ملزمة أوراق عمل الوحدة الثالثة Differentiation الاشتقاق

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية	
موقع المناهج ⇦ المناهج الإماراتية ⇦ الصف الثاني عشر المتقدم ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الأول ⇦ ملفات متنوعة ⇦ الملف	
تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 13-10-2025 15:20:47	
ملفات ا كتب للمعلم ا كتب للطالب ا اختبارات الكترونية ا اختبارات ا حلول ا عروض بوربوينت ا أوراق عمل منهج انجليزي ا ملخصات وتقارير ا مذكرات وبنوك ا الامتحان النهائي ا للمدرس	المزيد من مادة رياضيات:
إعداد: عماد عودة	

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر المتقدم					
صفحة المناهج الإماراتية على فيسبوك					
المواد على تلغرام	التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات	

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الأول	
1	مراجعة الدرس الخامس Limits involving infinity, asymptotes نهاية دالة عند اللانهاية والمقاربات من الوحدة الثانية (اختبر نفسك 5)
2	مراجعة الدرس الرابع Continuity and its Consequence الإتصال ونتائجه من الوحدة الثانية (اختبر نفسك 4)
3	ملزمة شاملة جميع وحدات الفصل الأول
4	المراجعة النهائية في الوحدة الثانية النهايات والاتصال متبوعة بمفاتيح الإجابات
5	أوراق عمل مراجعة الوحدة الثالثة Differentiation التفاضل

Imad Odeh

الرياضيات

MATHEMATICS

2025-2026

الصف الثاني عشر متقدم

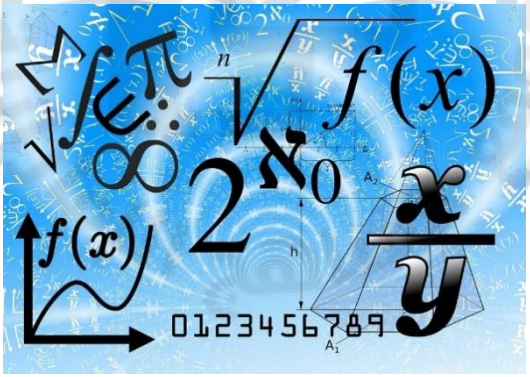
12 Advanced

الفصل الاول

Chapter (3)الوحدة

Differentiation

Teacher الاستاذ
عماد عودة
IMAD ODEH



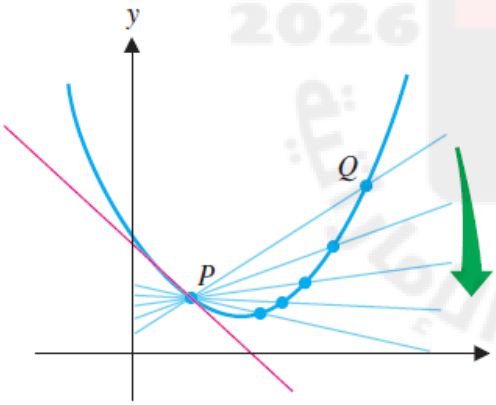
اسم الطالب: -

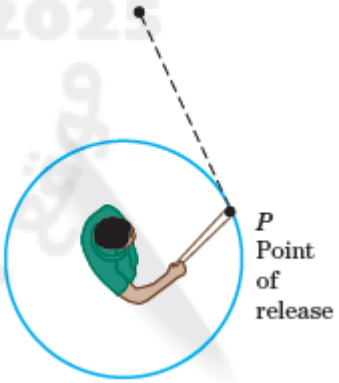
الأستاذ عماد عودة 0507614804
https://t.me/Iomaths12 http://www.youtube.com/@imaths2022

Imad Odeh
Imad Odeh
Imad Odeh

Differentiation
الوحدة الثالثة: التفاضل

3-1 Tangent Lines and Velocity	3-1 المماسات والسرعة المتجهة
3-2 The Derivative	3-1 الاشتقاق
3-3 Computation of Derivatives: The Power Rule	3-3 حساب المشتقات: قاعدة القوى
3-4 The Product and Quotient Rules	3-4 قواعد الضرب والقسمة
3-5 The Chain Rule	3-5 قاعدة السلسة
3-6 Derivatives of Trigonometric Functions	3-6 مشتقة الدوال المثلثية
3-7 Derivatives of Exponential and Logarithmic Functions	3-7 اشتقاق الدوال الأسية والدوال اللوغاريتمية
3-8 Implicit Differentiation and Inverse Trigonometric Functions	3-8 الاشتقاق الضمني والدوال المثلثية العكسية
3-10 The Mean Value Theorem	3-10 نظرية القيمة المتوسطة





تدرب هنا واختبر نفسك في الملزمة المرافقة (ملزمة اختبر نفسك)

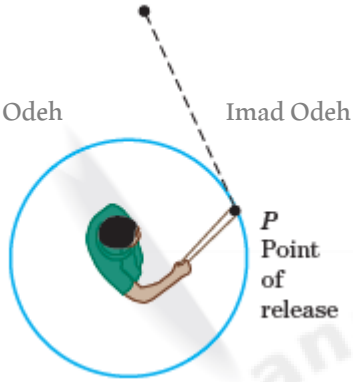
ملزمة اختبر نفسك ملزمة أسبوعية تصدر في نهاية كل درس وتقدم لك الفرصة لاختبار نفسك
احرص على تحميلها من موقعنا على التلجرام

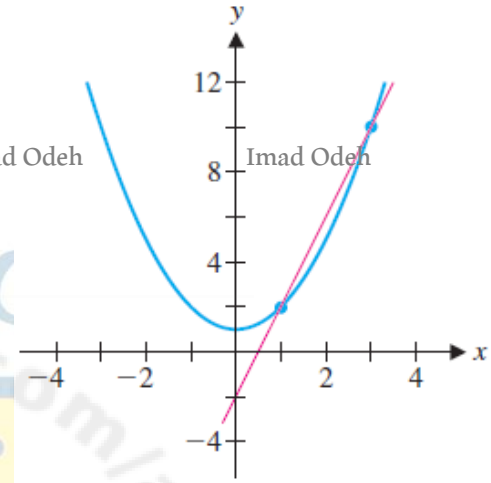
مع اطيب الامنيات بالتوفيق

الدرس الاول
3.1 TANGENT LINES AND VELOCITY
المماسات والسرعة المتجهة

In this lesson we just need to understand the concept of **tangent line** and **instantaneous velocity** just focus on average velocity

في هذا الدرس فقط سنقوم بتعلم **مفهوم المماس والسرعة اللحظية** ونناقش مثال واحد فقط لكل منها حيث سيتم إيجاد الميل ومعادلة المماس والسرعة اللحظية في الدروس اللاحقة وبشكل مبسط **فقط نركز على إيجاد السرعة المتوسطة**





Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

ميل القاطع

$$m_{\text{sec}} = \frac{f(a+h)-f(a)}{(a+h)-a} = \frac{f(a+h)-f(a)}{h}.$$

DEFINITION 1.1 تعريف ميل المماس للدالة $f(x)$ عند $x = a$

The **slope** $m_{\tan}$ of the tangent line to $y = f(x)$ at $x = a$ is given by

$$m_{\tan} = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}, \qquad (1.2)$$

provided the limit exists.

Equation of tangent line of $f(x)$ عند $x = a$ معادلة المماس للدالة $f(x)$ عند $x = a$

$$y = m_{\tan}(x-a) + f(a).$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

نؤكد ان هذا السؤال يحل بطريقة وخطوات أسهل في الدروس اللاحقة فقط نحتاج هنا ان نتعرف المفهوم

Solved Example Find an equation of tangent line to **مثال محلول** اوجد معادلة المماس للدالة عند النقطة المعطاة

$$y = x^2 + 1 \quad at \quad x = 1.$$

Solution We compute the slope using (1.2):

أولا: نوجد الميل باستخدام التعريف

$$m_{\tan} = \lim_{h\to 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{[(1+h)^2 + 1] - (1+1)}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{1 + 2h + h^2 + 1 - 2}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{2h + h^2}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{h(2+h)}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} (2+h) = 2.$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

ثانيا: نوجد معادلة المماس من القاعدة

$$y = m(x-1) + f(1)$$

$m_{tan} = 2,$

$f(1) = 1^2 + 1 = 2$

$y = m(x-1) + f(1) = 2(x-1) + 2$

$y = 2x - 2 + 2$

$y = 2x$

Average Velocity السرعة المتوسطة

$$v_{\text{avg}} = \frac{\text{signed distance}}{\text{time}} = \frac{s(b) - s(a)}{b - a}.$$

Solved Example Suppose that the height of a falling object t seconds after being dropped from a height of 64 $feet$ is given by $s(t)$

مثال محلول **افرض** ان ارتفاع جسم يسقط من الاعلى في الزمن t يعطى بالعلاقة

$$s(t) = 64 - 16t^2.$$

1) Find the average velocity between times $t = 1$ and $t = 2$.

اوجد السرعة المتوسطة في الفترة بين $t = 1$ و $t = 2$

Solution The average velocity between times $t = 1$ and $t = 2$ is

$$v_{avg} = \frac{s(2) - s(1)}{2 - 1} = \frac{[64 - 16(2)^2] - [64 - 16(1)^2]}{1}$$

$$v_{avg} = -48 ft/s$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

1) Find the average velocity between times $t = 1.5$ and $t = 2$.

اوجد السرعة المتوسطة في الفترة بين $t = 1.5$ و $t = 2$

Solution The average velocity between times $t = 1.5$ and $t = 2$ is

$$v_{avg} = \frac{s(2) - s(1.5)}{2 - 1.5} = \frac{[64 - 16(2)^2] - [64 - 16(1.5)^2]}{0.5}$$

$$v_{avg} = -56 ft/s$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

2) Find the average velocity between times $t = 1.9$ and $t = 2$.

اوجد السرعة المتوسطة في الفترة بين $t = 1.9$ و $t = 2$

Solution The average velocity between times $t = 1.9$ and $t = 2$ is

$$v_{avg} = \frac{s(2) - s(1.9)}{2 - 1.9} = \frac{[64 - 16(2)^2] - [64 - 16(1.9)^2]}{0.1}$$

$$v_{avg} = -62.4 ft/s$$

Exercise تمارين

Q1 The function s(t) represents the position of an object. Find the average velocity

تمرين تمثل الدالة دالة الموقع لجسم ما اوجد السرعة المتوسطة

1) $s(t) = 3t^3 + t$ between $t = 0$ and $t = 2$ بين

2) $s(t) = 4t^3 + 10$ between $t = 0$ and $t = 2$ بين

3) $s(t) = \sqrt{t^2 + 8t}$ $(in\ meter)$ between $t = 0$ and $t = 1$ بين

4) $s(t) = 3sin\left(t - \frac{\pi}{2}\right)$ between $t = 0$ and $t = \pi$ بين

5) $s(t) = 3t^3 - 3$ between $t = 0$ and $t = 2$ بين

6) $s(t) = 3sin(t - 2)$ between $t = 0$ and $t = 2$ بين

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Instantaneous السرعة اللحظية

DEFINITION 1.2

If $s(t)$ represents the position of an object relative to some fixed location at time t as the object moves along a straight line, then the **instantaneous velocity** at time $t = a$ is given by

$$v(a) = \lim_{h\to 0} \frac{s(a+h) - s(a)}{(a+h) - a} = \lim_{h\to 0} \frac{s(a+h) - s(a)}{h}, \qquad (1.5)$$

provided the limit exists. The **speed** is the absolute value of the velocity.

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

أيضا هنا نؤكد ان السؤال يحل بطريقة وخطوات أسهل في الدروس اللاحقة فقط نحتاج هنا ان نتعرف مفهوم السرعة اللحظية

1) Find the instantaneous velocity at time $t = 2$. اوجد السرعة اللحظية عند $t = 2$.

$$s(t) = 64 - 16t^2$$

Solution

$$v(2) = \lim_{h\to 0} \frac{s(2+h) - s(2)}{(2+h) - 2}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{[64 - 16(2+h)^2] - [64 - 16(2)^2]}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{[64 - 16(4 + 4h + h^2)] - [64 - 16(2)^2]}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{-64h - 16h^2}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{-16h(h+4)}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} [-16(h+4)] = -64 \text{ ft/s}.$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 Find the instantaneous velocity . تمرين اوجد السرعة اللحظية عند

1) $s(t) = -4.9t^2 + 5$ at time $t = 2$

2) $s(t) = \sqrt{t+16}$ at time $t = 0$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

الدرس الثاني

3.2 THE DERIVATIVE

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

تفسير مفهوم المشتقة

Explanation of the concept of derivative

ماهي المشتقة ؟ متى نوجد المشتقة ؟

What is derivative ? when we need to calculate derivaitive

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Derivaitve notations		رمز المشتقة	
$f'(x)$	y'	$\frac{dy}{dx}$	$\frac{df}{dx}$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

كيف نحسب المشتقة ؟

استخدام النهايات Defintion (Limit)

استخدام النهايات Defintion (Limit)	
Derivative of the function $f(x)$ at a point $x = a$ مشتقة الدالة $f(x)$ عند نقطة $x = a$	The **derivative** of the function $f(x)$ is the function مشتقة الدالة $f(x)$ هي الدالة
$$f'(a) = \lim_{h\to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$	$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$
Altrnative definition **التعريف البديل للمشتقة**	
$$f'(a) = \lim_{x\to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$	

First by difention (limit)	أولا باستخدام تعريف المشتقة

Solved Example Use **definition** to compute the derivative of — **مثال محلول** استخدم تعريف المشتقة (النهايات) لإيجاد

$$f(x) = 3x + 1 \ \ at \ a = 1.$$

$$f'(1) = \lim_{h\to 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$$

$$f'(1) = \lim_{h\to 0} \frac{[3(1+h)+1] - [3(1)+1]}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{[3+3h+1] - [4]}{h}$$

$$f'(1) = \lim_{h\to 0} \frac{[4+3h] - [4]}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{3h}{h} = 3$$

Q1 Use **definition** (limit) to compute the derivative of — **تمرين** استخدم تعريف المشتقة (النهايات) لإيجاد

1) $f(x) = 2x - 1 \ \ at \ a = 5.$

2) $f(x) = 5x + 3 \ \ at \ a = 2.$

Solved Example Use **definition** to compute the derivative of

مثال محلول استخدم تعريف المشتقة (النهايات) لإيجاد

$$f(x) = 3x^2 + 1 \ \ at \ a = 1.$$

تذكر
$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$$f'(1) = \lim_{h\to 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$$

$$f'(1) = \lim_{h\to 0} \frac{[3(1+h)^2 + 1] - [3(1)^2 + 1]}{h}$$

$$f'(1) = \lim_{h\to 0} \frac{[3(1+2h+h^2) + 1] - [4]}{h}$$

$$f'(1) = \lim_{h\to 0} \frac{[3+6h+3h^2+1] - [4]}{h}$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

$$f'(1) = \lim_{h\to 0} \frac{[4+6h+3h^2] - [4]}{h}$$

$$f'(1) = \lim_{h\to 0} \frac{[6h+3h^2]]}{h}$$

$$f'(1) = \lim_{h\to 0} \frac{h[6+3h]}{h} = \lim_{h\to 0}[6+3h] = 6$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Solved Example Use **definition(limit)** to compute the derivative of

مثال محلول استخدم تعريف المشتقة (النهايات) لإيجاد

$$f(x) = x^2 + 5 \ \ at \ a = 2.$$

Alternative definition

في هذا السؤال سوف نستخدم التعريف البديل للمشتقة

$$f'(a) = \lim_{x\to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

$$f'(2) = \lim_{x\to 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$$

$$f'(2) = \lim_{x\to 2} \frac{(x^2+5) - (9)}{x - 2}$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

$$f'(2) = \lim_{x\to 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

$$f'(2) = \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)(x+2)}{x - 2}$$

$$f'(2) = \lim_{x\to 2} (x+2) = 2 + 2 = 4$$

Q2 Use **definition** (limit) to compute the derivative of — **تمرين** استخدم تعريف المشتقة (النهايات) لإيجاد

1) $f(x) = x^2 - 3 \ \ at \ a = 2.$

2) $f(x) = x^2 - 2 \ \ at \ a = 2.$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Solved Example Use **definition** (limit) to compute the derivative of — **مثال محلول** استخدم تعريف المشتقة (النهايات) لإيجاد

$$f(x) = \sqrt{3x+1} \ \ at \ a = 1.$$

Alternative definition — **في هذا السؤال سوف نستخدم التعريف البديل للمشتقة**

$$f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

تذكر
الضرب بالمرافق conjugate
$(\sqrt{x} - a) \ \leftrightarrow \ (\sqrt{x} + a)$

$$f'(1) = \lim_{x \to 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$$

$$f'(1) = \lim_{x \to 1} \frac{\sqrt{3x+1} - \sqrt{3(1)+1}}{x - 1}$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

$$f'(1) = \lim_{x \to 1} \frac{\sqrt{3x+1} - \sqrt{4}}{x - 1}$$

$$f'(1) = \lim_{x \to 1} \frac{\sqrt{3x+1} - 2}{x - 1} . \frac{\sqrt{3x+1} + 2}{\sqrt{3x+1} + 2}$$

$$f'(1) = \lim_{x \to 1} \frac{3x + 1 - 4}{x - 1} . \frac{1}{\sqrt{3x+1} + 2}$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

$$f'(1) = \lim_{x \to 1} \frac{3x - 3}{x - 1} . \frac{1}{\sqrt{3x+1} + 2}$$

$$f'(1) = \lim_{x \to 1} \frac{3(x - 1)}{x - 1} . \frac{1}{\sqrt{3x+1} + 2}$$

$$f'(1) = \lim_{x \to 1} 3 . \frac{1}{\sqrt{3x+1} + 2} = 3 . \frac{1}{2.2} = \frac{3}{4}$$

Q3 Use **definition** (limit) to compute the derivative of — **تمرين** استخدم تعريف المشتقة (النهايات) لإيجاد

1) $f(x) = \sqrt{x}$ **at** $a = 1$.

