ملزمة توقعات الامتحان من الهيكل – سؤالان لكل ناتج



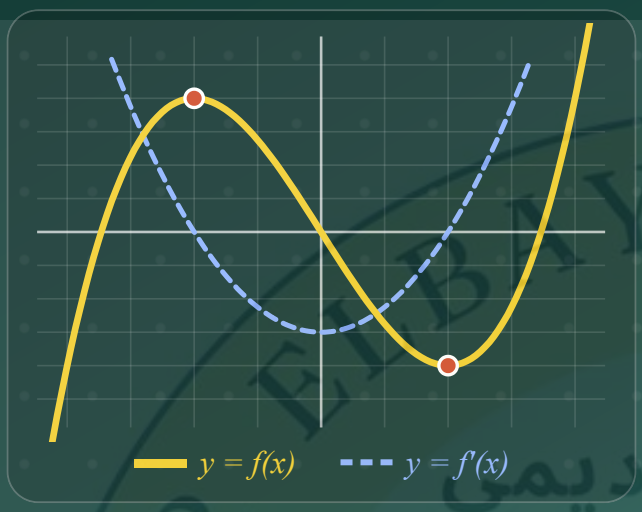
تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية	
موقع المناهج ⇦ المناهج الإماراتية ⇦ الصف الثاني عشر المتقدم ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الأول ⇦ الامتحان النهائي ⇦ الملف	
تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2026-11-21 08:30:55	
ملفات ا كتب للمعلم ا كتب للطالب ا اختبارات الكترونية ا اختبارات ا حلول ا عروض بوربوينت ا أوراق عمل منهج انجليزي ا ملخصات وتقارير ا مذكرات وبنوك ا الامتحان النهائي ا للمدرس	المزيد من مادة رياضيات:
إعداد: عمرو البيومي	

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر المتقدم					
صفحة المناهج الإماراتية على فيسبوك					
المواد على تلغرام	التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات	

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الأول	
1	ملزمة توقعات الامتحان من الهيكل – سؤالان لكل ناتج
2	المراجعة النهائية ليلة الاختبار في – التوقعات الذهبية
3	ملازم الهياكل الهامة لاختبار نهاية الفصل الأول
4	أوراق عمل المماسات وطول المنحنى
5	تغطية أسئلة الاختبار للقسم المقالي

تحميل تطبيق المناهج للهواتف الذكية	
تطبيق المناهج على Store App (آبل)	تطبيق المناهج على Play Google (أندرويد)

الرياضيات · الصف الثاني عشر المتقدم



ملزمة التوقعات

EXAM PREDICTIONS BOOKLET

امتحان نهاية الفصل الدراسي الأول

سؤالان متوقعان لكل ناتج من الهيكل

52	26	144	10
سؤالاً متوقعاً	ناتج تعلّم	سؤالاً وزارياً حُلّلت	سنوات امتحانات

تحليل اتجاه الامتحانات الوزارية
144 سؤالاً من 2016 إلى 2025

خلاصة الأفكار لكل ناتج
القاعدة + الفخ المتكرر + سبب الترشيح

سؤالان متوقعان لكل ناتج
مختارة من الهيكل الرسمي بعين الخبير

مفتاح الإجابات
الاختيار من متعدد + الإجابات النموذجية للمقال

إعداد وتقديم

الأستاذ عمرو البيومي

Mr. Amr Elbayoumy

خبير رياضيات الصف الثاني عشر المتقدم

0544560575

بيانات الطالب

الاسم: .....

الشعبة: .....

المدرسة: .....

«مَن ذاكر التوقعات بفهم، دخل الامتحان بثقة»

★ تحليل الخبير: اتجاه الامتحانات الوزارية (2016–2025) مقابل الهيكل

Q 144 Expert analysis: past MOE exams (2016–2025) vs. the structure

كيف قرأنا الامتحانات؟

- الوزارة تعيد أسئلتها حرفياً: نحو 20 سؤالاً من الهيكل وردت نصاً في سنوات سابقة (مثل $\frac{x^3-1}{x^2+2x-3}$ و $f(t)=3t^{\pi}-2t^{1.3}$ و x^3+2x+1 للدالة العكسية الذي ورد مرتين).
- أكثر النواتج وروداً: النهايات الجبرية (13) ثم الاشتقاق الضمني (10) وقاعدة القوى (10) ثم النهايات من الرسم والاشتقاق اللوغاريتمي (9 لكل منهما).
- معيار الاختيار لكل ناتج: سؤال مكرَّر وزارياً + سؤال جديد في الهيكل لم يُطرح بعد لكنه على نمط الوزارة نفسه.
- أسئلة المقال (21–26) تأتي دائماً بنفس الصيغة الوزارية؛ الدرجة على الخطوات والتبرير.

#	الناتج	عدد مرات الورود وزارياً	الفترة	درجة الأهمية	المرشَّح من الهيكل
1	تقدير طول منحنى	3	2022 → 2025	متوسط	Q6 ، Q11
2	إيجاد النهايات جبرياً أو بيانياً	9	2016 → 2025	مرتفع جداً	Q16 ، Q14
3	استخدام مبرهنة الحصر لإيجاد النهايات	2	2020، 2023	منخفض	Q20 ، Q22
4	إيجاد نهايات الدوال كثيرات الحدود والنسبية والمثلثية	13	2016 → 2025	مرتفع جداً	Q30 ، Q24
5	دراسة اتصال الدالة عند نقطة	6	2016 → 2023	مرتفع	Q40 ، Q39
6	استخدام خواص الاتصال للدوال والدوال المركبة	2	2016، 2022	منخفض	Q44 ، Q41
7	إيجاد النهايات اللانهائية والنهايات عند اللانهاية	7	2016 → 2024	مرتفع	Q51 ، Q50
8	إيجاد متوسط السرعة والسرعة اللحظية عند نقطة	3	2017، 2022، 2023	متوسط	Q60 ، Q58
9	رسم منحنى دالة باستخدام منحنى مشتقتها	4	2016 → 2024	متوسط	Q68 ، Q67
10	إيجاد مشتقة الدالة عند نقطة	6	2017 → 2024	مرتفع	Q78 ، Q76
11	إيجاد المشتقات بقاعدة القوى عند نقطة	10	2017 → 2023	مرتفع جداً	Q84 ، Q82
12	تطبيق قاعدتي الضرب والقسمة على المشتقات	4	2017 → 2023	متوسط	Q93 ، Q88
13	تطبيق قاعدة السلسلة في التفاضل	8	2016 → 2024	مرتفع جداً	Q103 ، Q96
14	مشتقة الدالة العكسية باستخدام قاعدة السلسلة	5	2016 → 2024	مرتفع	Q109 ، Q107
15	إيجاد مشتقات الدوال المثلثية	5	2016 → 2024	مرتفع	Q117 ، Q116
16	إيجاد مشتقات الدوال الأسية	4	2016 → 2024	متوسط	Q123 ، Q122
17	إيجاد مشتقات الدوال اللوغاريتمية الطبيعية	9	2016 → 2023	مرتفع جداً	Q129 ، Q126
18	إيجاد المشتقات بالاشتقاق الضمني	10	2016 → 2024	مرتفع جداً	Q135 ، Q131
19	الاشتقاق الضمني للدوال المثلثية العكسية	7	2016 → 2024	مرتفع	Q142 ، Q139
20	تذكّر فرضيات مبرهنة رول	1	2018	منخفض	Q150 ، Q148
21	أسئلة المقال: الاتصال عند نقطة وخواص الاتصال	5	2016 → 2024	مرتفع	Q159 ، Q156
22	أسئلة المقال: المقاربات باستخدام النهايات	6	2017 → 2024	مرتفع	Q166 ، Q165
23	أسئلة المقال: قاعدة الضرب في المشتقات	3	2016 → 2019	متوسط	Q170 ، Q167
24	أسئلة المقال: مشتقات الدوال المثلثية	3	2018 → 2020	متوسط	Q174 ، Q171
25	أسئلة المقال: مسائل حياتية بمشتقات الدوال الأسية واللوغاريتمية	3	2019 → 2023	متوسط	Q180 ، Q178
26	أسئلة المقال: مبرهنة القيمة المتوسطة وتطبيقاتها	6	2017 → 2024	مرتفع	Q186 ، Q184

p. 68 **Estimate the arc length of a curve** تقدير طول منحنى **1**

Bridge (English) p. 68 — Exercises 7–12 كتاب Bridge (الإنجليزي) صفحة 68 — التمارين 7–12

