# الرياضيات المتقدمة

## للصف الثانى عشر المتقدم

## الفصل الدراسي الثاني والثالث

## المراجعة الشاملة 2019/2018

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

اسم الطالب :- ..........................................................

الدرجـــــــــة :- ..........................................................

ملاحظة :- يتكون هذا الورق من تدريبين

الإختبار التدريبي الأول والإختبار التدريبي الثاني

التوفيق من الله لأبنائنا الطلبة

مبروك النجاح مقدماً

**السؤال الأول :- لكل فقرة أربع إجابات ضع دائرة حول الإجابة الصحيحة :-**

1) التقريب الخطي للدالة $f(x)=\sqrt{2x+9}$ عند $x_0=0$ هو :-

$a)\ 3+\frac{1}{3}x \qquad b)\ x+\frac{1}{3}x \qquad c)\ (2x+9)^{\frac{-1}{2}} \qquad d)\ 3+3x$

2) يعبر عن المساحة الواقعة بين المنحنى $y=x^2-2x$ ومحور $x$ بالفترة $[0,3]$ بالشكل :-

$a)\ \int_0^3 f(x)dx \qquad b)\ \int_0^2 f(x)dx+\int_2^3 f(x)dx$

$c)\ -\int_0^2 f(x)dx+\int_2^3 f(x)dx \qquad d)\ \int_0^2 f(x)dx-\int_2^3 f(x)dx$

3) عند استخدام صيغة الإختزال $\int\frac{\sqrt{a^2-u^2}}{u}du=\sqrt{a^2-u^2}-a\ln\left|\frac{a+\sqrt{a^2-u^2}}{u}\right|+c$ يكون التكامل $\int\sqrt{16-e^{2x}}dx=$

$a)\ \int\sqrt{16-e^{2x}}-4\ln\left|\frac{4+\sqrt{16-e^{2x}}}{e^x}\right|+c \qquad c)\ \int\sqrt{16-e^{x}}-4\ln\left|\frac{4+\sqrt{16-e^{x}}}{e^x}\right|+c$

$b)\ \int\sqrt{16-e^{2x}}-2\ln\left|\frac{2+\sqrt{16-e^{2x}}}{e^x}\right|+c \qquad d)\ \int\sqrt{16+e^{2x}}-4\ln\left|\frac{4+\sqrt{16+e^{2x}}}{e^x}\right|+c$

4) إذا كانت $A(x)=2(x+1)^2$ تمثل مساحة مقطع عرضي حيث $1\le x\le 4$ فإن حجم المجسم يكون :-

$a)\ V=\int_1^4 2(x+1)^2dx=78 \qquad b)\ V=2\pi\int_1^4 2(x+1)^2dx=156\pi$

$c)\ V=\pi\int_1^4 2(x+1)^2dx=78\pi \qquad d)\ V=\int_1^4 4(x+1)^4dx=\frac{2372}{5}$

5) لتكن $\lim_{x\to 0}\frac{3x^2}{e^x-1}$ بإستخدام قاعدة لوبيتال تكون النهاية :-

$a)\ 6 \qquad b)\ 0$

$c)\ -6 \qquad d)\ 1$

6) $\int\frac{5}{|x|\sqrt{x^2-1}}dx=$

$a)\ 5\cos^{-1}x+c \qquad b)\ 5\sec^{-1}x+c$

$c)\ 5\sin^{-1}x+c \qquad d)\ 5\csc^{-1}x+c$

7) قيمة التكامل غير المحدود $\int \frac{x}{1+x^2}dx =$

$a)\ \tan^{-1}x+c$ $\quad b)\ \frac{1}{2}\ln(1+x^2)+c$

$c)\ 2\ln(1+x^2)+c$ $\quad d)\ \ln(1+x^2)+c$

8) إذا كانت $F(x)=x^3+\int_x^2(3t^2-t)dt$ فإن $F'(2)=$

$a)\ -10$ $\quad b)\ 10$

$c)\ 2$ $\quad d)\ -2$

9) $\int(\frac{3}{2x}-e^{-3x}+\cos x)dx =$

$a)\ \frac{3}{2}\ln|x|+\frac{1}{3}e^{-3x}+\sin x+c$ $\quad b)\ \frac{2}{3}\ln|x|+\frac{1}{3}e^{-3x}-\sin x+c$

$c)\ \frac{3}{2}\ln|x|+3e^{-3x}+\sin x+c$ $\quad d)\ \frac{3}{2}\ln|x|-\frac{1}{3}e^{-3x}+\sin x+c$

