أسئلة وزارية محلولة في النهايات والاتصال



تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية	
موقع المناهج ⇦ المناهج الإماراتية ⇦ الصف الثاني عشر المتقدم ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الأول ⇦ ملفات متنوعة ⇦ الملف	
تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2026-11-08 07:53:18	
المزيد من مادة رياضيات:	ملفات ا كتب للمعلم ا كتب للطالب ا اختبارات الكترونية ا اختبارات ا حلول ا عروض بوربوينت ا أوراق عمل منهج انجليزي ا ملخصات وتقارير ا مذكرات وبنوك ا الامتحان النهائي ا للمدرس
	إعداد: أحمد جويلي

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر المتقدم					
صفحة المناهج الإماراتية على فيسبوك					
المواد على تلغرام	التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات	

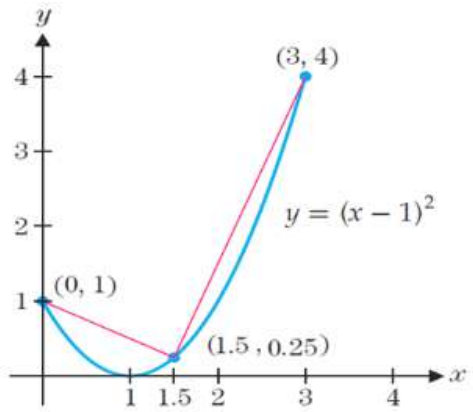
المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الأول	
1	أسئلة وزارية سابقة مرتبة حسب الدروس - أكثر من 130 سؤال
2	أسئلة وفق الهيكل الوزاري 2027 لاختبار نهاية الفصل
3	نموذج لهيكل الامتحان الوزاري
4	نموذج لأسئلة الهيكل الوزاري الجزء الكتابي (غير محلول) البنود a21 إلى 26
5	نموذج لأسئلة الهيكل الوزاري الجزء الكتابي مع الحل البنود a21 إلى 26

تحميل تطبيق المناهج للهواتف الذكية	
تطبيق المناهج على Store App (آبل)	تطبيق المناهج على Play Google (أندرويد)


الرياضيات
الثاني عشر المتقدم
الفصل الدراسي الأول
الإجابات التفصيلية
أسئلة وزارية
من اختبارات
سابقة مُرتبة
حسب الدروس
أكثر من 130 سؤال
إعداد
أ / أحمد جويلـي
056 7825743

Lesson (2-1) : Tangent lines and the length of a curve

2023 – 2024

Estimate the arc length of the curve $y = (x-1)^2$ on the interval $0 \le x \le 3$ using $n = 2$ line segment	قدر طول قوس المنحني $y = (x-1)^2$ في الفترة $0 \le x \le 3$ باستخدام $n = 2$ قطع مستقيمة
	$(x_1, y_1) = (0, 1)$, $(x_2, y_2) = (1.5, 0.25)$ $d_1 = \sqrt{(1.5-0)^2 + (0.25-1)^2} = \frac{3\sqrt{5}}{4}$ $(x_1, y_1) = (1.5, 0.25)$, $(x_2, y_2) = (3, 4)$ $d_2 = \sqrt{(3-1.5)^2 + (4-0.25)^2} = \frac{3\sqrt{29}}{4}$ $d = d_1 + d_2 = \frac{3\sqrt{5}}{4} + \frac{3\sqrt{29}}{4} \simeq 5.71592$

ⓐ 2.81250 ⓑ 4.03592 ⓒ 5.71592 ⓓ 32.6717

2022 – 2023

Estimate the arc length of the curve $f(x) = x^3 + 2$ on the interval $-1 \le x \le 1$ using $n = 2$ line segment	قدر طول قوس المنحني $f(x) = x^3 + 2$ في الفترة $-1 \le x \le 1$ باستخدام $n = 2$ قطع مستقيمة
$f(-1) = (-1)^3 + 2 = 1 \rightarrow (x_1, y_1) = (-1, 1)$ $f(0) = (0)^3 + 2 = 2 \rightarrow (x_2, y_2) = (0, 2)$ $f(1) = (1)^3 + 2 = 3 \rightarrow (1, 3)$	$d_1 = \sqrt{(2-1)^2 + (0+1)^2} = \sqrt{2}$ $d_2 = \sqrt{(3-2)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{2}$ $d = d_1 + d_2 = 2\sqrt{2}$

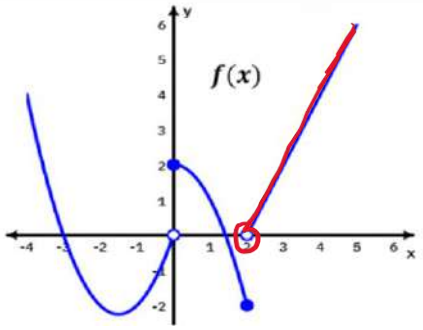
ⓐ $\sqrt{2}$ ⓑ $2\sqrt{2}$ ⓒ $\sqrt{6}$ ⓓ 2

Lesson (2-2) : The concept of a limit

2023 – 2024

Use the graph to determine $\lim_{x\to 2^+} f(x)$	استخدم التمثيل البياني لتحديد $\lim_{x\to 2^+} f(x)$ ،

$\lim_{x\to 2^+} f(x) = 0$



ⓐ -2 ⓑ -1

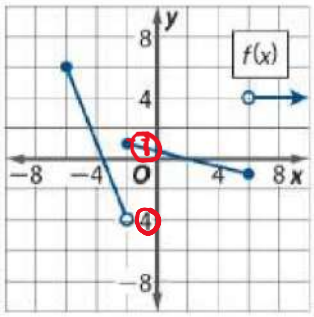
ⓒ 0 ⓓ 2

2022 – 2023

Use the graph to determine $\lim_{x\to -2} f(x)$ if it exists	استخدم التمثيل البياني لتحديد $\lim_{x\to -2} f(x)$ ، إن وُجدت

$\lim_{x\to -2^+} f(x) = 1$

$\lim_{x\to -2^-} f(x) = -4$ } DNE



ⓐ 1 ⓑ -4

ⓒ 0 ⓓ D.N.E غير موجودة

2021 – 2022

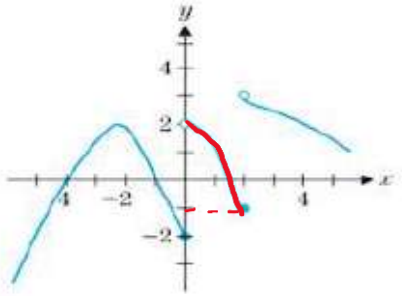
Evaluate $\lim_{x\to -1^+} \frac{\lvert x+1\rvert}{x^2-1}$	أوجد قيمة $\lim_{x\to -1^+} \frac{\lvert x+1\rvert}{x^2-1}$

$\lim_{x\to -1^+} \frac{(x+1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{1}{x-1} = \frac{1}{(-1)-1} = -\frac{1}{2}$

ⓐ -1 ⓑ $-\frac{1}{2}$ ⓒ 1 ⓓ $\frac{1}{2}$

Use the graph to determine $\lim_{x\to 2^-} f(x)$ if it exists	استخدم التمثيل البياني لتحديد $\lim_{x\to 2^-} f(x)$ ، إن وُجدت

$\lim_{x\to 2^-} f(x) = -1$



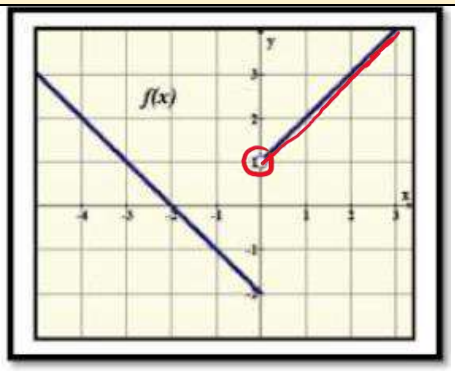
ⓐ -1 ⓑ -2

ⓒ 2 ⓓ 3

2020 – 2021

Use the graph to determine $\lim_{x\to 0^+} f(x)$	استخدم التمثيل البياني لتحديد $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ ،

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = 1$



ⓐ -2 ⓑ 0

ⓒ 1 ⓓ D.N.E غير موجودة

2019 – 2020

Evaluate $\lim_{x\to 0} \frac{2x-\lvert x\rvert}{\lvert 3x\rvert - 2x}$, if it exists	أوجد قيمة $\lim_{x\to 0} \frac{2x-\lvert x\rvert}{\lvert 3x\rvert - 2x}$ ، إن وُجدت

$\lim_{x\to 0^+} \frac{2x-x}{3x-2x} = \frac{x}{x} = 1$

$\lim_{x\to 0^-} \frac{2x-(-x)}{(-3x)-2x} = \frac{3x}{-5x} = -\frac{3}{5}$

} D.N.E

2018 – 2019

Evaluate $\lim_{x\to 2} \frac{x-2}{\lvert x-2\rvert}$, if it exists	أوجد قيمة $\lim_{x\to 2} \frac{x-2}{\lvert x-2\rvert}$ ، إن وُجدت

$\lim_{x\to 2^+} \frac{(x-2)}{(x-2)} = 1$, $\lim_{x\to 2^-} \frac{(x-2)}{-(x-2)} = -1$