خلاصة الأفكار · Key Ideas | ورد وزارياً: 3 مرات | 2022 → 2025

- قسّم الفترة: $\Delta x = \frac{b-a}{n}$ ، احسب y عند كل نقطة، ثم اجمع أطوال القطع $\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$.
- آخر ثلاث سنوات متتالية: كثيرة حدود مع $n = 2$ والإجابة جذور ← بسّط الجذر قبل المقارنة ($\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$).
- فخ: خيار يساوي قطعة واحدة ($n = 1$) أو خيار بنصف الإجابة.

Q1 (هيكل Q11): نمط 2024-2025 نفسه: كثيرة حدود و n=2 والإجابة جذر مبسّط

Q2 (هيكل Q6): الدالة نفسها وردت 2022-2023 بـ n=2، والمتوقع تغيير n

Q1 هيكل Q11 **Structure Q11**

قدّر طول منحنى الدالة الآتية على الفترة المعطاة باستخدام عدد القطع المستقيمة المعطى:

Estimate the length of the curve $y = f(x)$ on the given interval using the given number of line segments:

$$y = x^2 + 1, \quad -2 \le x \le 2, \quad n = 2$$

(A) $2\sqrt{10} + 2\sqrt{2}$

(B) $2\sqrt{5}$

(C) $\frac{8\sqrt{73}}{9} + \frac{4}{3}$

(D) $4\sqrt{5}$

Solution الحل

Q2 هيكل Q6 **Structure Q6**

قدّر طول منحنى الدالة الآتية على الفترة المعطاة باستخدام عدد القطع المستقيمة المعطى:

Estimate the length of the curve $y = f(x)$ on the given interval using the given number of line segments:

$$y = x^3 + 2, \quad -1 \le x \le 1, \quad n = 4$$

(A) $\frac{20\sqrt{10} + 2\sqrt{82}}{27}$

(B) $\frac{\sqrt{65} + \sqrt{17}}{4}$

(C) $\frac{\sqrt{65} + \sqrt{17}}{8}$

(D) $2\sqrt{2}$

Solution الحل

p. 85 **Find limits algebraically or graphically** إيجاد النهايات جبرياً أو بيانياً **2**

Bridge (English) p. 85 — Exercises 21–24 كتاب Bridge (الإنجليزي) صفحة 85 — التمارين 21–24

خلاصة الأفكار · Key Ideas | ورد وزارياً: 9 مرات | 2016 → 2025

- النهاية تعتمد على ارتفاع المنحنى قرب النقطة لا على النقطة المظللة.
- النهاية موجودة ⟺ اليمنى = اليسرى؛ وإلا «غير موجودة» (أكثر إجابة صحيحة تكررت).
- مع القيمة المطلقة: افتح $|x-a|$ حسب الاتجاه (يمين موجب، يسار سالب) ثم اختصر.

Q3 (هيكل Q14): الوزارة تحب سؤال «غير موجودة» عند نقطة القفز

Q4 (هيكل Q16): فخ الفجوة: f غير معرّفة عند النقطة لكن النهاية موجودة (مثل 2024-2025)

Q3 **Structure Q14**

Using the graph of the function f, evaluate the indicated limit, if it exists:

$$f(x)=\begin{cases}x^2+1, & x<-1\\ 3x+1, & x\geq -1\end{cases}, \quad \lim_{x\to -1} f(x)$$

Q3 **هيكل Q14**

اعتماداً على التمثيل البياني للدالة f، ما قيمة النهاية الآتية إن وجدت؟



(A) DNE غير موجودة

(B) -2

(C) 2

(D) 0

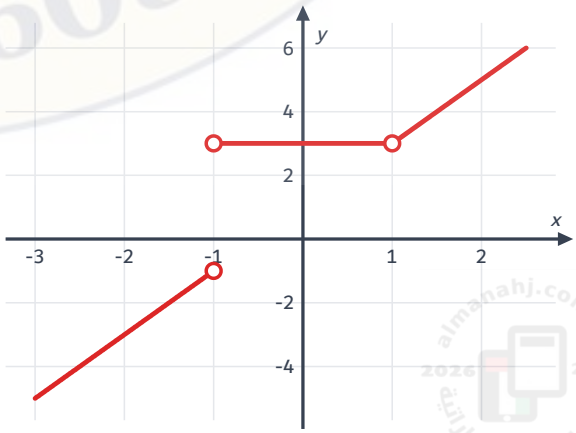
Q4 **Structure Q16**

Using the graph of the function f, evaluate the indicated limit, if it exists:

$$f(x)=\begin{cases}2x+1, & x<-1\\ 3, & -1<x<1\\ 2x+1, & x>1\end{cases}, \quad \lim_{x\to 1} f(x)$$

Q4 **هيكل Q16**

اعتماداً على التمثيل البياني للدالة f، ما قيمة النهاية الآتية إن وجدت؟



(A) DNE غير موجودة

(B) 1

(C) 2

(D) 3

p. 85 **Use the Squeeze Theorem to find limits** استخدام مبرهنة الحصر لإيجاد النهايات **3**

Bridge (English) p. 85 — Exercises 29–32 كتاب Bridge (الإنجليزي) صفحة 85 — التمارين 29–32

خلاصة الأفكار · Key Ideas | ورد وزارياً: 2 مرات | 2020، 2023

- مع دالة محدودة $|f(x)| \le M$: اضرب في العامل الذي يؤول للصفر ← $-Mx^2 \le x^2 f(x) \le Mx^2$.
- $0 \le \cos^2(\cdot) \le 1$ (ليست بين −1 و1) ⇒ الحد الأدنى صفر.
- شرط الحصر: الطرفان لهما النهاية نفسها؛ $|g(x) - L| \le k|x - a| \Rightarrow \lim g = L$.

Q5 (هيكل Q22): تكرار حرفي تقريباً لسؤال 2023-2024

Q6 (هيكل Q20): التطبيق الثاني للحصر في الهيكل بنفس فكرة اختيار المتباينة

Q5 **Structure Q22**

Suppose that $f(x)$ is bounded, that is $|f(x)| \le M$ for all x. Which inequality is used with the Squeeze Theorem to prove the limit below?

