

أوراق عمل مادة الرياضيات



تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

موقع المناهج ← المناهج الإماراتية ← الصف الثاني عشر المتقدم ← رياضيات ← الفصل الأول ← ملفات متنوعة ← الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 14:13:19 2026-09-02

ملفات اكتب للمعلم اكتب للطالب | اختبارات الكترونية | اختبارات | حلول | عروض بوربوينت | أوراق عمل
منهج انجليزي | ملخصات وتقارير | مذكرات وبنوك | الامتحان النهائي | للمدرس

المزيد من مادة
رياضيات:

إعداد: محمد عمر الخطيب

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر المتقدم



صفحة المناهج
الإماراتية على
فيسبوك

الرياضيات

اللغة الانجليزية

اللغة العربية

التربية الاسلامية

المواد على تلغرام

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الأول

أوراق عمل حول النهايات والاتصال والتفاضل

1

أوراق عمل غير محلولة حول النهايات والاتصال والتفاضل

2

نموذج اختبار تجريبي مطابق .

3

حل مراجعة نهائية وفق الهيكل الوزاري الجديد منهجي ريفيل وبريدج

4

مراجعة نهائية وفق الهيكل الوزاري الجديد منهجي ريفيل وبريدج

5

اوراق عمل مادة

الرياضيات

الصف الثاني عشر متقدم

الفصل الدراسي الأول

2027/2026

اسم الطالب :

المدرسة :

مع تمنياتي لكم بالنجاح والتفوق

إعداد : محمد عمر الخطيب

رابط أوراق العمل <http://t.me/omaralkhateeb12AD>

الوحدة الأولى : التمهيدات

لا... يوجد اسئلة مباشرة على هذه الوحدة في امتحان الوزارة

(يوجد لها شرح على الموقع... في وحدة الاساسيات وهي مهمة لفهم الوحدات الباقية)

الوحدة الثانية : النهايات والاتصال

1-2 المماسات وطول المنحنى

2-2 مفهوم النهاية

3-2 حساب النهايات

4-2 الاتصال ونتائجه

5-2 النهايات التي تتضمن اللانهاية: خطوط التقارب

الوحدة الثالثة : التفاضل

1-3 المماسات والسرعة المتجهة

2-3 الاشتقاق

3-3 حساب المشتقات : قاعدة القوى

4-3 قاعدة الضرب والقسمة

5-3 قاعدة السلسلة

6-3 مشتقات الدوال المثلثية

7-3 اشتقاق الدوال الأسية والدوال المثلثية اللوغاريتمية

8-3 الاشتقاق الضمني والدوال المثلثية المعكوسة

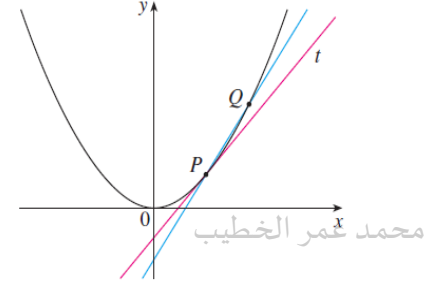
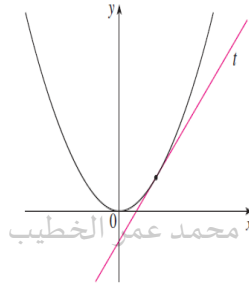
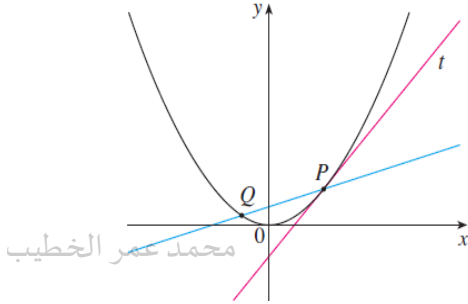
10-3 نظرية القيمة المتوسطة

الوحدة الثانية: النهايات والاتصال /// الدرس الأول: المماسات وطول المنحنى

أولاً: تقدير ميل المنحنى عند نقطة

(1) قدر ميل منحنى الدالة $y = x^2$ عند النقطة $(2, 4)$

محمد عمر الخطيب



النقطة المتحركة من اليسار		النقطة الثابتة	النقطة المتحركة من اليمين	
$(1.9, 3.61)$	$(1.99, 3.9601)$	$(2, 4)$	$(2.01, 4.0401)$	$(2.1, 4.41)$
$m = 3.9$	$m = 3.99$		$m = 4.01$	$m = 4.1$

→ ←

إذاً ميل المنحنى عند النقطة $(2, 4)$ تقريباً يساوي

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) قدر ميل منحنى الدالة $y = \cos x$ عند $x = 0$

النقطة المتحركة من اليسار		النقطة الثابتة	النقطة المتحركة من اليمين	
$(-0.1, \cos -0.1)$	$(-0.01, \cos -0.01)$	$(0, 1)$	$(0.01, \cos 0.01)$	$(0.1, \cos 0.1)$
$m = 0.05$	$m = 0.005$		$m = -0.005$	$m = -0.05$

إذاً ميل المنحنى عند النقطة $(0, 1)$ تقريباً يساوي

(3) قدر ميل منحنى الدالة $y = e^x$ عند $x = 0$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

النقطة المتحركة من اليسار		النقطة الثابتة	النقطة المتحركة من اليمين	

إذاً ميل المنحنى عند النقطة $(0, 1)$ تقريباً يساوي

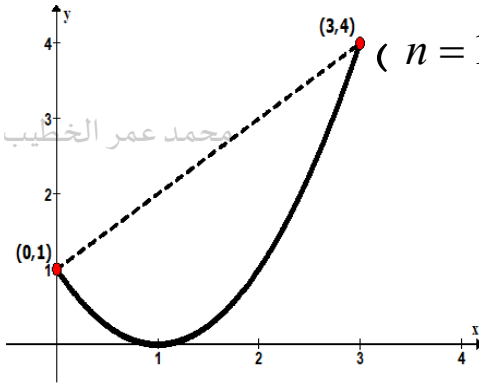
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

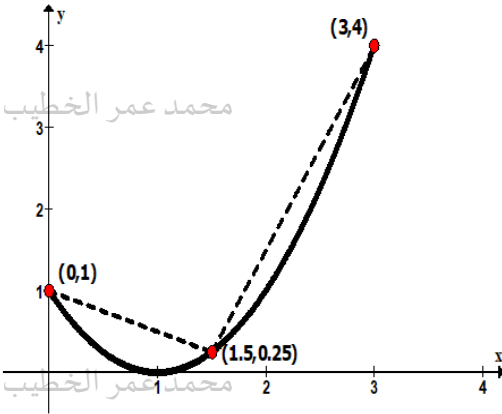
(1) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f(x) = (x-1)^2$ حيث $0 \leq x \leq 3$

قدر طول منحنى الدالة $f(x)$ باستخدام قطعة مستقيمة واحدة ($n = 1$)



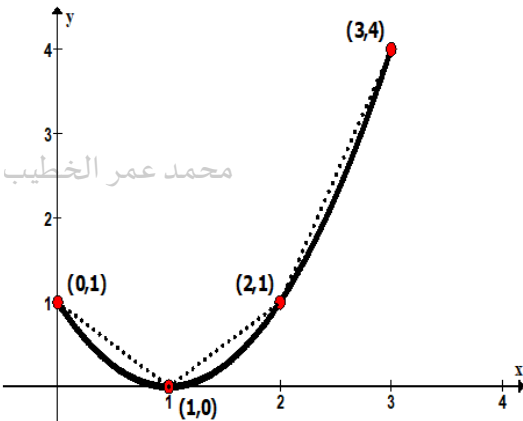
(2) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f(x) = (x-1)^2$ حيث $0 \leq x \leq 3$

قدر طول منحنى الدالة $f(x)$ باستخدام قطعتين مستقيمتين ($n = 2$)



(3) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f(x) = (x-1)^2$ حيث $0 \leq x \leq 3$

قدر طول منحنى الدالة $f(x)$ باستخدام ثلاث قطع مستقيمة ($n = 3$)



(1) قدر طول منحنى الدالة $f(x) = x^2 + 1$ باستخدام قطعتين مستقيمتين ($n = 2$)

حيث $-2 \leq x \leq 2$

ملاحظة:

طول الفترة الجزئية

$$\Delta x = \frac{b-a}{n}$$

(2) قدر طول منحنى الدالة $f(x) = \cos x$ باستخدام قطعتين مستقيمتين ($n = 2$)

حيث $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$

(3) قدر طول منحنى الدالة $f(x) = \frac{1}{x}$ باستخدام اربع قطع مستقيمة ($n = 4$)

حيث $1 \leq x \leq 2$ التجزئة (قيم x) $P: 1, \frac{5}{4}, \frac{6}{4}, \frac{7}{4}, 2$ $\Rightarrow \Delta x = \frac{2-1}{4} = \frac{1}{4}$

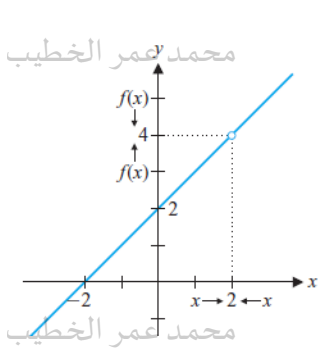
يمكن حل السؤال

بطريقة الجدول اذا

كانت $n \geq 4$

نهاية دالة عند نقطة

تعلمنا بالصفوف السابقة كيف نجد صورة أي عدد ضمن مجال الدالة بالتعويض المباشر، ولكن إذا أرادنا توقع صورة الدالة لعدد خارج مجال الدالة، فأننا سنقوم بدراسة هذه الدالة بجوار هذا العدد وليس عنده، والفكرة الرياضية التي تساعدنا في دراسة سلوك الدالة بجوار عدد معين تسمى النهاية (lim).



فمثلاً إذا كانت الدالة: $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ فإن الدالة غير معرفة عند $x = 2$

أي لا يوجد صورة للعدد 2 (نقطة خارج المجال) ولكن يمكن توقع من الرسم البياني للدالة أنه كلما:

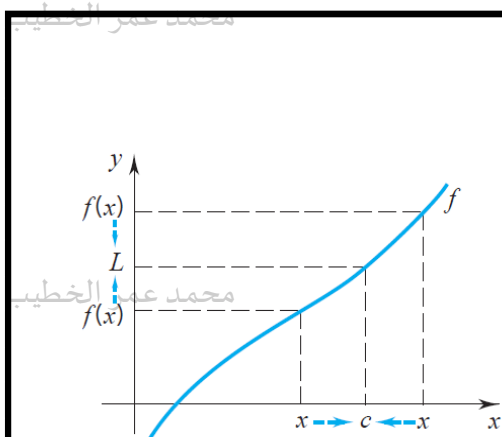
اقتربنا للعدد 2 من جهة اليسار أو من جهة اليمين فإن الدالة تقترب من العدد 4

فنقول أن نهاية الدالة $f(x)$ تقترب من العدد 4 عندما تقترب x من العدد 2

ونعبر عن ذلك باستخدام الرموز الرياضية

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$$

وبشكل عام



إذا كانت قيمة الدالة $f(x)$ تقترب من قيمة واحدة هي L

عندما تقترب x من c من الجهتين

فإن نهاية الدالة $f(x)$ تقترب من L عندما تقترب x من c

ونكتب ذلك بالرموز

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$$

يمكن ايجاد نهاية دالة
عند نقطة

من الحل الجبري
جبرياً

من الرسم البياني
بيانياً

من الجدول
رقمياً

اولاً: نهاية دالة عند نقطة من الجدول

(1) اوجد: $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x - 4}$ من خلال الجدول

x	3.9	3.99	3.999	4.0	4.001	4.01	4.1
$f(x)$	7.9	7.99	7.999		8.001	8.01	8.1

يظهر الجدول السابق ان قيم $f(x)$ تقترب من العدد 8 عندما تقترب x من العدد 4 من الجهتين

$$\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 8 \quad \text{اي ان}$$

(2) اذا كان : $f(x) = \begin{cases} 3x - 2 & , x > -3 \\ 2 - x & , x \leq -3 \end{cases}$ فاوجد $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$ من خلال الجدول

x	-3.1	-3.01	-3.001	-3.0	-2.999	-2.99	-2.9
$f(x)$	5.1	5.01	5.001		-10.997	-10.97	-10.7

$$\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) = 5$$

$$\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = -11$$

تكون النهاية موجودة اذا كانت النهاية من اليمين = النهاية من اليسار = عدد
اما اذا كانت النهاية من اليمين $\neq$ النهاية من اليسار فان النهاية غير موجودة

اي ان $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$ غير موجودة لان النهاية من اليمين لا تساوي النهاية من اليسار

(1) استخدم الرسم البياني التالي يمثل بيان الدالة $f(x)$ في الإجابة عن الأسئلة التالية :

(1) $f(0)$

(2) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

(3) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

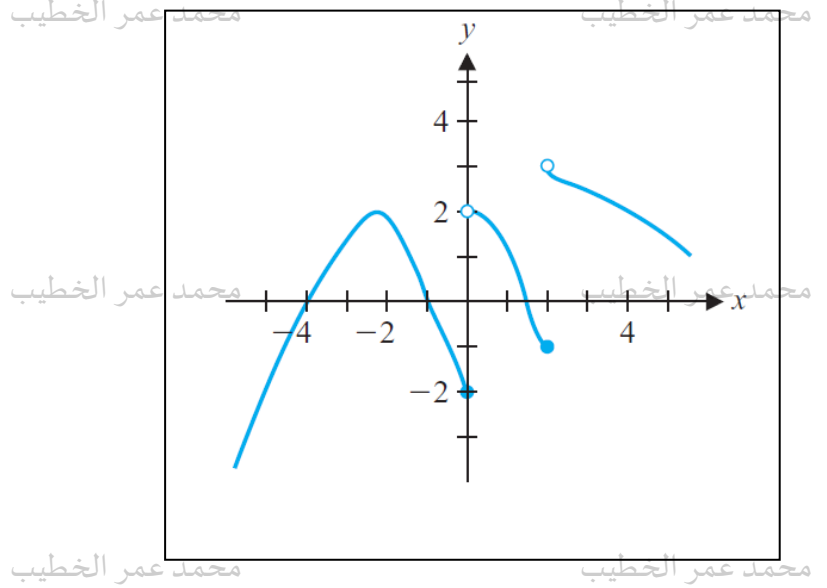
(4) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

(5) $f(2)$

(6) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$

(7) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$

(8) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$



(2) استخدم الرسم البياني التالي يمثل بيان الدالة $f(x)$ في الإجابة عن الأسئلة التالية :

(1) $f(4)$

(2) $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$

(3) $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$

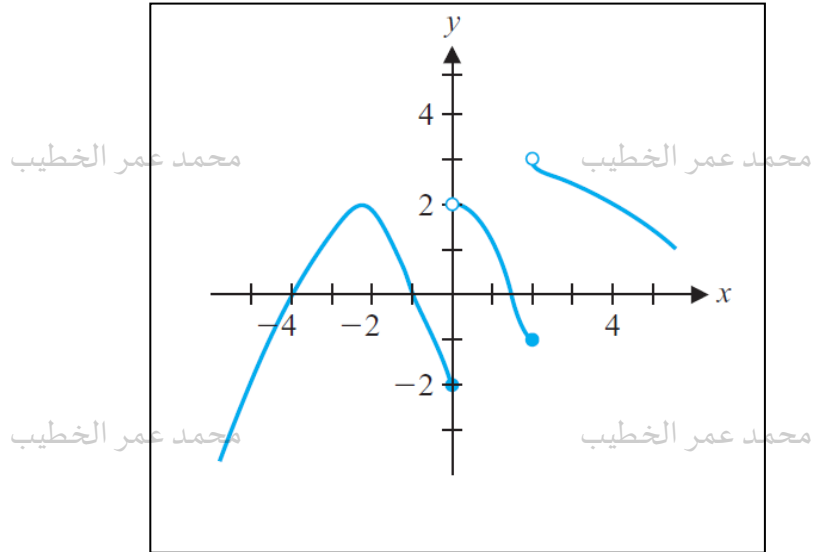
(4) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$

(5) $f(-1)$

(6) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$

(7) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$

(8) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$



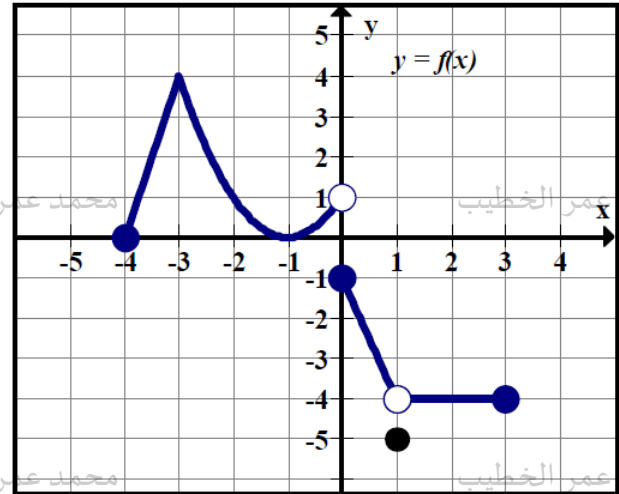
استخدم الرسم البياني التالي الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ في الإجابة عن الأسئلة التالية :

(1) $f(0)$

(2) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

(3) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

(4) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

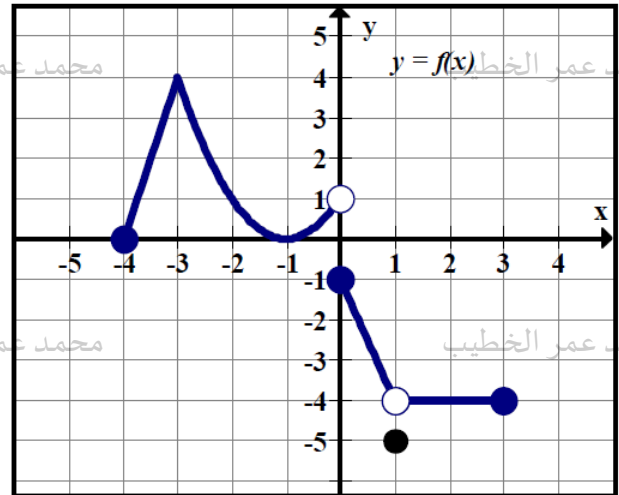


(5) $f(1)$

(6) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

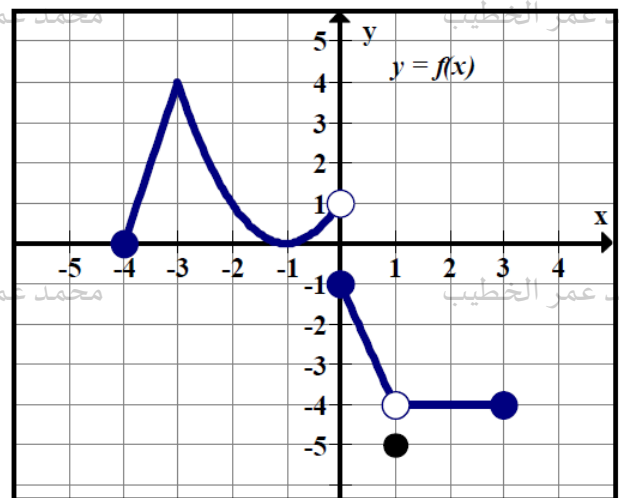
(7) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

(8) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$



(9) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

(10) $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$



استخدم الرسم البياني التالي الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ في الإجابة عن الأسئلة التالية :

(1) $f(0)$

(2) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

(3) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

(4) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

(5) $f(2)$

(6) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$

(7) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$

(8) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

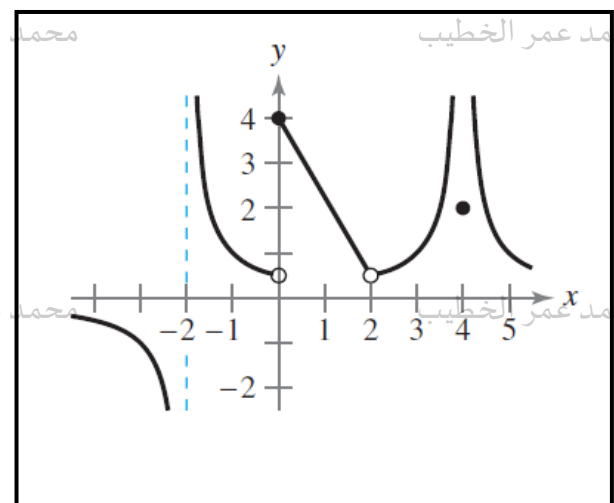
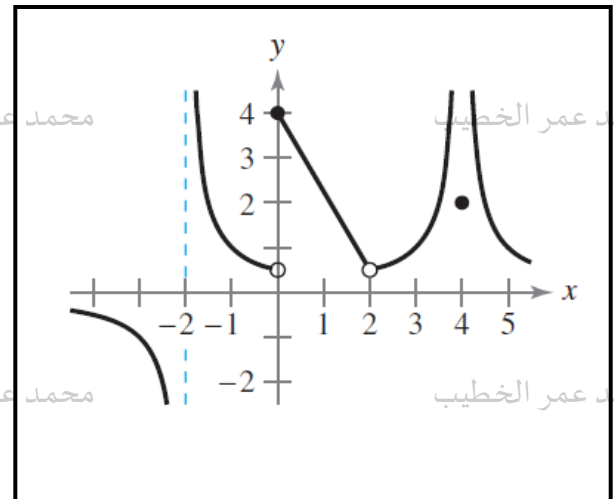
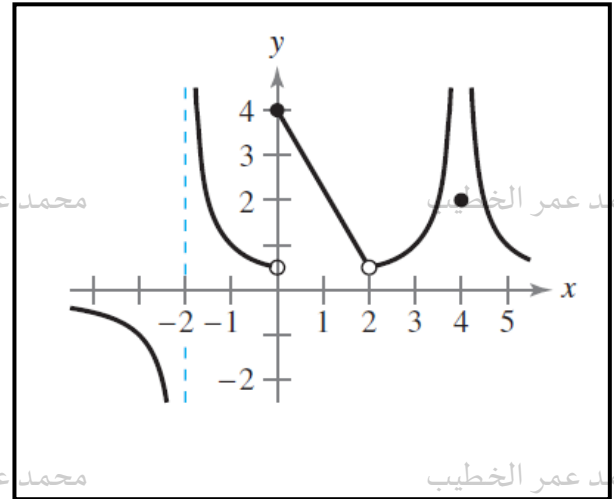
(9) $f(4)$

(10) $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$

(11) $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$

(12) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$

(13) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$



استخدم الرسم البياني التالي الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ في الإجابة عن الأسئلة التالية :

(1) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

(2) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$

(3) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$

(4) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

(5) $\lim_{x \rightarrow -4^+} f(x)$

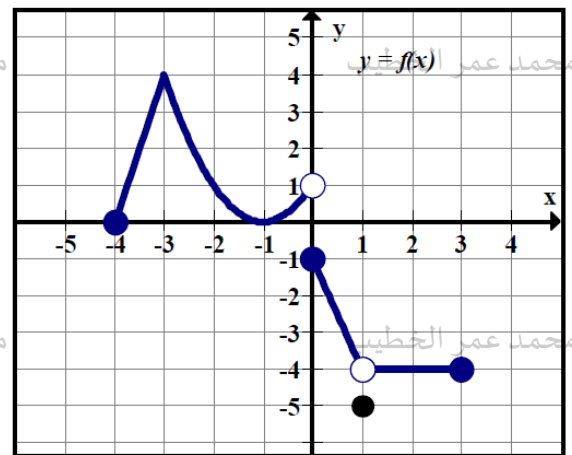
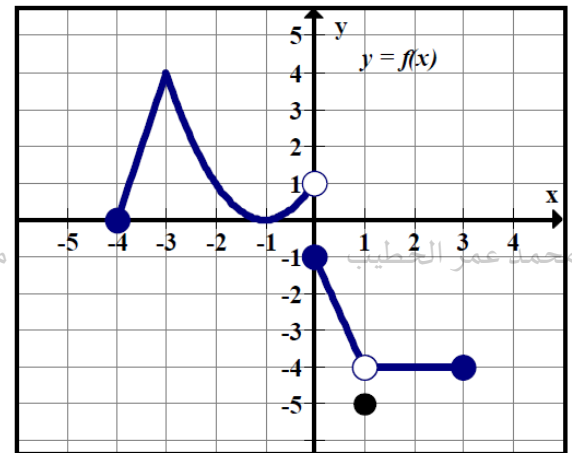
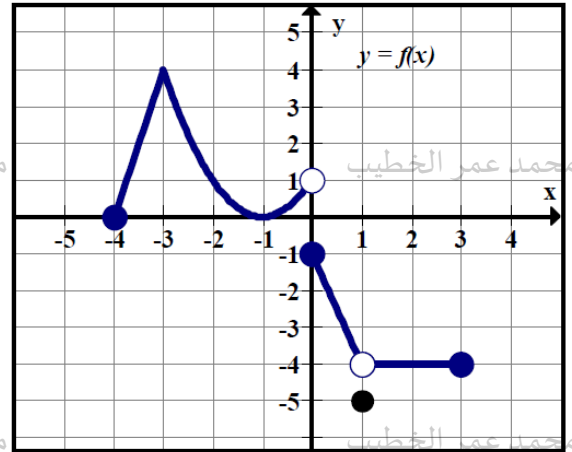
(6) $\lim_{x \rightarrow -4^-} f(x)$

(7) $\lim_{x \rightarrow -4} f(x)$

(8) $\lim_{x \rightarrow 0} |f(x)|$

(9) $\lim_{x \rightarrow 1} |f(x)|$

(10) $\lim_{x \rightarrow -1} \sqrt{f(x)}$



(11) مجموعة قيم C التي تجعل $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ غير موجودة هي

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(12) مجموعة قيم C التي تجعل $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ من جهة اليمين فقط موجودة هي

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(13) مجموعة قيم C التي تجعل $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ من جهة اليسار فقط موجودة هي

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

استخدم الرسم البياني التالي الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ في الإجابة عن الأسئلة التالية :

(1) $f(0)$

(2) $f(2)$

(3) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

(4) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

(5) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

(6) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

(7) $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$

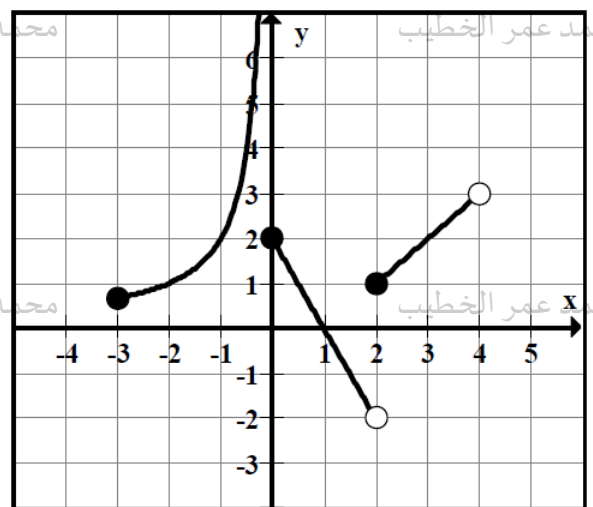
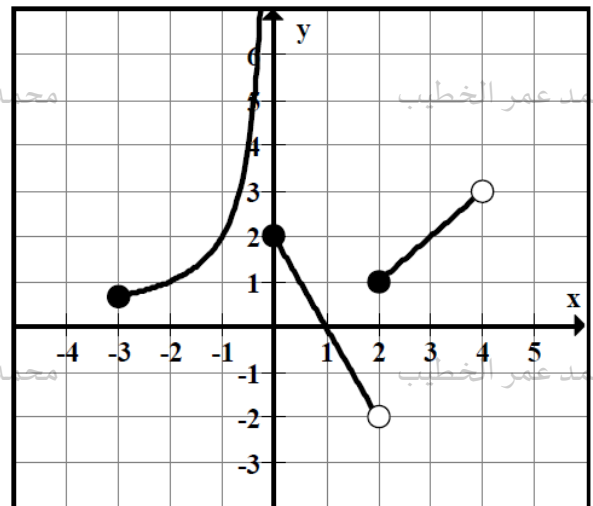
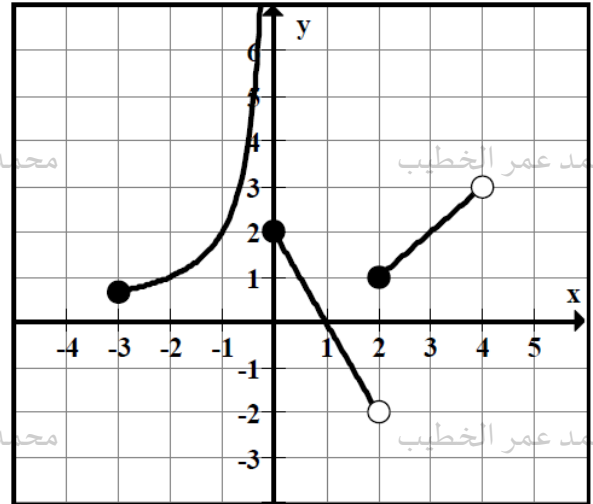
(8) $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$

(9) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

(10) $\lim_{x \rightarrow 2} |f(x)|$

(11) $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{f(x)}$

(12) $\lim_{x \rightarrow 0} f(|x|)$



ملاحظة: يمكن استخدام

خواص النهايات اذا كانت

النهايات موجودة

اذا كانت C, a اعداد حقيقية

حيث $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ موجودتين

فان

$$\lim_{x \rightarrow a} c = c$$

محمد عمر الخطيب

(1) نهاية الدالة الثابتة

$$\lim_{x \rightarrow a} x = a$$

(2) نهاية الدالة المحايدة

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \pm g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

(3) نهاية مجموع وطرح دالتين

$$\lim_{x \rightarrow a} c \times f(x) = c \times \lim_{x \rightarrow a} f(x)$$

(4) نهاية الضرب في ثابت

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \times g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \times \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

(5) نهاية ضرب دالتين

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}, \lim_{x \rightarrow a} g(x) \neq 0$$

(6) نهاية قسمة دالتين

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x)]^n = \left[\lim_{x \rightarrow a} f(x) \right]^n$$

محمد عمر الخطيب

(7) نهاية الدالة المركبة (احد اشكال تركيب دالتين)

ملاحظة: اذا كانت احدى النهايات غير موجودة نبحث عن طرق اخرى وذلك بايجاد قاعدة الدالة

الناتجة عن الجمع او الطرح او الضرب او القسمة او التركيب ثم نجد النهاية

او نستخدم خواص النهايات من كل جهة ثم نقارن بين الجهتين بشرط ان لا يكون نهاية احدى

الجهات ملانهاية اي انه يمكن استخدام خواص النهايات من جهة وحدة بشرط ان نكون كلاهما

اعداد حقيقية

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow 5} [4f(x) + 7]$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 5} [f(x) \times g(x) - x]$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 5} [f^2(x) - \sqrt{g(x)}]$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x) + 2x}{g(x) - 1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(5) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2f(x)g(x)}{f(x) + g(x)}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

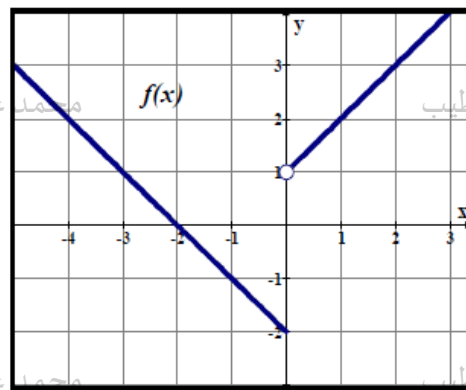
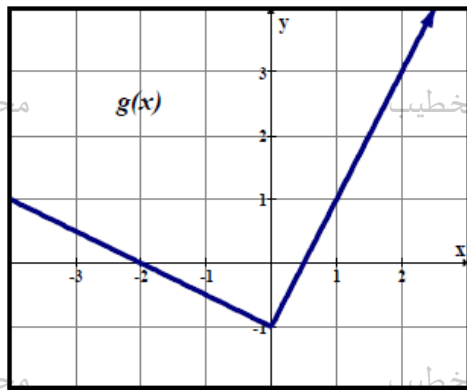
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} p(p(p(p(x))))$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 0} p(3 + 2p(x - p(x)))$$

(2) استخدم الرسم البياني المجاور في الإجابة عن الاسئلة التالية :



$$(a) \lim_{x \rightarrow 1} [f(x) + g(x)]$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 0} [f(x) + g(x)]$$

يوجد حلول كثيرة لكل سؤال

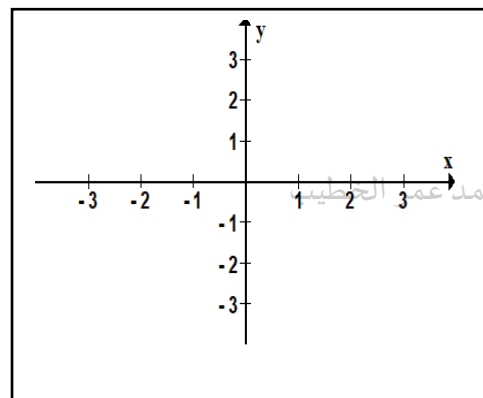
ارسم التمثيل البياني للدالة $f(x)$ بالخواص التالية

(1) $f(x) = 1$, $-2 \leq x \leq 1$

$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 1$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 3$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

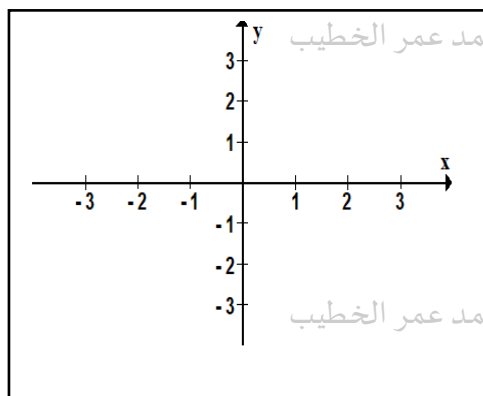
(2) $f(x) = x$, $-1 < x < 2$

$f(-1) = -2$

$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -1$, $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 2$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



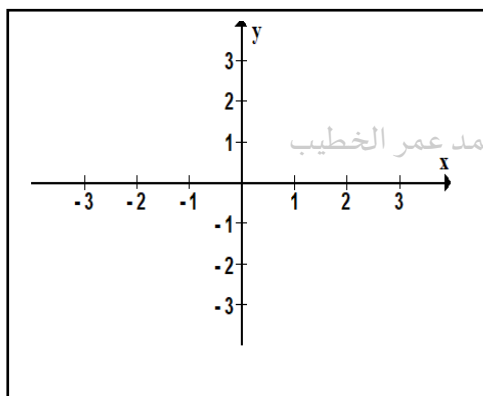
(3) $f(2) = 2$, $f(0) = -1$, $f(-2) = 0$

غير موجودة $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



(4) $f(0) = 1$, $f(2) = 3$

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2$

محمد عمر الخطيب

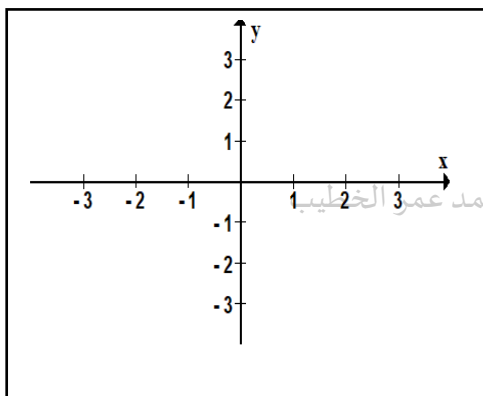
محمد عمر الخطيب

$\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ غير موجودة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



ثالثاً: نهاية دالة عند نقطة جبرياً

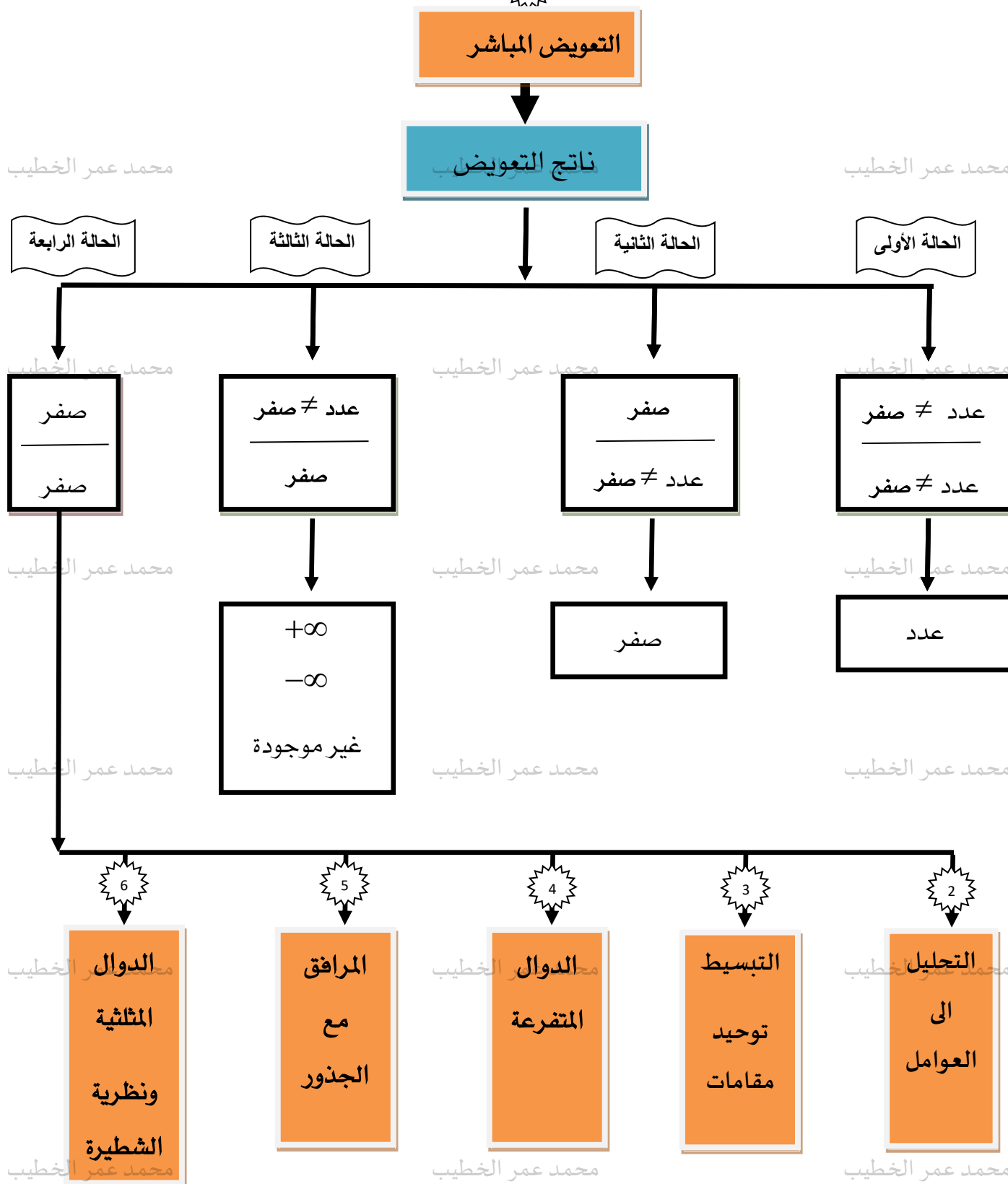
أولاً: نهاية دالة عند نقطة من الجدول ثانياً: نهاية دالة عند نقطة بيانياً

طرق حساب النهايات جبرياً

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



اوجد قيمة كل من النهايات الآتية:

$$(1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x+3}{x-2}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+1)^3}{x+1}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-4}{9x^2-4}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2-3x}{x^2+9}$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow -2} \sqrt{x^2+5}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(6) \lim_{x \rightarrow -5} \sqrt[3]{3x-12}$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} x \sin x$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(8) \lim_{x \rightarrow -1} e^x$$

$$(9) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \ln(\sin x) + x$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(10) \lim_{x \rightarrow 3} \log_2(x+5)$$

$$(11) \lim_{x \rightarrow 3} |2-3x|$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(12) \lim_{x \rightarrow 0} \cos^{-1}(x^2)$$

$$(13) \lim_{x \rightarrow 0} \sin^{-1}\left(\frac{x+1}{2}\right)$$

محمد عمر الخطيب

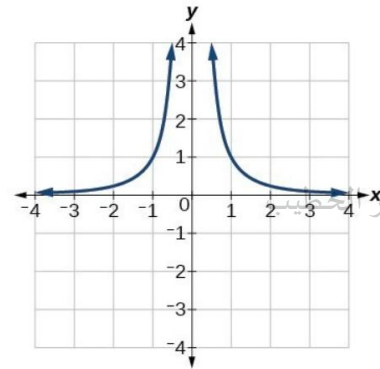
محمد عمر الخطيب

ملاحظة : يمكن الاستفادة من دراسة إشارة المقام قبل حساب النهاية في حالة :
البسط عدد لا يساوي صفر والمقام يساوي صفر

ملاحظة:

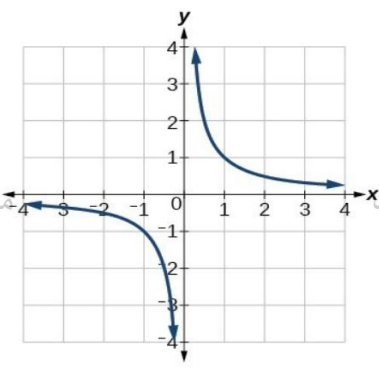
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = \infty$$

وممكن اعتبارها غير موجودة



ملاحظة:

$$\left. \begin{array}{l} (1) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = -\infty \\ (2) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = \infty \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \text{ غير موجودة}$$



أوجد قيمة كل من النهايات الآتية:

$$(1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{(x-2)^2}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{-3}{2x-10}$$

$$(1) \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{-2}{x^2 - 2x - 8}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 9^-} \frac{x^2}{18 - 2x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3}{x^3 - 1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{x^2 - 4}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

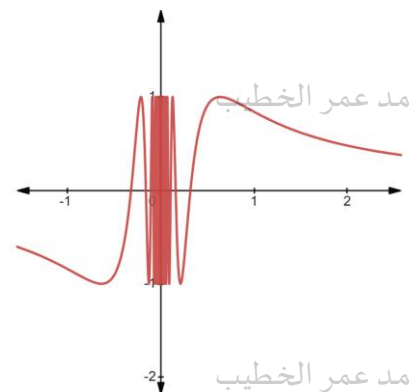
محمد عمر الخطيب

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0} \sin\left(\frac{1}{x}\right)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \sin\left(\frac{1}{x}\right), \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \sin\left(\frac{1}{x}\right)$$

النهاية غير موجودة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

1. العامل المشترك
2. الفرق بين مربعين
3. الحدود الثلاثية
4. الفرق بين مكعبين
5. مجموع مكعبين
6. التجميع
7. طرق أخرى

ملاحظة : يجب التعويض المباشر أولاً وفي حالة البسط والمقام كلاهما صفر
نبحث عن طرق أخرى مثل التحليل إلى العوامل أو التبسيط أو المرافق ...

أوجد قيمة كل من النهايات الآتية:

$$(1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x - 2}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 9} \frac{x^2 - 9x}{18 - 2x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x + 2}{x^2 - 4}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 9x}{3x - x^2}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(5) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{6 - x - x^2}{x^2 - 4}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{2x^2 - 3x - 2}$$

$$x^3 + a^3 = (x + a)(x^2 - ax + a^2)$$

$$x^3 - a^3 = (x - a)(x^2 + ax + a^2)$$

$$(3) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(h - 4)^2 - 16}{h}$$

مساعدة... افرض

$$u = h - 4$$

$$(4) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(h + 2)^3 - 8}{h}$$

مساعدة... افرض

$$u = h + 2$$

$$(1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{x^3 - 1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 + x^2 - 2}{x - 1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 - 1)^{10}}{(x^2 - 2x + 1)^5}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + 3x - 3}{x - 1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$$

مساعدة... افرض

$$u = \sqrt{x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 9} \frac{x - \sqrt{x} - 6}{\sqrt{x} - 3}$$

مساعدة... افرض

$$u = \sqrt{x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1}$$

مساعدة... افرض

$$u = \sqrt[3]{x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{xe^{-2x+1}}{x^2 + x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{2x}}{e^x - 1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} + e^x - 2}{e^x - 1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) إذا كانت : $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^3 - 1)^{2n}}{(x^2 - 2x + 1)^n} = 81$ فاوجد قيمة الثابت n

(2) إذا كانت : $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + ax + b}{x - 2} = 7$ فاوجد قيمة الثوابت a, b

ملاحظة:

إذا كانت النهاية عند c موجودة

والمقام صفر

فان

(1) نهاية البسط عند c تساوي

صفر

(2) يجب ان يحتوي البسط والمقام

على عامل مشترك مثل $(x - c)$

$$(1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\frac{1}{x} - \frac{1}{2}}$$

اوجد قيمة كل من النهايات الآتية :

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\frac{1}{x} - 1}{x^2 - 4}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{3} \right) \times \frac{x}{x^2 - 9}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} \right)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{5}{2x-3} + 5}{x-1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^{-2} - 1}{2x^{-2} + 1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) في إحدى الدراسات على عيون القطط وجد إن قطر البؤبؤ $f(x)$ للقطط يتناسب عكسياً مع شدة الإضاءة x التي تسقط على عين القط وفق العلاقة:

$$f(x) = \frac{160x^{-0.04} + 90}{4x^{-0.04} + 15}$$

اوجد نهاية قطر البؤبؤ عندما تقترب شدة الإضاءة x من الصفر (تتعدم الرؤية).

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

(2) اوجد قيمة الثوابت a, b حيث $a \neq 0$ التي تجعل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{a}{x+a} - b}{x} = -1$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

(4) الدوال المتفرعة (الدوال المعرفة بأكثر من قاعدة وتشمل دالة المطلق والصحيح)

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & , x < 1 \\ 2x + 3 & , x \geq 1 \end{cases}$$

(1) اذا كانت :

فاوجد :

(a) $f(1)$

(b) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

(c) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

$$f(x) = \begin{cases} 2\cos x + 1 & , x < 0 \\ e^x - 4 & , x > 0 \end{cases}$$

(2) اذا كانت :

فاوجد

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2} & , x \neq 2 \\ 5 & , x = 2 \end{cases}$$

(3) اذا كانت :

فاوجد :

(a) $f(2)$

(b) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

$$f(x) = \begin{cases} g(x) & x < a \\ h(x) & x > a \end{cases} \quad \text{كثيرات حدود وكانت} \quad h(x), g(x) \quad \text{اذا كانت} \quad (1)$$

اوجد

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

$$(i) \lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

$$(ii) \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + \cos x & , x \geq 0 \\ e^x - 1 & , x < 0 \end{cases} \quad , \quad g(x) = x^2 - x \quad (2) \text{ اذا كانت:}$$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

$$h(x) = f(x) \times g(x) \quad \text{وكان}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} h(x) \quad (أ) \text{ اشرح هل يمكن تطبيق نهاية حاصل ضرب دالتين في إيجاد قيمة}$$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

(ب) ابحث عن طريقة تحليلية لإيجاد قيمة هذه النهاية

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

$$f(x) = \begin{cases} \log x + 4 & , x \geq 1 \\ 5x - 1 & , x < 1 \end{cases} , \quad g(x) = \frac{x-1}{1-x} \quad (1) \text{ اذا كانت:}$$

فاوجد

$$\lim_{x \rightarrow 1} (f(x) + g(x))$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & , x \geq 1 \\ 4 - 2x & , x < 1 \end{cases} , \quad g(x) = \begin{cases} -3x & , x \geq 1 \\ 2x^2 - 3x & , x < 1 \end{cases} \quad (2) \text{ اذا كانت:}$$

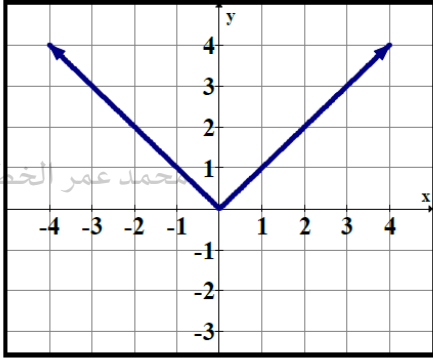
$$h(x) = f(x) + g(x)$$

وكان

$$\lim_{x \rightarrow 1} h(x) \quad (أ) \text{ اشرح هل يمكن تطبيق نهاية حاصل جمع دالتين في إيجاد قيمة}$$

(ب) ابحث عن طريقة تحليلية لإيجاد قيمة هذه النهاية

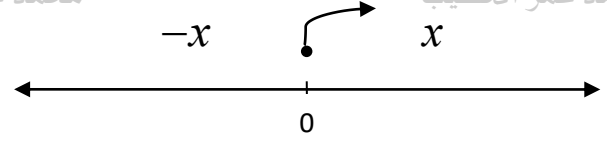
دالة المطلق : $y = |x|$



$$|x| = \begin{cases} x & , x \geq 0 \\ -x & , x < 0 \end{cases} \quad \begin{aligned} |5| &= 5 \\ |-5| &= 5 \end{aligned}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



أوجد قيمة كل من النهايات الآتية:

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x + |x| - 2}{x^2 + 1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 9} \frac{5 - |x - 4|}{|10 - x| - 1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x|1 - x| - 6}{x^2 - 3x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

ملاحظة:

إذا كان ناتج التعويض

ما بداخل المطلق هو صفر

فمن الأفضل

أخذ النهاية من اليمين واليسار

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{|x|}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x-2|}{x-2}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{|x+1|}{x^2-1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2}{x} - \frac{2}{|x|} \right)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

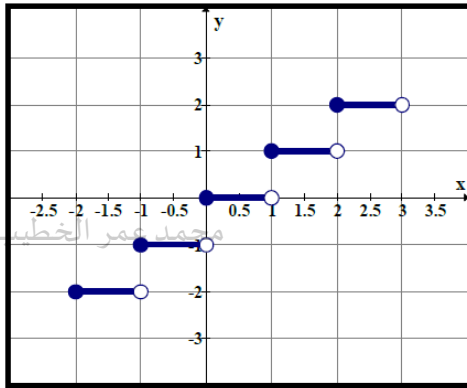
محمد عمر الخطيب

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1+|x|}{x} - \frac{1-x}{|x|} \right)$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - |x|}{|3x| - 2x}$$

$$\lim_{x \rightarrow b} \frac{x^2 - b^2}{x - b} = \lim_{x \rightarrow -2} (|x| + 8)$$

(2) أوجد قيمة الثابت b إذا كانت



$$[5] = 5$$

$$[5.7] = 5$$

$$[-5.99] = -6$$

$$(i) [x+n] = [x] + n$$

ملاحظة: إذا كانت n عدد

$$(ii) x - 1 \leq [x] \leq x$$

صحيح فان

اوجد قيمة كل من النهايات الآتية :

$$(1) \lim_{x \rightarrow 2.9} [x]$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} [3x + 1]$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 2^-} [x]$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x|}{[x]}$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 2^-} [5 - x]$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 2^-} 3[x] - |x|$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow 2^-} |x - 2| + [x] + x$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow 0^-} ([x] + 5)^{[x]}$$

$$(9) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x[x]}{x^2 + x}$$

$$(10) \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{[x]}{x - 1}$$

$$(11) \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x - 1}{|x - 2| + [x - 2]}$$

ملاحظة: نهاية دالة الصحيح $[x]$

(الدالة الاساسية فقط)

(1) إذا كانت n عدد صحيح فان

$$\lim_{x \rightarrow n} [x] \text{ غير موجودة}$$

لان

$$\lim_{x \rightarrow n^-} [x] = n - 1, \lim_{x \rightarrow n^+} [x] = n$$

اي انه اذا كان ناتج التعويض ما بداخل

الصحيح هو عدد صحيح فان النهاية غير

موجودة وممكن التأكد باخذ النهاية من

الجهتين

(2) إذا كانت a عدد غير صحيح

(كسر) فان

$$\lim_{x \rightarrow a} [x] = [a]$$

موجودة

اي انه اذا كان ناتج التعويض ما بداخل

الصحيح هو كسر فان النهاية موجودة

ويكفي التعويض لايجاد النهاية

$$(1) \lim_{x \rightarrow 1} [x]$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} [3x + 1]$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 1} (x - [x])$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} x[x + 2]$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(5) \lim_{x \rightarrow 1} (x + 2)^{[x]}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \text{ إذا كانت: } f(x) = \begin{cases} x^2 + a & , x \leq -1 \\ 2x - b & , x > -1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 2 \text{ وكانت } a, b \text{ فاوجد كل من الثابتين}$$

$$(2) \text{ إذا كانت: } f(x) = \begin{cases} \log_2 x & 0 < x \leq 8 \\ 3^{ax} & x > 8 \end{cases} \text{ فاوجد قيمة } a \text{ حيث } \lim_{x \rightarrow 8} f(x) \text{ موجودة}$$

$$(3) \text{ إذا كانت: } g(x) = \begin{cases} x^2 + 4 & x \geq a \\ 4x & x < a \end{cases} \text{ فاوجد قيم } a \text{ حيث } \lim_{x \rightarrow a} g(x) \text{ موجودة.}$$

$$(4) \text{ لتكن: } f(x) = \begin{cases} 2ax - 5 & x < 2 \\ \frac{x-3}{|x-3|} & x > 2 \end{cases} \text{ فما قيمة } a \text{ التي تجعل } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \text{ موجودة}$$

ملاحظة : اذا كان ناتج ما بداخل الجذر التربيعي (دليل الجذر عدد زوجي) صفر عند التعويض يفضل دراسة اشارة ما تحت الجذر قبل حساب النهاية وغير ذلك فانه يكفي التعويض المباشر

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

اوجد قيمة كل من النهايات الآتية:

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0^-} \sqrt{x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 3} \sqrt[3]{1-x^2}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(5) \lim_{x \rightarrow 5^+} \sqrt{25-x^2}$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 1^-} \sqrt{x - [x]}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(7) \lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{[x] - x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(8) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{(x-5)^2}}{x-5}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

ملاحظة

$$\sqrt{x^2} = |x|$$

$$(\sqrt{x})^2 = x$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0^-} \sqrt{x^2 - 2x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x^2 - 2x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x^2 - 2x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x-1}{\sqrt{x^2 - 2x + 1}}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{\sqrt{x^4 + x^2}}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