10) إذا كانت $f(x)=\cot x$ فإن $\int f''(x)dx =$

$a)\ \tan x+c$ $\quad b)\ \sec^2 x+c$

$c)\ -\csc^2 x+c$ $\quad d)\ -\csc x\cdot\cot x+c$

11) الكسور الجزئية عند تفكيك الكسر $\frac{2x^2-5x+2}{x^3+x} =$

$a)\ \frac{2}{x}+\frac{5}{x^2+1}$ $\quad b)\ \frac{2}{x}-\frac{5}{x^2+1}$

$c)\ \frac{5}{x}+\frac{2}{x^2+1}$ $\quad d)\ \frac{2}{x}-\frac{3}{x^2+1}$

12) إذا كان $\int_k^2 f(x)dx=12$ وكانت القيمة المتوسط للدالة $f(x)$ تساوي 4 فإن قيمة $k =$

$a)\ 0$ $\quad b)\ -1$

$c)\ 1$ $\quad d)\ 2$

13) إذا كانت القيمة المتوسطة للدالة $f(x)$ على الفترة $[-3,4]$ تساوي 5 فإن $\int_{-3}^{4} f(x)dx =$

$a)\ -5$  $b)\ -35$
$c)\ 35$  $d)\ -12$

14) مركز الكتلة لجسم ما ؟ بكثافة $p(x)=\frac{x}{6}+2$ حيث $0\le x\le 6$ هي :-

$a)\ 3.2$  $b)\ 15$
$c)\ 43.55$  $d)\ 3$

15) طول القوس الخاص بجزء من المنحنى $y=x^2$ على الفترة $[0,1]$ هو :-

$a)\ S=\int_0^1 \sqrt{1-2x^2}dx$  $b)\ S=\int_0^1 \sqrt{1+2x^2}dx$
$c)\ S=\int_0^1 \sqrt{1+4x^2}dx$  $d)\ S=\int_0^1 \sqrt{1-4x^2}dx$

16) مساحة السطح المتولد من دوران $y=\sqrt{x}$ حول المحور $x$ بالفترة $[1,2]$ يساوي

$a)\ S=\int_1^2 2\pi.\sqrt{x}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}dx$  $b)\ S=\int_1^2 \pi.\sqrt{x}\sqrt{1+\frac{1}{2x}}dx$
$c)\ S=\int_1^2 2\pi x\sqrt{1+\frac{1}{4x}}dx$  $d)\ S=\int_1^2 2\pi.\sqrt{x}\sqrt{1-\frac{1}{4x}}dx$

17) الأعداد الحرجة للدالة $f(x)=\frac{2x^2}{x+2}$ هي :-

$a)\ x=-4, 0$  $b)\ x=4, 0$
$c)\ x=-4, 0, -2$  $d)\ x=-4, 0, 2$

18) حل المعادلة التفاضلية $y'=-2y$ والتي تحقق الشرط $y(0)=-6$ هي :-

$a)\ y=6e^{-2t}$  $b)\ y=2e^{-6t}$
$c)\ y=-6e^{2t}$  $d)\ y=-6e^{-2t}$

19) إذا كان $\int_2^4 f(x)dx=12$ فإن قيمة $\int_4^{16}\frac{-5f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}dx=$

$a)\ 48$  $b)\ 8$
$c)\ 120$  $d)\ -120$

20) الدالة $f(x)=\ln(x^2-1)$ متزايدة على الفترة :-

$a)\ \ x<1$ $\qquad b)\ \ x>1$

$c)\ \ x<-1$ $\qquad d)\ \ x>-1$

**السؤال الثاني :- 1):** باستخدام التكامل بالتعويض أوجد :-

$$1)\int \tan^5 x\cdot \sec^4 x\,dx$$

........................................................................................................

........................................................................................................

........................................................................................................

$$2)\int 3x^2\sqrt{1+x^3}\,dx$$

........................................................................................................

........................................................................................................

2) : استخدم التكامل بالكسور الجزئية لإيجاد

$$3)\int \frac{2x-1}{x^2-3x-10}\,dx$$

........................................................................................................

........................................................................................................

........................................................................................................

........................................................................................................

3) احسب حجم المجسم الذي تكون من دوران المنطقة المحددة بواسطة $y=\sqrt{x}\ ,\ y=2\ ,\ x=0$

حول 1) محور $x$ 2) حول محور $y$

........................................................................................................

........................................................................................................

........................................................................................................

........................................................................................................

