# هيكل وأسئلة اختبار نهاية الفصل في – منهاج بريدج


| تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية |
|---|
| موقع المناهج ⇦ المناهج الإماراتية ⇦ الصف الثاني عشر المتقدم ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الأول ⇦ اختبارات ⇦ الملف |
| تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2026-11-25 01:30:30 |
| المزيد من مادة رياضيات: ملفات ا كتب للمعلم ا كتب للطالب ا اختبارات الكترونية ا اختبارات ا حلول ا عروض بوربوينت ا أوراق عمل منهج انجليزي ا ملخصات وتقارير ا مذكرات وبنوك ا الامتحان النهائي ا للمدرس |
| إعداد: محمد ابوزيد |

| التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر المتقدم | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| صفحة المناهج الإماراتية على فيسبوك | | | | | |
| المواد على تلغرام | التربية الاسلامية | اللغة العربية | اللغة الانجليزية | الرياضيات | |


| المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الأول | |
|---|---|
| 1 | هيكل وأسئلة اختبار نهاية الفصل في – منهاج بريدج |
| 2 | اختبار تجريبي يحاكي هيكل الوزارة – النموذج الشوبكي |
| 3 | نموذج هيكل الامتحان الوزاري 12 متقدم |
| 4 | اختبار نفسك في نظرية القيمة المتوسطة – الدرس 3-10 |
| 5 | اختبر نفسك في الاشتقاق الضمني ومشتقة معكوس الدوال المثلثية – الدرس 3-8 |

| تحميل تطبيق المناهج للهواتف الذكية | |
|---|---|
| تطبيق المناهج على Store App (آبل) | تطبيق المناهج على Play Google (أندرويد) |

# هيكل اختبار نهاية الفصل الدراسي الأول

الرياضيات · الصف الثاني عشر متقدم · العام الدراسي 2026 – 2027

**End of Term 1 Exam Coverage**

Grade 12 Advanced – Mathematics

Academic Year 2026–2027 · Bridge

| الآلة الحاسبة Calculator | طريقة التطبيق Mode | مدة الاختبار Duration | الدرجة القصوى Max grade | درجة السؤال Marks / question | عدد الأسئلة Questions |
|---|---|---|---|---|---|
| مسموح بها | إلكتروني وورقي | 150 دقيقة | 100 | 4 ، 2 | 26 |

⚠ قد تظهر الأسئلة بترتيب مختلف في الاختبار الفعلي.

## أسئلة اختيار من متعدد

Multiple Choice Questions

20 سؤالًا · Q1 – Q20

| السؤال | ناتج التعلم Learning Outcome | التمارين (بريدج) Bridge | الصفحة Page |
|---|---|---|---|
| Q1 | تقدير طول القوس على منحنى دالة معطاة | 7 – 12 | 70 |
| Q2 | إيجاد قيمة نهاية دالة ما جبريًا وبيانيًا، إن وُجدت | 21 – 24 | 87 |
| Q3 | استخدام نظرية الشطيرة لإيجاد النهايات | 29 – 32 | 87 |
| Q4 | إيجاد النهايات لكثيرات الحدود والدوال الكسرية والدوال المثلثية باستخدام النظريات | 7 – 16 | 87 |
| Q5 | دراسة اتصال الدالة عند نقطة | 21 – 28 | 97 |
| Q6 | استخدام خصائص الاتصال لدراسة اتصال الدالة أو مجموعة الدوال عند نقطة معينة | المثال 4.2 | 91 |
| Q7 | إيجاد النهايات التي تؤول إلى اللانهاية والنهايات عند اللانهاية | 9 – 14 | 108 |
| Q8 | إيجاد السرعة المتوسطة واللحظية عند نقطة معطاة | 19 – 22 | 143 |
| Q9 | رسم منحنى دالة اعتمادًا على منحنى مشتقتها | المثال 2.5 | 149 |
| Q10 | إيجاد المشتقة للدالة عند نقطة معينة | 29 – 30 | 154 |
| Q11 | إيجاد مشتقة دالة باستخدام قاعدة القوة عند نقطة معينة | 7 – 14 | 162 |
| Q12 | تطبيق قاعدتي الضرب والقسمة على المشتقات | 21 – 24 | 171 |
| Q13 | تطبيق قاعدة السلسلة في الاشتقاق | 31 – 36 | 179 |
| Q14 | إيجاد مشتقة دالة معكوس باستخدام قاعدة السلسلة | 17 – 22 | 178 |
| Q15 | إيجاد مشتقات الدوال المثلثية باستخدام قواعد التفاضل | 9 – 18 | 186 |
| Q16 | إيجاد مشتقات الدوال الأسية | 29 – 30 | 196 |
| Q17 | إيجاد مشتقات الدوال اللوغاريتمية الطبيعية | 20 – 22 | 195 |
| Q18 | إيجاد المشتقات ضمنيًا | المثال 8.2 | 200 |
| Q19 | استخدام الاشتقاق الضمني لإيجاد مشتقات الدوال المثلثية العكسية | 29 – 32 | 206 |
| Q20 | التعرّف على فرضيات نظرية رول | نظرية رول 10.1 | 215 |