ملاحظة: مرافق المقدار الجبري $\sqrt{x} - \sqrt{a}$ هو $\sqrt{x} + \sqrt{a}$ ويكون حاصل ضربهم هو $x - a$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

اوجد قيمة كل من النهايات الآتية:

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1} - 2}{x-1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{3 - \sqrt{x+9}}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{\sqrt{x} - 1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{2}}{x-1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{\sqrt{2x-1} - 1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{x+1}}{x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{\sqrt{x^2+5}-3}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 9} \frac{x\sqrt{x} - 27}{x-9}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{1}{\sqrt{x}} - 1}{1 - x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{1}{\sqrt{x} - 2} - \frac{4}{x - 4}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5-x} - 2}{\sqrt{10-x} - 3}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+2x} - 1}{x}$$

مرافق الجذر التكعيبي للمقدار $\sqrt[3]{x} \pm \sqrt[3]{a}$ هو
 $(\sqrt[3]{x})^2 \mp \sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{x} + (\sqrt[3]{a})^2$
 ويكون حاصل ضربهم $x \pm a$

يمكن الحل بالضرب في مرافق الجذر التكعيبي

ولكن الأفضل بالتعويض $u = \sqrt[3]{1+2x}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

موجودة فاوجد قيمة الثابت a

$$(1) \text{ لتكن: } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x-a}-3}{x-1}$$

$$(2) \text{ لتكن: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{ax+1} - \sqrt{2x+1}}{x} = 4 \text{ فاوجد قيمة الثابت } a$$

$$(3) \text{ لتكن: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{ax+b}-2}{x} = 1 \text{ فاوجد قيمة الثوابت } a, b$$

(6) الدوال المثلثية (الدائرية)

النسب المثلثية والمتطابقات المهمة

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}, \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

المتطابقات
النسبية

$$\csc x = \frac{1}{\sin x}, \sec x = \frac{1}{\cos x}, \cot x = \frac{1}{\tan x}$$

متطابقات
المقلوب

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1, \tan^2 x + 1 = \sec^2 x, \cot^2 x + 1 = \csc^2 x$$

متطابقات
فيثاغورس

$$\begin{aligned} \sin x &= \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right), \tan x = \cot\left(\frac{\pi}{2} - x\right), \sec x = \csc\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \\ \cos x &= \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right), \cot x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right), \csc x = \sec\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \end{aligned}$$

متطابقات
الزوايا المتتامه

$$\begin{aligned} \sin(-x) &= -\sin x, \tan(-x) = -\tan x, \cos(-x) = \cos x \\ \csc(-x) &= -\csc x, \cot(-x) = -\cot x, \sec(-x) = \sec x \end{aligned}$$

متطابقات الدوال
الزوجية والفردية

$$\begin{aligned} \sin(2x) &= 2\sin x \cos x \\ \cos(2x) &= \cos^2 x - \sin^2 x, \cos(2x) = 1 - 2\sin^2 x, \cos(2x) = 2\cos^2 x - 1 \end{aligned}$$

متطابقات
ضعف
الزاوية

$$\begin{aligned} \sin(x \pm y) &= \sin x \cos y \pm \cos x \sin y \\ \cos(x \pm y) &= \cos x \cos y \mp \sin x \sin y \end{aligned}$$

متطابقات
المجموع والفرق

$$\sin^{-1} x + \cos^{-1} x = \frac{\pi}{2}, \tan^{-1} x + \cot^{-1} x = \frac{\pi}{2}$$

متطابقات

الدوال المثلثية العكسية

$$\csc^{-1} x = \sin^{-1}\left(\frac{1}{x}\right), \sec^{-1} x = \cos^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$\cot^{-1}(x) = \begin{cases} \tan^{-1}\left(\frac{1}{x}\right) & x > 0 \\ \pi + \tan^{-1}\left(\frac{1}{x}\right) & x < 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\tan x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(ax)}{bx} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(ax)}{bx} = \frac{\sin(ax)}{\tan bx} = \frac{\tan(ax)}{\sin bx} = \frac{a}{b} \quad b \neq 0$$

اي ان عندما تقترب x من الصفر فان $x \approx \sin x \approx \tan x \approx \sin^{-1} x \approx \tan^{-1} x$

اوجد قيمة كل من النهايات الآتية :

$$(1) \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} (\sin x + \cos x)$$

$$(2) \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (x \tan x)$$

$$(3) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\cos x}$$

$$(4) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{2x}$$

$$(5) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{2x \cos 3x}$$

$$(6) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^{-1} x}{5x}$$

$$(7) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{2x}$$

$$(8) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x e^{3x}}{\tan 2x}$$

$$(9) \quad \lim_{x \rightarrow 0} 3x \cot 2x$$

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin 2x}{x[x]}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin|x|}{x} - 2[x-2]$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\tan 4x}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} (\tan 2x \csc \pi x)$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0^-} [x](x \cot 2x)$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 0} \sin x \left(\cot x - \frac{3}{x} \right)$$

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 5x}{\sin^2 3x}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{x \tan 5x}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin^2 3x}{3x|x|}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} x^2 \csc^2 5x$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0} 3x^2 \csc 3x \cot 2x$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - 1}{x^2}$$

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{(x^2 + x) \csc 2x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \sin x + \tan 3x}{x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x + \tan x}{4x - \sin x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x \sin^2 8x}}{x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 - \cos^2 x}}{x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{1 - \sqrt{1 + x}}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin |x|}{x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1)}{2x-2}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x-2)}{x^2-4}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x}{\sqrt{x}}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^2}{3x}$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\tan x)}{2x}$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x^2-4)}{x^2+x-6}$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{x - \frac{\pi}{2}}$$

ملاحظة

إذا كان $f(c)=0$

$$\lim_{\substack{f(x) \rightarrow 0 \\ x \rightarrow c}} \frac{\sin(f(x))}{f(x)} = 1$$

$$\lim_{\substack{f(x) \rightarrow 0 \\ x \rightarrow c}} \frac{\tan(f(x))}{f(x)} = 1$$

أو ممكن استخدام الفرض

$$u = f(x)$$

$$\cos x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

فاوجد قيمة k

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x+1|-2}{x^2-x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\sin kx}$$

(1) اذا كانت:

$$(2) \text{ اذا كانت: } \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{\sin^2 x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 3^-} a[x] \text{ فاوجد قيمة } a$$

$$(3) \text{ اذا كانت: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sin x + \cos x)^2 - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow k} 4^x \text{ فاوجد قيمة } k$$

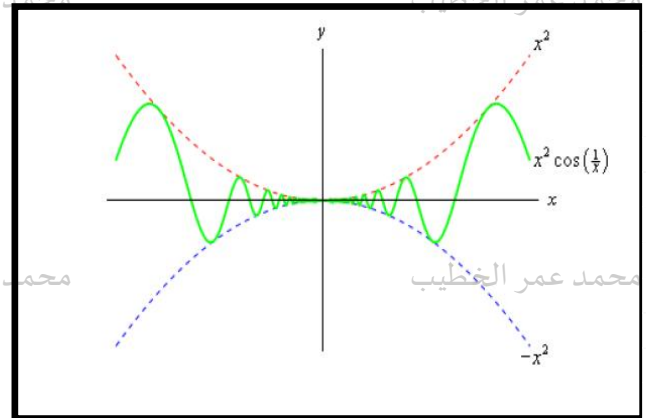
إذا كان $g(x) \leq f(x) \leq h(x)$ لكل $x \neq c$ في فترة حول c

وكان $\lim_{x \rightarrow c} g(x) = \lim_{x \rightarrow c} h(x) = l$

فإن $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = l$

أوجد قيمة كل من النهايات الآتية باستخدام نظرية الشطيرة:

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cos \frac{1}{x}$



(2) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} \sin^2 \frac{1}{x}$

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos^2 x + x^2 \sin \frac{1}{x})$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} (e^{x^2 \sin \frac{1}{x}})$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^3}{x^2 + 1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب
(1) اذا كانت : $|g(x)| \leq M$ حيث M عدد حقيقي موجب فبين ان : $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 g(x) = 0$ محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) اوجد $\lim_{x \rightarrow 3} g(x)$ حيث $|g(x) + 4| \leq 2(3 - x)^4$ باستخدام نظرية الشطيرة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) اوجد $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ حيث $\frac{\sin x}{\tan 3x} \leq f(x) \leq \frac{x^2 + x}{3x}$ محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(4) اوجد $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ حيث $x^2 - x^3 \leq x^2 f(x) \leq \sin^2 x$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

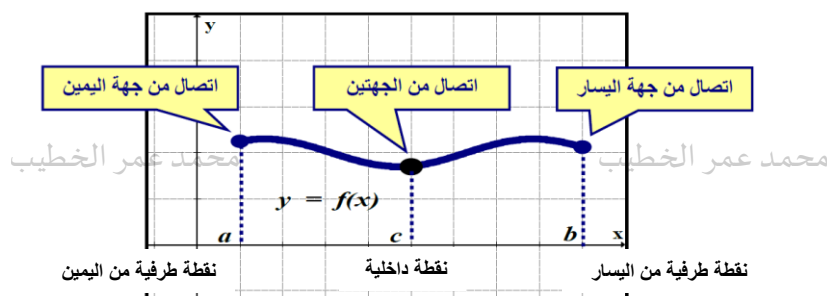
(5) اوجد $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x)}{x}$ حيث $\sin x \leq f(x) \leq x$ محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

الاتصال عند نقطة



(1) نقطة داخلية: تكون الدالة $y = f(x)$ متصلة عند نقطة داخلية c في مجالها اذا كان

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$$

(1) $f(c)$ موجودة (للدالة صورة عند $x = c$)

$$(2) \lim_{x \rightarrow c} f(x) \text{ موجودة (اي ان } \lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow c^+} f(x))$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$$

(2) نقطة طرفية : تكون الدالة $y = f(x)$ متصلة عند

الاتصال من جهة واحدة

(أ) نقطة طرفية a لها نهاية من جهة اليمين اذا كان

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$$

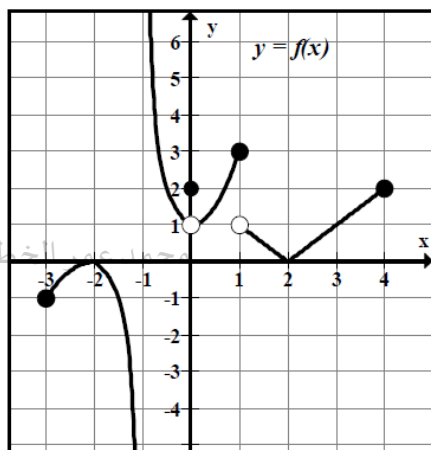
بداية الفترة المغلقة

(ب) نقطة طرفية b لها نهاية من جهة اليسار اذا كان

$$\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$$

نهاية الفترة المغلقة

اعتمد على الرسم المجاور الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ للإجابة عن الاسئلة التالية



(1) هل الدالة متصلة عند $x = 1$

(2) هل الدالة متصلة عند $x = 0$

(3) هل الدالة متصلة عند $x = -1$

(4) هل الدالة متصلة عند $x = 2$

(5) هل الدالة متصلة عند $x = 4$

(6) هل الدالة متصلة عند $x = 4$ من جهة اليسار

$$(1) \quad f(x) = \begin{cases} x^2 & , x < 1 \\ 2 - x & , x > 1 \end{cases}$$

تذكر

شروط الاتصال عند النقطة الداخلية

$$x = c$$

(1) الدالة معرفة عند $x = c$

$$\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow c^+} f(x) \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c) \quad (3)$$

يمكن البحث

عن نقاط انفصال الدالة عند

(1) اصفار المقام (اكيد)

(2) نقاط التفرع (ممكن)

ملاحظة: اي نقطة خارج مجال

الدالة تعتبر نقطة انفصال للدالة

$$(2) \quad f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

$$(3) \quad f(x) = [x]$$

$$(4) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & , x \neq 1 \\ 3 & , x = 1 \end{cases}$$

$$(1) \quad f(x) = \begin{cases} 5x & , x < 1 \\ 5 & , x = 1 \\ 6 - x & , x > 1 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \quad f(x) = \sqrt[3]{x-1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \quad f(x) = |x-1|$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \quad f(x) = \frac{\sin(x-1)}{x-1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

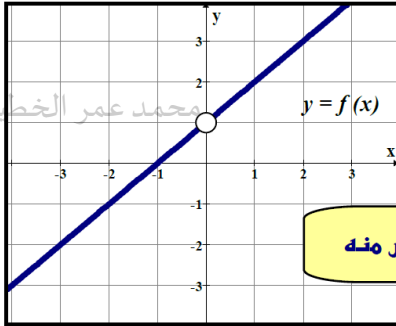
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

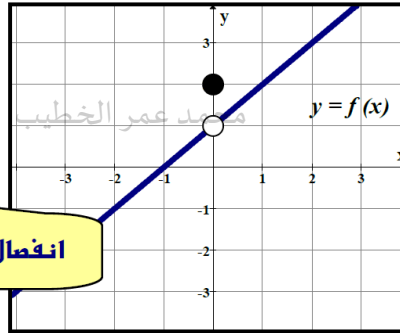
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) الفجوة (قابل للإزالة) أو (يمكن التخلص منه)



انفصال يمكن التخلص منه

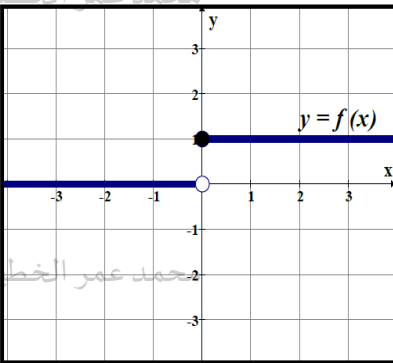


النهاية موجودة

ولكن لا تساوي الصورة

أو الصورة غير موجودة

(2) القفزة (غير قابل للإزالة)

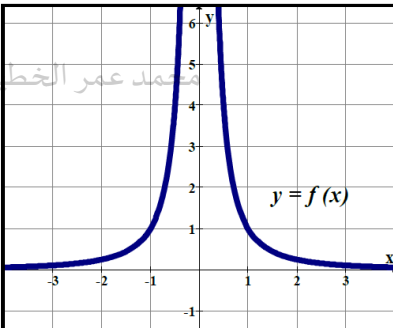


النهاية غير موجودة

النهاية من اليمين لا تساوي النهاية من اليسار

ولكن كلاهما عدد حقيقي

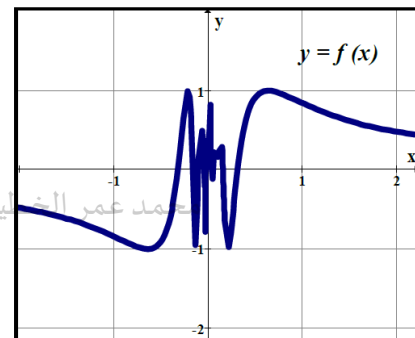
(3) لا نهائي / خطوط التقارب (غير قابل للإزالة)



النهاية غير موجودة أو ملانهاية

أحدى النهايتين تساوي ملانهاية أو كلاهما

(4) التذبذبي (غير قابل للإزالة)



النهاية غير موجودة

الدالة تتذبذب كثيراً عند نقطة الانفصال

أمثلة $f(x) = \sin \frac{1}{x}$, $g(x) = \cos \frac{1}{x^2}$, $h(x) = \tan \frac{1}{x}$

ملاحظة: يمكن البحث عن نقاط
انفصال الدالة عند
(1) اصفار المقام (اكيد)
(2) نقاط التقعر (ممكن)

نجد نهاية الدالة عند نقطة الانفصال

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

النهاية غير موجودة

النهاية موجودة

الدالة تتذبذب
كثيرااحدى النهايتين او
كلاهما مالا نهايةكلا النهايتين
اعداد حقيقية

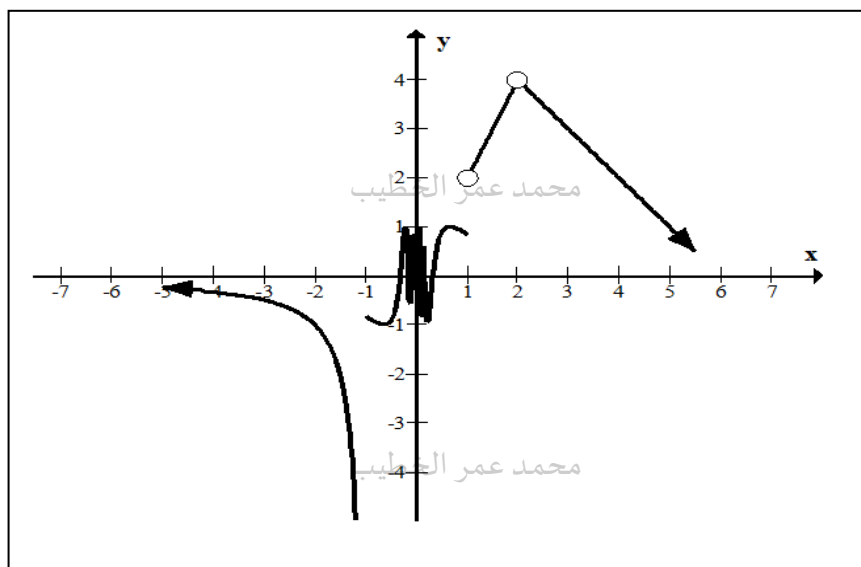
غير قابلة للازالة (تذبذبي)

غير قابلة للازالة (لانهايتي)

غير قابلة للازالة (قفزة)

قابلة للازالة

في الشكل المجاور اوجد نقاط انفصال الدالة (نقاط عدم الاتصال) ، ثم حدد نوع كل منها:



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

نقطة انفصال الدالة	نوع الانفصال

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

ملاحظة: يمكن البحث عن نقاط انفصال الدالة عند

(1) اصفار المقام (أكيد)

(2) نقاط التفرع (ممكن)

نوع الانفصال	نقطة (نقاط) الانفصال	الدالة
		(1) $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3}$
		(2) $f(x) = \frac{\sin 5x}{x}$
		(3) $f(x) = \begin{cases} 3 - x & , x \geq 1 \\ x^2 & , x \leq 1 \end{cases}$
		(4) $f(x) = \frac{2}{x - 3}$
		(5) $f(x) = \frac{ x }{x}$
		(6) $f(x) = \frac{x - 5}{x^2 - 2x - 15}$
		(7) $f(x) = x^2 \sin \frac{1}{x}$
		(8) $f(x) = \ln x^2$

تكون الدالة $y = f(x)$ متصلة على الفترة المغلقة $[a, b]$ اذا كانت

(1) متصلة على كل نقطة في الفترة المفتوحة (a, b)

(2) متصلة عند النقطة a من جهة اليمين اي ان $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$

(3) متصلة عند النقطة b من جهة اليسار اي ان $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$

وتكون الدالة $y = f(x)$ متصلة على مجموعة الاعداد الحقيقية اذا كانت متصلة عند كل نقطة

تعتبر النقطة الطرفية نقطة انفصال لان الدالة غير معرفة عند احدى الجهتين

اما اذا كان المطلوب فترة الاتصال فيجب دراسة الاتصال من جهة واحدة واذا تحقق شرط الاتصال

تكون ضمن فترة الاتصال

ملاحظات مهمة

اولاً: الدوال المتصلة على مجالها فترة الاتصال هي مجال الدالة

(1) كثيرات الحدود (2) الدوال النسبية (3) الدوال الجذرية (4) الدوال المثلثية

(5) دوال المطلق (6) الدوال الاسية (7) الدوال اللوغارتمية

ثانياً: الدوال المتصلة على جزء من مجالها فترة الاتصال هي مجال الدالة او جزء من مجال الدالة

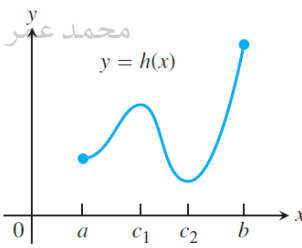
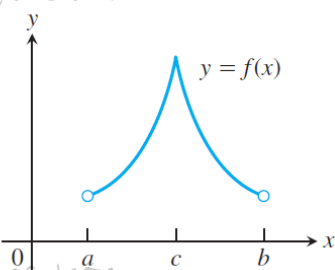
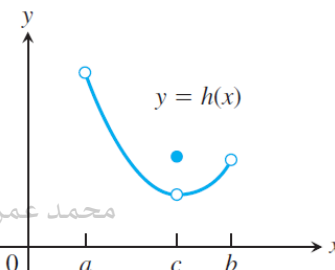
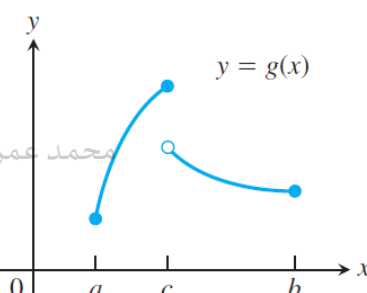
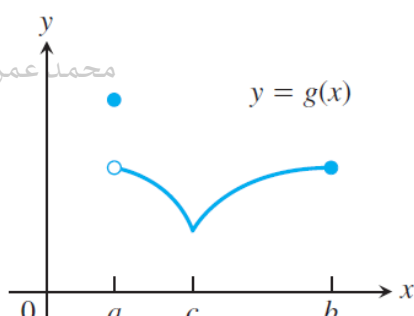
بعض الدوال المتفرعة مثل دالة الصحيح

ثالثاً: العمليات على الدوال المتصلة

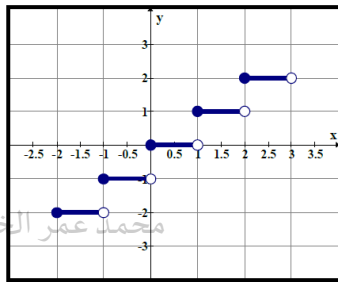
(1) حاصل جمع وطرح وضرب دالتين متصلتين هي دالة متصلة

(2) حاصل قسمة دالتين متصلتين هي دالة متصلة بشرط ان المقام لا يساوي صفر

(3) حاصل تركيب دالتين متصلتين هي دالة متصلة

الدالة	فترة الاتصال
1. 	محمد عمر الخطيب
2. 	محمد عمر الخطيب
3. 	محمد عمر الخطيب
4. 	محمد عمر الخطيب
5. 	محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب
دالة الصحيح : $y = [x]$



محمد عمر الخطيب
(1) اعتمد على الدالة $f(x) = [x]$ للإجابة عن الاسئلة التالية

(أ) هل الدالة متصلة عند $x = 1$ من جهة اليمين

محمد عمر الخطيب
(ب) هل الدالة متصلة عند $x = 2$ من جهة اليسار

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب
(ج) هل الدالة متصلة على الفترة $(1, 2)$

(د) هل الدالة متصلة على الفترة $[1, 2]$

(2) اي من الدوال الآتية متصلة على الفترة $[0, 2]$ وإذا كانت غير ذلك، اكتب فترة الاتصال

محمد عمر الخطيب
(a) $f(x) = \begin{cases} 6 & 0 \leq x < 1 \\ 7x & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(b) $f(x) = \begin{cases} 7 & 0 \leq x < 1 \\ 7x & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(c) $f(x) = \begin{cases} 6 & x = 0 \\ 7 & 0 < x < 1 \\ 7x & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \quad f(x) = x^2 + 5x - 1, x \in [1, 2]$$

$$(2) \quad f(x) = \sqrt{x-1}$$

$$(3) \quad f(x) = \begin{cases} x+2 & , x \leq 2 \\ x^2 & x > 2 \end{cases}$$

$$(4) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} & , x \neq 2 \\ 3 & , x = 2 \end{cases}$$

$$(5) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} & , x \neq 2 \\ 2 & , x = 2 \end{cases}$$

$$(6) \quad f(x) = \frac{x}{e^x}$$

$$(1) \quad f(x) = x^2 \cos \frac{1}{x}$$

$$(2) \quad f(x) = (x-1)^{\frac{3}{2}} + e^x$$

$$(3) \quad f(x) = \sqrt{4-x^2}$$

$$(4) \quad f(x) = \sqrt{x^2 - 3x}$$

$$(5) \quad f(x) = \frac{\sqrt{x}}{e^x - 1}$$

$$(6) \quad f(x) = \frac{\sqrt{x+1} + e^x}{x^2 - 4}$$

$$(1) \quad f(x) = \ln(x - 2)$$

$$(2) \quad f(x) = \ln(x^2 - x - 6)$$

$$(3) \quad f(x) = \frac{1}{\ln(x - 2)}$$

$$(4) \quad f(x) = \frac{3}{\ln x^2}$$

ملاحظة:

$$\ln x^2 = 2 \ln |x|$$

$$(5) \quad f(x) = \frac{\ln(1 - x^2)}{\sqrt{x}}$$

$$(6) \quad f(x) = \frac{\ln(x^2 - 1)}{\sqrt{x^2 - 2x}}$$

$$(1) \quad f(x) = \sin^{-1}(x + 2)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \quad f(x) = \tan^{-1}(2x + 1)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \quad f(x) = \tan x$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \quad f(x) = \ln(\sin x)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

إذا كانت الدالة $f(x)$ متصلة على مجال معين باستثناء نقطة (أو عدد محدود من النقاط) التي عندها انفصال نوعه فجوة (يمكن إزالته) فإنه يمكن تعريف دالة جديدة متصلة عند هذه النقطة وتعتمد على الدالة $f(x)$ وتسمى الدالة الموسعة

ملاحظة: لا يمكن إيجاد الدالة الموسعة لدالة لها نقطة انفصال نوعه (قفزة، لانهائي، تذبذبي)

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \text{ اكتب الدالة الموسعة للدالة : } f(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x - 3} \text{ حتى تصبح متصلة عند } x = 3$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \text{ اكتب الدالة الموسعة للدالة : } f(x) = x \cot x \text{ حتى تصبح متصلة عند } x = 0$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(اكتب الدالة الممتدة او الموسعة).

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

$$(1) \quad f(x) = \frac{\sqrt{x+1}-3}{x-8}, x=8$$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

$$(2) \quad f(x) = \frac{e^{2x}-1}{e^x-1}, x=0$$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

$$(3) \quad f(x) = \frac{x+3}{\frac{1}{x} + \frac{1}{3}}, x=-3$$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

أعد تعريف كل من الدوال الآتية عند النقطة المشار إليها لتصبح الدالة متصلة عند النقطة المشار إليها.

(أوجد الدالة الممتدة أو الموسعة).

$$(1) \quad f(x) = \frac{|x-2|-1}{x-3}, \quad x=3$$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

$$(2) \quad f(x) = \frac{\sqrt{x+4}-2}{\sin x}, \quad x=0$$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

$$(3) \quad f(x) = \frac{3}{\ln x^2}, \quad x=0$$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

(1) اوجد قيمة الثابت a حتى تصبح الدالة $f(x)$ متصلة عند $x = 2$ حيث:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax - 2 & , x < 2 \\ a & , x \geq 2 \end{cases}$$

(2) اوجد قيمة الثابت c حتى تصبح الدالة $f(x)$ متصلة على مجالها حيث:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos 2x}{6x^2} & , x \neq 0 \\ c & , x = 0 \end{cases}$$

(3) اوجد قيمة الثوابت a, b حتى تصبح الدالة $f(x)$ متصلة على مجالها حيث:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2 \sin x}{x} & , x < 0 \\ a & , x = 0 \\ b \cos x - 1 & , x > 0 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب (1) اوجد قيمة الثوابت a, b حتى تصبح الدالة $f(x)$ متصلة على مجالها حيث:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\tan 5x}{x} & , x < 0 \\ a & , x = 0 \\ b \cos x + e^x & , x > 0 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

(2) اوجد قيمة الثوابت a, b حتى تصبح الدالة $f(x)$ متصلة على مجالها حيث:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x} & , x < 0 \\ b & , x = 0 \\ \frac{\sin ax}{2x} & , x > 0 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

(1) اوجد قيمة الثوابت a, b حتى تصبح الدالة $f(x)$ متصلة على مجالها حيث:

$$f(x) = \begin{cases} bx^2 - a & , x < 3 \\ 9 & , x = 3 \\ ax + 6 & , x > 3 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) اوجد قيمة الثوابت a, b حتى تصبح الدالة $f(x)$ متصلة على مجالها حيث:

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + 5 & , x > -1 \\ 7 & , x = -1 \\ x - b & , x < -1 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) اوجد قيمة الثوابت a, b حتى تصبح الدالة $f(x)$ متصلة على مجالها حيث:

$$f(x) = \begin{cases} ae^x + 1 & , x \leq 0 \\ \sin^{-1} \frac{x}{2} & , 0 < x < 2 \\ x^2 - x + b & , x \geq 2 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) اوجد قيمة الثوابت a, b حتى تصبح الدالة $f(x)$ متصلة على مجالها حيث:

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 2 & , x \leq -2 \\ ax + b & , -2 < x < 5 \\ x^2 - 12 & , x \geq 5 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب (1) اوجد قيمة الثوابت a, b حتى تصبح الدالة $f(x)$ متصلة على مجالها حيث:

$$f(x) = \begin{cases} 2x + a & , x \leq 1 \\ x^2 - 2x & , 1 < x < 3 \\ a + b & , x \geq 3 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

(2) اوجد قيمة الثوابت a, b و $b \neq 0$ حتى تصبح الدالة $f(x)$ متصلة على مجالها حيث:

$$f(x) = \begin{cases} a(\tan^{-1} x + 2) & , x < 0 \\ 2b^x - 7 & , 0 \leq x \leq 3 \\ \ln(x - 2) + x^2 & , x > 3 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

(1) اوجد قيمة الثوابت m, n حتى تصبح الدالة $f(x)$ متصلة على مجالها حيث:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - mx + 2}{x - 1} & , x \neq 1 \\ n & , x = 1 \end{cases}$$

(2) اوجد قيمة الثوابت a, b حتى تصبح الدالة $f(x)$ متصلة على مجالها حيث:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 - a}{x - 2} & , x < 2 \\ bx + 6 & , x \geq 2 \end{cases}$$

(3) حدد جميع قيم x حتى تصبح الدالة $f(x)$ متصلة

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & x \text{ عدد نسبي} \\ 4x & x \text{ عدد غير نسبي} \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 1 & x \text{ عدد نسبي} \\ 0 & x \text{ عدد غير نسبي} \end{cases}$$

ملاحظة

الدالة

غير متصلة عند اي نقطة في مجالها

إذا كانت $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = L$ والدالة $f(x)$ دالة متصلة عند L فإن

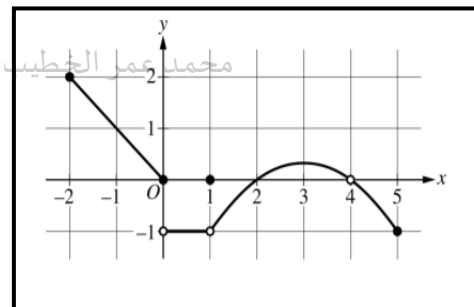
$$\lim_{x \rightarrow a} f(g(x)) = f(\lim_{x \rightarrow a} g(x))$$

إذا كانت نهاية الدالة الداخلية $g(x)$ موجودة والدالة الخارجية $f(x)$ متصلة عند قيمة النهاية فإن النهاية تدخل بداخل الدالة (يمكن تبديل الدالة مع النهاية)

ملاحظة: إذا لم تتحقق إحدى الشروط يجب إيجاد ناتج تركيب الدالتين ثم إيجاد النهاية أو فرض الدالة الداخلية u

$$(1) \text{ إذا كانت الدالة } g(x) = \begin{cases} 2 & x \neq 1 \\ 3 & x = 1 \end{cases} \text{ والدالة } f(x) = 2x - 5$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(g(x)) \text{ أوجد}$$



(2) اعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$

$$g(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1} \text{ والدالة}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(g(x)) \text{ أوجد}$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \neq 0 \\ 4 & x = 0 \end{cases} \quad \text{والدالة } g(x) = 2x \quad (1) \text{ اذا كانت الدالة}$$

اوجد

$$(a) f(\lim_{x \rightarrow 0} g(x))$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

مساعدة... محمد عمر الخطيب

$$(b) \lim_{x \rightarrow 0} f(g(x))$$

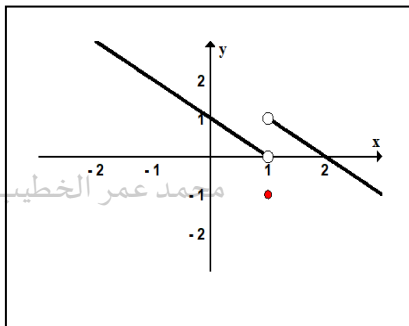
ممکن تفرض

$$u = 2x$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) اعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$

اوجد

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

مساعدة... افرض

$$u = 1 - x$$

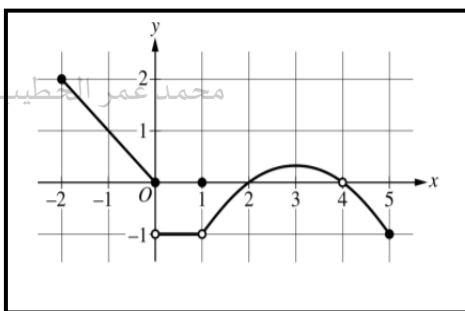
$$(a) \lim_{x \rightarrow 0^+} f(1 - x)$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 0^-} f(1 - x)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(c) \lim_{x \rightarrow 0} f(1 - x)$$

(3) اعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

اوجد

مساعدة... افرض

$$u = x^2 = x$$

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x^2 - x)$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x^2 - x)$$

محمد عمر الخطيب

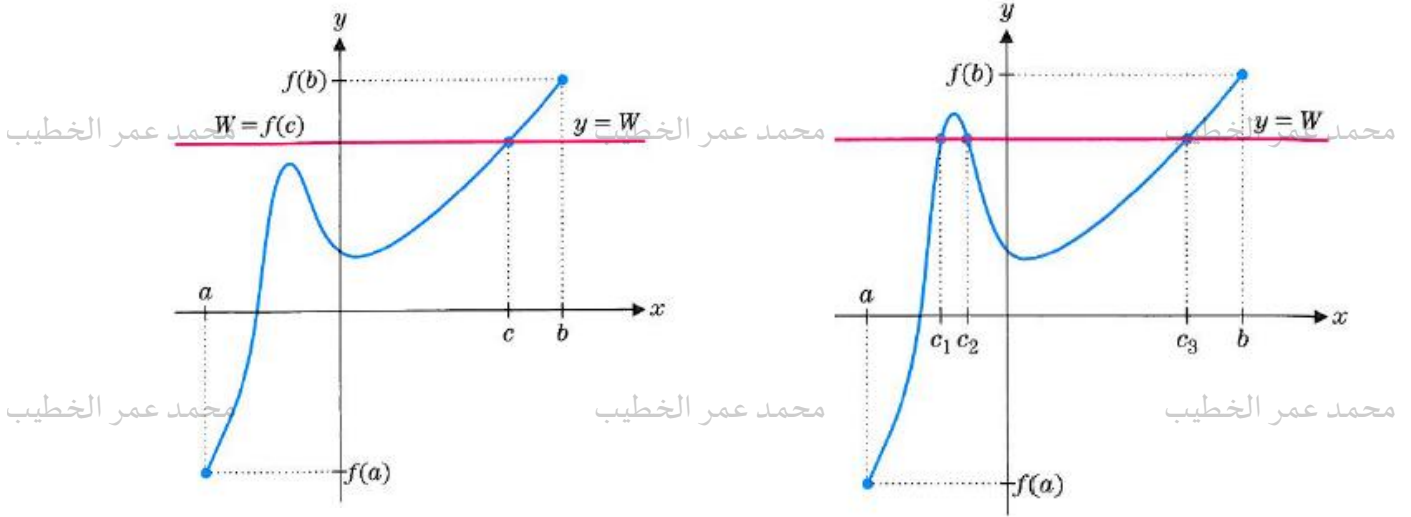
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

نظرية القيمة الوسطية

إذا كانت $f(x)$ دالة متصلة على الفترة المغلقة $[a, b]$ ، وكانت W أي عدد يقع بين

$f(a)$ و $f(b)$ فإنه يوجد عدد على الأقل مثل c ينتمي إلى الفترة $[a, b]$ بحيث $f(c) = W$



إذا كانت $f(x) = x^3 - x + 3$ دالة متصلة على الفترة $[1, 2]$ فاوجد التقريب الثاني للعدد c

والذي ينتمي إلى الفترة ويحقق $f(c) = 4$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

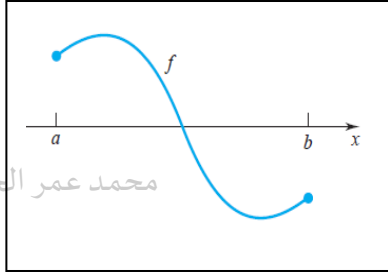
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



إذا كانت $f(x)$ دالة متصلة على الفترة المغلقة $[a, b]$

وكانت $f(a)$ و $f(b)$ لهما إشارتان مختلفتان

فانه يوجد عدد على الاقل مثل r ينتمي الى الفترة (a, b)

بحيث $f(r) = 0$ (يكون r صفر للدالة)

(1) إذا كانت $f(x) = x^2 - 7$ دالة متصلة على الفترة $[2, 3]$ فاوجد قيمة تقريبية لصفر الدالة مقرباً

لأقرب منزلتين عشريتين

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) إذا كانت $f(x) = e^x + x$ فاوجد قيمة تقريبية لصفر الدالة مقرباً لأقرب منزلتين عشريتين

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب
(1) اوجد قيمة تقريبية لحل المعادلة $\cos x = x$ في الفترة $[0, 1]$ مقرباً لأقرب منزلتين عشريتين

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) اذا كانت $f(x) = x^3 - x - 1$ دالة متصلة على الفترة $[1, 2]$ استخدم طريقة التصنيف لايجاد

فترة طولها $\frac{1}{4}$ تحتوي صفر الدالة .

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) اذا كانت $f(x)$ دالة متصلة على الفترة $[a, b]$

مساعدة :افرض الدالة

$$g(x) = f(x) - x$$

حيث $f(a) < a$ و $f(b) > b$

فأثبت انه يوجد عدد مثل c ينتمي الى الفترة (a, b) ويحقق $f(c) = c$.

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

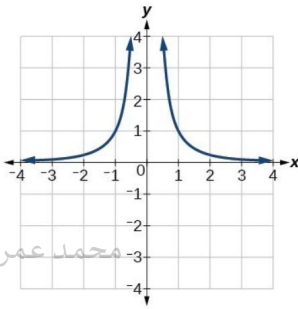
محمد عمر الخطيب

اولاً: نهاية الدالة عند ما تساوي ملانهاية (خطوط التقارب الرأسية)

ملاحظة:

$$\left. \begin{array}{l} 1) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^2} = +\infty \\ 2) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x^2} = +\infty \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = \infty$$

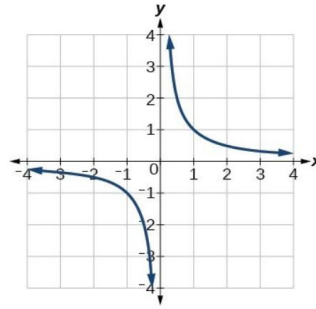
وممكن اعتبارها غير موجودة



ملاحظة:

$$\left. \begin{array}{l} 1) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty \\ 2) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = -\infty \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \text{ غير موجودة}$$

غير موجودة



الكميات غير المعينة (الصيغ غير المحددة) (7 كميات)

$$\frac{0}{0}, \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

صيغة القسمة

$$\infty - \infty$$

صيغة الطرح

$$0 \times \infty$$

صيغة الضرب

$$0^0, \infty^0, 1^\infty$$

الصيغ الاسية

الكميات المعينة (اي صيغة غير الصيغ السابقة)

$$\frac{a}{0} \rightarrow \pm\infty, \frac{a}{\pm\infty} \rightarrow 0, \frac{0}{\pm\infty} \rightarrow 0, \frac{\infty}{0} \rightarrow \pm\infty \quad a \neq 0$$

$$\infty \pm a = \infty, \infty + \infty = \infty$$

$$a \times \infty = \pm\infty$$

$$a^0 = 1, \infty^\infty = \infty$$

$$b^\infty = \begin{cases} \infty & \text{if } b > 1 \\ 0 & \text{if } b < 1 \end{cases}$$

$b > 0$

$$(1) \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x}{(x-2)}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x}{(x-2)}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{(x-2)}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1-x}{(x+1)^2}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(5) \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{1-2x}{x^2-1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(6) \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x+1}{x^2-x-6}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(7) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{e^x + \cos x}{x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{e^x}{x^2 - 4}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow -1^-} (x^2 - 2x - 3)^{-2/3}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0^+} e^{\frac{1}{x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} b^x = \begin{cases} \infty & , b > 1 \\ 0 & , 0 < b < 1 \end{cases}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0^-} e^{\frac{1}{x}}$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{1}{x}}$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 0} e^{x^2}$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow 0^+} e^{\frac{-2}{x^3}}$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan x$$

$$(9) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \tan x$$

$$(10) \lim_{x \rightarrow 0^-} \cot x$$

$$(1) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} x \sec^2 x$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} e^{\tan x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} e^{\tan x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x \sin x)$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 0} \sin(e^{-1/x^2})$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(7) \lim_{x \rightarrow 0^+} \tan^{-1}(\ln x)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \tan^{-1}(x) = \frac{\pi}{2}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(8) \lim_{x \rightarrow 0^-} \cot^{-1} x$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

إذا كانت الدالة : $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = L$ او $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$ (احدهما يكفي) حيث L عدد حقيقي
فان للدالة $f(x)$ خط تقارب افقي معادلة $y = L$

(1) إذا كانت k عدد حقيقي فان : $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} k = k$

(2) إذا كانت n عدد صحيح موجب فان : $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{k}{x^n} = 0$ حيث k عدد حقيقي لا يساوي صفر

(3) إذا كانت n عدد صحيح موجب زوجي فان : $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} ax^n = \begin{cases} \infty & , a > 0 \\ -\infty & , a < 0 \end{cases}$

(4) إذا كانت n عدد صحيح موجب فردي فان :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} ax^n = \begin{cases} -\infty & , a > 0 \\ \infty & , a < 0 \end{cases} \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} ax^n = \begin{cases} \infty & , a > 0 \\ -\infty & , a < 0 \end{cases}$$

عند الملائمة

تعمل كل الحدود في

الدالة الحدودية ما

عدا الحد الذي له

الأس الأكبر

(5) إذا كانت $p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ كثيرة حدود فان :

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} ax^n$$

(6) نهاية الدالة النسبية تكون حسب القاعدة التالية او (نقسم كل من البسط والمقام على أعلى درجة في

المقام)

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{a_m x^m + a_{m-1} x^{m-1} + \dots + a_1 x + a_0}{b_n x^n + b_{n-1} x^{n-1} + \dots + b_1 x + b_0}$$

$m < n$

درجة البسط اصغر من درجة المقام

0

$m = n$

درجة البسط تساوي درجة المقام

$\frac{a_m}{b_n}$

$m > n$

درجة البسط اكبر من درجة المقام

$\pm\infty$

$$(1) \lim_{x \rightarrow -\infty} 3x^2 - 5x + 3$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \infty} -x^7 - 5x^4 + 8$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow -\infty} x^4 - 5x^5 + 7$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow \infty} e^x + x$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow \infty} 2^{-x}$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow \infty} (0.8)^x$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} b^x = \begin{cases} \infty & , b > 1 \\ 0 & , 0 < b < 1 \end{cases}$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-|x|}$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow -\infty} 5 - \frac{2}{x}$$

$$(9) \lim_{x \rightarrow \infty} x - \frac{3}{x}$$

$$(10) \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x}$$

$$(11) \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2}$$

$$(12) \lim_{x \rightarrow -\infty} (x - 5)^{-2/3}$$

$$(13) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^3 + 4x - 5}{x^4 - 1}$$

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 - 5x^2}{10x^2 - 5x + 1}$$

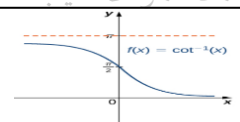
$$(2) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4 + x^5}{x^4 + 1}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^6 + 1}{x^2 + 1}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sin x}{2x}$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4x}{2x^2 + \cos x}$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow \infty} \cot^{-1} x$$



$$(7) \lim_{x \rightarrow -\infty} \cot^{-1} x$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow \infty} \ln\left(\frac{x^2 + 1}{x^2 - 5}\right)$$

$$(9) \lim_{x \rightarrow \infty} \ln\left(\frac{x^2 + 1}{x - 5}\right)$$

$$(10) \lim_{x \rightarrow \infty} \ln\left(\frac{x + 1}{x^2 - 5}\right)$$

$$(11) \lim_{x \rightarrow \infty} \log\left(\frac{10x + \sin x}{x + \cos x}\right)$$

$$(12) \lim_{x \rightarrow \infty} \ln(e^x - 2) - \ln(x + 4)$$

ملاحظة:

يمكن تبديل النهاية

مع الدالة المتصلة

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(e^{2x} + 2)}{\ln(e^x - 1)}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x + 2)}{\ln(x^2 + 3x - 3)}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow \infty} \sin(\tan^{-1} x)$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow \infty} \sec^{-1}\left(\frac{x^2 + 1}{x + 1}\right)$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow \infty} e^{(x+1)/(x^2+1)}$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{x^2/(x+1)}$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{\cos(1/x)}$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow -\infty} 4 \tan^{-1}(3x - 1)$$

$$(9) \lim_{x \rightarrow 0} \cot^{-1}(\sin x)$$

$$(10) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x$$

$$(11) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^x$$

$$(12) \lim_{x \rightarrow 0^+} (1 - x)^{\frac{1}{x}}$$

تعريف العدد e

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x = e^a \quad a \neq 0$$

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{300}{9(0.8)^x + 1}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^{-3} + 6}{x^{-2} + 2}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{80x^{-0.3} + 60}{2x^{-0.3} + 5}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{\sqrt{x^2 + 4}}$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{4x^2 - 2x + 1} - 2x$$

ملاحظة :

$$\infty - \infty$$

كمية غير معينة وليس صفر

ولا يجوز حذف حدود في هذه

الحالة الا بعد تحويلها الى

قسمة

خطوط التقارب للدوال النسبية

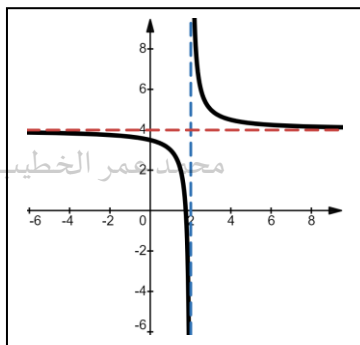
$$f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$$

(1) يجب كتابة الدالة النسبية في أبسط صورة قبل إيجاد خطوط التقارب وإذا تم اختصار أحد العوامل

وليكن $x - a$ عامل غير مكرر

واختفى من المقام فإن للدالة فجوة عند $x = a$ وليس خط تقارب رأسي

(2) يكون للدالة النسبية خطوط تقارب رأسيّة عند اصفار المقام وتكون معادلة على الصورة $x = a$



(3) يكون للدالة النسبية خطوط تقارب أفقية إذا كانت درجة البسط

أصغر من أو تساوي درجة المقام وتكون معادلة على الصورة $y = a$

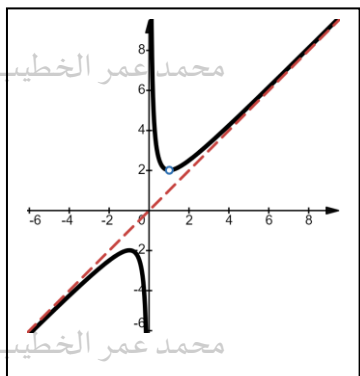
(4) يكون للدالة النسبية خط تقارب مائل إذا كانت

درجة البسط أكبر من درجة المقام بواحد .