D.N.E

ⓐ 0 ⓑ -6 ⓒ $\frac{1}{3}$ ⓓ D.N.E غير موجودة

With my best wishes

Mr. Ahmed Giwily

056 782574

Lesson (2-3) : Computation of limits

2023 – 2024

Evaluate $\lim\limits_{x\to 3} \frac{x^3-27}{x^2-9}$	أوجد قيمة $\lim\limits_{x\to 3} \frac{x^3-27}{x^2-9}$

$f(3) = \frac{3^3-27}{3^2-9} = \frac{0}{0} \longrightarrow \frac{(x-3)(x^2+3x+9)}{(x-3)(x+3)}$

$\frac{3^2+3(3)+9}{3+3} = \frac{9}{2}$

ⓐ $\frac{3}{2}$ ⓑ $\frac{9}{2}$ ⓒ 2 ⓓ 6

Suppose that $f(x)$ is bounded: that is, there exists a constant M such that $\lvert f(x)\rvert \le M$ for all x. Use the squeeze Theorem to prove that $\lim\limits_{x\to 0} x^2 f(x) = 0$	افترض أن $f(x)$ محدودة بمعني أن هناك قيمة M ثابتة بحيث تكون $\lvert f(x)\rvert \le M$ لجميع قيم x استخدم نظرية الشطيرة لإثبات أن $\lim\limits_{x\to 0} x^2 f(x) = 0$

Let $-M \le f(x) \le M$ by multiply by x^2

$\lim\limits_{x\to 0} -Mx^2 \le \lim\limits_{x\to 0} x^2 f(x) \le \lim\limits_{x\to 0} Mx^2$

$-M(0) \le \lim\limits_{x\to 0} x^2 f(x) \le M(0)$

$0 \le \lim\limits_{x\to 0} x^2 f(x) \le 0$

$\lim\limits_{x\to 0} x^2 f(x) = 0$

2022 – 2023

Given that $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$	إذا كانت $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$
Evaluate $\lim_{x\to 0} \frac{\cos^2 x - 1}{2x^2}$	أوجد قيمة $\lim_{x\to 0} \frac{\cos^2 x - 1}{2x^2}$

$\cos^2 x - 1 = -\sin^2 x \longrightarrow \frac{-\sin^2 x}{2x^2} = -\frac{1}{2}\left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 =$

$= -\frac{1}{2}(1) = -\frac{1}{2}$

ⓐ $\frac{1}{2}$ ⓑ 1 ⓒ -1 ⓓ $-\frac{1}{2}$

Evaluate $\lim_{x\to 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 + 2x - 3}$	أوجد قيمة $\lim_{x\to 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 + 2x - 3}$

$\frac{(1)^3 - 1}{(1)^2 + 2(1) - 3} = \frac{0}{0} \longrightarrow \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(x-1)(x+3)}$

$\frac{(1)^2 + (1) + 1}{(1) + 3} = \frac{3}{4}$

ⓐ 0 ⓑ $\frac{3}{4}$ ⓒ $\frac{1}{4}$ ⓓ $\frac{1}{2}$

Evaluate $\lim_{x\to 1} \frac{x + \sqrt{x} - 2}{x - 1}$	أوجد قيمة $\lim_{x\to 1} \frac{x + \sqrt{x} - 2}{x - 1}$

$\frac{(1) + \sqrt{1} - 2}{1 - 1} = \frac{0}{0} \longrightarrow \frac{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{1}+2}{\sqrt{1}+1}$

$= \frac{3}{2}$

ⓐ 0 ⓑ $\frac{3}{2}$ ⓒ 2 ⓓ $\frac{2}{3}$

Evaluate $\lim_{x\to 0} x^2 \csc^2 x$	أوجد قيمة $\lim_{x\to 0} x^2 \csc^2 x$

$\csc^2 x = \frac{1}{\sin^2 x} \longrightarrow \frac{x^2}{\sin^2 x}$ by dividing by x^2 $\frac{\frac{x^2}{x^2}}{\frac{\sin^2 x}{x^2}} = \frac{1}{1} = 1$

ⓐ 0 ⓑ 1 ⓒ 2 ⓓ D.N.E غير موجودة

2021 – 2022

Given that $\lim_{x\to 0^+} \frac{1-\cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$ Evaluate $\lim_{x\to 0^+} \frac{\sqrt{1-\cos x}}{x}$	إذا كانت $\lim_{x\to 0^+} \frac{1-\cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$ أوجد قيمة $\lim_{x\to 0^+} \frac{\sqrt{1-\cos x}}{x}$

Since $\lim_{x\to 0^+} \sqrt{\frac{1-\cos x}{x^2}} = \sqrt{\frac{1}{2}}$ By taking $\sqrt{\ }$ for both Sides

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\sqrt{1-\cos x}}{x} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

ⓐ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⓑ $\sqrt{2}$ ⓒ $\frac{1}{2}$ ⓓ 2

Evaluate $\lim_{x\to 0} \frac{1-e^{2x}}{1-e^{x}}$	أوجد قيمة $\lim_{x\to 0} \frac{1-e^{2x}}{1-e^{x}}$

$\frac{1-e^{2(0)}}{1-e^{(0)}} = \frac{0}{0} \rightsquigarrow \frac{(1-e^x)(1+e^x)}{(1-e^x)} = 1+e^{(0)} = 2$

ⓐ 2 ⓑ $\frac{1}{2}$ ⓒ -2 ⓓ $-\frac{1}{2}$

Evaluate $\lim_{x\to 0} \frac{3x}{3-\sqrt{x+9}}$	أوجد قيمة $\lim_{x\to 0} \frac{3x}{3-\sqrt{x+9}}$

$\frac{3(0)}{3-\sqrt{0+9}} = \frac{0}{0} \rightsquigarrow \frac{3x}{3-\sqrt{x+9}} \times \frac{3+\sqrt{x+9}}{3+\sqrt{x+9}} = \frac{3x(3+\sqrt{x+9})}{9-(x+9)}$

$-3(3+\sqrt{x+9}) = -3(3+\sqrt{0+9}) = -18$

ⓐ -18 ⓑ 0 ⓒ 1 ⓓ -12

2020 – 2021

If $|g(x)-4| \le 2(2-x)$ for all values of x

Evaluate $\lim_{x\to 2} g(x)$

إذا كانت $|g(x)-4| \le 2(2-x)$ صحيحة لجميع قيم x

أوجد $\lim_{x\to 2} g(x)$

$-2(2-x) \le g(x)-4 \le 2(2-x)$

$-4+2x \le g(x)-4 \le 4-2x \longrightarrow -4+2x+4 \le g(x) \le 8-2x$

$\lim_{x\to 2} 2x \le \lim_{x\to 2} g(x) \le \lim_{x\to 2} 8-2x \longrightarrow 2(2) \le \lim_{x\to 2} g(x) \le 8-2(2) = 4$

ⓐ -4 ⓑ 0 ⓒ 2 ⓓ 4

Evaluate $\lim_{x\to 0} \left(\frac{\frac{1}{x+2}-\frac{1}{2}}{x}\right)$, if it exists

أوجد قيمة $\lim_{x\to 0} \left(\frac{\frac{1}{x+2}-\frac{1}{2}}{x}\right)$ ، إن وُجدت

$\frac{2\times 1}{2(x+2)} - \frac{1(x+2)}{(2)(x+2)} = \frac{2}{2(x+2)} - \frac{x+2}{2(x+2)} = \frac{2-x-2}{2(x+2)} = \frac{-1}{2(x+2)}$

$\frac{-1}{2(0+2)} = -\frac{1}{4}$

ⓐ $-\frac{1}{4}$ ⓑ 0 ⓒ $\frac{1}{4}$ ⓓ D.N.E غير موجودة

Evaluate $\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{x \sin x}$ if it exists

أوجد قيمة $\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{x \sin x}$ إن وُجدت

$\frac{1-\cos x}{x \sin x} \times \frac{1+\cos x}{1+\cos x} = \frac{1-\cos^2 x}{x \sin x} \longrightarrow \frac{\sin^2 x}{x \sin x (1+\cos x)} = \left(\frac{\sin x}{x}\right)\left(\frac{1}{1+\cos x}\right)$

$= 1\left(\frac{1}{1+\cos 0}\right) = \frac{1}{2}$

ⓐ 0 ⓑ $\frac{1}{2}$ ⓒ 2 ⓓ D.N.E غير موجودة

2019 – 2020

Evaluate $\lim_{x\to 2}\left(\frac{1}{x-2}-\frac{4}{x^2-4}\right)$, if it exists	أوجد قيمة $\lim_{x\to 2}\left(\frac{1}{x-2}-\frac{4}{x^2-4}\right)$ ، إن وُجدت

$$\frac{1(x+2)}{(x-2)(x+2)}-\frac{4}{(x-2)(x+2)}=\frac{x+2-4}{(x-2)(x+2)}=\frac{x-2}{(x-2)(x+2)}=\frac{1}{x+2}$$

$$\frac{1}{2+2}=\frac{1}{4}$$

ⓐ $\frac{1}{2}$ ⓑ 2 ⓒ $\frac{1}{4}$ ⓓ D.N.E غير موجودة

Evaluate $\lim_{x\to 0}\left(\frac{1-\cos^2 x}{x^2}\right)$, if it exists	أوجد قيمة $\lim_{x\to 0}\left(\frac{1-\cos^2 x}{x^2}\right)$ ، إن وُجدت