مع تمنيات مستر / محمد ابوزيد بالنجاح والتفوق ✦

## أسئلة مقالية

Free Response Questions

6 · Q21 – Q26 أسئلة

| السؤال | ناتج التعلم<br>Learning Outcome | التمارين (بريدج)<br>Bridge | الصفحة<br>Page |
|---|---|---|---|
| Q21 | (a) البحث في اتصال دالة عند نقطة معطاة (b) استخدام خصائص الاتصال لدراسة اتصال دالة أو تركيب دوال عند نقطة معينة | تعريف 4.1 (a)، 29 – 32 (b) | 90 ، 97 |
| Q22 | إيجاد خطوط التقارب الأفقية والرأسية والمائلة باستخدام النهايات | 29 – 32 | 108 |
| Q23 | تطبيق قاعدة الضرب على المشتقات | 17 – 20 | 171 |
| Q24 | إيجاد مشتقات الدوال المثلثية باستخدام قواعد التفاضل | 3 – 8 | 186 |
| Q25 | حل مسائل حياتية باستخدام مشتقات الدوال الأسية واللوغاريتمية | 35 – 38 | 196 |
| Q26 | التعرّف على نظرية القيمة المتوسطة واستخدامها في التطبيقات | 1 – 6 | 221 |

almanahj.com/ae
2026 2025
موقع المناهج الإماراتية

كل سؤال من الهيكل ومعه التمارين المحددة له من كتاب الطالب (رقم الصفحة مكتوب أعلى كل صورة). البنود التي في الهيكل عبارة عن نظرية أو مثال اخترت معها تدريبات إضافية من نفس الدرس.

## أسئلة اختيار من متعدد

Q1 – Q20

### Q1 تقدير طول القوس على منحنى دالة معطاة

اختيار من متعدد

التمارين: 7 – 12 · الصفحة: 70

صفحة 70

في التمارين 7 إلى 12، قدّر طول المنحنى $y = f(x)$ في الفترة المحددة باستخدام (a) $n = 4$ و (b) $n = 8$ قطع مستقيمة. (c) إذا تمكنت من برمجة حاسبة أو حاسب آلي، استخدم $n$ أكبر وخمن الطول الفعلي للمنحنى.

7. $f(x) = \cos x, 0 \le x \le \pi/2$

8. $f(x) = \sin x, 0 \le x \le \pi/2$

9. $f(x) = \sqrt{x+1}, 0 \le x \le 3$

10. $f(x) = 1/x, 1 \le x \le 2$

11. $f(x) = x^2 + 1, -2 \le x \le 2$

12. $f(x) = x^3 + 2, -1 \le x \le 1$



مع تمنيات مستر / محمد ابوزيد بالنجاح والتفوق ✦

صفحة 87

في التمارين 28-1، أوجد قيمة النهاية المشار إليها، إذا وُجِدت.
على فرض أنّ $\lim \frac{\sin x}{\quad} = 1$.