وتكون معادلة على الصورة $y = ax + b$

ونستخدم القسمة المطولة أو القسمة التركيبية لإيجاد

لا يجوز أن يكون للدالة خط تقارب أفقي ومائل في نفس الوقت



خطوط التقارب للدوال غير النسبية

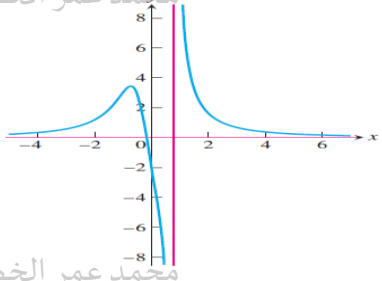
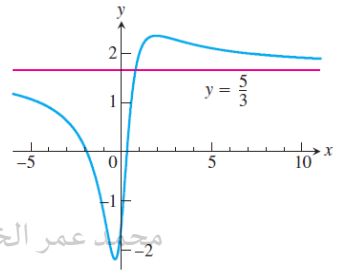
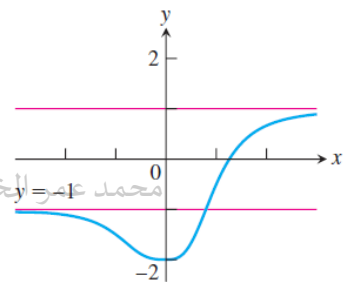
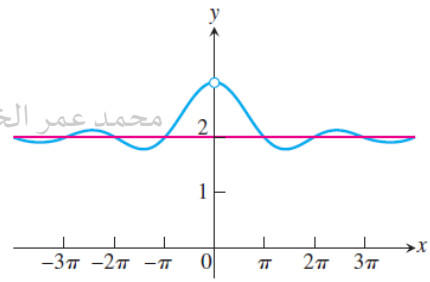
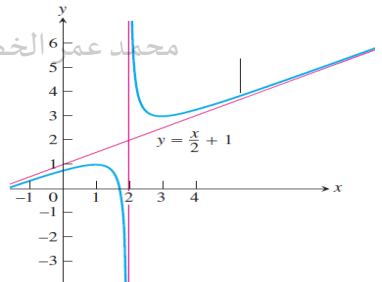
(1) يكون للدالة خط تقارب رأسي عند $x = k$

إذا كانت واحدة من العبارات التالية صحيحة

$$\lim_{x \rightarrow k} f(x) = +\infty \text{ or } -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow k^+} f(x) = +\infty \text{ or } -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow k^-} f(x) = +\infty \text{ or } -\infty$$

(2) يكون للدالة خط تقارب أفقي عند $y = l$

إذا كانت أحد الشروط التالية صحيحة $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = l, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = l$

خطوط التقارب الرأسية	خطوط التقارب الأفقية	خطوات	التمثيل البياني الدالة
محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب	
محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب	
محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب	
محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب	
محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب	

$$(1) f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) f(x) = \frac{x}{x^2 - x - 6}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 6}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) f(x) = \frac{2}{x - 3} + 1$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) f(x) = \frac{x^2 + 4x - 2}{x + 1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) f(x) = \frac{x^3}{4 - x^2}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) f(x) = \frac{x^4}{x^3 + 2}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) f(x) = x + \frac{2}{x + 1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

اوجد خطوط التقارب الافقية والرأسية (ان وجدت)

$$(1) f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) f(x) = \frac{x}{\sqrt{4 - x^2}}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) f(x) = \frac{x - 4}{|x| - 1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) f(x) = \frac{1}{e^x - 3}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

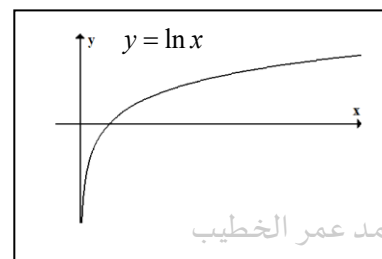
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

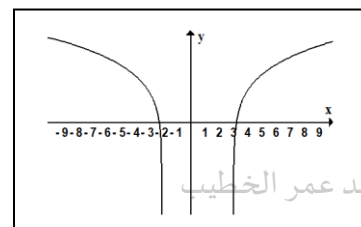
محمد عمر الخطيب

أوجد خطوط التقارب الأفقية والرأسية (ان وجدت)

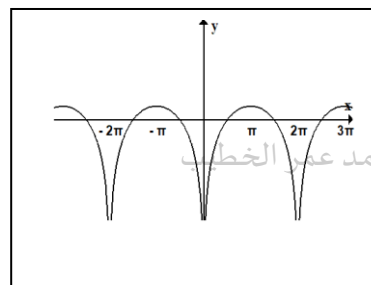
(1) $f(x) = 3\ln(x-1)$



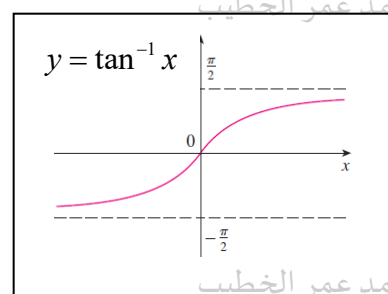
(2) $f(x) = \ln(x^2 - x - 6)$



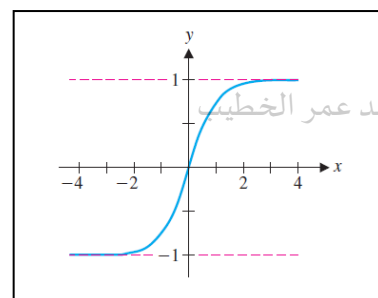
(3) $f(x) = \ln(1 - \cos x)$



(4) $f(x) = 3\tan^{-1} x$



(5) $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$



(1) اذا كانت للدالة: $f(x) = \frac{ax}{bx+6}$ خط تقارب رأسي معادلته : $x = -2$ وخط تقارب افقي

معادلته : $y = -3$ فاوجد قيمة الثوابت a, b

(2) اذا كانت للدالة: $f(x) = \frac{2}{x-a} + b$ خط تقارب رأسي معادلته : $x = 1$ وخط تقارب افقي

معادلته : $y = -3$ فاوجد قيمة الثوابت a, b

(3) اذا كانت للدالة: $f(x) = \frac{ax^2}{x+b}$ خط تقارب رأسي معادلته : $x = 1$ وخط تقارب مائل

معادلته : $y = 2x + 2$ فاوجد قيمة الثوابت a, b

(1) اذا كانت للدالة النسبية: $f(x) = \frac{x^2 - 4}{q(x)}$ لها خط تقارب رأسي وحيد معادلته : $x = 3$

وخط تقارب افقي معادلته : $y = -\frac{1}{2}$ فاوجد الدالة $q(x)$

(2) اذا كانت للدالة النسبية : $f(x) = \frac{x^2 - 4}{q(x)}$ لها خطين تقارب رأسيه معادلتهما : $x = \pm 3$

وخط تقارب افقي معادلته : $y = 2$ فاوجد الدالة $q(x)$

(3) اذا كانت للدالة النسبية: $f(x) = \frac{x^2 - 4}{q(x)}$ لها خط تقارب رأسي معادلته : $x = 3$ و فجوة عند

$x = 2$ وخط تقارب افقي معادلته : $y = \frac{1}{2}$ فاوجد الدالة $q(x)$

(4) اذا كانت للدالة النسبية: $f(x) = \frac{x^3 - 3}{q(x)}$ لها خط تقارب مائل معادلته : $y = x$

وليس له خط تقارب رأسي ، فاوجد الدالة $q(x)$

(5) اذا كانت للدالة : $f(x) = \frac{x - 4}{q(x)}$ خطين تقارب افقي هما : $y = \pm 1$ وليس له خط تقارب رأسي ،

فاوجد الدالة $q(x)$ (اكيد الدالة $q(x)$ ليست حدودية)

$$(1) \text{ اذا كان طول حيوان بعد عدة ايام من الولادة يعطى بالعلاقة : } h(t) = \frac{300}{1 + 9(0.8)^t}$$

(أ) اوجد طول الحيوان عند الولادة ($t = 0$)

(ب) اوجد طول الحيوان النهائي ($t \rightarrow \infty$)

(2) في إحدى الدراسات على عيون الحيوانات وجد إن قطر البؤبؤ $f(x)$ للحيوان يتناسب عكسياً مع شدة

الإضاءة x التي تسقط على عينيه وفق العلاقة:

$$f(x) = \frac{80x^{-0.03} + 60}{8x^{-0.03} + 15}$$

(أ) اوجد نهاية قطر البؤبؤ عندما تتعدم الرؤية ($x \rightarrow 0$)

(ب) اوجد نهاية قطر البؤبؤ عند الحد الاقصى من الرؤية ($x \rightarrow \infty$)

تمارين عامة على الوحدة الثانية

الوحدة الثانية اسئلة الدرس الأول

(1) عند تقدير طول منحنى الدالة $f(x) = x^2$ على الفترة $[0,1]$ باستخدام قطعتين مستقيمتين فإنه يساوي

- (a) 1.46 (b) 1.24 (c) 0.92 (d) 0.55

(2) عند تقدير طول منحنى الدالة $f(x) = \cos x$ حيث $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ باستخدام قطعتين

مستقيمتين ($n = 2$) فإنه يساوي

- (a) 0.84 (b) 1.06 (c) 1.23 (d) 1.90

(3) عند تقدير طول منحنى الدالة $f(x) = \sqrt{x+1}$ حيث $0 \leq x \leq 3$ باستخدام قطعتين

مستقيمتين ($n = 2$) فإنه يساوي

- (a) 1.61 (b) 3.17 (c) 1.56 (d) 3.01

(4) الجدول المجاور يمثل بعض قيم الدالة $f(x) = x^2 + 1$ بجوار النقطة (2,5)

فان ميل المنحنى عند $x = 2$ تقريبا يساوي

النقطة المتحركة من اليسار		النقطة الثابتة	النقطة المتحركة من اليمين	
(1.9, 4.61)	(1.99, 4.9601)	(2, 5)	(2.01, 5.0401)	(2.1, 5.41)

(5) الطول الدقيق لمنحنى الدالة $f(x) = \sqrt{4-x^2}$ حيث $-2 \leq x \leq 0$ هو

- (a) π (b) 2π (c) 4π (d) $-\pi$

اسئلة الدرس الثاني

////

الوحدة الثانية

(1) الجدول التالي يبين بعض قيم الدالة $f(x)$ ان $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$ تكون

x	-3.1	-3.01	-3.001	-3.0	-2.999	-2.99	-2.9
$f(x)$	5.1	5.01	5.001		-10.997	-10.97	-10.7

(a) 5

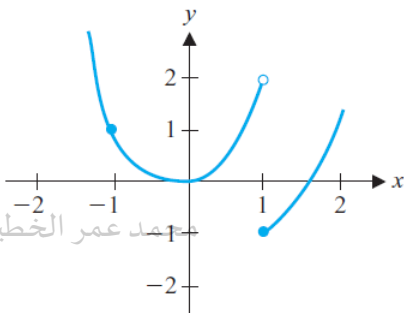
(b) -11

(c) 3

(d) غير موجودة

(2) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$

ان قيمة $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$



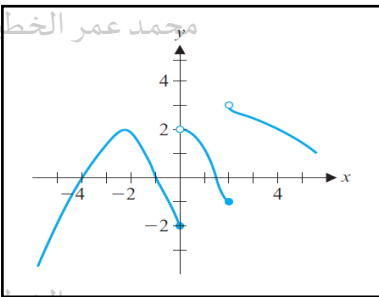
(a) 2

(b) 1

(c) -1

(d) غير موجودة

(3) بالاعتماد على الشكل المجاور ان قيمة $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ تساوي



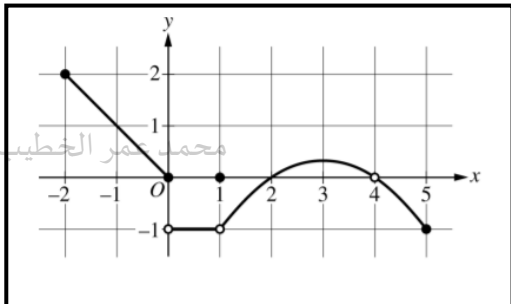
(a) -1

(b) 3

(c) 2

(d) غير موجودة

(4) بالاعتماد على الشكل المجاور ان قيمة $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ تساوي

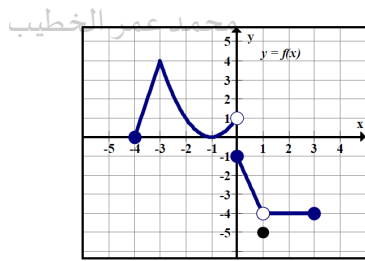


(a) 0

(b) -1

(c) 1

(d) غير موجودة



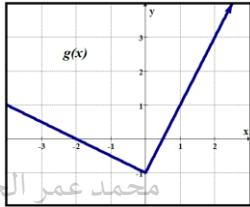
(5) في الشكل المجاور ان قيمة $\lim_{x \rightarrow 0} |f(x)|$

محمد عمر الخطيب (a) 0

(b) 1

محمد عمر الخطيب (c) -1

محمد عمر الخطيب (d) غير موجودة



(6) في الشكل المجاور ان قيمة $\lim_{x \rightarrow -2} \sqrt{g(x)}$

محمد عمر الخطيب (a) 0

(b) 1

محمد عمر الخطيب (c) -1

محمد عمر الخطيب (d) غير موجودة

(7) اذا كان $p(x) = x - 1$ فان $\lim_{x \rightarrow 0} p(2 + 3p(x - p(x)))$ تساوي

محمد عمر الخطيب (a) 1

(b) 2

محمد عمر الخطيب (c) 3

محمد عمر الخطيب (d) 4

(8) اي من اي المعلومات التالية ينطبق على الشكل المجاور :

(a) $f(a) = 4, f(b) = 1, \lim_{x \rightarrow c} f(x) = 3$

محمد عمر الخطيب

(b) $f(b) = 2, f(c) = 3, \lim_{x \rightarrow a} f(x) = 3$

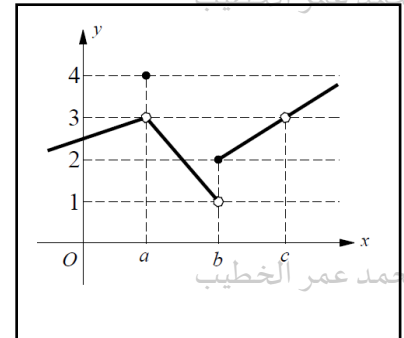
محمد عمر الخطيب

(c) $\lim_{x \rightarrow b} f(x)$ غير موجودة $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ غير موجودة

محمد عمر الخطيب

(d) $f(a) = 4, \lim_{x \rightarrow c} f(x) = 3, \lim_{x \rightarrow b} f(x)$ غير موجودة

محمد عمر الخطيب

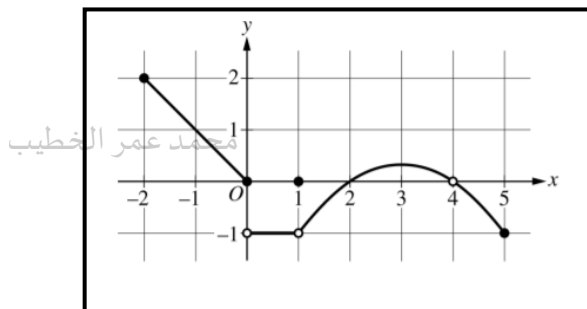


(9) بالاعتماد على الشكل المجاور

ان قيمة (قيم) a التي تجعل

محمد عمر الخطيب

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ هي



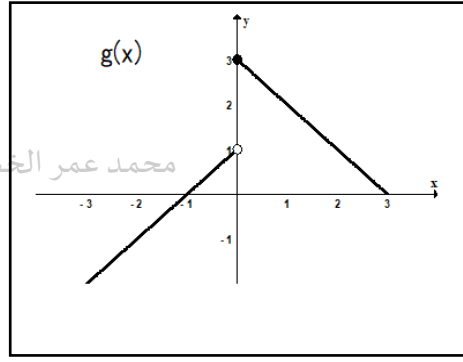
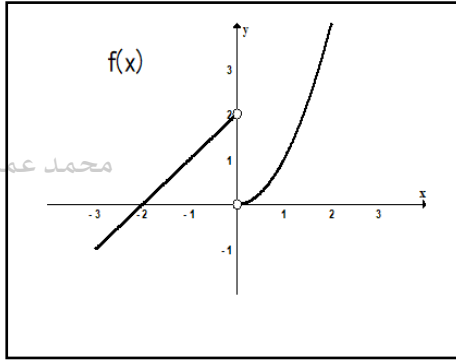
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب (a) 2

(b) 2, 4

محمد عمر الخطيب (c) 0, 2

محمد عمر الخطيب (d) 0, 1, 2



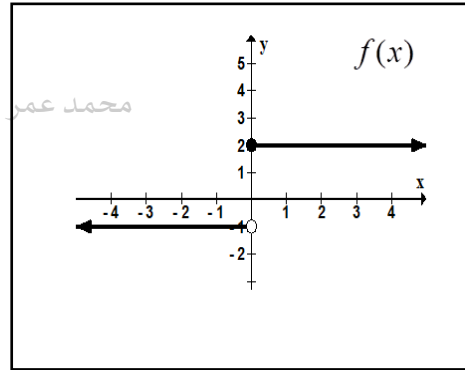
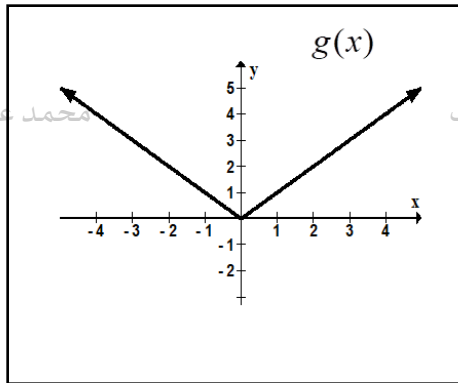
(a) 3

(b) 2

(c) 1

(d) غير موجودة

(11) بالاعتماد على الشكل المجاور ان $\lim_{x \rightarrow 0} (f \times g)(x)$ تساوي



(a) 0

(b) 2

(c) -1

(d) غير موجودة

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \sin^{-1}\left(\frac{x+1}{2}\right) =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $\frac{\pi}{2}$

(b) $-\frac{\pi}{2}$

(c) $\frac{\pi}{6}$

(d) $-\frac{\pi}{6}$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \cos^{-1}\left(\frac{x-1}{2}\right) =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $\frac{2\pi}{3}$

(b) $\frac{5\pi}{3}$

(c) $\frac{\pi}{6}$

(d) $\frac{\pi}{3}$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^{-1} x}{\tan^{-1} x} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) 0

(b) 1

(c) -1

(d) غير موجودة

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{3 \sin x}{|x|} - [x] =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) 2

(b) -2

(c) 0

(d) -4

$$(5) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^2}{x^2 - 1} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) 0

(b) 1

(c) -1

(d) 2

$$(6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{2x \cos 2x} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) 0

(b) 4

(c) 2

(d) 1

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(7) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2+h)^3 - 8}{h} =$$

(a) 8

(b) 4

(c) 12

(d) ∞

$$(8) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1} =$$

(a) 0

(b) 1

(c) 2

(d) 3

$$(9) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-e^{2x}}{e^x-1} =$$

(a) 2

(b) -2

(c) 1

(d) ∞

$$(10) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin|x|}{x}$$

(a) 0

(b) 1

(c) -1

(d) غير موجودة

$$(11) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-e^{-x}}{1-e^x} =$$

(a) 0

(b) 1

(c) -1

(d) ∞

$$(12) \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{|x+1|}{x^2-1}$$

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $-\frac{1}{2}$

(c) 0

(d) غير موجودة

$$(13) \lim_{x \rightarrow 0} x \cot x =$$

- (a) 0 (b) -1 (c) 1 (d) غير موجودة

$$(14) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin x}$$

- (a) $\frac{1}{2}$ (b) $-\frac{1}{2}$ (c) $\frac{3}{2}$ (d) $\frac{1}{4}$

$$(15) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{2x^2} =$$

- (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) $-\frac{1}{4}$

$$(16) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2x - |x|}{|x| - 2x} =$$

- (a) 1 (b) -1 (c) 2 (d) 0

$$(17) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(x^2 - 9)}{x - 3} =$$

- (a) 6 (b) 1 (c) 2 (d) 3

$$(18) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos^2 \sqrt{x}}{x} =$$

- (a) 0 (b) -1 (c) 1 (d) غير موجودة

$$(19) \lim_{x \rightarrow 1} 3(x - 1)^2 \sin \frac{2}{(x - 1)} =$$

- (a) 0 (b) 3 (c) 2 (d) 6

$$(20) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\sin x + 1} - 1}{x} =$$

$$(a) \frac{1}{2}$$

$$(b) -\frac{1}{2}$$

$$(c) \frac{1}{4}$$

$$(d) -\frac{1}{4}$$

$$(21) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{2 - \sqrt{x + 4}} =$$

$$(a) -12$$

$$(b) 0$$

$$(c) 12$$

$$(d) \infty$$

$$(22) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{x}$$

$$(a) -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$(b) \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$(c) \frac{1}{2}$$

$$(d) -\frac{1}{2}$$

$$(23) \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\tan x - 1}{\sin x - \cos x}$$

$$(a) 2$$

$$(b) \sqrt{2}$$

$$(c) 1$$

$$(d) 0$$

$$(24) \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\cos x}{2x - \pi}$$

$$(a) \frac{1}{2}$$

$$(b) -\frac{1}{2}$$

$$(c) 0$$

$$(d) -1$$

$$(25) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos \sqrt{x}}{x}$$

$$(a) \frac{1}{2}$$

$$(b) -\frac{1}{2}$$

$$(c) 0$$

$$(d) 1$$

$$(d) 1$$

$$(26) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} \right)$$

$$(a) \frac{3}{2}$$

$$(b) \frac{1}{2}$$

$$(c) 0$$

$$(d) \infty$$

$$(27) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{x^2 - 9} =$$

$$(a) \frac{3}{2}$$

$$(b) \frac{9}{2}$$

$$(c) -\frac{9}{2}$$

(d) غير موجودة

$$(28) \lim_{x \rightarrow 16} \frac{x - \sqrt{x} - 12}{\sqrt{x} - 4} =$$

$$(a) 7$$

$$(b) 9$$

$$(c) -1$$

(d) غير موجودة

(29) اذا كانت $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$ فان $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{x}$ تساوي

$$(a) \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$(b) -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$(c) \frac{1}{2}$$

$$(d) -\frac{1}{2}$$

(30) ان قيمة a التي تجعل النهاية $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + a x - 6}{x - 3}$ موجودة هي

$$(a) 1$$

$$(b) -1$$

$$(c) 5$$

$$(d) -5$$

(31) ان قيمة a التي تجعل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x-a}-3}{x-1}$ موجودة هي

- (a) 1 (b) 8 (c) -8 (d) -10

(32) ان قيمة (قيم) a التي تجعل $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$ موجودة حيث $g(x) = \begin{cases} a^2x + 4, & x \geq 1 \\ 4a, & x < 1 \end{cases}$ هي

- (a) 2, -2 (b) -2 (c) 2 (d) 0, -4

(33) إذا كانت : $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{\sin^2 x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 3^-} a[x]$ فان قيمة a تساوي

- (a) $\frac{1}{2}$ (b) $-\frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{3}$ (d) $-\frac{1}{3}$

(34) إذا كانت $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\ln e^{ax}} = \frac{1}{3}$ فان قيمة a تساوي

- (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 6

(35) إذا كانت $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+ax} - \sqrt{2}}{x} = \sqrt{2}$ فان قيمة a تساوي

- (a) 2 (b) 1 (c) 8 (d) 4

(36) إذا كانت الدالة $f(x)$ كثيرة حدود حيث $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)+5}{x-3} = 4$ ، $\lim_{x \rightarrow 3} (f(x)+b) = 2$ فان قيمة b تساوي

- (a) 7 (b) -7 (c) -3 (d) 3

(37) اذا كان $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + bx + 2}{x - 1} = 1$ ، فان $a + b$ تساوي

- (a) 2 (b) -2 (c) 3 (d) -3

(38) اذا كانت $\lim_{x \rightarrow b} \frac{x - b}{x^2 - 2x - 15}$ موجودة ، فان قيمة (قيم) b تساوي

- (a) 5 (b) -3 (c) 3, -5 (d) -3, 5

(39) اذا كانت $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(ax)}{x^2} = 4$ فان قيمة (قيم) الثابت a هي

- (a) 4 (b) 2 (c) -4, 4 (d) -2, 2

(40) باستخدام نظرية الشطيرة ان $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 e^{\sin \frac{1}{x}}$ تساوي

- (a) 0 (b) 1 (c) e (d) غير موجودة

(41) اذا كانت $|g(x) - 4| \leq 2(2 - x)^2$ فان $\lim_{x \rightarrow 2} g(x)$ تساوي

- (a) 0 (b) 4 (c) -4 (d) 8

(42) اذا كانت $|g(x)| \leq M$ حيث M عدد حقيقي موجب فان $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 g(x)$ تساوي

- (a) 0 (b) 1 (c) $-M$ (d) M

(43) اذا كان $x^2 - x^3 \leq x^2 f(x) \leq \sin^2 x$ فان $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ تساوي

- (a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) غير موجودة

$$(44) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x + \cos x - 2}{\sin^2 x} =$$

$$(a) \frac{3}{2}$$

$$(b) -\frac{3}{2}$$

$$(c) \frac{2}{3}$$

(d) غير موجودة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(45) \lim_{x \rightarrow 2^+} \left[\frac{2}{x} \right] =$$

$$(a) 2$$

$$(b) 1$$

$$(c) 0$$

(d) غير موجودة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(46) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x^2 + x - 6)}{x^2 - 4} =$$

$$(a) \frac{5}{4}$$

$$(b) \frac{4}{5}$$

$$(c) -\frac{5}{4}$$

(d) غير موجودة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(47) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\tan |\sin x|}{x} =$$

$$(a) 0$$

$$(b) -1$$

$$(c) 1$$

(d) غير موجودة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$f(x) = \begin{cases} 1 & , x > 0 \\ -1 & , x < 0 \end{cases} , \quad g(x) = \begin{cases} x^2 + 4 & , x \geq 0 \\ 6 - x & , x < 0 \end{cases} \quad (48) \text{ اذا كان :}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

وكان $h(x) = f(x) + g(x)$ فان $\lim_{x \rightarrow 0} h(x)$ تساوي

$$(a) 1$$

$$(b) -1$$

$$(c) 5$$

(d) غير موجودة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(49) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 1}$$

$$(a) 0$$

$$(b) 1$$

$$(c) 2$$

$$(d) 3$$

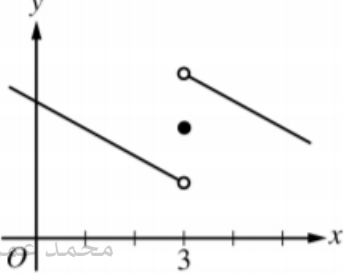
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

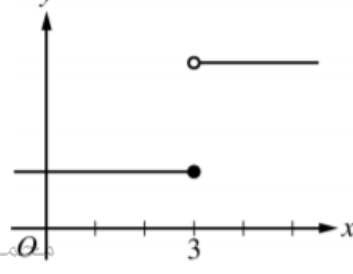
محمد عمر الخطيب

(1) الدالة التي لها انفصال يمكن ازالته عند $x = 3$ هي

محمد عمر الخطيب (A)



محمد عمر الخطيب (B)



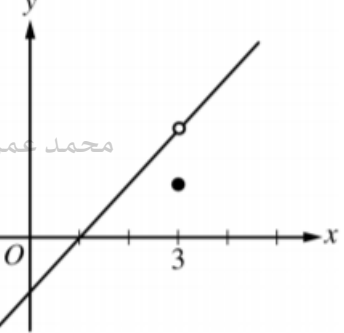
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

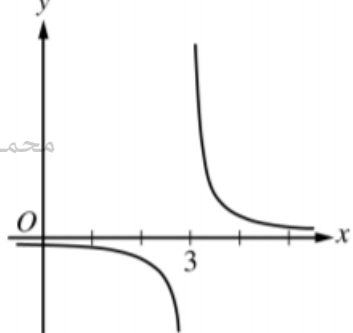
محمد عمر الخطيب

(C)



محمد عمر الخطيب

(D)



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) للدالة $f(x) = \frac{x}{x^3 + x^2}$ نقطة انفصال عند $x = 0$ نوعها

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

- (a) فجوة (b) قفزه (c) لانهائي (d) تذبذبي

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) للدالة $f(x) = \frac{|2-x|}{2x-4}$ نقطة انفصال عند $x = 2$ نوعها

- (a) فجوة (b) قفزه (c) لانهائي (d) تذبذبي

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(4) الدالة $g(x) = \frac{2x-6}{x^2-9}$ لها انفصال لانهائي عند

- (a) 3 (b) -3 (c) 3, -3 (d) -9

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(5) عدد نقاط انفصال الدالة $f(x) = \frac{1}{\ln x^2}$ هي

- (a) 0 (b) 1 (c) 3 (d) 2

(6) نوع انفصال الدالة $f(x) = \frac{1}{\ln x^2}$ عند $x = 0$ هي

- (a) قابل للإزالة (b) قفزة

- (c) لا نهائي (d) تذبذبي

(7) أي من الدوال التالية لها نقطة انفصال عند $x = 0$ ويمكن التخلص منه

(a) $f(x) = \frac{x^2 + x}{x}$

(b) $g(x) = \frac{x+1}{x^2 + x}$

(c) $h(x) = e^{1/x}$

(d) $k(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ -1 & x \leq 0 \end{cases}$

(8) عدد نقاط انفصال الدالة $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2 - x} & x \leq 2 \\ 1 & x > 2 \end{cases}$ تساوي

- (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

(9) نوع انفصال الدالة $f(x) = x \sin \frac{1}{x}$ عند $x = 0$ هي

- (a) فجوة قابل للإزالة (b) قفزة

- (c) لا نهائي (d) تذبذبي

(a) $f(x) = \frac{\sin 2x}{x}$

(b) $f(x) = \frac{1}{\ln x^2}$

(c) $f(x) = x^2 \sin \frac{1}{x}$

(d) $f(x) = \frac{1}{|x|}$

(11) فترة اتصال الدالة $g(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 9}$ هي

(a) $(-\infty, \infty)$

(b) $R \setminus \{-3, 3\}$

(c) $R \setminus \{3\}$

(d) $(-\infty, 3]$

(12) فترة اتصال الدالة $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ هي

(a) $(-2, 2)$

(b) $(-\infty, 4)$

(c) $[-2, 2]$

(d) $[4, \infty)$

(13) الفترة التي تكون عليها الدالة $g(x) = \cos^{-1}(x-1)$ متصلة هي

(a) $[0, \pi]$

(b) $[0, 4]$

(c) $[0, 2]$

(d) $[-1, 1]$

(14) الفترة التي تكون عليها الدالة $g(x) = \frac{1}{\sqrt{2x - x^2}}$ متصلة هي

(a) $[0, 2]$

(b) $(0, 2]$

(c) $[0, 2)$

(d) $(0, 2)$

(15) الفترة التي تكون عليها الدالة $g(x) = \frac{\ln(1-x^2)}{\sqrt{x}}$ متصلة هي

(a) $(0, 1)$

(b) $(0, \infty)$

(c) $(-1, 1)$

(d) $[0, 1)$

(a) $\left[0, \frac{\pi}{2}\right] + 2n\pi$

(b) $[0, \pi] + 2n\pi$

(c) $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) + 2n\pi$

(d) $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] + 2n\pi$

(17) الفترة التي تكون عليها الدالة $g(x) = \frac{\sqrt{2x-x^2}}{\ln x}$ متصلة هي

(a) $[0, 2] / \{1\}$

(b) $(0, 2] / \{1\}$

(c) $(0, 2) / \{1\}$

(d) $[0, 2) / \{1\}$

(18) الفترة التي تكون عليها الدالة $g(x) = \frac{\ln(x^2 - 1)}{\sqrt{x^2 - 2x}}$ متصلة هي

(a) $(-\infty, -1), (2, \infty)$

(b) $(-\infty, -1], [2, \infty)$

(c) $(-\infty, -1), (1, \infty)$

(d) $(-\infty, 0), (2, \infty)$

(19) الفترة التي تكون عليها الدالة $g(x) = \ln(e^x - 1)$ متصلة هي

(a) $(-\infty, \infty)$

(b) $(-\infty, \infty) / \{0\}$

(c) $(0, \infty)$

(d) $(-\infty, 0]$

(20) الفترة التي تكون عليها الدالة $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - x^3}}$ متصلة هي

(a) $(-\infty, 1)$

(b) $(-\infty, 0) \cup (0, 1)$

(c) $(-\infty, 0)$

(d) $(-\infty, 0] \cup [1, \infty)$

(21) الفترة التي تكون عليها الدالة $g(x) = \sqrt{\frac{x-1}{4-x^2}}$ متصلة هي

(a) $(1, 2)$

(b) $[1, 2)$

(c) $(-\infty, -2), [1, 2)$

(d) $(-\infty, -2), (2, \infty)$

(22) الفترة التي تكون عليها الدالة $g(x) = \frac{1}{\sin^{-1} x}$ متصلة هي

(a) $[-1, 1]$

(b) $(-1, 1)$

(c) $[-1, 0), (0, 1]$

(d) $(-\infty, 0), (0, \infty)$

(23) الفترة التي تكون عليها الدالة $f(x) = \frac{\sqrt{x-1} + e^x}{x^2 - 2}$ متصلة هي

(a) $(1, \sqrt{2}), (\sqrt{2}, \infty)$

(b) $(-1, \sqrt{2}), (\sqrt{2}, \infty)$

(c) $[1, \sqrt{2}), (\sqrt{2}, \infty)$

(d) $[-1, \sqrt{2}), (\sqrt{2}, \infty)$

(24) اذا كانت الدالة $f(x)$ متصلة على R حيث $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{f(x) - x}{[x] - 1} = 3$ فان $f(3)$ تساوي

(a) 6

(b) 9

(c) 0

(d) 1

(25) إذا كانت الدالة $f(x)$ كثيرة حدود تمر بالنقطة $(0, -3)$ فإن $\lim_{x \rightarrow 0} (2f(x) - \frac{\sin x}{x})$ تساوي

- (a) 7 (b) -7 (c) -1 (d) -6

(26) إذا كانت الدالة $f(x)$ متصلة على R حيث $\lim_{x \rightarrow 0} f(\frac{\sin x}{x}) - 1 = 3$ فإن $f(1)$ تساوي

- (a) 3 (b) 4 (c) 2 (d) 0

(27) إذا كانت $g(x) = \frac{1-x^3}{1-x}$ فإنه يمكن إيجاد الدالة الموسعة للدالة $g(x)$ بحيث يكون $g(1)$

- (a) -2 (b) 2 (c) 3 (d) 0

(28) الدالة الموسعة للدالة $f(x) = \frac{e^{2x}-1}{e^x-1}$ حتى تصبح متصلة على مجموعة الأعداد الحقيقية هي

- (a) $f(x) = \begin{cases} e^x + 1 & x \neq 0 \\ 2 & x = 0 \end{cases}$ (b) $f(x) = \begin{cases} e^x - 1 & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$
(c) $f(x) = \begin{cases} e^x + 1 & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$ (d) $f(x) = \begin{cases} e^x + 1 & x \neq 1 \\ e & x = 1 \end{cases}$

(29) الدالة الموسعة للدالة $f(x) = \frac{1-\cos^2 x}{x}$ حتى تصبح متصلة على مجموعة الأعداد الحقيقية هي

- (a) $f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos^2 x}{x} & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$ (b) $f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos^2 x}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$
(c) $f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos^2 x}{x} & x \neq 0 \\ 2 & x = 0 \end{cases}$ (d) $f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos^2 x}{x} & x \neq 0 \\ \pi & x = 0 \end{cases}$

(30) ان قيمة a التي تجعل الدالة $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x+1}-1}{\sin 3x} & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}$ متصلة عند $x=0$ هي

(a) $\frac{1}{3}$

(b) $-\frac{2}{3}$

(c) $\frac{3}{2}$

(d) $\frac{2}{3}$

(31) اذا كانت الدالة $f(x) = \frac{9-x^2}{mx+2}$ متصلة على $(-\infty, \infty)$ فان قيمة m تساوي

(a) 0

(b) 3

(c) 9

(d) -2

(32) ان قيمة a التي تجعل الدالة $f(x)$

$$f(x) = \begin{cases} a(\tan^{-1} x + 2) & , x < 0 \\ 2b^x + 7 & , 0 \leq x \leq 3 \\ \ln(x-2) + x^2 & , x > 3 \end{cases}$$

متصلة على مجالها هي

(a) $\frac{5}{2}$

(b) $-\frac{5}{2}$

(c) $\frac{7}{2}$

(d) $-\frac{7}{2}$

(33) ان قيمة a التي تجعل الدالة $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{1-x} & x > 1 \\ a & x \leq 1 \end{cases}$ متصلة عند $x=1$ هي

(a) -1

(b) 2

(c) -2

(d) 0

(34) ان قيمة a التي تجعل الدالة متصلة عند $x = 0$ هي

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos 2x}{4x^2} & x > 0 \\ a & x \leq 0 \end{cases}$$

- (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) $-\frac{1}{4}$

(35) اذا كانت $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & , x \neq 0 \\ c - 1 & , x = 0 \end{cases}$ فان قيمة c التي تجعل الدالة متصلة عند $x = 0$ هي

- (a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) 2

(36) ان قيمة c التي تجعل الدالة متصلة عند $x = 2$ هي

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \pi x & x > 2 \\ x^2 + cx - 18 & x \leq 2 \end{cases}$$

- (a) 2 (b) 7 (c) 9 (d) 11

(37) ان قيمة الثوابت m, n التي تجعل الدالة

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - mx + 2}{x - 1} & , x \neq 1 \\ n & , x = 1 \end{cases}$$

متصلة على مجالها هي

- (a) $m = -3, n = 1$ (b) $m = 3, n = 1$ (c) $m = 3, n = -1$ (d) $m = -3, n = -1$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 - a}{x - 2} & , x < 2 \\ bx + 6 & , x \geq 2 \end{cases}$$

(38) ان قيمة الثابت b التي تجعل الدالة

متصلة على مجالها هي

محمد عمر الخطيب (a) 1

(b) 3

محمد عمر الخطيب (c) 8

محمد عمر الخطيب (d) 7

$$f(x) = \frac{x - 3}{x^2 + bx + 6}$$

(39) اذا كان للدالة نقطة انفصال قابل للازالة فان قيمة b تساوي

محمد عمر الخطيب (a) 7

محمد عمر الخطيب (b) -1

محمد عمر الخطيب

(c) 5

(d) -5

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & \text{عدد نسبي } x \\ 4x & \text{عدد غير نسبي } x \end{cases}$$

(40) ان قيمة (قيم) x التي تجعل الدالة متصلة على R هي

(a) 1

(b) 3

(c) 1,3

(d) -1,-3

(41) اذا كانت قيمة الضريبة تعطى بالدالة

$$f(x) = \begin{cases} 12\%x & , 0 \leq x \leq 20000 \\ 16\%(x - 20000) + b & , 20000 < x \end{cases}$$

فان قيمة b التي تجعل الضريبة عادلة للجميع (اي الدالة متصلة) هي

(a) 2400

(b) 240000

(c) 20000

(d) 24

(42) اذا كانت الدالة $f(x)$ متصلة عاى الفترة $[1, 2]$ والجدول التالي بين بعض قيم الدالة

x	1	1.25	1.375	1.5	1.75	2
$f(x)$	3	1	-1	-3	-4	-5

فان جذر الدالة الذي يقع في فترة طولها $\frac{1}{4}$ هو

(a) 1.5

(b) 1.25

(c) 1.375

(d) 1.75

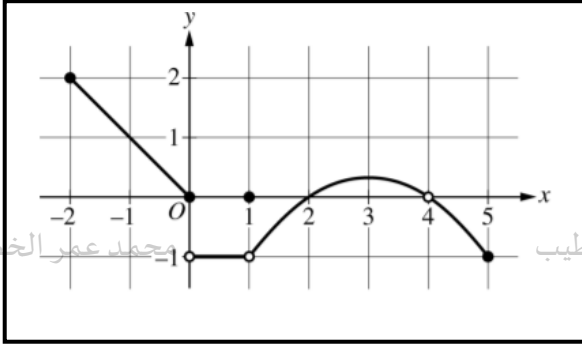
(43) بالاعتماد على الشكل المجاور

ان قيمة (قيم) b التي تجعل

$$\lim_{x \rightarrow b} f(x)$$

موجودة ولكن الدالة

غير متصلة عندها هي



(a) 1

(b) 4

(c) 1, 4

(d) 0, 1, 4

(44) أي من الدوال الآتية متصلة على الفترة $[0, 2]$

$$(a) f(x) = \begin{cases} 6 & 0 \leq x < 1 \\ 7x & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

$$(b) f(x) = \begin{cases} 7 & 0 \leq x < 1 \\ 7x & 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

$$(c) f(x) = \begin{cases} 6 & x = 0 \\ x + 6 & 0 < x < 1 \\ 7x & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

$$(d) f(x) = \begin{cases} 6 & x = 0 \\ 7 & 0 < x < 1 \\ 7x & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

(45) أي من الدوال التالية متصلة على الفترة $[0, 1]$

$$(a) f(x) = [x + 1]$$

$$(b) h(x) = \sqrt{1 - x}$$

$$(c) g(x) = \frac{\sin x}{x}$$

$$(d) k(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x < 0.5 \\ -1 & 0.5 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

(46) إذا كانت الدالة $f(x) = \begin{cases} 2 & x \neq 1 \\ 3 & x = 1 \end{cases}$ والدالة $g(x) = 2x - 5$

فان $\lim_{x \rightarrow 1} g(f(x))$ يساوي

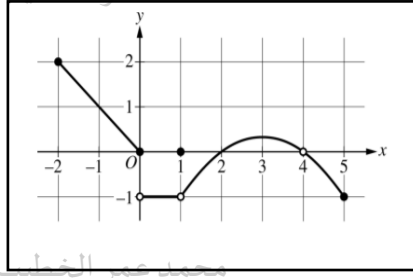
(a) 1

(b) -1

(c) 2

(d) 3

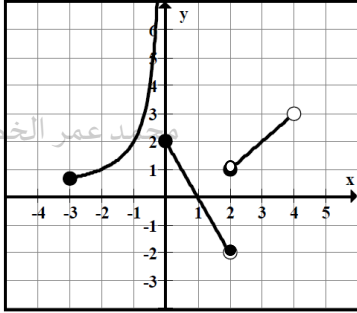
(47) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$



ان قيمة $\lim_{x \rightarrow 1} \sin \left[\frac{\pi}{2} f(x) \right]$ هي

- (a) 1 (b) 0 (c) -1 (d) غير موجودة

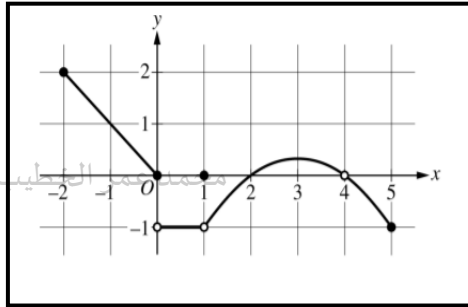
(48) بالاعتماد على الشكل المجاور



ان قيمة $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(3-x)$ هي

- (a) 0 (b) 1 (c) -2 (d) 3

(49) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$



والدالة $g(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$

ان قيمة $\lim_{x \rightarrow 1} f(g(x))$ هي

- (a) 1 (b) 0 (c) -1 (d) غير موجودة

(50) اذا كانت $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 5$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 3$, $f(0) = 2$

فان $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x^2 - x)$ تساوي

- (a) 3 (b) 5 (c) 2 (d) 20

(51) اذا كانت الدالة $f(x)$ متصلة حيث $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2}{x - 1} = 5$ فان $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2x}{x - 1}$ تساوي

- (a) 2 (b) 3 (c) 5 (d) 7

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب
(52) اذا كانت الدالة $f(x)$ متصلة حيث $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2}{x - 1} = 5$ فان $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{f(x) - 2}$ يساوي

- (a) $\frac{1}{5}$ (b) $\frac{2}{5}$ محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب
(c) 0 (d) 5

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب
(53) التقريب الثاني لجذر الدالة $f(x) = x - \cos x$ على الفترة $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ هو

- (a) $\frac{\pi}{4}$ (b) $\frac{\pi}{8}$ (c) $\frac{3\pi}{8}$ (d) $\frac{5\pi}{8}$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب
(54) احدى الدوال التالية تحقق نظرية القيمة الوسطية، ويكون لها جذر في الفترة $[0, 1]$

- (a) $f(x) = x^2 - 4$ (b) $f(x) = x - e^x$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب
(c) $f(x) = \frac{x-2}{2x-1}$ (d) $f(x) = \frac{2x-1}{x^2+1}$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب
(55) اذا كانت الدالة $f(x)$ دالة متصلة على الفترة $[2, 3]$ و كان $f(2) = -2, f(2.5) = -1, f(3) = 4$

فان التقريب الثاني لجذر الدالة $f(x)$ في الفترة $[2, 3]$ هو

- (a) 2.5 (b) 2.25 (c) 2.75 (d) 1.5

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب
(56) $\lim_{x \rightarrow 0} \cos\left(\frac{\sin \pi x}{x}\right) =$

- (a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) π

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

(57) اذا كانت الدالة $f(x) = \frac{1}{x+1}$ و $g(x) = x^2 - 5$ فان مجموعة قيم x التي تجعل الدالة

$f(g(x))$ غير متصلة هي

(a) $-1, 1$

(b) $\pm\sqrt{5}$

(c) $-1, \sqrt{5}$

(d) $-2, 2$

(58) نقطة (نقاط) انفصال الدالة $f(x) = \tan\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ هي

(a) 1

(b) ± 1

(c) $2n, n \in \mathbb{Z}$

(d) $2n+1, n \in \mathbb{Z}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x =$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) 0

(b) 1

(c) $-\infty$

(d) ∞

(2) $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - \frac{2}{x})^x =$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) 2

(b) -2

(c) e^2

(d) e^{-2}

(3) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x^2 + x) - \ln x =$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) -1

(b) 0

(c) 1

(d) ∞

(4) $\lim_{x \rightarrow 3^+} e^{\frac{\ln(x-3)}{x^2-9}} =$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $-\frac{1}{6}$

(b) $\frac{1}{6}$

(c) $\frac{1}{9}$

(d) $-\frac{1}{9}$

(5) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} =$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) 1

(b) -1

(c) ∞

(d) 0

(6) $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-|x|} =$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) 1

(b) -1

(c) ∞

(d) 0

$$(7) \lim_{x \rightarrow \infty} x(\sqrt{x^2 + 2} - x) =$$

(a) 1

(b) -1

(c) 2

(d) 0

$$(8) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{2 + 10^{\frac{1}{x}}} =$$

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{12}$ (c) $-\frac{1}{2}$

(d) غير موجودة

$$(9) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x - 3x^5}{2|x^5| + x} =$$

(a) $\frac{3}{2}$ (b) $-\frac{3}{2}$ (c) $\frac{5}{2}$ (d) $\frac{2}{3}$

$$(10) \lim_{x \rightarrow 0} \tan^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$$

(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $-\frac{\pi}{2}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(c) 0

(d) غير موجودة

$$(11) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x}{3e^x}$$

(a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{2}{3e}$

(c) 0

(d) 1

$$(12) \lim_{x \rightarrow \infty} \cot^{-1} \left(\frac{x+1}{x^2+1} \right)$$

$$(a) \frac{\pi}{2}$$

$$(b) -\frac{\pi}{2}$$

$$(c) 0$$

$$(d) 1$$

$$(13) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} e^{-\tan^2 x}$$

$$(a) 1$$

$$(b) -1$$

$$(c) \infty$$

$$(d) 0$$

$$(14) \lim_{x \rightarrow 0^+} e^{-\cot x}$$

$$(a) 1$$

$$(b) -1$$

$$(c) \infty$$

$$(d) 0$$

$$(15) \lim_{x \rightarrow 0} \sin(e^{-1/x^2})$$

$$(a) 1$$

$$(b) -1$$

$$(c) \infty$$

$$(d) 0$$

$$(16) \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2+1} - x$$

$$(a) 0$$

$$(b) 1$$

$$(c) -1$$

$$(d) \infty$$

$$(17) \lim_{x \rightarrow 0^-} \sqrt{3 + \tan^{-1} \frac{1}{x}} =$$

$$(a) \sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$(b) \sqrt{3 - \frac{\pi}{2}}$$

$$(c) \sqrt{3 + \frac{\pi}{2}}$$

$$(d) \text{ غير موجودة }$$

$$(18) \lim_{x \rightarrow \infty} \sec^{-1} \left(\frac{x^2 + 1}{x + 1} \right) =$$

$$(a) -\frac{\pi}{2}$$

$$(b) \frac{3\pi}{2}$$

$$(c) \frac{\pi}{2}$$

(d) غير موجودة

$$(19) \lim_{x \rightarrow \infty} \ln(x - 2) - \ln(e x + 4) =$$

$$(a) 0$$

$$(b) 1$$

$$(c) -1$$

(d) غير موجودة

$$(20) \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{4x^2 - 2x + 1} - 2x =$$

$$(a) -\frac{1}{2}$$

$$(b) \frac{1}{4}$$

$$(c) \frac{1}{2}$$

$$(d) -\frac{1}{4}$$

$$(21) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{x^3 + x^2 + 1}}{\sqrt{x^2 + x}}$$

$$(a) 0$$

$$(b) -1$$

$$(c) 1$$

(d) غير موجودة

$$(22) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x^3 + 1)^2 - 2x^6}{1 - x^6} =$$

$$(a) 2$$

$$(b) -2$$

$$(c) -1$$

$$(d) 1$$

$$(23) \lim_{x \rightarrow \infty} \sin(\tan^{-1} x) =$$

$$(a) 1$$

$$(b) -1$$

$$(c) 0$$

$$(d) \infty$$

$$(24) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(\sin x + e^x)}{\ln(2e^x)} =$$

(a) 0

(b) 1

محمد عمر الخطيب

(c) $\frac{1}{2}$

محمد عمر الخطيب

(d) $\frac{1}{\ln 2}$

محمد عمر الخطيب

$$(25) \lim_{x \rightarrow 0^+} (1-x)^{2/x} =$$

محمد عمر الخطيب

(a) e^{-1} (b) e^{-2}

محمد عمر الخطيب

(c) e^{-2}

محمد عمر الخطيب

(d) غير موجودة

$$(26) \lim_{x \rightarrow -\infty} \cot^{-1}(x)$$

محمد عمر الخطيب

(a) 0

(b) π

محمد عمر الخطيب

(c) $-\pi$

محمد عمر الخطيب

(d) $-\infty$

$$(27) \lim_{x \rightarrow 0^+} \tan^{-1}(\ln x)$$

محمد عمر الخطيب

(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $-\frac{\pi}{2}$

محمد عمر الخطيب

(c) $\frac{3\pi}{2}$

محمد عمر الخطيب

(d) $\frac{3\pi}{2}$

$$(28) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} x \sec^2 x$$

محمد عمر الخطيب

(a) 0

(b) $-\infty$

محمد عمر الخطيب

(c) ∞

محمد عمر الخطيب

(d) غير موجودة

$$(29) \lim_{x \rightarrow 0^+} \sec^{-1}(\ln x) =$$

محمد عمر الخطيب

(a) $\frac{\pi}{2}$

محمد عمر الخطيب

(b) $-\frac{\pi}{2}$

محمد عمر الخطيب

(c) 0

(d) غير موجودة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $f(x) = \frac{x-1}{x^2+1}$

(b) $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$

(c) $f(x) = \frac{x^3-1}{x^2+1}$

(d) $f(x) = \frac{x^4-1}{x^2+1}$

(31) خط التقارب الافقي للدالة $g(x) = e^{1/x} - 1$ هو

(a) $y = 0$

(b) $y = -1$

(c) $y = 1$

(d) $y = e$

(32) خط التقارب الرأسى للدالة $g(x) = \frac{3}{e^x - 2}$ هو

(a) $x = 0$

(b) $x = 2$

(c) $x = 3$

(d) $x = \ln 2$

(33) خط التقارب الراسى للدالة $g(x) = 2\ln(2x-6) + 1$ هو

(a) $x = 1$

(b) $x = 2$

(c) $x = 3$

(d) $x = 0$

(34) خط التقارب المائل للدالة $g(x) = 2x + \frac{1}{x-1}$ هو

(a) $y = x$

(b) $y = 2x + 1$

(c) $y = x - 1$

(d) $y = 2x$

(35) خط (خطوط) التقارب الافقية للدالة $g(x) = \frac{x^3}{(|x|)^3}$ هي

(a) $y = 0$

(b) $y = 1$

(c) $y = -1$

(d) $y = \pm 1$

(36) خط التقارب الافقي للدالة $f(x) = 2e^x + 1$ هو

- (a) $y = 0$ (b) $y = 1$ (c) $y = 2$ (d) $y = 3$

(37) خط التقارب الافقي للدالة $g(x) = \frac{4x^{-1} - 10}{x^{-1} + 5}$ هو

- (a) $y = 2$ (b) $y = -2$

- (c) $y = 5$ (d) $y = -5$

(38) خط (خطوط) التقارب الافقية للدالة $g(x) = \frac{x-4}{|x|-2}$ هي

- (a) $y = \pm 1$ (b) $y = 1$

- (c) $y = -1$ (d) $y = \pm 2$

(39) خط (خطوط) التقارب الرأسية للدالة $g(x) = \frac{x-2}{|x|-2}$ هي

- (a) $x = \pm 1$ (b) $x = 2$

- (c) $x = -2$ (d) $x = \pm 2$

(40) خط التقارب المائل للدالة $g(x) = \frac{x^3}{4-x^2}$ هو

- (a) $y = x$ (b) $y = -x$ (c) $y = x + 4$ (d) $y = -x + 4$

(41) عدد خطوط التقارب الرأسية للدالة $f(x) = \tan x$ هي

- (a) واحد (b) اثنان (c) لانهائي (d) لا يوجد

(42) إذا كان للدالة $f(x)$ خط تقارب رأسي هو $x = 3$ وخط تقارب أفقي هو $y = 2$ فان $\lim_{x \rightarrow \infty} 2f(x)$ تساوي

- (a) 0 (b) 2 (c) 3 (d) 4

(43) إذا كانت للدالة النسبية $f(x) = \frac{x^2 - 4}{q(x)}$ لها خط تقارب رأسي معادلة $x = 3$ وفجوة عند $x = 2$ وخط تقارب أفقي معادلته $y = \frac{1}{2}$ فان الدالة $q(x)$ تكون

(a) $q(x) = \frac{1}{2}(x+2)(x-3)$ (b) $q(x) = \frac{1}{2}(x-2)(x-3)$

(c) $q(x) = 2(x-2)(x-3)$ (d) $q(x) = 2(x+2)(x-3)$

(44) ان قيمة (قيم) a التي تجعل $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{|a|x^3 - 4}{2 + 3x^3} = 1$ هي

- (a) 3 (b) 1 (c) 1, -1 (d) -3, 3

(45) إذا كانت $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{kx^2 + 1}{(1 - 2x)^2} = 1$ فان قيمة k

- (a) 4 (b) -4 (c) 2 (d) -2

(46) إذا كانت $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^n + 2x^3 - 1}{1 - 5x^4} = 2$ فان قيمة $a + n$ تساوي

- (a) -2 (b) 6 (c) -6 (d) 2

(47) اذا كانت $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + mx^4 - 2x^3 - 1}{2x^4 + 2x^3 - x} = 4$ فان قيمة m تساوي

- (a) 8 (b) 5 (c) 0 (d) 4

(48) اذا كانت $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2(k|x| - 1)}{1 - 3x^3} = 2$ فان قيمة k تساوي

- (a) -2 (b) 6 (c) -6 (d) 2

(49) اذا كانت للدالة $f(x) = \frac{ax + 1}{x + c}$ خط تقارب افقي معادلة $y = 2$ وخط تقارب رأسي معادلة $x = -3$ فان $a + c$ يساوي

- (a) 1 (b) -1

- (c) 5 (d) -5

(50) تمثل الدالة $f(t) = \frac{70}{1 + 3e^{-0.2t}}$ النسبة المئوية لعدد السكان التي تصلهم اشاعة معينة بعد الزمن t بالساعة فان نسبة عدد السكان الذين ستصلهم الاشاعة هي (النهاية عند الملائمة).

- (a) 70% (b) 23%
(c) 46% (d) 17.5%

(51) باستخدام نظرية الشطيرة فان $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{[x]}{x}$ تساوي

- (a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) غير موجودة

(52) اذا كانت $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2x}{x} + kx = 2$ فان قيمة k تساوي

- (a) -1 (b) 1 (c) 0 (d) 2

(53) خطوط التقارب الرأسية والمائلة للدالة $f(x) = \frac{x^3}{x^2 + x - 6}$ هي

(a) $x = -3, x = 2, y = x - 1$

(b) $x = -3, x = 2, y = x + 1$

(c) $x = 3, x = -2, y = x - 1$

(d) $x = 3, x = -2, y = x + 1$

(54) خطوط التقارب الرأسية والافقية للدالة $f(x) = e^{1/x}$ هما

(a) $x = 0, y = 0$

(b) $x = 0, y = 1$

(c) $x = 1, y = 0$

(d) $x = 1, y = 1$

(55) الدالة التي لها خطوط التقارب $x = 1, x = 2, y = 3$ هي

(a) $f(x) = \frac{3x}{(x-1)(x-2)}$

(b) $f(x) = \frac{3x^2}{(x-1)(x-2)}$

(c) $f(x) = \frac{3x}{(x+1)(x+2)}$

(d) $f(x) = \frac{3x^2}{(x+1)(x+2)}$

(56) الدالة التي لها خطوط التقارب $x = -1, x = 1, y = 0$ هي

(a) $f(x) = \frac{x}{(x-1)(x+1)}$

(b) $f(x) = \frac{x^2}{(x-1)(x+1)}$

(c) $f(x) = \frac{x^3}{(x+1)(x+1)}$

(d) $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$

(57) $\lim_{x \rightarrow \infty} \cot^{-1}\left(\frac{x+1}{1-x}\right)$

(a) 0

(b) $-\pi / 4$

(c) $3\pi / 4$

(d) غير موجودة

(58) خطوط التقارب الافقية للدالة $f(x) = \sqrt{4x^2 + 8x - 2x}$ هي

(a) $y = 2$

(b) $y = 2, y = -2$

(c) $x = 2$

(d) لا يوجد خطوط تقارب افقية

إجابات الوحدة الثانية

الأول	1	2	3	4	5														
	A	D	B	C	A														

الثاني	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11								
	D	D	B	B	B	D	A	D	B	A	A								

الدرس الثالث	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	C	A	B	B	A	C	C	D	B	D	C	A	C	A	C	B	A	C	A	A
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
	A	A	B	B	A	B	B	A	A	B	C	C	B	D	D	A	B	D	D	A
	41	42	43	44	45	46	47	48	49											
	B	A	B	B	C	A	B	C	D											

الدرس الرابع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	C	C	B	B	C	A	A	C	A	D	A	C	C	D	A	C	B	A	C	B
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
	C	C	C	A	B	B	C	A	B	A	A	B	C	B	B	B	C	A	D	C
	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58		
	A	C	C	C	B	B	C	B	B	A	B	B	B	D	C	C	D	D		

الدرس الخامس	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	A	D	B	B	B	D	A	A	A	D	C	A	D	D	D	A	B	C	C	A
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
	B	D	A	B	B	B	B	C	A	C	A	D	C	D	D	B	B	A	C	B
	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58		
	C	D	C	D	A	C	B	B	C	A	B	A	A	B	B	A	C	A		

انتهت الوحدة الثانية بحمد الله إعداد : محمد عمر الخطيب

الصف الثاني عشر متقدم

2027/2026

الوحدة الثالثة التفاضل

1-3 المماسات والسرعة المتجهة

2-3 الاشتقاق

3-3 حساب المشتقات : قاعدة القوى

4-3 قاعدة الضرب والقسمة

5-3 قاعدة السلسلة

6-3 مشتقات الدوال المثلثية

7-3 اشتقاق الدوال الأسية والدوال اللوغاريتمية

8-3 الاشتقاق الضمني والدوال المثلثية المعكوسة

10-3 نظرية القيمة المتوسطة

مع تمنياتي لكم بالنجاح والتفوق

إعداد : محمد عمر الخطيب

ملاحظة : سيتم ترتيب الدرس الأول والثاني بطريقة عرض مختلفة عن الكتاب ولكن سيكون نفس

المحتوى في النهاية

يمكن ايجاد مشتقة دالة عند نقطة من خلال التعريف او القواعد

تعريف المشتقة

يسمى ميل المنحنى عند النقطة $x = a$ بمشتقة الدالة عند تلك النقطة ويرمز لها بالرمز $f'(a)$ حيث:

التعريف الاساسي
للمشتقة عند نقطة

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

التعريف البديل للمشتقة
عند نقطة

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

ويمكن استخدام التعريف البديل:

والتعريف الرياضي لمشتقة الدالة f هي الدالة f' حيث:

التعريف الاساسي للمشتقة
كدالة

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

التعريف البديل للمشتقة
كدالة

$$f'(x) = \lim_{z \rightarrow x} \frac{f(x) - f(z)}{x - z}$$

تكون الدالة f قابلة للاشتقاق عند النقطة $x = a$ اذا كانت النهاية موجودة بشرط ان تكون الدالة متصلة عند تلك النقطة

$$(1) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+ch) - f(a)}{h} = c f'(a)$$

$$(2) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a-h)}{2h} = f'(a)$$

ملاحظات

اذا كانت $s(t)$ تمثل دالة الموقع لجسم يتحرك على خط مستقيم فان السرعة اللحظية المتجهة

$$v(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{s(a+h) - s(a)}{h}$$

عند الزمن $t = a$ تعطى بالعلاقة

والقيمة المطلقة للسرعة المتجهة هي السرعة

إذا كانت: $f(x) = x^2 - 4x$ فاوجد $f'(3)$ باستخدام تعريف المشتقة

معاني المشتقة ←

مشتقة دالة عند نقطة.