4)حدد أولاً نصف قطر وارتفاع الصدفة التالية ثم أحسب الحجم الناتج من دوران المنطقة المحدودة بواسطة $y=0$ , $y=x^2$ حول محور $x=2$ حيث $-1\le x\le 1$

........................................................................................................................

........................................................................................................................

........................................................................................................................

........................................................................................................................

5) بطريقة التكامل بالأجزاء أوجد :- $\int x\csc^2 x\,dx$

........................................................................................................................

........................................................................................................................

........................................................................................................................

........................................................................................................................

6) أوجد الموقع النهائي $s(t)$ حيث السرعة المتجهة هي $s(0)=1$ , $v(t)=30e^{\frac{-t}{4}}$

........................................................................................................................

........................................................................................................................

........................................................................................................................

8):- أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{\sqrt{1-y^2}}{x\ln x}$ بطريقة فصل المتغيرات

........................................................................................................................

........................................................................................................................

........................................................................................................................

9):- أحدثت قوة من $20\,Ib$ تمدد على نابض $3in$ . أوجد الشغل المبذول في تمدد هذا النابض $4in$ أكثر من طوله الطبيعي .

........................................................................................................................

........................................................................................................................

........................................................................................................................

**10):-** علبة حليب اسطوانية الشكل مفتوحة من الأعلى سعتها $125\pi\ cm^3$ أوجد أبعادها عندما تكون مساحة المعدن المستخدم في صنعها اقل ما يمكن .

مساعدة ؟ $V = \pi r^2 h$

.....................................................................................................................

.....................................................................................................................

.....................................................................................................................

.....................................................................................................................

## التدريب الثاني للصف الثاني عشر المتقدم

**س1):-** ضع دائرة حول الإجابة الصحيحة

1) الدالة الأصلية للتكامل $\int \frac{\cos x}{\sin x - 2}dx$ هي :-

$a)\ \ln(\sin x - 2) + c$ $\quad b)\ \ln(\sin x + 2) + c$

$c)\ \ln\sin(x - 2) + c$ $\quad d)\ \ln(2 - \sin x) + c$

2) $\int \tan^2(3x)dx =$

$a)\ \frac{1}{3}\tan(3x) + x + c$ $\quad b)\ \frac{1}{3}\tan(3x) - x + c$

$c)\ \frac{1}{3}\sec^2(3x) + x + c$ $\quad d)\ \frac{1}{3}\sec^2(3x) - x + c$

3) $\int 2x\cos x^2 dx =$

$a)\ -\cos x^2 + c$ $\quad b)\ x\cos x^2 + c$

$c)\ -x\sin x^2 + c$ $\quad d)\ \sin x^2 + c$

4) عند استخدام جدول التكاملات التالية $\int \frac{u}{(a+bu)^2}du = \frac{1}{b^2}\left(\frac{a}{a+bu} + \ln|a+bu|\right) + c$ يكون التكامل $\int \frac{x}{(2+4x)^2}dx =$

$a)\ \frac{1}{8(2+4x)} - \frac{1}{16}\ln|2+4x| + c$ $\quad b)\ \frac{1}{8(2+4x)} + \frac{1}{16}\ln|4+2x| + c$

$c)\ \frac{1}{8(2+4x)} + \frac{1}{16}\ln|2+4x| + c$ $\quad d)\ \frac{1}{8(2+4x)} + \frac{1}{8}\ln|2+4x| + c$

5) $\int \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}} dx =$

$a)\ 2\sqrt{\cos x} + c$ $\quad b)\ 2\sqrt{\cos x + 1} + c$

$c)\ \sqrt{x}\ \sin x + c$ $\quad d)\ 2\sqrt{\sin x} + c$

6) $\int \sin^2 x \cos x dx =$

$a)\ \frac{1}{3}\sin^3 x + c$ $\quad b)\ 2\cos^2 x + c$

$c)\ \frac{1}{3}\cos^3 x + c$ $\quad d)\ 2\sin^2 x + c$

7) $\sum_{i=2}^{6} \sin(2\pi i) =$

$a)\ \frac{\pi}{2}$ $\quad b)\ 2\pi$

$c)\ 0$ $\quad d)\ -2\pi$

8) يطلق جسم ما بزاوية $\theta = \frac{\pi}{3}$ راديان من الأفق مع سرعة ابتدائية $80\ m/s$ فإن الزمن الكلي لطيران هذا الجسم هو :-