2) $f(x) = \sqrt{2x+1}$ **at** $a = 5$.

3) $f(x) = \dfrac{3}{x+1}$ **at** $a = 2$.

4) $f(x) = \dfrac{2}{x+1}$ **at** $a = 1$.

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Solved Example Use **definition** (limit) to compute the derivative of — **مثال محلول** استخدم تعريف المشتقة (النهايات) لإيجاد

$$f(x) = x^2 - 2x \text{ at } x = 3.$$

$$f'(3) = \lim_{h\to 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h}$$

$$f'(3) = \lim_{h\to 0} \frac{[(3+h)^2 - 2(3+h)] - [(3)^2 - 2(3)]}{h}$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

$$f'(3) = \lim_{h\to 0} \frac{[9 + 6h + h^2 - 6 - 2h] - [3]}{h}$$

$$f'(3) = \lim_{h\to 0} \frac{[3 + 4h + h^2] - [3]}{h}$$

$$f'(3) = \lim_{h\to 0} \frac{h(4+h)}{h}$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

$$f'(3) = \lim_{h\to 0} (4+h) = 4$$

Use **definition** (limit) to compute the derivative of — مثال محلول استخدم تعريف المشتقة (النهايات) لإيجاد

$$f(x) = 3x^3 + 2x - 1 \text{ at } x = 1.$$

$$f'(1) = \lim_{h\to 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$$
$$= \lim_{h\to 0} \frac{[3(1+h)^3 + 2(1+h) - 1] - (3 + 2 - 1)}{h}$$
$$= \lim_{h\to 0} \frac{3(1 + 3h + 3h^2 + h^3) + (2 + 2h) - 1 - 4}{h}$$
$$= \lim_{h\to 0} \frac{11h + 9h^2 + 3h^3}{h}$$
$$= \lim_{h\to 0} (11 + 9h + 3h^2) = 11.$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

The **derivative** of the function $f(x)$ is the function — مشتقة الدالة $f(x)$ هي الدالة

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Solved Example Use **definition** (limit) to compute the derivative of — مثال محلول استخدم تعريف المشتقة (النهايات) لإيجاد مشتقة

$$f(x) = 2x + 5$$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{[2(x+h) + 5] - [2x + 5]}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{[2x + 2h + 5] - [2x + 5]}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{[2h]}{h} = 2$$

Solved Example Use **definition** (limit) to compute the derivative of — مثال محلول استخدم تعريف المشتقة (النهايات) لإيجاد مشتقة

$$f(x) = \frac{1}{x}, x \neq 0$$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{\frac{1}{x+h} - \frac{1}{x}}{h}$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{\frac{x - (x+h)}{x(x+h)}}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{-h}{x(x+h)h}$$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{-1}{x(x+h)} = -\frac{1}{x^2}$$

Q4 Use **definition** (limit) to compute the derivative of — **تمرين** استخدم تعريف المشتقة (النهايات) لإيجاد

1) $f(x) = \sqrt{x}, x \geq 0$

2) $f(x) = 3x^2 + 1$

3) $f(x) = x^2 - 2x + 1$

4) $f(x) = \frac{3}{x}$

5) $f(x) = \frac{3}{x+1}$

6) $f(x) = \frac{2}{2x-1}$

Imad Odeh

Q5 Use **definition** (limit) to compute the derivative of **تمرين** استخدم تعريف المشتقة (النهايات) لإيجاد

7) $f(x) = \sqrt{3t+1}$

8) $f(x) = \sqrt{2t+4}$

9) $f(x) = \sqrt{2x-1}$

10) $f(x) = x^3 + 2x - 1$

Imad Odeh

ربط مفهوم المشتقة بالنهايات
Link derivative with limit

Q6 Let **تمرين**

$$f'(2)=3, f'(-3)=5, f'(1)=2$$

Solved Example **مثال محلول**

1) Find **1) اوجد**

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}$$

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}=f'(2)=3$$

2) $\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$

3) $\lim_{h\to 0}\frac{f(2)-f(2+h)}{h}$

4) $\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1-h)}{h}$

5) $\lim_{h\to 0}\frac{f(-3-h)-f(-3)}{5h}$

6) $\lim_{h\to 0}\frac{f(1-2h)-f(1)}{h}$

7) $\lim_{x\to -3}\frac{f(x)-f(-3)}{x+3}$

8) $\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{\sqrt{x}-1}$

سيتم تأجيل بقية التمارين الى حين استكمال درس قواعد الاشتقاق

Other question will be postponed after completing the derivative rules lesson

3.3 COMPUTATION OF DERIVATIVES: THE POWER RULE
حساب المشتقات: قاعدة القوى

رمز المشتقة

$$f'(x), \quad y', \quad \frac{dy}{dx}, \quad \frac{df(x)}{dx}$$

استخدام قواعد الاشتقاق Defintion Rules

Basic Rules القواعد الأساسية	
$y = c$	$\frac{dy}{dx} = 0$
$y = ax$	$\frac{dy}{dx} = a$
$y = x^n$	$\frac{dy}{dx} = nx^{n-1}$

Solved Example Find the derivative of

1) $f(x) = x^8$

$f'(x) = 8x^7$

مثال محلول اوجد المشتقة

2) $g(t) = t^{107}$

$g'(x) = 107x^{106}$

THEOREM 3.3

If $f(x)$ and $g(x)$ are differentiable at x and c is any constant, then

(i) $\frac{d}{dx}[f(x) + g(x)] = f'(x) + g'(x)$,

(ii) $\frac{d}{dx}[f(x) - g(x)] = f'(x) - g'(x)$ and

(iii) $\frac{d}{dx}[cf(x)] = cf'(x)$.

Solved Example Find the derivative of **مثال محلول** اوجد المشتقة

1) $f(x) = \frac{1}{x^{19}}$

$f(x) = x^{-19}$

$f'(x) = -19x^{-20}$

$f'(x) = -\frac{19}{x^{20}}$

2) $g(x) = \sqrt[3]{x^2}$

$g(x) = x^{\frac{3}{2}}$

$g'(x) = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}$

$g'(x) = \frac{3}{2}\sqrt{x}$

3) $h(x) = x^{\pi}$

$h'(x) = \pi x^{\pi-1}$

4) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

Q1 Find the derivative of **تمرين** اوجد مشتقة

1) $f(x) = x^3 - 2x + 1$

2) $f(x) = x^9 - 3x^5 + 4x^2 - 4x$

3) $f(x) = 2x^6 + 3\sqrt{x}$

4) $f(s) = 5\sqrt{s} - 4s^2 + 3$

5) $f(x) = \frac{4x^2 - 3x + 2\sqrt{x}}{x}$

6) $f(t) = 3t^3 - 2\sqrt{t}$

7) $f(x) = \frac{3}{x} - 8x + 1$

8) $f(x) = \frac{2}{x^4} - x^3 + 2$

Q2 Find the derivative of — **تمرين** اوجد مشتقة

9) $f(x)=\dfrac{3x^2-3x+1}{2x}$

10) $f(x)=\dfrac{2-3x+x^2}{\sqrt{x}}$

1) $f(x)=2s^{3/2}-3s^{-1/3}$

2) $f(x)=\dfrac{10}{\sqrt[3]{x}}-2x+\pi$

3) $f(t)=3t^{\pi}-2t^{1.3}$

4) $f(x)=\dfrac{4x^2-x+3}{\sqrt{x}}$

5) $f(x)=\dfrac{3}{\sqrt{x}}+\dfrac{5}{x^2}$

6) $f(x)=\dfrac{3x^2-1}{x}$

7) $f(x)=x\left(3x^2-\sqrt{x}\right)$

8) $f(x)=(x+1)(3x^2-4)$

Imad Odeh

معادلة المماس
Equation of the tangent line

$$y = m(x - x_1) + y_1$$

$$m = f'(x_1), \qquad y_1 = f(x_1)$$

Solved Example Find an equation of the tangent line to the graph of

اوجد معادلة المماس للدالة عند النقطة المعطاة

$$f(x) = 4x^2 - 3x + 2 \quad at\ x = 1$$

$$y = m(x - x_1) + y_1$$

$f'(x) = 8x - 3$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

$f'(1) = 8(1) - 3 = 5 \quad m = 5$

$f(1) = 4(1)^2 - 3(1) + 2 = 3 \quad , \quad y_1 = 3$

$y = 5(x - 1) + 3$

$$y = 5x - 2$$

Solved Example Find an equation of the tangent line to the graph of

اوجد معادلة المماس للدالة عند النقطة المعطاة

$$f(x) = 4 - 4x + \frac{2}{x} \ at\ x = 1$$

$$y = m(x - x_1) + y_1$$

$f(x) = 4 - 4x + 2x^{-1}$

$f'(x) = -4 - 2x^{-2}$

$f'(1) = -4 - 2(-1)^{-1} = -2 \quad m = -2$

$f(1) = 4 - 4(1) + \frac{2}{1} = 2 \quad , \quad y_1 = 2$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

$y = -2(x - 1) + 2$

$$y = -2x + 4$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 Find the slope of the tangent line to the function of $f(x)$ below at the given point:

تمرين اوجد مميل المماس للدالة عند النقطة المعطاة

1) $f(x) = 2x^2 - 2 \quad at \quad x = -1$

2) $f(x) = 2x^2 - 4x - 1 \; at \quad x = 3$

3) $f(x) = x^2 - 2 \; at \quad a = 1$

4) $f(x) = x^2 - 3x \; at \quad a = -2$

5) $f(x) = x^2 - 3x \quad at \quad a = 1$

6) $f(x) = 4\sqrt{x} - 2x \quad at \quad a = 4$

Imad Odeh

Q4 Determine the values of x for which the tangent line of the function **is horizontal**

تمرين اوجد قيم x والتي يكون للدالة عندها مماس **افقي**

1) $y = x^3 - 6x^2 + 1$

2) $f(x) = x^4 - 4x + 2$

3) $y = x^4 - 2x^2 + 3$

4) $f(x) = x^{2/3}$

Solved Example Suppose that the height of a falling object t seconds after being dropped from a height of $\mathbf{64}\ \boldsymbol{feet}$ is given by

مثال محلول إذا كان ارتفاع جسم يسقط من مكان ثابت في الزمن t يساوي 64 قدم معطى بالعلاقة التالية

$$\boldsymbol{s(t) = 64 - 16t^2\ feet.}$$

Find instantaneous velocity at time $\boldsymbol{t = 2}$.

اوجد السرعة اللحظية عندما $\boldsymbol{t = 2}$

$$\boldsymbol{v = s'(t)}$$

$$\boldsymbol{v = s'(t) = -23t}$$

$$v = s'(2) = -32(2) = -64\ ft/sec$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh
Imad Odeh

Q5 The function $h(t)$ represent the height of an object. Compute the velocity at time $t = 1$

تمرين لتكن الدالة $h(t)$ تمثل ارتفاع جسم معين اوجد سرعة الجسم عندما $t = 1$

1) $h(t) = 10t^2 - 24t$

2) $h(t) = 10 - \frac{10}{t}$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q6 Use position function to find the velocity at time $t = a$

تمرين استخدم دالة الموقع لإيجاد السرعة عندما $t = a$

1) $s(t) = 4t - 4.9t^2, a = 1$

2) $s(t) = \frac{4}{t}, a = 2$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

3) $s(t) = -4.9t^2 + 5 \quad a = 2$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

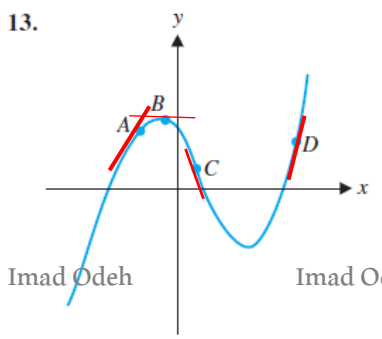
في الأسئلة التالية يطلب منك ترتيب النقاط حسب الميل أي من النقطة التي يكون عندها الميل أصغر الى النقطة التي يكون عندها الميل الكبر حيث نقوم برسم خط يمس النقطة ومن ثم نقدر الميل

In exercises 13 and 14, list the points A, B, C and D in order of increasing slope of the tangent line.

تمرين رتب النقاط التالية حسب تزايد ميل المماس

Solved Example مثال محلول

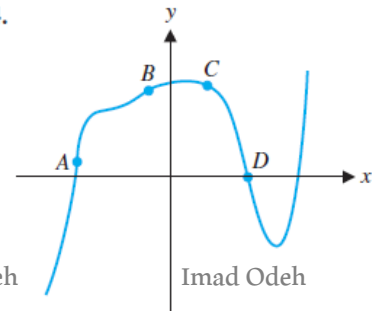
13.



Imad Odeh Imad Odeh

C, B, A , D

14.

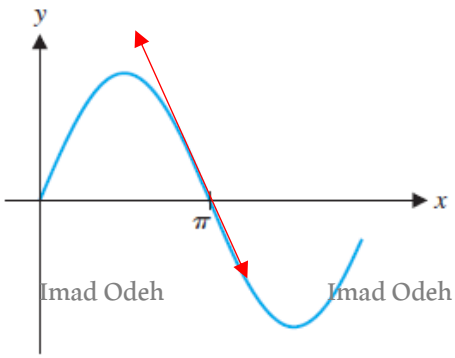


Imad Odeh Imad Odeh

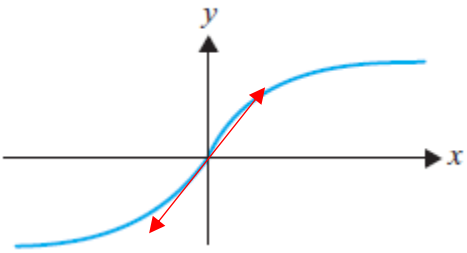
Solved Example sketch in a plausible tangent line at the given point, or state that there is no tangent line.

مثال محلول ارسم مماسا لمنحنى الدالة عند النقطة المعطاة

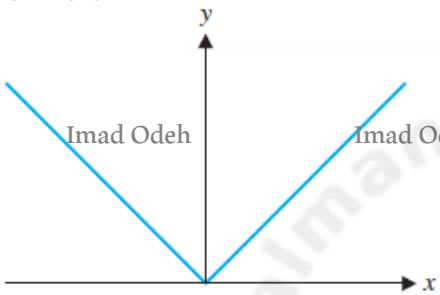
27. $y = \sin x$ at $x = \pi$



28. $y = \tan^{-1} x$ at $x = 0$



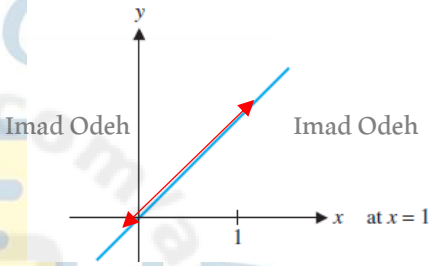
29. $y = |x|$ at $x = 0$



هنا رأس مدبب(زاوية) لا يمكن رسم مماس

We couldn't sketch a tangent line (corner)

30. $y = x$ at $x = 1$



بقية أسئلة الدرس سيتم نقلها الى نهاية الدرس الثالث حيث سيتم حلها بقواعد الاشتقاق وبطرق وخطوات أسهل

Imad Odeh

الاتصال والاشتقاق
Continuity and differentiation

THEOREM 2.1

If f is differentiable at $x = a$, then f is continuous at $x = a$.