محمد عمر الخطيب

معدل التغير للدالة عند تلك
النقطة

السرعة اللحظية المتجهة
عند تلك النقطة.

ميل المماس للدالة عند تلك
النقطة.

$$f'(x)$$

$$y'$$

$$\frac{dy}{dx}$$

$$\frac{df}{dx}$$

رموز المشتقة ←

(1) إذا كانت: $f(x) = \sqrt{x}$ فاوجد $f'(x)$ باستخدام تعريف المشتقة

(2) إذا كانت: $f(x) = \frac{2}{x}$ فاوجد $f'(x)$ باستخدام تعريف المشتقة

(3) إذا كانت: $f(x) = \frac{x}{x-1}$ فاوجد $f'(0)$ باستخدام تعريف المشتقة

(1) إذا كانت: $f(x) = \sqrt[3]{x} \sin x$ فاوجد $f'(0)$ باستخدام تعريف المشتقة

(2) إذا كانت: $f(x) = \cos x$ فاوجد $f'(0)$ باستخدام تعريف المشتقة .

(3) إذا كانت $f(x) = 3x^2 + 1$ فاوجد $f'(x)$ باستخدام تعريف المشتقة

(1) إذا كانت $f(x) = \frac{3}{x+1}$ فاوجد $f'(x)$ باستخدام تعريف المشتقة

(2) إذا كانت $f(x) = x^3 + x$ فاوجد $f'(x)$ باستخدام تعريف المشتقة

(3) قدر قيمة $f'(1)$ من البيانات التالية

x	0	0.5	1	1.5	2
$f(x)$	2.0	2.6	3.0	3.4	4.0

إذا كان: $f'(5) = 7$, $f'(3) = 4$, $f'(2) = -5$, $f(2) = -3$ فاوجد

$$(1) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h}$$

$$(2) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{5f(3+h) - 5f(3)}{2h}$$

$$(3) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+4h) - f(3)}{h}$$

$$(4) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(5-h) - f(5)}{h}$$

$$(5) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2) - f(2+h)}{h}$$

$$(6) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3-h)}{h}$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{\sqrt{x} - \sqrt{2}}$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f^2(x) - f^2(2)}{x^2 - 4}$$

تكون الدالة المتصلة : $y = f(x)$ قابلة للاشتقاق عند النقطة الداخلية a

إذا كانت المشتقة على يمين النقطة a وهي $f'(a^+)$ والمشتقة على يسار النقطة a وهي $f'(a^-)$

متساويتان

اي ان : $f'(a^+) = f'(a^-)$

حيث

محمد عمر الخطيب

$$D_+f(a) = f'(a^+) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

$$D_-f(a) = f'(a^-) = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \lim_{x \rightarrow a^-} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

ملاحظة : أولاً نبحث اتصال الدالة عند $x = 0$

فاذا كانت غير متصلة فانها غير قابلة للاشتقاق اما اذا

كانت الدالة متصلة فاننا نبحث اشتقاق الدالة عند

النقطة من الجهتين ويمكن ان تكون الدالة قابلة او

غير قابلة للاشتقاق عند النقطة

$$f(x) = |x|$$

(1) إذا كانت:

فأوجد $f'(0)$ باستخدام تعريف المشتقة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \text{ هل الدالة } f(x) = \begin{cases} 5 & x \geq 0 \\ 2x + 1 & x < 0 \end{cases} \text{ لها مشتقة عند } x = 0$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) إذا كانت:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x \geq 1 \\ 2x & x < 1 \end{cases}$$

فاوجد $f'(1)$ باستخدام تعريف المشتقة

(2) إذا كانت:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ 2x & x < 0 \end{cases}$$

فثبت باستخدام تعريف المشتقة أن $f'(0)$

غير موجودة.

(3) إذا كانت:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x = 0 \\ x^3 \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \end{cases}$$

فاوجد $f'(0)$ باستخدام تعريف المشتقة.

(1) اذا كانت f دالة قابلة للاشتقاق عند $x = a$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+ch) - f(a)}{h} = c f'(a)$$

(2) اذا كانت f دالة قابلة للاشتقاق عند $x = a$ حيث $a \neq 0$ فاثبت ان

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{[f(x)]^2 - [f(a)]^2}{x^2 - a^2} = \frac{1}{a} f(a) f'(a)$$

(3) اذا كانت f دالة قابلة للاشتقاق على مجموعة الأعداد الحقيقية حيث:

$$f(x+h) = x^2 h + 3x h^2 + f(x)$$

و h هو مقدار التغير في x فاوجد : $f'(2)$.

(أ) اوجد ميل المماس لمنحنى الدالة $f(x) = x^2 - 4x$ عند النقطة $(1, -3)$ باستخدام تعريف المشتقة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(ب) اوجد معادلة المماس عند النقطة $(1, -3)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) يسقط جسم بشكل رأسي من ارتفاع برج ويحدد ارتفاعه عن الارض في اي زمن بالعلاقة

$$h(t) = 256 - 16t^2 \quad \text{حيث } t \text{ بالثواني و } h \text{ بالقدم}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(أ) اوجد ارتفاع الجسم عند الزمن $t = 1$

(ب) اوجد السرعة المتجهه المتوسطة اول ثلاث ثواني

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(ج) اوجد السرعة المتجهه للجسيم عند الزمن $t = 3$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

الاتصال والاشتقاق

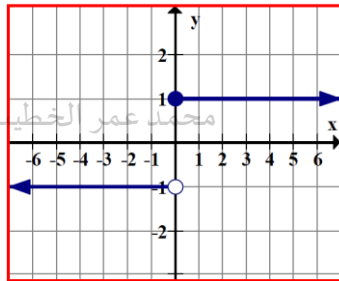
(1) اذا كانت الدالة $f(x)$ قابلة للاشتقاق عند $x=a$ فان الدالة $f(x)$ تكون متصلة عند $x=a$

(2) اذا كانت الدالة $f(x)$ غير متصلة عند $x=a$ فانها تكون غير قابلة للاشتقاق عند $x=a$

(3) اذا كانت الدالة $f(x)$ متصلة عند $x=a$ فان الدالة $f(x)$

اما ان تكون قابلة للاشتقاق عند $x=a$ او غير قابلة للاشتقاق عند $x=a$

الحالات التي تكون مشتقة الدالة $f(x)$ غير موجودة عند نقطة



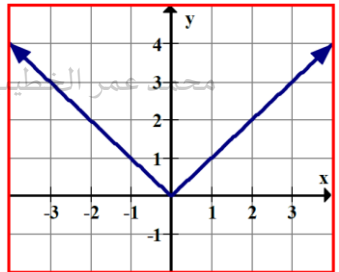
عدم الاتصال

(1) فجوة

(2) قفزة

(3) لانهائي (خطوط التقارب الرأسية)

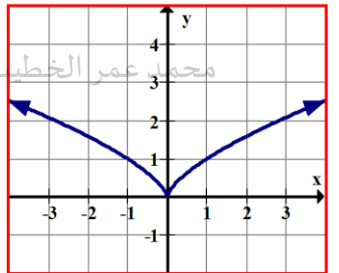
(4) تذبذبي



رأس مدبب (ركن)

يجب ان تكون الدالة متصلة عند هذه النقطة

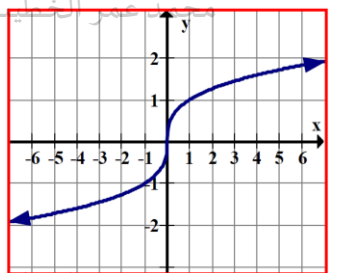
المشتقة من اليمين لا تساوي المشتقة من اليسار وكلاهما اعداد حقيقية



رأس مدبب (ناب)

يجب ان تكون الدالة متصلة عند هذه النقطة

المشتقة من اليمين لا تساوي المشتقة من اليسار احدهما ملائمة والاخرى سالب ملائمة او واحدة ملائمة والاخرى عدد حقيقي

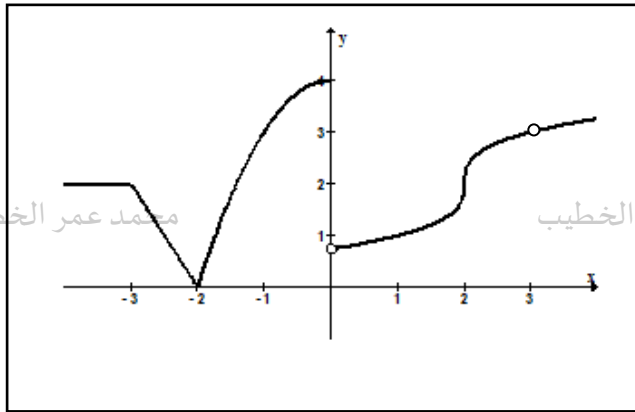


مماس رأسي

يجب ان تكون الدالة متصلة عند هذه النقطة

يجب ان تكون النهاية من اليسار واليمين للمشتقة (الميل) اما كلاهما ملائمة او سالب ملائمة

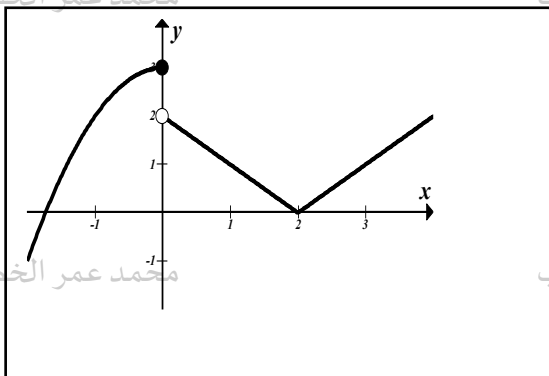
(1) اعتمد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ للإجابة عن الأسئلة التالية:



مجموعة قيم x التي تكون عندها:
 $f'(x)$ غير موجودة مع بيان السبب

x					
السبب					

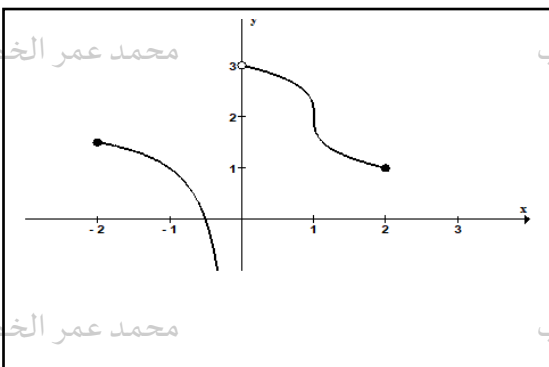
(2) اعتمد على الرسم البياني التالي الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ للإجابة عن الأسئلة التالية:



(أ) الفترة التي تكون عليها الدالة متصلة .

(ب) الفترة التي تكون عليها الدالة قابلة للاشتقاق

(3) اعتمد على الرسم البياني التالي الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ للإجابة عن الأسئلة التالية:



(أ) الفترة التي تكون عليها الدالة متصلة .

(ب) الفترة التي تكون عليها الدالة قابلة للاشتقاق

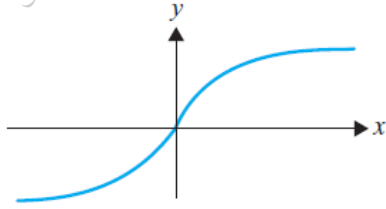
ملاحظة : كتابنا لم يناقش قابلية الاشتقاق عند
 أطراف الفترة المغلقة في حين بعض الكتب تجعلها
 موجودة والبعض الآخر غير موجودة
 وهي غير مهمة في كتابنا

العلاقة بين الرسوم البيانية للدالة ووبيان مشتقاتها

(1) ارسم المماس للدالة عند النقطة المحددة ان امكن

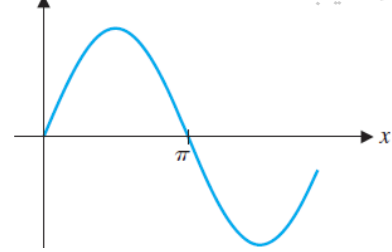
(ب) $y = \tan^{-1} x$ عند $x = 0$

محمد عمر الخطيب



(أ) $y = \sin x$ عند $x = \frac{\pi}{2}$

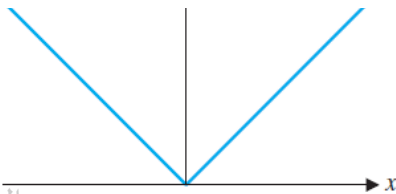
محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

(د) $y = |x|$ عند $x = 0$

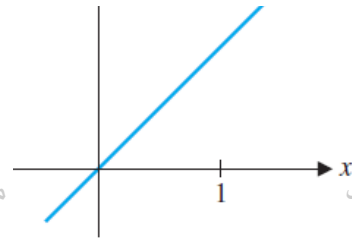
محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

(ج) $y = x$ عند $x = 0$

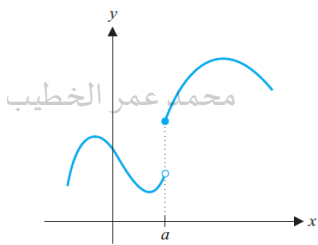
محمد عمر الخطيب



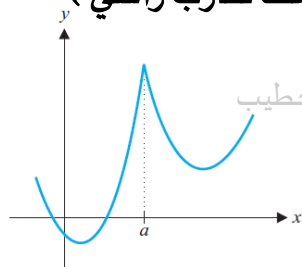
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

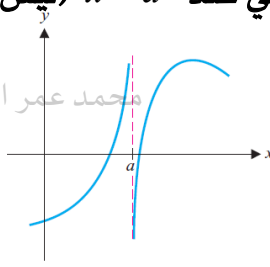
(2) حدد الدالة التي لها مماس رأسي عند $x = a$ (ليس خط تقارب رأسي)



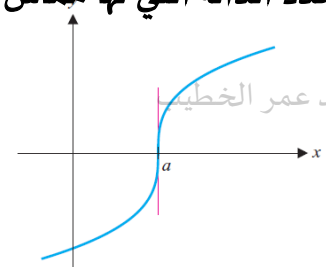
محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

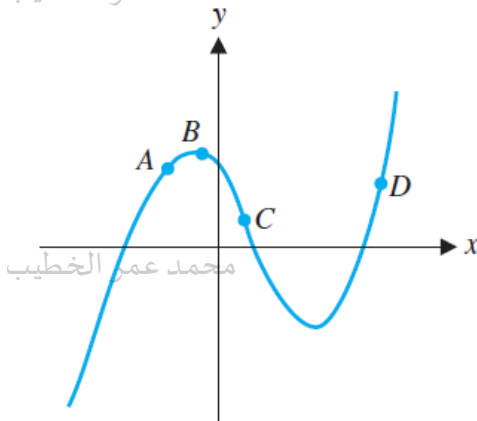


(3) اعتمد على الشكل المجاور في الاجابة عن الاسئلة التالية : (استخدم الحروف الموجودة على الرسم)

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

(أ) عند اي النقاط يكون ميل المماس للدالة موجب

(ب) عند اي النقاط يكون ميل المماس للدالة سالب

(ج) عند اي نقطة يكون ميل المماس للدالة اكبر

(د) عند اي نقطة يكون ميل المماس للدالة اصغر

(هـ) رتب الحروف حسب قيمة الميل من الاصغر الى الأكبر (ترتيب تصاعدي)

محمد عمر الخطيب

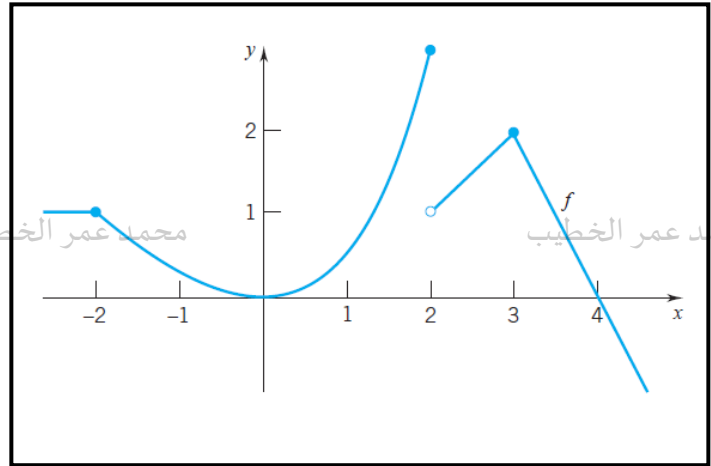
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

اولاً) التمثيل البياني للدالة $f'(x)$ من بيان الدالة $f(x)$

$$f(x) \Rightarrow f'(x)$$

اعتمد على الشكل المجاور للإجابة عن الاسئلة التالية



ملاحظة:

مشتقة دالة عند نقطة من الرسم

يساوي

ميل المماس للدالة عند تلك النقطة

$$(1) f'(0)$$

$$(2) f'(3^-)$$

$$(3) f'(3^+)$$

$$(4) f'(3)$$

$$(5) f'(-2^-)$$

$$(6) f'(-2)$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$$

$$(8) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4+2h) - f(4)}{h}$$

$$(9) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{[f(x)]^2 - [f(4)]^2}{x^2 - 4^2}$$

$$(10) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$$

تقدير الميل

(1) مشتقة دالة كثير الحدود من الدرجة n هي دالة كثيرة من الدرجة $n - 1$ والعكس صحيح

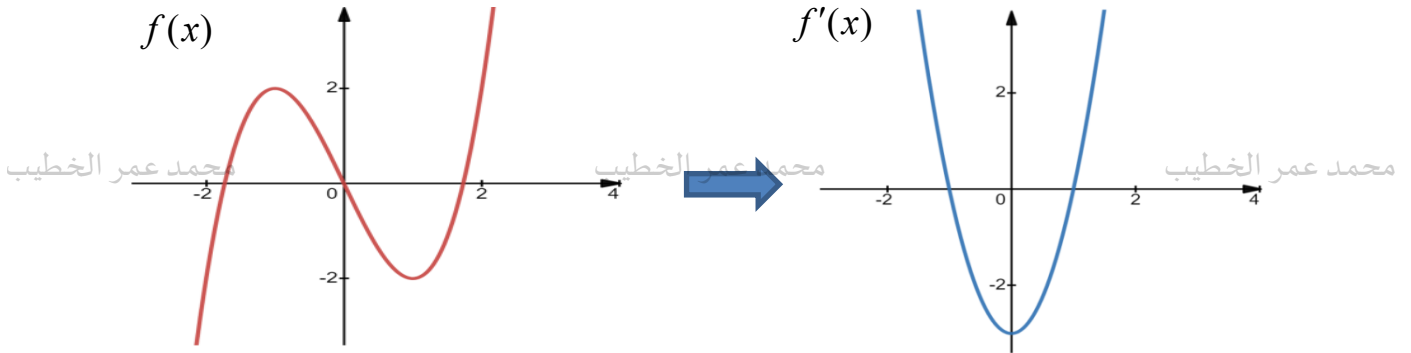
(2) المماس الافقي في بيان الدالة $f(x)$ يقابله عند نفس النقطة مقطع مع المحور x في بيان الدالة $f'(x)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(عدد المماسات الافقية في بيان الدالة $f(x)$ يساوي عدد المقاطع السينية في بيان الدالة $f'(x)$)



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) اذا كانت الدالة $f(x)$ متزايدة (↗) فان اشارة الدالة $f'(x)$ تكون موجبة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(الدالة $f(x)$ المتزايدة يكون التمثيل البياني لمشتقتها $f'(x)$ فوق محور السينات) والعكس صحيح

(4) اذا كانت الدالة $f(x)$ متناقصة (↘) فان اشارة الدالة $f'(x)$ تكون سالبة

(الدالة $f(x)$ المتناقصة يكون التمثيل البياني لمشتقتها $f'(x)$ تحت محور السينات) والعكس صحيح

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

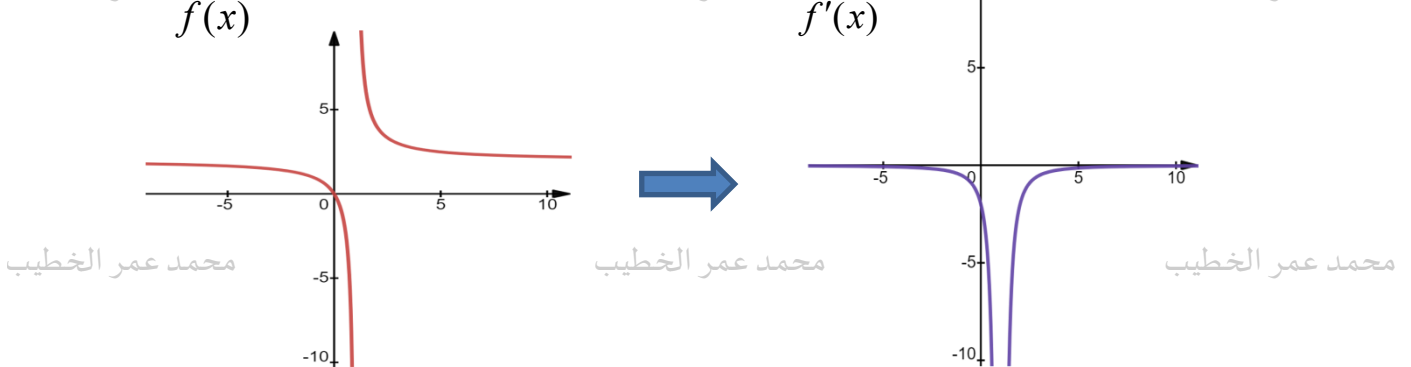
(5) مشتقة الدالة الزوجية هي دالة فردية والعكس صحيح

(6) اذا كان للدالة $f(x)$ خط تقارب رأسي $x = k$ فان للدالة $f'(x)$ نفس خط التقارب الرأسي $x = k$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

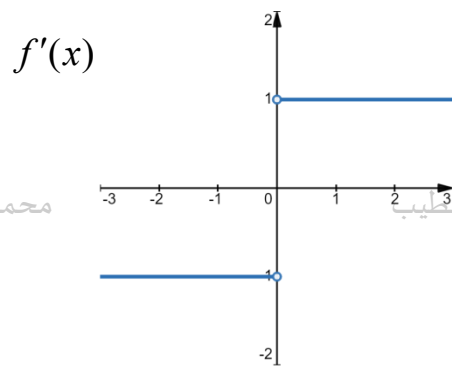
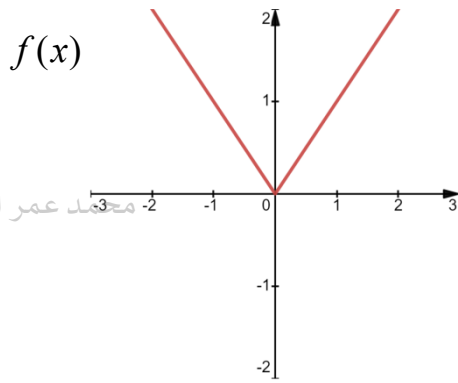
(7) اذا كان للدالة $f(x)$ خط تقارب افقي $y = l$ فان للدالة $f'(x)$ خط تقارب افقي $y = 0$ والعكس

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

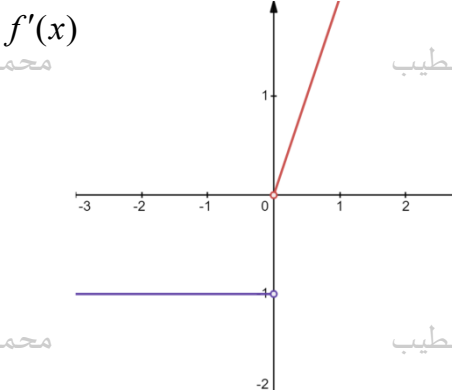
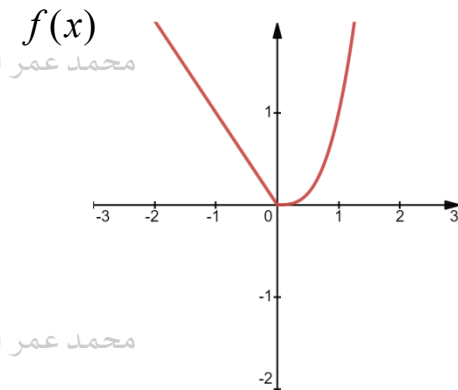
(8) إذا كان للدالة $f(x)$ ركن عند نقطة فان للدالة $f'(x)$ نقطة انفصال قفزة



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

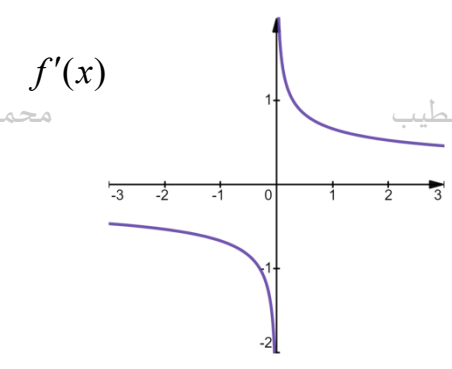
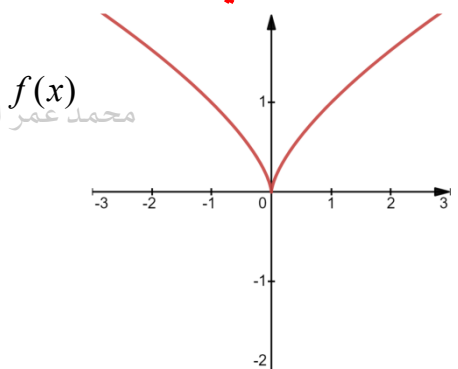


محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(9) إذا كان للدالة $f(x)$ ناب عند نقطة فان للدالة $f'(x)$ نقطة انفصال لانهائي في جهتين مختلفتين

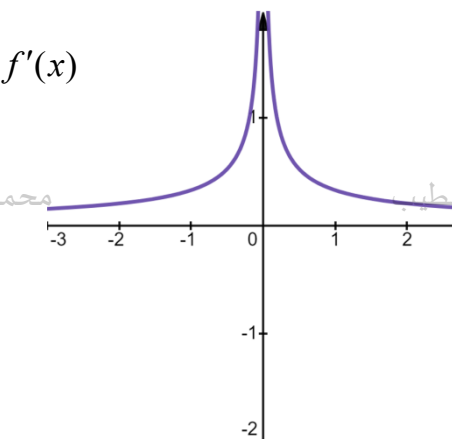
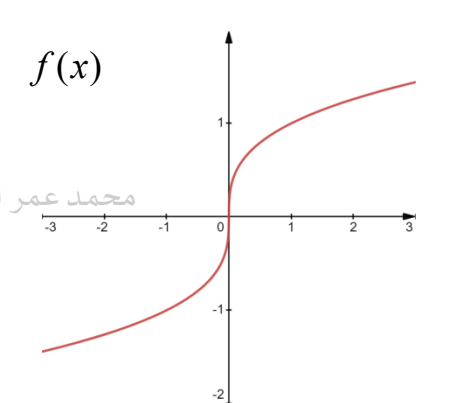


محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(10) إذا كان للدالة $f(x)$ مماس رأسي عند نقطة فان للدالة $f'(x)$ نقطة انفصال لانهائي في نفس



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

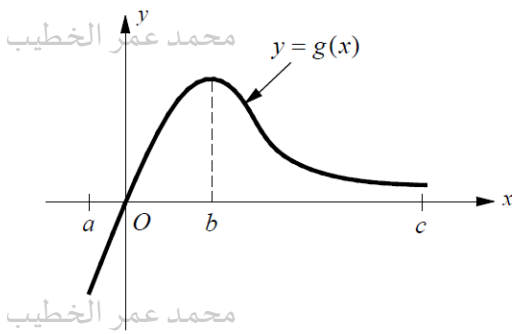
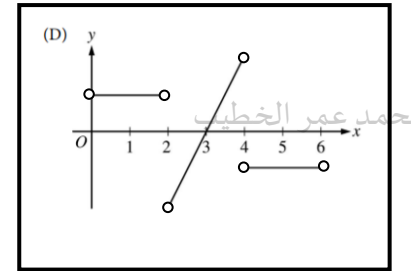
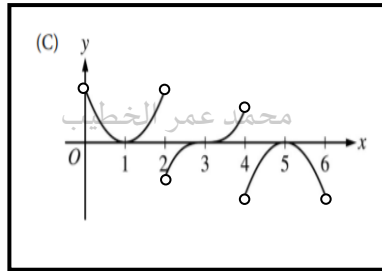
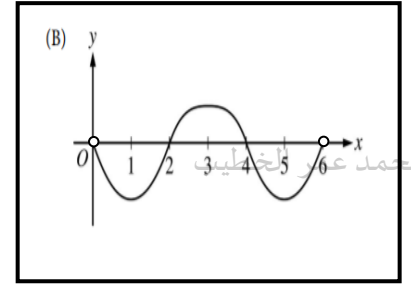
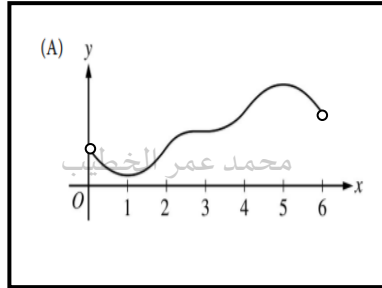
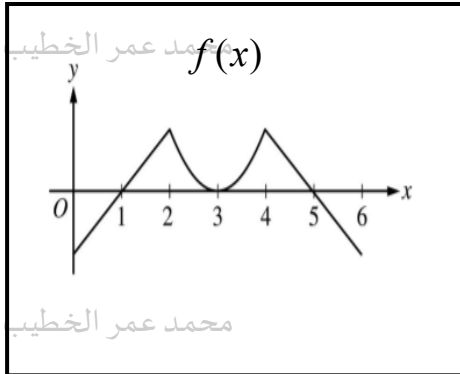
الجهة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f(x)$ اي من الاشكال التالية ممكن ان يكون لبيان الدالة $f'(x)$



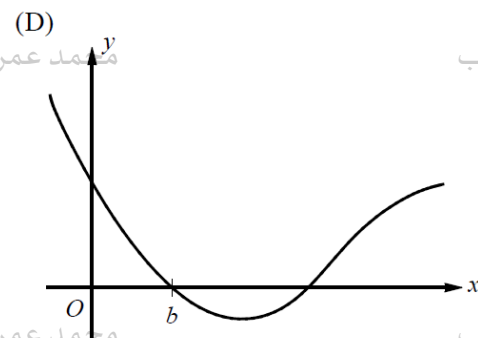
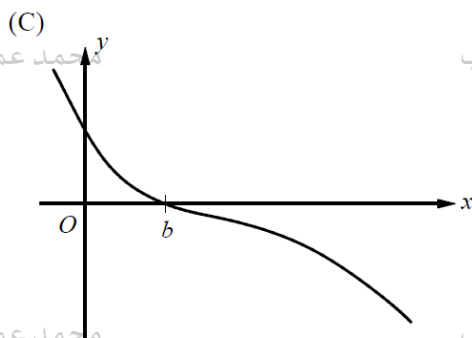
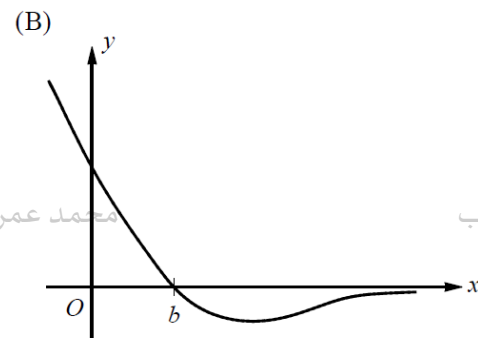
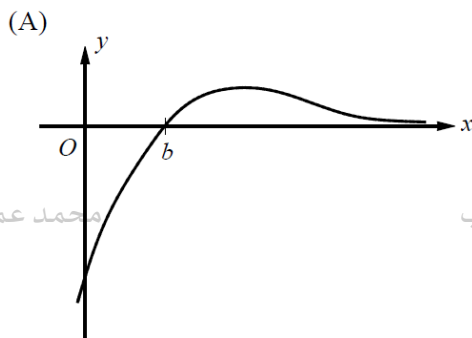
(2) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $g(x)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

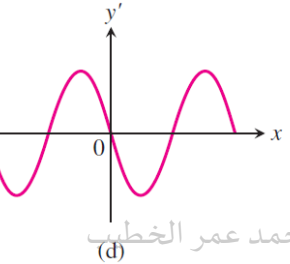
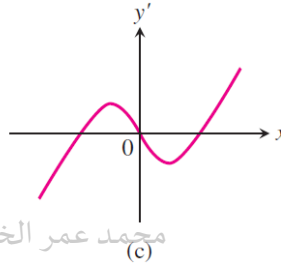
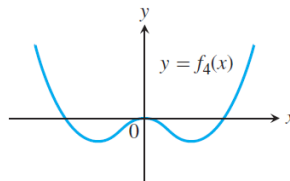
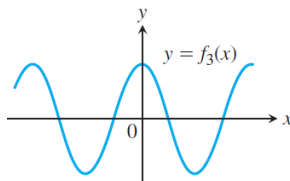
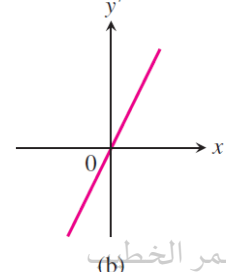
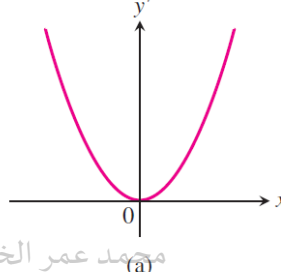
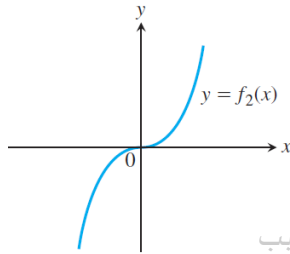
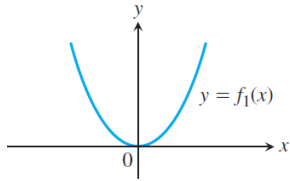
اي من الاشكال التالية يمكن ان يمثل بيان الدالة $g'(x)$



(1) صل بين كل رسم بياني يمثل الدالة $f(x)$ من المجموعة A بالرسم البياني الذي يمثل مشتقتها $f'(x)$ من المجموعة B .

A f

B f'



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

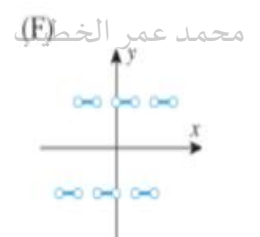
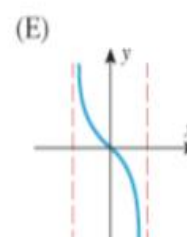
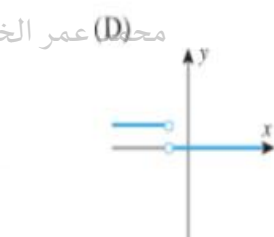
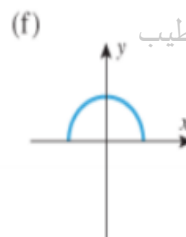
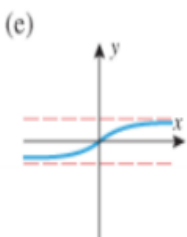
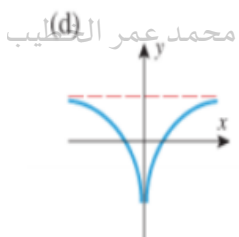
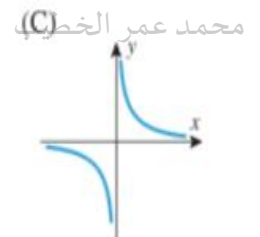
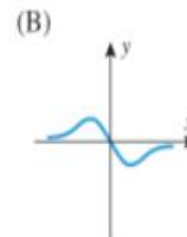
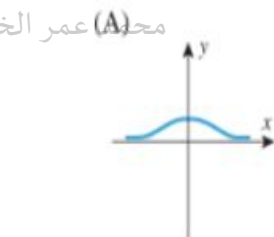
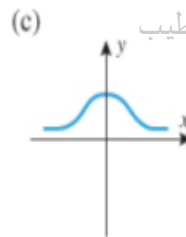
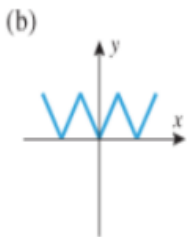
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) صل بين كل رسم بياني يمثل الدالة $f(x)$ من المجموعة A بالرسم البياني الذي يمثل مشتقتها $f'(x)$ من المجموعة B .

A f

B f'

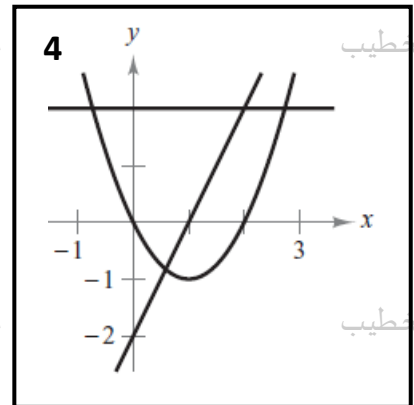
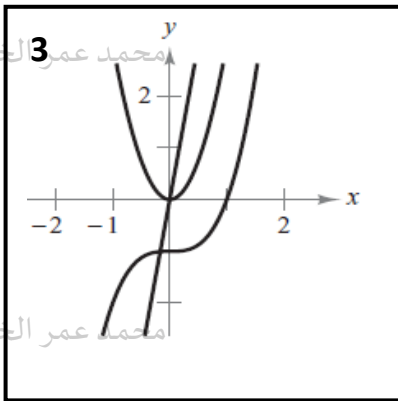
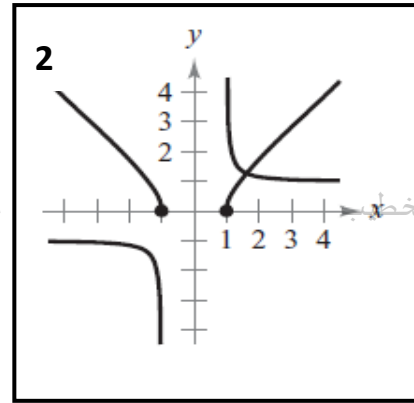
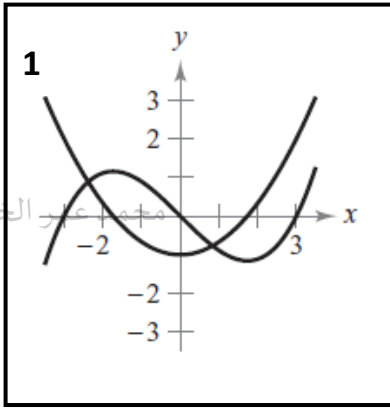


محمد عمر الخطيب

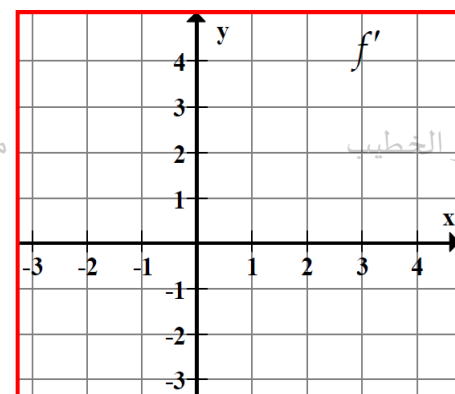
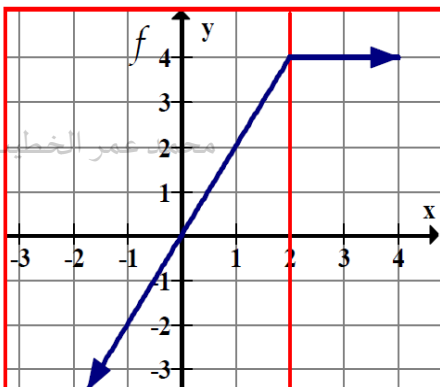
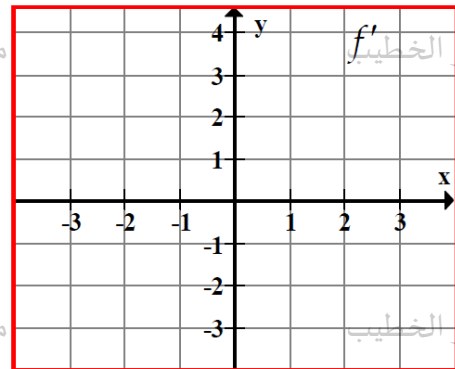
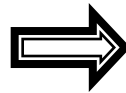
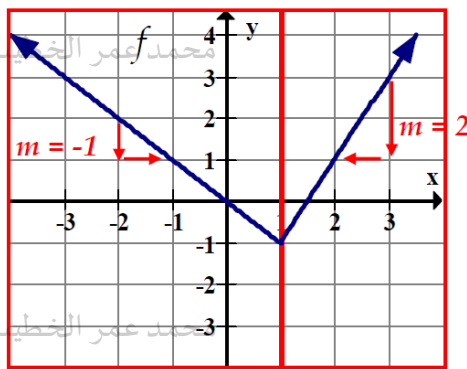
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) عين الدالة f وعين مشتقاتها في كل شكل من الاشكال التالية

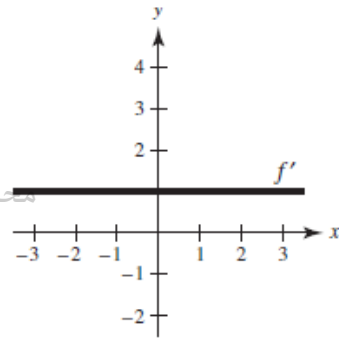
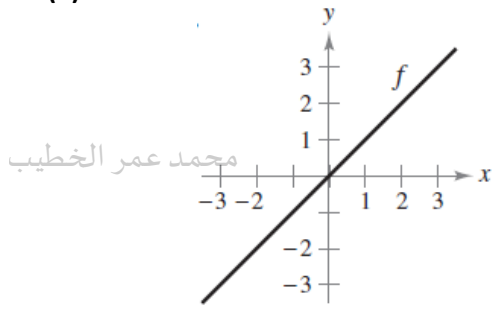


(2) الرسم البياني المجاور يمثل بيان للدالة f ، استنفد من ذلك لرسم بيان الدالة f'



الرسم البياني المجاور يمثل بيان للدالة f ، استغف من ذلك لرسم بيان تقريبي للدالة f'

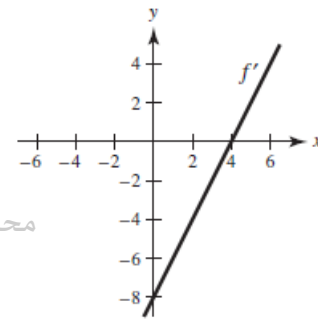
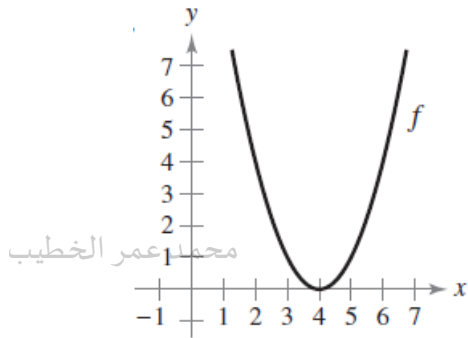
(1)



محمد عمر الخطيب (2)

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

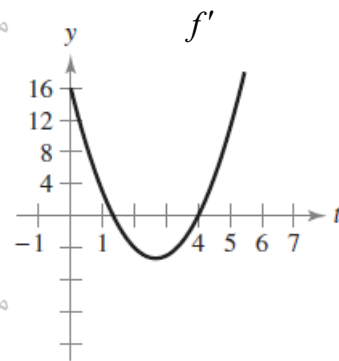
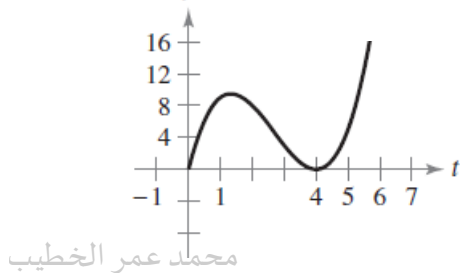


(3)

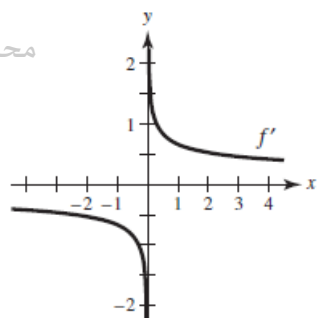
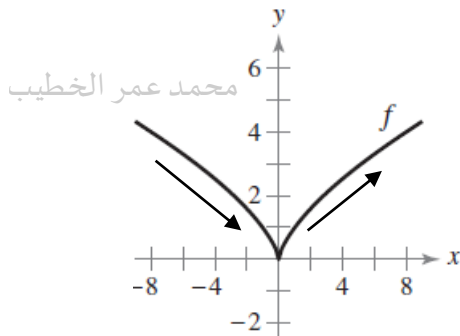
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

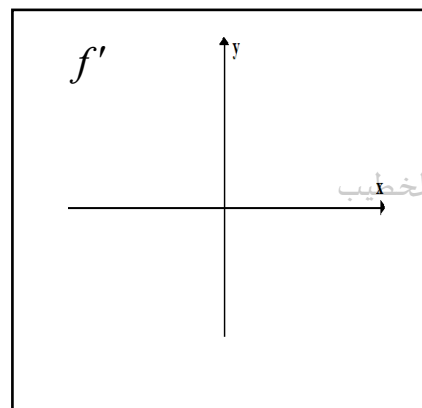
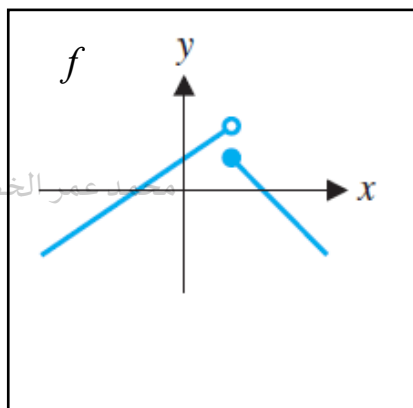


(4)

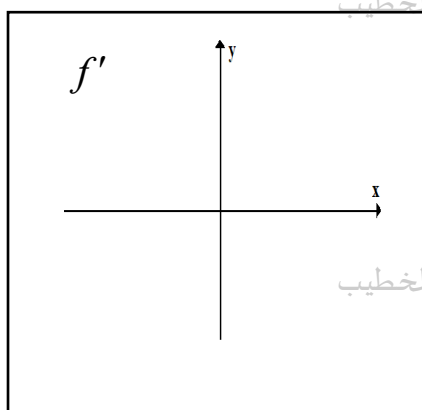
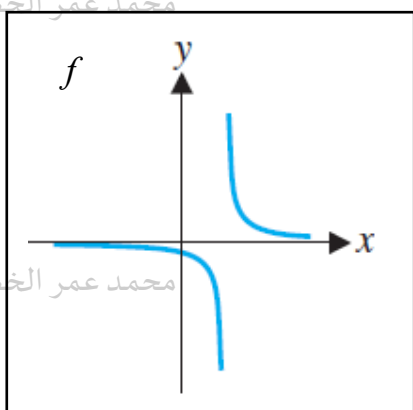


الرسم البياني المجاور يمثل بيان للدالة f . استفد من ذلك لرسم بيان تقريبي للدالة f'

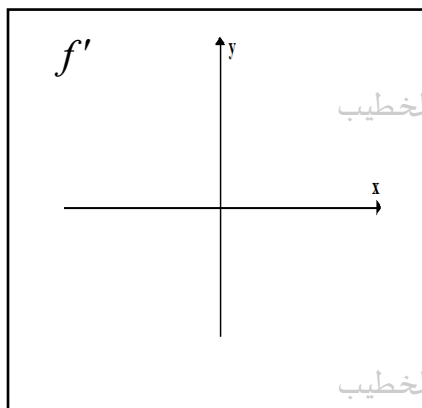
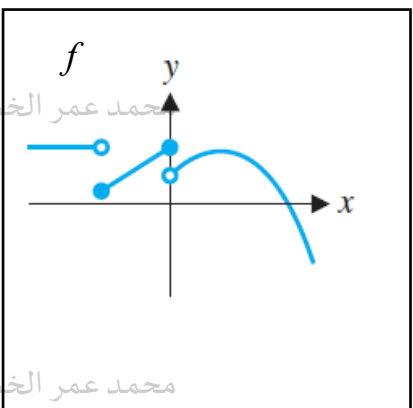
(1)



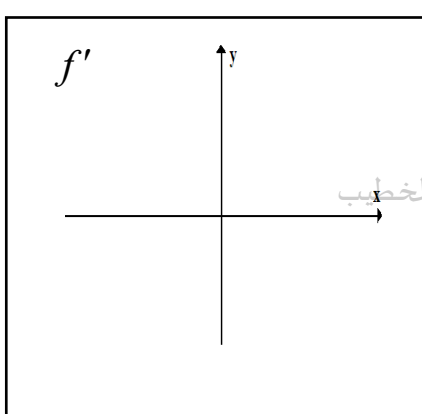
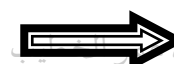
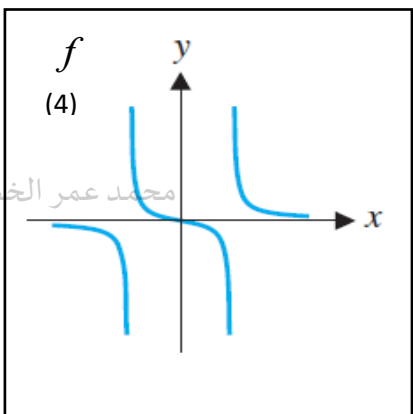
(2)



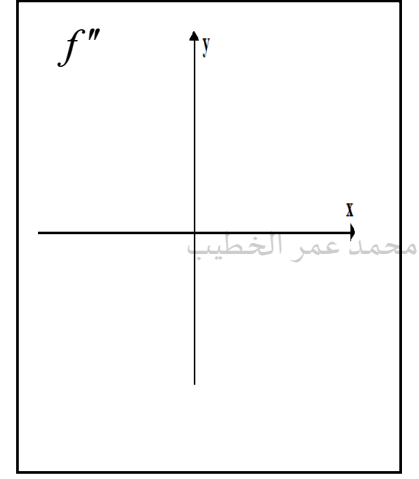
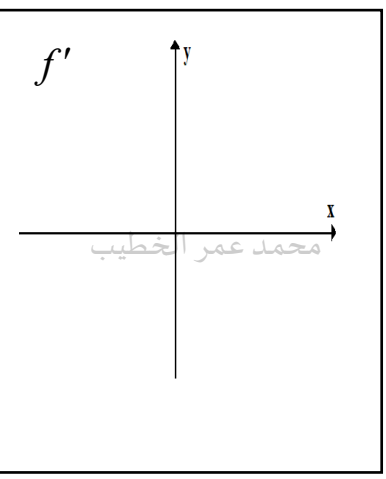
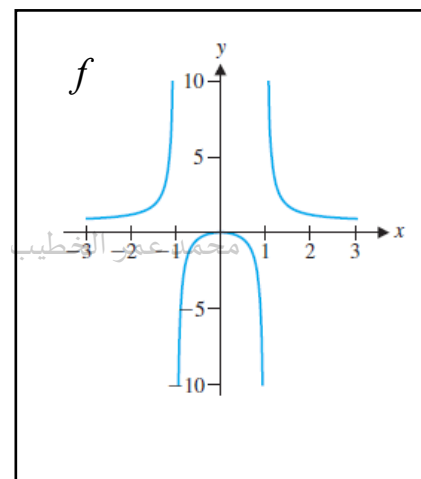
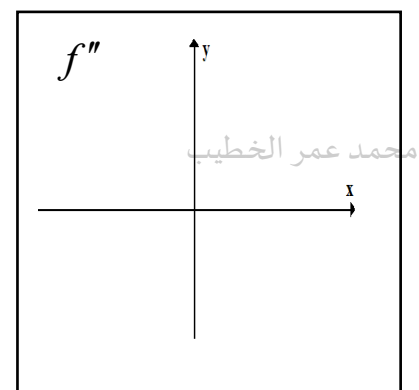
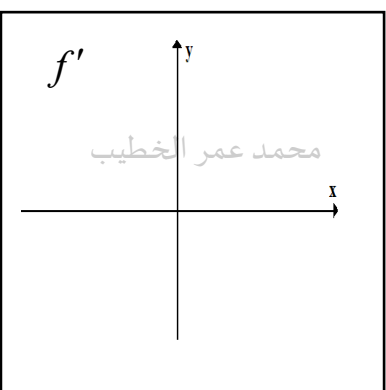
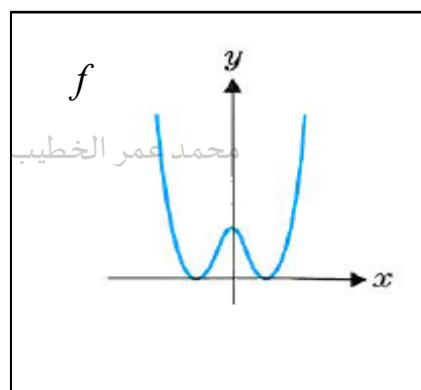
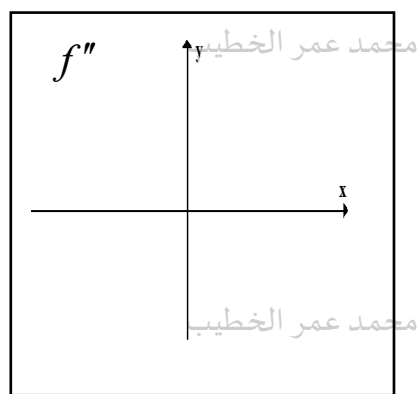
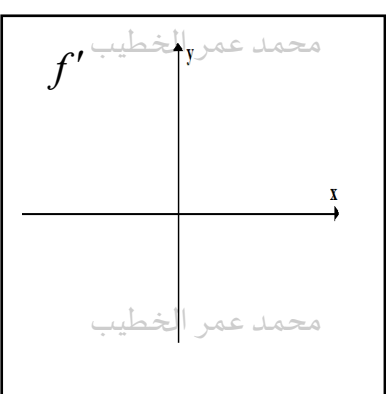
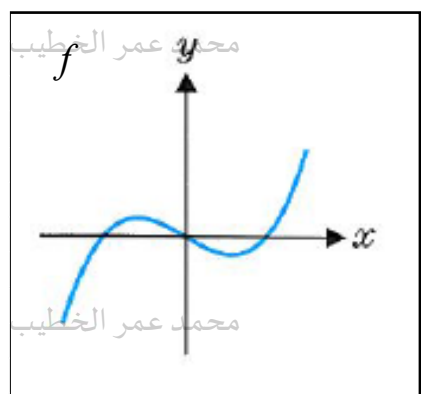
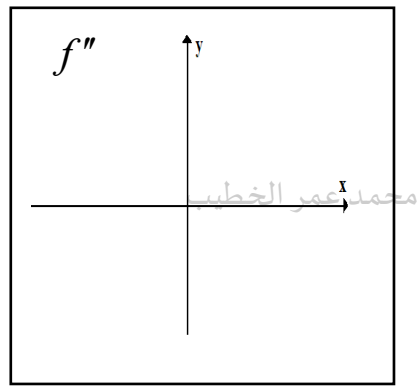
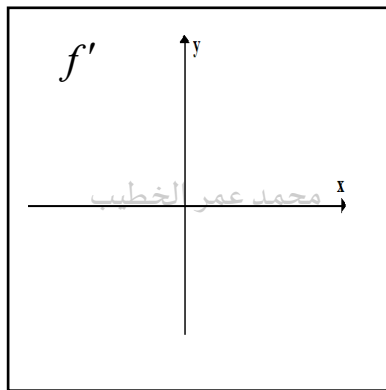
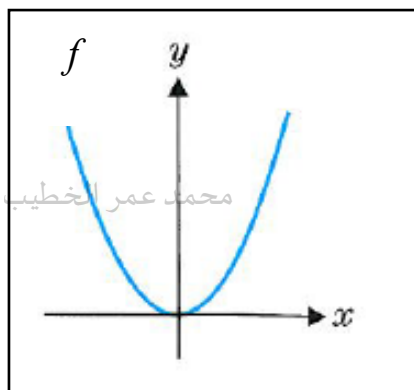
(3)