$\sin^2 x+\cos^2 x=1 \rightarrow \sin^2 x=1-\cos^2 x$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin^2 x}{x^2}=\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin x}{x}\right)^2=(1)^2=1$$

ⓐ 0 ⓑ 2 ⓒ 1 ⓓ D.N.E غير موجودة

2018 – 2019

Evaluate $\lim_{x\to 0}\frac{x}{3-\sqrt{x+9}}$	أوجد قيمة $\lim_{x\to 0}\frac{x}{3-\sqrt{x+9}}$

$$\frac{x}{3-\sqrt{x+9}}\times\frac{3+\sqrt{x+9}}{3+\sqrt{x+9}}=\frac{x(3+\sqrt{x+9})}{9-(x+9)}=-(3+\sqrt{x+9})$$

$$=-(3+\sqrt{0+9})=-6$$

ⓐ -6 ⓑ 0 ⓒ $\frac{1}{3}$ ⓓ D.N.E غير موجودة

Evaluate $\lim_{h\to 0}\frac{(2+h)^3-8}{h}$ if it exists	أوجد قيمة $\lim_{h\to 0}\frac{(2+h)^3-8}{h}$ ، إن وُجدت

$$\frac{2^3+3(2)^2h+3(2)h^2-8}{h}=\frac{8+12h+6h^2-8}{h}=\frac{6h(2+h)}{h}=6(2+h)$$

$$\lim_{h\to 0}6(2+h)=6(2+0)=12$$

ⓐ 12 ⓑ 4 ⓒ 8 ⓓ D.N.E غير موجودة

Evaluate $\lim_{x\to 2} \frac{x^3-8}{2x^2-3x-2}$ if it exists	أوجد قيمة $\lim_{x\to 2} \frac{x^3-8}{2x^2-3x-2}$ ، إن وُجدت

$$\frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{(2x+1)(x-2)} = \frac{x^2+2x+4}{2x+1} = \frac{(2)^2+2(2)+4}{2(2)+1} = \frac{12}{5}$$

2017 – 2018

Evaluate $\lim_{x\to 0} \frac{x^2}{\cos^2 x-1}$	أوجد قيمة $\lim_{x\to 0} \frac{x^2}{\cos^2 x-1}$

$\cos^2 x - 1 = -\sin^2 x \rightsquigarrow \frac{x^2}{-\sin^2 x}$ by dividing by x^2 $\frac{\frac{x^2}{x^2}}{-\frac{\sin^2 x}{x^2}}$

$\frac{1}{-1} = -1$

ⓐ 1 ⓑ 0 ⓒ ∞ ⓓ -1

Evaluate $\lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{\sqrt{10-x}-3}$ if it exists	أوجد قيمة $\lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{\sqrt{10-x}-3}$ ، إن وُجدت

$$\frac{(x-1)(x+1)}{\sqrt{10-x}-3} \times \frac{\sqrt{10-x}+3}{\sqrt{10-x}+3} = \frac{(x-1)(x+1)(\sqrt{10-x}+3)}{(10-x)-9} = \frac{(x-1)(x+1)\sqrt{10-x}+3}{(1-x)}$$

$-(x+1)(\sqrt{10-x}+3)$

$-(1+1)(\sqrt{10-1}+3) = -12$

Lesson (2-4) : Continuity and its consequences

2023 – 2024

Determine the interval(s) where $f(x)=\frac{\sqrt{x-1}+e^x}{x^2-2}$ is continuous	حدد الفترة (الفترات) التي تكون عندها $f(x)=\frac{\sqrt{x-1}+e^x}{x^2-2}$ متصلة

$x-1\geq 0 \longrightarrow x\geq 1$

But domain $f(x) \longrightarrow x^2-2\neq 0$

$x^2\neq 2 \longrightarrow x\neq \pm\sqrt{2}$

So $f(x)$ is continuous at $[1,\sqrt{2})\cup(\sqrt{2},\infty)$

ⓐ $[1,\sqrt{2})\cup(\sqrt{2},\infty)$ ⓑ $(-1,\sqrt{2})\cup(\sqrt{2},\infty)$

ⓒ $[-1,\sqrt{2})\cup(\sqrt{2},\infty)$ ⓓ $(1,\sqrt{2})\cup(\sqrt{2},\infty)$

2022 – 2023

If $f(x)=\frac{9-x^2}{mx+2}$ is continuous on $(-\infty,\infty)$ Find the value of m, where m is a constant	إذا كانت $f(x)=\frac{9-x^2}{mx+2}$ متصلة علي الفترة $(-\infty,\infty)$ أوجد قيمة m حيث m عدد ثابت

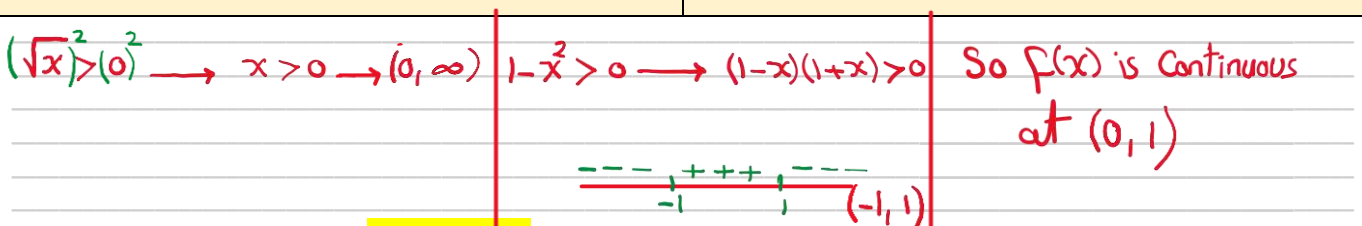
$f(x)$ is continuous on R

So domain of $f(x)=(-\infty,\infty)$

$mx+2\neq 0$ m should be equals 0

ⓐ -1 ⓑ 0 ⓒ -1 ⓓ 9

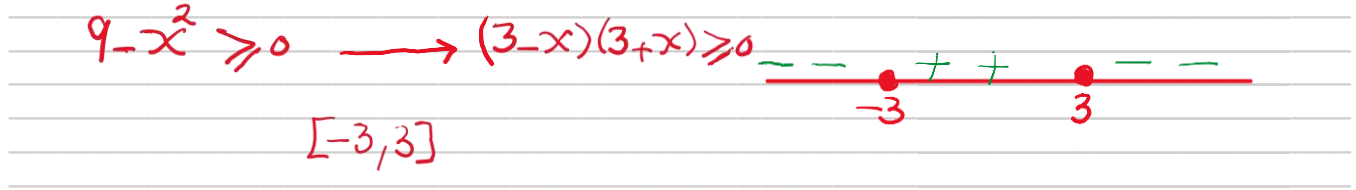
Determine the interval(s) where $f(x)=\frac{ln(1-x^2)}{\sqrt{x}}$ is continuous	حدد الفترة (الفترات) التي تكون عندها $f(x)=\frac{ln(1-x^2)}{\sqrt{x}}$ متصلة



ⓐ $(0,\infty)$ ⓑ $(0,1)$ ⓒ $(-1,1)$ ⓓ $(1,\infty)$

2021 – 2022

Determine the interval(s) where $f(x)=\sqrt{9-x^2}$ is continuous	حدد الفترة (الفترات) التي تكون عندها $f(x)=\sqrt{9-x^2}$ متصلة



ⓐ $(-3,3)$ ⓑ $[-3,3]$

ⓒ $(-\infty,-3] \cup [3,-\infty)$ ⓓ $(-\infty,-3) \cup (3,-\infty)$

With my best wishes

Mr. Ahmed Giwily

056 782574

2020 – 2021

Determine the values of m and n where

$$h(x)=\begin{cases}\frac{x^2-mx+2}{x-1} & if \quad x\neq 1\\ n & if \quad x=1\end{cases}$$

is continuous at $x=1$

حدد قيم $m\,,n$ التي تجعل الدالة

$$h(x)=\begin{cases}\frac{x^2-mx+2}{x-1} & if \quad x\neq 1\\ n & if \quad x=1\end{cases}$$

متصلة عند $x=1$

$(x-1)$ is a factor of x^2-mx+2

$(1)^2-m(1)+2=0$

$-m+3=0$ $\Rightarrow m=3$

$\frac{x^2-3m+2}{x-1}=\frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)}=x-2$