Prove if f is differentiable at $x = a$, then f is continuous at $x = a$.

اثبت انه إذا كانت الدالة f قابلة للاشتقاق عند $x = a$ فان الدالة f تكون متصلة عند $x = a$

For f to be continuous at $x = a$, we need only show that

$$f(a) = \lim_{x\to a} f(x)$$

$$\lim_{x\to a}[f(x) - f(a)] =$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

$$\lim_{x\to a}[f(x) - f(a)] = \lim_{x\to a}\left[f(x) - f(a)\frac{x-a}{x-a}\right] = \lim_{x\to a}\left[\frac{f(x)-f(a)}{x-a}(x-a)\right]$$

$$\lim_{x\to a}[f(x) - f(a)] = \lim_{x\to a}\left[\frac{f(x)-f(a)}{x-a}\right]\lim_{x\to a}(x-a) =$$

$$\lim_{x\to a}[f(x) - f(a)] = f'(a).\lim_{x\to a}(x-a) =$$

$$\lim_{x\to a}[f(x) - f(a)] = f'(a).0 =$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

$$\lim_{x\to a}[f(x) - f(a)] = 0$$

$$\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$$

Solved Example Show that

مثال محلول بين ان الدالة

$$f(x) = \begin{cases} 4, & x < 2 \\ 2x, & x \geq 2 \end{cases}$$

is not differentiable at $x = 2$.

غير قابلة للاشتقاق عند $x = 2$

أولا نبحث الاتصال عند $x = 2$

first, we must check continuity

شرط الاتصال

$$f(a) = \lim_{x\to a} f(x)$$

$f(2) = 2(2) = 4$

Imad Odeh Imad Odeh

$\lim_{x\to 2^-} f(x) = 4$

$\lim_{x\to 2^+} f(x) = 2(2) = 4$

$\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^+} f(x) = 4$

$\lim_{x\to 2} f(x) = 4$

$f(2) = \lim_{x\to 2} f(x) = 4$

So $f(x)$ is continuous at $x = 2$

بما ان الدالة متصلة نبحث الان في الاشتقاق عند $x = 2$

Now we check differentiable at $x = 2$

$$f'(x) = \begin{cases} 0, & x < 2 \\ 2, & x > 2 \end{cases}$$

Imad Odeh Imad Odeh

$$D_-f(2) = 0 \neq D_+(2) = 2$$

$f'(2)$ does not exist

Q1 Show that

تمرين بين ان الدالة

$$f(x) = \begin{cases} 4\,, & x < 0 \\ 2x\,, & x \geq 0 \end{cases}$$

is not differentiable at $x = 0$.

غير قابلة للاشتقاق عند $x = 0$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 Show that

تمرين بين ان الدالة

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1\,, & x < 0 \\ 3x + 1\,, & x \geq 0 \end{cases}$$

is not differentiable at $x = 0$.

غير قابلة للاشتقاق عند $x = 0$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 Show that

تمرين بين ان الدالة

$$f(x) = \begin{cases} 2x\,, & x < 0 \\ x^2 + 2x\,, & x \geq 0 \end{cases}$$

is differentiable at $x = 0$.

قابلة للاشتقاق عند $x = 0$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q4 Show that — تمرين بين ان الدالة

$$f(x) = \begin{cases} x^2 , & x < 1 \\ 2x , & x \geq 1 \end{cases}$$

is not differentiable at $x = 1$. — غير قابلة للاشتقاق عند $x = 1$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q5 Show that — تمرين بين ان الدالة

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x^2 , & x < 3 \\ -3x , & x \geq 3 \end{cases}$$

is not differentiable at $x = 3$. — غير قابلة للاشتقاق عند $x = 3$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q6 Show that — تمرين بين ان الدالة

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - x , & x \leq 2 \\ 2x - 2 , & x > 2 \end{cases}$$

is not differentiable at $x = 2$. — غير قابلة للاشتقاق عند $x = 2$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q7 Show that

تمرين بين ان الدالة

$$f(x)=\begin{cases}4x\ , & x<1\\ 2x^2+2\ , & x\geq 1\end{cases}$$

is differentiable at $x=1$.

قابلة للاشتقاق عند $x=1$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Solved Example For

مثال محلول في الدالة

$$f(x)=\begin{cases}x^2+2x\ , & x<0\\ ax+b\ , & x\geq 0\end{cases}$$

find all real numbers a and b such that $f'(0)$ exists.

اوجد جميع قيم a , b بحيث تكون $f'(0)$ موجودة

As $f(x)$ differentiable so $f(x)$ will be continuous

$$\lim_{x\to 0} f(x)=f(0)$$
$$\lim_{x\to 0^-} f(x)=\lim_{x\to 0^+} f(x)$$
$$\lim_{x\to 0^-} x^2+2x=\lim_{x\to 0^+} ax+b$$
$$0=0+b\ \to b=0$$

$f(x)$ differentiable at $x=0$ so

$$f'(x)=\begin{cases}2x+2\ , & x<0\\ a\ , & x\geq 0\end{cases}$$
$$D_-f(0)=D_+f(0)$$
$$2(0)+2=a\ \to a=2$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q8 For

تمرين في الدالة

$$f(x)=\begin{cases}x^3\ , & x\leq 1\\ ax+b\ , & x>1\end{cases}$$

find all real numbers a and b such that $f(x)$ differentiable at $x=1$.

اوجد جميع قيم a , b بحيث تكون قابلة للاشتقاق عند $x=1$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q9 For **تمرين** في الدالة

$$f(x)=\begin{cases} mx^2-2\ , & x\le 1 \\ k\sqrt{x}\ , & x>1 \end{cases}$$

find all real numbers m and k such that $f'(1)$ exists.

اوجد جميع قيم m , k بحيث تكون $f'(1)$ **موجودة**

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q10 For **تمرين** في الدالة

$$f(x)=\begin{cases} x^2-2\ , & x\le 2 \\ bx^2+ax\ , & x>2 \end{cases}$$

find all real numbers a and b such that $f(x)$ differentiable at $x=2$.

اوجد جميع قيم a , b بحيث تكون قابلة للاشتقاق عند $x=2$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q11 For **تمرين** في الدالة

$$f(x)=\begin{cases} ax+b\ , & x\le 0 \\ x^2-3x\ , & x>0 \end{cases}$$

find all real numbers a and b such that $f'(x)$ **exist**

اوجد جميع قيم a , b بحيث تكون $f'(0)$ موجودة

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q12 For **تمرين** في الدالة

$$f(x)=\begin{cases} ax & , \quad x\le 0 \\ x^2-3x & , \quad x>0 \end{cases}$$

find all real numbers a such that $f'(x)$ exist

اوجد جميع قيم a بحيث تكون $f'(0)$ موجودة

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q13 For **تمرين** في الدالة

$$f(x)=\begin{cases} ax+b & , \quad x\le -1 \\ bx^2-3 & , \quad x>-1 \end{cases}$$

find all real numbers a and b such that $f'(x)$ exist

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q14 If $f(x)$ differentiable at $x=a$, show that $g(x)$ is continuous at $x=a$

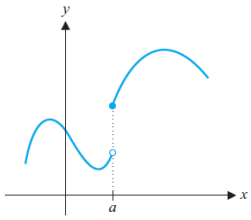
تمرين إذا كانت الدالة $f(x)$ قابلة للاشتقاق عند $x=a$ اثبت ان الدالة $g(x)$ متصلة عند $x=a$

$$g(x)=\begin{cases} \dfrac{f(x)-f(a)}{x-a} & , \quad x\neq a \\ f'(a) & , \quad x=a \end{cases}$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

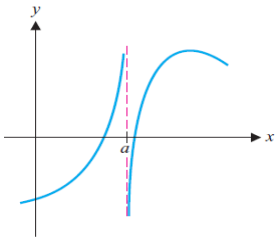
$f'(a)$ does not exist

الحالات التي تكون عندها المشتقة غير موجودة



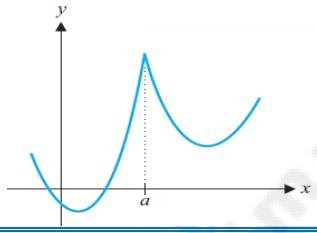
A jump discontinuity قفزة
دالة غير متصلة
$f'(a)$ does not exist

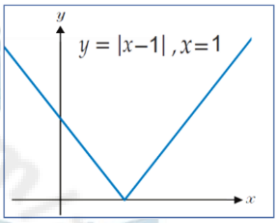
Imad Odeh Imad Odeh



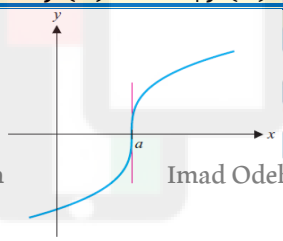
A vertical asymptote مماس عمودي
دالة غير متصلة
$f'(a)$ does not exist

Imad Odeh Imad Odeh





A cusp رأس مدبب
دالة متصلة لكن does not exist $f'(a)$
$D_-f(a) \neq D_+f(a)$



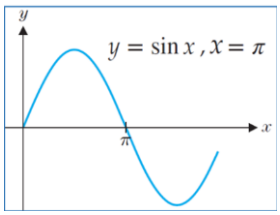
A vertical tangent line مماس عمودي
دالة متصلة لكن $f'(a)$ غير موجودة
$f'(a)$ does not exist

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh Imad Odeh

Q13 Which graph does not have a tangent line at a given point

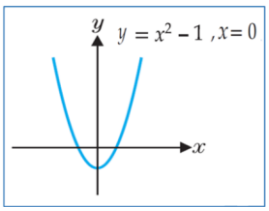
تمرين أي من الدوال التالية ليس لها مماس عند النقطة المعطاة

A)



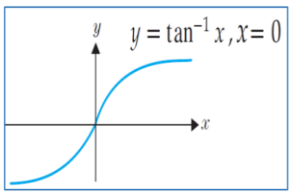
Imad Odeh Imad Odeh

B)

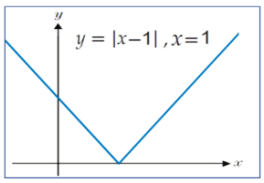


Imad Odeh Imad Odeh

C)



D)

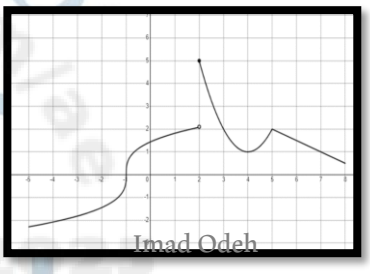


Q14 Determine the value of x where $f(x)$ **not** differentiable.

تمرين حدد قيم x التي تكون عندها الدالة **غير** قابلة للاشتقاق

$x =$	Reason
Imad Odeh	Imad Odeh

Imad Odeh



Imad Odeh

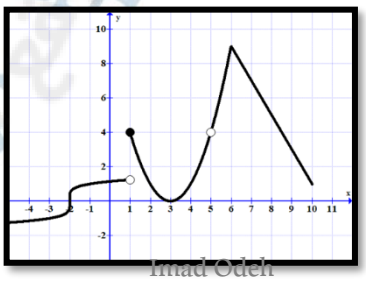
Q15 Determine the value of x where $f(x)$ **not** differentiable.

تمرين حدد قيم x التي تكون عندها الدالة **غير** قابلة للاشتقاق

$x =$	Reason

Imad Odeh Imad Odeh

Imad Odeh



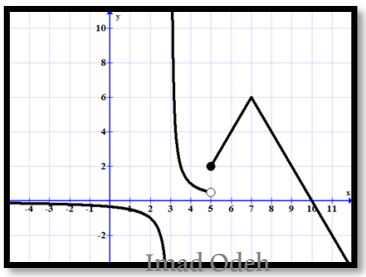
Imad Odeh

Q16 Determine the value of x where $f(x)$ **not** differentiable.

تمرين حدد قيم x التي تكون عندها الدالة **غير** قابلة للاشتقاق

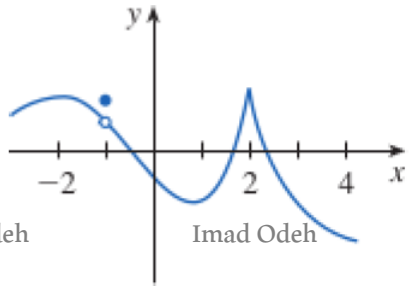
$x =$	Reason
Imad Odeh	Imad Odeh

Imad Odeh



Imad Odeh

Q16 Determine the value of x where $f(x)$ **not** differentiable.	**تمرين** حدد قيم x التي تكون عندها الدالة **غير** قابلة للاشتقاق

$x =$	Reason	
		
Imad Odeh	Imad Odeh	Imad Odeh Imad Odeh

Sketching the Graph of f Given the Graph of f'

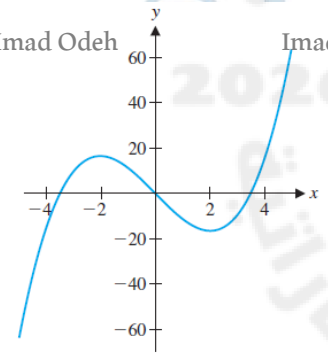
لرسم المشتقة من التمثيل البياني للدالة الاصلية نتبع ما يلي

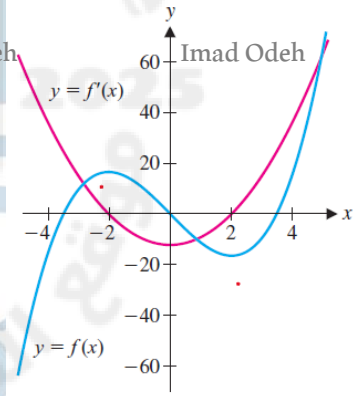
1) نحدد على الرسم القيم القصوى (القمم والقيعان) ونسقطها ونحولها الى مقاطع على المحور الافقي
2) نحدد الفترات التي يكون عندها منحنى الدالة يتزايد أي يتجه الى الأعلى ومن ثم نرسمها فوق محور x والفترات التي يكون عندها المنحنى يتناقص يتجه للأسفل ونرسمها تحت محور x

Solved example Given the graph of f sketch a plausible graph of f'

مثال محلول استخدم الرسم البياني للدالة f لرسم بيان مشتقتها f'

solution





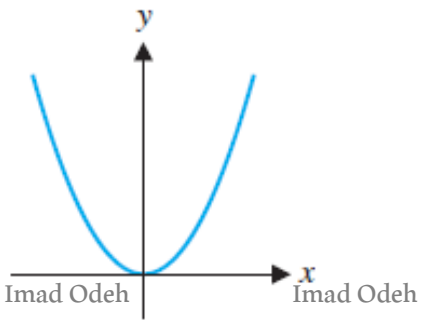
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

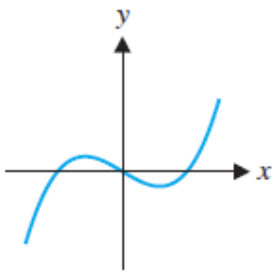
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

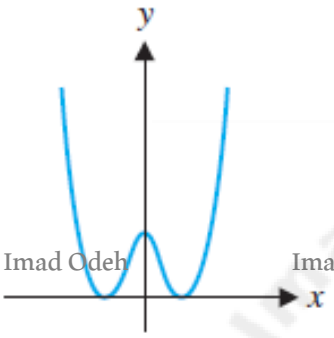
Imad Odeh

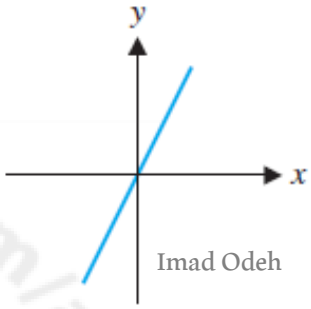
Q17 Given the graph of f sketch a plausible graph of f'

تمرين استخدم التمثيل البياني للدالة f لرسم بيان مشتقتها f'



