dx$ يساوي

A) $4\ln\left|1+x^{8/3}\right|+c$

B) $\ln\left|1+x^{5/3}\right|+c$

C) $6\ln\left|1+x^{2/3}\right|+c$

D) $\frac{1}{4}\ln\left|1+x^{2/3}\right|+c$

9) تكامل $\int \frac{1}{\sqrt{-5+6x-x^2}}\,dx =$

A) $\sin^{-1}\left(\frac{x-2}{3}\right)+c$

B) $\tan^{-1}\left(\frac{x-3}{2}\right)+c$

C) $\frac{3}{2}\sin^{-1}\left(\frac{x-3}{2}\right)+c$

D) $\sin^{-1}\left(\frac{x-3}{2}\right)+c$

10) تكامل $\int x\ln x\,dx =$

A) $\frac{x^2(2\ln x^2-1)}{4}+c$

B) $\frac{x^2(2\ln x-1)}{4}+c$

C) $\frac{x^2(2\ln x+1)}{4}+c$

D) $\frac{x^2}{4}\ln x-\ln x+c$

11) $\int \tan^2 x\sec^4 x\,dx =$

A) $\frac{1}{3}\tan^5 x+\frac{1}{5}\tan^3 x+c$

B) $\frac{1}{3}\tan^3 x+\frac{1}{5}\tan^5 x+c$

C) $\tan^3 x+c$

D) $\frac{1}{5}\sec^5 x+\frac{1}{3}\tan^3 x+c$

12) $\int \frac{1}{\sqrt{4+x^2}}\,dx =$

A) $\sin^{-1}(x-4)+c$

B) $\frac{1}{4}\sin^{-1}(x+4)+c$

C) $\ln\left|\frac{x+\sqrt{4+x^2}}{2}\right|+c$

D) $\ln\left|\frac{x-\sqrt{4+x^2}}{2}\right|+c$

13) حل المعادلة التفاضلية $\frac{y'}{y} = -2$ ضمن الشروط $y(1) = 2$ هو

A) $y = 2e^{-2x}$
B) $y = -2e^{-2x+2}$
C) $y = 2e^{2x} + 2$
D) $y = -2e^{2x} + 2$

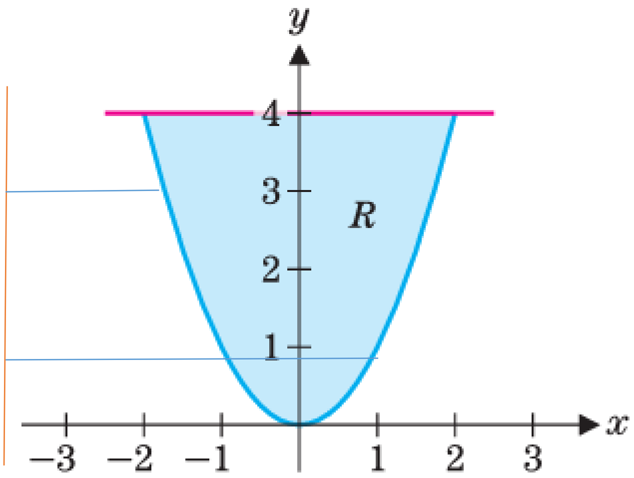
14) أي من المعادلات التفاضلية التالية غير قابلة للفصل

A) $y' = \sqrt{yx + y}$
B) $y' = 2x(y - x)$
C) $y' = 2x(\cos y - 3)$
D) $y' = x^2 y - y \sin x$

15) الحل العام للمعادلة التفاضلية $y' = x\, e^{x-y}$ بالصيغة الصريحة هو

A) $y = \ln|xe^x - e^x + c|$
B) $y = \ln|e^{2x} - e^x + c|$
C) $y = xe^x - e^x + c$
D) $y = \frac{1}{2}x^2 e^x + c$

ثانيا الجزء الكتابي :أجب عن الأسئلة التالية :



السؤال الأول : في الشكل المجاور المنطقة R محددة

بواسطة $y = 4$ و $y = x^2$

A.احسب حجم المنطقة الناتجة من دوران

المنطقة R حول المستقيم $x = -4$

الحل : $x = \mp\sqrt{y}$

$$v = \pi \int_0^4 ((\sqrt{y} - -4)^2 - (-\sqrt{y} - -4)^2)dy$$

$$v = \pi \int_0^4 (y + 8\sqrt{y} + 16 - y + 8\sqrt{y} - 16)dy = \pi \int_0^4 (16\sqrt{y})dy =$$

$$\pi \int_0^4 \left(16\, y^{1/2}\right) dy = \frac{32}{3}\pi y^{3/2}\Big|_0^4 = \frac{256}{3}\pi$$