Since $x-2=n$ at $x=1$

$1-2=n$ $\Rightarrow n=-1$

ⓐ $m=3\,,n=1$

ⓑ $m=3\,,n=-1$

ⓒ $m=-3\,,n=1$

ⓓ $m=-3\,,n=-1$

2019 – 2020

Determine the interval(s) where

$$f(x)=\frac{\sqrt{x+1}+e^x}{x^2-2}$$ **is continuous**

حدد الفترة (الفترات) التي تكون عندها

$f(x)=\frac{\sqrt{x+1}+e^x}{x^2-2}$ **متصلة**

$x^2-2=0$

$x^2=2$

$x=\pm\sqrt{2}$ $\Rightarrow x\neq\pm\sqrt{2}$

$(\sqrt{x+1})^2\geq(0)^2$

$x+1\geq 0$

$x\geq -1$

$f(x)$ is continuous at $[-1,\sqrt{2})\cup(\sqrt{2},\infty)$

ⓐ $(-\sqrt{2}\,,-1)\cup(1\,,\sqrt{2})$

ⓑ $[-1\,,\sqrt{2})\cup(\sqrt{2}\,,\infty)$

ⓒ $(-1\,,\infty)$

ⓓ $(\sqrt{2}\,,\ \infty)$

Identify all points where the function is discontiuous , and which is(are) removable

$$f(x)=\begin{cases} \sin x & if \quad x<0 \\ x^2 & if \quad 0\le x\le 2 \\ 4x-3 & if \quad x>2 \end{cases}$$

أوجد جميع نقاط عدم الاتصال ، وحدد أي منها قابل للازالة

$$f(x)=\begin{cases} \sin x & if \quad x<0 \\ x^2 & if \quad 0\le x\le 2 \\ 4x-3 & if \quad x>2 \end{cases}$$

at $x=0$

$f(0)=(0)^2=0$

$\lim_{x\to 0^+}=(0)^2=0$

$\lim_{x\to 0^-}=\sin(0)=0$

So $f(x)$ is Continuous at $x=0$

at $x=2$

$f(2)=(2)^2=4$

$\lim_{x\to 2^+}=4(2)-3=5$

$\lim_{x\to 2^-}=(2)^2=4$

$\lim_{x\to 2} f(x)$ DNE

So $f(x)$ isn't Continuous at $x=2$

2018 – 2019

Determine the interval(s) where $f(x)=\frac{\ln(x^2-1)}{\sqrt{x^2-2x}}$ is continuous

حدد الفترة (الفترات) التي تكون عندها $f(x)=\frac{\ln(x^2-1)}{\sqrt{x^2-2x}}$ متصلة

$(\sqrt{x^2-2x})^2>(0)^2 \to x^2-2x>0$

$x(x-2)=0$

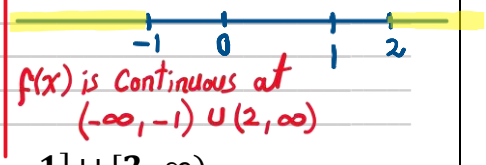
$x=0 \mid x-2=0 \Rightarrow x=2$

$(-\infty,0)\cup(2,\infty)$

$x^2-1>0 \to (x-1)(x+1)>0$

$x=1 \mid x=-1$

$(-\infty,-1)\cup(1,\infty)$



$f(x)$ is Continuous at $(-\infty,-1)\cup(2,\infty)$

ⓐ $(-\infty,-1)\cup(2,\infty)$

ⓑ $(-\infty,-1]\cup[2,\infty)$

ⓒ $(-\infty,-1)\cup(1,\infty)$

ⓓ $(-\infty,0)\cup(2,\infty)$

Find the values of a and b where $f(x)$ is continuous

$$f(x)=\begin{cases} a\,(\tan^{-1}x+2) & \text{if } x<0 \\ b\cos\left(x+\frac{1}{3}\right)\pi & \text{if } 0\le x\le 3 \\ \ln(x-2)+x^2+1 & \text{if } x>3 \end{cases}$$

أوجد قيم a , b إذا كان $f(x)$ متصلة

$$f(x)=\begin{cases} a\,(\tan^{-1}x+2) & \text{if } x<0 \\ b\cos\left(x+\frac{1}{3}\right)\pi & \text{if } 0\le x\le 3 \\ \ln(x-2)+x^2+1 & \text{if } x>3 \end{cases}$$

at $x=3$

$\ln(3-2)+(3)^2+1=b\cos\left(3+\frac{1}{3}\right)\pi$

$10=\frac{-b}{2}$

$b=-20$

at $x=0$

$a(\tan^{-1}0+2)=-20\cos\left(0+\frac{1}{3}\right)\pi$

$2a=-10$

$a=-5$

2017 – 2018

Determine the interval(s) where $f(x)=\ln(3x-6)$ is continuous

حدد الفترة (الفترات) التي تكون عندها $f(x)=\ln(3x-6)$ متصلة

$3x-6>0$

$3x>6 \longrightarrow x>2 \longrightarrow (2,\infty)$

ⓐ $(-2,\infty)$

ⓑ $[2,\infty)$

ⓒ $(-\infty,2)$

ⓓ $(2,\infty)$

أوجد قيم a , b إذا كان $f(x)$ متصلة

$$f(x)=\begin{cases} ae^x+1 & if \quad x<0 \\ \sin^{-1}\left(\frac{x}{2}\right) & if \quad 0\le x\le 2 \\ x^2-x+b & if \quad x>2 \end{cases}$$

at $x=0$

$ae^0+1=\sin\left(\frac{0}{2}\right)$

$a+1=0$

$a=-1$

Find the values of a and b where $f(x)$ is continuous

$$f(x)=\begin{cases} ae^x+1 & if \quad x<0 \\ \sin^{-1}\left(\frac{x}{2}\right) & if \quad 0\le x\le 2 \\ x^2-x+b & if \quad x>2 \end{cases}$$

at $x=2$

$\sin^{-1}\left(\frac{2}{2}\right)=(2)^2-(2)+b$

$\frac{\pi}{2}=2+b$

$b=\frac{\pi}{2}-2$

With my best wishes

Mr. Ahmed Giwily

056 782574

Lesson (2-5) : Limits involving infinity , asymptotes

2023 – 2024

Determine all vertical and slant asymptotes of $f(x)=\frac{x^3}{x^2+x-6}$	حدد كل خطوط التقارب الرأسية والمائلة لـ $f(x)=\frac{x^3}{x^2+x-6}$

Vertical asymptote → $x^2+x-6=0$

$(x+3)(x-2)=0$

$x+3=0 \Rightarrow x=-3$ | $x-2=0 \Rightarrow x=2$

Slant asymptote

$x^2+x-6 \overline{)\, x^3+0x^2+0x+0}$, quotient $x-1$

$-x^3 \mp x^2 \pm 6x$

$-x^2+6x+0$

$-x^2-x+6$

ⓐ $x=-2, x=3, y=x-1$

ⓑ $x=-3, x=2, y=x+1$

ⓒ $x=-2, x=3, y=x+1$

ⓓ $x=-3, x=2, y=x-1$

Evaluate $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{4x^2-2x+1}-2x\right)$	أوجد قيمة $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{4x^2-2x+1}-2x\right)$

$\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{4x^2-2x+1}-2x \times \frac{\sqrt{4x^2-2x+1}+2x}{\sqrt{4x^2-2x+1}+2x}$

$=\frac{4x^2-2x+1-4x^2}{\sqrt{4x^2-2x+1}+2x}=\frac{-2x+1}{\sqrt{4x^2-2x+1}+2x}$

$=\frac{\frac{-2x}{x}+\frac{1}{x}}{\sqrt{\frac{4x^2}{x^2}-\frac{2x}{x^2}+\frac{1}{x^2}}+\frac{2x}{x}}=\frac{-2+0}{2+2}=\frac{-1}{2}$

2022 – 2023

Evaluate $\lim_{x\to 0} \sin\left(e^{-\frac{1}{x^2}}\right)$, if it exists	أوجد قيمة $\lim_{x\to 0} \sin\left(e^{-\frac{1}{x^2}}\right)$ إن وُجدت

$\lim_{x\to 0} \left(e^{-\frac{1}{x^2}}\right) = 0$

$\lim_{x\to 0} \sin x = 0$

ⓐ 1 ⓑ 0 ⓒ -1 ⓓ D.N.E غير موجودة

Evaluate $\lim_{x\to \infty} \left(\sqrt{x^2+1}-x\right)$	أوجد قيمة $\lim_{x\to\infty} \left(\sqrt{x^2+1}-x\right)$

$\lim_{x\to\infty} (\sqrt{x^2+1}-x) \times \frac{\sqrt{x^2+1}+x}{\sqrt{x^2+1}+x} = \frac{x^2+1-x^2}{\sqrt{x^2+1}+x} = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}$

$\lim_{x\to\infty} = \frac{\frac{1}{x}}{\sqrt{\frac{x^2}{x^2}+\frac{1}{x^2}}+\frac{x}{x}} = \frac{0}{\sqrt{1+0}+1} = 0$

ⓐ ∞ ⓑ 0 ⓒ 1 ⓓ $\frac{1}{2}$

Determine all horizontal asymptotes $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$	حدد كل خطوط التقارب الأفقية لـ $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

$f(x) = \frac{\frac{x}{x}}{\sqrt{\frac{x^2}{x^2}+\frac{1}{x^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}} \longrightarrow \lim_{x\to\infty} \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{\infty}}} = \frac{1}{\sqrt{1}}$