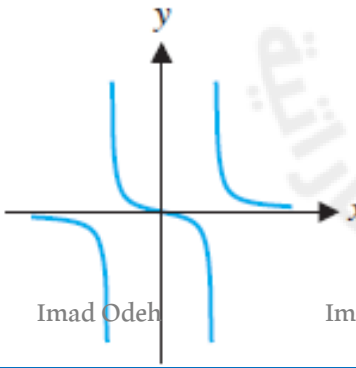


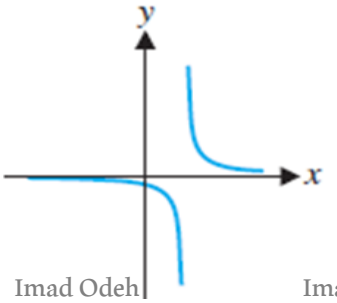


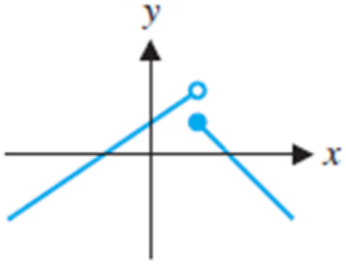


Q18 Given the graph of f sketch a plausible graph of f'

تمرين استخدم التمثيل البياني للدالة f لرسم بيان مشتقتها f'

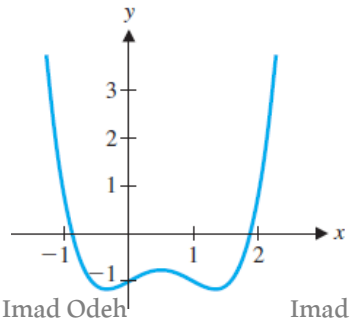


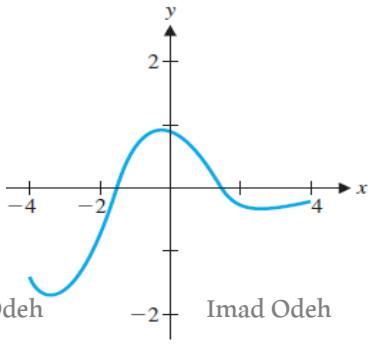




Q19 Given the graph of f sketch a plausible graph of f'

تمرين استخدم التمثيل البياني للدالة f لرسم بيان مشتقتها f'



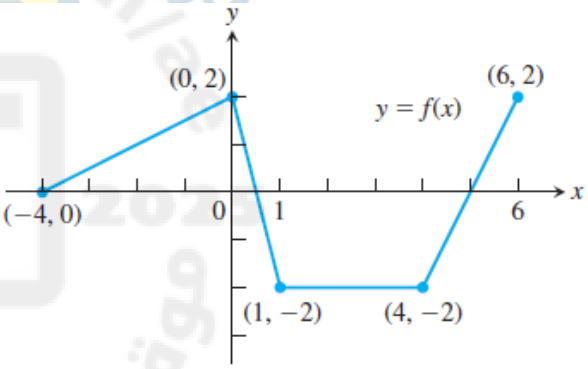


Q20 Study graph below then answer the question

تمرين ادرس الرسم التالي ثم اجب على الأسئلة

a) at which points of the interval [-4,6] is f' not defined? Give reasons for your answer.

اوجد النقاط التي تكون عندها f' غير موجودة في الفترة [-4,6]؟ وضح السبب



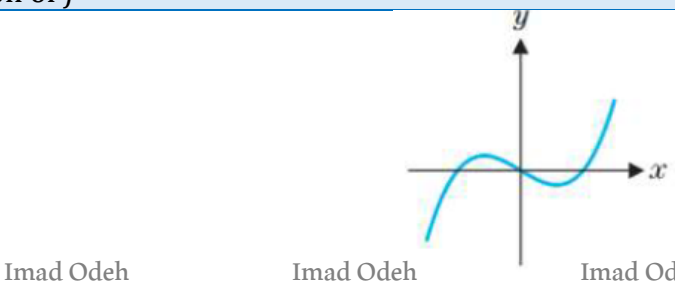
b) Graph the derivative of f.

The graph should show a step function.

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

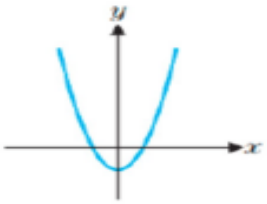
Q21 Given the graph of f sketch a plausible graph of f'

تمرين استخدم التمثيل البياني للدالة f لرسم بيان مشتقتها f'

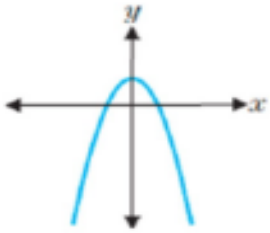


Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

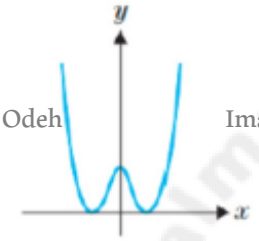
A)



B)

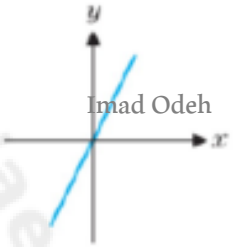


C)



Imad Odeh Imad Odeh

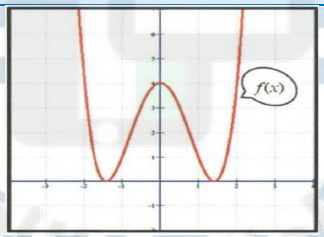
D)



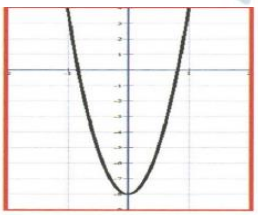
Imad Odeh Imad Odeh

Q22 Given the graph of f sketch a plausible graph of f'

تمرين استخدم التمثيل البياني للدالة f لرسم بيان مشتقتها f'

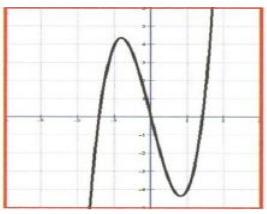


A)



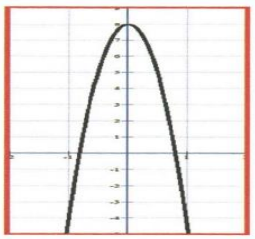
Imad Odeh Imad Odeh

B)

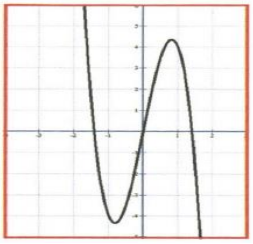


Imad Odeh Imad Odeh

C)

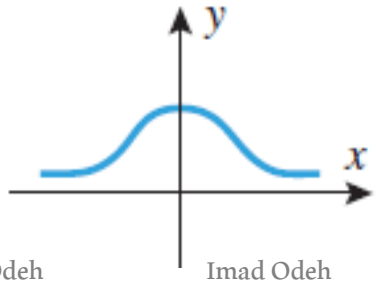


D)



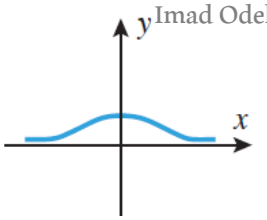
Q23 Given the graph of f sketch a plausible graph of f'

استخدم التمثيل البياني للدالة f لرسم بيان مشتقتها f'

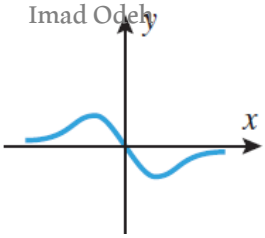


Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

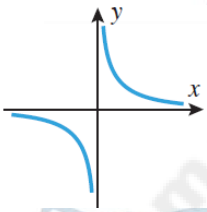
A)



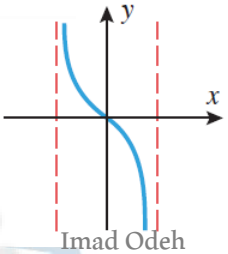
B)



C)



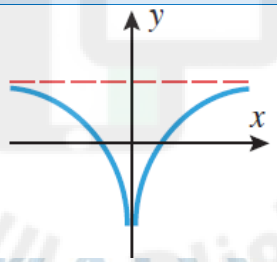
D)



Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

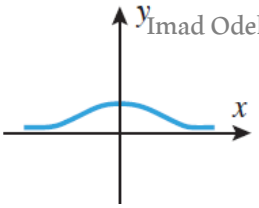
Q24 Given the graph of f sketch a plausible graph of f'

استخدم التمثيل البياني للدالة f لرسم بيان مشتقتها f'

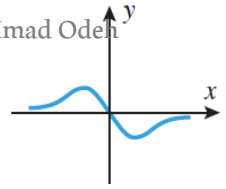


Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

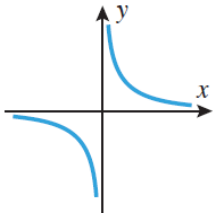
A)



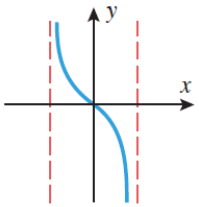
B)



C)

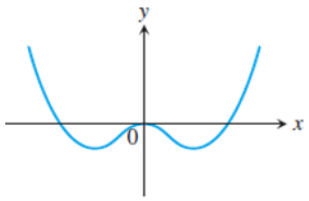


D)



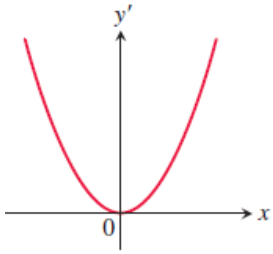
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q25 Given the graph of f sketch a plausible graph of f' استخدم التمثيل البياني للدالة f لرسم بيان مشتقتها

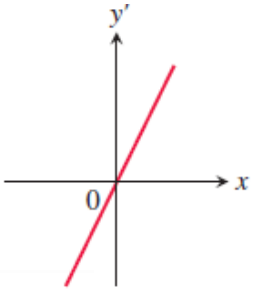


Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

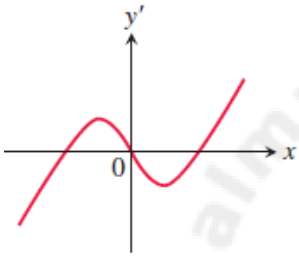
A)



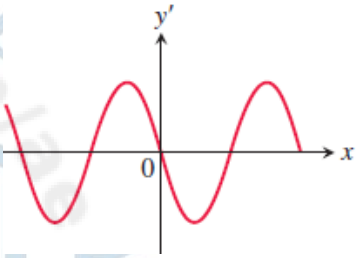
B)



C)



D)



Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

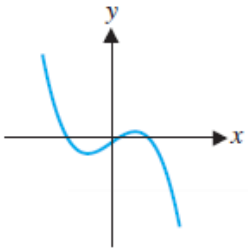
Imad Odeh

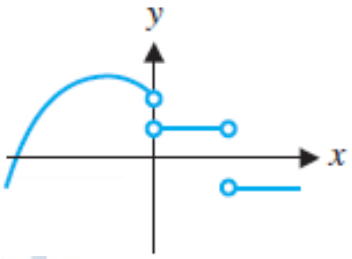
رسم الدالة من خلال بيان مشتقتها

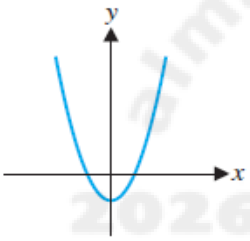
لرسم الدالة الاصلية بمعرفة مشتقتها نتبع الخطوات التالية

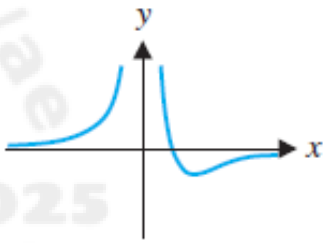
1) نحدد نقاط التقاطع مع محور x ونحولها الى قيم قصوى إذا كانت الرسم قبلها مرسوم تحت المحور وبعدها فوق المحور نضعها قيمة صغرى وبالعكس
2) نحدد الفترات التي تكون عندها المشتقة موجبة (فوق محور x) ونرسمها في حالة تزايد أي تتجه الى الأعلى والفترات التي تكون عندها المشتقة سالبة (تحت محور x) ونرسمها في حالة تناقص او تتجه الى الأسفل
3) النقاط التي تكون عندها قفزات (خطوط مستقيمة) نرسمها رؤوس مدببة وقد تكون ناب في حالات معينة
4) النقاط التي تكون عندها قفزات (خطوط ومنحنى) نرسمها ناب
5) النقاط التي تكون عندها مالانهاية نرسمها مماسات عمودية او ناب

Q1 Given the graph of f' sketch a plausible graph of f — استخدم التمثيل البياني لمشتقة الدالة f' لرسم بيان f

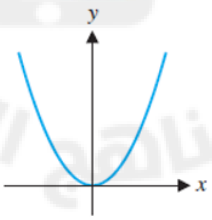




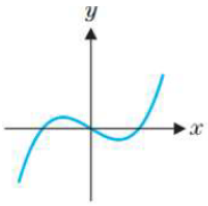




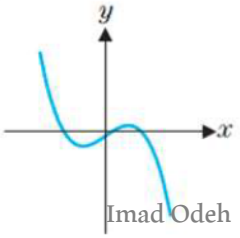
Q2 Given the graph of f' sketch a plausible graph of f — استخدم التمثيل البياني لمشتقة الدالة f' لرسم بيان f



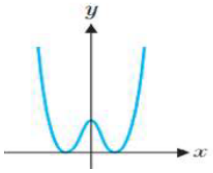
A)



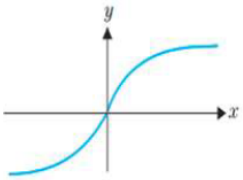
B)



C)



D)



مسائل منوعة لربط مفهوم المشتقة بقواعد الاشتقاق

Q1 If f is differentiable at $x = a \neq 0$, evaluate — إذا كانت الدالة f قابلة للاشتقاق عند $x = a \neq 0$ اوجد

$$\lim_{x \to a} \frac{[f(x)^2] - [f(a)^2]}{x^2 - a^2}$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 Prove that if f is differentiable at $x = a$, then — اثبت انه إذا f كانت قابلة للاشتقاق عند $x = a$ فان

1) $\lim_{h \to 0} \frac{f(a+ch) - f(a)}{h} = c\, f'(a)$

Imad Odeh Imad Odeh

2) $\lim_{h \to 0} \frac{(2+h)^3 - 8}{h}$

Imad Odeh Imad Odeh

3) $\lim_{h \to 0} \frac{5(3+h)^2 - 45}{h}$

Imad Odeh Imad Odeh

4) $\lim_{h \to 0} \frac{(-3+h)^2 - 9}{h}$

Imad Odeh Imad Odeh

5) $\lim_{h \to 0} \frac{(h-2)^4 - 16}{h}$

Imad Odeh Imad Odeh

6) $\lim_{h \to 0} \frac{\sqrt[3]{8+h} - 2}{h}$

Imad Odeh Imad Odeh

Q3 If لتكن

$$f(x) = x^2 + 1 \qquad find \qquad \lim_{h\to 0} \frac{f(3+h) - f(3-h)}{h}$$ اوجد

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q4 Find value of a if اوجد قيمة a حيث

$$f(x) = x^2 + ax - 5 \qquad and \qquad \lim_{h\to 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = 3$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q5 Find value of a if اوجد قيمة a حيث

$$f(x) = ax^3 - 7 \qquad and \qquad \lim_{h\to 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = -6$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q6 Find value of b if اوجد قيمة b حيث

$$\lim_{h\to 0} \frac{f(x+h) - f(2)}{h} = 10 \ and \ f(x) = 2x^4 + bx + 3$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

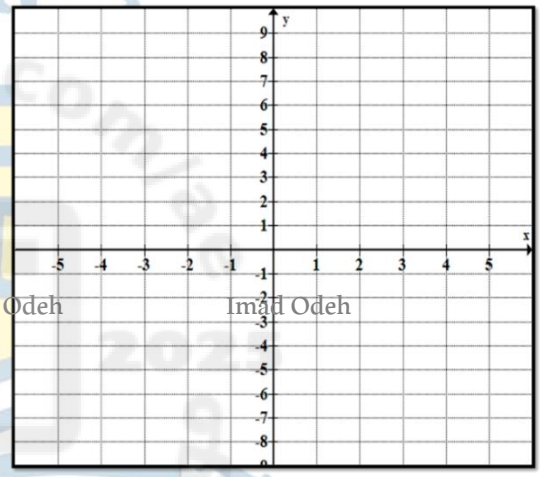
Q7 If لتكن

$$f'(4) = 6 \quad find \quad \lim_{x\to 4} \frac{f(x) - f(4)}{\sqrt{x} - 2}$$ اوجد

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q8 Sketch the graph of a function with the following properties: **تمرين** ارسم بيان الدالة والتي لها الخصائص التالية