B.احسب حجم المنطقة الناتجة من دوران

المنطقة R حول المستقيم $y = 4$

$$v = \pi \int_{-2}^{2} ((4 - x^2)^2)dx = \pi \int_{-2}^{2} (16 - 8x^2 + x^4)dx =$$

$$= \pi\left(16x - \frac{8}{3}x^3 + \frac{1}{5}x^5\right)\Big|_{-2}^{2} = \frac{512}{15}\pi$$

السؤال الثاني : اطلق جسم بزاوية $\frac{\pi}{6}$ بسرعة ابتدائية $98\,m\ /\ s$ أوجد

A.زمن التحليق : عندما يكون الارتفاع يساوي صفر

$$y^{/}(0) = 98\sin\frac{\pi}{6} = 49$$

$$y^{//}(t) = -9.8 \qquad , y^{/}(t) = -9.8t + 49$$

$$y(t) = -4.9t^2 + 49t \ ,$$

$$y(t) = 0 \quad , \quad -4.9t^2 + 49t = 0 \qquad t = 0\,, t = 10$$

زمن التحليق $t = 10$

B.المدى الأفقي للجسم

$$x^{/}(0) = 98\cos\frac{\pi}{6} = 49\sqrt{3} \qquad , \quad x^{//}(t) = 0$$

$$x^{/}(t) = 49\sqrt{3} \quad , \quad x(t) = 49\sqrt{3}\,t$$

المدى الافقي

$$x(10) = 49\sqrt{3} \times 10 = 490\sqrt{3}$$

السؤال الثالث : أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية $y^{/} = 4x\sec y$

بصورة صريحة حيث $y(0) = 0$

نقسم على $\sec y$ فيكون $\cos y\, y^{/} = 4x$ نكامل الطرفين

$$\sin y = 2x^2 + c \ , \qquad y(0) = 0$$

$$\sin(0) = 0 = 2(0)^0 + c \ , \qquad c = 0$$

$$\sin y = 2x^2 \quad , \quad y = sin^{-1}(2x^2)$$

السؤال الرابع : أوجد كلا من التكاملات التالية :

A. $\int x\ln(x^2+4)dx$

$\int x\ln(x^2+4)dx = \int x\ln t\,\frac{dt}{2x} = \frac{1}{2}\int \ln t\,dt$	نستخدم التعويض نفرض $x^2+4=t$ $dx=\frac{dt}{2x}$
$\frac{1}{2}\int \ln t\,d = \frac{1}{2}t\ln t - \frac{1}{2}\int t\,.\frac{1}{t}dt = \frac{1}{2}t\ln t - \frac{1}{2}t + c = \frac{1}{2}(x^2+4)\ln(x^2+4) - \frac{1}{2}(x^2+4) + c = \frac{1}{2}(x^2+4)\,(\ln(x^2+4)-1)+c$	نستخدم التكامل بالاجزاء $u=\ln t \quad, du=\frac{1}{t}dt$ $dv=dt \quad ,v=t$

B. $\int_0^{\pi} x\sin 2x\,dx$

$\int_0^{\pi} x\sin 2x\,dx = \frac{-1}{2}xcos2x\vert_0^{\pi} + \int_0^{\pi}\frac{1}{2}\cos 2x\,dx = \frac{-1}{2}xcos2x\vert_0^{\pi} + \frac{1}{4}sin2x\vert_0^{\pi} = \frac{-\pi}{2}$	نستخدم التكامل بالاجزاء $u=x \;,\; du=dx$ $dv=\sin 2x\,dx$ $v=\frac{-1}{2}\cos 2x$

السؤال الخامس : أوجد كلا من التكاملات التالية :

A. $\int \frac{2x^2-5x+2}{x^3+x}\, dx$

$$\frac{2x^2-5x+2}{x^3+x} = \frac{2x^2-5x+2}{x(x^2+1)} = \frac{A}{x} + \frac{Bx+c}{x^2+1}$$

$$2x^2-5x+2 = A(x^2+1) + (Bx+c)x$$

$x = 0\,, \quad 2 = A$

$x = 1\,, \quad B + C = -5$

$x = -1\,, \quad B - C = 5$

بحل المعادلتين حل مشترك يكون

B = 0 , C = -5

$$\int \frac{2x^2-5x+2}{x^3+x}\, dx = \int \frac{2}{x}\, dx - \int \frac{5}{x^2+1}\, dx =$$

$2\ln|x| - 5\tan^{-1} x + c$

B. $\int \frac{5x-2}{x^2-4}\, dx$

$$\frac{5x-2}{x^2-4} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2}\,, \quad 5x - 2A(x+2) + B(x-2)$$

$x = 2\,, \quad 8 = 4A\,, \quad A = 2$

$x = -2\,, \quad -12 = -4B\,, \quad B = 3$

$$\int \frac{5x-2}{x^2-4}\, dx = \int \frac{2}{x-2}\, dx + \int \frac{3}{x+2}\, dx =$$

$$2\ln|x-2| + 3\ln|x+2| + c$$

أنهيت الأسئلة مع تمنياتنا لكم بالتوفيق