$y=1$

ⓐ $y=-1$ ⓑ $y=0$ ⓒ $y=1$ ⓓ $y=\pm 1$

2021 – 2022

Determine all horizontal and vertical asymptotes $f(x) = \frac{x^2}{4-x^2}$

حدد كل خطوط التقارب الأفقية و الرأسية لـ $f(x) = \frac{x^2}{4-x^2}$

Vertical asymptotes

$4 - x^2 = 0 \longrightarrow \sqrt{4} = \sqrt{x^2}$

$x = \pm 2$

Horizontal asymptote

degree of numerator = degree of denominator

$y = \frac{1}{1} \longrightarrow y = 1$

ⓐ $x = 4\ ,\ y = -x$

ⓑ $x = -2\ ,\ x = 2\ ,\ y = 4x$

ⓒ $x = -2\ ,\ x = 2\ ,\ y = 1$

ⓓ $x = -2\ ,\ x = 2\ ,\ y = -1$

Evaluate $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}^-} (e^{\tan x})$

أوجد قيمة $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}^-} (e^{\tan x})$

$\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}^-} e^{\tan(\frac{\pi}{2})} = e^{\infty} = \infty$

ⓐ $-\infty$ ⓑ 0 ⓒ -1 ⓓ ∞

2020 – 2021

If $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{3x^4 + mx^4 - 2x^3 - 1}{2x^4 + 2x^3 - x} = 4$

Find the value of constant m

إذا كان $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{3x^4 + mx^4 - 2x^3 - 1}{2x^4 + 2x^3 - x} = 4$

أوجد قيمة الثابت m

$\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = 4$ So horizontal asymptote $= 4$

$\frac{3+m}{2} = 4 \longrightarrow 3 + m = 8 \longrightarrow m = 5$

ⓐ -2 ⓑ $\frac{1}{2}$ ⓒ 4 ⓓ 5

2019 – 2020

Evaluate $\lim_{x\to\infty} sec^{-1}\left(\frac{x^2+1}{x+1}\right)$	أوجد قيمة $\lim_{x\to\infty} sec^{-1}\left(\frac{x^2+1}{x+1}\right)$

$\lim_{x\to\infty} \cos^{-1}\left(\frac{x+1}{x^2+1}\right) \longrightarrow \lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+1}{x^2+1}\right) = 0$

$\lim_{x\to\infty} \cos^{-1}(0) = \frac{\pi}{2}$

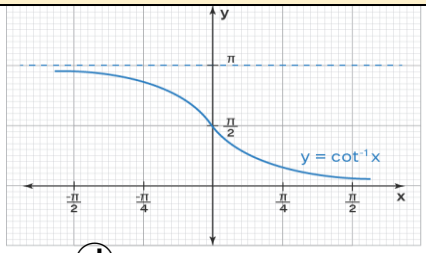
ⓐ ∞ ⓑ 0 ⓒ π ⓓ $\frac{\pi}{2}$

2018 – 2019

Evaluate $\lim_{x\to\infty} cot^{-1}\ x$	أوجد قيمة $\lim_{x\to\infty} cot^{-1}\ x$

From graph of $\cot^{-1} x$

we get $\lim_{x\to\infty} \cot^{-1} x = 0$



ⓐ 1 ⓑ 0 ⓒ $-\frac{\pi}{2}$ ⓓ ∞

2017 – 2018

Evaluate $\lim_{x\to\infty} sin\,(tan^{-1}x)$	أوجد قيمة $\lim_{x\to\infty} sin\,(tan^{-1}x)$

$\lim_{x\to\infty} (\tan^{-1} x) = \frac{\pi}{2}$

$\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} (\sin x) = 1$

ⓐ ∞ ⓑ 1 ⓒ 0 ⓓ $-\infty$

Evaluate $\lim_{x\to\infty} \frac{6x^2-6}{3x^3+2x+1}$ | أوجد قيمة $\lim_{x\to\infty} \frac{6x^2-6}{3x^3+2x+1}$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\frac{6x^2}{x^3}-\frac{6}{x^3}}{\frac{3x^3}{x^3}+\frac{2x}{x^3}+\frac{1}{x^3}} = \frac{\frac{6}{x}-\frac{6}{x^3}}{3+\frac{2}{x^2}+\frac{1}{x^3}} = \frac{0-0}{3+0+0} = 0$$

ⓐ ∞ ⓑ 3 ⓒ 2 ⓓ 0

Determine the slant asymptote of $y=\frac{x^2+1}{x-2}$ | حدد خط التقارب المائل حيث $y=\frac{x^2+1}{x-2}$

Using synthetic division

$$2\,\big|\,1 \quad 0 \quad 1$$
$$\qquad\quad 2 \quad 4$$
$$\qquad 1 \quad 2 \quad 5R$$

$\longrightarrow y = x+2$

ⓐ $y=-2$ ⓑ $y=2$

ⓒ $y=x+2$ ⓓ $y=x-2$

With my best wishes

Mr. Ahmed Giwily

056 782574

Lesson (3-1) : Tangent lines and velocity

2023 – 2024

The function $s(t) = 3t^3 + t$ represents the postion function in feet of an object at time t seconds Find the avderage velocity between $t = 0$ and $t = 2$	تمثل الدالة $s(t) = 3t^3 + t$ دالة موقع جسم ما بالقدم عند الزمن t بالثانية أوجد السرعة المتجهة المتوسطة بين $t = 0$ و $t = 2$

$$V_{avg} = \frac{S(2) - S(0)}{2 - 0} = \frac{(3(2)^3 + 2) - (3(0)^2 + 0)}{2} = 13 \text{ ft/s}$$

ⓐ $v_{avg} = 24\ ft/s$

ⓑ $v_{avg} = 26\ ft/s$

ⓒ $v_{avg} = 13\ ft/s$

ⓓ $v_{avg} = 12\ ft/s$

2022 – 2023

Find the equation of the tangent line to the function $f(x) = \frac{2}{x+1}$ at $x = 1$	أوجد معادلة المماس للدالة $f(x) = \frac{2}{x+1}$ عند $x = 1$

$$f(1) = \frac{2}{1+1} = 1$$

$$f(x) = 2(x+1)^{-1}$$

$$f'(x) = -2(x+1)^{-2}$$

$$f'(1) = -2(1+1)^{-2} = -\frac{1}{2}$$

So $y = -\frac{1}{2}(x-1) + 1$

ⓐ $y = -\frac{1}{2}(x+1) + 1$

ⓑ $y = -2(x-1) + 1$

ⓒ $y = -\frac{1}{2}(x-1) - 1$

ⓓ $y = \frac{1}{2}(x-1) - 1$

Suppose that the height of a falling object t second after being dropped from a height 64 ft is given by $s(t) = 64 - 16t^2$ ft Find the average velocity between $t = 1$ and $t = 2$	علي فرض أن ارتفاع جسم يسقط بعد t ثانية من سقوطه من ارتفاع 64 ft ، تمثله المعادلة $s(t) = 64 - 16t^2$ ، أوجد السرعة المتجهة المتوسطة بين الزمنين $t = 1$ و $t = 2$

$$V_{avg} = \frac{s(2) - s(1)}{2 - 1} = \frac{(64 - 16(2^2)) - (64 - 16(1)^2)}{1} = -48 ft/sec$$

ⓐ $-24\ ft/s$ ⓑ $-6\ ft/s$

ⓒ $-36\ ft/s$ ⓓ $-48\ ft/s$

2021 – 2022

The function $h(t) = 10t^2 - 24t$ represents the height of an object , calculate velocity and aceleration at $t = 1$	تمثل الدالة $h(t) = 10t^2 - 24t$ ارتفاع جسم ما احسب السرعة المتجهة و التسارع عند الزمن $t = 1$

$v(t) = 20t - 24$ at $t=1$ $\rightarrow v(1) = 20(1) - 24 = -4$

$a(t) = 20$ at $t=1$ $a(1) = 20$

ⓐ $v(1) = -4, a(1) = -20$ ⓑ $v(1) = 4, a(1) = -20$

ⓒ $v(1) = -4, a(1) = 20$ ⓓ $v(1) = 4, a(1) = 20$

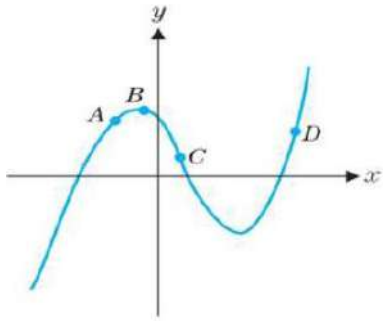
List points A, B, C, and D in order of increasing slope the tangent line	نظم لائحة النقاط A , B , C , D بترتيب الميل المتزايد للماس علي المنحني

ⓐ B, C, D, A

ⓑ C, B, A, D

ⓒ D, C, B, A

ⓓ A, B, C, D



2020 – 2021

Find the equation of the tangent line to the function $f(x)=\sqrt{x+3}$ at $x=-2$	أوجد معادلة المماس للدالة $f(x)=\sqrt{x+3}$ عند $x=-2$

$f(-2)=\sqrt{-2+3}=1$ | $f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x+3}}$ | $f'(-2)=\frac{1}{2\sqrt{-2+3}}=\frac{1}{2}$ | $y=\frac{1}{2}(x+2)+1$