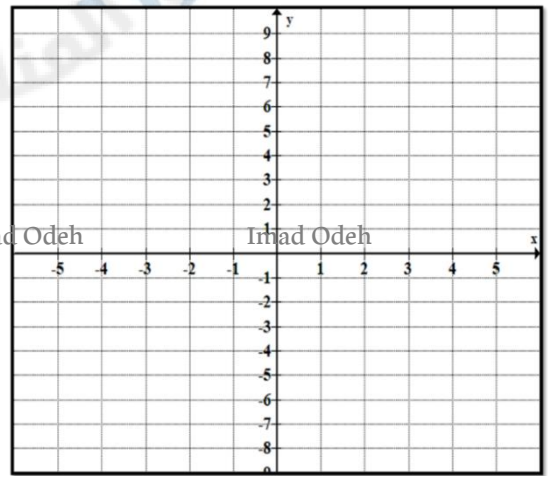
$f(0) = 1, f(1) = 0, f(3) = 6$,
$f'(0) = 0, f'(1) = -1$ *and* $f'(3) = 4$



Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Ex Sketch the graph of a function with the following properties: **تمرين** ارسم بيان الدالة والتي لها الخصائص التالية

$f(-2) = 4, f(0) = -2, f(2) = 1$,
$f'(-2) = -2, f'(0) = 2$ *and* $f'(2) = 1$



Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Higher Order Derivatives المشتقات العليا

Order	Prime Notation	Leibniz Notation
1	$y' = f'(x)$	$\frac{df}{dx}$
2	$y'' = f''(x)$	$\frac{d^2f}{dx^2}$
3	$y''' = f'''(x)$	$\frac{d^3f}{dx^3}$
4	$y^{(4)} = f^{(4)}(x)$	$\frac{d^4f}{dx^4}$
5	$y^{(5)} = f^{(5)}(x)$	$\frac{d^5f}{dx^5}$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Solved Example If — **مثال محلول** إذا كان

$$f(x) = 3x^4 - 2x^2 + 1$$

Compute as many derivatives as possible. — **اوجد المشتقات العليا الممكنة**

$f(x) = 3x^4 - 2x^2 + 1$

$f'(x) = 12x^3 - 4x$

$f''(x) = 36x^2 - 4$

$f'''(x) = 72x$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

$f^4(x) = 72$

$f^5(x) = 0$

Q1 Compute the indicated derivative. — اوجد المشتقة المشار اليها

1) $f'''(t) \quad for \quad f(t) = t^4 + 3t^2 - 2$

Imad Odeh Imad Odeh

2) $f'''(t) \quad for \quad f(t) = 4t^2 - 12 + \frac{4}{t^2}$

Imad Odeh Imad Odeh

3) $\frac{d^2f}{dx^2} \quad for \quad f(x) = 2x^4 - \frac{3}{\sqrt{x}}$

Imad Odeh Imad Odeh

4) $\frac{d^2f}{dx^2} \quad for \quad f(x) = x^6 - \sqrt{x}$

Imad Odeh Imad Odeh

Q2 Compute the indicated derivative. اوجد المشتقة المشار اليها

5) $f^5(x)$ for $f(x) = x^{10} - 3x^4 + 2x - 1$

6) $f(x) = 2x^3 - \frac{3}{x}$ find $\frac{d^2f}{dx^2}$

7) $f(x) = -x^{-2} - 4x^4$ find $f^{(4)}(x)$

8) $f'''(x) for\ f(x) = x^4 - 3x^3 + 2x^2 - x - 1$

Acceleration التسارع

$$a(t) = v'(t) = \frac{dv}{dt}$$

Solved example: Suppose that the height of a skydiver t seconds after jumping from an airplane is given by.

مثال محلول افرض ان ارتفاع مظلي يعطى بالعلاقة

$$f(t) = 640 - 20t - 16t^2 \ feet$$

Find the person's acceleration at time t.

اوجد تسارع المظلي في أي وقت t

$f(t) = 640 - 20t - 16t^2$

$v = f'(t) = -20 - 32t$

$a = f''(t) = -32$

Q1 Use the given position function to find the velocity and acceleration function

استخدم دالة الموقع لحساب دالة السرعة والتسارع

1) $s(t) = 2\sqrt{t} + 2t^2$

2) $s(t) = -4.9t^2 - 12t - 3$

3) $h(t) = 10 - \frac{10}{t}$

4) $s(t) = \frac{4}{t}$

Q2 The function

لتكن الدالة

$$h(t) = 10t^2 - 24t$$

represent the height of an object. Compute the velocity and acceleration at time $t = 1$

تمثل ارتفاع جسم اوجد التسارع عندما $t = 1$

Imad Odeh

Q3 Compute velocity and acceleration at time $t = t_0$. Is the object going up or down?

احسب السرعة والتسارع عند الزمن المعطى ثم حدد فيما إذا كان الجسم يتحرك للأسفل ام لا

1) $h(t) = -16t^2 + 40t + 5\,, t_0 = 1$

2) $h(t) = 10t^2 - 24t\,, t_0 = 2$

3) $s(t) = -16t^2 + 40t + 10$

4) $s(t) = -9.8t^2 - 22t + 6$

حساب المشتقات العليا لدالة عند نقطة معطاة

Q4 Compute the indicated derivative.

احسب المشتقة عند النقطة المعطاة

1) $f(x) = x^4 + 3x^2 - 2 \;\; find \;\; f''\left(\frac{1}{6}\right)$

2) $\boldsymbol{f(x) = 2x - x^5 + 1 \;\; find \;\; f''(-1)}$

ربط المشتقة الثانية بمفهوم وتعريف المشتقة

Q5 if لتكن

1)

$$\lim_{x\to 2}\frac{f'(x)-f'(2)}{x-2}=5 \quad find \quad f''(2)$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q6 if لتكن

$$f(x)=x^4-5x^2 \quad find \quad \lim_{x\to 2}\frac{f'(x)-f'(2)}{x-2}$$ اوجد

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q7 if لتكن

$$f'(4)=6 \quad find \quad \lim_{x\to 4}\frac{f(x)-f(4)}{\sqrt{x}-2}$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q8 if لتكن

$$\boldsymbol{f(x)=ax^3+3x^2-2x+3} \quad and \quad \boldsymbol{\lim_{x\to 3}\frac{f'(x)-f'(3)}{x-3}=-12}$$

Find value of $\boldsymbol{a}$ اوجد قيمة $\boldsymbol{a}$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

مفهوم اقصى ارتفاع

Q1 A ball is thrown upward then moves according to the relation

قذفت كرة الى الأعلى حسب العلاقة التالية

$$S(t) = 56t - 4t^2$$

Where t in seconds and S in meters. What is the **maximum** height the ball can reach?

اوجد اقصى ارتفاع تصل اليه الكرة

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 A ball is thrown upward then moves according to the relation

قذفت كرة الى الأعلى حسب العلاقة التالية

$$S(t) = 48t - 4t^2$$

Where t in seconds and S in meters. What is the **maximum** height the ball can reach?

اوجد اقصى ارتفاع تصل اليه الكرة

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 A ball is thrown upward then moves according to the relation

قذفت كرة الى الأعلى حسب العلاقة التالية

$$S(t) = 16t - 4t^2$$

Where t in seconds and S in meters. What is the **maximum** height the ball can reach?

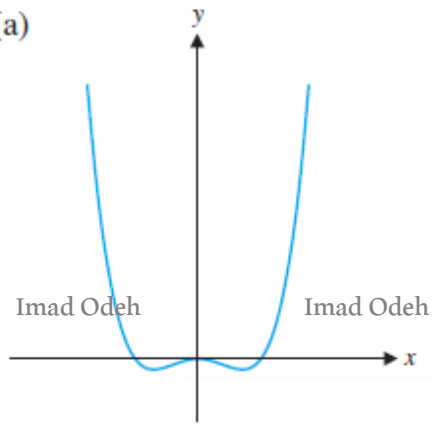
اوجد اقصى ارتفاع تصل اليه الكرة

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

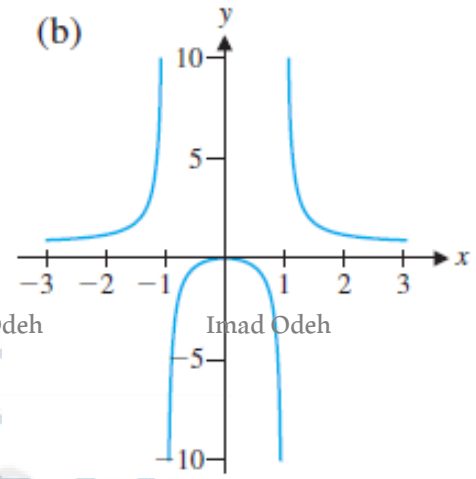
رسم المشتقة الثانية باستخدام بيان الدالة الاصلية

Q1 Use the graph of f to sketch a graph of f'' — اعتمد على الرسم البياني للدالة f لرسم بيان الدالة f''

(a)



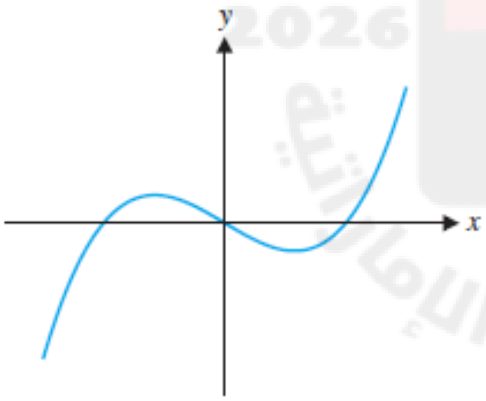
(b)



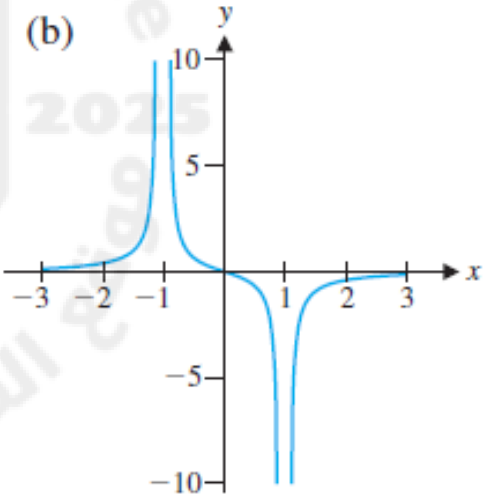
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 Use the graph of f to sketch a graph of f'' — اعتمد على الرسم البياني للدالة f لرسم بيان الدالة f''

(a)



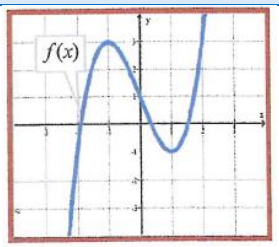
(b)



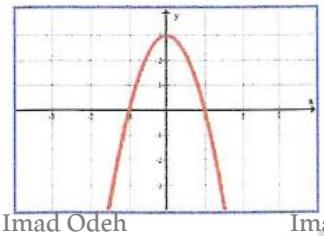
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 Given the graph of f sketch a plausible graph of f''

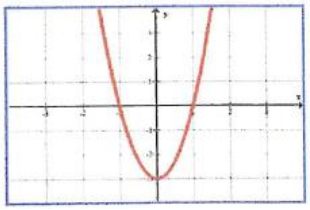
استخدم التمثيل البياني للدالة f لرسم بيان مشتقتها f''



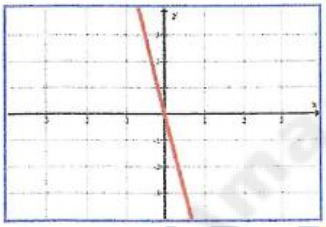
a)



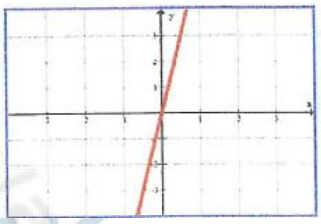
b)



c)



d)



مسائل ربط المشتقة بمفهوم ميل المماس وزاوية الميل

Q1 Determine the value(s) of x for which the tangent line to $y = f(x)$ is horizontal

حدد قيم x التي يكون عندها المماس افقيا

1) $f(x) = x^3 - 3x + 1$

2) $f(x) = x^4 - 4x + 2$

3) $f(x) = 3x^4 - 6x^2 + 1$

4) $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$

Imad Odeh

Q2 Determine the value(s) of x for which the tangent line *to* $y = f(x)$ intersects the $x - axis$ at a 45° angle.

حدد قيم x التي يصنع عندها مماس الدالة $y = f(x)$ مع محور x زاوية مقدارها 45°

1) $f(x) = x^3 - 3x + 1$

2) $f(x) = x^4 - 4x + 2$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 Determine the value(s) of x for which the tangent line *to* $y = f(x)$ intersects the $x - axis$ at a 30° angle.

حدد قيم x التي يصنع عندها مماس الدالة $y = f(x)$ زاوية مقدارها 30° مع محور x

1) $y = x^3 - 3x + 1$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q4 Find all values of x for which the tangent lines to the two curves are parallel

اوجد جميع قيم x والتي يكون عندها المماس لكل من المنحيين التاليين متوازيا

$$y = x^3 + 2x + 1 \text{ and } y = x^4 + x^3 + 3$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q5 Find all values of x for which the tangent lines to the two curves are perpendicular

اوجد جميع قيم x والتي يكون عندها المماس لكل من المنحيين التاليين متعامدان

$$y = x^3 + 2x + 1 \text{ and } y = x^4 + x^3 + 3$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q6 Find a second-degree polynomial of the form

اوجد دالة من الدرجة الثانية

$$ax^2 + bx + c \text{ a}$$

such that $f(0) = -2,\ f'(0) = 2 \text{ and } f''(0) = 3$ بحيث ان

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q7 Find a second-degree polynomial of the form

اوجد دالة من الدرجة الثانية

$$ax^2 + bx + c \text{ a}$$

such that

such that $f(0) = 0,\ f'(0) = 5 \text{ and } f''(0) = 1.$ بحيث ان

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

إيجاد الصيغة العامة للمشتقة من الرتبة n

Q	Find a general formula for the nth derivative $f^{(n)}(x)$ for	اوجد الصيغة العامة للمشتقة النونية للدالة

1) $f(x) = \sqrt{x}$

2) $f(x) = \frac{2}{x}$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Lesson 2.4
THE PRODUCT AND QUOTIENT RULES
قواعد الضرب والقسمة

	Function	Derivative
Product Rule	$y = f(x)g(x)$	$\frac{dy}{dx} = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
Quotient Rule	$y = \frac{f(x)}{g(x)}$	$\frac{dy}{dx} = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2}$

Solved Example | **مثال محلول**

Find $f'(x)$ — اوجد Find $f'(x)$

$$f(x) = (2x^4 - 3x + 5)(x^2 - 5)$$

Solution

$$f'(x) = (8x^3 - 3)(x^2 - 5) + (2x^4 - 3x + 5)(2x)$$

$$f'(x) = (8x^5 - 40x^3 - 3x^2 + 15) + (4x^5 - 6x^2 + 10x)$$

$$f'(x) = (12x^5 - 40x^3 - 9x^2 + 10x + 15)$$

Q1 Find the derivative of each function — اوجد مشتقة كل مما يلي

1) $f(x) = (x^2 + 3)(x^3 - 3x + 1)$

2) $f(x) = (x^3 - 2x^2 + 5)(x^4 - 3x^2 + 2)$

3) $h(t) = t(\sqrt[3]{t} + 3)$

4) $f(x) = (2x^4 - 3x + 5)\left(x^2 - \sqrt{x} + \frac{2}{x}\right)$

5) $f(x) = (\sqrt{x} + 3x)\left(5x^2 - \frac{3}{x}\right)$

6) $f(x) = \left(x^{\frac{3}{2}} - 4x\right)\left(x^4 - \frac{3}{x^2} + 2\right)$

Imad Odeh

Solved example	مثال محلول
Find $f'(x)$	اوجد $f'(x)$

$$f(x) = \frac{x^2 - 2}{x^3 + 1}$$

Solution

$$f'(x) = \frac{2x(x^3+1) - (x^2-2)(3x^2)}{(x^3+1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x^4 + 2x - 3x^4 + 6x^2}{(x^3+1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-x^4 + 6x^2 + 2x}{(x^3+1)^2}$$