21. $\lim_{x\to 2} f(x)$, حيث $f(x) = \begin{cases} 2x & , \quad x < 2 \\ x^2 & , \quad x \geq 2 \end{cases}$

22. $\lim_{x\to -1} f(x)$, حيث $f(x) = \begin{cases} x^2+1 & , \quad x < -1 \\ 3x+1 & , \quad x \geq -1 \end{cases}$

23. $\lim_{x\to -1} f(x)$, حيث $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & , \quad x < -1 \\ 3 & , \quad -1 < x < 1 \\ 2x+1 & , \quad x > 1 \end{cases}$

24. $\lim_{x\to 1} f(x)$, حيث $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & , \quad x < -1 \\ 3 & , \quad -1 < x < 1 \\ 2x+1 & , \quad x > 1 \end{cases}$

## Q3 استخدام نظرية الشطيرة لإيجاد النهايات

اختيار من متعدد

التمارين: 29 – 32 · الصفحة: 87

صفحة 87

29. استخدم أدلة عددية وبيانية لتخمين قيمة $\lim_{x\to 0} x^2 \sin(1/x)$.

استخدم نظرية الشطيرة لإثبات أنّك على صواب: عرّف الدالتين $f$ و $h$. ووضّح بيانيًا أنّ $f(x) \le x^2 \sin(1/x) \le h(x)$ وعلّل أنّ $\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0} h(x)$.

30. لماذا لا تستطيع استخدام نظرية الشطيرة كما في المثال 29 لإثبات أنّ $\lim_{x\to 0} x^2 \sec(1/x) = 0$؟ استكشف هذه النهاية بيانيًا.

31. استخدم نظرية الشطيرة لإثبات أنّ $\lim_{x\to 0^+} [\sqrt{x}\cos^2(1/x)] = 0$.

وعرّف الدالتين $f$ و $h$. ووضّح بيانيًا أن $f(x) \le \sqrt{x}\cos^2(1/x) \le h(x)$ لجميع قيم $x > 0$. وعلل أنّ $\lim_{x\to 0^+} f(x) = 0$ و $\lim_{x\to 0^+} h(x) = 0$.

32. افترض أنّ $f(x)$ محدودة: بمعنى أن هناك $M$ ثابتةً بحيث تكون $|f(x)| \le M$ لجميع قيم $x$. استخدم نظرية الشطيرة لإثبات أنّ $\lim_{x\to 0} x^2 f(x) = 0$.

## Q4 إيجاد النهايات لكثيرات الحدود والدوال الكسرية والدوال المثلثية باستخدام النظريات

اختيار من متعدد

التمارين: 7 – 16 · الصفحة: 87

**في التمارين 1 – 28، أوجد قيمة النهاية المشار إليها، إذا وُجدت. على فرض أنّ نهاية sin x/x تساوي 1 عندما x ← 0.**

12. $\lim_{x\to 0} x^2 \csc^2 x$

13. $\lim_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x}$

14. $\lim_{x\to 0} \dfrac{2x}{3-\sqrt{x+9}}$

15. $\lim_{x\to 1} \dfrac{x-1}{\sqrt{x}-1}$

16. $\lim_{x\to 4} \dfrac{x^3-64}{x-4}$

7. $\lim_{x\to 2} \dfrac{x^2-x-2}{x^2-4}$

8. $\lim_{x\to 1} \dfrac{x^3-1}{x^2+2x-3}$

9. $\lim_{x\to 0} \dfrac{\sin x}{\tan x}$

10. $\lim_{x\to 0} \dfrac{\tan x}{x}$

11. $\lim_{x\to 0} \dfrac{xe^{-2x+1}}{x^3+x}$

almanahj.com/ae
مع تمنيات مستر / محمد ابوزيد بالنجاح والتفوق ✦

## Q5 دراسة اتصال الدالة عند نقطة

التمارين: 21 – 28 · الصفحة: 97

اختيار من متعدد

**في التمارين 21 – 28، حدّد الفترات التي تكون عندها f متصلة.**

21. $f(x) = \sqrt{x+3}$

22. $f(x) = \sqrt{x^2-4}$

23. $f(x) = \sqrt[3]{x+2}$

24. $f(x) = (x-1)^{3/2}$

25. $f(x) = \sin^{-1}(x+2)$

26. $f(x) = \ln(\sin x)$

27. $f(x) = \dfrac{\sqrt{x+1}+e^x}{x^2-2}$

28. $f(x) = \dfrac{\ln(x^2-1)}{\sqrt{x^2-2x}}$

## Q6 استخدام خصائص الاتصال لدراسة اتصال الدالة أو مجموعة الدوال عند نقطة معينة

التمارين: المثال 4.2 · الصفحة: 91

اختيار من متعدد

صفحة 91

**المثال 4.2** إزالة فجوة من التمثيل البياني

قم بتوسيع الدالة من المثال 4.1 لجعلها متصلة في كل مكان عبر تعريفها عند نقطة واحدة.