ⓐ $y=\frac{1}{4}(x-1)+2$ ⓑ $y=\frac{1}{2}(x-2)+1$

ⓒ $y=\frac{1}{2}(x+2)+1$ ⓓ $y=4(x+2)+2$

2017 – 2018

Find the average velocity for given positiosn function $s(t)=\sqrt{t^2+8t}$ between $t=0$ and $t=1$, where S in meters and t in seconds	أوجد السرعة المتجهة المتوسطة لدالة الموقع $s(t)=\sqrt{t^2+8t}$ بين $t=0$ و $t=1$ حيث S بالامتار و t بالثواني

$V_{avg}=\frac{s(1)-s(0)}{1-0}=\frac{\sqrt{(1)^2+8(1)}-\sqrt{(0)^2+8(0)}}{1}$

ⓐ $\frac{5}{3}\ m/s$ ⓑ $3\ m/s$ ⓒ $0\ m/s$ ⓓ $-3\ m/s$

With my best wishes

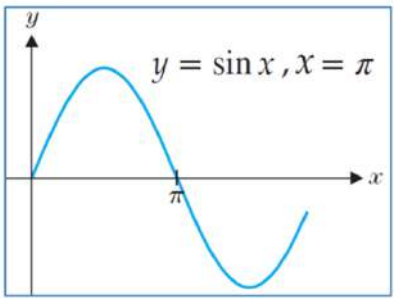
Mr. Ahmed Giwily

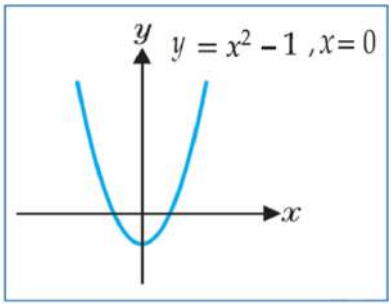
056 782574

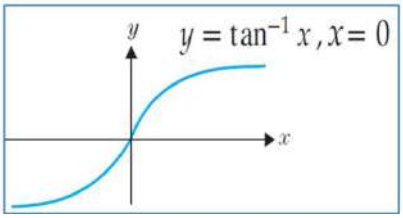
Lesson (3-2) : The Derivatives

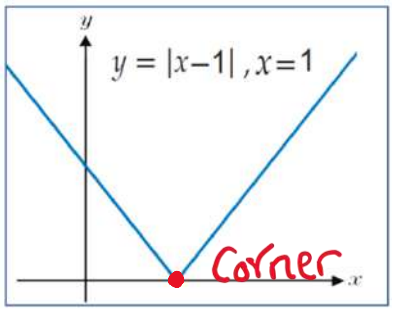
2023 – 2024

Which graph does not have a tangent line at the given point	أي تمثيل بياني ليس لديه مماس عند النقطة المعطاة؟

ⓐ 

ⓑ 

ⓒ 

ⓓ 

$f(x) = \begin{cases} ax + b & if \quad x < 0 \\ x^2 - 3x & if \quad x \geq 0 \end{cases}$	$f(x) = \begin{cases} ax + b & if \quad x < 0 \\ x^2 - 3x & if \quad x \geq 0 \end{cases}$
Find all real numbers a and b	أوجد جميع الاعداد الحقيقية a , b بحيث يكون
Such that $f\,`(0)$ exists	$f\,`(0)$ موجودة

$\lim_{x \to 0^-} = \lim_{x \to 0^+}$

$a(0) + b = (0)^2 - 3(0)$ So $b = 0$

$\grave{f}(0)^- = \grave{f}(0)^+$

$a = 2(0) - 3$ So $a = -3$

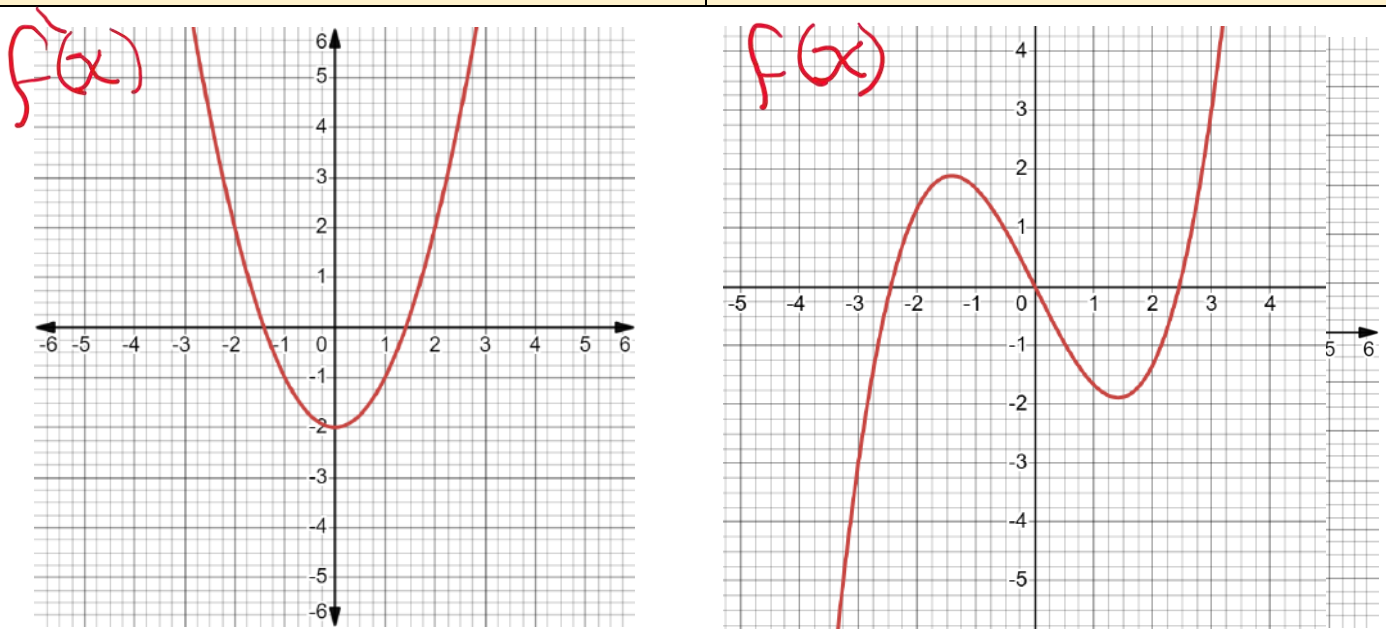
ⓐ $a = -3 , b = 0$

ⓑ $a = 0 , b = -3$

ⓒ $a = 0 , b = 3$

ⓓ $a = 3 , b = 0$

Use the given graph of f ` to sketch a plausible graph of continuous function f	استخدم التمثيل البياني لـ f ` لرسم تمثيل بياني واضح معقول للدالة f



Find the derivative of $f(x) = \frac{3}{x+1}$ at an unspecifed value of x using definition of derivative	أوجد مشتقة الدالة $f(x) = \frac{3}{x+1}$ عند القيمة الغير محددة لـ x باستخدام قانون تعريف المشتقة

$$\lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \frac{\frac{3}{(x+h)+1} - \frac{3}{(x+1)}}{h}$$

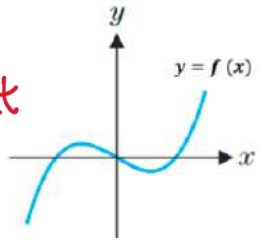
$$\frac{\frac{3x+3-3x-3h-3}{(x+h+1)(x+1)}}{h} = \frac{-3}{(x+h+1)(x+1)}$$

$$\lim_{h\to 0} \frac{-3}{(x+1)(x+1)} = \frac{-3}{(x+1)^2}$$

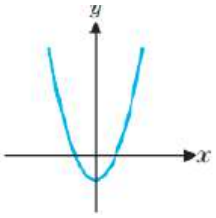
2022 – 2023

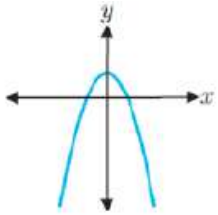
Use the graph of $y = f(x)$ to sketch a graph of $y = f\,`(x)$	استخدم التمثيل البياني لـ $y = f(x)$ لرسم التمثيل البياني $y = f\,`(x)$

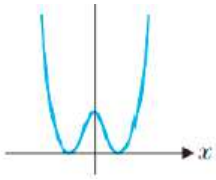
Cubic function with positive leading coefficient

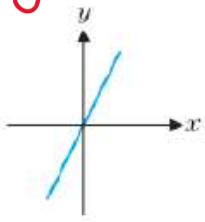


So its derivative will be a quadratic function with positive leading coefficient

ⓐ 

ⓑ 

ⓒ 

ⓓ 

2021 – 2022

Determine the values of a and b if $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & if \quad x < 0 \\ ax + b & if \quad x \geq 0 \end{cases}$ Such that $f\,`(0)$ exists	حدد قيم a, b التي تجعل الدالة $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & if \quad x < 0 \\ ax + b & if \quad x \geq 0 \end{cases}$ بحيث تكون $f\,`(0)$ موجودة