Q5 **هيكل Q22**

إذا كانت الدالة f محدودة، أي $|f(x)| \le M$ لجميع قيم x، فأيّ المتباينات الآتية نطبّق عليها نظرية الشطيرة لإثبات النهاية الآتية؟

$$\lim_{x \to 0} x^2 f(x) = 0$$

A $-M \le x^2 f(x) \le M$

B $-Mx^2 \le x^2 f(x) \le Mx^2$

C $0 \le x^2 f(x) \le M$

D $-x^2 \le x^2 f(x) \le M$

Solution الحل

Q6 **Structure Q20**

For all positive x, choose the inequality that proves the limit below is zero:

Q6 **هيكل Q20**

لكل قيمة موجبة لـ x، اختر المتباينة التي تثبت أن النهاية أدناه تساوي صفراً:

$$\lim_{x \to 0^+} \sqrt{x} \cos^2 \frac{1}{x} = 0$$

A $0 \le \sqrt{x} \cos^2 \frac{1}{x} \le x$

B $-1 \le \sqrt{x} \cos^2 \frac{1}{x} \le 1$

C $0 \le \sqrt{x} \cos^2 \frac{1}{x} \le \sqrt{x}$

D $-\sqrt{x} \le \sqrt{x} \cos^2 \frac{1}{x} \le 0$

Solution الحل

خلاصة الأفكار · Key Ideas | ورد وزارياً: 13 مرات | 2016 → 2025

- الناتج الأكثر وروداً (13 سؤالاً): عوّض أولاً، فإن ظهر $\frac{0}{0}$: حلّل أو اضرب بالمرافق أو وحّد المقامات.
- فرق المكعبين: $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$ — ورد في 4 سنوات.
- المرافق: $(3-\sqrt{x+9})(3+\sqrt{x+9}) = -x$ ← انتبه للإشارة السالبة.

Q7 (هيكل Q24): ورد حرفياً 2022-2023: فرق مكعبين وتحليل
Q8 (هيكل Q30): ورد حرفياً 2021-2022: الضرب بالمرافق

Q7 Structure Q24 — Evaluate the indicated limit, if it exists:

Q7 هيكل Q24 — أوجد قيمة النهاية الآتية إن وجدت:

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^3-1}{x^2+2x-3}$$

A $\frac{1}{3}$

B $\frac{1}{4}$

C $\frac{3}{4}$

D 1

Solution الحل

Q8 Structure Q30 — Evaluate the indicated limit, if it exists:

Q8 هيكل Q30 — أوجد قيمة النهاية الآتية إن وجدت:

$$\lim_{x\to 0} \frac{2x}{3-\sqrt{x+9}}$$

A -3

B -12

C -6

D DNE غير موجودة

Solution الحل

خلاصة الأفكار · Key Ideas | ورد وزارياً: 6 مرات | 2016 → 2023

- $\sqrt{u}$: $u \geq 0$ (مغلقة) — $\ln u$: $u > 0$ (مفتوحة) — المقام $\neq 0$؛ ثم خذ التقاطع.
- الجذر في المقام يجعل الطرف مفتوحاً؛ الجذر في البسط يبقيه مغلقاً.
- ارسم خط الأعداد لكل شرط؛ أكثر الأخطاء في القوس [أو (.

Q9 (هيكل Q39): شبيه 2023-2024 (جذر + أسية على مقام تربيعي)
Q10 (هيكل Q40): ورد حرفياً 2018-2019 وأُضيف للهيكل الجديد

Q9 | **Structure Q39** | **هيكل Q39** | **Q9**

Determine the intervals on which f is continuous:

ما الفترة أو الفترات التي تكون الدالة الآتية متصلة عليها؟

$$f(x) = \frac{\sqrt{x+1} + e^x}{x^2 - 2}$$

(A) $[-1, \infty)$

(B) $(-1, \sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, \infty)$

(C) $(-\infty, -\sqrt{2}) \cup (-\sqrt{2}, \sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, \infty)$

(D) $[-1, \sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, \infty)$

Solution | الحل

Q10 | **Structure Q40** | **هيكل Q40** | **Q10**

Determine the intervals on which f is continuous:

ما الفترة أو الفترات التي تكون الدالة الآتية متصلة عليها؟

$$f(x) = \frac{\ln(x^2 - 1)}{\sqrt{x^2 - 2x}}$$

(A) $(-\infty, -4) \cup (2, \infty)$

(B) $(-\infty, -1) \cup (2, \infty)$

(C) $(-\infty, 1) \cup (2, \infty)$

(D) $(-\infty, 0) \cup (1, \infty)$

Solution | الحل

p. 89 | **Use continuity properties of functions and compositions** | استخدام خواص الاتصال للدوال والدوال المركبة | **6**

Bridge (English) p. 89 — Example 4.2 | كتاب Bridge (الإنجليزي) صفحة 89 — المثال 4.2

خلاصة الأفكار · Key Ideas | ورد وزارياً: 2 مرات | 2016، 2022

- لجعل الدالة متصلة عند a: القيمة = $\lim_{x\to a}$ بعد التحليل والاختصار.
- قابل للإزالة: يُختصر العامل (فجوة)؛ غير قابل: يبقى في المقام (خط تقارب).
- الدالة النسبية متصلة على $\mathbb{R}$ ⟺ المقام لا يساوي صفراً أبداً.

Q11 (هيكل Q41): إيجاد ثابت يجعل الدالة متصلة (فكرة 2022-2023)

Q12 (هيكل Q44): التمييز بين الانفصال القابل وغير القابل للإزالة

Q11 | **Structure Q41**

Extend the function to make it continuous everywhere by defining it at a single point. The value of a is:

وسّع الدالة لتصبح متصلة في كل مكان عبر تعريفها عند نقطة واحدة. قيمة a هي:

Q11 | **هيكل Q41**

$$g(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+2x-3}{x-1}, & x\neq 1\\ a, & x=1\end{cases}$$

A) 3

B) 4

C) 1

D) 0

Solution — الحل

Q12 | **Structure Q44**

Find the value(s) of x at which the function below has a removable discontinuity:

أوجد قيمة (قيم) x التي يكون عندها للدالة الآتية انفصال قابل للإزالة:

Q12 | **هيكل Q44**

$$f(x)=\frac{x-1}{x^2-1}$$

A) $x=-1$

B) $x=1,\ x=-1$

C) $x=1$

D) $x=0$

Solution — الحل

خلاصة الأفكار · Key Ideas | ورد وزارياً: 7 مرات | 2016 → 2024

- درجة البسط = المقام ← نسبة المعاملات؛ المقام أكبر ← 0؛ البسط أكبر ← $\pm\infty$.
- مع $\sqrt{x^2}=|x|$: عند $-\infty$ يصبح $-x$ ← لذلك يظهر خطان أفقيان (2022، 2024).
- $\sqrt{x^2+bx}-x$ ← اضرب بالمرافق.