## Q7 إيجاد النهايات التي تؤول إلى اللانهاية والنهايات عند اللانهاية

التمارين: 9 – 14 · الصفحة: 108

اختيار من متعدد

صفحة 107 ، 108

**في التمارين 5–22، حدّد كل نهاية (أجب حسب الاقتضاء، بعدد أو ∞ أو −∞ أو غير موجودة).**

9. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2+3x-2}{3x^2+4x-1}$

10. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x^2-x+1}{4x^2-3x-1}$

11. $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{-x}{\sqrt{4+x^2}}$

12. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x^2-1}{4x^3-5x-1}$

13. $\lim\limits_{x\to\infty} \ln\left(\dfrac{x^2+1}{x-3}\right)$

14. $\lim\limits_{x\to0^+} \ln(x\sin x)$

almanahj.com/ae
2026 2025
مع تمنيات مستر / محمد ابوزيد بالنجاح والتفوق ✦

## Q8 إيجاد السرعة المتوسطة واللحظية عند نقطة معطاة

اختيار من متعدد

التمارين: 19 – 22 · الصفحة: 143

صفحة 143

في التمارين 19-22، تمثل الدالّة موقع جسم ما بالقدم عند الزمن $t$ ثانية. أوجد السرعة المتجهة المتوسطة بين $t = 2$ و $t = 0$ (a)، $t = 2$ و $t = 1$ (b)، $t = 2$ و $t = 1.9$، $t = 2$ و $t = 1.99$ (d)، و (e) قدّر السرعة المتجهة اللحظية عند $t = 2$.

19. $s(t) = 16t^2 + 10$

20. $s(t) = 3t^3 + t$

21. $s(t) = \sqrt{t^2 + 8t}$

22. $s(t) = 3\sin(t - 2)$

## Q9 رسم منحنى دالة اعتمادًا على منحنى مشتقتها

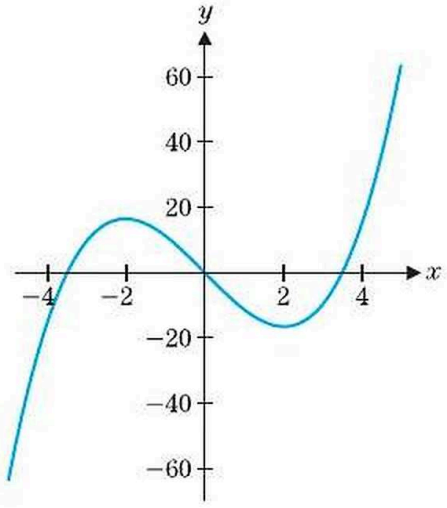
اختيار من متعدد

التمارين: المثال 2.5 · الصفحة: 149

صفحة 149

**مثال 2.5** رسم التمثيل البياني لـ $f'$ من التمثيل البياني لـ $f$

من التمثيل البياني لـ $f$ في الشكل 3.14، ارسم تمثيلًا بيانيًا معقولًا لـ $f'$.




الشكل 3.14

$y = f(x)$



مع تمنيات مستر / محمد ابوزيد بالنجاح والتفوق ✦

## Q10 إيجاد المشتقة للدالة عند نقطة معينة

اختيار من متعدد

التمارين: 29 – 30 · الصفحة: 154

صفحة 154

**29.** مثّل بيانيًا وحدد جميع قيم $x$ التي عندها تكون $f$ غير قابلة للاشتقاق (a) $f(x) = |x| + |x-2|$ (b) $f(x) = |x^2 - 4x|$

**30.** مثّل بيانيًا وحدد جميع قيم $x$ التي عندها تكون $g$ غير قابلة للإشتقاق (a) $g(x) = e^{-2/x}$ (b) $g(x) = e^{-2/(x^3-x)}$