$\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^-} f(x)$

$a(0) + b = (0)^2 + 2(0)$

$b = 0$

$f'(0)^+ = f'(0)^-$

$a = 2x + 2$

$a = 2(0) + 2 \rightarrow a = 2$

ⓐ $a = -2, b = 0$

ⓑ $a = 0, b = -2$

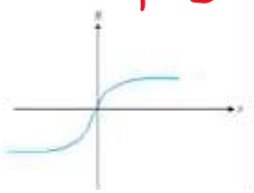
ⓒ $a = 0, b = 2$

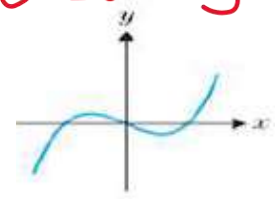
ⓓ $a = 2, b = 0$

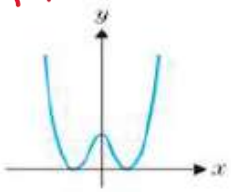
Use the graph of $y = f\,`(x)$ to sketch a graph of $y = f\,(x)$	استخدم التمثيل البياني لـ $y = f\,`(x)$ لرسم التمثيل البياني $y = f\,(x)$

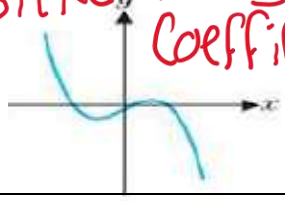
A quadratic function with positive Leading Coefficient

So f(x) is a cubic function with positive leading coefficient

ⓐ 

ⓑ 

ⓒ 

ⓓ 

2020 – 2021

The function $f(x) = \sqrt{\lvert x-1\rvert}$ is defined for all values of x Which of the following is true?	الدالة $f(x) = \sqrt{\lvert x-1\rvert}$ معرفة لجميع قيم x أي من الجمل الاتية صحيحة؟

because f(x) has a cusp at x=1

ⓐ f is not continuous at $x = 1$ — f غير متصلة عند $x = 1$

ⓑ $\lim\limits_{x\to 1} f(x) \neq 0$

ⓒ f is continuous and not differentiable at $x = 1$ — f متصلة وغير قابلة للاشتقاق عند $x = 1$

ⓓ f is differentiable at $x = 1$ — f قابلة للاشتقاق عند $x = 1$

With my best wishes
Mr. Ahmed Giwily
056 782574

If $f(x) = x^4 - 5x$, then x $\lim_{x\to 2} \frac{f`(x) - f`(2)}{x-2}$	اذا كان $f(x) = x^4 - 5x$ فإن $\lim_{x\to 2} \frac{f`(x) - f`(2)}{x-2}$

$f'(x) = 4x^3 - 5$

$f'(2) = 4(2)^3 - 5 = 27$

ⓐ 38 ⓑ 6 ⓒ 27 ⓓ 48

2019 – 2020

Which of the following is not differentiable at $x = 2$?	أي من الدوال الاتية غير قابلة للاشتقاق عند $x = 2$ ؟

$f'(2)^+ = 2$

$f'(2)^- = 0$

So $f'(2)^+ \neq f'(2)^-$

then $f(x)$ isn't differentiable at $x=2$

ⓐ $f(x) = \begin{cases} 4 & if \quad x < 2 \\ 2x & if \quad x \geq 2 \end{cases}$

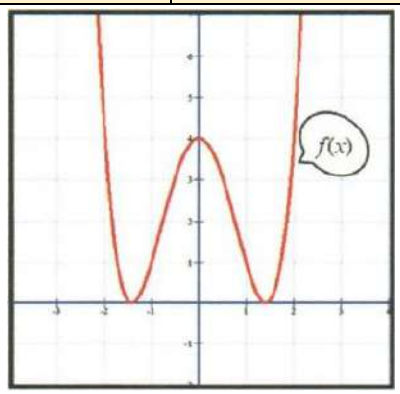
ⓑ $g(x) = \frac{2}{x+2}$

ⓒ $h(x) = |x - 2|^2$

ⓓ $q(x) = x^2 - 4$

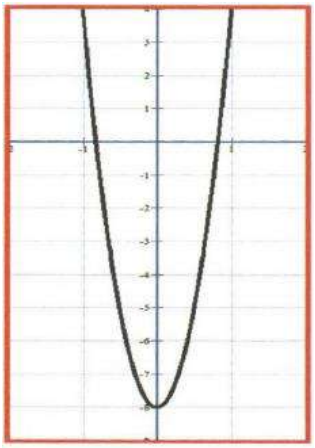
Use the graph of f to sketch a graph of f `	استخدم التمثيل البياني للدالة f لرسم التمثيل البياني f `

A function of 4th degree with positive leading coefficient

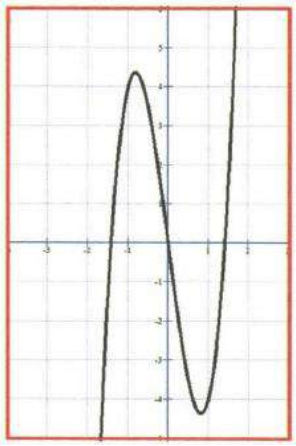


So f` is a cubic function with positive leading coefficient

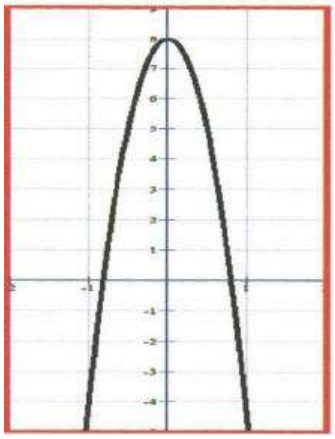
ⓐ



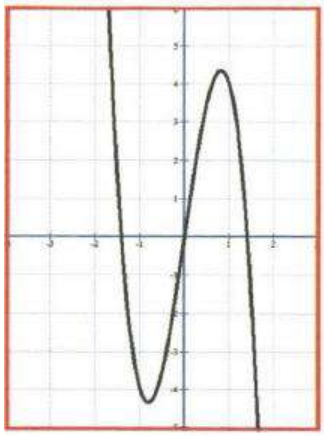
ⓑ



ⓒ



ⓓ



If $f(x) = 2x^4 + bx + 3$ and $\lim_{h \to 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = 10$, find the value of b	إذا كانت $f(x) = 2x^4 + bx + 3$ وكانت $\lim_{h \to 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = 10$ أوجد قيمة b

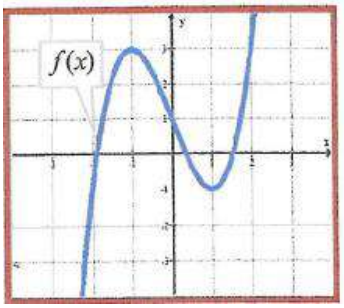
$f'(x) = 8x^3 + b$

$f'(2) = 10 \longrightarrow 8(2)^3 + b = 10 \longrightarrow \boxed{b = -54}$

2018 – 2019

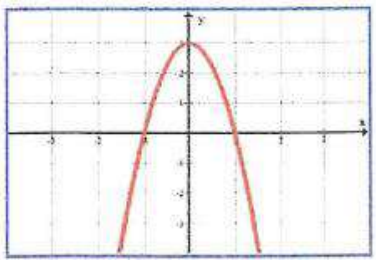
Use the graph of f to sketch a graph of f ``	استخدم التمثيل البياني للدالة f لرسم التمثيل البياني f ``

A cubic function with positive leading coefficient

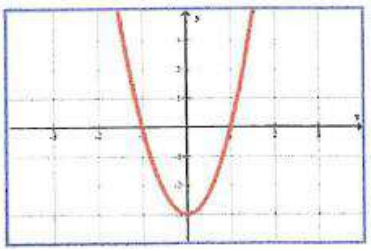


So f'' is a linear function with positive leading coefficient

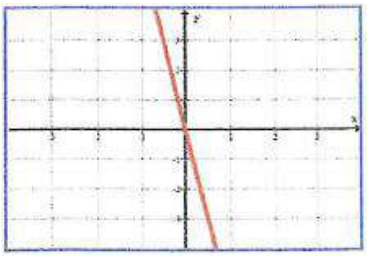
(a)



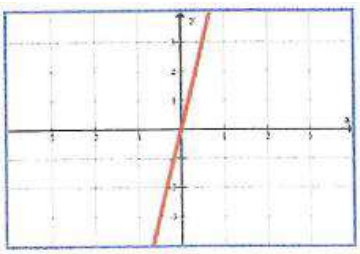
(b)



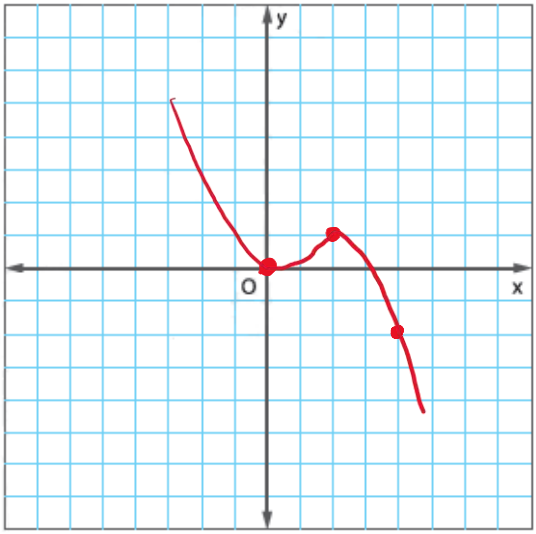
(c)



(d)



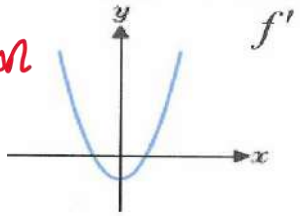
Sketch a graph for a function satisfying the following conditions $f`(4) = -3$ , $f`(2) = 0$, $f`(0) = -1$, $f(4) = -2$, $f(2) = 1$, $f(0) = 0$	ارسم تمثيلا بيانيا للدالة وفق الخصائص التالية $f`(4) = -3$ , $f`(2) = 0$, $f`(0) = -1$, $f(4) = -2$, $f(2) = 1$, $f(0) = 0$



2017 – 2018

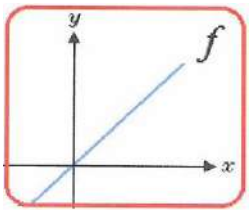
Use the graph of $f`$ below to sketch a plausible graph of $y = f(x)$	استخدم التمثيل البياني أدناه لتحديد التمثيل البياني المعقول للدالة المتصلة f

A quadratic function with positive leading coefficient

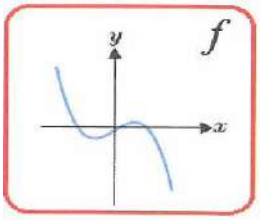


So f(x) is a cubic function with positive leading coefficient.