Q13 (هيكل Q50): النهاية عند $-\infty$ مع الجذر (فكرة 2022-2023 و2024-2025)

Q14 (هيكل Q51): درجة المقام أكبر ← صفر (نمط 2017-2018)

Q13 | Structure Q50 | Determine each limit (answer with a number, ∞, $-\infty$ or does not exist):

Q13 | هيكل Q50 | أوجد قيمة النهاية الآتية:

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{-x}{\sqrt{4+x^2}}$$

A $\frac{1}{2}$

B 1

C 0

D -1

Solution الحل

Q14 | Structure Q51 | Determine each limit (answer with a number, ∞, $-\infty$ or does not exist):

Q14 | هيكل Q51 | أوجد قيمة النهاية الآتية:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2-1}{4x^3-5x-1}$$

A $\frac{1}{2}$

B 0

C 2

D ∞

Solution الحل

p. 141 **Find average and instantaneous velocity at a point** إيجاد متوسط السرعة والسرعة اللحظية عند نقطة **8**

Bridge (English) p. 141 — Exercises 19–22 كتاب Bridge (الإنجليزي) صفحة 141 — التمارين 19–22

خلاصة الأفكار · Key Ideas | ورد وزارياً: 3 مرات | 2017، 2022، 2023

- السرعة المتوسطة $= \frac{s(b)-s(a)}{b-a}$ — لا تنس القسمة على طول الفترة.
- السرعة اللحظية $= s'(t)$؛ الإشارة السالبة تعني حركة للأسفل.
- الدوال في الوزاري تتكرر من الكتاب بتغيير الفترة فقط.

Q15 (هيكل Q58): الدالة نفسها وردت 2023-2024 على [0,2]

Q16 (هيكل Q60): الدالة نفسها وردت 2017-2018 على [0,1]

Q15 **Structure Q58**

The function below represents the position (in feet) of an object at time t seconds. Find the average velocity over the given time interval:

$$s(t) = 3t^3 + t, \qquad t \in [1, 2]$$

Q15 **هيكل Q58**

تمثل الدالة الآتية موقع جسم بالقدم بعد t ثانية. ما السرعة المتوسطة للجسم على الفترة الزمنية المعطاة؟

A $13\ \text{ft/s}$

B $37\ \text{ft/s}$

C $22\ \text{ft/s}$

D $26\ \text{ft/s}$

Solution الحل

Q16 **Structure Q60**

The function below represents the position (in feet) of an object at time t seconds. Find the average velocity over the given time interval:

$$s(t) = \sqrt{t^2 + 8t}, \qquad t \in [0, 2]$$

Q16 **هيكل Q60**

تمثل الدالة الآتية موقع جسم بالقدم بعد t ثانية. ما السرعة المتوسطة للجسم على الفترة الزمنية المعطاة؟

A $\frac{\sqrt{5}}{4}\ \text{ft/s}$

B $2\sqrt{5}\ \text{ft/s}$

C $3\sqrt{5}\ \text{ft/s}$

D $\sqrt{5}\ \text{ft/s}$

Solution الحل

p. 147 | **Sketch a function's graph using its derivative** | رسم منحنى دالة باستخدام منحنى مشتقتها | **9**

Bridge (English) p. 147 — Example 2.5 | كتاب Bridge (الإنجليزي) صفحة 147 — المثال 2.5

خلاصة الأفكار · Key Ideas | ورد وزارياً: 4 مرات | 2016 → 2024

- $f' > 0$ (فوق المحور) ⇒ f متزايدة، $f' < 0$ ⇒ متناقصة.
- أصفار f' = قمم وقيعان f؛ f' تربيعية ⇒ f تكعيبية.
- فخ الخيارات: منحنى معكوس الإشارة (-f) — راقب اتجاه البداية.

Q17 (هيكل Q67): من منحنى f' اختر f (نمط 2017، 2021، 2024)

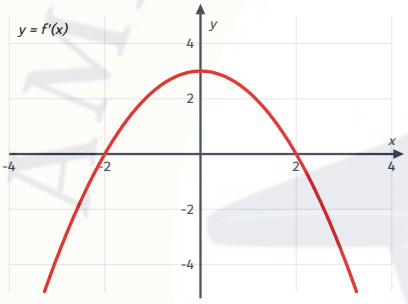
Q18 (هيكل Q68): سؤال الخصائص (نمط 2016 و2018-2019)

Q17 | **Structure Q67**

Using the graph of the derivative f', which of the following graphs represents the function f?

Q17 | **هيكل Q67**

اعتماداً على التمثيل البياني للمشتقة f'، أيّ التمثيلات الآتية يمثل منحنى الدالة f؟



A



B



C



D



Q18 | **Structure Q68**

The derivative of the function satisfies the conditions below. Then the graph of the function is:

Q18 | **هيكل Q68**

تحقق مشتقة الدالة الشروط الآتية. فإن منحنى الدالة:

$$f'(x) > 0 \text{ for } x < -2, \quad f'(x) < 0 \text{ for } -2 < x < 2, \quad f'(x) > 0 \text{ for } x > 2$$

A — decreasing, then increasing, then decreasing — متناقصة ثم متزايدة ثم متناقصة

B — always decreasing — متناقصة دائماً

C — always increasing — متزايدة دائماً

D — increasing, then decreasing, then increasing — متزايدة ثم متناقصة ثم متزايدة

p. 152 | **Find the derivative of a function at a point** | **إيجاد مشتقة الدالة عند نقطة** | **10**

Bridge (English) p. 152 — Exercises 29–30 | كتاب Bridge (الإنجليزي) صفحة 152 — التمارين 29–30

خلاصة الأفكار · Key Ideas | ورد وزارياً: 6 مرات | 2017 → 2024

- $|g(x)|$ غير قابلة للاشتقاق عند أصفار g البسيطة فقط (حيث تنكسر)، لا عند الرأس.
- الدالة غير قابلة للاشتقاق حيث هي غير معرّفة (أصفار المقام في الأس).
- في الوزاري أيضاً: $f'(a) = \lim_{h\to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ و $f''(a) = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)-f'(a)}{x-a}$.

Q19 (هيكل Q76): قيمة مطلقة لكثيرة حدود: الفخ x=2

Q20 (هيكل Q78): الأس كسر: الدالة غير معرّفة عند أصفار المقام

Q19 | **Structure Q76**

Identify all x-values at which the function below is not differentiable:

$$f(x) = |x^2 - 4x|$$

Q19 | **هيكل Q76**

حدّد جميع قيم x التي تكون عندها الدالة الآتية غير قابلة للاشتقاق:

A $x = 0,\ x = 2,\ x = 4$

B $x = 0,\ x = 4$

C $x = 2$

D $x = 4$

Solution — الحل

Q20 | **Structure Q78**

Identify all x-values at which the function below is not differentiable:

$$g(x) = e^{\frac{-2}{x^3 - x}}$$

Q20 | **هيكل Q78**

حدّد جميع قيم x التي تكون عندها الدالة الآتية غير قابلة للاشتقاق:

A $x = 0$

B $x = \pm 2$

C $x = \pm 1$

D $x = 0,\ x = \pm 1$

Solution — الحل

خلاصة الأفكار · Key Ideas | ورد وزارياً: 10 مرات | 2017 → 2023

- حوّل الجذور إلى أسس: $\frac{4x^2-x+3}{\sqrt{x}} = 4x^{3/2} - x^{1/2} + 3x^{-1/2}$ ثم اشتق.
- π عدد ثابت: $(t^{\pi})' = \pi t^{\pi-1}$.
- مماس أفقي: $f' = 0$ — زاوية $45°$: $f' = 1$ — التسارع $a = s''$.