## Q11 إيجاد مشتقة دالة باستخدام قاعدة القوة عند نقطة معينة

اختيار من متعدد

التمارين: 7 – 14 · الصفحة: 162

**في التمارين 1 – 14، أوجد مشتقة كل دالّة.**

11. $f(x) = \dfrac{3x^2 - 3x + 1}{2x}$
12. $f(x) = \dfrac{4x^2 - x + 3}{\sqrt{x}}$
13. $f(x) = x\left(3x^2 - \sqrt{x}\right)$
14. $f(x) = (x+1)\left(3x^2 - 4\right)$

7. $h(x) = \dfrac{10}{\sqrt[3]{x}} - 2x + \pi$
8. $h(x) = 12x - x^2 - \dfrac{3}{\sqrt{x^2}}$
9. $f(s) = 2s^{3/2} - 3s^{-1/3}$
10. $f(t) = 3t^{\pi} - 2t^{1.3}$

## Q12 تطبيق قاعدتي الضرب والقسمة على المشتقات

اختيار من متعدد

التمارين: 21 – 24 · الصفحة: 171

صفحة 171

**في التمارين 21-24، على فرض أن $f$ و $g$ قابلتان للإشتقاق بحيث $f(0) = -1$ و $f(1) = -2$ و $f'(0) = -1$ و $f'(1) = 3$ و $g(0) = 3$ و $g(1) = 1$ و $g'(0) = -1$ و $g'(1) = -2$. أوجد معادلة المماس لمنحنى $y = h(x)$ عند $x = a$.**

**21.** $h(x) = f(x)g(x)$; (a) $a = 0$; (b) $a = 1$

**22.** $h(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$; (a) $a = 1$; (b) $a = 0$

**23.** $h(x) = x^2 f(x)$; (a) $a = 1$; (b) $a = 0$

**24.** $h(x) = \dfrac{x^2}{g(x)}$; (a) $a = 1$; (b) $a = 0$



مع تمنيات مستر / محمد ابوزيد بالنجاح والتفوق ✦

صفحة 179

**في التمرينين 31 و 32، استخدم المعلومات ذات الصلة لحساب المشتقة $h(x) = f(g(x))$.**

**31.** $h'(1)$ . حيث:

$$f'(2)=3, f'(1)=4, g(1)=2, f(1)=3, g'(1)=-2, g'(3)=5$$

**32.** $h'(2)$ . حيث:

$$f'(3)=-3, f'(2)=-1, g(2)=3, f(2)=1, g'(1)=2, g'(2)=4$$

الدالّة $f$ تكون **دالّة زوجية** إذا كان $f(-x) = f(x)$ لكل $x$ وتكون **دالّة فردية** إذا كان $f(-x) = -f(x)$ لكل $x$. اثبت أن مشتقة دالّة الزوجية هي دالة فردية، وأن مشتقة دالّة الفردية هي دالة زوجية.

إذا كان التمثيل البياني للدالّة القابلة للإشتقاق $f$ متماثلًا حول المستقيم $x = a$. فماذا يمكنك القول عن تماثل التمثيل البياني لـ $f'$؟

**في التمارين 35–38 أوجد المشتقة للدالة $f$.**

**35.** (a) $f(x^2)$ (b) $[f(x)]^2$ (c) $f(f(x))$

**36.** (a) $f(\sqrt{x})$ (b) $\sqrt{f(x)}$ (c) $f(xf(x))$

**37.** (a) $f(1/x)$ (b) $1/f(x)$ (c) $f\left(\frac{x}{f(x)}\right)$

**38.** (a) $1+f(x^2)$ (b) $[1+f(x)]^2$ (c) $f(1+f(x))$

## Q14 إيجاد مشتقة دالة معكوس باستخدام قاعدة السلسلة

التمارين: 17 – 22 · الصفحة: 178

اختيار من متعدد

صفحة 178

في التمارين 17–22، $f$ لها معكوس $g$. استخدم النظرية 5.2 لإيجاد $g'(a)$.

17. $f(x) = x^3 + 4x - 1, a = -1$

18. $f(x) = x^5 + 4x - 2, a = -2$

19. $f(x) = x^5 + 3x^3 + x, a = 5$

20. $f(x) = x^3 + 2x + 1, a = -2$

21. $f(x) = \sqrt{x^3 + 2x + 4}, a = 2$

22. $f(x) = \sqrt{x^5 + 4x^3 + 3x + 1}, a = 3$

## Q15 إيجاد مشتقات الدوال المثلثية باستخدام قواعد التفاضل

التمارين: 9 – 18 · الصفحة: 186

اختيار من متعدد

صفحة 186

في التمارين 1–18، أوجد مشتقة كل دالّة.