Q2 Find the derivative of each function

1) $f(x) = \frac{3x-2}{5x+1}$

2) $f(x) = \frac{x^2-2}{2x+3}$

3) $f(x) = \frac{x^2-2x}{x^2+5x}$

4) $g(t) = \frac{t^2+2t+5}{t^2-5t+1}$

Imad Odeh

Q2 Find the derivative of each function

5) $f(x) = \dfrac{x^2 + 3x - 2}{\sqrt{x}}$

6) $f(x) = \dfrac{6x - \frac{2}{x}}{x^2 + \sqrt{x}}$

7) $f(x) = \dfrac{(x+1)(x-2)}{x^2 - 5x + 1}$

8) $f(x) = \dfrac{6x}{\sqrt{x} + 1}$

Q3 if إذا كان

$$g(2) = 3 \text{ and } g'(2) = -1,$$

What is the value of $\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{g(x)}{x^2}\right) \text{ at } x = 2$? اوجد قيمة

Imad Odeh

Q4 if إذا كان

$$f(2) = 2 \; and \; f'(2) = 1$$

$$h(x) = \frac{x^2}{f(x)}$$

What is the value of $h'(2)$ اوجد قيمة

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q5 if لتكن

$$h(x) = \frac{f(x)}{2x^2 + 1} \; , \quad f(1) = 1 \, , \quad f'(1) = -2$$

find $h'(1)$ **اوجد**

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q6 If f and g are differentiable functions and لتكن الدالتان g, f قابلتان للاشتقاق وكان

$$h(x) = f(x).g(x) \; , \; f(0) = 1 \, , \; f'(0) = -2 \; , \; g(0) = 3 \, , \; g'(0) = 4$$

find $h'(0)$ اوجد

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q7 If f and g are differentiable functions and لتكن الدالتان g, f قابلتان للاشتقاق وكان

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \; , \; f(2) = -1 \, , \; f'(2) = 3 \; , \; g(2) = 2 \, , \; g'(2) = 5$$

find $h'(5)$ اوجد

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q8 If لتكن

$$f(x) = e^x g(x) \; , \; g(0) = 0 \, , \; g'(0) = 3 \; ,$$

find $f'(5)$ اوجد

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q9 If لتكن

$$f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 4 \ , \ f'\left(\frac{\pi}{3}\right) = -2 \ , g(x) = \frac{\cos x}{f(x)}$$

find اوجد

$$g'\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q10 assume that f and g are differentiable with لتكن الدالتان g, f قابلتان للاشتقاق وكان

$f(0) = -1 \, , f(1) = -2 \, , f'(0) = -1 \, , f'(1) = 3$ $\quad g(0) = 3 \, , g(1) = 1 \, . g'(0) = -1 \, , g'(1) = -2$

Find اوجد

1) $h(x) = f(x)g(x) \ at \ x = 0$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

2) $h(x) = f(x)g(x) \ \ at \ x = 1$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

3) $h(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)} \, , at \ x = 0$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

4) $h(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)} \, , at \ x = 1$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

5) $h(x) = x^2 f(x); \ \ at \ x = 0$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

6) $h(x) = x^2 f(x); \ \ atx = 1$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

7) $h(x) = \dfrac{x^2}{g(x)} \ ; \ \ at \ x = 0$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

8) $h(x) = \dfrac{x^2}{g(x)} \ ; \ \ at \ x = 1$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

مسائل المماس

Q1 Find an equation of the tangent line to — اوجد معادلة المماس للدالة

1) $y = (x^4 - 3x^2 + 2x)(x^3 - 2x + 3)$ $at\ x = 0$

2) $y = (x^2 + 2x)(x^4 + x^2 + 1)$ $at\ x = 0$

3) $y = \dfrac{x+1}{x+2}$ $at\ x = 0$

4) $y = \dfrac{x+3}{x^2+1}$ $at\ x = 1$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

أسئلة تطبيقية

Q1

Suppose that a product currently sells for **AED25**, with the price increasing at the rate of **AED2** per year. At this current price, consumers will buy **150** thousand items, but the number sold is decreasing at the rate of **8** thousand per year. At what rate is the total revenue changing? Is the total revenue increasing or decreasing?

افترض ان سعر بيع منتج في الوقت الحالي AED25 مع زيادة في السعر بمعدل AED2 في العام فاذا بلغت المبيعات عند هذا السعر 150 ألف قطعة وكانت المبيعات تنخفض بمعدل 8 الالف قطعة في العام.
اوجد معدل تغير الايراد الإجمالي
هل يتزايد الايراد الاجمالي ام يتناقص

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 تمرين

Suppose the price of an object is $\boldsymbol{AED20}$ and $\boldsymbol{20,000}$ units are sold. If the price increases at a rate of $\boldsymbol{AED1.25}$ per year and the quantity sold increases at a rate of $\boldsymbol{2000}$ per year, at what rate

للقطعة حيث بلغت AED20افرض ان سعر احدى السلع المبيعات 20000 قطعة فاذا كان السعر يزداد بمعدل AED1.25 في العام وتزداد الكمية المباعة بمعدل 2000 قطعة في العام فبأي معدل سيزداد الايراد

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 تمرين

Suppose the price of an object is $\boldsymbol{AED14}$ and $\boldsymbol{12,000}$ units are sold. The company wants to increase the quantity sold by $\boldsymbol{1200}$ units per year, while increasing the revenue by $\boldsymbol{AED20,000}$ per year. At what rate would the price have to be increased to reach these goals?

افرض ان سعر احدى السلع AED14 للقطعة حيث بلغت المبيعات 12000 قطعة تريد الشركة زيادة كمية المبيعات بمقدار 1200 قطعة في العام
مع زيادة الإيرادات بمقدار AED20000 في العام
فما المعدل الذي يتعين زيادة السعر به لتحقيق هذين الهدفين

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q4 تمرين

Revenue equals price times quantity. Suppose that the current price is $\boldsymbol{2.4AED}$ and $\boldsymbol{12,000}$ items are sold at that price. If the price is increasing at the rate of $\boldsymbol{10}$ cents per year and the quantity sold decreases at the rate of $\boldsymbol{1500}$ items per year, at what rate is the revenue changing?

افرض ان سعر احدى السلع AED2.4 للقطعة حيث بلغت المبيعات 12000 قطعة فاذا كان السعر يزداد بمعدل 10 فلسات في العام وتقل الكمية المباعة بمعدل 1500 قطعة في العام فبأي معدل سيزداد الايراد

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

قاعدة السلسلة

2.5 THE CHAIN RULE

THEOREM 5.1 (Chain Rule)

If g is differentiable at x and f is differentiable at $g(x)$, then

$$\frac{d}{dx}[f(g(x))] = f'(g(x))\,g'(x).$$

Solved example	مثال محلول
Differentiate	اوجد المشتقة

1) $y = (x^2+1)^2$

$\frac{dy}{dx} = 2\,(x^2+1)(2x)$

$\frac{dy}{dx} = 4x\,(x^2+1)$

2) $y = (x^3+x-1)^5$

$\frac{dy}{dx} = 5\,(x^3+x-1)^4(3x^2+1)$

$\frac{dy}{dx} = 5(3x^2+1)\,(x^3+x-1)^2$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

قواعد خاصة

Function	Derivative
$y = \sqrt{f(x)}$	$\frac{dy}{dx} = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$
$y = \frac{a}{f(x)}$	$\frac{dy}{dx} = \frac{-af'(x)}{(f(x))^2}$

Q1	Find the derivative	اوجد مشتقة

1) $f(x) = \sqrt{3x+1}$

Imad Odeh Imad Odeh

2) $f(x) = \sqrt{x^2+3x-5}$

Imad Odeh Imad Odeh

3) $f(x) = \frac{3}{x+2}$

Imad Odeh Imad Odeh

4) $f(x) = \frac{3}{x^2+5}$

Imad Odeh Imad Odeh

Q2 Compute the derivative of — اوجد المشتقة

1) $\frac{d}{dt}\left(\sqrt{100+8t}\right)$

2) $y=(x^3-1)^2$

3) $y=(x^2-5x+1)^4$

4) $f(x)=x^3\sqrt{4x+1}$

5) $f(x)=\frac{8x}{(x^3+1)^2}$

6) $f(x)=\left(\sqrt{x^2+4}-3x^2\right)^{\frac{3}{2}}$

7) $f(x)=\sqrt{x^2+4}$

8) $f(t)=t^5\sqrt{t^3+2}$

9) $f(x)=(x^4+2)\sqrt{x^2+1}$

10) $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

Imad Odeh

Q3 find an equation of the tangent line to the graph of $y = f(x)$ at $x = a$. اوجد معادلة المماس للدالة

1) $f(x) = \sqrt{x+3}$ at $x = -2$

2) $f(x) = \sqrt{x^2+16}$ $a = 3$

3) $f(x) = \dfrac{2}{x+1}$ $x = 1$

4) $f(x) = \dfrac{6}{x^2+4}$ $a = -2$

Q4 Use the position function to find the velocity at time $t = 2$. استخدم دالة الموقع لإيجاد السرعة عندما $t = 2$

1) $s(t) = \sqrt{t^2+8}$

2) $s(t) = \dfrac{60t}{\sqrt{t^2+1}}$

Q5 Use the position function to find the Acceleration function — استخدم دالة الموقع لإيجاد دالة التسارع

1) $s(t) = \sqrt{4t + 16} - 4$

2) $s(t) = \dfrac{5t}{\sqrt{t^2 + 3}}$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q6 Given that the function — لتكن

$$h(x) = f(g(x))$$

$$f(2) = 1, f'(2) = -1, f'(3) = -3, g(2) = 3, g'(1) = 2, g'(2) = 4$$

Find $h'(2)$ — اوجد

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q7 Given that the function — لتكن

$$h(x) = f(g(x))$$

$$f(1) = 3, f'(1) = 4, f'(2) = 3, g(1) = 2, g'(1) = -2, g'(3) = 5$$

Find $h'(1)$ — اوجد

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q8 Given that the function — لتكن

$$h(x) = f(g(x))$$

$$f'^{(3)} = 3, f'(2) = -1, f(2) = 2, g(2) = 2, g'(1) = 5, g'(2) = -2$$

Find $h'(2)$ — اوجد

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q9 Given the following table of values, find the indicated derivatives in (a) and (b).

اعتمد على الجدول التالي في الإجابة عما يليه

x	$f(x)$	$f'(x)$
2	1	7
8	5	−3

Find

اوجد

1) $g'(2), where\ g(x) = [f(x)]^3$

2) $h'(2), where\ h(x) = f(x^3)$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q10 Find the derivative where f is an unspecified differentiable function.

اوجد المشتقة لاي دالة f والقابلة للاشتقاق

1) $f(\sqrt{x})$

2) $\sqrt{f(x)}$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

3) $1 + f(x^2)$

4) $[1 + f(x)]^2$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q11 If

لتكن

$$h'(x) = n\sqrt{h(x)}\ \ where\ n > 0$$

and $h''(x) = 9$

وكانت

at a given point x

عند نقطة معطاة

find the value of n

اوجد قيمة n

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q12 If لتكن

$$h'(x) = n\sqrt{h(x)} \text{ where } n > 0$$

and $h''(x) = 18$ وكانت

at a given point x عند نقطة معطاة

find the value of n اوجد قيمة n

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q13 Find $h'(1)$ اوجد

$$h(x) = \left(x^9 + f(x)\right)^{-2}$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

THEOREM 5.2

If f is differentiable everywhere on its domain and has an inverse function $g = f^{-1}$, then

$$g'(x) = \frac{1}{f'(g(x))},$$

for all x in the domain of g, provided $f'(g(x)) \neq 0$.

Q1 Given that the function لتكن الدالة

$$f(x) = x^5 + 3x^3 + 2x + 1$$

has an inverse function g, compute $g'(7)$ لها دالة معكوسة هي g اوجد $g'(7)$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 Given that لتكن الدالة

$$f(x) = x^3 + 5x + 6$$

has an inverse function $g(x)$ determine $g'(6)$ لها دالة معكوسة هي g اوجد $g'(6)$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 Given that لتكن الدالة

$$f(x) = x^3 + 4x - 1$$

has an inverse function $g(x)$ determine $g'(-1)$ لها دالة معكوسة هي g اوجد $g'(-1)$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q4 Given that لتكن الدالة

$$f(x) = x^5 + 4x - 2$$

has an inverse function $g(x)$ determine $g'(-2)$ لها دالة معكوسة هي g اوجد $g'(-2)$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q5 Given that لتكن الدالة

$$f(x) = x^3 + 2x + 1$$

has an inverse function $g(x)$ determine $\boldsymbol{g'(-2)}$ لها دالة معكوسة هي $\boldsymbol{g}$ اوجد $\boldsymbol{g'(-2)}$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q6 Given that لتكن الدالة

$$f(x) = \sqrt{x^3 + 2x + 4}$$

has an inverse function $g(x)$ determine $\boldsymbol{g'(2)}$ لها دالة معكوسة هي $\boldsymbol{g}$ اوجد $\boldsymbol{g'(2)}$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q7 Given that لتكن الدالة

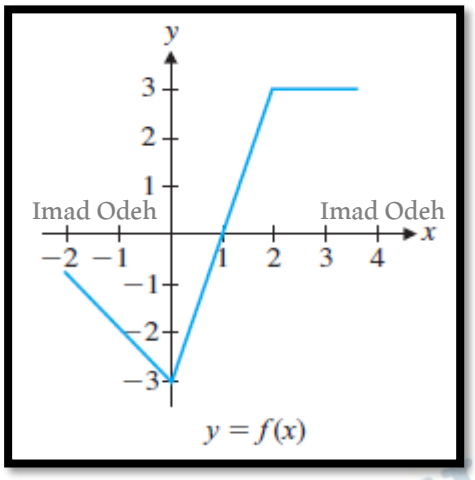
$$\boldsymbol{f(x) = x^5 + 2x^3 - 1}$$

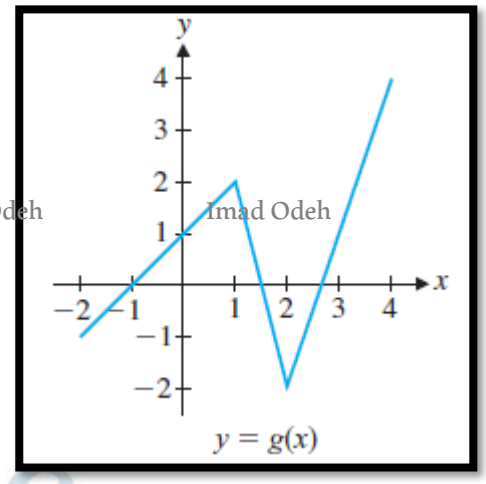
has an inverse function $g(x)$ determine $\boldsymbol{g'(2)}$ لها دالة معكوسة هي $\boldsymbol{g}$ اوجد $\boldsymbol{g'(2)}$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q9 use the graphs to find the derivative of the composite function at the point, if it exists.