Q21 (هيكل Q82): ورد حرفياً 2022-2023 (أسس غير صحيحة)
Q22 (هيكل Q84): ورد حرفياً 2019-2020 (القسمة على √x)

Q21 | Structure Q82 | Find the value of the derivative of the function below at the given value:

Q21 | هيكل Q82 | أوجد قيمة مشتقة الدالة الآتية عند القيمة المعطاة:

$$f(t) = 3t^{\pi} - 2t^{1.3}, \qquad f'(1)$$

A $3\pi + 2.6$

B $3\pi - 2.6$

C $\pi - 2.6$

D $3\pi - 1.3$

Solution | الحل

Q22 | Structure Q84 | Find the value of the derivative of the function below at the given value:

Q22 | هيكل Q84 | أوجد قيمة مشتقة الدالة الآتية عند القيمة المعطاة:

$$f(x) = \frac{4x^2 - x + 3}{\sqrt{x}}, \qquad f'(1)$$

A 7

B 6

C 4

D 5

Solution | الحل

خلاصة الأفكار · Key Ideas | ورد وزارياً: 4 مرات | 2017 → 2023

- $(fg)' = f'g + fg'$ ، $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$ (ترتيب البسط مهم).
- المماس: $y = h'(a)(x - a) + h(a)$ — احسب $h(a)$ و $h'(a)$ من الجدول.
- لا تخلط بين $f(1)$ و $f'(1)$ في الجدول.

Q23 (هيكل Q88): قاعدة الضرب مع جدول قيم ثم المماس

Q24 (هيكل Q93): شبيه 2023-2024: $h = x^2/f$ بالقيم المعطاة

Q23 | **Structure Q88**

Assume that f and g are differentiable with the given values. Find an equation of the tangent line to the graph of $y = h(x)$ at $x = a$:

على فرض أن f و g قابلتان للاشتقاق بالقيم المعطاة، أوجد معادلة المماس لمنحنى $y = h(x)$ عند $x = a$:

$$h(x) = f(x) \cdot g(x), \quad x = 1$$
$$f(0) = -1,\ f(1) = -2,\ f'(0) = -1,\ f'(1) = 3$$
$$g(0) = 3,\ g(1) = 1,\ g'(0) = -1,\ g'(1) = -2$$

A $y = 7x - 9$

B $y = -x - 1$

C $y = -6x + 4$

D $y = 7x - 2$

Solution | الحل

Q24 | **Structure Q93**

Assume that f and g are differentiable with the given values. Find an equation of the tangent line to the graph of $y = h(x)$ at $x = a$:

على فرض أن f و g قابلتان للاشتقاق بالقيم المعطاة، أوجد معادلة المماس لمنحنى $y = h(x)$ عند $x = a$:

$$h(x) = \frac{x^2}{g(x)}, \quad x = 1$$
$$f(0) = -1,\ f(1) = -2,\ f'(0) = -1,\ f'(1) = 3$$
$$g(0) = 3,\ g(1) = 1,\ g'(0) = -1,\ g'(1) = -2$$

A $y = -4x + 5$

B $y = 2x - 1$

C $y = 4x - 3$

D $y = 1$

Solution | الحل

p. 177 | **Apply the Chain Rule for differentiation** | **تطبيق قاعدة السلسلة في التفاضل** | **13**

Bridge (English) p. 177 — Exercises 31–36 | كتاب Bridge (الإنجليزي) صفحة 177 — التمارين 31–36

خلاصة الأفكار · Key Ideas | ورد وزارياً: 8 مرات | 2016 → 2024

- $[f(g(x))]' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$ — المشتقة الخارجية عند $g(a)$ لا عند a (أشهر فخ).
- $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$.
- الجدول يحتوي قيماً زائدة للتشتيت.

Q25 (هيكل Q96): جدول قيم مركّبة (نمط 2021-2022 و2024-2025)

Q26 (هيكل Q103): شبيه 2016-2017: مشتقة √f(x)

Q25 | **Structure Q96**

Use the relevant information to compute the derivative of $h(x) = f(g(x))$:

Q25 | **هيكل Q96**

أوجد قيمة مشتقة الدالة h المطلوبة باستخدام القيم المعطاة:

$$h'(2)$$

$$h(x) = f(g(x)), \quad f(2) = 1,\ g(2) = 3,\ f'(2) = -1,\ f'(3) = -3,\ g'(1) = 2,\ g'(2)$$

(A) -6

(B) -12

(C) -4

(D) 12

Solution — الحل

Q26 | **Structure Q103**

Find the derivative, where f is an unspecified differentiable function:

Q26 | **هيكل Q103**

أوجد المشتقة، حيث f دالة غير محددة قابلة للاشتقاق:

$$\frac{d}{dx}\sqrt{f(x)}$$

(A) $\dfrac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$

(B) $\dfrac{f'(\sqrt{x})}{2\sqrt{x}}$

(C) $\dfrac{f'(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}$

(D) $\dfrac{x\,f'(x)}{2\sqrt{x}}$

Solution — الحل

خلاصة الأفكار · Key Ideas | ورد وزارياً: 5 مرات | 2016 → 2024

- $g'(a) = \frac{1}{f'(b)}$ حيث $f(b) = a$ — أوجد b بالتجريب: $0, \pm 1, 2$.
- الفخ الأكبر: $\frac{1}{f'(a)}$ بدل $\frac{1}{f'(b)}$ (موجود في الخيارات دائماً).
- مع الجذر: $f' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$ ثم اقلب.

Q27 (هيكل Q107): كثيرة حدود من الدرجة الخامسة (نمط 2024-2025)

Q28 (هيكل Q109): صيغة الجذر جديدة لم ترد بعد ← متوقعة بقوة

Q27 | **هيكل Q107** | **Structure Q107**

إذا كانت الدالة g هي الدالة العكسية للدالة f، فأوجد مشتقة g عند القيمة المعطاة:

f has an inverse g. Use Theorem 5.2 to find $g'(a)$:

$$f(x) = x^5 + 3x^3 + x, \qquad g'(5)$$

A 15

B $\frac{1}{5}$

C $\frac{1}{3351}$

D $\frac{1}{15}$

الحل | Solution

Q28 | **هيكل Q109** | **Structure Q109**

إذا كانت الدالة g هي الدالة العكسية للدالة f، فأوجد مشتقة g عند القيمة المعطاة:

f has an inverse g. Use Theorem 5.2 to find $g'(a)$:

$$f(x) = \sqrt{x^3 + 2x + 4}, \qquad g'(2)$$

A $\frac{1}{4}$

B $\frac{1}{2}$

C 4

D 2

الحل | Solution

خلاصة الأفكار · Key Ideas ورد وزارياً: 5 مرات 2016 → 2024

- ابحث عن متطابقة قبل الاشتقاق: $\sin^2+\cos^2=1$ ، $\sec^2-\tan^2=1$ ⇒ المشتقة 0.
- $(\tan u)'=u'\sec^2 u$ ، $(\sec u)'=u'\sec u\tan u$ ، $(\csc u)'=-u'\csc u\cot u$.
- السلسلة من الخارج إلى الداخل؛ كل طبقة عامل.

Q29 (هيكل Q116): فخ المتطابقة: المشتقة صفر (فكرة 2016-2017)
Q30 (هيكل Q117): سلسلة متداخلة tan(√...) (نمط 2017-2018)

Q29 Structure Q116 — Find the derivative of the function below:

Q29 هيكل Q116 — أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x)=4\sin^2 3x+4\cos^2 3x,\qquad f'(x)$$

A $48\sin 3x\cos 3x$

B 4

C 0

D $24\sin 3x\cos 3x$

Solution الحل

Q30 Structure Q117 — Find the derivative of the function below:

Q30 هيكل Q117 — أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x)=\tan\sqrt{x^2+1},\qquad f'(x)$$

A $2x\sec^2\sqrt{x^2+1}$

B $\sec^2\sqrt{x^2+1}$

C $\dfrac{x\sec^2\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}}$

D $\dfrac{\sec^2\sqrt{x^2+1}}{2\sqrt{x^2+1}}$

Solution الحل

خلاصة الأفكار · Key Ideas | ورد وزارياً: 4 مرات | 2016 → 2024

- $(e^u)' = u'e^u$ ، $(a^u)' = a^u \ln a \cdot u'$.
- المماس الأفقي: $e^{kx} \neq 0$ أبداً ⇒ حلّ العامل الجبري فقط.
- x^2e^{kx} تعطي حلّين أحدهما $x = 0$.