$a)\ 16.32\ s$ $\quad b)\ 28.26\ s$

$c)\ 8.16\ s$ $\quad d)\ 14.13\ s$

9) عند تفكيك الكسر $\frac{x-5}{x^2-1}$ الى كسور جزئية مكافئة يكون :-

$a)\ \frac{2}{x-1} + \frac{3}{x+1}$ $\quad b)\ \frac{2}{x-1} - \frac{3}{x+1}$

$c)\ \frac{-2}{x-1} + \frac{3}{x+1}$ $\quad d)\ \frac{-4}{x-1} + \frac{1}{x+1}$

10) يمكن كتابة التعبير $\int_0^2 f(x)dx + \int_2^1 f(x)dx =$ على صورة تكامل منفرد بالشكل

$a)\ \int_0^2 f(x)dx$ $\quad b)\ \int_0^1 2f(x)dx$

$c)\ \int_0^1 f(x)dx$ $\quad d)\ -\int_0^1 f(x)dx$

11) مساحة المنطقة المحدودة بواسطة $y=0$ , $y=x^2-1$ على الفترة $[0,3]$ هي :-

$a)\ A=\int_0^3 (x^2-1)dx$ $\qquad b)\ A=\int_0^1 (x^2-1)dx+\int_1^3 (x^2-1)dx$

$c)\ A=\int_0^1 (1-x^2)dx+\int_1^3 (x^2-1)dx$ $\qquad d)\ A=\int_0^1 (x^2-1)dx-\int_1^3 (x^2-1)dx$

12):- $\int \frac{4}{\sqrt{4-x^2}}dx =$

$a)\ \frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{x}{2}+c$ $\qquad b)\ 4\tan^{-1}\frac{x}{2}+c$

$c)\ \frac{1}{4}\sin^{-1}\frac{x}{2}+c$ $\qquad d)\ 4\sin^{-1}\frac{x}{2}+c$

13):- ميل المماس للمنحنى $F(x)=\int_0^x \sin\sqrt{t^2+\pi^2}\,dt =$

$a)\ f(x)=\sin\sqrt{x^2+\pi^2}$ $\qquad c)\ F'(x)=\sin\sqrt{x^2-\pi^2}$

$b)\ f(x)=\cos\sqrt{x^2+\pi^2}$ $\qquad d)\ F'(x)=2x\sin\sqrt{x^2+\pi^2}$

14):- قيمة التكامل $\int_{-2}^{0}\sqrt{4-x^2}\,dx$ عن طريق حساب المساحة هو :-

$a)\ 2\pi$ $\qquad b)\ 4\pi$

$c)\ \pi$ $\qquad d)\ \frac{\pi}{2}$

15):- حل المعادلة التفاضلية $y'=y-50,\quad y(0)=70$

$a)\ y(t)=20e^t-50$ $\qquad b)\ y(t)=70e^t+50$

$c)\ y(t)=20e^t+50$ $\qquad d)\ y(t)=20e^t+70$

16):- القيمة المتوسطة للدالة $f(x)=\sin x$ في الفترة $[0,\pi]$

$a)\ 2\pi$ $\qquad b)\ \frac{2}{\pi}$

$c)\ \pi$ $\qquad d)\ \frac{\pi}{2}$

17):- حجم المجسم الذي له مقطع عرضي $A(x)=\pi(3+x)^2$ لكل $0\le x\le 2$ يكون :-

a) $v=\int_0^2 (3+x)^2dx$ b) $v=\int_0^2 \sqrt{\pi(3+x)}dx$

c) $v=\int_0^2 \pi(3+x)^2dx$ d) $v=\int_0^2 \pi(3+x)dx$

18):- الأعداد الحرجة للدالة $f(x)=xe^{-2x}$ هي :-

a) $x=0, x=\frac{1}{2}$ b) $x=1, x=\frac{1}{2}$

c) $x=\frac{1}{2}$ d) $x=\frac{-1}{2}$

19):- قيمة $c$ التي تجعل الدالة $f(x)=ce^{-2x}$ دالة $pdf$ على الفترة $[0,4]$ هي :-

a) $\frac{2}{1+e^{-8}}$ b) $\frac{2}{e^{-8}-1}$

c) $\frac{2}{1-e^{-8}}$ d) $\frac{2}{1-e^{8}}$

20):- رافع أثقال يرفع $350\,Ib$ مسافة $5ft, 12in$ فإن الشغل المبذول هو :-

a) 2105 b) 25200

c) 2088 d) 2100

21):- نقطة الإنعطاف للدالة $f(x)=(x+1)^4$ عند $x=$

a) $x=-1$ b) لاتوجد نقطة إنعطاف

c) $x=1$ d) $x=0$

22):- التقريب الخطي للدالة $f(x)=\sqrt{x^2+3}$ عند $x_0=1$ هو :-

a) $L(x)=\frac{1}{2}(x+1)+2$ b) $L(x)=\frac{3}{2}(x-1)+2$

c) $L(x)=2(x-1)+\frac{1}{2}$ d) $L(x)=\frac{1}{2}(x-1)+2$

السؤال الثاني :- 1):-

_ تم رفع صندوق يحتوي على 200 lb قطعة ذهبية مسافة $100\,ft$ بمعدل $5\,ft/s$ . تتساقط من الصندوق قطع ذهبية بمعدل $2\,Ib/s$ . أحسب الشغل المبذول .