اعتمد على الرسم التالي لإيجاد مشتقة الدالة المركبة عند النقطة المعطاة





1) $f(g(x))$ *at*

$a)\ x = 0$

$b)\ x = 1$

$c)\ x = 3$

2) $g(f(x))$ *at*

$a)\ x = 0$

$b)\ x = 1$

$c)\ x = 3$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

مشتقة الدوال المثلثية

2.6 DERIVATIVES OF TRIGONOMETRIC FUNCTIONS

Function	Derivative
$y = \sin x$	$\frac{dy}{dx} = \cos x$
$y = \cos x$	$\frac{dy}{dx} = -\sin x$
$y = \tan x$	$\frac{dy}{dx} = \sec^2 x$
$y = \sec x$	$\frac{dy}{dx} = \sec x \tan x$
$y = \cot x$	$\frac{dy}{dx} = -\csc^2 x$
$y = \csc x$	$\frac{dy}{dx} = -\csc x \cot x$
$y = \sin g(x)$	$\frac{dy}{dx} = \cos g(x).g'(x)$
$y = \cos g(x)$	$\frac{dy}{dx} = -\sin g(x).g'(x)$
$y = \tan g(x)$	$\frac{dy}{dx} = \sec^2 g(x).g'(x)$
$y = \sec g(x)$	$\frac{dy}{dx} = \sec g(x) \tan g(x) .g'(x)$
$y = \csc g(x)$	$\frac{dy}{dx} = -\csc g(x)\cot g(x).g'(x)$
$y = \cot g(x)$	$\frac{dy}{dx} = -\csc^2 g(x).g'(x)$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Solved example **Find** the derivative of. مثال محلول اوجد مشتقة

1) $f(x) = x^5 \cos x$

$f'(x) = 5x^4 \cos x + x^5(-\sin x)$

$f'(x) = 5x^4 \cos x - x^5 \sin x$

2) $f(x) = \sin^2 x$

$f'(x) = 2 \sin x \cdot \cos x$

ومن الممكن استخدام المتطابقات المثلثية للتبسيط

$f'(x) = \sin 2x$

Q1 find the derivative of each function. اوجد مشتقة كل مما يأتي

1) $g(x) = 4 \tan x - 5 \csc x.$

2) $f(x) = \cos x^3$

3) $g(x) = \cos^3 x$

4) $h(x) = \cos 3x.$

5) $f(x) = 4 \sin 3x - x$

6) $f(x) = 4x^2 - 3tan2x$

7) $f(x) = \cos \frac{1}{x}$

8) $f(x) = \sin^3 \left(\cos \sqrt{x^3 + 2x^2}\right)$

Q2 find the derivative of each function. اوجد مشتقة كل مما يأتي

9) $g(x) = tan^3 2t - csc^4 3t.$

10) $f(x) = 4\sin^2 3x + 4\cos^2 3x$

11) $f(x) = 4x^2 \sin x \sec x$

12) $f(x) = \sin\left(\frac{2x}{x+1}\right)$

13) $f(x) = \frac{1}{sin4x}$

14) $f(x) = \frac{sin^2 x}{x^2}$

15) $f(x) = tan\,3x - csc^2 x \quad find \quad f'(x)$

16) $f(x) = \sqrt{tan\,(x^3 + 2x)}$

17) $f(x) = sin^2(tan\,x)$

18) $f(x) = \frac{x^2}{\csc^2 2x}$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 find the derivative of each function. اوجد مشتقة كل مما يأتي

19) $f\ (t)\ =\ t\ csc\ t$

20) $f\ (x)\ =\ x^2\ sin\ x$

21) $f(x)\ =\ tan\sqrt{x}$

22) $f\ (t)\ =\ sin\ 3t\ cos\ 4t$

Q3 Find اوجد

1) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{\sin 2(x+h)-\sin 2x}{h}$

2) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{3}}\dfrac{\sin\ (x)-\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)}{x-\frac{\pi}{3}}$

Imad Odeh

أسئلة معادلة المماس

Equation of tangent line

Q1 Find an equation of the tangent line to — أوجد معادلة المماس للدالة عند النقطة المعطاة

1) $y = sin\ 2x \quad at\ x = 0$

2) $y = cos\ x \quad at\ x = \frac{\pi}{6}$

3) $y = tan\ 3x \quad at\ x = 0$

4) $y = x^2 cos\ x \quad at\ x = \frac{\pi}{2}$

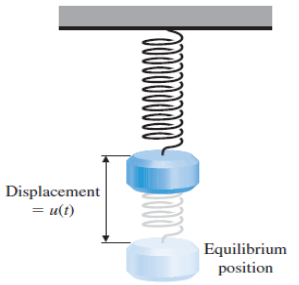
5) $y = x\ sin\ x \quad at\ x = \frac{\pi}{2}$

6) $y = 3\tan x - 2\csc x \quad at\ x = \frac{\pi}{3}$

Imad Odeh

أسئلة السرعة والتسارع
Velocity and Acceleration

EXAMPLE
Suppose that $\boldsymbol{u(t)}$ measures the displacement (measured in inches) of a mass suspended from a spring t seconds after it is released and that



$$\boldsymbol{u(t) = 4\cos 2t.}$$

Find the velocity at any time $\boldsymbol{t}$ and determine the maximum velocity.

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 Use the position function to find the velocity at time $t = t_0$. Assume units of feet and seconds.

لتكن $\boldsymbol{s(t)}$ دالة الموقع لجسم متحرك اوجد سرعة الجسم عند الزمن المعطى

1) $\boldsymbol{s(t) = t^2 - \sin 2t \quad at\ t_0 = 0}$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

2) $\boldsymbol{s(t) = 4 + 3\sin t \quad at\ t_0 = \pi}$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

3) $\boldsymbol{s(t) = \dfrac{\cos t}{t} \quad at\ t_0 = \pi}$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

4) $\boldsymbol{s(t) = t\cos(t^2 + \pi) \quad at\ t_0 = 0}$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

مسائل المشتقات العليا

Higher order derivative

Q1 Find the indicated derivative — اوجد المشتقة المشار اليها

$$f''(x) \quad for\ f(x) = \tan 2x$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 Find the indicated derivative — اوجد المشتقة المشار اليها

$$f^{(26)}(x) \quad for\ f(x) = \sin 3x$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 Find the indicated derivative — اوجد المشتقة المشار اليها

$$f^{(70)}(x) \quad for\ f\ (x)\ =\ \cos 3x.$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

مشتقة الدوال الاسية والدوال اللوغاريتمية
2.7 DERIVATIVES OF EXPONENTIAL AND LOGARITHMIC FUNCTIONS

Function	Derivative
$y = a^x$	$\frac{dy}{dx} = a^x \ln a$
$y = e^x$	$\frac{dy}{dx} = e^x$
$y = \ln x$	$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}$
$y = a^{g(x)}$	$\frac{dy}{dx} = a^{g(x)} . g'(x) \ln a$
$y = e^{g(x)}$	$\frac{dy}{dx} = e^{g(x)} . g'(x)$
$y = \ln g(x)$	$\frac{dy}{dx} = \frac{g'(x)}{g(x)}$

DERIVATIVES OF EXPONENTIAL FUNCTIONS
مشتقة الدوال الاسية

Solved example **Find** the derivative of — مثال محلول اوجد المشتقة

1) $f(x) = 3e^{x^2}$

$f'(x) = 3e^{x^2}(2x)$

$f'(x) = 6xe^{x^2}$

2) $g(x) = xe^{\frac{2}{x}}$

$g'(x) = e^{\frac{2}{x}} . x\, e^{\frac{2}{x}} \left(-\frac{2}{x^2}\right)$

$g'(x) = -\frac{2}{x} e^{\frac{4}{x}}$

3) $h(x) = 3^{2x^2}$

$h'(x) = 3^{2x^2} \ln 3\ (4x)$

Q1 differentiate each function. اشتق كل مما يلي

1) $f(x) = x^3 e^x$

2) $f(x) = e^{2x} \cos 4x$

3) $f(x) = 2e^{4x+1}$

4) $f(x) = \left(\frac{1}{e}\right)^x$

5) $f(u) = e^{u^2+4u}$

6) $f(u) = 3e^{\tan u}$

7) $f(w) = \frac{e^{4w}}{w}$

8) $f(w) = \frac{w}{e^{6w}}$

Imad Odeh

Q2 differentiate each function. اشتق كل مما يلي

1) $f(t) = t + 2^t$

2) $f(t) = t4^{3t}$

3) $h(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2}$

4) $h(x) = 4^{-x^2}$

5) $h(x) = 2^{e^x}$

6) $f(x) = \frac{e^x}{2^x}$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Derivative of the Natural Logarithm
مشتقة الدوال اللوغاريتمية

Solved example **Find** the derivative of مثال محلول اوجد المشتقة

1) $f(x) = x \ln x$

$f'(x) = \ln x + x\left(\frac{1}{x}\right)$

$f'(x) = \ln x + 1$

2) $g(x) = \ln x^3$

$g'(x) = \frac{3x^2}{x^3} = \frac{3}{x}$

3) $h(x) = \ln(x^2 + 1)$.

$h'(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q1 differentiate each function. اشتق كل مما يلي

1) $f(x) = ln\ 2x$

2) $f(x) = ln\sqrt{8x}$

3) $f(t) = ln\ (t^3 + 3t)$

4) $f(t) = t^3 ln\ t$

5) $g(x) = ln\ (cos\ x)$

6) $g(x) = cos\ x\ ln\ (x^2 + 1)$

7) $f\ (x) = \ln\sqrt{sin\ 4x}$

8) $f\ (x) = \sqrt{\ln x + 1}$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 differentiate each function. اشتق كل مما يلي

1) $f(x) = \dfrac{\sqrt{\ln x}}{x}$

2) $g(t) = \dfrac{\ln\sqrt{t}}{t}$

3) $h(x) = e^x \ln x$

4) $f(x) = e^{\ln x}$

5) $h(x) = 2^{e^x}$

6) $f(x) = \dfrac{e^x}{2^x}$

7) $f(x) = \ln(\sin x)$

8) $f(t) = \ln(\sec t + \tan t)$

Imad Odeh

Q3 differentiate each function. اشتق كل مما يلي

1) $f(x) = \sqrt[3]{e^{2x}x^3}$

2) $f(w) = \sqrt[3]{e^{2w} + w^3}$

3) $y = e^{\sqrt{x^2+1}}$

4) $f(x) = \dfrac{e^{\sqrt{x^3+1}}}{2x}$

5) $y = e^{\tan(x^2+1)}$

6) $y = e^{\sqrt{3x}}$

Q4 Find اوجد

$$\lim_{h\to 0} \frac{\frac{1}{2}[ln(e+h) - 1]}{h} =$$

Imad Odeh
IO MATHS ACADEMY
MR.IMAD ODEH
12 ADV
2026 2025

أسئلة معادلة المماس

Tangent line Equation

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q1 Find an equation of the tangent line to — اوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة

1) $f(x) = 3e^{x^2}$

2) $f(x) = 3^{e^x}$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

3) $f(x) = x^2 \ln x$

4) $f(x) = 2 \ln x^3$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 Find all values of x for which the tangent line to $y = f(x)$ is horizontal. — اوجد جميع قيم x والتي يكون لمنحنى الدالة عندها مماسا افقيا

$$f(x) = xe^{-2x}$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 Find all values of x for which the tangent line to $y = f(x)$ is horizontal.

اوجد جميع قيم x والتي يكون لمنحنى الدالة عندها مماسا افقيا

$$f(x) = x^2 e^{-3x}$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q4 Use the position function to find the Acceleration function

استخدم دالة الموقع لإيجاد دالة التسارع

$$s(t) = -10e^{-2t} sin4t$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q6 Given

لتكن

$$f(x) = \frac{x}{e^x}$$

Find $f^{(n)}(x)$ **اوجد**

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q8 Given that لتكن الدالة

$$f(x) = e^{x^3+2x}$$

has an inverse function $g(x)$ determine $g'(1)$ لها دالة معكوسة هي g اوجد $g'(1)$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

مسائل تطبيقية

EXAMPLE

If the value of a 100-dollar investment doubles every year, its value after t years is given by $v(t) = 100\ 2^t$.
Find the instantaneous percentage rate of change of the value.

إذا تضاعفت قيمة استثمار بقيمة 100 دولار كل عام، فإن قيمته بعد t سنوات تُعطى بالعلاقة $v(t) = 100\ 2^t$. أوجد النسبة المئوية اللحظية لتغير القيمة.

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q1 The value of an investment at time t is given by $v(t)$. Find the instantaneous percentage rate of change.

إذا كانت قيمة الاستثمار في الزمن t تعطى بالعلاقة $v(t)$ اوجد النسبة المئوية للمعدل اللحظي للتغير.

1) $v(t) = 100\ 3^t$.

Imad Odeh Imad Odeh

2) $v(t) = 100\ 4^t$.

Imad Odeh Imad Odeh

3) $v(t) = 40\ e^{0.4t}$.

Imad Odeh Imad Odeh

4) $v(t) = 60\ e^{-0.2t}$.

Imad Odeh Imad Odeh

Q2

The value (in dollars) of an investment as a function of time (years) is given by $\mathbf{v(t) = 200\left(\frac{2}{3}\right)^t}$ Find the instantaneous percentage rate of change of the value of the investment.

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Solved example

The concentration $\boldsymbol{c}$ of a certain chemical after $\boldsymbol{t}$ seconds of an autocatalytic reaction is given by

$$\boldsymbol{c(t) = \frac{10}{9e^{-20t} + 1}}$$

Show that $c'(t) > 0$ and use this information to determinethat the concentration of the chemical never exceeds 10.

$$c'(t) = \frac{-10(-180e^{-20t})}{(9e^{-20t} + 1)^2}$$

$$c'(t) = \frac{1800e^{-20t}}{(9e^{-20t} + 1)^2} > 0$$

For all value of $\boldsymbol{x}$ موجبة لجميع قيم

مثال محلول إذا كان تركيز محلول كيميائي بعد t ثانية يعطى بالعلاقة

بين ان $c'(t) > 0$ ثم استخدم هذه المعلومات في اثبات ان تركيز المحلول لن يتجاوز 10

لاثبات ان التركيز لن يزيد عن 10 نقوم بحساب النهاية عندما تقترب x من اللانهاية

To show that the concetration will not exceed 10 we need to find

$$\lim_{t\to\infty} c(t)$$

$$\lim_{t\to\infty} \frac{10}{9e^{-20t} + 1} = \frac{10}{9(0) + 1} = 10$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q1 The concentration c of a certain chemical after t seconds of an autocatalytic reaction is given by

إذا كان تركيز محلول كيميائي بعد t ثانية يعطى بالعلاقة

$$c(t) = \frac{6}{2e^{-8t} + 1}$$

Show that $c'(t) > 0$ and use this information to determine that the concentration of the chemical never exceeds 6

بين ان $c'(t) > 0$ ثم استخدم هذه المعلومات في اثبات ان تركيز المحلول لن يتجاوز 6

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 The concentration c of a certain chemical after t seconds of an autocatalytic reaction is given by

إذا كان تركيز محلول كيميائي بعد t ثانية يعطى بالعلاقة

$$c(t) = \frac{10}{9e^{-10t} + 2}$$

Show that $c'(t) > 0$ and use this information to determine that the concentration of the chemical never exceeds 5.

بين ان $c'(t) > 0$ ثم استخدم هذه المعلومات في اثبات ان تركيز المحلول لن يتجاوز 5

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

التفاضل اللوغاريتمي
Logarithmic Differentiation

Solved example Find the derivative of	مثال محلول اوجد مشتقة

$$f(x) = x^x \ , x > 0$$

$$\ln(f(x)) = \ln(x^x)$$

$$\ln(f(x)) = x \ln(x)$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = \ln(x) + x.\frac{1}{x}$$

$$f'(x) = (\ln(x) + 1)f(x)$$

$$f'(x) = (\ln(x) + 1)\ln(x^x)$$

Q1 Use logarithmic differentiation to find the derivative. اوجد مشتقة باستخدام التفاضل اللوغاريتمي

$$f(x) = x^{\sin x}$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 Use logarithmic differentiation to find the derivative. اوجد مشتقة باستخدام التفاضل اللوغاريتمي

$$f(x) = x^{4-x^2}$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 Use logarithmic differentiation to find the derivative. اوجد مشتقة باستخدام التفاضل اللوغاريتمي

$$f\ (x) = (\sin x)^x$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q4 Use logarithmic differentiation to find the derivative. اوجد مشتقة باستخدام التفاضل اللوغاريتمي

$$f\ (x) = (x^2)^{4x}$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q5 Use logarithmic differentiation to find the derivative. اوجد مشتقة باستخدام التفاضل اللوغاريتمي

$$f\ (x) = x^{\ln x}$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q6 Use logarithmic differentiation to find the derivative. اوجد مشتقة باستخدام التفاضل اللوغاريتمي

$$f(x) = x^{\sqrt{x}}$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

الاشتقاق الضمني ومشتقة معكوس الدوال المثلثية

3.8 IMPLICIT DIFFERENTIATION AND Inverse TRIGONOMETRIC FUNCTIONS

$$\frac{d}{dx}g(y) = g'(y)y'(x).$$

Solved example Find $y'(x)$. **مثال محلول** اوجد $y'(x)$

1) $x^2 + y^3 - 2y = 3$

$2x + 3y^2y' - 2y' = 0$

$3y^2y' - 2y' = 0 - 2x$

$y'(3y^2 - 2) = -2x$

$$y' = -\frac{2x}{(3y^2 - 2)}$$

2) $x^2y^2 + 3y = 4x$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

مثال محلول اوجد $y'(x)$ | Find $y'(x)$.

1) $3xy^3 - 4x = 10y^2$

2) $xy^2 - 3y^3 = x^2 + 1$

3) $xy^2 + 5x = (2y + 1)^2$

4) $\frac{x}{y} + \frac{2}{x} = 5$

5) $\sqrt{xy} - 4y^2 = 12$

6) $\sin xy = x^2 - 3$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

مثال محلول اوجد $y'(x)$

Find $y'(x)$.

1) $\frac{x+3}{y} = 4x + y^2$

2) $e^{x^2y} - e^y = x$

3) $xe^y - 3y\sin x = 1$

4) $x\cos(x+y) - y^2 = 8$

5) $e^{4y} - \ln(y^2+3) = 2x$

6) $e^{x^2}y - 3\sqrt{y^2+2} = x^2 + 1$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

مسائل معادلة المماس

Solved example Find $y'(x)$. Then, find the equation of the tangent line at the point (2, 1).