9. $f(t) = \sin 3t \sec 3t$

10. $f(t) = \sqrt{\cos 5t \sec 5t}$

11. $f(w) = \dfrac{1}{\sin 4w}$

12. $f(w) = w^2 \sec^2 3w$

13. $f(x) = 2 \sin 2x \cos 2x$

14. $f(x) = 4 \sin^2 3x + 4 \cos^2 3x$

15. $f(x) = \tan \sqrt{x^2 + 1}$

16. $f(x) = 4x^2 \sin x \sec 3x$

17. $f(x) = \sin^3 \left(\cos \sqrt{x^3 + 2x^2}\right)$

18. $f(x) = \tan^4(\sin^2(x^3 + 2x))$

almanahj.com/ae
مع تمنيات مستر / محمد ابوزيد بالنجاح والتفوق ✦

## Q16 إيجاد مشتقات الدوال الأسية

اختيار من متعدد

التمارين: 29 – 30 · الصفحة: 196

صفحة 196

في التمرينين 29 و 30، أوجد كل قيم $x$ التي يكون المماس لمنحنى $y = f(x)$ أفقيًا.

29. (a) $f(x) = xe^{-2x}$ (b) $f(x) = xe^{-3x}$

30. (a) $f(x) = x^2e^{-2x}$ (b) $f(x) = x^2e^{-3x}$

## Q17 إيجاد مشتقات الدوال اللوغاريتمية الطبيعية

اختيار من متعدد

التمارين: 20 – 22 · الصفحة: 195

صفحة 195

في التمارين 1–24، أوجد مشتقة كل دالّة.

20. (a) $f(x) = \dfrac{\sqrt{\ln x}}{x}$ (b) $g(t) = \dfrac{\ln \sqrt{t}}{t}$

21. (a) $h(x) = e^x \ln x$ (b) $f(x) = e^{\ln x}$

22. (a) $h(x) = 2^{e^x}$ (b) $f(x) = \dfrac{e^x}{2^x}$

## Q18 إيجاد المشتقات ضمنيًا

اختيار من متعدد

التمارين: المثال 8.2 · الصفحة: 200

صفحة 200

**مثال 8.2 إيجاد مماس باستخدام الاشتقاق الضمني**

أوجد $y'(x)$ لـ $x^2y^2 - 2x = 4 - 4y$. ثم أوجد معادلة المماس عند النقطة $(2, -2)$.



مع تمنيات مستر / محمد ابوزيد بالنجاح والتفوق ✦

## Q19 استخدام الاشتقاق الضمني لإيجاد مشتقات الدوال المثلثية العكسية

اختيار من متعدد

التمارين: 29 – 32 · الصفحة: 206

صفحة 206

في التمرينين 29 و34، أوجد مشتقة كل دالّة.

29. (a) $f(x) = \sin^{-1}(x^3 + 1)$ (b) $f(x) = \sin^{-1}(\sqrt{x})$

30. (a) $f(x) = \cos^{-1}(x^2 + x)$ (b) $f(x) = \cos^{-1}(2/x)$

31. (a) $f(x) = \tan^{-1}(\sqrt{x})$ (b) $f(x) = \tan^{-1}(1/x)$

---

## Q20 التعرّف على فرضيات نظرية رول

اختيار من متعدد

التمارين: نظرية رول 10.1 · الصفحة: 215

صفحة 215

**النظرية 10.1 (نظرية رول)**

إذا كانت $f$ متصلة في الفترة $[a, b]$، وقابلة للإشتقاق في الفترة $(a, b)$ وكان $f(a) = f(b)$. فإنه يوجد عدد $c \in (a, b)$ بحيث $f'(c) = 0$.

المثال 10.1 — توضيح لنظرية رول

صفحة 216

**مثال 10.1 توضيح لنظرية رول**

أوجد قيمة $c$ التي تحقق نظرية رول للدالة:

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 2$$

في الفترة $[0, 1]$.