(4)



الرسم البياني المجاور يمثل بيان للدالة f . استفد من ذلك لرسم بيان تقريبي للدالة f''



(ثانياً) التمثيل البياني للدالة $f(x)$ من بيان الدالة $f'(x)$

$$f'(x) \Rightarrow f(x)$$

ملاحظات مهمة :

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) خط تقارب رأسي

(2) ناب

(3) مماس رأسي

(1) إذا كانت للدالة $f'(x)$ خط تقارب رأسي فإن للدالة $f(x)$ ام



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

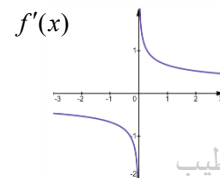
محمد عمر الخطيب

والدالة الاصلية $f(x)$ متصلة

والدالة الاصلية $f(x)$ غير متصلة

إذا كان خط تقارب

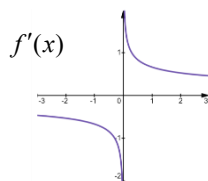
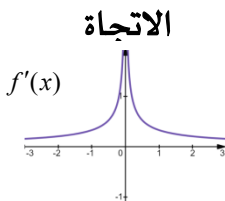
إذا كان خط تقارب



$f'(x)$ في نفس

$f'(x)$ في اتجاهين

مختلفين



فان للدالة $f(x)$

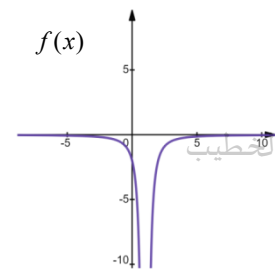
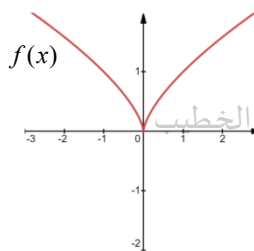
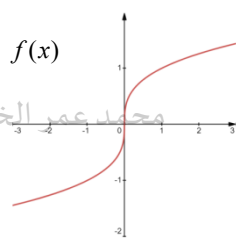
فان للدالة $f(x)$

فان للدالة $f(x)$

مماس رأسي

ناب

نفس خط تقارب رأسي



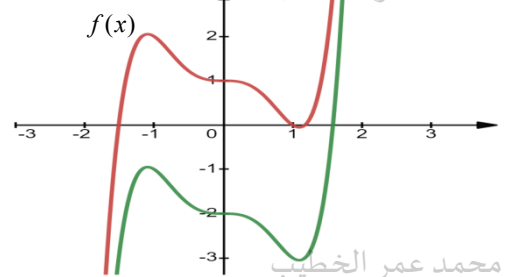
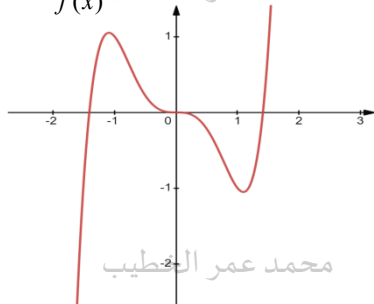
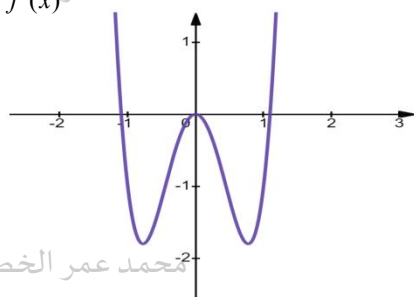
(2) إذا تم رسم التمثيل البياني للدالة $f(x)$ من التمثيل البياني للدالة $f'(x)$ فإن اي ازاحة رأسية للتمثيل

البياني للدالة $f(x)$ يكون تمثيل بياني صحيح

محمد عمر الخطيب

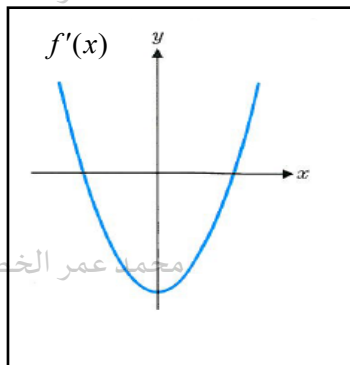
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

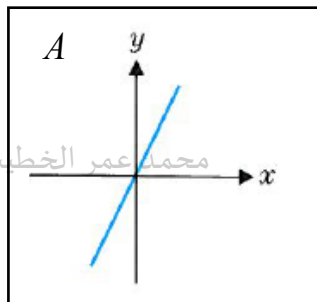


(1) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f'(x)$ اي من الاشكال التالية ممكن ان يكون لبيان الدالة $f(x)$

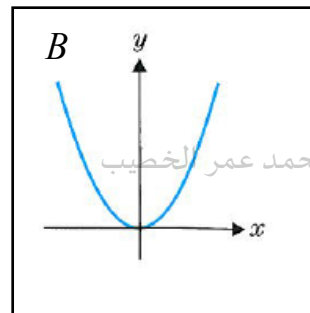
محمد عمر الخطيب



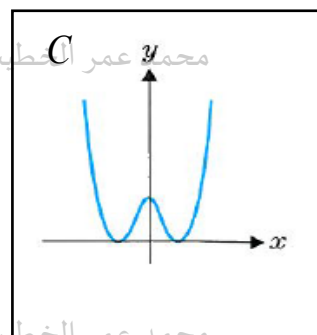
محمد عمر الخطيب



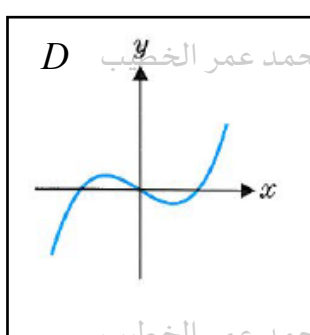
محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

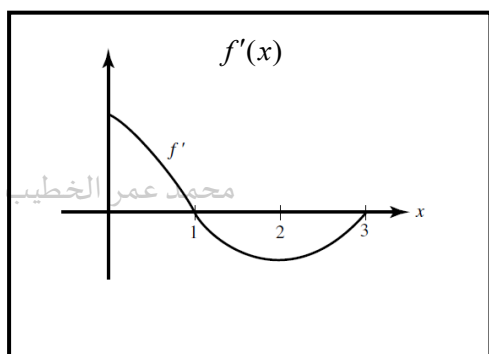
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

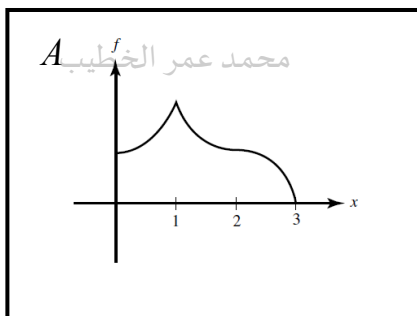
محمد عمر الخطيب

(2) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f'(x)$ اي من الاشكال التالية ممكن ان يكون لبيان الدالة $f(x)$

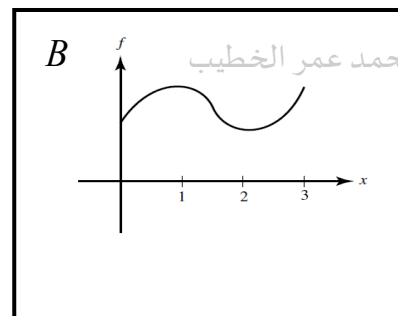
محمد عمر الخطيب



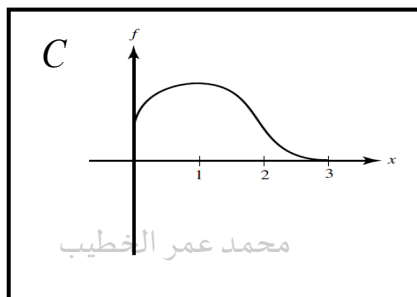
محمد عمر الخطيب



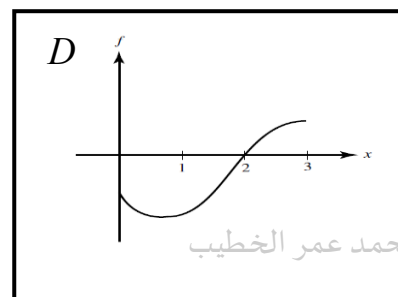
محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

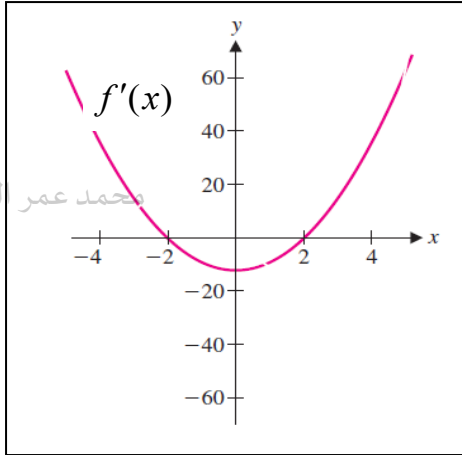
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

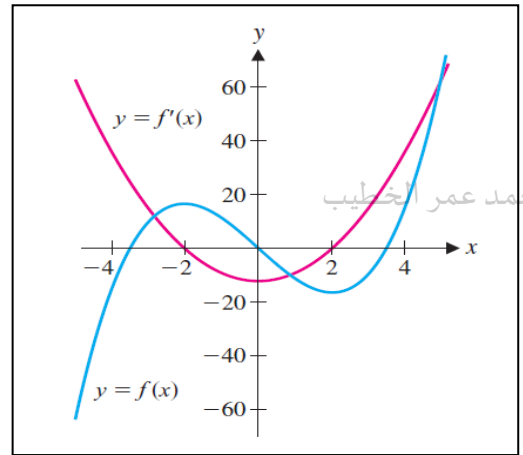
محمد عمر الخطيب

اعتمد على الرسم البياني للدالة f' لرسم صورة تقريبية لبيان الدالة المتصلة f

(1)

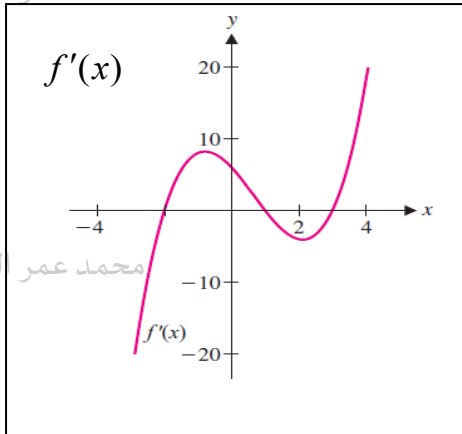


محمد عمر الخطيب

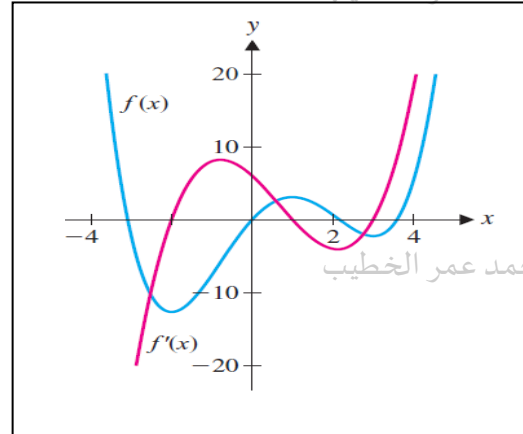


محمد عمر الخطيب

(2)

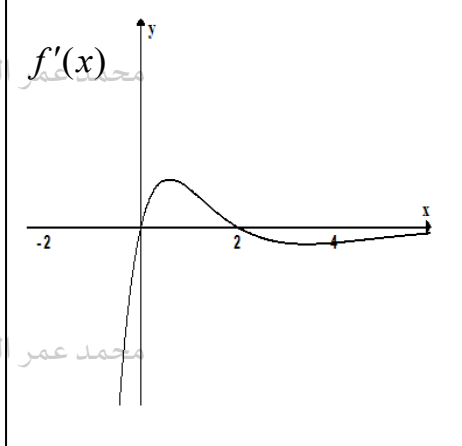


محمد عمر الخطيب

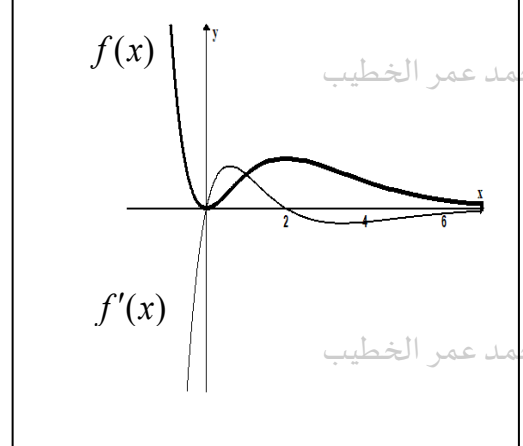


محمد عمر الخطيب

(3)

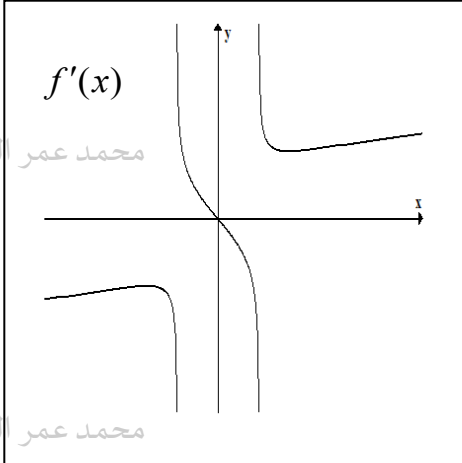


محمد عمر الخطيب

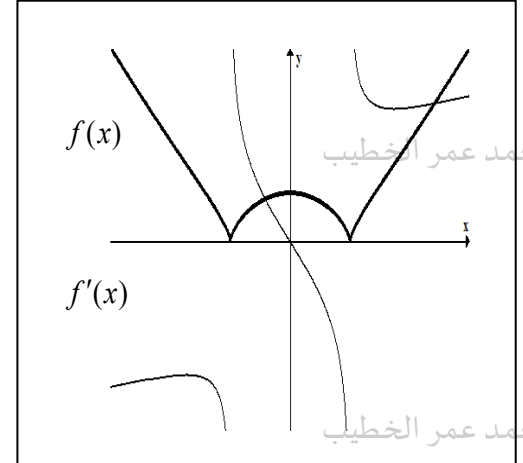


محمد عمر الخطيب

(4)



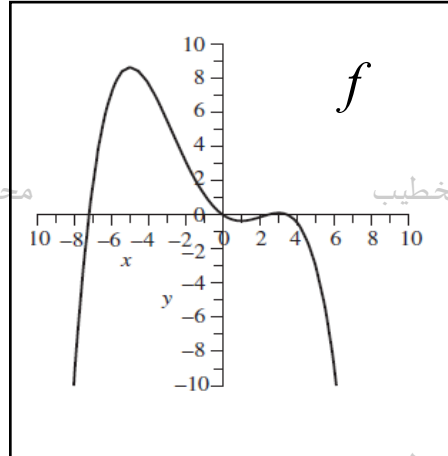
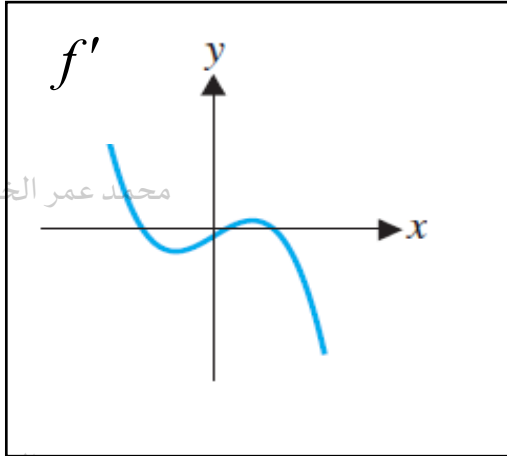
محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

استخدم التمثيل البياني الموضح للدالة f' لرسم تمثيل بياني معقول للدالة المتصلة f

(1)

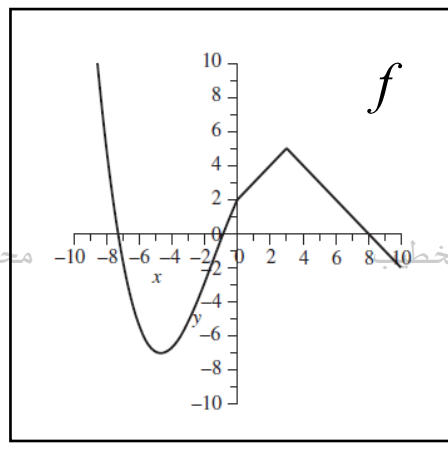
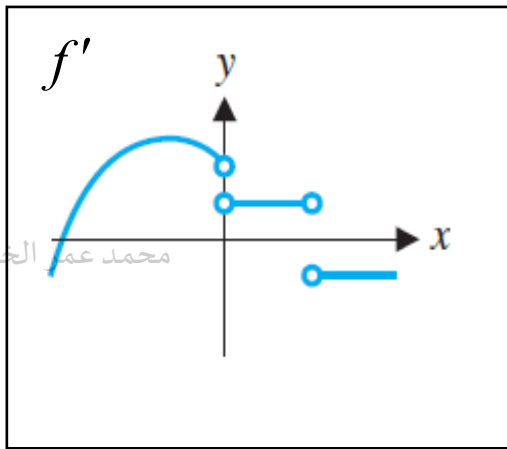


محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2)

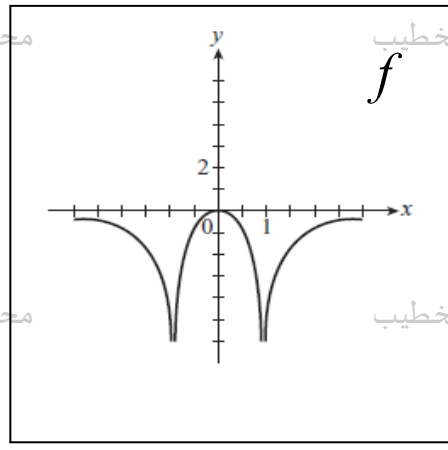
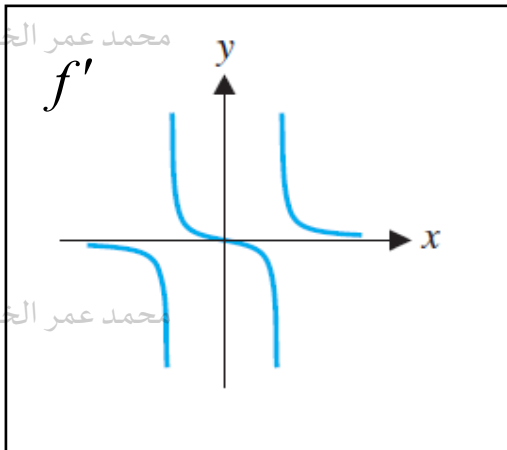


محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3)

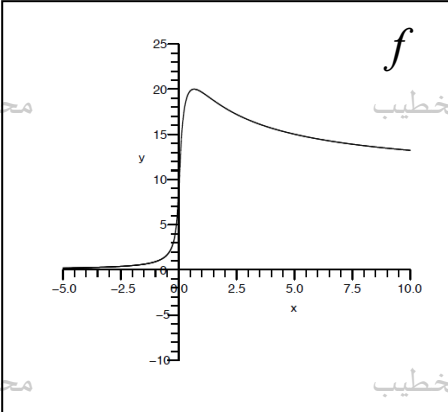
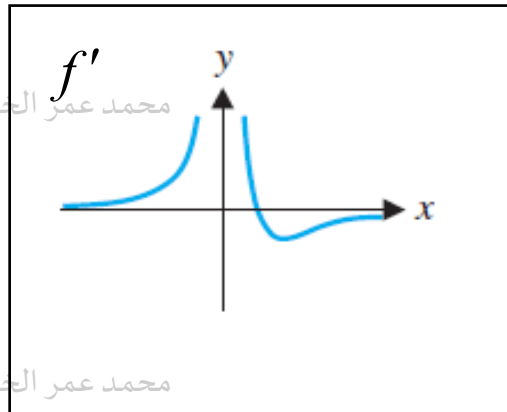


محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(4)



محمد عمر الخطيب

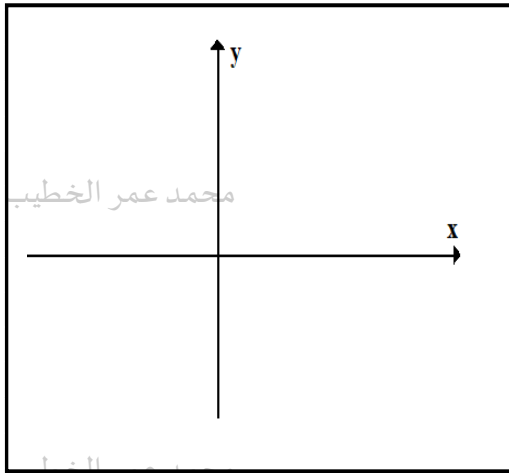
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) ارسم التمثيل البياني المجاور للدالة f التي تحقق الخواص التالية

$$f'(x) = 2x ,$$

$$f(0) = -1 , f(1) = 0 , f(-1) = 0$$



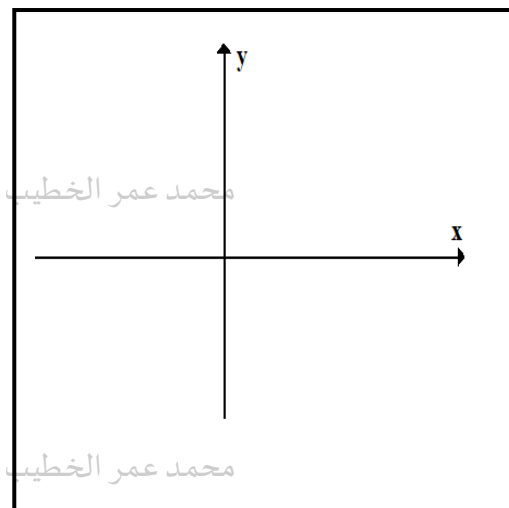
(2) ارسم التمثيل البياني المجاور للدالة f

التي تحقق الخواص التالية

$$f(3) = 3 , f(1) = 0 , f(0) = 1$$

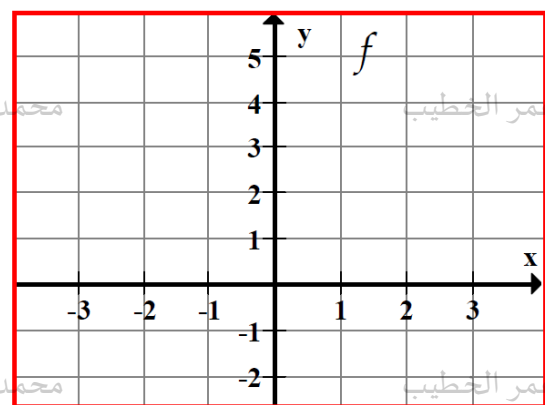
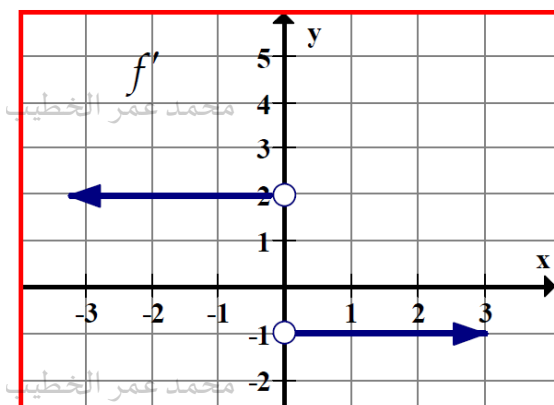
$$f'(3) = 4 , f'(1) = -1 , f'(0) = 0$$

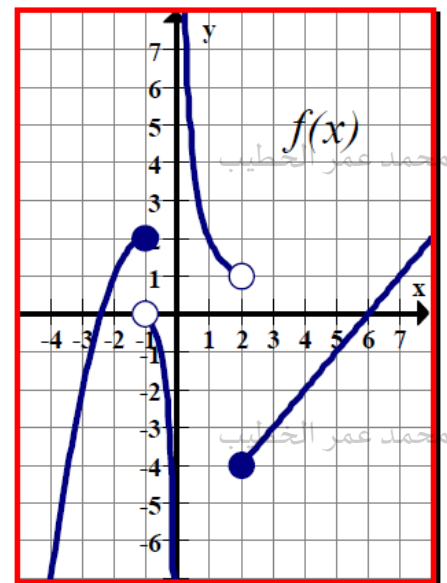
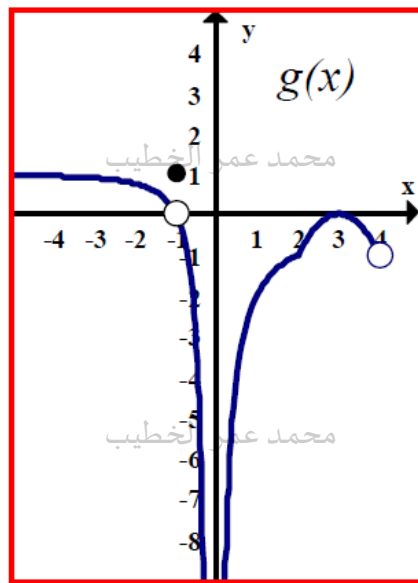
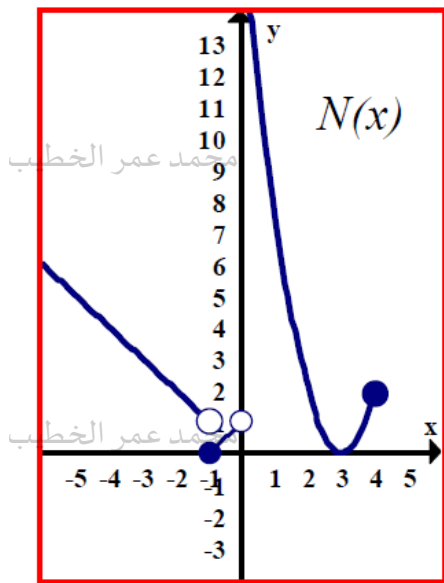
$f'(2)$ غير موجودة



(3) ارسم صورة تقريبية للرسم البياني للدالة المتصلة f والتي لها الخواص الآتية:

$f(0) = 1$ والتمثيل البياني للدالة f' (مشتقة الدالة) f كما هو بالشكل





اكمل الجدول التالي بوضع (نعم) او (لا)

$N(x)$	$g(x)$	$f(x)$	
.....			متصلة عند $x = 1$
.....			لها انفصال لا نهائي عند $x = 0$
.....			قابلة للإشتقاق عند $x = -2$
.....			معدل التغير عند $x = 3$ يساوي صفراً
.....			تكون فقط النهاية لجهة اليسار موجودة عند $x = 4$
.....			لها انفصال يمكن التخلص منه عند $x = -1$

الدالة التي تحقق جميع ما سبق هي :

ملاحظة : سيتم ترتيب الدرس الثالث والرابع بطريقة عرض مختلفة عن الكتاب حيث سيكون في الدرس الثالث من الملزمة قواعد الاشتقاق الموجودة في الدرس الثالث والرابع من الكتاب وتكون تطبيقات الدرس الثالث والرابع من

الكتاب في الدرس الرابع من الملزمة

قواعد الاشتقاق

$$\frac{d}{dx}c = 0$$

$$\frac{d}{dx}ax = a$$

$$\frac{d}{dx}x^n = nx^{n-1}$$

القواعد الخاصة

$$(1) \frac{d}{dx}[c \times f(x)] = c \times f'(x)$$

$$(2) \frac{d}{dx}[f(x) \pm g(x)] = f'(x) \pm g'(x)$$

$$(3) \frac{d}{dx}[f(x) \times g(x)] = f'(x) \times g(x) + f(x) \times g'(x)$$

$$(4) \frac{d}{dx}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{f'(x) \times g(x) - f(x) \times g'(x)}{[g(x)]^2}$$

$$(5) \frac{d}{dx}\sqrt{f(x)} = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$$

$$(6) \frac{d}{dx}\left[\frac{a}{f(x)}\right] = \frac{-a \times f'(x)}{[f(x)]^2}$$

القواعد العامة

قاعدة الضرب ← مشتقة الأول في الثاني + الأول في مشتقة الثاني

قاعدة القسمة ← (مشتقة البسط في المقام - البسط في مشتقة المقام) على مربع المقام

قاعدة الجذر التربيعي ← مشتقة ما تحت الجذر على 2 في الجذر

قاعدة ثابت على دالة ← سالب الثابت في مشتقة المقام على مربع المقام

أوجد المشتقة $\frac{dy}{dx}$ في كل مما يأتي:

(1) $y = 2x^7$

(2) $y = -3x$

(3) $y = 5^2$

(4) $y = \frac{x}{2}$

(5) $y = \frac{4}{x}$

(6) $y = \frac{2}{x^3}$

(7) $y = \sqrt{x}$

(8) $y = \sqrt[3]{x^2}$

(9) $y = x^\pi$

(10) $y = e^2$

(11) $y = \cos \pi$

(12) $y = x\sqrt{x}$

$$(1) \quad y = 2x^3 + 7x - 3\pi$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \quad y = x^5 - x^e + 6$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \quad y = -5x^4 - 2x^{-3} + 4x^{\frac{5}{4}} - \cos \frac{\pi}{4}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \quad y = 3x^2 - \frac{3}{x^3} + \sqrt{x} - \frac{1}{2}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(5) \quad y = \frac{1}{2t} - \frac{4}{t^2} + \sqrt{t^3}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \quad f(t) = 3t^3 - 2\sqrt{t}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \quad f(s) = 5\sqrt{s} - 4s^2 + 3$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \quad f(w) = \frac{3}{w} - 8w + 1$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \quad f(y) = \frac{2}{y^4} - y^3 + 2$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(5) \quad f(x) = \frac{10}{\sqrt[3]{x}} - 2x + \pi$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(6) \quad f(x) = 12x - x^2 - \frac{10}{\sqrt[3]{x^2}}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \quad f(s) = 2s^{3/2} - 3s^{-1/3}$$

$$(2) \quad f(t) = 3t^\pi - 2t^{1.3}$$

$$(3) \quad f(x) = x(3x^2 - \sqrt{x})$$

$$(4) \quad f(x) = \frac{3x^2 - 3x + 1}{2x}$$

$$(5) \quad f(x) = \frac{4x^2 - x + 3}{\sqrt{x}}$$

$$(6) \quad f(x) = (x + 1)(3x^2 - 4)$$

أوجد $f'(x)$ ثم اوجد $f'(0)$ في كل مما يأتي:

(1) $f(x) = (x + 5)(1 - x^5)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) $f(x) = (x^2 + 5)(x^2 - 5)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) $f(x) = x(x + 1)(2x - 5)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(4) $f(x) = (x^2 + 1)^2$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

أوجد المشتقة $\frac{dy}{dx}$ ثم اوجد $\frac{dy}{dx}\bigg|_{x=1}$ في كل مما يأتي:

$$(1) y = \frac{x^2 - 4}{x + 3}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) y = \frac{6x}{\sqrt{x+1}}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) y = \frac{3}{x^2 + 1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) y = (x + 3) \frac{x^2 - 1}{x^2 + 5x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

ملاحظة: قبل دراسة اشتقاق الدالة عند نقطة يجب دراسة الاتصال عند هذه النقطة ونتأكد ان الدالة متصلة عندها

اشتقاق الدوال المعرفه بأكثر من قاعدة (الدوال المتفرعة)

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + 1 & , x \geq 1 \\ 3x & , x < 1 \end{cases} \quad (1) \text{ لتكن:}$$

(أ) هل الدالة $f(x)$ متصلة عند $x = 1$

(ب) هل الدالة $f(x)$ قابلة للاشتقاق عند $x = 1$

(ج) اوجد $f'(x)$

(2) لتكن : $g(x) = |2x - 6|$

(أ) هل الدالة $g(x)$ متصلة عند $x = 3$

(ب) ابحث قابلية الاشتقاق للدالة $g(x)$ عند $x = 3$

(ج) اوجد $g'(x)$

$$g(x) = \begin{cases} x^3 + 1 & , x \geq 1 \\ 3x - 1 & , x < 1 \end{cases} \quad (3) \text{ لتكن:}$$

اوجد $g'(x)$

(4) لتكن : $f(x) = [2x + 1]$ اوجد

(a) $f'(1)$

(b) $f'(0.5)$

(c) $f'(2.4)$

ملاحظة: مشتقة دالة الصحيح عند نقطة

(1) اذا كانت ناتج التعويض ما بداخل الصحيح عدد

صحيح فان المشتقة غير موجودة

(2) اذا كانت ناتج التعويض ما بداخل الصحيح عدد

كسر فان المشتقة موجودة وتساوى صفر

$f(x)$ غير قابلة للاشتقاق

أوجد النقاط التي تكون عندها الدالة

$$(1) f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & , x \geq 1 \\ 3x & , x < 1 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

لايجاد النقاط التي عندها الدالة غير
قابلة للاشتقاق نبحث عند

(1) نقاط التفرع (ممكن)

(2) اصفار مقام الدالة (اكيد)

(3) اصفار مقام المشتقة (اكيد)

$$(2) f(x) = \frac{1}{x-1}$$

$$(3) f(x) = \sqrt[3]{x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) f(x) = |x - 2|$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(5) f(x) = |x| + |x - 2|$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(6) f(x) = |x^2 - 4|$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(7) f(x) = |x - 2|^2$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(8) f(x) = \sqrt{|x|}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

بفرض ان الدوال $f(x), g(x)$ ومشتقاتهما لهما القيم التالية عند $x = 2$

x	$f(x)$	$f'(x)$	$g(x)$	$g'(x)$
2	1	3	5	-4

اوجد :

$$(1) \lim_{x \rightarrow 2} (f(x) + g(x))$$

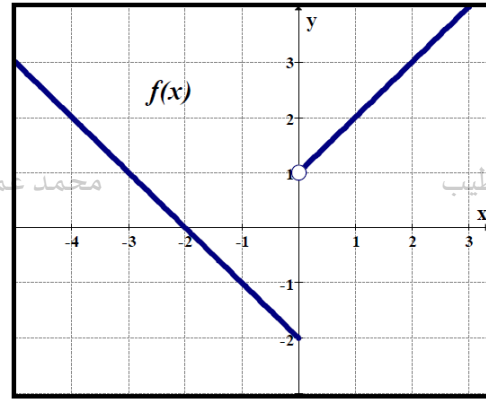
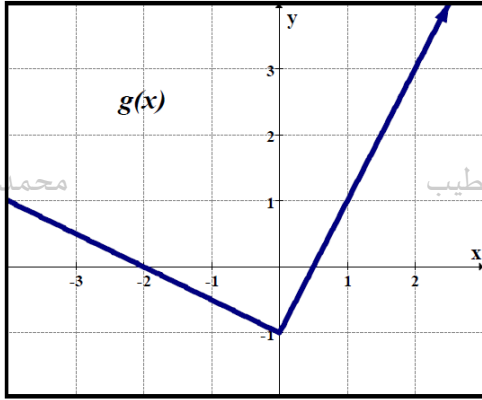
فسر إجابتك

$$(2) \frac{d}{dx} (3f(x) + \frac{1}{4}g(x)) \quad x = 2$$

$$(3) \frac{d}{dx} (f(x) \times g(x)) \quad x = 2$$

$$(4) \frac{d}{dx} \left(\frac{f}{g} \right)(x) \quad x = 2$$

المشتقة من الرسم هي الميل



اوجد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \quad \frac{d}{dx} [2g(x) - 3f(x)] \quad \text{عند } x = -2$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \quad \frac{d}{dx} [f(x) \times g(x)] \quad \text{عند } x = 1$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \quad \frac{d}{dx} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] \quad \text{عند } x = 2$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

رمز المشتقة والمشتقات العليا

الرتبة	المشتقة	تفاضل ليبنز
1	$y' = f'(x)$	$\frac{dy}{dx}$
2	$y'' = f''(x)$	$\frac{d^2 y}{dx^2}$
3	$y''' = f'''(x)$	$\frac{d^3 y}{dx^3}$
4	$y^{(4)} = f^{(4)}(x)$	$\frac{d^4 y}{dx^4}$

المشتقات العليا هي أي مشتقة للدالة بعد المشتقة الأولى مثل
المشتقة الثانية أو الثالثة ...

وتكون المشتقة الثانية هي مشتقة المشتقة وهكذا

(1) إذا كانت: $y = x^4 - 3x^2 + 5$ فاوجد: $\frac{d^2 y}{dx^2}$

(2) إذا كانت: $f(x) = x^5 - 6x^3 + 2x + 8$ فاوجد:

(a) $f^{(4)}(x)$

(b) $f^{(10)}(x)$

(1) اوجد صيغة عامة لـ $f^{(n)}(x)$ (المشتقة ذات الرتبة n) للدالة $f(x) = \frac{1}{x}$

(2) إذا كانت: $f(x) = x g(x)$ اوجد $f^{(n)}(x)$ (المشتقة ذات الرتبة n).

(3) إذا كانت الدالة $f(x)$ قابلة لاشتقاق عند $x=a$ فأثبت ان الدالة $f(x)$ متصلة عند $x=a$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & x < 1 \\ ax + b & x \geq 1 \end{cases}$$

(1) اوجد كل من a, b التي تجعل $f'(1)$ موجودة حيث

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) اوجد كل من m, k التي تجعل الدالة $f(x) = \begin{cases} mx^2 - 2 & x < 1 \\ k\sqrt{x} & x \geq 1 \end{cases}$ قابلة للاشتقاق عند $x = 1$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$f(x) = \begin{cases} 3 - x & , x < 1 \\ ax^2 + bx & , x \geq 1 \end{cases}$$

(1) اوجد كل من a, b التي تجعل $f'(1)$ موجودة حيث

(2) اوجد كل من a, b التي تجعل $f'(0)$ موجودة حيث

$$f(x) = \begin{cases} x + 2 & , x < 0 \\ a(x + b)^2 & , x \geq 0 \end{cases}$$

(1) إذا كانت $f(x) = x^5 - 5x$ فاوجد

$$(a) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f'(x) - f'(2)}{x - 2}$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^5 - 5x - 4}{x + 1}$$

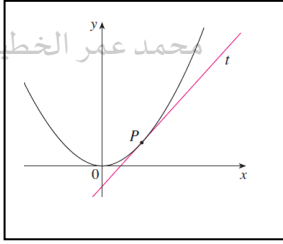
(2) إذا كانت $f(x) = x^3 - ax$ حيث $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h} = 22$ فاوجد قيمة الثابت a

(3) إذا كانت $f(x) = x^4 + bx^2 + 3$ حيث $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f'(x) - f'(2)}{x - 2} = 10$ فاوجد قيمة الثابت b

(4) أوجد كثيرة حدود من الدرجة الثانية $f(x) = ax^2 + bx + c$ والتي تحقق

$$f(0) = -2, f'(0) = 2, f''(0) = 3$$

التطبيقات الهندسية (معادلة المماس والعمودي)



(1) معادلة المماس للدالة $f(x)$ عند النقطة (x_1, y_1) هي

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = m_t = f'(x_1)$$

حيث

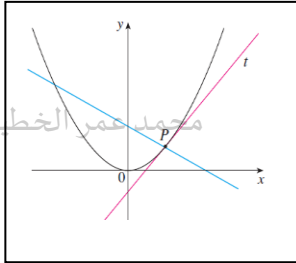
ملاحظة: نقطة التماس هي النقطة التي تقع على منحنى الدالة وعلى المماس ويكون عندها ميل المنحنى وميل المماس متساويان

(2) معادلة العمودي على المماس للدالة $f(x)$ عند النقطة (x_1, y_1) هي

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = m_{\perp} = \frac{-1}{m_t}$$

حيث

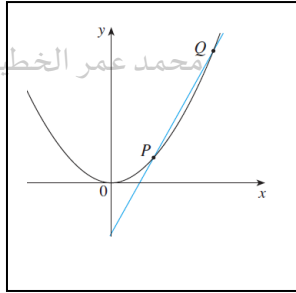


(3) معادلة القاطع التي تمر بالنقطتين (x_1, y_1) و (x_2, y_2) هي

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = m_s = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

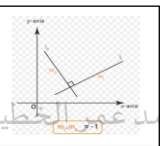
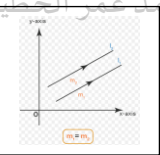
حيث



ملاحظة: ليكن ميل المستقيم L_1 هو m_1 و ميل المستقيم L_2 هو m_2

(1) اذا كان $m_2 = m_1$ فان $L_2 \parallel L_1$ (التوازي) والعكس صحيح

(2) اذا كان $m_2 \times m_1 = -1$ فان $L_2 \perp L_1$ (التعامد) والعكس صحيح

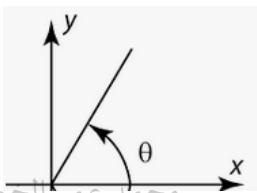


ملاحظة: ميل المماس للدالة عند نقطة يساوي ظل الزاوية الموجبة (الدوران عكس عقارب الساعة)

التي يصنعها المماس مع محور السينات (x)

$$m = \tan \theta$$

اذا كانت الزاوية سالبة اضف π او 180°



(1) أوجد ميل المماس لمنحنى الدالة $f(x)$ عند النقطة $(1, -2)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة $f(x)$ عند النقطة $(1, -2)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) أوجد معادلة العمودي على المماس لمنحنى الدالة $f(x)$ عند النقطة $(1, -2)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(4) أوجد قيم x التي يكون المماس عندها أفقي

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(5) أوجد الزاوية الموجبة التي يصنعها المماس مع محور السينات عند $x = 1$.

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة $f(x) = \frac{x+3}{x^2+1}$ عند $x=1$

(2) أوجد معادلة العمودي على المماس لمنحنى الدالة $f(x) = \frac{1}{x-1}$ عند $x=3$

(3) أوجد الزاوية الموجبة التي يصنعها المماس مع محور السينات للدالة $f(x) = \frac{1}{x-1}$ عند $x=3$

(1) إذا كانت: $f(x) = \frac{1}{x}$ اوجد جميع قيم x التي يكون عندها الميل يساوي $-\frac{1}{4}$

(2) اوجد قيم x التي يكون عندها المماس للدالة: $f(x) = x^3 - 3x + 1$ أفقيا

(3) اوجد قيم x التي يكون عندها المماس للدالة: $f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$ أفقيا

(4) اوجد قيم x التي يصنع عندها المماس للدالة: $f(x) = x^3 - 2x + 1$ زاوية قياسها 45°

(5) اوجد جميع قيم x والتي عندها يكون المماسان على الدالتين $y = x^3 + 2x + 1$ ،

$y = x^4 + x^3 + 3$ متوازيين

(6) اوجد قيمة x التي عندها المستقيم $y = 1 - 3x$ والمماس للمنحنى $y = x^3 + 1$ متعامدين

(1) بفرض ان الدالة $g(x)$ قابلة للاشتقاق حيث $g'(1) = -1, g(1) = 3$

فاوجد معادلة المماس للدالة $h(x)$ عند $x = 1$ حيث $h(x) = x^2 g(x)$

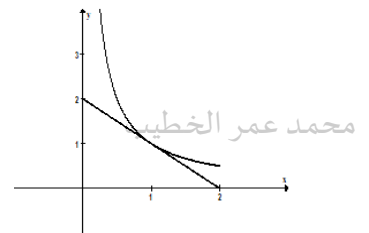
(2) بفرض ان $f(x), g(x)$ دوال قابلة للاشتقاق حيث

$$g'(1) = -2, g(1) = 1 \text{ و } f'(1) = 3, f(1) = -2$$

فاوجد معادلة المماس للدالة $h(x)$ عند $x = 1$ حيث $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$

(1) لتكن $f(x) = \frac{1}{x}$ (أ) اوجد معادلة المماس للدالة عند $x = 1$

(ب) اوجد مساحة المثلث في الربع الأول و المحصورة بالمماس



(2) اوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة $y = x^2 + 2x$ عند النقطة التي يكون المماس عندها موازياً

للمستقيم الذي معادلته: $y = 4x + 1$

(3) اوجد ميل المماس لكل دالة عند نقطة التقاطع ثم حدد الزاوية المحصورة بين المماسين

(a) $y = x$

(b) $y = \frac{1}{x^2}$

اوجد نقطة التقاطع
محمد عمر الخطيب

اوجد ميل المماس الأول m_1

واوجد الزاوية الموجبة θ_1

اوجد ميل المماس الثاني m_2

واوجد الزاوية الموجبة θ_2

الزاوية المحصورة هي حاصل طرح

الزاويتين (الأكبر ناقص الأصغر)

(1) إذا كان منحنى الدالة: $y = 2x^3 - kx + 2$ له مماس افقي عند $x = -1$ فاوجد قيمة k

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) لتكن $f(x) = \sqrt{x}$ ، اوجد قيمة الثابت b التي تجعل المماس عند $x = 4$ موازياً للوتر (القاطع)

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

المرار بالنقطتين: $(b, \sqrt{b})$ ، $(1, 1)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) إذا كان المستقيم الذي معادلته: $y = 3x - a$ مماساً لمنحنى الدالة: $f(x) = 2x^2 - x + 1$

فاوجد قيمة الثابت a

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \text{ اوجد قيمة (قيم) } x \text{ التي عندها لا يوجد ميل للمماس على المنحنى } f(x) = \frac{x+2}{x-1}$$

(قيم) x التي عندها المشتقة غير موجودة)

$$(2) \text{ اوجد قيمة (قيم) } x \text{ التي عندها لا يوجد ميل للمماس على المنحنى } f(x) = x^{2/3}$$

(قيم) x التي عندها المشتقة غير موجودة)

$$(3) \text{ اوجد قيمة (قيم) } x \text{ التي عندها لا يوجد ميل للمماس على المنحنى } f(x) = |x-5|$$

$$(4) \text{ اوجد قيمة (قيم) } x \text{ التي عندها لا يوجد ميل للمماس على المنحنى } f(x) = |x^2 - 3x - 4|$$

$$(5) \text{ اوجد قيمة (قيم) } x \text{ التي عندها لا يوجد ميل للمماس للدالة } f(x) = |x+1| + |x-3|$$

إذا كانت الدالة $f(x)$ متصلة عند $x = c$

(1) يكون للدالة $f(x)$ ركن عند النقطة $x = c$

إذا كان $f'(c^-) \neq f'(c^+)$ وكلاهما أعداد حقيقية

$$f(x) = \begin{cases} -x & x \leq 0 \\ x & x > 0 \end{cases} \implies f'(x) = \begin{cases} -1 & x < 0 \\ 1 & x > 0 \end{cases} \quad \text{مثال}$$

يوجد ركن عند $x = 0$

$$\begin{aligned} f'(0^-) &= -1 \\ f'(0^+) &= 1 \end{aligned}$$

(2) يكون للدالة $f(x)$ ناب عند النقطة $x = c$

إذا كان $f'(c^-), f'(c^+)$ أحدهما ∞ أو $-\infty$

$$f(x) = x^{\frac{2}{3}} \implies f'(x) = \frac{2}{3} x^{-\frac{1}{3}} = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$$

يوجد ناب عند $x = 0$

$$\begin{aligned} f'(0^-) &\rightarrow -\infty \\ f'(0^+) &\rightarrow \infty \end{aligned}$$

(3) يكون للدالة $f(x)$ مماس رأسي عند النقطة $x = c$

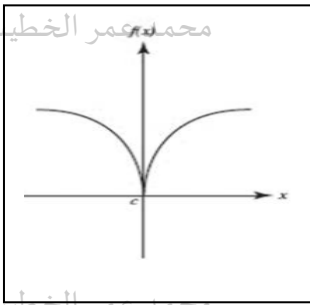
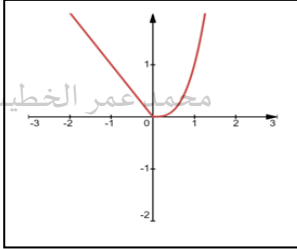
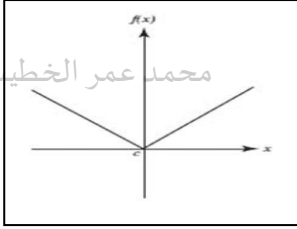
إذا كان $f'(c^-), f'(c^+)$ كلاهما ∞ أو كلاهما $-\infty$

$$f(x) = x^{\frac{1}{3}} \implies f'(x) = \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

يوجد مماس رأسي عند $x = 0$

$$\begin{aligned} f'(0^-) &\rightarrow \infty \\ f'(0^+) &\rightarrow \infty \end{aligned}$$

يسمى كل من الركن والناب رأس مدبب



إذا كانت دالة الموضع أو الموقع لجسم يتحرك على خط مستقيم هي $s(t)$

فان

$$(1) \text{ الازاحة خلال الفترة الزمنية } [t_1, t_2] \text{ هي } \Delta s = s(t_2) - s(t_1)$$

$$(2) \text{ السرعة المتجهه (السرعة المتجهه اللحظية) هي المشتقة الأولى لدالة الموقع } v(t) = s'(t)$$

$$(3) \text{ التسارع هو المشتقة الثانية لدالة الموقع } a(t) = v'(t) = s''(t)$$

$$(4) \text{ السرعة المتجهه المتوسطة على الفترة الزمنية } [t_1, t_2] \text{ هي}$$

$$v_{avg} = \frac{s(t_2) - s(t_1)}{t_2 - t_1}$$

$$(5) \text{ السرعة هي القيمة المطلقة للسرعة المتجهه}$$

ملاحظات

(1) إذا كانت إشارة السرعة المتجهة موجبة (+) يكون الجسم متجهاً لليمين أو (للاعلى)

(2) إذا كانت إشارة السرعة المتجهة سالبة (-) يكون الجسم متجهاً لليسار أو (للاسفل)

(3) يكون الجسم متسارعاً إذا كانت للسرعة والتسارع لهما نفس الإشارة (+ و +) أو (- و -)

(4) يكون الجسم متباطئاً إذا كانت السرعة والتسارع لهما إشارتين مختلفتين (+ و -) أو (- و +)

(5) أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم عندما تنعدم السرعة

[نجد زمن أقصى ارتفاع بوضع $v(t) = 0$ ثم نعوض هذ الزمن بالدالة $s(t)$]

(6) سرعة اصطدام الجسم بالأرض

[نجد زمن الاصطدام بوضع $s(t) = 0$ ثم نعوض هذ الزمن بالدالة $v(t)$]

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب
تمثل الدالة : $s(t) = 60t - 5t^2$ ارتفاع جسم قذف رأسياً للأعلى من الأرض حيث t بالثواني و s بالمتر

(1) اوجد موقع الجسم بعد مرور 3 ثواني.

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب
(2) اوجد موقع الجسم بعد مرور 10 ثواني.

(3) اوجد السرعة المتجهة المتوسطة اول 5 ثواني.

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

(4) اوجد السرعة المتجهة المتوسطة على الفترة الزمنية $[2, 7]$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب
(5) اوجد السرعة المتجهة اللحظية للجسم عند $t = 4$.

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب
(6) اوجد السرعة المتجهة للجسم عند $t = 9$.

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب
(7) اوجد تسارع الجسم عند $t = 5$.

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب
تمثل الدالة : $s(t) = 60t - 5t^2$ ارتفاع جسم قذف رأسياً للأعلى من الأرض حيث t بالثواني و s بالمتر

(1) أوجد أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم. (أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم عندما تتعدم السرعة)

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

(2) أوجد سرعة الجسم عندما يكون على ارتفاع 100 m .

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

(3) أوجد سرعة الجسم عندما يرتطم بالأرض

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

(4) هل كان الجسم صاعداً أم هابطاً عند $t = 7$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

تحرك جسم على خط مستقيم بحيث يعطى موقعه S في أي لحظة t بالدالة:

$$s(t) = t^2 - 10t + 12$$

حيث t بالثانية و s بالقدم

(1) ازاحة الجسم خلال أول 10 ثواني.

(2) السرعة المتوسطة المتجهة للجسم في الفترة $[2, 5]$

(3) السرعة المتجهة عند الثانية الثالثة.