مثال محلول اوجد $y'(x)$ ثم اوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة عند النقطة (2,1)

$$x^2 + y^3 - 2y = 3$$

$$2x + 3y^2y' - 2y' = 0$$

$$3y^2y' - 2y' = 0 - 2x$$

$$y'(3y^2 - 2) = -2x$$

$$y' = -\frac{2x}{(3y^2 - 2)}$$

$$y' = -\frac{2x}{(3y^2 - 2)}$$

$$m = -\frac{2(2)}{(3(1)^2 - 2)} = \frac{4}{1} = 4$$

$$\boldsymbol{m = 4}$$

Equation of tangent line معادلة المماس

$$y = m(x - x_1) + y_1$$

$$y = 4(x - 2) + 1$$

$$y = 4x - 7$$

Q1 Find $y'(x)$. Then, find the equation of the tangent line at the point (2, -2).

اوجد $y'(x)$ ثم اوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة عند النقطة (2,-2)

$$x^2y^2 - 2x = 4 - 4y$$

Q2 Find $y'(x)$. Then, find the equation of the tangent line at the point (2, 1).

اوجد $y'(x)$ ثم اوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة عند النقطة (2,1)

$$x^2 - 4y^3 = 0$$

Q3 Find $y'(x)$. Then, find the equation of the tangent line at the point $(1, 2)$.

اوجد $y'(x)$ ثم اوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة عند النقطة (1,2)

$$x^2y^2 = 4x$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q4 Find $y'(x)$. Then, find the equation of the tangent line at the point $(2, 1)$.

اوجد $y'(x)$ ثم اوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة عند النقطة (2,1)

$$x^2y^2 = 3y + 1$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q5 Find $y'(x)$. Then, find the equation of the tangent line at the point $(-1, -3)$.

اوجد $y'(x)$ ثم اوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة عند النقطة (-1,-3)

$$x^3y^2 = -2xy - 3$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q6	Find $y'(x)$. Then, find the equation of the tangent line at the point $\left(\mathbf{1}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.	اوجد $y'(x)$ ثم اوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة عند النقطة $\left(\mathbf{1}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$$x^4 = 4(x^2 - y^2)$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

المشتقات العليا

Higher order derivative

Q1	Find the second derivative $\boldsymbol{y''}$ $\boldsymbol{(x)}$.	اوجد المشتقة الثانية

$$y^2 + 2e^{-xy} = 6$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 Find the second derivative $y''(x)$. اوجد المشتقة الثانية

$$x^2y^2 + 3x - 4y = 5$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 Find the second derivative $y''(x)$. اوجد المشتقة الثانية

$$e^{xy} + 2y - 3x = \sin y$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q4 Find the second derivative $y''(x)$. اوجد المشتقة الثانية

$$(y-1)^2 = 3xy + e^{4y}$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q5 Find the second derivative $y''(x)$. اوجد المشتقة الثانية

$$(y-1)^2 - e^{y+1} = 3x$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q1 Find the locations of all horizontal and vertical tangents

اوجد احداثيات جميع المماسات الافقية والعمودية

$$x^2 + y^2 - 3y = 0$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 Find the locations of all horizontal and vertical tangents

اوجد احداثيات جميع المماسات الافقية والعمودية

$$x^2 + y^2 - 3y = 0$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 Find all points where the tangent line to the curve Is horizontal — اوجد جميع القيم التي يكون عندها المماس افقي ل

$$x^2y^2 = 3y + 1$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 Find all points where the tangent line to the curve Is horizontal — اوجد جميع القيم التي يكون عندها المماس افقي ل

$$x^2 + y^2 + 2y = 0$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Derivatives of the Inverse Trigonometric Functions

Function	Derivative
$y = sin^{-1}x$	$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$y = cos^{-1}x$	$\frac{dy}{dx} = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
$y = tan^{-1}x$	$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{1+x^2}$
$y = cot^{-1}x$	$\frac{dy}{dx} = \frac{-1}{1+x^2}$
$y = sec^{-1}x$	$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\lvert x\rvert\sqrt{x^2-1}}, x > 1$
$y = csc^{-1}x$	$\frac{dy}{dx} = \frac{-1}{\lvert x\rvert\sqrt{x^2-1}}, x > 1$
$y = sin^{-1}g(x)$	$\frac{dy}{dx} = \frac{g'(x)}{\sqrt{1-(g(x))^2}}$
$y = cos^{-1}g(x)$	$\frac{dy}{dx} = \frac{-g'(x)}{\sqrt{1-(g(x))^2}}$
$y = tan^{-1}g(x)$	$\frac{dy}{dx} = \frac{g'(x)}{1+(g(x))^2}$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Solved example Compute the derivative of

مثال محلول احسب المشتقة في كل مما يلي

$$f(x) = \cos^{-1}(3x^2)$$

$$f'(x) = \frac{-6x}{\sqrt{1-(3x^2)^2}}$$

$$f'(x) = \frac{-6x}{\sqrt{1-9x^4}}$$

$$f(x) = \tan^{-1}(x^3)$$

$$f'(x) = \frac{3x^2}{1+(x^3)^2}$$

$$f'(x) = \frac{3x^2}{1+x^6}$$

$$f(x) = (\sec^{-1} x)^2$$

$$f'(x) = 2\sec^{-1} x \cdot \frac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}}$$

$$f'(x) = \frac{2\sec^{-1} x}{|x|\sqrt{x^2-1}}$$

Q1 Find the derivative of

1) $f(x) = \sin^{-1}(x^3+1)$

2) $f(x) = \sin^{-1}(\sqrt{x})$

3) $f(x) = \cos^{-1}(x^2+x)$

4) $f(x) = \cos^{-1}\left(\frac{2}{x}\right)$

Q2 Find the derivative of

1) $f(x) = \tan^{-1}(\sqrt{x})$

2) $f(x) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$

3) $f(x) = \sqrt{2 + \tan^{-1} x}$

4) $f(x) = e^{\tan^{-1} x}$

5) $f(x) = \sec^{-1}(x^4)$

6) $f(x) = \sec^{-1}(x^2 + 1)$

7) $\sin^{-1}(2x^2 + 1)$

8) $f(x) = \sin(\cos^{-1} x^2)$

Imad Odeh

2.10 THE MEAN VALUE THEOREM

نظرية القيمة المتوسطة

THEOREM 10.1 (Rolle's Theorem)

Suppose that f is continuous on the interval $[a, b]$, differentiable on the interval (a, b) and $f(a) = f(b)$. Then there is a number $c \in (a, b)$ such that $f'(c) = 0$.

Solved example Find a value of c satisfying the conclusion of Rolle's Theorem for	مثال محلول اوجد قيمة c التي تحقق شروط نظرية رول

$$f(x) = x^2 + 1 \quad \text{on the interval } [-2, 2].$$

$f(x)$ continuous and differentiable on (-2,2)

$f'(x) = 2x = 0$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

$2x = 0$

$x = 0 \in (-2,2)$

Solved example Find a value of c satisfying the conclusion of Rolle's Theorem for	مثال محلول اوجد قيمة c التي تحقق شروط نظرية رول

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 2 \quad \text{on the interval } [0, 1].$$

$f(x)$ continuous and differentiable on (-2,2)

$f'(x) = 3x^2 - 6x + 2 = 0$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

$3x^2 - 6x + 2 = 0$

By calculator Mode 5 ,3

$x = 1.577 \notin (0,1)$, $x = 0.423 \in (0,1)$

Q1	Find a value of c satisfying the conclusion of Rolle's Theorem for	اوجد قيمة c التي تحقق شروط نظرية رول

1) $f(x) = x^3 + x^2$ on the interval $[-1,1]$.

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

2) $f(x) = \sin x$ on the interval $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

3) $f(x) = \sin x$ on the interval $[-\pi, 0]$.

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2	Determine the value where the function satisfies Roll's theorem and find C	اوجد الفترة التي تحقق شروط نظرية رول ثم اوجد قيمة c

$$f\ (x) = x^2$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

THEOREM 10.4 (Mean Value Theorem)

Suppose that f is continuous on the interval $[a, b]$ and differentiable on the interval (a, b). Then there exists a number $c \in (a, b)$ such that

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}. \tag{10.2}$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

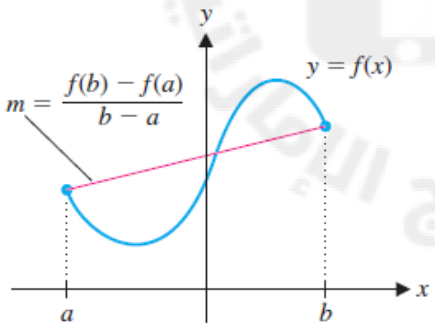


FIGURE 2.51
Secant line

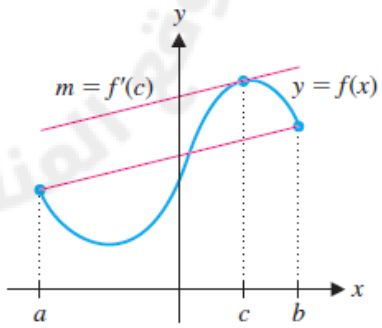


FIGURE 2.52
Mean Value Theorem

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Solved example Find a value of c satisfying the conclusion of the Mean Value Theorem for

مثال محلول اوجد قيمة التي تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة

$$f(x) = x^3 - x^2 - x + 1\ , [0, 2]$$

$f(x)$ continuous and differentiable on (0,2)

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

$$f'(c) = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0}$$

$$3c^2 - 2c - 1 = \frac{3 - 1}{2 - 0}$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

$$3c^2 - 2c - 1 = 1$$

$$3c^2 - 2c = 0$$

$$c(3c - 2) = 0 \rightarrow c = 0 \notin (0,2)\ , \quad c = \frac{2}{3} \in (0,2)$$

Q1 Find a value of c satisfying the conclusion of the Mean Value Theorem for

اوجد قيمة c التي تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة

1) $f(x) = x^2 + 1$ on $[0,2]$.

Imad Odeh Imad Odeh

2) $f(x) = x^3 + x^2$ on $[-1,1]$.

Imad Odeh Imad Odeh

3) $f(x) = x^2 - 2x$ on $[0,2]$.

Imad Odeh Imad Odeh

4) $f(x) = x^3 - x$ on $[0,2]$.

Imad Odeh Imad Odeh

Q1 Find a value of c satisfying the conclusion of the Mean Value Theorem for

اوجد قيمة c التي تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة

5) $f(x) = x^2 - 2x$ on $[0,2]$.

6) $f(x) = x^2 + 2x + 1$ on $[0,1]$.

7) $f(x) = \sin x$ on $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

8) $f(x) = \sin x$ on $[-\pi, 0]$.

9) $f(x) = 6x^3 - 6x$ on $[0,2]$.

10) $f(x) = 2\sqrt{3x^2 + 1}$ on $[0,1]$.

Imad Odeh

THEOREM 10.2

If f is continuous on the interval $[a, b]$, differentiable on the interval (a, b) and $f(x) = 0$ has two solutions in $[a, b]$, then $f'(x) = 0$ has at least one solution in (a, b).

THEOREM 10.3

For any integer $n > 0$, if f is continuous on the interval $[a, b]$ and differentiable on the interval (a, b) and $f(x) = 0$ has n solutions in $[a, b]$, then $f'(x) = 0$ has at least $(n - 1)$ solutions in (a, b).

Q1 Prove that has exactly one solution. اثبت ان للدالة حل واحد بالضبط

1) $x^3 + 4x + 1 = 0$

2) $x^3 + 5x + 1 = 0$

3) $x^3 + 4x - 3 = 0$

4) $x^5 + 3x^3 - 2 = 0$

5) $x^3 + 7x - 1 = 0$

6) $x^3 + ax + b = 0\,, for\ a > 0.$

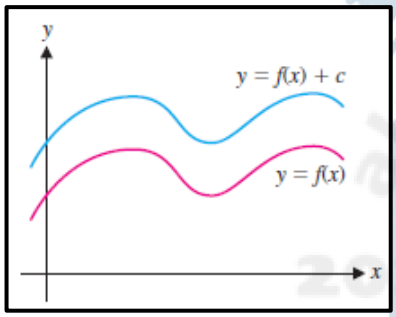
Imad Odeh

Q2 Prove that has exactly two solutions. اثبت ان للدالة حلان بالضبط

1) $x^4 + 6x^2 - 1 = 0$

2) $x^4 + 3x^2 - 2 = 0$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh



THEOREM 10.5

Suppose that $f'(x) = 0$ for all x in some open interval I. Then, $f(x)$ is constant on I.

COROLLARY 10.1

Suppose that $g'(x) = f'(x)$ for all x in some open interval I. Then, for some constant c,

$$g(x) = f(x) + c, \text{ for all } x \in I.$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q1 Find all functions that have a derivative equal to. تمرين: اوجد جميع الدوال التي لها مشتقتها تساوي.

1) $f(x) = 3x^3 + 1$

2) $f(x) = \cos x$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

1) $f(x) = x^2$

2) $f(x) = \frac{1}{x^2}$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 Find all functions g such that — اوجد جميع الدوال g بحيث

$$g'(x) = f(x).$$

1) $f(x) = \sqrt{x}$

2) $f(x) = \sin x$

3) $f(x) = \dfrac{4}{1+x^2}$

4) $f(x) = \dfrac{2}{\sqrt{1-x^2}}$

5) $f(x) = 3x^2 - \cos x$

6) $f(x) = x^3 - e^{2x}$

Q3 Prove that — اثبت ان

1) $|\sin a| \leq |a| \text{ for all } a.$

2) $|x| \leq |\tan x| \text{ for } |x| < \dfrac{\pi}{2}$

3) Prove that — اثبت

$$|\tan^{-1} a| < |a| \text{ for all } a \neq 0$$

and use this inequality to find all solutions of the equation. — ثم استخدم المتباينة لحل المعادلة

$$\tan^{-1} x = x$$

Imad Odeh

Q3	

a) If $f'(x) > 0$ for all values of x, prove that $f(x)$ is decreasing function.
That is $f(a) > f(b)$ when $a < b$

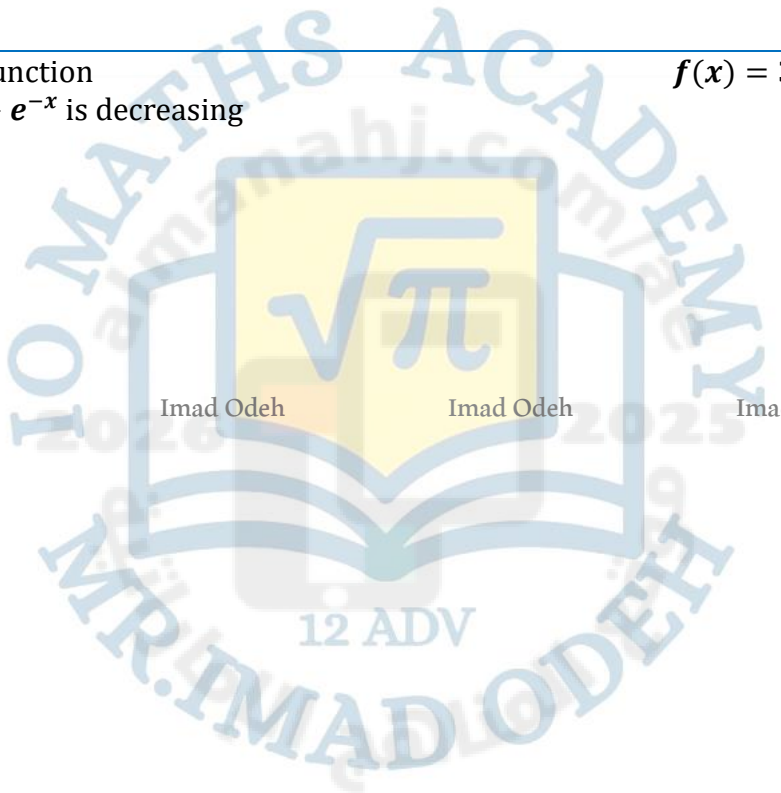
اذا كان $f'(x) > 0$ لجميع قيم x, اثبت ان $f(x)$ متناقصة أي ان $f(a) > f(b)$ عندما $a < b$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

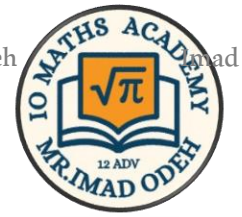
b) Show that the function $f(x) = 3 - x - e^{-x}$ is decreasing

بين ان الدالة $f(x) = 3 - x - e^{-x}$ هي دالة متناقصة

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh



Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh



اطيب التمنيات للجميع