مع تمنيات مستر / محمد ابوزيد بالنجاح والتفوق ✦

## Q21 (a) البحث في اتصال دالة عند نقطة معطاة (b) استخدام خصائص الاتصال لدراسة اتصال دالة أو تركيب دوال عند نقطة معينة

سؤال مقالي

التمارين: (a) تعريف 4.1 ، (b) 29 – 32 · الصفحة: 90 ، 97

### (a) التعريف 4.1

صفحة 90

**التعريف 4.1**

للدالة $f$ المعرّفة في فترة مفتوحة تحوي $x = a$. نقول إنّ $f$ **متصلة** عند $a$ عندما تكون

$$\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$$

وإلا فإنه يُقال أن $f$ **غير متصلة أو منفصلة** عند $x = a$.

### تدريب إضافي على (a) — التمارين 15 – 20

صفحة 97

**في التمارين 15-20، وضّح لماذا لا تعد كل دالة متصلة عند قيم $x$ المعطاة بالإشارة إلى أي من الشروط الثلاثة الواردة في التعريف 4.1 لم يتم مراعاته.**

15. $f(x) = \dfrac{x}{x-1}$ عند $x = 1$

16. $f(x) = \dfrac{x^2-1}{x-1}$ عند $x = 1$

17. $f(x) = \sin\dfrac{1}{x}$ عند $x = 0$

18. $f(x) = \dfrac{e^{x-1}}{e^x - 1}$ عند $x = 0$

19. $f(x) = \begin{cases} x^2 & , \quad x < 2 \\ 3 & , \quad x = 2 \\ 3x - 2 & , \quad x > 2 \end{cases}$ عند $x = 2$

20. $f(x) = \begin{cases} x^2 & , \quad x < 2 \\ 3x - 2 & , \quad x > 2 \end{cases}$ عند $x = 2$

### (b) التمارين 29 – 32



almanahj.com/ae
مع تمنيات مستر / محمد ابوزيد بالنجاح والتفوق ✦

**29.** افترض أنّ القانون الضريبي في دولة ما ينص على أنّ الالتزام الضريبي المفروض على $x$ من الدولارات من الدخل الخاضع للضريبة موضّح بـ

$$T(x)=\begin{cases}0 & , \quad x\le 0\\ 0.14x & , \quad 0<x<10{,}000\\ c+0.21x & , \quad 10{,}000\le x.\end{cases}$$

حدّد الثابت $c$ الذي يجعل هذه الدالة متصلة لجميع قيم $x$. قدّم سببًا منطقيًا لكون أن هذه الدالة يجب أن تكون متصلة.

**30.** افترض أنّ القانون الضريبي في دولة ما ينص على أنّ نسبة الالتزام الضريبي تبلغ 12% على أول AED 20,000 من الأرباح الخاضعة للضريبة و 16% على الباقي. أوجد الثابتين $a$ و $b$ للدالة الضريبية

$$T(x)=\begin{cases}0 & , \quad x\le 0\\ a+0.12x & , \quad 0<x\le 20{,}000\\ b+0.16(x-20{,}000) & , \quad x>20{,}000\end{cases}$$

بحيث تكون $T(x)$ متصلة لجميع قيم $x$.

**31.** في المثال 4.8. أوجد $b$ و $c$ لإكمال الجدول.

**32.** في المثال 4.8. وضّح أن $T(x)$ متصلة عند $x=6000$.

**للرجوع إليه في التمرينين 31 و 32: المثال 4.8**



### المثال 4.8 اتصال جداول الضريبة الاتحادية

تأكد من أن دالة معدل الضريبة الاتحادية $T$ متصلة عند $x=27{,}950$ المشتركة. ثم أوجد $a$ لإكمال الجدول. (ستجد $b$ و $c$ على شكل تمرينين).

| للمبلغ الخاضع للضريبة فوق | ولكن ليس فوق | التزامك الضريبي هو | ناقص |
|---|---|---|---|
| AED 67.700 | AED 141.250 | 30% | $a$ |
| AED 141.250 | AED 307.050 | 35% | $b$ |
| AED 307.050 | – | 38.6% | $c$ |



مع تمنيات مستر / محمد ابوزيد بالنجاح والتفوق ✦

## Q22 إيجاد خطوط التقارب الأفقية والرأسية والمائلة باستخدام النهايات

سؤال مقالي

التمارين: 29 – 32 · الصفحة: 108

صفحة 108

في التمارين 29–32، حدّد كل خطوط التقارب الرأسية والمائلة

29. $y = \dfrac{x^3}{4 - x^2}$

30. $y = \dfrac{x^2 + 1}{x - 2}$

31. $y = \dfrac{x^3}{x^2 + x - 4}$

32. $y = \dfrac{x^4}{x^3 + 2}$

## Q23 تطبيق قاعدة الضرب على المشتقات

سؤال مقالي

التمارين: 17 – 20 · الصفحة: 171

صفحة 171

في التمارين 17–20، أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة $y = f(x)$ عند $x = a$.