Q31 (هيكل Q122): المماس الأفقي مع xe^{kx} ورد 2019-2020
Q32 (هيكل Q123): تطوير السؤال نفسه بـ x^2 ← حلّان

Q31 Structure Q122

Find all values of x for which the tangent line to $y = f(x)$ is horizontal:

$$f(x) = xe^{-3x}$$

(A) $x = -\frac{1}{3}$

(B) $x = 3$

(C) $x = \frac{1}{3}$

(D) $x = 0$

Solution

Q31 هيكل Q122

أوجد جميع القيم التي يكون عندها المماس لمنحنى الدالة الآتية أفقياً:

$$f(x) = xe^{-3x}$$

(A) $x = -\frac{1}{3}$

(B) $x = 3$

(C) $x = \frac{1}{3}$

(D) $x = 0$

الحل

Q32 Structure Q123

Find all values of x for which the tangent line to $y = f(x)$ is horizontal:

$$f(x) = x^2e^{-2x}$$

(A) $x = 0,\ x = 1$

(B) $x = 0,\ x = 2$

(C) $x = 1$

(D) $x = 0,\ x = -1$

Solution

Q32 هيكل Q123

أوجد جميع القيم التي يكون عندها المماس لمنحنى الدالة الآتية أفقياً:

$$f(x) = x^2e^{-2x}$$

(A) $x = 0,\ x = 1$

(B) $x = 0,\ x = 2$

(C) $x = 1$

(D) $x = 0,\ x = -1$

الحل

p. 193 | **Find derivatives of natural logarithmic functions** | **إيجاد مشتقات الدوال اللوغاريتمية الطبيعية** | **17**

Bridge (English) p. 193 — Exercises 20–22 | كتاب Bridge (الإنجليزي) صفحة 193 — التمارين 20–22

خلاصة الأفكار · Key Ideas | ورد وزارياً: 9 مرات | 2016 → 2023

- بسّط بخواص ln أولاً: $\ln\sqrt{t} = \frac{1}{2}\ln t$.
- $(2^{e^x})' = 2^{e^x}\ln 2 \cdot e^x$ (ثلاثة عوامل).
- الاشتقاق اللوغاريتمي لـ f^g ورد 5 مرات: $y' = y\left[g'\ln f + g\frac{f'}{f}\right]$ — لا تنس ضرب y.

Q33 (هيكل Q126): خواص ln قبل الاشتقاق (فكرة √ln في 2019-2020)

Q34 (هيكل Q129): أسية بأساس غير e داخل سلسلة (نمط 2024-2025)

Q33 | **Structure Q126** | **Differentiate the function below:** | **أوجد مشتقة الدالة الآتية:** | **هيكل Q126** | **Q33**

$$g(t) = \frac{\ln\sqrt{t}}{t}, \qquad g'(t)$$

(A) $\dfrac{1-\ln t}{2t^2}$

(B) $\dfrac{1+\ln t}{2t^2}$

(C) $\dfrac{1-\ln t}{t^2}$

(D) $\dfrac{1}{2t^2}$

Solution — الحل

Q34 | **Structure Q129** | **Differentiate the function below:** | **أوجد مشتقة الدالة الآتية:** | **هيكل Q129** | **Q34**

$$h(x) = 2^{e^x}, \qquad h'(x)$$

(A) $2^{e^x}\ln 2$

(B) $2^{e^x}e^x$

(C) $\dfrac{e^x}{2^{e^x}-1}$

(D) $2^{e^x}e^x\ln 2$

Solution — الحل

خلاصة الأفكار · Key Ideas ورد وزارياً: 10 مرات 2016 → 2024

- اشتق الطرفين، وكل حدّ فيه y يُضرب في y' (ضرب + سلسلة).
- اجمع حدود y' في طرف واحد ثم أخرجها عاملاً مشتركاً.
- الميل عند نقطة: عوّض النقطة بعد الاشتقاق مباشرة (أسرع).

Q35 (هيكل Q131): إيجاد y′ ضمنياً: الأكثر تكراراً في الناتج

Q36 (هيكل Q135): المنحنى نفسه ورد 2017-2018 ← الآن الميل عند نقطة

Q35 هيكل Q131 باستخدام الاشتقاق الضمني، أوجد المشتقة المطلوبة للمعادلة الآتية:

Q35 Structure Q131 Using implicit differentiation, find $y'(x)$ for the equation below:

$$x^2y^2 - 2x = 4 - 4y, \qquad y'$$

A $\dfrac{2 - 2xy^2}{2x^2y - 4}$

B $\dfrac{2 + 2xy^2}{2x^2y - 4}$

C $\dfrac{2xy^2 - 2}{2x^2y + 4}$

D $\dfrac{2 - 2xy^2}{2x^2y + 4}$

Solution الحل

Q36 هيكل Q135 أوجد ميل المماس للمنحنى الآتي عند النقطة المعطاة:

Q36 Structure Q135 Find the slope of the tangent line to the curve below at the point shown:

$$x^2y^2 = 3y + 1, \qquad (2, 1)$$

A $-\dfrac{4}{11}$

B $\dfrac{4}{5}$

C $-\dfrac{4}{5}$

D -1

Solution الحل

خلاصة الأفكار · Key Ideas | ورد وزارياً: 7 مرات | 2016 → 2024

- $(\sin^{-1}u)'=\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$ ، $(\tan^{-1}u)'=\frac{u'}{1+u^2}$ ، $(\sec^{-1}u)'=\frac{u'}{|u|\sqrt{u^2-1}}$.
- $\cos^{-1}$ و $\cot^{-1}$ بإشارة سالبة.
- فخ: نسيان u' أو عدم تربيع u كاملة.

Q37 (هيكل Q139): $\cos^{-1}$ لدالة مركبة (نمط 2021-2022)

Q38 (هيكل Q142): فخ $\tan^{-1}(1/x)$: الإشارة السالبة

Q37 Structure Q139 **Differentiate the function below:** أوجد مشتقة الدالة الآتية: هيكل Q139 Q37

$$f(x)=\cos^{-1}(x^2+x),\qquad f'(x)$$

A $-\dfrac{2x+1}{\sqrt{1-(x^2+x)^2}}$

B $-\dfrac{2x+1}{1+(x^2+x)^2}$

C $-\dfrac{1}{\sqrt{1-(x^2+x)^2}}$

D $\dfrac{2x+1}{\sqrt{1-(x^2+x)^2}}$

Solution الحل

Q38 Structure Q142 **Differentiate the function below:** أوجد مشتقة الدالة الآتية: هيكل Q142 Q38

$$f(x)=\tan^{-1}\frac{1}{x},\qquad f'(x)$$

A $-\dfrac{1}{1+x^2}$

B $\dfrac{x^2}{1+x^2}$

C $\dfrac{1}{1+x^2}$

D $-\dfrac{1}{x^2}$

Solution الحل

20 تذكّر فرضيات مبرهنة رول | Recall the hypotheses of Rolle's Theorem | p. 213

خلاصة الأفكار · Key Ideas | ورد وزارياً: 1 مرة | 2018

- فرضيات رول: متصلة على $[a,b]$ ، قابلة للاشتقاق على (a,b) ، $f(a)=f(b)$.
- c من $f'(c)=0$ ويجب أن تقع داخل الفترة المفتوحة.
- $|x|$ و $x^{2/3}$ غير قابلتين للاشتقاق عند 0.