(4) متى تتعدم سرعة الجسم.

(5) ما قيم التسارع في أي لحظة.

(6) صف حركة الجسم (متى يتحرك لليمين ومتى لليسار، متى يكون متسارعاً ومتى متباطئاً)

t	
إشارة $v(t)$	
إشارة $a(t)$	

(1) تمثل الدالة $s(t) = \sqrt{t^2 + 8t}$ موقع جسم بالقدم عند الزمن t ثانية اوجد السرعة المتجهة المتوسطة بين $t = 0$ و $t = 1$

(2) تمثل الدالة $s(t) = \sqrt{t^2 + 8t}$ موقع جسم بالقدم عند الزمن t ثانية اوجد السرعة المتجهة اللحظية عند $t = 1$

(3) جسيم يتحرك في خط مستقيم بحيث ان $s(t) = t\sqrt{t} + 6t$ حيث s المسافة بالأمتار و t الزمن بالثانية اوجد تسارع هذا الجسم عندما تكون سرعته المتجهه $12m/s$

(4) يمثل الجدول المجاور المسافات المقطوعة $s(t)$ بالمتري خلال الفترة الزمنية t ، قدر السرعة اللحظية

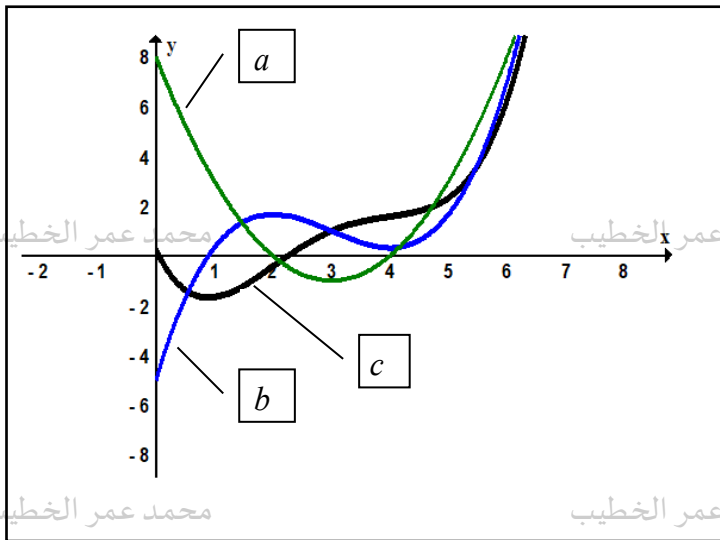
t	1.6	1.8	2.0	2.2	2.4
$s(t)$	3.1	3.9	4.5	5.1	5.5

(1) في الشكل المقابل اياً من المنحنيات يمثل:

دالة الموقع.

دالة السرعة المتجهة.

دالة التسارع.



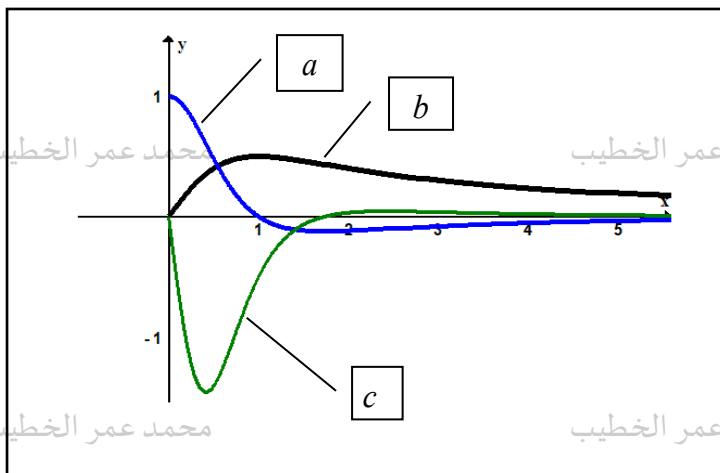
(2) في الشكل المقابل اياً من المنحنيات

يمثل:

دالة الموقع.

دالة السرعة المتجهة.

دالة التسارع.

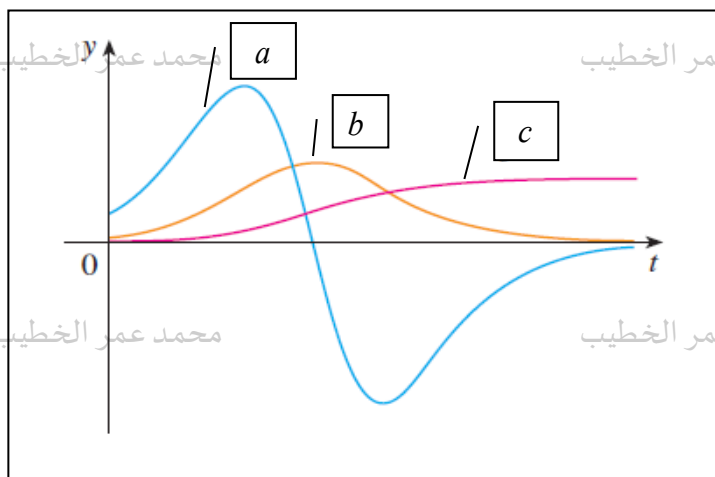


(3) في الشكل المقابل اياً من المنحنيات يمثل:

دالة الموقع.

دالة السرعة المتجهة.

دالة التسارع.



تحدد العلاقة $u(m) = \frac{83m}{m + 0.05}$ meter / s السرعة الابتدائية لكرة جولف كتلتها 0.05 kg

ضربت بعصا كتلتها $m \text{ kg}$ والسرعة الابتدائية للعصا 50 m / s

وزن الكرة... ثابت

سرعة المضرب... ثابت

(1) اوجد السرعة الابتدائية للكرة عندما يكون وزن العصا 0.15 kg

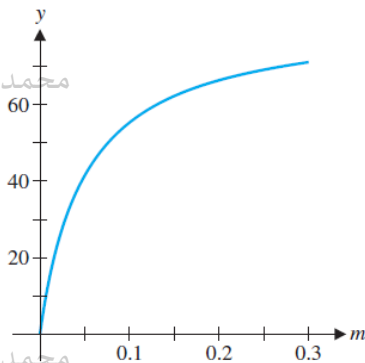
(2) اوجد السرعة الابتدائية للكرة عندما يكون وزن العصا 0.20 kg . ماذا تلاحظ

(3) اوجد $u'(m)$

التفسير:

بما ان المشتقة موجبة (الميل موجب) يعني كلما زادت كتلة العصا زادت السرعة الابتدائية للكرة

(العلاقة بين المتغيرين طردية)



(4) بين ان $u'(m) > 0$ ثم فسر النتيجة

(5) اوجد $u'(0.15)$ و $u'(0.20)$ ثم فسر النتيجة

التفسير:

معدل التغير (الزيادة او النقصان) للعصا الثقيلة اقل من

معدل التغير (الزيادة او النقصان) للعصا الخفيفة في وحدة

الزمن

$$r = \frac{1}{\frac{0.55}{c} + \frac{0.45}{h}} = \frac{ch}{0.55h + 0.45c}$$

كمية الوقود المستهلك بالجالون لسيارة تسير داخل المدينة مسافة c ميل وعلى الطريق السريع مسافة h ميل

(أ) اوجد كمية الوقود المستهلك عندما تقطع السيارة 100 ميل داخل المدينة و 50 ميل على الطريق السريع

(ب) اوجد كمية الوقود المستهلك عندما تقطع السيارة 50 ميل داخل المدينة و 100 ميل على الطريق السريع

(ج) اوجد $\frac{dr}{dc}$ ثم بين ان $\frac{dr}{dc} > 0$ وفسر النتيجة

اعتبر h ثابت

التفسير:

العلاقة بين المتغيرين طردية

(1) في بستان فاكهة به أشجار خوخ، وجد أن الكمية P من الخوخ السليم بالكيلو غرام تنتجها شجرة متوسطة الإنتاج يتوقف على عدد الكيلو غرامات x من المبيد الحشري المستخدم لرش الشجرة

$$P(x) = 300 - \frac{100}{x}$$

حسب العلاقة:

اوجد معدل التغير في انتاج الشجرة من الخوخ عند استخدام 4 كيلو من المبيد الحشري.

(2) تشير دراسة بيئية لاحد المدن ان تركيز اول اكسيد الكربون في الهواء يعطى بالعلاقة:

$$Q(t) = 0.05t^2 + 0.1t + 3.4$$

حيث Q تقاس بالجزء من المليون و t تقاس بالسنوات

(أ) اوجد متوسط التغير في تركيز اول اكسيد الكربون في الفترة الزمنية $[1, 10]$

(ب) اوجد معدل التغير في تركيز غاز اول اكسيد الكربون بعد 3 سنوات

(3) تمثل الدالة $f(t) = \sqrt{t+4}$ اجمالي المبيعات عند الزمن t بالشهور، اوجد معدل التغير في المبيعات

عند الشهر الخامس، صف ماذا يحدث لمعدل التغير في المبيعات مع مرور الزمن

(1) يبيع مصنع دمی 120000 قطعة سنوياً بسعر القطعة 25 درهم ، اذا اراد صاحب المصنع زيادة لمبيعات بمعدل 2000 قطعة سنوياً وتخفيض سعر القطعة بمعدل 50 فلس للقطعة ، اوجد معدل التغير التقريبي في دخل المصنع السنوي ، هل قرار ادارة المصنع كان صحيحاً.

الكمية $Q(t)$
معدل التغير في الكمية $Q'(t)$
السعر $P(t)$
معدل التغير في السعر $P'(t)$
الإيراد $R(t)$
$R(t) = Q(t) \times P(t)$
معدل التغير في الإيراد $R'(t)$
ملاحظة: في حالة لم يعطى زمن فاننا نعوض بدل الزمن صفر ويكون الجواب معدل تقريبي للتغير عند اي سنة

(2) شركة لإنتاج ألعاب الأطفال تبيع إنتاجها البالغ 25000 قطعة سنوياً بسعر 40 درهم للقطعة الواحدة إذا قررت الشركة زيادة الإنتاج بمعدل 2000 قطعة سنوياً لرفع إيراداته بمعدل 130000 درهم سنوياً احسب معدل التغير في سعر القطعة سنوياً الذي على الشركة أن تزيده لتحقيق ذلك الإيرادات.

(1) استأجر أعضاء احد النوادي بركة سباحة لمدة 10 سنوات .وتم تقسيم الايجار بالتساوي على الاعضاء المساهمين .وكان هناك 80 عضواً.حيث ايجار البركة 8000 درهم سنوياً. فاذا كان عدد الأعضاء يتزايدون بمعدل 20 عضواً في السنة وايجار البركة يتزايد بمعدل 1000 درهم سنوياً. ما المعدل اللحظي للتغير في نصيب كل واحد من الاعضاء المشاركين من ايجار بركة السباحة.

(2) يبيع مصنع دمي $Q(t)$ قطعة سنوياً ونسبة نقصان في معدل التغير هو 4% سنوياً ، اذا كان سعر القطعة $P(t)$ ويتزايد بنسبة في معدل التغير هو 3% سنوياً ، ، والدخل السنوي للمصنع هو $R(t)$ ، اوجد النسبة المئوية لمعدل التغير في دخل المصنع السنوي ، هل قرار ادارة المصنع كان صحيحاً.

النسبة المئوية لمعدل التغير في الايراد

$$\frac{R'(t)}{R(t)} \times 100\% \text{ هو}$$

(3) يمثل الجدول المجاور المبيعات السنوية $f(t)$ لاحدى الشركات بملايين الدراهم خلال فترة زمنية

t	1990	1995	2000	2005	2010
$f(t)$	1.7	2.1	2.4	2.8	3.0

قدر معدل التغير في المبيعات

عام 2000 السنوي

ملاحظة: سيتم شرح الدرس السادس (مشتقة الدوال الدائرية) قبل الدرس الخامس (قاعدة السلسلة)

مشتقات الدوال المثلثية

تذكر ان

قوانين النهايات

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x} = 0$$

$$\frac{d}{dx} \sin x = \cos x$$

$$\frac{d}{dx} \cos x = -\sin x$$

$$\frac{d}{dx} \tan x = \sec^2 x$$

$$\frac{d}{dx} \sec x = \sec x \tan x$$

$$\frac{d}{dx} \csc x = -\csc x \cot x$$

$$\frac{d}{dx} \cot x = -\csc^2 x$$

اوجد $\frac{dy}{dx}$ في كل مما يأتي:

$$(1) y = 1 + x - \cos x$$

$$(2) y = \tan x - \sin \frac{\pi}{2}$$

$$(3) y = \sin x + \cot x - \frac{2}{x}$$

(1) $y = 3x - 4\sin x + \pi$

(2) $y = \sec x - \csc x$

(3) $y = \sin x - \cos x - \sqrt{x}$

(4) $y = \sin x \cos x$

(5) $y = x^3 \tan x$

(6) $y = \frac{x}{1 + \cos x}$

$$(1) \quad f(x) = \sin^2 x + \cos^2 x$$

$$(2) \quad f(x) = \frac{\sin x}{\sec x + x}$$

$$(3) \quad f(x) = \frac{\sin x}{\sin x + \cos x}$$

$$(4) \quad f(x) = \frac{x}{1 + \cot x}$$

$$(5) \quad f(x) = \frac{\csc x}{x^2 - 1}$$

$$(1) \quad f(x) = \frac{-2}{1 + \sec x}$$

$$(2) \quad f(x) = \frac{\cot x}{x} - \sec x$$

$$(3) \quad f(x) = \frac{\sec^2 x - \tan^2 x}{\sec x}$$

$$(4) \quad f(x) = (3x^2 + 1)\cot x$$

$$(5) \quad f(x) = \frac{\sec x - \csc x}{\sin x + \cos x}$$

$$(6) \quad f(x) = x \sin x \cos x$$

(1) إذا كان: $y = \sec x$ فاوجد $\frac{d^2 y}{dx^2}$

(2) إذا كانت: $f(x) = x \sin x + \cos x$

فاثبت أن: $xf''(x) + xf'(x) - 2f(x) = 0$

إذا كان : $y = x^3 + \sin x$ فاوجد:

(1) $\frac{d^2 y}{dx^2}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) $\frac{d^{10} y}{dx^{10}}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) $\frac{d^{263} y}{dx^{263}}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(4) $\frac{d^{801} y}{dx^{801}}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(5) $\frac{d^{1000} y}{dx^{1000}} + \frac{d^{502} y}{dx^{502}}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(6) $\frac{d^{1000}}{dx^{1000}} \left(\frac{d^{404} y}{dx^{404}} \right) = \frac{d^{1404}}{dx^{1404}}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

ملاحظة: في الدوال الدورية

لايجاد المشتقة ذات الرتبة n

نقسم العدد n على 4 بالآلة الحاسبة

ونلاحظ الكسر العشري فقط

فاذا كان الكسر العشري

0 تكون الدالة الاصلية

0.25 (ربع) تكون المشقة الأولى

0.50 (ربعين) تكون المشقة الثانية

0.75 (3 ارباع) تكون المشقة الثالثة

مع ملاحظة ان الدالة الحدودية

تختفي بعد عدد معين من المشتقات

$$(1) \text{ اذا كانت : } g(x) = \begin{cases} \sin x & , x \geq \pi \\ a x + b & , x < \pi \end{cases}$$

اوجد قيمة كل من الثابتين a, b بحيث تكون الدالة $g(x)$ قابلة للاشتقاق عند $x = \pi$

$$(2) \text{ اوجد معادلة المماس للدالة } y = \frac{\sin x}{1 + \cos x} \text{ عند } x = \frac{\pi}{2}$$

$$(3) \text{ اذا كان } f(x) = \sqrt[3]{x} \sin x \text{ فاوجد } f'(0)$$

ملاحظة :

اذا كان ناتج التعويض بعد الاشتقاق يساوي صفر على صفر فيجب اخذ النهاية لايجاد قيمة المشتقة عند النقطة او ايجاد المشتقة بالتعريف

قاعدة السلسلة

$$\frac{d}{dx}[f(x)]^n = n \times [f(x)]^{n-1} f'(x)$$

(الشكل الأول)

ام قوس

$$\frac{d}{dx}[(f \circ g)(x)] = \frac{d}{dx}[f(g(x))] = f'(g(x)) \times g'(x)$$

(الشكل الثاني)

التركيب

$$y \rightarrow u \rightarrow x$$

$$y = f(u) , \quad u = g(x)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{\frac{dt}{dx}}$$

(الشكل الثالث)

السلسلة

مشتقة الدالة العكسية

$$g'(x) = \frac{1}{f'(g(x))}$$

إذا كانت $g(x) = f^{-1}(x)$ فإن

$$[f^{-1}(x)]' = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$$

او

اوجد $\frac{dy}{dx}$ في كل مما يأتي:

(1) $y = (x^2 + 3)^5$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) $y = \frac{3}{(x^3 - 5x + 8)^3}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) $y = x^5(4x - 1)^3$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(4) $y = (2x + 1)^5(2x - 1)^5$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(5) $y = \left(\frac{x^2 + 3}{2x - 4}\right)^3$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(6) $y = \sqrt{x + \sqrt{x}}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

اوجد $\frac{dy}{dx}$ في كل مما يأتي:

(1) $y = (\sin x - x)^5$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) $y = \sin^2 x$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) $y = \sec^5 x$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(4) $y = x \cos^2 x$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(5) $y = \sin^3 x \cos x$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(6) $y = x\sqrt{\sin x}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) $f(x) = \cos(\sqrt{x})$

الزاوية خلاف x

(2) $f(x) = \tan \sqrt{x^3 + 1}$

(3) $f(x) = \sin(\cos 4x)$

(4) $f(x) = \sin^2(2x)$

(5) $f(x) = \cot^2 x^3$

(6) $f(x) = \cos\left(\frac{1}{\cos x}\right)$

(7) $f(x) = \frac{1}{\sin 4x}$

(1) $f(x) = \sin(\cos \sqrt{x})$

(2) $f(x) = \sec^2 x \tan x^2$

(3) $f(x) = \frac{\sin x^2}{x^2}$

(4) $f(x) = \tan 3x - \csc^2 x$

(5) $f(x) = \sqrt{\tan x^2 + 2}$

(6) $f(x) = \sqrt{\sin x \cos x}$

$$(1) \quad f(x) = \sin x^2 \tan x$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \quad f(x) = \sin^2(\tan x)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \quad f(x) = \sin(\tan^2 x)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \quad f(x) = \sec x^2 \tan x^2$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(5) \quad f(x) = \sec^2(\tan x)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(6) \quad f(x) = \sec(\tan^2 x)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \quad f(x) = 4\sin^2 3x + 4\cos^2 3x$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \quad f(t) = \sqrt{\cos 5t \sec 5t}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \quad f(x) = x \tan \sqrt{x^2 + 1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

$$(4) \quad f(x) = 4x^2 \sin x \sec 3x$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(5) \quad f(x) = \tan^4 (\sin^3 (x^2))$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

(a) $f^{(75)}(x)$

(b) $f^{(101)}(x)$

(c) $f^{(101)}(\pi)$

(2) اذا كان : $f(x) = \sin x + \cos 3x$ فاوجد

(a) $f^{(11)}(x)$

(b) $f^{(20)}(\pi)$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$

اوجد $\frac{dy}{dx}$ في كل مما يأتي عند النقطة المشار إليها:

(1) $y = u^2 + 3\sin u$, $u = x^2 - 1$, $x = 1$

(2) $y = u^2 + \sec u$, $u = \pi x^2$, $x = \frac{1}{2}$

(3) $\left. \frac{dy}{du} \right|_{u=-1} = -3$, $u = x^2 - 3x + 1$, $x = 1$

(4) $y = \tan(t + \frac{\pi}{4})$, $x = 3t^2 - t$, $t = 0$

اوجد $\frac{dy}{dx}$ في كل مما يأتي

$$(1) \quad y = f(x^2)$$

$$(2) \quad y = f(\sqrt{x})$$

$$(3) \quad y = [f(x)]^2$$

$$(4) \quad y = \sqrt{f(x)}$$

$$(5) \quad y = f(f(x))$$

$$(7) \quad y = f\left(\frac{x}{f(x)}\right)$$

$$(8) \quad y = x f(x^3)$$

افترض ان الدوال: $f(x)$, $g(x)$ ومشتقاتهما لهما القيم التالية عند $x = 2$

x	$f(x)$	$f'(x)$	$g(x)$	$g'(x)$
2	1	3	2	-4

اوجد $h'(2)$ في الحالات التالية

$$(1) \quad h(x) = 4f(x) + g(x) - x^2$$

$$(2) \quad h(x) = f^3(x) + \frac{1}{g(x)}$$

$$(3) \quad h(x) = \sqrt{f(x) + 2g(x)}$$

$$(4) \quad h(x) = f(g(x))$$

بفرض أن الدوال: $f(x), g(x)$ ومشتقاتهما لهم القيم التالية عند $x = 2, x = 4$

x	$f(x)$	$f'(x)$	$g(x)$	$g'(x)$
2	3	7	4	6
4	2	-5	9	-3

أوجد $h'(x)$ عند القيمة المشار إليها:

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \quad h(x) = f(\sqrt{x}) \quad x = 4$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \quad h(x) = f(g(x)) \quad x = 2$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \quad h(x) = f^3(x^2) \quad x = 2$$

محمد عمر الخطيب

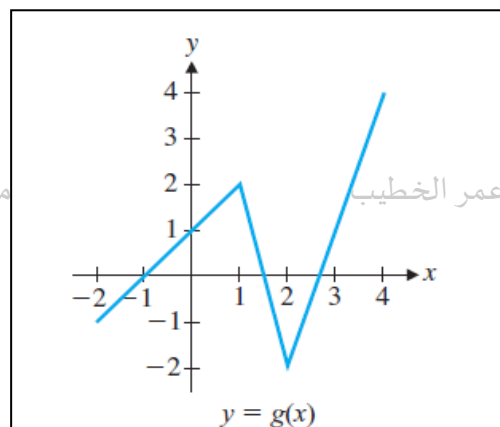
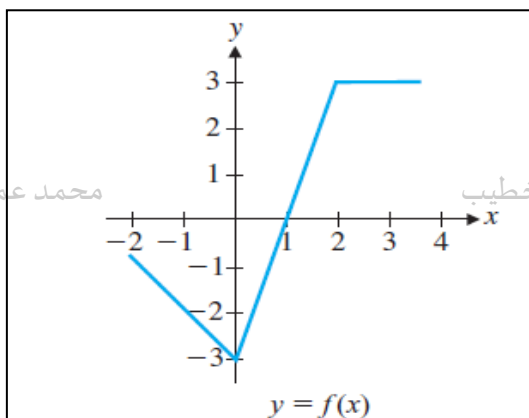
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

الرسم البياني المجاور يمثل بيان الدالة $f(x), g(x)$ (1) اوجد $h'(0)$ حيث

$$h(x) = f(g(x))$$

(2) اوجد $h'(-1)$ حيث

$$h(x) = f(f(x))$$

(3) اوجد $h'(1)$ حيث

$$h(x) = (g \circ f)(x)$$

(1) بفرض ان الدوال: $g(x), f(x)$ ومشتقاتهما لهم القيم التالية

$$f(1) = 3, g(1) = 2, f'(1) = 4, f'(2) = 3, g'(1) = -2, g'(3) = 5$$

اوجد $h'(1)$ حيث $h(x) = f(g(x))$

(2) اذا كان $y = f(x^2 + x) + f(2)$ وكان $f'(2) = -1$ ، فاوجد $\frac{dy}{dx}$ عند $x = 1$

$g(-2)$	$f'(3)$	$g'(-2)$
-1	-4	2

(3) اذا علمت ان: $h(x) = f(x^2 + g(x))$

اوجد $h'(-2)$

(4) اذا كان $f\left(\frac{1}{x}\right) = 4x^3 - 7x + 1$ فاوجد $f'(2)$

$$f(x) = \begin{cases} 1 + \cos 2x & , x \geq \frac{\pi}{4} \\ a + bx & , x < \frac{\pi}{4} \end{cases} \quad (1) \text{ لتكن:}$$

دالة قابلة للاشتقاق عند $x = \frac{\pi}{4}$ فاوجد قيمة كل من a, b

(2) اذا كانت $h'(x) = n\sqrt{h(x)}$ حيث $n > 0$ و $h''(x) = 18$ فاوجد قيمة الثابت n

(1) اوجد معادلة المماس للدالة $f(x) = \sin 4x$ عند $x = \frac{\pi}{8}$

(2) اوجد قيم x التي يكون عندها المماس للدالة $f(x) = x - \sin 2x$ افقي

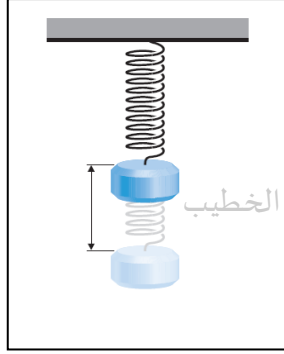
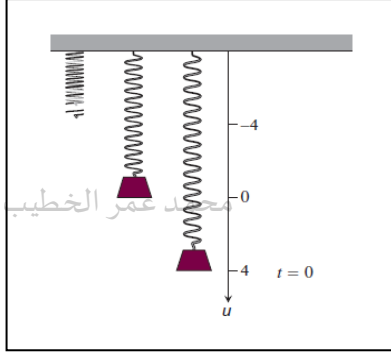
(3) اوجد قيم x التي يصنع عندها المماس لمنحنى الدالة $f(x) = x - 2 \cos x$

مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية مقدارها 135°

(4) اوجد قيم x التي تجعل الدالة $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + 2x}$ غير قابلة للاشتقاق

لتكن $u(t) = 4 \cos(2t)$ تقيس مقدار الازاحة بالبوصة لكتلة معلقة في زنبرك لمدة t ثانية بعد

تحريرها



(1) احسب السرعة المتجهة عند اي زمن

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

اقصى سرعة متجهة هي

السعة

محمد عمر الخطيب

(2) اوجد اقصى سرعة متجهة للزنبرك

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

نقطة التوازن عندما تكون

$$u(t) = 0$$

(3) اوجد الزمن الذي تكون فيه السرعة المتجهة اكبر ما يمكن

(4) احسب موقع الجسم عندما تتعدم سرعته

(1) اوجد الدالة $g(x)$ التي تجعل $g'(x) = f(x)$ حيث

(a) $f(x) = 2x(x^2 + 3)^3$

الحل بالتخمين

(b) $f(x) = \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x + 1}}$

(2) تسمى الدالة $f(x)$ دالة زوجية اذا حققت $f(-x) = f(x)$ لكل قيم x

وتسمى دالة فردية اذا حققت $f(-x) = -f(x)$ لكل قيم x

اثبت ان مشتقة الدالة الزوجية هي دالة فردية

إذا كانت $g(x) = f^{-1}(x)$ فإن

$$g'(x) = \frac{1}{f'(g(x))}$$

أو

$$[f^{-1}(x)]' = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$$

(1) إذا كانت $f(x) = x^3 - 3$ وكانت $g(x) = f^{-1}(x)$ ، فاوجد $g'(5)$

(2) إذا كانت $f(x) = x^3 + 4x - 1$ وكانت $g(x) = f^{-1}(x)$ ، فاوجد $g'(-1)$

(3) إذا كانت $f(x) = x^3 + 3\sin x + 2\cos x$ وكانت $g(x) = f^{-1}(x)$ ، فاوجد $g'(2)$

(1) إذا كانت الدالة $f(x) = \sqrt{x^3 + 2x + 4}$ لها معكوس هي $g(x)$ ، فاوجد $g'(2)$

(2) اعتمد على الجدول المجاور لإيجاد معادلة المماس للدالة $g(x) = f^{-1}(x)$ عند $x = 2$

x	$f(x)$	$f'(x)$
2	3	4
3	2	5

(3) إذا كانت $f(x) = x^3 + 5x$ حيث $f(1) = 6$ ، فاوجد $[f^{-1}(x)]'$ عند $x = 6$

(4) إذا كانت $f(x) = x^3 + 5x + 6$ لها الدالة العكسية $g(x)$ ، فاوجد $g'(x)$ بدلالة $g(x)$

الوحدة الثالثة: التفاضل /// الدرس السابع: مشتقة الدوال الاسية واللوغارتمية

مشتقة الدوال الاسية

تذكر

خاصية تغير الأساس

$$a^x = e^{x \ln a}$$

$$\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$$

$$\frac{d}{dx} e^x = e^x$$

$$\frac{d}{dx} a^x = a^x \times \ln a$$

$$\frac{d}{dx} e^{f(x)} = e^{f(x)} \times f'(x)$$

$$\frac{d}{dx} a^{f(x)} = a^{f(x)} \times f'(x) \times \ln a$$

مشتقة الدوال اللوغارتمية

$$\frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x}$$

$$\frac{d}{dx} \log_a x = \frac{1}{x \times \ln a}$$

$$\frac{d}{dx} \ln f(x) = \frac{f'(x)}{f(x)}$$

$$\frac{d}{dx} \log_a f(x) = \frac{f'(x)}{f(x) \times \ln a}$$

$$\frac{d}{dx} \ln |f(x)| = \frac{f'(x)}{f(x)} \quad \text{و} \quad \frac{d}{dx} \ln |x| = \frac{1}{x}$$

وبشكل عام

ملاحظة: يمكن الاستفادة من خواص الأسس واللوغاريتمات قبل الاشتقاق

$$(1) \quad y = 2e^{-3x}$$

أوجد $\frac{dy}{dx}$ في كل مما يلي :

$$(2) \quad y = e^{\sin x}$$

$$(3) \quad y = \left(\frac{1}{e}\right)^{x^2-1}$$

$$(4) \quad y = 2^{\tan x}$$

$$(5) \quad y = 3^{\sqrt{x}}$$

اوجد $\frac{dy}{dx}$ في كل مما يلي :

$$(1) \quad y = 5^{2x} + \ln(x^2 - 5x)$$

$$(2) \quad y = e^{\sqrt{x}} + \ln|2 - \cos x|$$

$$(3) \quad y = \ln|\sec x + \tan x|$$

$$(4) \quad y = x^2 e^{\cos x}$$

$$(5) \quad y = x 5^{3x}$$

$$(6) \quad y = \frac{e^{\sqrt{x^2+1}}}{2x}$$

اوجد $\frac{dy}{dx}$ في كل مما يلي :

$$(1) \quad y = 2^{e^x} + 3^{\cos x} + \log_2 x$$

$$(2) \quad y = \ln(\sin 2x)$$

$$(3) \quad y = e^{1/x} + x \ln x$$

$$(4) \quad y = \ln(\tan^2 x^3)$$

$$(5) \quad y = \ln(x-1) + \ln(e^{\sec x}) + e^{2 \ln x}$$

$$(6) \quad y = \ln(\cos 3x) + 3^{\sin x^3}$$

$$(1) \quad f(x) = \sin(\ln x^2)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \quad g(t) = \ln(\sin t^2)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \quad f(x) = \frac{\sqrt{\ln x}}{x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \quad g(t) = \frac{\ln \sqrt{t}}{t}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(5) \quad f(x) = \frac{e^x}{2^x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

اوجد $\frac{dy}{dx}$ في كل مما يلي :

$$(1) \quad y = x \ln(\sqrt{x^2 + 1})$$

$$(2) \quad y = e^{\tan x} \ln|x|$$

$$(3) \quad y = \sqrt[3]{\ln(x^2 - 1)}$$

$$(4) \quad y = \ln\left(\frac{x + \sin x}{1 - \cos x}\right)$$

$$(5) \quad y = \ln(x^3 e^{\sin x} \tan^3 x)$$

(1) إذا كان : $f(x) = e^{2x}$ فاوجد

(a) $f^{(10)}(x)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(b) $f^{(100)}(0)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) إذا كان : $f(x) = e^{2x} + \cos 2x - x$ فاوجد

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $f^{(11)}(x)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(b) $f^{(22)}(0)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$y = [f(x)]^{g(x)}$$

يستخدم التفاضل اللوغاريتمي لإيجاد مشتقة دالة على الصورة

أوجد $\frac{dy}{dx}$ في كل مما يلي :

$$(1) \quad y = x^x$$

(1) خذ $\ln$ للطرفين

(2) اشتق الطرفين ضمناً

(3) اضرب الطرفين في y

(4) استرجع الفرض

$$(2) \quad y = x^{\sin x}$$

$$(3) \quad y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2}$$

استخدم التفاضل اللوغاريتمي في إيجاد $f'(x)$ في كل مما يلي :

$$(1) \quad f(x) = (x^2)^{3x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \quad f(x) = x^{\sqrt{x}}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \quad f(x) = x^{\ln x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \quad f(x) = (\sin x)^{\ln x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) اذا كانت $f(x) = 4x - \ln x^3$ وكانت $g(x) = f^{-1}(x)$ فاوجد $g'(4)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) اوجد جميع قيم x التي يكون عندها للدالة $f(x) = x e^{-2x}$ مماس افقي

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) اوجد معادلة المماس للدالة $f(x) = 3^{\tan x}$ عند $x = \frac{\pi}{4}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(4) اوجد معادلة المماس للدالة $f(x) = \ln x$ والتي تمر معادلة المماس بنقطة الأصل

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) تحدد الدالة $v(t) = 100 \times 4^t$ قيمة الاستثمار لمبلغ 100 درهم بعد الزمن t اوجد النسبة المئوية

للمعدل اللحظي للتغير

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

النسبة المئوية للمعدل اللحظي للتغير

$$\frac{v'(t)}{v(t)} \times 100\%$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) يبدأ تكاثر البكتريا بالعدد 200 ويتضاعف ثلاث مرات كل يوم، اوجد قانون لتكاثر البكتيريا بعد t يوم، ثم اوجد النسبة المئوية للمعدل اللحظي للتغير في التكاثر

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

عدد البكتيريا يساوي $p(t) = p_0 a^{rt}$

حيث p_0 عدد البكتيريا في بداية التجربة

حيث a عدد المرات التي تضاعف فيها البكتيريا في وحدة الزمن

حيث r معدل نمو البكتيريا ونجدة من خلال تعويض المعطيات

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) يبدأ تكاثر البكتريا بالعدد 500 ويتضاعف كل اربعة ايام، اوجد قانون لتكاثر البكتيريا بعد t

يوم، ثم اوجد النسبة المئوية للمعدل اللحظي للتغير في التكاثر

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

لتكن $c(t) = \frac{10}{9e^{-20t} + 1}$ تقيس تركيز مادة معينة بعد t ثانية من التفاعل

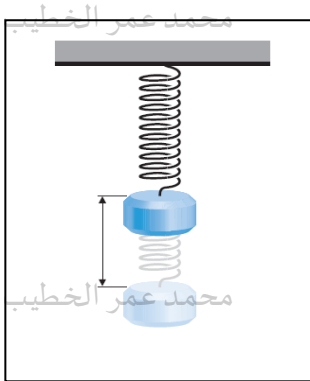
(أ) اوجد تركيز المادة عند بداية التفاعل.

(ب) اوجد $c'(t)$ وماذا تعني

(ج) بين ان $c'(t) > 0$ وفسر النتيجة

$$\lim_{t \rightarrow \infty} c(t)$$

(د) اوجد اكبر قيمة للتركيز (الحد الأقصى للتركيز) مع مرور الزمن



محمد عمر الخطيب
(1) تعطى الدالة $s(t) = e^{-2t} \sin 3t$ موقع كتلة مرتبطة بزنبك في أي زمن t

(أ) اوجد دالة السرعة المتجهه

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

نقطة التوازن عندما تكون

$$s(t) = 0$$

(ب) ا اوجد السرعة المتجهه عند $t = 0$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(ج) متى تكون السرعة المتجهه صفر (اول مرة)

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) يمكن تقريب الدالة $f(x) = e^x$ بدالة حدودية من الدرجة الثانية $T(x) = ax^2 + bx + c$

حيث $f(x) \approx T(x)$ و تحقق الشروط $f(0) = T(0), f'(0) = T'(0), f''(0) = T''(0)$

اوجد قيم الثوابت a, b, c التي تجعل $f(x) \approx T(x)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

الاشتقاق الضمني

تسمى الدالة التي على الصورة $y = f(x)$ علاقة (دالة) صريحة وغير ذلك تسمى علاقة ضمنية

بعض الامثلة للمشتقات الضمنية

$$y \rightarrow y'$$

$$y^2 \rightarrow 2y y'$$

$$\sqrt{y} \rightarrow \frac{y'}{2\sqrt{y}}$$

$$\sin y \rightarrow \cos y y'$$

$$e^y \rightarrow e^y y'$$

$$\ln y \rightarrow \frac{y'}{y}$$

$$\frac{d}{dx} g(y) = g'(y) \times \frac{dy}{dx}$$

اشتقاق العلاقات الضمنية

خطوات ايجاد المشتقة ضمناً

(1) ايجاد مشتقة كل حد ضمناً في مكانة

(2) تجميع الحدود التي تحتوي y' في الطرف الايسر

(3) اخراج y' كعامل مشترك

(4) قسمة الطرفين على معامل y'

$$\frac{dy}{dx}$$

اوجد

$$x^2 + y^3 - 2y = 0$$

اذا كان :

(1) اذا كان : $x^2y - 3y^3 = x^2 + 1$ اوجد $\frac{dy}{dx}$

(2) اذا كان : $x^2 + y^2 = 2xy + e^y$ اوجد $\frac{dy}{dx}$

(3) اذا كان : $e^{x^2y} = x$ اوجد $\frac{dy}{dx}$

(1) اذا كان : $x^2 = \frac{x-y}{x+y}$ حيث $x \neq -y$ اوجد $\frac{dy}{dx}$

(2) اذا كان : $\frac{x}{y} + \frac{2}{x} = 5$ اوجد $\frac{dy}{dx}$

(3) اذا كان : $\sin(xy) + x^2 = x - y$ اوجد $\frac{dy}{dx}$

(1) اذا كان : $e^{4y} - \ln(y^2 + 3) = 2x$ اوجد $\frac{dy}{dx}$

(2) اذا كان : $x - 2y^2 = 3e^{x/y}$ اوجد $\frac{dy}{dx}$

(3) اذا كان : $xy^2 + 5x = (2y + 1)^3$ اوجد $\frac{dy}{dx}$

(1) إذا كان : $x^2y + \ln y = xy + 1$ اوجد $\frac{dy}{dx}$ عند النقطة $(1, e)$

(2) إذا كان : $xy + y^2 = 1$ اوجد $\frac{d^2y}{dx^2}$ عند النقطة $(0, -1)$

(3) إذا كان : $x + 2y^3 + xy = 5$ اوجد $\frac{d^2y}{dx^2}$

(1) إذا كان $x = \tan y$ أثبت ان $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x^2 + 1}$

(2) إذا كانت $6x^2 + 5 = 4xy$ فاثبت ان $xy'' + 2y' = 3$

(3) إذا كانت $xy = \sin x$ فاثبت ان $2y' + x(y + y'') = 0$

أوجد معادلة المماس لكل من العلاقات التالية عند النقطة المشار إليها:

$$(1) \quad y^2 - xy + x = 5, \quad (-1, 2)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \quad x^2 y^2 = 3y + 1, \quad (2, 1)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \quad \sqrt{xy} = 2, \quad (1, 4)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

أوجد معادلة المماس لكل من العلاقات التالية عند النقطة المشار إليها:

$$(1) \quad x^2 y^2 = 4x, (1, 2)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \quad 2xy + \pi \sin y = 2\pi, \left(1, \frac{\pi}{2}\right)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \quad y^2 + xe^y = 2, (2, 0)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) اوجد النقاط التي يكون عندها مماسات افقية ومماسات رأسية للمعادلة

$$x^2 + y^2 - 3y = 0$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$x^2 + y^2 - 2y = 3$$

(2) اوجد مواقع (معادلات) كل المماسات الافقية والراسية للمعادلة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) اوجد ميل المماس لكل منحنى من المنحنيين التاليين عند النقطة $(0,0)$ ثم حدد الزاوية المحصورة بين

المماسين

$$(a) \quad y = x\sqrt{x+4}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(b) \quad 2y + x + y^5 = x^5$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) اذا كانت معادلة المماس لمنحنى العلاقة $x^2y + ay^2 = b$ عند النقطة $(1,1)$ هي $4x + 3y = 7$

فاوجد قيمة a, b

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

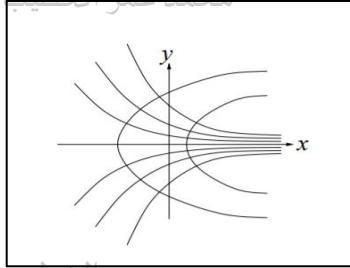
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



(1) وضح ان عائلية المنحنيات $y = \frac{c}{x}$ و $y^2 = x^2 + k$ تكون متعامدة

(بين ان المماسات للمنحنيات متعامدة عند نقطة التقاطع)

مساعدة

اوجد ميل المعادلة الاولى m_1

واجعله فقط بدلالة x و y

اوجد ميل المعادلة الثانية m_2

واجعله فقط بدلالة x و y

ثم بين ان

$$m_1 \times m_2 = -1$$

(2) اي من عائلية المنحنيات (المعادلات) تكون متعامدة

$$(a) \quad y = x + c, \quad y = 2x + k$$

$$(b) \quad y = 2x + c, \quad 2y + x = k$$

$$(c) \quad y = cx^3, \quad x^2 + y^2 = k$$

(1) تحدد المعادلة $(P + \frac{5}{V^2})(V - 0.03) = 9.7$ العلاقة بين الحجم V والضغط P لغاز معين في

ظروف خاصة. اوجد $\frac{dV}{dP}$ عند النقطة (5,1)

(2) يقف لاعب كرة البيسبول على بعد قدمين من اللوح الرئيس للكرة ويشاهد الكرة قادمة باتجاهه

بشكل افقي وبسرعة متجهة 130 ft/s ، ما معدل التغير في زاوية النظر للاعب لمتابعة الكرة

عندما تعبر الكرة اللوح ($x = 0$)

الحل من المثلث القائم المجاور فان

$$\tan \theta = \frac{x}{2}$$

نشتق كل متغير ضمنيا بالنسبة للزمن

$$\sec^2 \theta \times \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{2} \times \frac{dx}{dt}$$

نعوض المعطيات مع ملاحظ ان $\theta = 0$ عند $x = 0$

$$\sec^2 0 \times \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{2}(-130) \Rightarrow \frac{d\theta}{dt} = -65 \text{ rad/s}$$

لتكن x هي المسافة بين الكرة و

اللوحة الرئيسي

فان $\frac{dx}{dt} = -130$ سرعة الكرة

وهي سالبة لان قيمة x تتناقص

المطلوب $\frac{d\theta}{dt}$ عندما $x = 0$

$$\frac{d}{dx} \sin^{-1} x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad |x| < 1$$

$$\frac{d}{dx} \cos^{-1} x = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad |x| < 1$$

$$\frac{d}{dx} \tan^{-1} x = \frac{1}{x^2 + 1}$$

$$\frac{d}{dx} \cot^{-1} x = \frac{-1}{x^2 + 1}$$

$$\frac{d}{dx} \sec^{-1} x = \frac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}}, \quad |x| > 1$$

$$\frac{d}{dx} \csc^{-1} x = \frac{-1}{|x|\sqrt{x^2-1}}, \quad |x| > 1$$

$$\frac{d}{dx} \sin^{-1} f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-[f(x)]^2}} f'(x)$$

$$|f(x)| < 1$$

$$\frac{d}{dx} \sin^{-1} x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

إذا كان $y = \sin^{-1} x$ فثبت ان

أوجد $\frac{dy}{dx}$ في كل مما يأتي:

(1) $y = \cos^{-1} 2x$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) $y = \sin^{-1} e^{2x}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) $y = \tan^{-1}(\frac{1}{x^2})$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(4) $y = \sec^{-1} \ln x$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(5) $y = \cot^{-1} \sin x$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(6) $y = \csc^{-1}(\sqrt{x})$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \quad f(x) = \sin^{-1}(x^3 + 1)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \quad f(x) = \sin^{-1}(\sqrt{x})$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \quad f(x) = \cos^{-1}(x^2 + x)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \quad f(x) = \cos^{-1}\left(\frac{2}{x}\right)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(5) \quad f(x) = \tan^{-1}(\sqrt{x})$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(6) \quad f(x) = 4\sec^{-1}(x^4)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

أوجد $\frac{dy}{dx}$ في كل مما يأتي:

(1) $y = \sin(\cos^{-1} x^2)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) $y = e^{\tan^{-1} x}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) $y = \tan^{-1}(\cos 2x)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(4) $y = \sin^{-1} \sin x$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(5) $y = x \sin^{-1} x$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(6) $y = \sqrt{2 + \tan^{-1} x}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$f(x) = \sin^{-1}(2x - 1)$$

الفترة التي تكون عليها الدالة قابلة للاشتقاق

$$f(x) = \sin^{-1}(2x - 1)$$

(3) اثبت أن الدالة $y = \sin^{-1} x + \cos^{-1} x$ هي دالة ثابتة، ثم اوجد قيمة هذا الثابت

تذكر: نظرية القيمة الوسطية [تلاتصال]

نظرية القيمة المتوسطة [للمشتقات]

إذا كانت الدالة $f(x)$

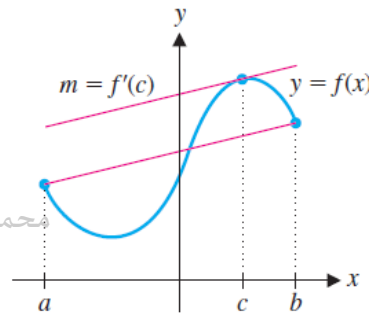
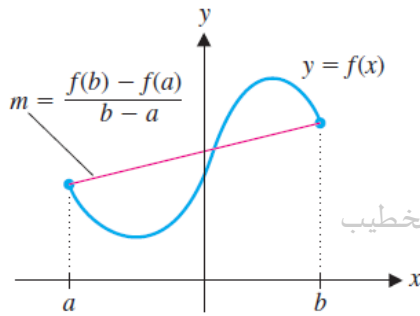
(1) دالة متصلة على الفترة المغلقة $[a, b]$ (2) قابلة للاشتقاق على الفترة المفتوحة (a, b) فانه

ميل القاطع يساوي ميل المماس

عند نقطة في الفترة المفتوحة

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

يوجد عدد على الأقل $c \in (a, b)$ يحقق



ملاحظة: الدالة لا تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة

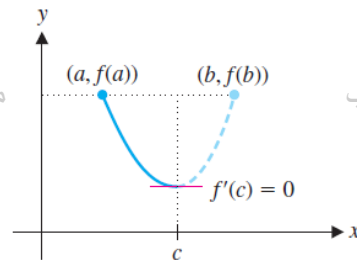
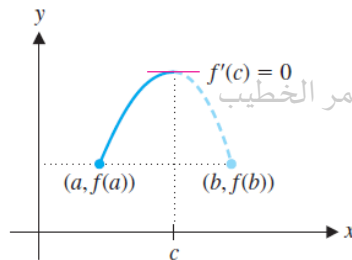
إذا كانت الدالة غير متصلة على $[a, b]$ او غير قابلة للاشتقاق على الفترة (a, b)

نظرية رول

إذا كانت الدالة $f(x)$

(1) دالة متصلة على الفترة المغلقة $[a, b]$ (2) قابلة للاشتقاق على الفترة المفتوحة (a, b)

(3) $f(a) = f(b)$ فانه يوجد عدد على الأقل $c \in (a, b)$ يحقق $f'(c) = 0$



يوجد للدالة مماس افقي عند احدى النقاط في الفترة

اي من الدوال التالية تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0,3]$ مع ذكر السبب:

$$(1) f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$$

$$(2) f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) f(x) = |x - 1|$$

$$(4) f(x) = |(x - 2)^2|$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(5) f(x) = \sqrt[3]{x - 1}$$

$$(6) f(x) = \sqrt{x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(7) f(x) = \tan x$$

$$(8) f(x) = \begin{cases} 2x & x > 0 \\ 2x - 4 & x \leq 0 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(9) f(x) = \begin{cases} x^2 + x & x > 2 \\ 5x - 4 & x \leq 2 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

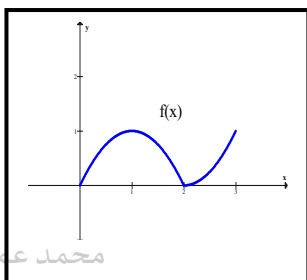
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(10)



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) بين ان الدالة $f(x) = x^2 - 2x$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0, 2]$

ثم اوجد قيمة C

الحل :

الدالة $f(x)$ متصلة على الفترة $[0, 2]$ وقابلة للاشتقاق على الفترة $(0, 2)$ لانها حدودية

اذاً الدالة تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة

اذاً يوجد على الاقل عدد مثل c في الفترة $(0, 2)$ ويحقق

(2) بين ان الدالة $f(x) = x^3 + 1$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على $[-3, 1]$ ثم اوجد قيمة C

الحل :

الدالة $f(x)$ متصلة على الفترة $[-3, 1]$ وقابلة للاشتقاق على الفترة $(-3, 1)$ لانها حدودية

اذاً الدالة تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة

اذاً يوجد على الاقل عدد مثل c في الفترة $(-3, 1)$ ويحقق

$$(1) \text{ اذا كانت } f(x) = x^3 - 2x^2 + x$$

اوجد قيمة C التي تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0, 2]$

$$(2) \text{ اذا كانت } f(x) = x^3 + x^2$$

اوجد قيمة C التي تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0, 1]$

$$(3) \text{ اذا كانت } f(x) = x^3 + x^2$$

اوجد قيمة C التي تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[-1, 1]$

(1) اذا كانت $f(x) = 4 - x + \sin x$ حيث x تقع في الفترة $[-\pi, \pi]$

اوجد قيمة C التي تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) اذا كانت $f(x) = \begin{cases} 2x & 0 \leq x \leq 1 \\ x^2 + 1 & 1 < x \leq 2 \end{cases}$ حيث x تقع في الفترة $[0, 2]$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

بين ان الدالة f تحقق فرضيات نظرية القيمة المتوسطة على هذه الفترة ثم اوجد قيمة C

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) اذا كانت الدالة $f(x) = x^2 + 2x + 5$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[1, b]$ حيث $c = 3$ فاوجد قيمة b

(2) اذا كانت $f(x) = x^2 + a x$ تحقق نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0, 3]$

وكان $f'(c) = 1$ حيث $c \in (0, 3)$

(أ) اوجد قيمة الثابت a

(ب) اوجد قيمة الثابت C

(1) بين ان الدالة $f(x) = x^3 - x^2$ تحقق فرضيات نظرية رول على الفترة $[0,1]$ ثم اوجد قيمة c

الحل : الدالة $f(x)$ متصلة على الفترة $[0,1]$ وقابلة للاشتقاق على الفترة $(0,1)$ لانها حدودية

$$\left. \begin{array}{l} f(0) = 0 \\ f(1) = 0 \end{array} \right\} \rightarrow f(0) = f(1)$$

محمد عمر الخطيب

إذا الدالة تحقق شروط نظرية رول

إذا يوجد على الاقل عدد مثل c في الفترة $(0,1)$ ويحقق

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) اذا كانت $f(x) = \sin x$ فاوجد قيمة (قيم) c التي تحقق نظرية رول على الفترة $[-\pi, 0]$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) اذا كانت $f(x) = \sin x + \cos x$ فاوجد قيمة (قيم) c التي تحقق نظرية رول على الفترة $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(4) اذا كانت: $f(x) = x + \frac{4}{x}$ اوجد قيمة c التي تحقق نظرية رول على الفترة $[1, 4]$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

إذا كانت $f(x)$ دالة متصلة على $[a, b]$ وكانت قابلة للاشتقاق على (a, b) ويوجد n من الجذور للدالة $f(x)$ في الفترة $[a, b]$ فإن للدالة $f'(x)$ على الأقل $n - 1$ من الجذور تنتمي الى الفترة (a, b) فمثلاً: إذا كانت $f(x)$ دالة متصلة على $[a, b]$ وكانت قابلة للاشتقاق على (a, b) ويوجد جذرين للدالة $f(x)$ في الفترة $[a, b]$ فإن للدالة $f'(x)$ على الأقل جذر واحد ينتمي الى الفترة (a, b)

ملاحظة مهمة : إذا لم يكن للدالة $f'(x)$ أي جذور فإن الدالة $f(x)$ لها على الأكثر جذر واحد فقط وإذا كان للدالة $f'(x)$ جذر واحد فإن للدالة $f(x)$ على الأكثر جذرين وهكذا...