..............................................................................................................

..............................................................................................................

..............................................................................................................

2):- احسب التكامل $\int \frac{\sqrt{x}}{x+2}dx$

..............................................................................................................

..............................................................................................................

..............................................................................................................

3):- أوجد الحجم الناتج من دوران المساحة المحدودة بالقطع المكافئ $y=4x^2$ والمستقيمين $y=0\,,\,y=16$ وذلك بالدوران حول محور $y$ .

..............................................................................................................

..............................................................................................................

..............................................................................................................

4):- $\int \tan^5 x.\frac{1}{\sin^2 x}dx$

..............................................................................................................

..............................................................................................................

..............................................................................................................

**5):-** استخدم مجموع ريمان لإيجاد قيمة المساحة بدقة حيث $\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x$

$$f(x)=x^2+1 \quad , \quad [0,1]$$

..............................................................................................................................

..............................................................................................................................

..............................................................................................................................

..............................................................................................................................

..............................................................................................................................

..............................................................................................................................

**6):-** $\int \frac{\sin x.\cos x}{1-\cos x}dx$

..............................................................................................................................

..............................................................................................................................

..............................................................................................................................

**7):-** قرب قيمة التكامل $\int_0^1 3x^2 dx$ باستخدام قاعدة شبه المنحرف عندما $n=4$ ( جبرياً ) .

..............................................................................................................................

..............................................................................................................................

..............................................................................................................................

**8):-** باستخدام اختبار المشتقة الثانية حدد القيم القصوى للدالة $f(x)=x-\frac{4}{x^2} \quad , x\neq 0$

..............................................................................................................................

..............................................................................................................................

..............................................................................................................................

**9):-** على فرض أن $f(p)=400(20-p)$ هو طلب منتج معين بسعر $p$ بالدرهم بـ $p<20$ . أوجد مرونة الطلب ثم أوجد مدى الأسعار التي تجعل $E<-1$ .

تذكر أن :-

$$E=\frac{p\times f'(p)}{f(p)}$$

..............................................................................................................................

..............................................................................................................................

..............................................................................................................................

**10):-** سلّم طوله $10m$ يستند طرفه الأسفل على أرض أفقية وطرفه العلوي على حائط رأسي . فإذا انزلق الطرف الأسفل مبتعداً عن الحائط بمعدل $2\,m/s$ عندما يكون الطرف الأسفل على بعد $8\,m$ عن الحائط . أوجد:-

**1):-** سرعة انزلاق الطرف العلوي **2):** سرعة تغير الزاوية بين السلم والأرض .

..............................................................................................................................

..............................................................................................................................

..............................................................................................................................

..............................................................................................................................

..............................................................................................................................

..............................................................................................................................

**11):-** إذا كانت المشتقة الثانية لدالة $y''=6x$ ، وكان للدالة قيمة عظمى محلية عند $(-1,4)$ . أوجد تلك الدالة .

..............................................................................................................................

..............................................................................................................................

..............................................................................................................................

<u>مع خالص تمنياتي لأبنائنا وبناتنا بالنجاح والتفوق</u>

## تكاملات اضافية تدريبية

1) $\int \frac{1}{1+\sqrt{x}}dx$

......................................................................

2) $\int \frac{1}{\cos^4 x} \times \sqrt[3]{\tan x}\, dx$

......................................................................

3) $\int \frac{\ln x}{x\left[1+(\ln x)^2\right]}dx$

......................................................................

4) $\int \tan^{-1} x\, dx$

......................................................................

5) $\int_{-2}^{4} \left|x^2-4\right| dx$

......................................................................

6) $\int \frac{\tan^3 x}{\sqrt[3]{\sec x}}dx$

......................................................................

7) $\int \frac{1}{\sqrt{x}\sqrt{1+\sqrt{x}}}dx$

......................................................................

8) $\int x \sin x \cos x\, dx$

......................................................................