Q39 (هيكل Q148): نمط 2018-2019: تربيعية متماثلة و c في المنتصف

Q40 (هيكل Q150): قيمتان لـ c داخل الفترة

Q39 | هيكل Q148 | أوجد قيمة c التي تحقق استنتاج نظرية رول للدالة الآتية على الفترة المعطاة:

Q39 | Structure Q148 | Find a value of c satisfying the conclusion of Rolle's Theorem for the function below on the given interval:

$$f(x)=x^2-4x+3, \quad x\in[1,3]$$

A $c=2$

B $c=1$

C $c=3$

D $c=0$

الحل Solution

Q40 | هيكل Q150 | أوجد قيمة c التي تحقق استنتاج نظرية رول للدالة الآتية على الفترة المعطاة:

Q40 | Structure Q150 | Find a value of c satisfying the conclusion of Rolle's Theorem for the function below on the given interval:

$$f(x)=x^3-x, \quad x\in[-1,1]$$

A $c=\pm 1$

B $c=0$

C $c=\pm\sqrt{3}$

D $c=\pm\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

الحل Solution

21 أسئلة المقال: الاتصال عند نقطة وخواص الاتصال | **FRQ: Continuity at a point and continuity properties** | **p. 88, 95**

كتاب Bridge (الإنجليزي) التعريف 4.1 (صفحة 88)، التمارين 29–32 (صفحة 95) | Bridge (English) Definition 4.1 (p. 88), Exercises 29–32 (p. 95)

خلاصة الأفكار · Key Ideas | ورد وزارياً: 5 مرات | 2016 → 2024

- شروط الاتصال الثلاثة: $f(a)$ معرّفة، $\lim f$ موجودة، $\lim f = f(a)$.
- المتعددة التعريف: ساوِ النهايتين عند كل نقطة ← معادلات في الثوابت.
- اكتب النهاية اليمنى واليسرى صراحةً؛ عليها درجات.

Q41 (هيكل Q156): الشرط الثالث من تعريف الاتصال (الأكثر سؤالاً)

Q42 (هيكل Q159): إيجاد ثابتين a, b (نمط 2018 و2024)

Q41 | **Structure Q156**

a) Explain why the function below is not continuous at the point shown.

State which of the three conditions of Definition 4.1 is not satisfied.

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x < 2 \\ 3, & x = 2 \\ 3x - 2, & x > 2 \end{cases}, \quad x = 2$$

Q41 | **هيكل Q156**

أ) وضّح لماذا لا تكون الدالة الآتية متصلة عند النقطة المعطاة.

واذكر الشرط (الشروط) الثلاثة لتعريف 4.1 غير المتحقق.

Q42 | **Structure Q159**

b) Find the constants that make the tax function below continuous:

$$T(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0 \\ a + 0.12x, & 0 < x \le 20{,}000 \\ b + 0.16(x - 20{,}000), & x > 20{,}000 \end{cases}, \quad a,\ b$$

Q42 | **هيكل Q159**

ب) جد الثابتين اللذين يجعلان دالة الضريبة الآتية متصلة:

22 أسئلة المقال: المقاربات باستخدام النهايات | FRQ: Asymptotes using limits | p. 106

كتاب Bridge (الإنجليزي) صفحة 106 — التمارين 29–32 | Bridge (English) p. 106 — Exercises 29–32

خلاصة الأفكار · Key Ideas | ورد وزارياً: 6 مرات | 2017 → 2024

- الرأسي: أصفار المقام بعد الاختصار.
- المائل: درجة البسط أكبر بواحد ← القسمة الطويلة، وخارج القسمة هو المستقيم.
- الوزارة أعادت 3 دوال من 4 حرفياً ← الرابعة $\frac{x^4}{x^3+2}$ متوقعة.

Q43 (هيكل Q165): ورد 2021-2020 ← قسمة طويلة بباقٍ

Q44 (هيكل Q166): الدالة الوحيدة في الهيكل التي لم ترد ← متوقعة

Q43 | هيكل Q165 | حدّد جميع خطوط التقارب الرأسية والمائلة لمنحنى الدالة الآتية:

Q43 | Structure Q165 | Determine all vertical and slant asymptotes of the graph of the function below:

$$y = \frac{x^3}{x^2 + x - 4}$$

Q44 | هيكل Q166 | حدّد جميع خطوط التقارب الرأسية والمائلة لمنحنى الدالة الآتية:

Q44 | Structure Q166 | Determine all vertical and slant asymptotes of the graph of the function below:

$$y = \frac{x^4}{x^3 + 2}$$

خلاصة الأفكار · Key Ideas | ورد وزارياً: 3 مرات | 2016 → 2019

- $f(a)$ ثم $f'(a)$ ثم $y = f'(a)(x-a) + f(a)$.
- في الوزاري جاء الناتج كمسائل إيراد: $R = p \cdot q \Rightarrow R' = p'q + pq'$ (3 مرات).
- التناقص يُعوّض بإشارة سالبة.

Q45 (هيكل Q167): قاعدة الضرب مباشرة عند x=0

Q46 (هيكل Q170): قاعدة القسمة مع المماس

Q45 | هيكل Q167 | أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة الآتية عند القيمة المعطاة:

Q45 | Structure Q167 | Find an equation of the tangent line to the graph of $y = f(x)$ at $x = a$:

$$f(x) = (x^2 + 2x)(x^4 + x^2 + 1), \qquad x = 0$$

Q46 | هيكل Q170 | أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة الآتية عند القيمة المعطاة:

Q46 | Structure Q170 | Find an equation of the tangent line to the graph of $y = f(x)$ at $x = a$:

$$f(x) = \frac{x+3}{x^2+1}, \qquad x = 1$$

خلاصة الأفكار · Key Ideas | ورد وزارياً: 3 مرات | 2018 → 2020

- ضرب + سلسلة: $(\tan^3 2t)' = 3\tan^2 2t \cdot \sec^2 2t \cdot 2$.
- $(\csc^4 3t)' = 4\csc^3 3t \cdot (-\csc 3t \cot 3t) \cdot 3$.
- أعد كتابة الجواب مرتّباً؛ الوزارة تمنح درجة لكل طبقة.

Q47 (هيكل Q171): قوى لدوال مثلثية مركّبة

Q48 (هيكل Q174): ضرب + سلسلة مع sec

Q47 Structure Q171 — Find the derivative of the function below:

Q47 هيكل Q171 — أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(t) = \tan^3(2t) - \csc^4(3t), \qquad f'(t)$$

Q48 Structure Q174 — Find the derivative of the function below:

Q48 هيكل Q174 — أوجد مشتقة الدالة الآتية:

$$f(x) = x^2 \sec(4x), \qquad f'(x)$$

AMR ELBAYOUMY MATH
الدحيح اكاديمي
2026
T· 0544560575
Amr Elbayoumy 0544560575 عمرو البيومي

خلاصة الأفكار · Key Ideas | ورد وزارياً: 3 مرات | 2019 → 2023

- المعدل المئوي $\frac{f'(t)}{f(t)} \times 100\% =$؛ للنموذج $a \cdot b^{t/k}$ يساوي $\frac{\ln b}{k}$.
- لإثبات أن المشتقة موجبة: البسط موجب والمقام مربّع.
- الحد الأعلى: عندما $t \to \infty$ أو لأن المقام أكبر من الثابت.