(1) اثبت ان للدالة $f(x) = x^5 + 4x - 1$ لها جذر واحد فقط

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) اوجد عدد حلول المعادلة $x^4 + 6x^2 - 1 = 0$

اثبات متباينات باستخدام نظرية القيمة المتوسطة

(1) استخدم نظرية القيمة المتوسطة لاثبات ان $| \sin a | \leq |a|$ لكل a

الحل : اذا كانت $a = 0$ فان المتباينة صحيحة بالتعويض المباشر بالمتباينة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

اذا كانت $a \neq 0$ لتكن $f(x) = \sin x$ على الفترة المغلقة التي حدودها $0, a$

الدالة $f(x)$ متصلة على الفترة المغلقة وقابلة للاشتقاق على الفترة المفتوحة لانها دالة مثلثية

اذاً الدالة تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

اذاً يوجد على الاقل عدد مثل c في الفترة المفتوحة التي حدودها $0, a$ ويحقق

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) استخدم نظرية القيمة المتوسطة لاثبات ان $| \sin u - \sin v | \leq |u - v|$ لكل u, v

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) استخدم نظرية القيمة المتوسطة لاثبات ان $| \cos x - 1 | \leq |x|$ لكل x

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) استخدم نظرية القيمة المتوسطة لاثبات ان $| \tan^{-1} a | < |a|$ لكل $a \neq 0$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) استخدم نظرية القيمة المتوسطة لاثبات ان $| \sin^{-1} x | \leq |x|$ لكل $0 < |x| < 1$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

اثبات نظريات باستخدام نظرية القيمة المتوسطة

(1) اذا كانت $f'(x) = 0$ لكل قيم x في الفترة المفتوحة I فاثبت ان $f(x)$ دالة ثابتة على الفترة I

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) اذا كانت $f'(x) = g'(x)$ لكل قيم x في الفترة المفتوحة I فاثبت ان $g(x) = f(x) + c$ على الفترة I

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) اذا كانت $f(x), g(x)$ دوال متصلة على $[a, b]$ وكانت قابلة للاشتقاق (a, b) على حيث $f(a) = g(a), f(b) = g(b)$ فاثبت ان للدالتين مماسان متوازيان عند نقطة ما في الفترة (a, b)

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) اذا كانت $f(x)$ دالة متصلة على $[a, b]$ وكانت قابلة للاشتقاق على الفترة (a, b) على حيث

$f(a) = a, f(b) = b$ فاثبت انه يوجد عدد مثل c على الاقل تنتمي الى (a, b) بحيث $f'(c) = 1$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) اذا كانت $f(x)$ دالة متصلة على $[a, b]$ وكانت قابلة للاشتقاق على (a, b) ويوجد جذرين للدالة

$f(x)$ في الفترة $[a, b]$ فاثبت ان للدالة $f'(x)$ على الاقل جذر واحد ينتمي الى الفترة (a, b)

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

تكون الدالة $f(x)$ دالة متزايدة اذا كانت $f(b) > f(a)$ لكل $b > a$

(1) اذا كانت $f'(x) > 0$ لكل قيم x فاثبت ان الدالة $f(x)$ متزايدة

(الدالة التي مشتقتها موجبة تكون متزايدة)

(2) بين ان الدالة $f(x) = \tan^{-1} x$ متزايدة على R

(3) بين ان الدالة $f(x) = \ln(x - 3)$ متزايدة على مجالها

تكون الدالة $f(x)$ دالة متناقصة اذا كانت $f(b) < f(a)$ لكل $b > a$

(1) اذا كانت $f'(x) < 0$ لكل قيم x فاثبت ان الدالة $f(x)$ متناقصة

محمد عمر الخطيب

(الدالة التي مشتقتها سالبة تكون متناقصة) محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) بين ان الدالة $f(x) = -x^3 + 1$ متناقصة على R محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

جدول قواعد الاشتقاق الخاصة والعامة

#	الدالة	المشتقة	#	الدالة	المشتقة
1	c	0	15	$\ln x$	$\frac{1}{x}$
2	x^n	nx^{n-1}	16	$\ln f(x)$	$\frac{f'(x)}{f(x)}$
3	$f(x) \pm g(x)$	$f'(x) \pm g'(x)$	17	$\sin x$	$\cos x$
4	$c \times f(x)$	$c \times f'(x)$	18	$\cos x$	$-\sin x$
5	$f \times g$	$f' \times g + f \times g'$	19	$\tan x$	$\sec^2 x$
6	$\frac{f}{g}$	$\frac{f' \times g - f \times g'}{g^2}$	20	$\cot x$	$-\csc^2 x$
7	$\frac{c}{g}$	$\frac{-c \times g'}{g^2}$	21	$\sec x$	$\sec x \tan x$
8	$\sqrt{f(x)}$	$\frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$	22	$\csc x$	$-\csc x \cot x$
9	$(f(x))^n$	$n(f(x))^{n-1} \times f'(x)$	23	$\sin^{-1} x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
10	$(f \circ g)(x)$	$f'(g(x)) \times g'(x)$	24	$\cos^{-1} x$	$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
11	$y = f(u)$ $u = g(x)$	$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$	25	$\tan^{-1} x$	$\frac{1}{1+x^2}$
12	$g = f^{-1}(x)$	$\frac{1}{f'(g(x))}$	26	$\cot^{-1} x$	$\frac{-1}{1+x^2}$
13	$a^{f(x)}$	$a^{f(x)} \times f'(x) \times \ln a$	27	$\sec^{-1} x$	$\frac{1}{ x \sqrt{x^2-1}}$
14	$e^{f(x)}$	$e^{f(x)} \times f'(x)$	28	$\csc^{-1} x$	$\frac{-1}{ x \sqrt{x^2-1}}$

اجابات التمارين العامة موجودة
في آخر صفحة بالوحدة

تمارين عامة على الوحدة الثالثة

اسئلة الدرس الأول

////

الوحدة الثالثة

اختر الاجابة الصحيحة لكل فقرة من الفقرات التالية

$$(1) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(x+2h)}{3h} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(a) \frac{1}{3} f'(x)$$

$$(b) -\frac{1}{3} f'(x)$$

$$(c) \frac{2}{3} f'(x)$$

$$(d) -\frac{2}{3} f'(x)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \text{ اذا كانت } f'(4) = -8 \text{ فان } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{\sqrt{x} - 2}$$

$$(a) -2$$

$$(b) 2$$

محمد عمر الخطيب

$$(c) 0$$

$$(d) -32$$

$$(3) \text{ اذا كانت } f(x) = \sqrt{x} \text{ فاحدى العبارات التالية سوف تكون من خطوات ايجاد مشتقة الدالة}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

بالتعريف الاساسي
محمد عمر الخطيب

$$(a) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x+h} + \sqrt{x}}$$

$$(b) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x+h} - \sqrt{x}}$$

$$(c) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{\sqrt{x+h} + \sqrt{x}}$$

$$(d) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \text{ اذا كانت } f(2) = 4, f'(2) = 5 \text{ فان } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f^2(x) - 16}{x^2 - 4} \text{ يساوي}$$

$$(a) 5$$

$$(b) -10$$

$$(c) 10$$

$$(d) -20$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(5) إذا كانت f دالة قابلة للاشتقاق على مجموعة الأعداد الحقيقية حيث:

$$f(x+h) = x^2h + 3xh^2 + f(x) \text{ و } h \text{ هو مقدار التغير في } x \text{ فإن } f'(3) \text{ تساوي}$$

محمد عمر الخطيب

(a) 3

(b) 9

محمد عمر الخطيب

(c) 6

(d) 0

محمد عمر الخطيب

(6) استخدم التعريف $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ حيث $f(x) = x^2 + 2$ لايجاد

 $f'(3)$

محمد عمر الخطيب

(a) 6

(b) 2

محمد عمر الخطيب

(c) 6

(d) 8

محمد عمر الخطيب

(7) إذا كانت $f(x) = x^{2/3}$ فإن $f'(0)$ تساوي

محمد عمر الخطيب

(a) 0

(b) 1

محمد عمر الخطيب

(c) -1

(d) غير موجودة

محمد عمر الخطيب

(8) إذا كانت $f(x) = |x|$ فإن $f'(0)$ تساوي

محمد عمر الخطيب

(a) 0

(b) 1

محمد عمر الخطيب

(c) -1

(d) غير موجودة

محمد عمر الخطيب

(9) معادلة المماس للدالة $f(x) = \sqrt{2x+1}$ عند $x=0$ هي

(a) $y = x - 1$ (b) $y = x + 1$ (c) $y = x$ (d) $y = -x$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(10) قذف جسيم رأسياً لأعلى فتحرك حسب العلاقة $s(t) = 60t - 5t^2$ حيث t بالثواني و s

بالأمتار ان السرعة المتجهة الابتدائية هي

(a) 0

(b) 60

(c) -60

(d) 30

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(11) معادلة المماس للدالة $f(x) = 1 + \frac{2}{x}$ عند $x=1$ هي

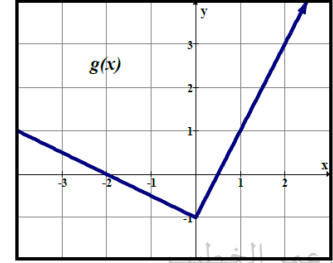
(a) $y = 2x + 1$ (b) $y = 2x - 1$ (c) $y = -2x + 5$ (d) $y = -2x + 3$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) في الشكل المجاور ان $g(0) \times g'(-2)$ يساوي



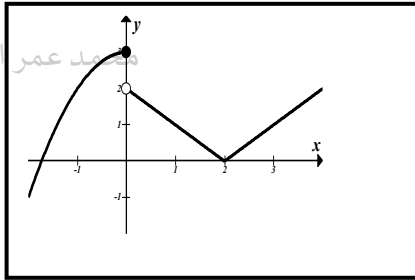
(a) 0

(b) -2

(c) $\frac{1}{2}$

(d) $-\frac{1}{2}$

(2) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f(x)$



ان الفترة التي تكون الدالة $f(x)$

قابلة للاشتقاق عليها هي

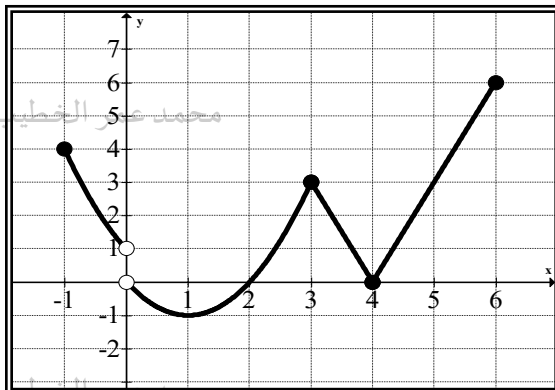
(a) $(-\infty, 2), (2, \infty)$

(b) $(-\infty, 0), (0, 2), (2, \infty)$

(c) $(-\infty, 0), (0, \infty)$

(d) $(-\infty, \infty)$

(3) اعتمد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ في تحديد اي الفقرات التالية صحيحة



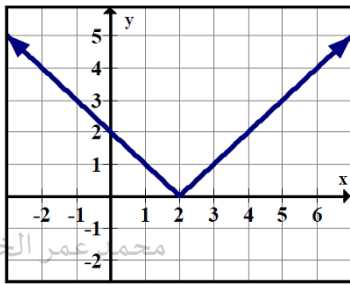
(a) الدالة متصلة وقابلة للاشتقاق عند $x = 3$

(b) ميل المماس عند $x = 4$ يساوي صفر

(c) معدل التغير عند $x = 5$ يساوي 3

(d) نوع الانفصال عند $x = 0$ يمكن التخلص منه

(4) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة f



ان قيمة $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4}$ هي

(a) 2

(b) 0

(c) 1

(d) -1

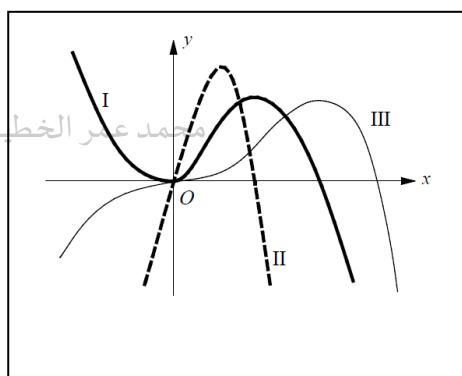
(5) اي مما يلي ينطبق على الدالة : $g(x) = \begin{cases} x^3 \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$

(a) متصلة وقابلة للاشتقاق عند $x = 0$

(b) متصلة وغير قابلة للاشتقاق عند $x = 0$

(c) غير متصلة وغير قابلة للاشتقاق عند $x = 0$

(d) غير متصلة وقابلة للاشتقاق عند $x = 0$



(6) اعتمد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدوال

$f''(x), f'(x), f(x)$

ان الدالة التي تمثل $f'(x)$ هي

(a) I

(b) II

(c) III

(d) غير ذلك

(7) اعتمد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة f فان $f'(3)$ تقريباً يساوي

(a) 0.3

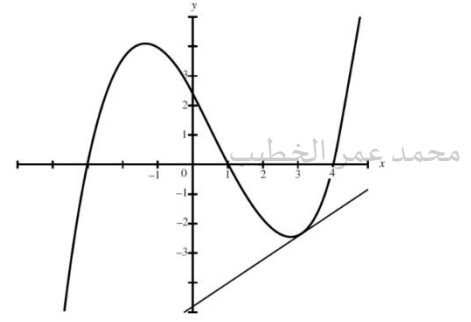
محمد عمر الخطيب

(b) 0.8

محمد عمر الخطيب

(c) 1.5

(d) 1.8



(8) ان ترتيب قيم المشتقة (الميل)

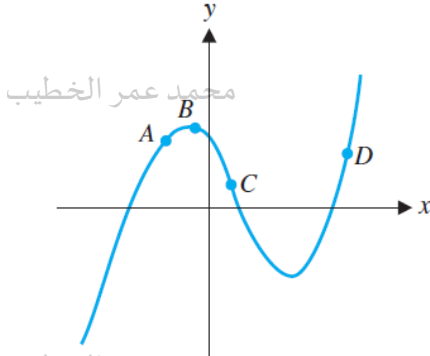
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

للدالة f عند النقاط المبينة على الدالة

من الاصغر الى الاكبر هو



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) B, C, D, A

(b) A, B, C, D

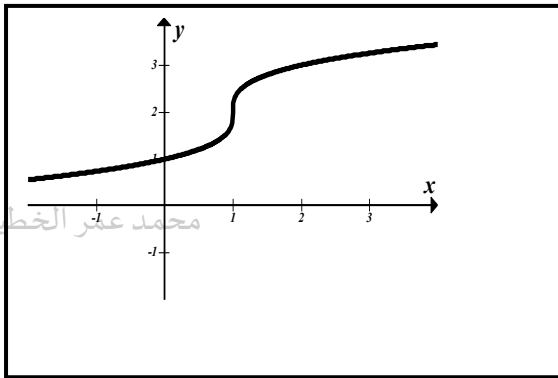
(c) C, B, A, D

(d) D, C, B, A

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(9) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة

ان الفترة التي تكون الدالة

محمد عمر الخطيب

قابلة للاشتقاق عليها هي

(a) $(-\infty, 1), (1, \infty)$

محمد عمر الخطيب

(b) $(-\infty, 2), (2, \infty)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

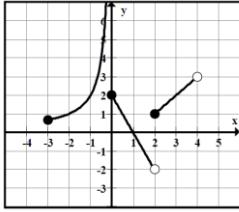
(c) $(-\infty, \infty)$

(d) $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



في الشكل المجاور هي

(10) ان قيمة $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1}$

محمد عمر الخطيب (a) -1

(b) 2

محمد عمر الخطيب (c) -2

محمد عمر الخطيب (d) غير موجودة

(11) اعتمد على الجدول المجاور في تحديد التمثيل البياني الذي

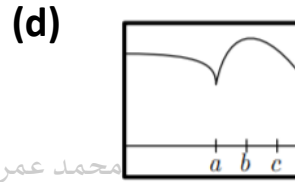
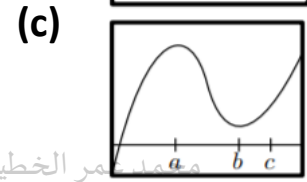
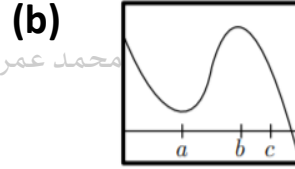
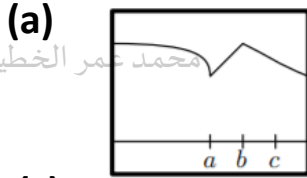
يناسب الدالة $f(x)$

x	$f'(x)$
a	غير موجودة
b	0
c	-2

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

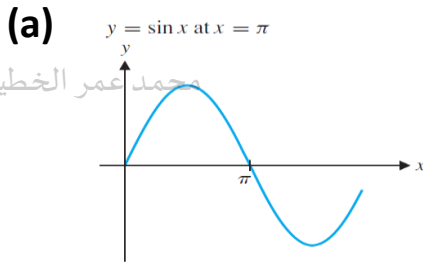
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

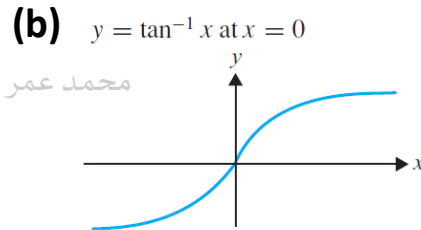
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(12) اي من التمثيلات البيانية التالية لا يمكن رسم لها مماس عن النقطة المشار اليها

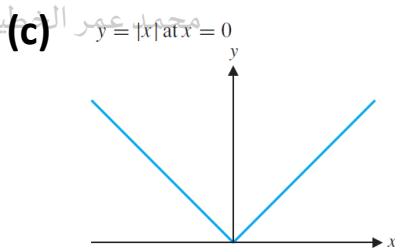


محمد عمر الخطيب

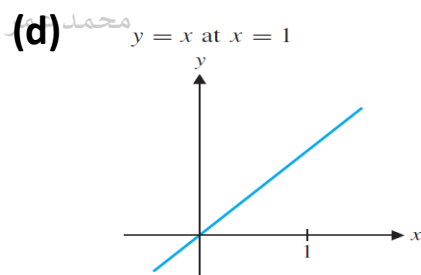


محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

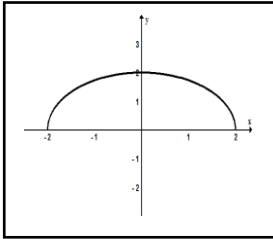
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

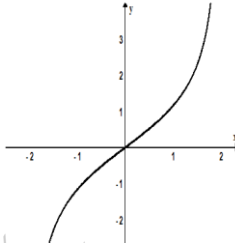
محمد عمر الخطيب

(13) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f(x)$

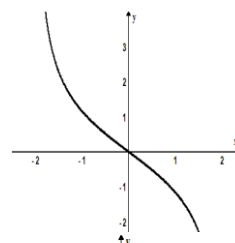


اي من الاشكال التالية ممكن ان يكون لبيان الدالة $f'(x)$

(A)



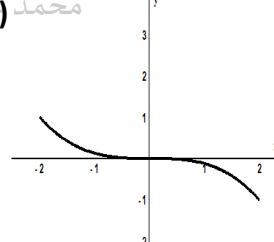
(B)



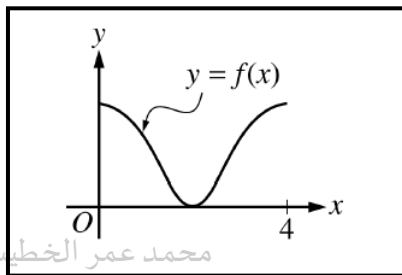
(C)



(D)

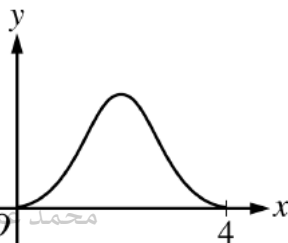


(14) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f(x)$

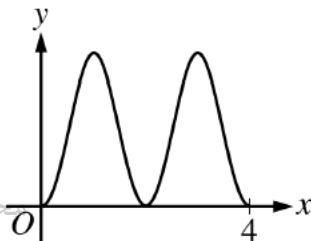


اي من الاشكال التالية ممكن ان يكون لبيان الدالة $f'(x)$

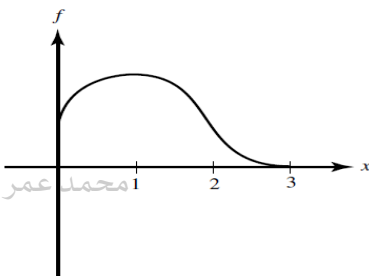
(A)



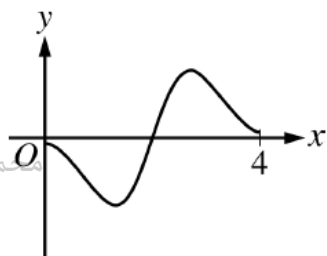
(B)



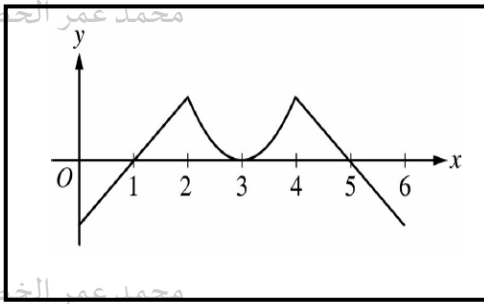
(C)



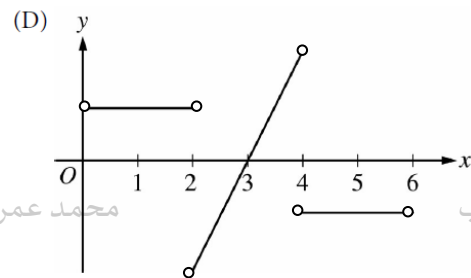
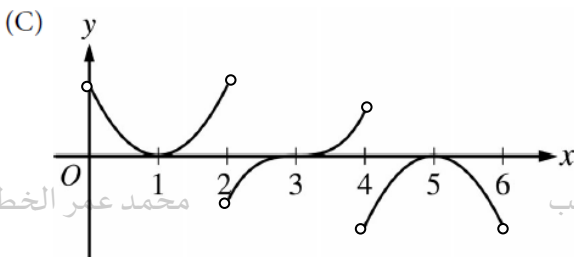
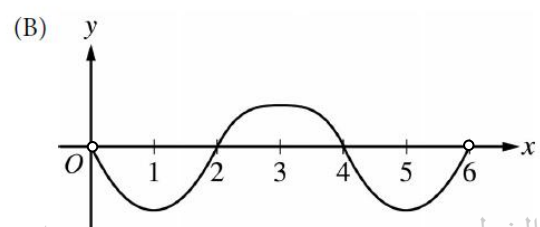
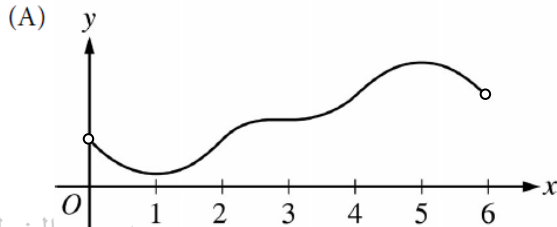
(D)



(15) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f(x)$

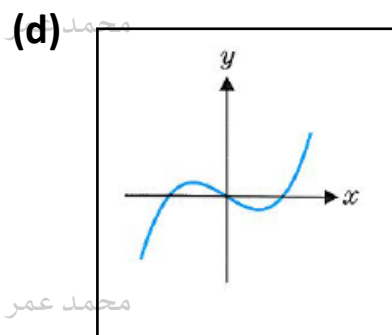
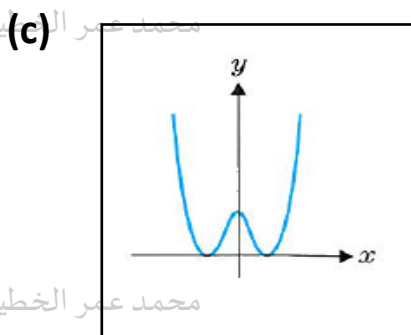
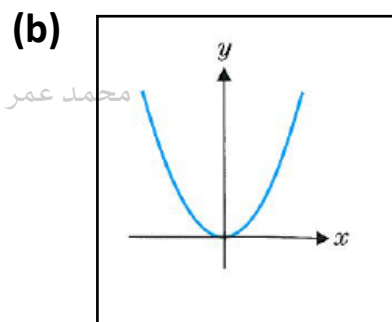
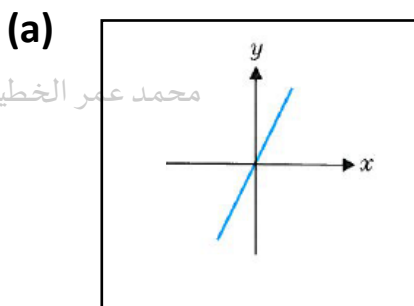
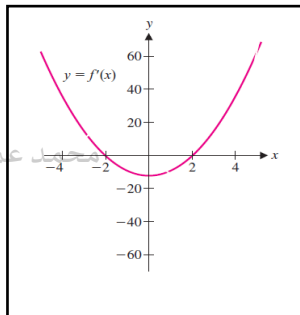


اي من الاشكال التالية ممكن ان يكون لبيان الدالة $f'(x)$

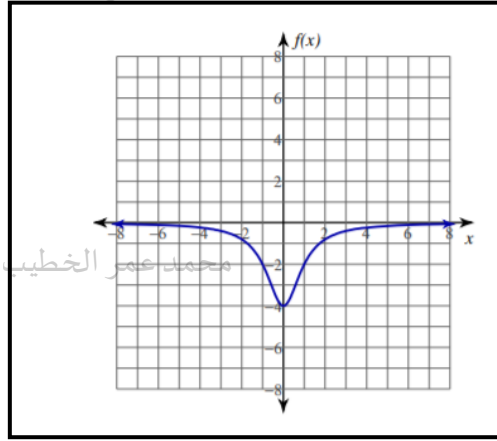


(16) اعتمد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة $f'(x)$

في تحديد بيان الدالة $f(x)$

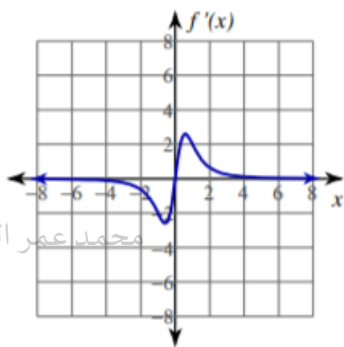


(17) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f(x)$

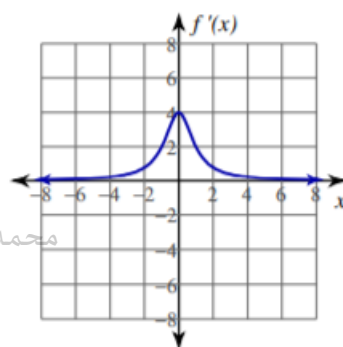


اي من الاشكال التالية ممكن ان يكون لبيان الدالة $f'(x)$

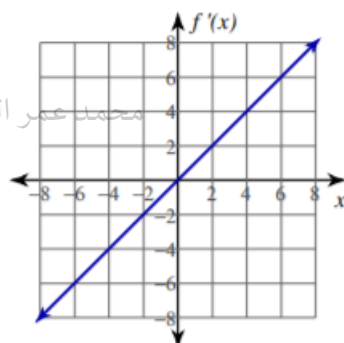
A)



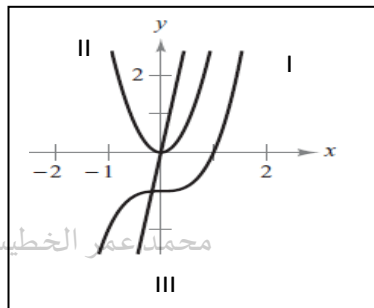
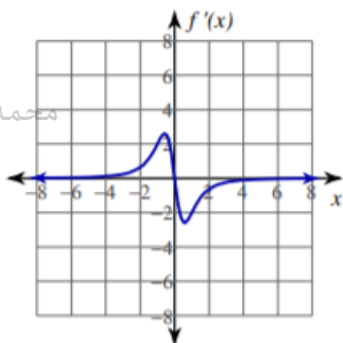
B)



C)



D)



(18) اعتمد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدوال

$$f''(x), f'(x), f(x)$$

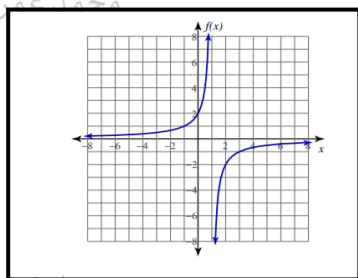
ان الدالة التي تمثل $f'(x)$ هي

(a) I

(b) II

(c) III

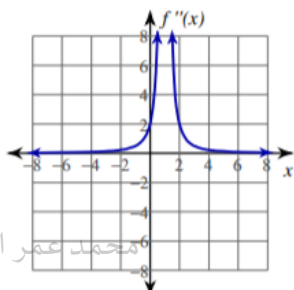
(d) غير ذلك



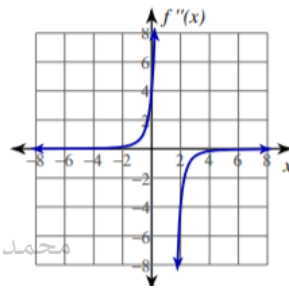
(19) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f(x)$

اي من الاشكال التالية ممكن ان يكون لبيان الدالة $f''(x)$

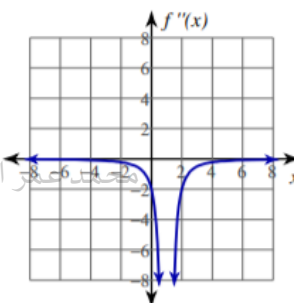
A)



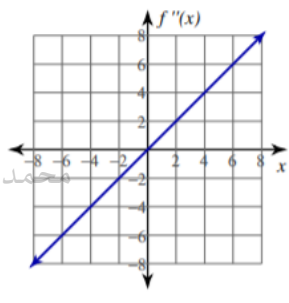
B)



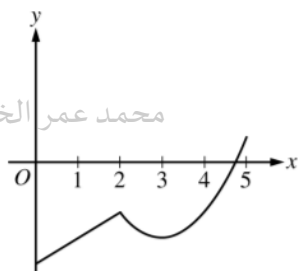
C)



D)

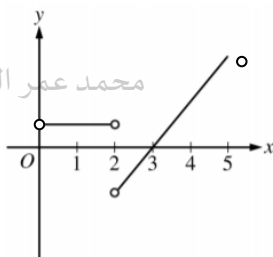


(20) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f(x)$

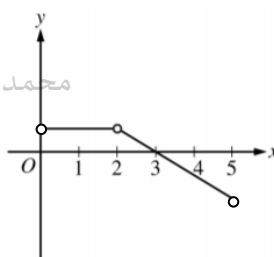


اي من الاشكال التالية ممكن ان يكون لبيان الدالة $f'(x)$

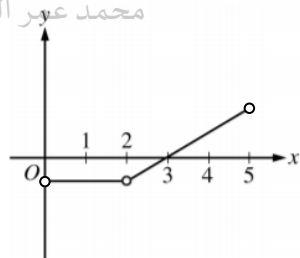
(A)



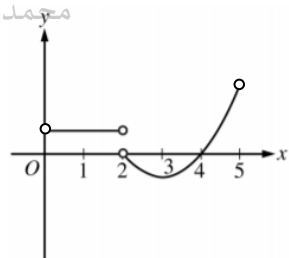
(B)



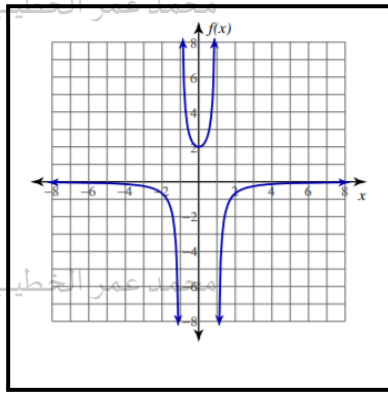
(C)



(D)

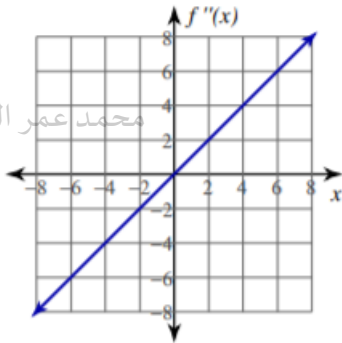


(21) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f(x)$

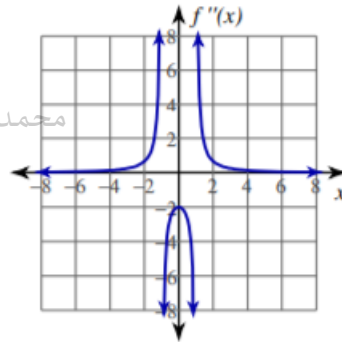


اي من الاشكال التالية ممكن ان يكون لبيان الدالة $f''(x)$

A)



B)



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

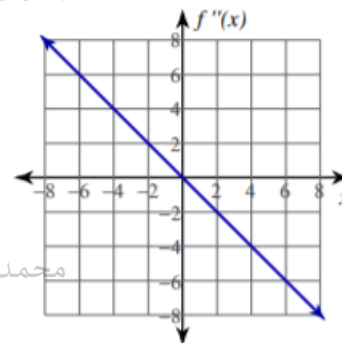
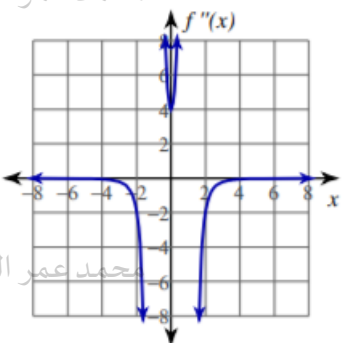
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

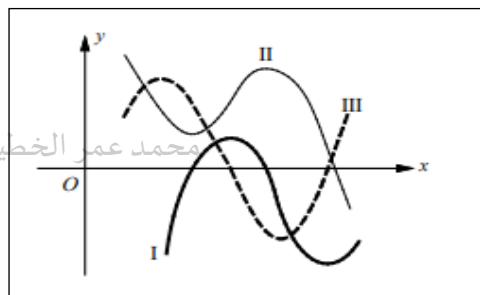
C)



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



(22) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f''(x), f'(x), f(x)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

اي من الخيارات التالية هي الصحيحة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

	f	f'	f''
(a)	I	II	III
(b)	II	I	III
(c)	III	II	I
(d)	II	III	I

محمد عمر الخطيب

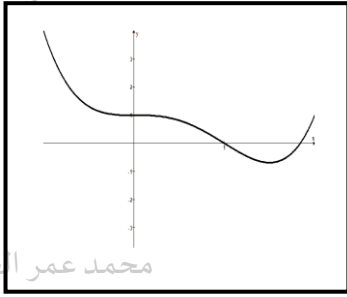
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

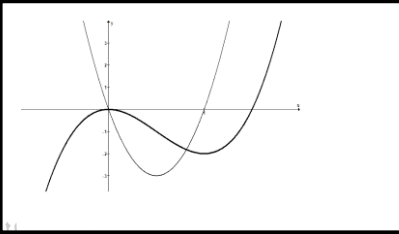
(23) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f(x)$

اي من الاشكال التالية ممكن ان يكون لبيان الدالة

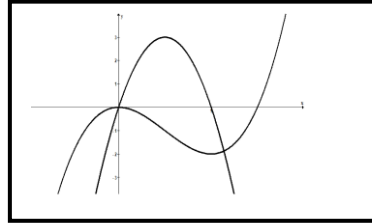
$$f'(x), f''(x)$$



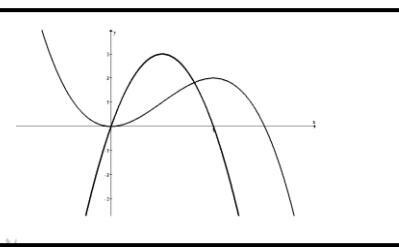
a.



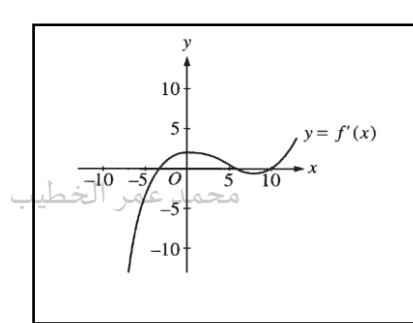
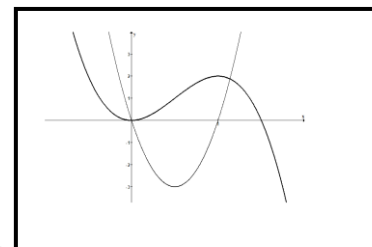
b.



c.



d.

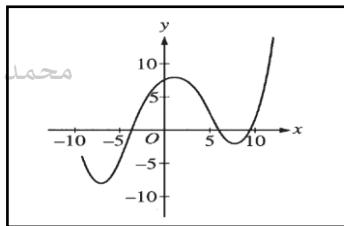


(24) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة $f'(x)$

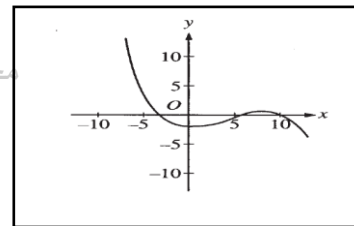
اي من الرسومات البيانية التالية ممكن

ان يكون للدالة $f(x)$

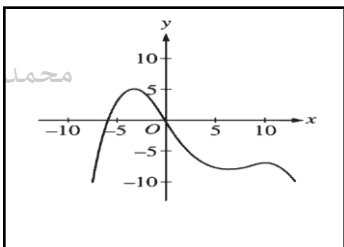
(a)



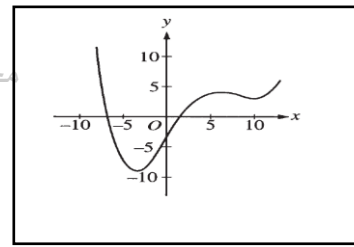
(b)

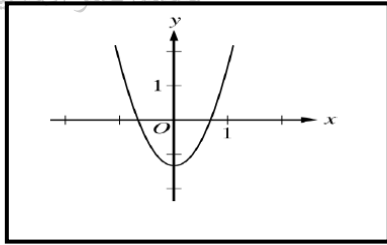


(c)



(d)

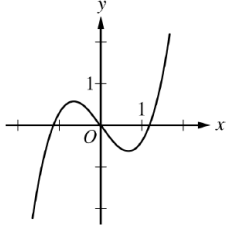




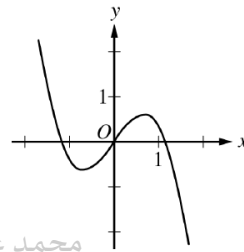
(25) اعتمد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة $f''(x)$

في تحديد بيان الدالة $f(x)$

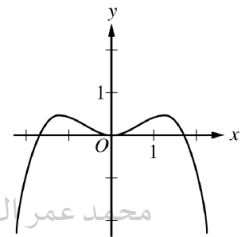
(A)



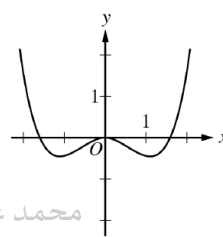
(B)



(C)



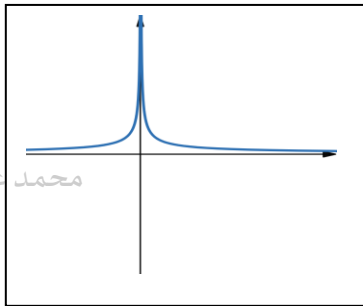
(D)



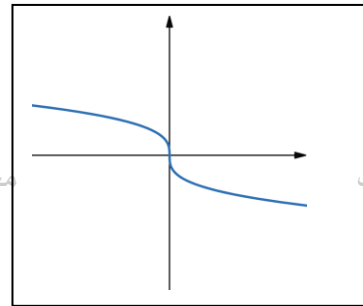
(26) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f(x)$

اي من الاشكال التالية ممكن ان يكون لبيان الدالة $f'(x)$

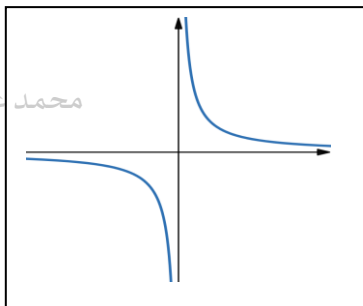
(a)



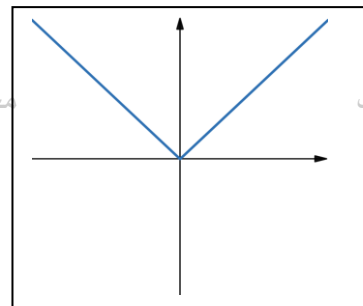
(b)



(c)



(d)



(1) ان مشتقة الدالة $f(x) = e^{-\ln x}$ هو

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a)

1

(b)

1

(c)

$\frac{1}{x^2}$

(d)

$-\frac{1}{x^2}$

(2) $\frac{d}{dx} \left[\frac{\sqrt{x} - x}{x^2} \right] =$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a)

$\frac{\sqrt{x}}{x^2} - \frac{x}{x^2}$

(b)

$-\frac{3}{2}x^{\frac{-5}{2}} - x^{-3}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(c)

$-\frac{3}{2\sqrt{x^5}} + \frac{1}{x^2}$

(d)

$\frac{3}{2\sqrt{x^5}} - \frac{1}{x^2}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) ان مشتقة الدالة $f(x) = \frac{6x}{\sqrt{x} + 1}$ هو

(a)

$\frac{3\sqrt{x} + 6}{(\sqrt{x} + 1)^2}$

(b)

$\frac{3\sqrt{x} - 6}{(\sqrt{x} + 1)^2}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(c)

$\frac{6\sqrt{x} + 6}{(\sqrt{x} + 1)^2}$

(d)

$\frac{6 - 3\sqrt{x}}{(\sqrt{x} + 1)^2}$

محمد عمر الخطيب

(4) اذا كانت $f(x) = \frac{6x - 2}{x^2 + \sqrt{x}}$ فان $f'(1)$ يساوي

محمد عمر الخطيب

(a)

$\frac{1}{2}$

(b)

$-\frac{1}{2}$

(c)

$\frac{1}{4}$

(d)

$\frac{12}{5}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(5) ان مشتقة الدالة $f(x) = (2x+1)^2$ هي

(a) $4x + 4$

(b) $8x + 4$

(c) $8x + 1$

(d) $8x + 2$

(6) اي من الدوال التالية غير قابلة للاشتقاق عند $x = 2$

(a) $f(x) = |x - 2|^2$

(b) $g(x) = x^2 - 4$

(c) $p(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \geq 2 \\ 4x - 1, & x < 2 \end{cases}$

(d) $h(x) = \frac{1}{x-3}$

(7) اذا كانت $f(x) = (|x|)^2$ فان $f'(0)$

(a) 0

(b) 2

(c) -2

(d) غير موجودة

(8) اذا كانت $f(x) = x + |x|$ فان $f'(0)$

(a) 0

(b) 1

(c) 2

(d) غير موجودة

(9) لتكن: $f(x) = \begin{cases} x^3 + 1, & x \geq 1 \\ 3x, & x < 1 \end{cases}$ فان $f'(1)$

(a) 3

(b) 2

(c) 0

(d) غير موجودة

(10) اي من الدوال التالية قابلة للاشتقاق عند $x = 1$

(a) $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$

(b) $g(x) = |x-1|$

(c) $h(x) = \begin{cases} 2x, & x > 1 \\ x^2, & x \leq 1 \end{cases}$

(d) $k(x) = \begin{cases} 3x, & x > 0 \\ 3, & x \leq 0 \end{cases}$

(11) إذا كانت $f(x) = x^5 - 2x$ فإن $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x) - f'(1)}{x - 1}$ تساوي

(a) 3

(b) 20

محمد عمر الخطيب (c) 0

محمد عمر الخطيب (d) -2

محمد عمر الخطيب

(12) إذا كانت $f(x) = x^2 - |x|$ فإن $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-2+h) - f(-2)}{h}$ تساوي

محمد عمر الخطيب (a) -3

(b) 3

محمد عمر الخطيب (c) -5

محمد عمر الخطيب (d) غير موجودة

(13) ان قيمة k التي تجعل الدالة $f(x) = \begin{cases} x^3 & x < 1 \\ 3x + k & x \geq 1 \end{cases}$ قابلة للاشتقاق عند $x = 1$ هي

محمد عمر الخطيب (a) -3

(b) 3

محمد عمر الخطيب (c) 2

محمد عمر الخطيب (d) -2

(14) إذا كانت $f(x) = x^3 - ax$ حيث $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h+3) - f(3)}{h} = 22$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

فان قيمة a تساوي

(a) -5

(b) 49

(c) 1

(d) 5

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(15) إذا كانت $f(x) = x^4 - 2x$ حيث $g(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

فان $g'(-1)$ تساوي

(a) -6

(b) 12

(c) -12

(d) 3

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(16) لتكن : $g(x) = \frac{d}{dx}|x|$ فان نوع نقطة الانفصال للدالة $g(x)$ عند $x = 0$ هي.

(a) قابلة للإزالة (فجوة)

(b) قفزة

(c) لا نهائي

(d) تذبذبي

(17) اي مما يلي ينطبق على الدالة : $g(x) = x|x|$

(a) متصلة وقابلة للاشتقاق عند $x = 0$

(b) متصلة وغير قابلة للاشتقاق عند $x = 0$

(c) غير متصلة وغير قابلة للاشتقاق عند $x = 0$

(d) غير متصلة وقابلة للاشتقاق عند $x = 0$

(18) اي مما يلي ينطبق على الدالة : $g(x) = |x| - [x]$

(a) متصلة وقابلة للاشتقاق عند $x = 1$

(b) متصلة وغير قابلة للاشتقاق عند $x = 1$

(c) غير متصلة وغير قابلة للاشتقاق عند $x = 1$

(d) غير متصلة وقابلة للاشتقاق عند $x = 1$

(19) اذا كانت $f(x) = [2x + 0.7]$ فان $f'(2)$ يساوي

- (a) 4 (b) 5 (c) 0 (d) غير موجودة

(20) الفترة التي تكون الدالة $f(x) = |4x - x^2|$ قابلة للاشتقاق عليها هي

- (a) $(-\infty, 4), (4, \infty)$ (b) $(-\infty, 0), (0, 4), (4, \infty)$
(c) $(0, 4)$ (d) $(-\infty, \infty)$

(21) اذا كانت الدالة $f(x) = x^p$ حيث $(p \neq 0)$ قابلة للاشتقاق عند $x = 0$ فاي من العبارات التالية صحيحة (اكبر فترة لقيم p)

- (a) $p \geq 1$ (b) $p > 1$
(c) $p < 1$ (d) $p \leq 1$

(22) بفرض ان الدالة $f(x)$ قابلة للاشتقاق حيث $f'(2) = -2$, $f(2) = 1$

فان $h'(2)$ حيث $h(x) = \frac{x^2}{f(x)}$ تساوي

- (a) 12 (b) -12 (c) 4 (d) -4

(23) ان قيمة a, b التي تجعل $f(x) = \begin{cases} ax + b & x < 0 \\ x^2 - 3x & x \geq 0 \end{cases}$ قابلة للاشتقاق عند $x = 0$ هي

- (a) $a = -3, b = 0$ (b) $a = 0, b = -3$ (c) $a = 0, b = 3$ (d) $a = 3, b = 0$

(24) اذا علمت ان $f(x) \times g(x) = f(x) + 2g(x)$ حيث ان كل من $f(x), g(x)$ دوال قابلة للاشتقاق وان $g(1) = 2, g'(1) = 3$ فان $f'(1)$ تساوي

- (a) 6 (b) -6 (c) -4 (d) 4

(1) ميل المستقيم العمودي على المماس للدالة $f(x)$ عند $x = a$ هو

(a) $f'(a)$

(b) $-f'(a)$

(c) $\frac{1}{f'(a)}$

(d) $-\frac{1}{f'(a)}$

(2) اذا كانت $f(3) = 2, f'(3) = -1, f''(3) = 4$ فان معادلة العمودي على المماس للدالة $f(x)$ عند $x = 3$ هي

(a) $y = -x + 5$

(b) $y = x - 1$

(c) $y = 4x - 9$

(d) $y = -4x + 1$

(3) ان قيمة x التي يكون عندها المماسان للدالتين $y = x$, $y = x^2 + 1$ متوازيان هي

(a) $\frac{1}{2}$

(b) $-\frac{1}{2}$

(c) $\frac{1}{4}$

(d) $-\frac{1}{4}$

(4) إذا كان منحنى الدالة: $y = 2x^3 - kx + 2$ له مماس افقي عند $x = -1$ فان قيمة k

تساوي

(a) 6

(b) -6

(c) 0

(d) 2

(5) اذا كانت معادلة العمودي على المماس للدالة $f(x)$ عند $(2,1)$ هي $y = 3x - 5$ فان $f'(2)$ يساوي

(a) 1

(b) 3

(c) $\frac{1}{3}$

(d) $-\frac{1}{3}$

(6) ان معادلة المماس للدالة $h(x) = \frac{x+1}{x-1}$ عند $x = 0$ هي

(a) $y = -2x - 1$

(b) $y = -2x + 1$

(c) $y = 2x - 1$

(d) $y = 2x + 1$

(7) اذا كان مماس الدلة $f(x) = 2x^2 + ax + b$ عند النقطة $(-1, 3)$ يصنع زاوية مقدارها 45° مع محور (السينات) x فان

(a) $a = 5, b = 6$

(b) $a = 3, b = 4$

(c) $a = 1, b = 2$

(d) $a = -1, b = 3$

(8) ان الزاوية المحصورة بين المستقيم $y = x$ والمماس المرسوم للدالة $y = \frac{1}{x}$ عند النقطة $(1, 1)$

تساوي

(a) 45°

(b) 90°

(c) 180°

(d) 135°

(9) ان معادلة المماس الافقي للدالة $f(x) = x^2 + 4x - 1$ هي

(a) $y = 2$

(b) $y = -2$

(c) $y = 5$

(d) $y = -5$

(10) إذا كان المستقيم الذي معادلته: $y = 3x + a$ مماساً لمنحنى الدالة: $f(x) = 2x^2 - x + 6$

فان قيمة الثابت a هي

(a) 1

(b) 4

(c) 3

(d) 7

(11) الزاوية الموجبة التي يصنعها مماس الدالة $f(x) = x^2 - 2$ عند $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ مع محور x هي

هي

(a) $\frac{\pi}{2}$

(b) $\frac{\pi}{4}$

(c) $\frac{\pi}{3}$

(d) $\frac{\pi}{6}$

(12) ان معادلة المماس للدالة $h(x)$ عند $x = 2$ حيث $h(x) = x^2 f(x)$ و $f(2) = 1, f'(2) = -3$ هي

(a) $y = -8x - 16$

(b) $y = 8x - 4$

(c) $y = -8x + 20$

(d) $y = 8x + 12$

(13) اذا كان مماس الدالة $f(x)$ عن النقطة $(2, 3)$ يصنع زاوية مقدارها 135° مع محور x (السينات) x فان معادلة المماس للدالة عند النقطة $(2, 3)$ هي

(a) $y = x + 1$

(b) $y = -x + 1$

(c) $y = -x + 5$

(d) $y = x + 5$

(14) اذا كانت منحنى الدالة $f(x)$ تمر بالنقطة $(2, 3)$ وكان المماس للدالة عند النقطة يصنع

زاوية قياسها 45° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات فان $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 3}{-3(x - 2)}$ تساوي

(a) $\frac{1}{2}$

(b) $-\frac{1}{2}$

(c) $-\frac{1}{3}$

(d) $\frac{1}{3}$

(15) ان قيمة x التي يصنع عندها المماس للدالة $f(x) = x^2 - 5x + 1$ زاوية مقدارها 45° مع الاتجاه الموجب مع محور السينات هي

(a) 3

(b) -3

(c) 2

(d) -2

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(16) اذا كان مماس منحنى الدالة f عند النقطة $(1, 2)$ افقياً ، فان معادلة العمودي على المماس عند نفس النقطة هي

(a) $y = x$ (b) $x = 1$ (c) $y = 2$ (d) $y = 2x$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(17) اي من الدوال التالية لها مماس افقي عند $x = 0$

(a) $f(x) = |x|$ (b) $g(x) = \sqrt[3]{x}$ (c) $p(x) = x^2$ (d) $h(x) = x$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(18) يسقط جسم من قمة برج و تحدد موقعة الدالة $s(t) = 64 - 16t^2$ حيث t بالثواني و s بالامتار فان متوسط السرعة المتجهه في الفترة الزمنية $[1, 2]$ هي

(a) -48 m / s (b) 48 m / s (c) 2 m / s (d) 1 m / s

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(19) قذف جسيم رأسياً لأعلى فتتحرك حسب العلاقة $s(t) = 60t - 5t^2$ حيث t بالثواني و s بالامتار فان اقصى ارتفاع يصل اليه الجسم هو

(a) $60m$ (b) $180m$ (c) $360m$ (d) $120m$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(20) قذف جسيم رأسياً لأعلى فتتحرك حسب العلاقة $s(t) = 60t - 5t^2$ حيث t بالثواني و s بالامتار ان الفترة التي يتحرك بها الجسم متسارعاً هي

(a) $(0, 6)$ (b) $(6, 12)$ (c) $(0, 12)$ (d) $(0, \infty)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(21) قذف جسيم رأسياً لأعلى فتحرك حسب العلاقة $s(t) = 60t - 5t^2$ حيث t بالثواني و s بالأمتار ان السرعة على ارتفاع 100 متر تساوي

- (a) $40m / sec$ (b) $-40m / sec$ (c) $60m / sec$ (d) $-60m / sec$

(22) يتحرك جسم بسرعة متجهة تعطى بالعلاقة $v(t) = \frac{3}{2}\sqrt{t} + 6$ فان تسارع هذا الجسم عندما تكون سرعته $12 m/sec$ هي

- (a) $\frac{16}{3}$ (b) $\frac{3}{4\sqrt{2}}$ (c) $\frac{3}{16}$ (d) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

(23) قذف جسيم رأسياً لأعلى فتحرك حسب العلاقة $s(t) = 60t - 5t^2$ حيث t بالثواني و s بالأمتار فان السرعة المتجهة والتسارع عند $t = 7s$ على الترتيب هما

- (a) 10,10 (b) -10,-10 (c) 10,-10 (d) -10,10

(24) يبيع محل ملابس اطفال القطعة بسعر 20 درهم ويبيع سنوياً 25000 قطعة اذا كان السعر القطعة يزداد بمعدل 2 درهم سنوياً وتتنقص المبيعات بمعدل 800 قطعة سنوياً فان معدل تغير الايراد السنوي يساوي

- (a) 34000 (b) -34000 (c) 50000 (d) 16000

(25) ينتج مصنع 20000 من احدى السلع سنوياً ويبيع السلعة الواحدة ب 20 درهم ويريد زيادة سعر السلعة 125 فلس ويزيد الانتاج ب 2000 سلعة سنوياً فان مقدار الايراد السنوي سيزداد بمعدل

- (a) 402500 (b) 65000 (c) 467500 (d) 2500

(26) يمثل الجدول المجاور المبيعات السنوية لاحدى الشركات بملايين الدراهم $f(t)$ خلال فترة زمنية

قدر معدل التغير السنوي في المبيعات عام 2000

t	1990	1995	2000	2005	2010
$f(t)$	1.7	2.1	2.4	2.8	3.0

(a) 0.3

(b) 0.03

(c) 0.07

(d) 0.7

(27) يبيع مصنع دمي 60000 قطعة سنوياً بسعر القطعة 15 درهم، اذا اراد صاحب المصنع زيادة لمبيعات

بمعدل 3000 قطعة سنوياً وتخفيض سعر القطعة بمعدل درهم واحد للقطعة، فان النسبة المئوية لمعدل التغير

في دخل المصنع السنوي يساوي.