17. $f(x) = (x^2 + 2x)(x^4 + x^2 + 1), a = 0$

18. $f(x) = (x^3 + x + 1)(3x^2 + 2x - 1), a = 1$

19. $f(x) = \dfrac{x + 1}{x + 2}, a = 0$

20. $f(x) = \dfrac{x + 3}{x^2 + 1}, a = 1$

## Q24 إيجاد مشتقات الدوال المثلثية باستخدام قواعد التفاضل

سؤال مقالي

التمارين: 3 – 8 · الصفحة: 186

صفحة 186

في التمارين 1–18، أوجد مشتقة كل دالّة.

3. $f(t) = \tan^3 2t - \csc^4 3t$

4. $f(t) = t^2 + 2\cos^2 4t$

5. $f(x) = x \cos 5x^2$

6. $f(x) = x^2 \sec 4x$

7. $f(x) = \dfrac{\sin x^2}{x^2}$

8. $f(x) = \dfrac{x^2}{\csc^4 2x}$

almanahj.com/ae
2026 2025
مع تمنيات مستر / محمد ابوزيد بالنجاح والتفوق ✦

## Q25 حل مسائل حياتية باستخدام مشتقات الدوال الأسية واللوغاريتمية

سؤال مقالي

التمارين: 35 – 38 · الصفحة: 196

صفحة 196

35. يبدأ تكاثر البكتيريا بالعدد 200 ويتضاعف ثلاثة مرّات كل يوم. أوجد قانونًا للتكاثر بعد $t$ يومًا وأوجد النسبة المئوية للمعدل اللحظي للتغير في التكاثر.

36. يبدأ تكاثر البكتيريا بالعدد 500 ويتضاعف كل أربعة أيام. أوجد قانونًا للتكاثر بعد $t$ يومًا وأوجد النسبة المئوية للمعدل اللحظي للتغير في التكاثر.

37. يتم تحديد تركيز مادة كيميائية معينة بعد $t$ ثانية (ثوانٍ) من التفاعل ذاتي التحفيز باستخدام $c(t) = \frac{6}{2e^{-8t} + 1}$. بيّن أنّ $c'(t) > 0$ واستخدم هذه المعلومات للتأكيد على أنّ تركيز المركّب الكيميائي لا يتخطّى 6 أبدًا.

38. يتم تحديد تركيز مادة كيميائية معينة بعد $t$ ثانية (ثوانٍ) من التفاعل ذاتي التحفيز باستخدام $c(t) = \frac{10}{9e^{-10t} + 2}$. بيّن أنّ $c'(t) > 0$ واستخدم هذه المعلومات للتأكيد على أنّ تركيز المركّب الكيميائي لا يتخطّى 5.

## Q26 التعرّف على نظرية القيمة المتوسطة واستخدامها في التطبيقات

سؤال مقالي

التمارين: 1 – 6 · الصفحة: 221

صفحة 221

**في التمارين 6-1، تحقّق من فرضيات نظرية رول ونظرية القيمة المتوسطة، وجِدْ قيمة $c$ الذي يجعل الاستنتاج الخاص بالنظريتين صحيحًا. اشرح الاستنتاج برسم تمثيل بياني.**

1. $f(x) = x^2 + 1, [-2, 2]$
2. $f(x) = x^2 + 1, [0, 2]$
3. $f(x) = x^3 + x^2, [0, 1]$
4. $f(x) = x^3 + x^2, [-1, 1]$
5. $f(x) = \sin x, [0, \pi/2]$
6. $f(x) = \sin x, [-\pi, 0]$



مع تمنيات مستر / محمد ابوزيد بالنجاح والتفوق ✦