Q49 (هيكل Q178): المعدل المئوي (نمط 2019-2020 و2021-2022)

Q50 (هيكل Q180): التفاعل ذاتي التحفيز ورد مرتين ← بأرقام جديدة

Q49 | **هيكل Q178** | **Structure Q178**

يبدأ عدد بكتيريا بالحجم المعطى ويتضاعف كل فترة معطاة. أوجد صيغة لعددها بعد عدد من الأيام، ثم أوجد نسبة معدل التغير المئوية:

A bacterial population starts at the size shown and doubles every period shown. Find a formula for its size after t days, and the percentage rate of change:

$$P_0 = 500, \quad T = 4$$

Q50 | **هيكل Q180** | **Structure Q180**

في تفاعل كيميائي ذاتي التحفيز، يُعطى تركيز مادة بعد t ثانية بالدالة الآتية. بيّن أن مشتقة الدالة موجبة دائماً، ثم استنتج أن التركيز لا يتجاوز 5 أبداً.

The concentration of a chemical after t seconds of an autocatalytic reaction is given below. Show that $c'(t) > 0$ and use this to determine that the concentration never exceeds 5.

$$M = 5, \quad c(t) = \frac{10}{9e^{-10t} + 2}$$

خلاصة الأفكار · Key Ideas | ورد وزارياً: 6 مرات | 2017 → 2024

- اكتب الفرضيات نصاً: متصلة على $[a,b]$ (كثيرة حدود/مثلثية) وقابلة للاشتقاق على (a,b).
- إذا $f(a)=f(b)$ ← رول: $f'(c)=0$؛ وإلا ← $f'(c)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$.
- استبعد قيم c خارج الفترة المفتوحة واذكر السبب.

Q51 (هيكل Q184): MVT مع استبعاد c خارج الفترة

Q52 (هيكل Q186): sin x ورد 2024-2025 على $[\pi/2,0]$ ← الآن $[-\pi,0]$

Q51 | هيكل Q184 | تحقّق من فرضيات نظرية رول ونظرية القيمة المتوسطة للدالة الآتية على الفترة المعطاة، ثم أوجد قيمة c التي تجعل الاستنتاج المناسب صحيحاً:

Q51 | Structure Q184 | Check the hypotheses of Rolle's Theorem and the Mean Value Theorem and find a value of c that makes the appropriate conclusion true:

$$f(x)=x^3+x^2, \qquad x\in[-1,1]$$

Q52 | هيكل Q186 | تحقّق من فرضيات نظرية رول ونظرية القيمة المتوسطة للدالة الآتية على الفترة المعطاة، ثم أوجد قيمة c التي تجعل الاستنتاج المناسب صحيحاً:

Q52 | Structure Q186 | Check the hypotheses of Rolle's Theorem and the Mean Value Theorem and find a value of c that makes the appropriate conclusion true:

$$f(x)=\sin x, \qquad x\in[-\pi,0]$$

AMR ELBAYOUMY MATH
الدحيح اكاديمي
T. 0544560575
2026
almanahj.com/ae

Key **Answer key: multiple choice (Q1–Q40)** مفتاح الإجابات: الاختيار من متعدد ✓

Q1	D $4\sqrt{5}$	Q2	B $\frac{\sqrt{65}+\sqrt{17}}{4}$
Q3	A غير موجودة	Q4	D 3
Q5	B $-Mx^2 \le x^2 f(x) \le Mx^2$	Q6	C $0 \le \sqrt{x}\cos^2\frac{1}{x} \le \sqrt{x}$
Q7	C $\frac{3}{4}$	Q8	B -12
Q9	D $[-1,\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2},\infty)$	Q10	B $(-\infty,-1) \cup (2,\infty)$
Q11	B 4	Q12	C $x=1$
Q13	B 1	Q14	B 0
Q15	C $22\ \text{ft/s}$	Q16	D $\sqrt{5}\ \text{ft/s}$
Q17	C $f(x)=3x-\frac{1}{4}x^3$	Q18	D متزايدة ثم متناقصة ثم متزايدة
Q19	B $x=0,\ x=4$	Q20	D $x=0,\ x=\pm1$
Q21	B $3\pi-2.6$	Q22	C 4
Q23	A $y=7x-9$	Q24	C $y=4x-3$
Q25	B -12	Q26	A $\frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$
Q27	D $\frac{1}{15}$	Q28	D 2
Q29	C 0	Q30	C $\frac{x\sec^2\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}}$
Q31	C $x=\frac{1}{3}$	Q32	A $x=0,\ x=1$
Q33	A $\frac{1-\ln t}{2t^2}$	Q34	D $2^{e^x}e^x\ln 2$
Q35	D $\frac{2-2xy^2}{2x^2y+4}$	Q36	C $-\frac{4}{5}$
Q37	A $-\frac{2x+1}{\sqrt{1-(x^2+x)^2}}$	Q38	A $-\frac{1}{1+x^2}$
Q39	A $c=2$	Q40	D $c=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}$

Key **Answer key: free response (model answers)** مفتاح الإجابات: أسئلة المقال (إجابات نموذجية) ✓

Q41 $\lim_{x\to 2^-} x^2 = 4 = \lim_{x\to 2^+}(3x-2) \Rightarrow \lim_{x\to 2} f(x) = 4 \neq f(2) = 3$

الشرط الثالث غير متحقق (النهاية ≠ قيمة الدالة) ← انفصال قابل للإزالة

Q42 $x = 0:\ a + 0 = 0 \Rightarrow a = 0; \quad x = 20000:\ 0 + 2400 = b \Rightarrow b = 2400$

Q43 $x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}\ (\text{vertical}), \qquad y = x - 1\ (\text{slant})$

Q44 $x = -\sqrt[3]{2}\ (\text{vertical}), \qquad y = x\ (\text{slant})$

Q45 $f(0) = 0,\ f'(0) = 2 \ \Rightarrow\ y = 2x$

Q46 $f(1) = 2,\ f'(1) = -\frac{3}{2} \ \Rightarrow\ y = -\frac{3}{2}(x-1) + 2$

Q47 $f'(t) = 6\tan^2(2t)\sec^2(2t) + 12\csc^4(3t)\cot(3t)$

Q48 $f'(x) = 2x\sec 4x + 4x^2 \sec 4x \tan 4x$

Q49 $P(t) = 500 \cdot 2^{t/4}, \quad \dfrac{P'}{P} = \dfrac{\ln 2}{4} \approx 17.33\%\ \text{per day}$

Q50 $c'(t) = \dfrac{900e^{-10t}}{(9e^{-10t}+2)^2} > 0, \quad 9e^{-10t} + 2 > 2 \Rightarrow c(t) < 5$

Q51 $f(-1) = 0 \neq f(1) = 2;\ 3c^2 + 2c = 1 \Rightarrow c = \frac{1}{3}\ (c = -1 \notin (-1,1))$

Q52 $f(-\pi) = f(0) = 0\ (\text{Rolle}):\ \cos c = 0 \Rightarrow c = -\frac{\pi}{2}$

AMR ELBAYOUMY MATH الدحيح أكاديمي 2026 T-0544560575