(a) 15000

(b) -15000

محمد عمر الخطيب

(c) 1.66%

(d) -1.66%

(28) ان قيم x التي يكون عندها المماس للدالة $y = 3x^4 - 6x^2 + 1$ افقي هي

(a) $0, \pm\sqrt{3}$

(b) $0, \pm\sqrt{2}$

(c) $0, \pm 1$

(d) $0, \pm 2$

(29) يتحرك جسم على خط مستقيم حسب العلاقة $s(t) = 2\sqrt{t} + 2t^2$ حيث t بالثواني و s

بالأمتار فان دالة التسارع هي

(a) $a(t) = -\frac{1}{2}t^{-3/2} + 4$

(b) $a(t) = -\frac{1}{2}t^{-3/2} + 4t$

محمد عمر الخطيب

(c) $a(t) = t^{-1/2} + 4t$

(d) $a(t) = t^{1/2} + 4t$

(30) بفرض ان $f(x), g(x)$ دوال قابلة للاشتقاق حيث $f'(1) = 3, f(1) = -2$ و $g'(1) = -2, g(1) = 1$

فان معادلة المماس للدالة $h(x)$ عند $x = 1$ هي $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ محمد عمر الخطيب

(a) $y = x - 1$

(b) $y = -x + 1$

(c) $y = -x + 3$

(d) $y = -x - 1$

(31) احدى الدوال التالية له مماس رأسي عند $x = 0$ محمد عمر الخطيب

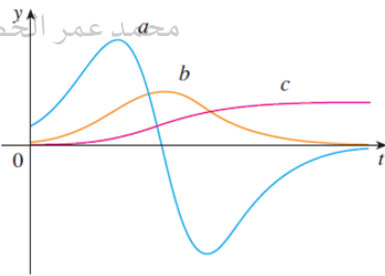
(a) $y = |x|$

(b) $y = x\sqrt{x}$

(c) $y = x^{-1}$

(d) $y = \sqrt[3]{x}$

(32) الشكل المجاور يمثل دالة الموقع والسرعة



المتجهة والتسارع لجسم يتحرك

على خط مستقيم . ان دالة السرعة المتجهة يمثلها المنحنى

(a) a

(b) b

(c) c

(d) غير ذلك

(1) إذا كانت $f(x) = \sin x + \cos x$ فإن $f'(x)$ تكون

(a) $\sin x + \cos x$

(b) $\sin x - \cos x$

(c) $\cos x + \sin x$

(d) $\cos x - \sin x$

(2) إذا كانت $f(x) = x \sin x$ فإن $f'(x)$ تكون

(a) $\cos x$

(b) $x \cos x$

(c) $x \sin x + \cos x$

(d) $\sin x + x \cos x$

(3) إذا كانت $f(x) = \sin x \cos x$ فإن $f'(x)$ تكون

(a) $\cos 2x$

(b) $-\sin x \cos x$

(c) $\sin 2x$

(d) 1

(4) إذا كانت $f(x) = \sec x \tan x$ فإن $f'(x)$ تكون

(a) $\sec x$

(b) $\sec x \tan^2 x$

(c) $\sec x \tan^2 x + \sec^3 x$

(d) $\sec x \tan x + \sec^2 x$

(5) إذا كانت: $y = x^3 + \sin x$ فإن $\frac{d^{2022} y}{dx^{2022}}$ يساوي

(a) $\sin x$

(b) $-\sin x$

(c) $\cos x$

(d) $-\cos x$

(6) ميل المماس للدالة $f(x) = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$ عند $x = \frac{\pi}{2}$ هو

- (a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) 2

(7) إذا كانت $f(x) = \sqrt[3]{x} \sin x$ فإن $f'(0)$ تكون

- (a) 1 (b) 0 (c) -1 (d) غير موجودة

(8) أي من الدوال التالية غير قابلة للاشتقاق عند $x = 0$

- (a) $f(x) = \sin|x|$ (b) $f(x) = \cos|x|$

(c) $f(x) = x|x|$

(d) $f(x) = [x + 0.5]$

(9) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(\frac{\pi}{3} + h) - \sin \frac{\pi}{3}}{h}$

- (a) 0 (b) 1

- (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(10) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan x - 1}{x - \frac{\pi}{4}}$

- (a) 1 (b) 2

- (c) -2 (d) 0

$$(1) \frac{d}{dx} [\sqrt{x^2 + 1}] =$$

$$(a) \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

$$(b) \frac{x}{2\sqrt{x^2 + 1}}$$

$$(c) \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

$$(d) \frac{1}{2\sqrt{x^2 + 1}}$$

$$(2) \frac{d}{dx} [\sin^3 3x] =$$

$$(a) 3 \sin^2 3x \cos 3x$$

$$(b) 9 \sin^2 3x \cos 3x$$

$$(c) 3 \sin^2 3x$$

$$(d) 6 \sin^2 3x$$

$$(3) \frac{d}{dx} \left[\tan x + \frac{1}{3} \tan^3 x \right] =$$

$$(a) \sec^2 x + \tan^2 x$$

$$(b) \sec^4 x$$

$$(c) \sec^2 x + \sec x \tan^2 x$$

$$(d) \sec^2 x + \sec^2 x \tan x$$

$$(4) \frac{d^2}{dx^2} [\sin^2 x]$$

$$(a) -2 \cos 2x$$

$$(b) 2 \cos 2x$$

$$(c) -2 \sin 2x$$

$$(d) 2 \sin 2x$$

$$(5) \frac{d}{dx} [\sec^3 2x] =$$

$$(a) \quad 3\sec^3 2x \tan 2x$$

$$(b) \quad 6\sec^3 2x \tan 2x$$

$$(c) \quad 6\sec^3 2x$$

$$(d) \quad 6\sec^2 2x \tan 2x$$

$$(6) \frac{d}{dx} [x(x^2 + 3)^5] =$$

$$(a) \quad 5(x^2 + 3)^4$$

$$(b) \quad 5x(x^2 + 3)^4$$

$$(c) \quad 5x(x^2 + 3)^5 + 10x(x^2 + 3)^4$$

$$(d) \quad (11x^2 + 3)(x^2 + 3)^4$$

$$(7) \frac{d}{dx} [\sec^2 x \tan x] =$$

$$(a) \quad 2\sec^2 x \tan^2 x + \sec^4 x$$

$$(b) \quad 2\sec x \tan x + \sec^4 x$$

$$(c) \quad 2\sec^2 x \tan x + \sec^4 x$$

$$(d) \quad 2\sec x \tan^2 x + \sec^4 x$$

$$(8) \frac{d}{dx} [\sec^2 3x - \tan^2 3x] =$$

$$(a) \quad 1$$

$$(b) \quad 0$$

$$(c) \quad 6\sec 3x \tan 3x - 6\sec^2 3x$$

$$(d) \quad 6\sec^2 3x \tan 3x - 6\sec^4 3x$$

تساوي

$$(9) \text{ اذا كانت } f(x) = \sqrt{\frac{x}{x+1}} \text{ فان } f'(x)$$

$$(a) \frac{1}{2} \left(\frac{x}{x+1} \right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$(b) \frac{1}{2} \left(\frac{x}{x+1} \right)^{-\frac{1}{2}} \left[\frac{1}{(x+1)^2} \right]$$

$$(c) \frac{1}{2} \left(\frac{x}{x+1} \right)^{-\frac{1}{2}} \left[\frac{-1}{(x+1)^2} \right]$$

$$(d) \frac{1}{2} \left(\frac{x}{x+1} \right)^{-\frac{1}{2}} \left[\frac{2x+1}{(x+1)^2} \right]$$

□

$$(10) \text{ اذا كانت : } x = 3t^2 - t \text{ فان } \frac{dy}{dt} \text{ عند } t = 0 \text{ } y = \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$(a) 2$$

$$(b) -2$$

$$(c) -\sqrt{2}$$

$$(d) \sqrt{2}$$

$$(11) \text{ اذا كان } u = 2x\sqrt{x} \text{ فان } \frac{dy}{dx} \text{ عند } x=1 \text{ تساوي } y = u^2 - \frac{8}{u}$$

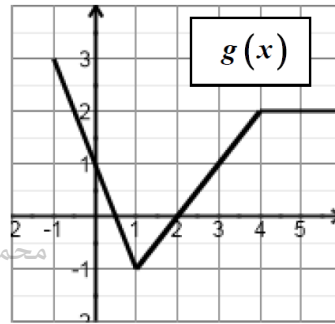
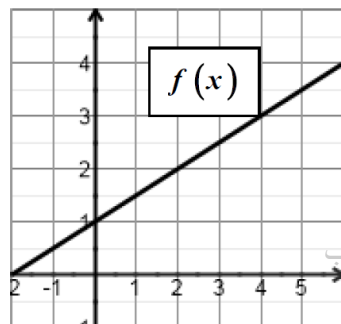
$$(a) 8$$

$$(b) 18$$

$$(c) 24$$

$$(d) 48$$

$$(12) \text{ الرسم البياني المجاور يمثل بيان للدالة } f(x), g(x) \text{ حيث } h(x) = f(g(x)) \text{ فان } h'(0)$$



$$(a) 0$$

$$(b) 2$$

$$(c) 1$$

$$(d) -1$$

(13) إذا كانت $h'(x) = n\sqrt{h(x)}$ حيث $n > 0$ و $h''(x) = 18$ فإن قيمة الثابت n تساوي

(a) 3

(b) 36

(c) 6

(d) $3\sqrt{2}$

(14) إذا كانت : $f(x) = \begin{cases} 1 + \cos 2x & , x \geq \frac{\pi}{4} \\ a + bx & , x < \frac{\pi}{4} \end{cases}$ دالة قابلة للاشتقاق عند $x = \frac{\pi}{4}$

فإن قيمة الثابت b تساوي

(a) 2

(b) -2

(c) 0

(d) -1

(15) مجال الدالة $f'(x)$ حيث $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ هو (الدالة قابلة للاشتقاق على الفترة)

(a) $[0, 2]$ (b) $(0, 2)$ (c) $[-2, 2]$ (d) $(-2, 2)$

(16) بالاعتماد على الجدول المجاور

إذا كانت $f(g(x)) = g(f(x)) = x$

فإن $g'(7)$ يساوي

x	3	7
$f(x)$	7	22
$f'(x)$	5	10

(a) $-\frac{1}{10}$ (b) $\frac{1}{10}$

محمد عمر الخطيب

(c) $\frac{1}{5}$ (d) $\frac{7}{5}$

(17) اذا كان : $y = f(x^2)$ وكان $f'(x) = \sqrt{5x-1}$ فان $\frac{dy}{dx}$ تساوي

(a) $2x\sqrt{5x-1}$

(b) $\sqrt{5x-1}$

(c) $2x\sqrt{5x^2-1}$

(d) $\sqrt{5x^2-1}$

(18) اذا كانت : $f(x) = \sqrt{x^2+1}$, فان $f'(x)$ تساوي

(a) $f(x)$

(b) $xf(x)$

(c) $\frac{f(x)}{x}$

(d) $\frac{x}{f(x)}$

(19) اذا كان $f(1) = 4$, $f'(1) = -2$ فان $\left(\sqrt{f(x)}\right)'$ عند $x=1$ يساوي

(a) 1

(b) -1

(c) $\frac{1}{2}$

(d) $-\frac{1}{2}$

(20) ان قيم x التي عندها الدالة $f(x) = \sqrt[3]{x^2-x-2}$ غير قابلة للاشتقاق هي

(a) 2, -1

(b) 1, -2

(c) 1

(d) -1

(21) اذا كان $f'(2) = 4$, $f'(1) = 3$, $f(1) = 2$ و $g(x) = f^{-1}(x)$ فان $g'(2)$ تساوي

(a) $\frac{1}{3}$

(b) $-\frac{1}{3}$

(c) $\frac{1}{4}$

(d) $-\frac{1}{4}$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب (22) اذا $h(x) = f(\sqrt{x}) + \sqrt{f(x)}$ كانت حيث $f(1) = 1, f'(1) = 2$ فان $h'(1)$

(a) 1

(b) 0

(c) 4

(d) 2

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(23) الفترة التي تكون الدالة $f(x) = \sqrt[3]{x-2}$ قابلة للاشتقاق عليها هي

(a) $[2, \infty)$

(b) $(-\infty, 2), (2, \infty)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(c) $(-\infty, -2], [2, \infty)$

(d) $(-\infty, \infty)$

(24) اذا كانت $f(x) = 10x(x^2 + 1)^4$ حيث $g'(x) = f(x)$ فان $g(x)$

(a) $5x^2(x^2 + 1)^5$

(b) $(x^2 + 1)^4$

(c) $(x^2 + 1)^5$

(d) $2x(x^2 + 1)^5$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(25) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^5 + 1 - (x^5 + 1)}{h} =$$

(a) $5x^4$

(b) $5(x+1)^4$

(c) $5x^4 + 5$

(d) $5x^4 + h$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(26) اذا كانت $f\left(\frac{1}{x}\right) = 4x^3 - 7x + 1$ فان $f'(2)$ تساوي

(a) 1

(b) -1

(c) -4

(d) 4

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(27) إذا كانت $h(x) = f(x^2)$ فإن $h''(x)$ تساوي

(a) $2f''(x^2)$

(b) $2xf''(x^2)$

(c) $2f'(x^2) + 4x^2f''(x^2)$

(d) $2f'(x^2) + 2xf''(x^2)$

محمد عمر الخطيب

(28) إذا كانت $f(x) = x\sqrt{2x-3}$ فإن $f'(x)$ تساوي

(a) $\frac{3x-3}{\sqrt{2x-3}}$

(b) $\frac{x}{\sqrt{2x-3}}$

(c) $\frac{5x-6}{2\sqrt{2x-3}}$

(d) $\frac{-x}{\sqrt{2x-3}}$

محمد عمر الخطيب

(29) إذا كانت $f(3x) = 6x^3$ فإن $f''(6)$ يساوي

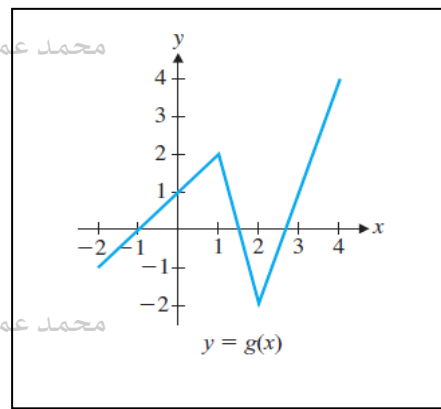
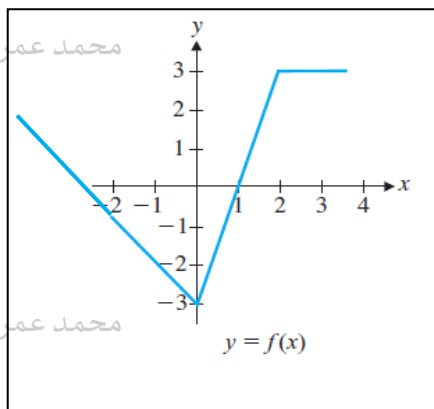
(a) 216

(b) 72

(c) 24

(d) 8

(30) الرسم البياني المجاور يمثل بيان الدالة $f(x), g(x)$ حيث $h(x) = g(f(x))$ فإن $h'(3)$



(a) 0

(b) 9

(c) -9

(d) 3

$$(31) \text{ اي مما يلي ينطبق على الدالة : } f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & , x \geq 2 \\ \sin(2x - 4) & , x < 2 \end{cases}$$

(a) متصلة وقابلة للاشتقاق عند $x = 2$

(b) متصلة وغير قابلة للاشتقاق عند $x = 2$

(c) غير متصلة وغير قابلة للاشتقاق عند $x = 2$

(d) غير متصلة وقابلة للاشتقاق عند $x = 2$

$$(32) \text{ اي مما يلي ينطبق على الدالة : } g(x) = \sqrt{|x-1|}$$

(a) متصلة وقابلة للاشتقاق عند $x = 1$

(b) متصلة وغير قابلة للاشتقاق عند $x = 1$

(c) غير متصلة وغير قابلة للاشتقاق عند $x = 1$

(d) غير متصلة وقابلة للاشتقاق عند $x = 1$

$$(33) \text{ اذا كانت } f(x) = \sqrt{x^3 + 2x + 4} \text{ ولها الدالة العكسية } g(x) \text{ فان } g'(2)$$

$$(34) \text{ اذا كانت } f(x) = x^3 + 5x + 6 \text{ ولها الدالة العكسية } g(x) \text{ فان } g'(x)$$

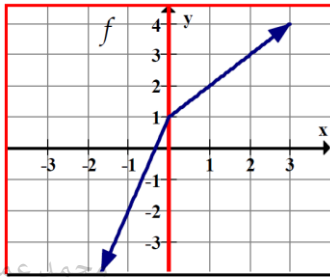
$$(a) \frac{1}{[g(x)]^2 + 6}$$

$$(b) \frac{1}{3[g(x)]^2}$$

$$(c) \frac{1}{3[g(x)]^2 + 5[g(x)]}$$

$$(d) \frac{1}{3[g(x)]^2 + 5}$$

(35) بالاعتماد على الرسم البياني المجاور الذي يمثل

بيان للدالة $f(x)$ ان $(f^{-1})'(-2)$ يساوي

(a) $-\frac{1}{2}$

(b) $\frac{1}{2}$

(c) $-\frac{1}{3}$

(d) $\frac{1}{3}$

(36) اعتمد على الجدول المجاور لايجاد ميل المماس للدالة $g(x) = f^{-1}(x)$ عند $x = 2$

(a) $\frac{1}{4}$

(b) $\frac{1}{5}$

(c) $\frac{1}{3}$

(d) $\frac{1}{2}$

x	$f(x)$	$f'(x)$
2	3	4
3	2	5

(37) الجدول المجاور يمثل بعض قيم الدالة $f(x)$ ومشتقتها

x	2	3	4
$f(x)$	1	2	6
$f'(x)$	4	5	3

والدالة $g(x) = f^{-1}(x)$ فان معادلة المماس للدالة $g(x)$ عند $x = 2$ هي

(a) $y = \frac{-1}{5}(x-2) + 3$

(b) $y = \frac{1}{5}(x-2) + 3$

(c) $y = \frac{-1}{4}(x-2) + 1$

(d) $y = \frac{1}{4}(x-2) + 1$

(38) يتحرك جسم بسرعة متجهة تعطى بالعلاقة $v(t) = b\sqrt{s(t)}$ حيث t بالثواني و s موقعالجسم بالأمتار و b عدد ثابت اكبر من صفر. فان قيمة b التي تجعل التسارع $8 m / sec^2$ هي

(a) 4

(b) 2

(c) 16

(d) 8

(39) ان السرعة المتجهة المتوسطة لدالة الموقع $s(t) = \sqrt{t^2 + 8t}$ بين $t = 0$ و $t = 1$ تساوي

- (a) $3m / \text{sec}$ (b) $-3m / \text{sec}$ (c) $4m / \text{sec}$ (d) $-4m / \text{sec}$

(40) ان السرعة المتجهة لدالة الموقع $s(t) = \sqrt{t^2 + 8t}$ عند $t = 1$ تساوي

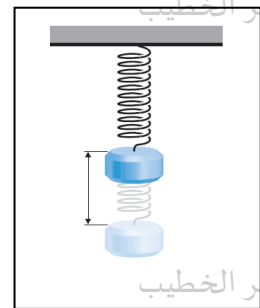
- (a) $\frac{5}{3}m / \text{sec}$ (b) $\frac{3}{2}m / \text{sec}$ (c) $\frac{10}{3}m / \text{sec}$ (d) $\frac{3}{5}m / \text{sec}$

(41) لتكن $u(t) = 4\cos(2t)$ تقيس مقدار الازاحة بالبوصة لكتلة معلقة في زنبرك لمدة t ثانية

بعد تحريرها فان اقصى سرعة متجهة يصل اليها الجسم هي

- (a) 8 (b) 4

- (c) -8 (d) 2

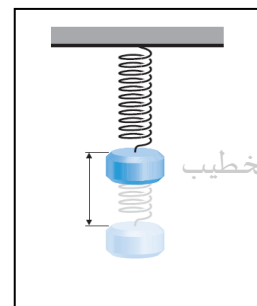


(42) لتكن $u(t) = 4\cos(2t)$ تقيس مقدار الازاحة بالبوصة لكتلة معلقة في زنبرك لمدة ثانية t

بعد تحريرها فان الجسم يصل الى سرعته القصوى اول مرة عند الزمن

- (a) $\frac{\pi}{4}$ (b) $\frac{3\pi}{4}$

- (c) $\frac{\pi}{2}$ (d) $\frac{3\pi}{2}$



(43) إذا كانت $f(x) = x^3 + 2x + 1$ ولها الدالة العكسية $g(x)$ فإن $g'(-2)$ كانت

(a) $\frac{1}{5}$

(b) $-\frac{1}{5}$

(c) $\frac{2}{5}$

(d) $-\frac{2}{5}$

(44) $\frac{d}{dx}[\sin^2(\tan x)] =$

(a) $2 \sin(\tan x) \cos(\tan x) \sec^2 x$

(b) $2 \sin(\tan x) \sec^2 x$

(c) $2 \sin(\tan x) \cos x \sec^2 x$

(d) $2 \sin(\tan x) \cos(\tan x) \sec^2(\tan x)$

(45) إذا كانت $f(x) = \sec(\tan^2 x)$ فإن $f'(x)$ تساوي

(a) $2 \sec(\tan^2 x) \cdot \tan(\tan^2 x) \cdot \tan x$

(b) $2 \sec(\tan^2 x) \cdot \tan(\tan^2 x) \cdot \tan x \cdot \sec^2 x$

(c) $2 \sec(x) \cdot \tan(x) \cdot \tan x \cdot \sec^2 x$

(d) $2 \sec(\tan^2 x) \cdot \tan(\tan^2 x) \cdot \sec^2 x$

(46) إذا كانت $f(x) = \csc^2(\cot x)$ فإن $f'(x)$ تساوي

(a) $-2 \csc(\cot x) \cdot \csc^2 x$

(b) $-2 \csc(\cot x) \cdot \csc^2 x$

(c) $2 \csc(\cot x) \cdot \csc^3 x \cdot \cot x$

(d) $2 \csc^2(\cot x) \cdot \cot(\cot x) \cdot \csc^2 x$

$$(1) \frac{d}{dx} [e^x \ln x] =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(a) \frac{1}{x} e^x$$

$$(b) e^x + \frac{1}{x}$$

$$(c) \frac{e^x}{x} + \ln x$$

محمد عمر الخطيب

$$(d) \frac{e^x}{x} + e^x \ln x$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \frac{d}{dx} [2^{\sin x}] =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(a) 2^{\cos x}$$

$$(b) 2^{\sin x} \cos x$$

$$(c) 2^{\sin x} \cos x \ln 2$$

$$(d) -2^{\sin x} \cos x \ln 2$$

$$(3) \text{ إذا كانت } f(w) = \frac{w}{e^{6w}} \text{ فإن}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(a) f'(w) = \frac{1}{6e^{6w}}$$

$$(b) f'(w) = \frac{1-6w}{e^{6w}}$$

$$(c) f'(w) = \frac{1+6w}{e^{6w}}$$

محمد عمر الخطيب

$$(d) f'(w) = \frac{1+6w}{e^{12w}}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \frac{d}{dx} [\ln \sqrt{x^2 + 1}] =$$

$$(a) \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

محمد عمر الخطيب

$$(b) \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(c) \frac{x}{x^2 + 1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(d) \frac{2x}{x^2 + 1}$$

$$(5) \frac{d}{dx} \ln (\sec x + \tan x) =$$

- (a) $\sec x$ (b) $\sec x + \tan x$ (c) $\sec x - \tan x$ (d) $\csc x$

$$(6) \frac{d}{dx} \left[\sqrt[3]{x^3 e^{3x}} \right] =$$

- (a) $xe^x + 1$ (b) $e^x(1+x)$

- (c) $9x^2 e^{3x}$ (d) $\sqrt[3]{3x^2 + 3e^{3x}}$

$$(7) \frac{d}{dx} \left[\log_2 (3^x + 1) \right] =$$

- (a) $\frac{3^x}{3^x + 1}$ (b) $\frac{3^x}{3^x + 1} \log_2 3$

- (c) $\frac{3^x}{3^x + 1} \ln 3$ (d) $\frac{3^x}{(3^x + 1) \ln 2}$

$$(8) \frac{d}{dx} \left[\sqrt{x} e^{\sin x} \right] =$$

- (a) $\frac{1}{2\sqrt{x}} e^{\sin x} \cos x$ (b) $\frac{1}{2\sqrt{x}} e^{\sin x} + \sqrt{x} e^{\sin x} \cos x$

- (c) $\frac{1}{2\sqrt{x}} e^{\sin x} + \sqrt{x} e^{\sin x}$ (d) $\frac{1}{2\sqrt{x}} e^{\sin x} + \sqrt{x} e^{\cos x}$

$$(9) \frac{d}{dx} \left[\ln \left(\frac{\sin x - x}{\tan x + 1} \right) \right] =$$

$$(a) \frac{(\cos x - 1)(\tan x + 1) - (\sin x - x)(\sec^2 x)}{(\tan x + 1)^2}$$

$$(b) \frac{\cos x - 1}{\sin x - x} - \frac{\sec^2 x}{\tan x + 1}$$

$$(c) \frac{\cos x - 1}{\sec^2 x}$$

$$(d) \frac{1}{\cos x - 1} - \frac{1}{\sec^2 x}$$

$$(10) \frac{d}{dx} \left[\ln(x-1) + \log_3(3^{\sec x}) + e^{\ln x} \right] =$$

$$(a) \frac{1}{x-1} + \sec x$$

$$(b) \frac{x}{x-1} + \sec x \tan x$$

$$(c) \frac{1}{x-1} + \sec x + e^{\ln x}$$

$$(d) \frac{1}{x-1} + \sec x + 1$$

$$(11) \frac{d}{dx} \left[\sin^3(e^{2x}) \right] =$$

$$(a) 6 \sin^2(e^{2x}) \cos(e^{2x}) e^{2x}$$

$$(b) 6 \sin^2(e^{2x}) e^{2x}$$

$$(c) 6 \sin(e^{2x}) \cos(e^{2x}) e^{2x}$$

$$(d) 3 \sin^2(e^{2x}) \cos(e^{2x})$$

$$(12) \frac{d}{dx} \left[\ln(x^3 e^{2x} \cos^5 x) \right] =$$

$$(a) \frac{3}{x} + 2 - 5 \tan x$$

$$(b) \frac{1}{x^3} + 2x - 5 \tan^4 x \sec^2 x$$

$$(c) \frac{1}{x} + 2e^{2x} - 5 \tan^4 x \sec^2 x$$

$$(d) \frac{1}{x} + 2x - 5 \cos^4 x \sin x$$

$$(13) \frac{d}{dx} [x^{\ln x}] =$$

$$(a) \frac{x^{\ln x} \ln x}{x^2}$$

$$(b) \frac{2x^{\ln x} \ln x}{x}$$

$$(c) \frac{2 \ln x}{x}$$

$$(d) \frac{x^{\ln x} \ln x}{x}$$

$$(14) \frac{d}{dx} [x^2]^{4x} =$$

$$(a) x^{4x} [1 + x \ln x]$$

$$(b) 8x^{8x} [1 + \ln x]$$

$$(c) 8x^{8x} \ln x$$

$$(d) 8x^{8x} [1 - \ln x]$$

(15) إذا كانت $h(\ln x) = f(x) + x$ حيث $f'(0) = 3$ و $f'(1) = -2$

فان قيمة $h'(0)$ تساوي

$$(a) 4$$

$$(b) -1$$

$$(c) 3$$

$$(d) -2$$

(16) إذا كان $f(x) = e^{-x}$ و $g(x) = f(f(x))$ فان قيمة $g'(0)$ تساوي

$$(a) \frac{2}{e}$$

$$(b) \frac{1}{e}$$

$$(c) \frac{-1}{e}$$

$$(d) \frac{1}{e^2}$$

(17) إذا كانت : $f'(x) = \tan x$, فان $f(x)$ ممكن ان تكون

$$(a) \ln(\sin x) + c \quad (b) \ln(\cos x) + c \quad (c) \ln(\sec x) + c \quad (d) \ln(\csc x) + c$$

(18) إذا كانت $e^{f(x)} = 1 + x^2$ فان $f'(x)$ يساوي

(a) $\frac{1}{x^2 + 1}$

(b) $\frac{2x}{x^2 + 1}$

(c) $2x(1 + x^2)$

(d) $2x \ln(1 + x^2)$

محمد عمر الخطيب

(19) إذا كانت $f(x) = x - \ln x$ و $g(x) = f^{-1}(x)$ فان $g'(x)$ يساوي

(a) $\frac{g(x)}{g(x) - 1}$

(b) $\frac{g(x) - 1}{g(x)}$

محمد عمر الخطيب

(c) $\frac{1}{g(x)}$

(d) $\frac{1}{g(x) - \ln g(x)}$

(20) إذا كانت الدالة $f(x) = e^{x^3 + 2x}$ فان $(f^{-1})'(1)$ يساوي

(a) $\frac{1}{5}$

(b) $\frac{1}{2}$

(c) $\frac{1}{2e}$

(d) $\frac{1}{5e}$

(21) إذا كانت $f(x) = x^{x^2}$ فان $f'(\sqrt{2})$ يساوي

(a) $\sqrt{2}(\ln 2 + 1)$

(b) $2\sqrt{2}(\ln 2 + 1)$

(c) $2\sqrt{2} \ln 2$

(d) $2\sqrt{2}(\ln 2 + 2)$

محمد عمر الخطيب

(22) $\frac{d}{dx}[x]^{4-x^2} =$

(a) $-2x \ln x + \frac{1}{x}(4 - x^2)$

(b) $x^{4-x^2} \left[-2x \ln x + \frac{1}{x}(4 - x^2) \right]$

(c) $x^{4-x^2} \left[-2x \ln x + (4 - x^2) \right]$

(d) $x^{4-x^2} \left[-\ln x + \frac{1}{x}(4 - x^2) \right]$

(23) إذا كانت $f(x) = \frac{\sqrt{\ln x}}{x}$ فإن $f'(x)$ كانت

(a) $f'(x) = \frac{1-2\ln x}{2x^2\sqrt{\ln x}}$

(b) $f'(x) = \frac{1-2\ln x}{2x^2 \ln x}$

(c) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{\ln x}}$

(d) $f'(x) = \frac{1+2\ln x}{2x^2\sqrt{\ln x}}$

(24) $\frac{d}{dx} [x \times 3^{x^2}] =$

(a) $3^{x^2} \times 2x \ln 3$

(b) $3^{x^2} [1 + 2x^2]$

(c) $3^{x^2} \times 2x$

(d) $3^{x^2} [1 + 2x^2 \ln 3]$

(25) إذا كانت : $y = xe^x$ فإن $\frac{d^n y}{dx^n}$ يعطى بالعلاقة

(a) $(2n + x)e^x$

(b) $n(1 + x)e^x$

(c) $(n + x)e^x$

(d) $(n - x)e^x$

(26) إذا كانت $f(x) = \begin{cases} x + 2 & , x \geq 0 \\ e^{a+bx} & , x < 0 \end{cases}$ دالة قابلة للاشتقاق عند $x = 0$ فإن قيمة b

تساوي

(a) $\frac{1}{e}$

(b) $\frac{1}{2}$

(c) 2

(d) $\ln 2$

(27) اذا كانت الدالة $f(x) = e^{ax}$ حيث a عدد ثابت، فان قيمة (قيم) a التي تحقق المعادلة

$$f''(x) - f(x) = 0 \text{ هي}$$

(a) 0

(b) 1

(c) -1

(d) -1,1

(28) اذا كان $f(x) = e^{2x} - \sin x$ فان $f^{(27)}(0)$ يساوي

(a) $2^{27} + 1$ (b) $2^{27} - 1$ (c) 2^{27} (d) $2^3 + 1$

(29) اذا كانت $f(x) = e^{2x} - e^{-2x}$ فان $f^{(21)}(0)$ يساوي

(a) 0

(b) 2

(c) 2^{21} (d) 2^{22}

(30) ميل المستقيم العمودي على المماس للدالة $f(x) = \frac{x}{e^x}$ عند $x = 0$ هو

(a) 0

(b) 1

(c) -1

(d) e

(31) يوجد للدالة $f(x) = xe^{2x}$ مماس افقي عند

(a) $x = \frac{1}{2}$ (b) $x = -\frac{1}{2}$ (c) $x = -\frac{1}{e}$ (d) $x = \frac{1}{e}$

(32) يحدد عدد البكتيريا في اليوم t بالعلاقة $p(t) = 500(2)^t$ فان النسبة المئوية لمعدل التغير في

عدد البكتيريا تقريبا يساوي

(a) 7%

(b) 70%

(c) 170%

(d) 50%

(33) تمثل الدالة $f(t) = \frac{70}{1+3e^{-0.2t}}$ نسبة عدد السكان التي تصلهم اشاعة معينة بعد الزمن t

بالساعة فان معدل التغير في انتشار الاشاعة بعد ساعتين يساوي

(a) 70%

(b) 23%

(c) 3.1%

(d) 17.5%

(34) للدالة $f(x) = x^2 e^{-2x}$ مماسات افقية عند

(a) $x = 0, x = -1$ (b) $x = 1$ (c) $x = 0, x = 1$ (d) $x = 0$

(35) معادلة مماس الدالة $y = 3^{\tan x}$ عند $x = 0$ هي

(a) $y = x + 1$

(b) $y = x - 1$

(c) $y = (\ln 3)x + 1$

(d) $y = (\ln 3)x + 3$

(36) ميل المماس لمنحنى الدالة $y = x e^{-2x}$ عند $x = 1$ يساوي

(a) $\frac{-1}{e^2}$

(b) $\frac{-2}{e^4}$

(c) $\frac{2}{e^4}$

(d) $\frac{-3}{e^4}$

(37) تحدد الدالة $v(t) = 60 e^{-0.2t}$ قيمة الاستثمار لمبلغ معين بعد الزمن t فان النسبة المئوية

للمعدل اللحظي للتغير تساوي

(a) -20%

(b) 60%

(c) -60%

(d) 20%

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب
(38) يبدأ تكاثر البكتريا بالعدد 200 ويتضاعف ثلاث مرات كل يوم، فان عدد البكتيريا بعد t يوم يعطى بالمعادلة

(a) $P(t) = 200 \times 3^t$

(b) $P(t) = 600 \times 3^t$

محمد عمر الخطيب
(c) $P(t) = 200 \times 9^t$

محمد عمر الخطيب
(d) $P(t) = 200^t$

محمد عمر الخطيب

(39) يبدأ تكاثر البكتريا بالعدد 500 ويتضاعف كل اربع ايام، فان عدد البكتيريا بعد t يوم يعطى بالمعادلة

محمد عمر الخطيب
(a) $P(t) = 500 \times 8^t$

محمد عمر الخطيب
(b) $P(t) = 500 \times 2^t$

محمد عمر الخطيب

(c) $P(t) = 500 \times \left(\frac{1}{4}\right)^t$

(d) $P(t) = 500 \times 2^{\frac{t}{4}}$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب
(40) ميل المماس للدالة 3^{x^e} عند $x = 1$ يساوي

(a) $3 \ln 3$

(b) $3e$

(c) $\ln 3$

(d) $3e \ln 3$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(41) اذا كان للدالة $f(x) = \ln x$ مماس يمر بنقطة الاصل فان نقطة التماس تكون

(a) $(1,0)$

(b) $(e^2, 2)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(c) $(e,1)$

(d) (e,e)

(42) لتكن $c(t) = \frac{10}{9e^{-20t} + 1}$ تقيس تركيز مادة معينة بعد t ثانية من التفاعل فان قيمة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

التركيز تكون متزايدة وحدها الاعلى هو

(a) 1

(b) 100

(c) 10

(d) 1000

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(43) لتكن $c(t) = \frac{6}{2e^{-10t} + 1}$ تقيس تركيز مادة معينة بعد t ثانية من التفاعل

فأي عبارة من العبارات التالية صحيحة دائماً :

(a) العلاقة بين الزمن والتركيز علاقة طردية و أكبر قيمة للتركيز 6

(b) العلاقة بين الزمن والتركيز علاقة عكسية و أكبر قيمة للتركيز 6

(c) العلاقة بين الزمن والتركيز علاقة طردية و أكبر قيمة للتركيز 3

(d) العلاقة بين الزمن والتركيز علاقة طردية و أكبر قيمة للتركيز 2

(44) إذا كانت درجات شخص بعد دراسة (t) ساعة تعطى بالدالة $f(t) = \frac{90}{1 + 4e^{-0.4t}}$

فان درجاته سترتفع تقريبا بعد دراسة ساعة واحدة زيادة عن عدد الساعات السابقة بمعدل

(a) 5.76

(b) 7.12

(c) 1.44

(d) 23.04

(45) يتم وصف حركة زنبرك معين بالدالة $f(t) = e^{-t} \cos t$ فان أول مرة تتعدم السرعة عند الموقع

(a) $\frac{1}{\sqrt{2}} e^{\frac{3\pi}{4}}$

(b) $\frac{1}{\sqrt{2}} e^{-\frac{3\pi}{4}}$

(c) $-\frac{1}{\sqrt{2}} e^{\frac{3\pi}{4}}$

(d) $-\frac{1}{\sqrt{2}} e^{-\frac{3\pi}{4}}$

(46) إذا كان $f(x) = \ln(\sqrt{e^x + x} + \sqrt{x}) + \ln(\sqrt{e^x + x} - \sqrt{x})$ فان $f'(x)$

(a) 1

(b) e

(c) 0

(d) -1

$$(1) \frac{d}{dx} [\cos^{-1} 2x] =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(a) \frac{2 \sin(2x)}{\cos^2(x-2)}$$

$$(b) \frac{-2}{\sqrt{1+4x^2}}$$

$$(c) \frac{2}{\sqrt{1-4x^2}}$$

$$(d) \frac{-2}{\sqrt{1-4x^2}}$$

محمد عمر الخطيب

$$(2) \frac{d}{dx} [\tan^{-1} x^2] =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(a) \frac{1}{x^4 + 1}$$

$$(b) \frac{x}{x^4 + 1}$$

$$(c) \frac{4x^3}{x^4 + 1}$$

$$(d) \frac{2x}{x^4 + 1}$$

محمد عمر الخطيب

$$(3) \frac{d}{dx} [\cos(\sin^{-1} x)] =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(a) \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(b) \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(c) \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(d) \frac{-2x}{\sqrt{1-x^2}}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \frac{d}{dx} [e^{\tan^{-1} x^2}] =$$

$$(a) \frac{2x}{1+x^4}$$

$$(b) e^{\tan^{-1} x^2} \frac{2x}{1+x^4}$$

$$(c) e^{\tan^{-1} x^2} \frac{1}{1+x^4}$$

$$(d) e^{\tan^{-1} x^2} \frac{1}{1+x^2}$$

$$(5) \frac{d}{dx} [2^{\tan^{-1} x}] =$$

$$(a) 2^{\tan^{-1} x} \ln 2$$

$$(b) 2^{\tan^{-1} x} \sec^2 x \ln 2$$

$$(c) 2^{\tan^{-1} x} \frac{1}{1+x^2}$$

$$(d) 2^{\tan^{-1} x} \frac{\ln 2}{1+x^2}$$

$$(6) \frac{d}{dx} [\cos^{-1} \sqrt{x}] =$$

$$(a) \frac{-1}{\sqrt{x}\sqrt{1-x}}$$

$$(b) \frac{-1}{2\sqrt{x}\sqrt{1-x}}$$

$$(c) \frac{-1}{\sqrt{1-x}}$$

$$(d) \frac{-1}{\sqrt{1-\sqrt{x}}}$$

(7) إذا كانت : $y = e^{xy}$ فإن $\frac{dy}{dx}$ عند النقطة (0,1) يساوي

$$(a) 0$$

$$(b) e$$

$$(c) -1$$

$$(d) 1$$

(8) إذا كانت : $\sin x = e^y$ فإن $\frac{dy}{dx}$ يساوي

$$(a) \tan x$$

$$(b) -\cot x$$

$$(c) \cot x$$

$$(d) \csc x$$

(9) ان اذا كان $x = \tan y$ فان $\frac{dy}{dx}$ تساوي

- (a) $\frac{1}{x^2 + 1}$ (b) $\frac{x}{x^2 + 1}$ (c) $\frac{1}{y^2 + 1}$ (d) $\frac{y}{y^2 + 1}$

(10) اذا كانت $\sin(xy) = x$ فان $\frac{dy}{dx}$ تساوي

- (a) $\frac{\sec(xy)}{x}$ (b) $\frac{\sec(xy)}{y}$
(c) $\frac{\sec(xy) - y}{y}$ (d) $\frac{\sec(xy) - y}{x}$

(11) معادلة المماس للعلاقة $x^2 + 2y^2 = 6$ عند النقطة (2,1) هي

- (a) $y = -x$ (b) $y = -x + 3$ (c) $y = x + 2$ (d) $y = x - 2$
- (12) معادلة (معادلات) المماسات الافقية للدالة $x^2 + y^2 - 2y = 0$ هي

- (a) $y = 0, 2$ (b) $y = 1, -1$ (c) $x = -1, 1$ (d) $x = 0, 2$

(13) معادلة العمودي على المماس للعلاقة $y^2 - xy + x = 5$ عند النقطة (-1,2) هي

- (a) $y = -5x + 3$ (b) $y = -5x - 3$ (c) $y = 5x + 9$ (d) $y = 5x + 7$

(14) ميل مماس الدالة $\sqrt{xy} = 2$ عند النقطة (1,4) هو

- (a) 4 (b) -4 (c) 1 (d) -1

يساوي

عند النقطة (4,4)

فان y'

$$\ln x - \ln y = y - 4$$

(15) اذا كانت

(a) $\frac{1}{2}$

(b) $\frac{1}{3}$

(c) $\frac{1}{5}$

(d) $\frac{17}{5}$

(16) معادلة (معادلات) المماس الرأسي للعلاقة $x^2 + y^2 - 2y = 0$ هي

(a) $y = 1$

(b) $x = \pm 1$

(c) $x = 1$

(d) $x = -1$

(17) مجال الدالة $f'(x)$ حيث $f(x) = \sin^{-1}(2x - 1)$ هو

(a) $[0,1]$

(b) $(0,1)$

(c) $[0,1)$

(d) $(-1,1)$

(18) اذا كانت $f(x) = (1+x) \tan^{-1} \sqrt{x}$ فان $f'(x)$

(a) $\tan^{-1} \sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$

(b) $\tan^{-1} \sqrt{x} + 1$

(c) $\frac{1}{1+x} \times \frac{1}{\sqrt{x}}$

(d) $\tan^{-1} x + \frac{1}{2\sqrt{x}}$

(19) اذا كانت $x^2 + y^2 = 25$ فان y'' عند (4,3) تساوي

(a) $\frac{25}{27}$

(b) $-\frac{25}{27}$

(c) $-\frac{7}{27}$

(d) $\frac{7}{27}$

(20) اذا كان $\frac{dy}{dx} = 2x - y$ فان y'' عند النقطة $(3, 0)$ هي

(a) $-\frac{1}{4}$

(b) $\frac{1}{4}$

(c) $-\frac{10}{3}$

(d) $\frac{10}{3}$

(21) ان النقطة (النقاط) التي يكون عندها مماس افقي للمعادلة $x^2 + y^2 - 2y = 0$ هي

(a) $(0, 0)$

(b) $(0, 2)$

(c) $(0, 0), (0, 2)$

(d) $(0, 0), (0, -2)$

(22) ان النقطة (النقاط) التي يكون عندها مماس رأسي للمعادلة $x^2 + y^2 - 2y = 0$ هي

(a) $(1, 1)$

(b) $(-1, 1)$

(c) $(1, 1), (-1, 1)$

(d) $(1, 1), (-1, -1)$

(23) اذا كانت $y = \ln(x^2 + y^2)$ فان y' عند $(1, 0)$ يساوي

(a) 0

(b) 1

(c) 2

(d) -2

(24) اذا كانت $f(x) = \cos^{-1}(2/x)$ فان $f'(x)$

(a) $f'(x) = \frac{1}{2x\sqrt{x^2 - 1}}$

(b) $f'(x) = \frac{2}{|x|\sqrt{x^2 - 4}}$

(c) $f'(x) = \frac{2}{|x|\sqrt{4 - x^2}}$

(d) $f'(x) = \frac{1}{x\sqrt{4 - x^2}}$

(25) تحدد المعادلة $(P + \frac{5}{V^2})(V - 0.03) = 9.7$ العلاقة بين الحجم V والضغط P لغاز معين

في ظروف خاصة. فان $\frac{dV}{dP}$ عند النقطة (5,1) يساوي

(a) $\frac{103}{97}$

(b) $\frac{30}{97}$

(c) $\frac{-103}{97}$

(d) $\frac{97}{30}$

(26) اي من عائلية المنحنيات (المعادلات) تكون متعامدة

(a) $y = x + c, y = 2x + k$

(b) $y = 2x + c, y = 2x + k$

(c) $y = 3x, 3x - y = k$

(d) $y = cx, x^2 + y^2 = k$

(27) اذا كانت $f(x) = 4\sec^{-1}(x^4)$ فان

(a) $f'(x) = \frac{16}{x\sqrt{x^4 - 1}}$

(b) $f'(x) = \frac{16}{x\sqrt{x^8 - 1}}$

(c) $f'(x) = \frac{16}{x^4\sqrt{x^8 - 1}}$

(d) $f'(x) = \frac{4}{x\sqrt{x^8 - 1}}$

(28) اذا كانت $f(x) = \sin^{-1} \sqrt{x}$ فان

(a) $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x}}$

(b) $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

(c) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-x^2}}$

(d) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x^2-x}}$

(29) إذا كانت $x^2 + y^2 = 25$ فان $(y')^2 + yy''$ تساوي

(a) 1

(b) -1

(c) 2

(d) 0

(1) اذا كانت $f(x)$ دالة متصلة على الفترة $[a, b]$ وقابلة للاشتقاق على الفترة (a, b) فانه يوجد على الاقل عدد مثل c في الفترة (a, b) يحقق

$$(a) f(c) = 0$$

$$(b) f'(c) = 0$$

$$(c) f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

$$(d) f'(c) = \frac{f(b) + f(a)}{b + a}$$

(2) اذا كانت $f(x)$ تحقق شروط نظرية رول على الفترة فاي من العبارات التالية صحيحة

(a) يوجد على الاقل عدد مثل c في الفترة (a, b) يحقق $f'(x) = 0$

(b) يوجد على الاقل عدد مثل c في الفترة $[a, b]$ يحقق $f'(x) = 0$

(c) يوجد على الاقل عدد مثل c في الفترة (a, b) يحقق $f'(x) = c$

(d) يوجد على الاقل عدد مثل c في الفترة (a, b) يحقق $f(x) = c$

(3) ان قيمة c التي تحقق نظرية القيمة المتوسطة للدالة $f(x) = x^3 + x$ على $[-1, 0]$ هي

$$(a) c = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$(b) c = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$(c) c = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$(d) c = \pm \sqrt{\frac{2}{3}}$$

(4) ان قيمة c التي تحقق نظرية القيمة المتوسطة للدالة $f(x) = x^3 + x^2$ على الفترة $[-1,1]$ هي

(a) 0,1

(b) -1

(c) $\frac{1}{3}, -1$

(d) $\frac{1}{3}$

(5) ان قيمة (قيم) c التي تحقق نظرية القيمة المتوسطة للدالة $f(x) = \sin(\pi x)$ على الفترة $[0,2]$ هي

(a) $\frac{1}{4}$

(b) $\frac{1}{2}$

(c) $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}$

(d) $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$

(6) ان الفترة التي تحقق عليها الدالة $f(x) = x^2 - x + 1$ نظرية رول ، وقيمة c التي تعينها

النظرية هما

(a) $[-1,1], c = \frac{1}{2}$

(b) $[0,1], c = \frac{1}{2}$

(c) $[-2,2], c = 0$

(d) $[0,4], c = 2$

(7) ان قيمة (قيم) c التي تحقق نظرية رول للدالة $f(x) = x + \frac{1}{x}$ على الفترة $[\frac{1}{2}, 2]$ هي

(a) 1, -1

(b) -1

(c) 1

(d) 1.25

(8) اي من الدوال التالية تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0,3]$

(a) $f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$

(b) $f(x) = |x - 1|$

(c) $f(x) = \sqrt{x}$

(d) $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$

(9) إذا كانت $f(x) = x^2 + ax$ تحقق نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0, 3]$ وكان $f'(c) = 1$ حيث $c \in (0, 3)$ فان قيمة a تساوي

(a) 2

(b) -2

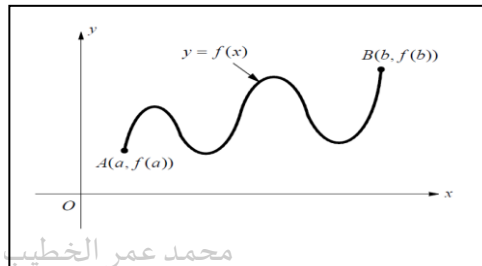
(c) 1

(d) -1

(10) إذا كانت الدالة $f(x) = ax^2 - 5x$ تحقق شروط نظرية رول على الفترة $[1, 3]$ فان قيمة a تساوي

(a) $\frac{4}{5}$ (b) $\frac{5}{4}$ (c) $\frac{20}{9}$ (d) $\frac{9}{20}$

(11) ان قيمة c التي تحققها نظرية رول للدالة $f(x) = \sin x$ على الفترة $[-\pi, 0]$ هي

(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $-\frac{\pi}{2}$ (c) $-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}$ (d) $-\frac{\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2}$ 

(12) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f(x)$

المتصلة على $[a, b]$ والقابلة للاشتقاق على (a, b) فان

عدد قيم c التي تحقق نظرية القيمة المتوسطة هي

(a) 2

(b) 3

(c) 4

(d) 5

(13) إذا كان للدالتين $f(x) = ax^2 + 5x - 1$ و $g(x) = ax - x^2$ مماسان متوازيان عند $x = 2$ فان قيمة a تساوي

(a) 4

(b) 1

(c) 3

(d) -3

(14) عدد الحلول الحقيقية للمعادلة : $x^5 + 4x - 1 = 0$ هو

(a) 1

(b) 2

(c) 3

(d) 5

(15) اي من الدوال التالية متزايدة على مجموعة الاعداد الحقيقية R

(a) $f(x) = x^2$

(b) $f(x) = e^x$

(c) $f(x) = \frac{1}{x}$

(d) $f(x) = x^3 - 3x$

(16) اذا كانت $f(x) = x^5 + 4x - 1$ حيث $f(0) = -1, f(1) = 4$

فأي من العبارات التالية صحيحة

(a) يوجد للدالة $f(x)$ جذر واحد فقط(b) يوجد للدالة $f(x)$ جذرين فقط(c) يوجد للدالة $f(x)$ خمس جذور(d) لا يمكن تحديد عدد جذور الدالة $f(x)$

(17) اذا كانت $f(x)$ دالة متصلة على $[a, b]$ وكانت قابلة للاشتقاق على (a, b)

حيث $f(a) = a, f(b) = b$ فأي من العبارات التالية صحيحة

(a) يوجد على الاقل عدد مثل c في الفترة (a, b) يحقق $f'(c) = 0$ (b) يوجد على الاقل عدد مثل c في الفترة (a, b) يحقق $f'(c) = 1$ (c) يوجد على الاقل عدد مثل c في الفترة (a, b) يحقق $f'(c) = c$ (d) يوجد على الاقل عدد مثل c في الفترة (a, b) يحقق $f(c) = -1$

(18) اذا كانت $f(x)$ دالة كثيرة حدود ليس لمشتقتها جذور فاي من العبارات التالية صحيحة

(a) عدد جذور الدالة $f(x)$ هو 1 فقط

(b) عدد جذور الدالة $f(x)$ هو 1 على الاكثر

(c) عدد جذور الدالة $f(x)$ هو 1 على الاقل

(d) ليس للدالة $f(x)$ جذور

(19) اذا كانت $f(x)$ و $g(x)$ دوال قابلة للاشتقاق على الفترة (a, b) حيث $f(a) = g(a)$ و

$$f(b) = g(b)$$

فاي عبارة من العبارات التالية صحيحة دائماً

(a) يوجد قيمة مثل c تنتمي الى الفترة المفتوحة (a, b) بحيث يكون عندها مماس افقي للدالة f

(b) يوجد قيمة مثل c تنتمي الى الفترة المفتوحة (a, b) بحيث يكون عندها مماس افقي للدالة g

(c) يوجد قيمة مثل c تنتمي الى الفترة المفتوحة (a, b) بحيث يكون عندها مماسان متوازيان للدالة f و g

(d) يوجد قيمة مثل c تنتمي الى الفترة المفتوحة (a, b) بحيث يكون عندها مماسان متعامدان للدالة f و g

(20) اذا كانت الدالة $f(x)$ تحقق نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[-1, 3]$ حيث

$$2 \leq f'(x) \leq 5 \text{ لكل } -1 \leq f'(x) \leq 3 \text{ و } f(-1) = 2 \text{ فاي من الجمل التالية صحيحة}$$

$$(a) 0 \leq f(3) \leq 10$$

$$(b) 2 \leq f(3) \leq 5$$

$$(c) 8 \leq f(3) \leq 20$$

$$(d) 10 \leq f(3) \leq 22$$

إجابات الوحدة الثالثة

الأول	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11								
	D	D	A	C	B	C	D	D	B	B	C								

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

الدرس الثاني	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	C	B	C	C	A	A	B	C	A	C	D	C	B	D	D	D	A	B	B	A
	21	22	23	24	25	26														
	C	B	A	D	D	A														

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

الدرس الثالث	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	D	C	A	A	B	C	A	D	D	D	B	A	D	D	B	B	A	C	C	B
	21	22	23	24																
	A	A	A	B																

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

الدرس الرابع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	D	B	A	A	D	A	A	B	D	B	C	C	C	C	A	B	C	A	B	B
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32								
	A	C	B	A	B	C	B	C	A	D	D	B								

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

الخامس	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10										
	D	D	A	C	B	B	B	A	C	B										

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

الدرس السادس	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	A	B	B	B	B	D	A	B	B	B	B	D	C	B	D	C	C	D	D	A
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
	A	D	B	C	A	A	C	A	D	A	A	B	B	D	D	B	B	A	A	A
	41	42	43	44	45	46														
	A	B	A	A	B	D														

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

الدرس السابع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	D	C	B	C	A	B	B	B	B	B	A	A	B	B	B	B	C	B	A	B
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
	B	B	A	D	C	B	D	A	D	C	B	B	C	C	C	A	A	A	D	D
	41	42	43	44	45	46														

الدرس الثامن	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	D	D	B	B	D	B	D	C	A	D	B	A	B	B	C	B	B	D	B	C
	21	22	23	24	25	26	27	28	29											

العاشر	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	C	A	C	D	D	B	C	C	B	B	B	C	D	A	B	A	B	B	C	D

انتهت الوحدة الثالثة بحمد الله إعداد : محمد عمر الخطيب