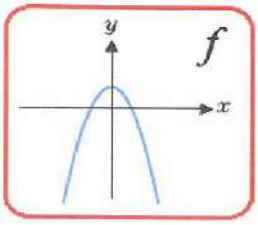
(a)



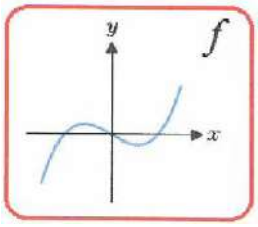
(b)



(c)



(d)



2017 – 2018

Determine the function that is differntiable at $x = 2$	حدد الدالة القابلة للاشتقاق عند $x = 2$

$\lim_{x\to 2^+} f(x) = 2^2 + 4 = 8$ } Continuous

$\lim_{x\to 2^-} f(x) = 4(2) = 8$ }

$f'(2)^+ = 2(2) = 4$ } differentable

$f'(2)^- = 4$ }

ⓐ $f(x) = \begin{cases} 4x & if \quad x < 2 \\ x^2 + 4 & if \quad x \geq 2 \end{cases}$

ⓑ $g(x) = \begin{cases} 4 & if \quad x < 2 \\ 2x & if \quad x \geq 2 \end{cases}$

ⓒ $p(x) = \begin{cases} 4 + 2x & if \quad x < 2 \\ 2x & if \quad x \geq 2 \end{cases}$

ⓓ $h(x) = \begin{cases} 3x & if \quad x < 2 \\ x + 4 & if \quad x \geq 2 \end{cases}$

Use defintion of limits to find derivative of function $f(x) = x^2 - 2x$ at $x = 3$	استخدم تعريف النهاية لإيجاد مشتقة الدالة $f(x) = x^2 - 2x$ عند $x = 3$

$$\lim_{h\to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \longrightarrow \lim_{h\to 0} \frac{((3+h)^2 - 2(3+h)) - ((3)^2 - 2(3))}{h}$$

$$\lim_{h\to 0} \frac{9 + 6h + h^2 - 6 - 2h - 3}{h} \longrightarrow \lim_{h\to 0} \frac{h^2 + 4h}{h}$$

$$\lim_{h\to 0} \frac{h(h+4)}{h} \longrightarrow \lim_{h\to 0} (h+4) = 0 + 4 = 4$$

With my best wishes

Mr. Ahmed Giwily

056 782574

Lesson (3-3) : Computation of Derivatives (The power Rule)

2023 – 2024

The function $s(t) = 2\sqrt{t} + 2t^2$ represents the position of an object Find the acceleration function	تمثل الدالة $s(t) = 2\sqrt{t} + 2t^2$ دالة الموقع لجسم ما. أوجد دالة التسارع
$s(t) = 2t^{\frac{1}{2}} + 2t^2$ $v(t) = t^{-\frac{1}{2}} + 4t$	$a(t) = -\frac{1}{2}t^{-\frac{3}{2}} + 4$
ⓐ $a(t) = \frac{1}{2}t^{\frac{3}{2}} + 4$	ⓑ $a(t) = -\frac{1}{2}t^{-\frac{3}{2}} + 4$
ⓒ $a(t) = t^{-\frac{1}{2}} + 4t$	ⓓ $a(t) = t^{\frac{1}{2}} + 4t$

Find all values of x for which the tangent line to $y = 3x^4 - 6x^2 + 1$ is horizontal	أوجد جميع قيم x والتي يكون عندها المماس علي المنحني $y = 3x^4 - 6x^2 + 1$ يكون أفقيا
Tangent line is horizontal So $f'(x) = 0$	$f'(x) = 12x^3 - 12x = 0$ $12x(x^2 - 1) = 0$ $12x(x-1)(x+1) = 0$ $x=0$ $x=1$ $x=-1$
ⓐ $x = -1, x = 0, x = 1$	ⓑ $x = -2, x = 0, x = 2$
ⓒ $x = -\sqrt{2}, x = 0, x = \sqrt{2}$	ⓓ $x = -\sqrt{3}, x = 0, x = \sqrt{3}$

2022 – 2023

Find all values of x for which the tangent line to $y = x^4 - 2x^2 + 3$ is horizontal	أوجد جميع قيم x والتي يكون عندها المماس علي المنحني $y = x^4 - 2x^2 + 3$ يكون أفقيا
Tangent line is horizontal So $f'(x) = 0$	$f'(x) = 4x^3 - 4x = 0$ $4x(x^2 - 1) = 0$ $4x(x-1)(x+1) = 0$ $x=0$ $x=1$ $x=-1$
ⓐ $x = -1, x = 2$	ⓑ $x = 1, x = \sqrt{3}$
ⓒ $x = \pm 1, 0$	ⓓ $x = -\sqrt{2}, x = \sqrt{2}$

Find the derivative of the function	أوجد مشتقة الدالة
$f(t) = 3t^{\pi} - 2t^{1.3}$	$f(t) = 3t^{\pi} - 2t^{1.3}$

$f'(t) = 3\pi t^{\pi-1} - 2.6t^{0.3}$

ⓐ $f'(t) = 3\pi - 2.6t$ ⓑ $f'(t) = 3\pi t - 2.6t$

ⓒ $f'(t) = 3\pi t^{\pi-1} - 2.6t^{0.3}$ ⓓ $f'(t) = 3\pi t^{\pi^2} - 2.6t^{0.3}$

2021 – 2022

Find all values of x for which the tangent line to $y = x^3 - 2x + 1$ makes an angle of measure 45° with x – axis counterclock wise	أوجد جميع قيم x والتي يكون عندها المماس علي المنحني $y = x^3 - 2x + 1$ يشكل زاوية قياسها 45° مع المحور x علي فرض أن الزاوية تقاس باتجاه معاكس لعقارب الساعة

$y' = \tan 45^\circ = 1$

$y' = 3x^2 - 2 = 1$

$3x^3 - 3 = 0$

$3(x^2 - 1) = 0$

$3(x-1)(x+1) = 0$ $\quad x = 1$ $\quad x = -1$

ⓐ $x = -\sqrt{2}, x = -1$ ⓑ $x = \sqrt{2}, x = 1$

ⓒ $x = -\sqrt{2}, x = \sqrt{2}$ ⓓ $x = -1, x = 1$

2020 – 2021

A ball is propelled upward with a relation $s(t) = 56t - 4t^2$ where t in seconds and S in meters. Determine the maximum height	تم قذف كرة لأعلي فتحركت حسب العلاقة $s(t) = 56t - 4t^2$ حيث t بالثواني و s بالأمتار ما أقصي ارتفاع يمكن أن تصل إليه الكرة ؟

maximum height $\rightarrow v(t) = 0$

$v(t) = 56 - 8t = 0 \rightarrow t = 7$ Sec

$s(7) = 56(7) - 4(7)^2 = 196$ m

ⓐ $168\ m$ ⓑ $7\ m$ ⓒ $196\ m$ ⓓ $392\ m$

If $h`(x) = n\sqrt{h(x)}$ where $n > 0$ and $h``(x) = 18$ at a given point , then find the value of n

إذا كانت $h`(x) = n\sqrt{h(x)}$ حيث $n > 0$ و $h``(x) = 18$ عند نقطة معطاة x أوجد قيمة n

Since $h`(x) = n\sqrt{h(x)}$

So $h``(x) = \dfrac{n\,h`(x)}{2\sqrt{h(x)}} = 18$

$\dfrac{n \times n\sqrt{h(x)}}{2\sqrt{h(x)}} = 18 \longrightarrow \dfrac{n^2}{2} = 18$

$n = \sqrt{2 \times 18} = 6$

ⓐ 6 ⓑ 36 ⓒ 3 ⓓ $3\sqrt{2}$

2019 – 2020

Find $g`(1)$ If $g(x) = \dfrac{4x^2 - x + 3}{\sqrt{x}}$

أوجد $g`(1)$ إذا كان $g(x) = \dfrac{4x^2 - x + 3}{\sqrt{x}}$

$g(x) = \dfrac{4x^2 - x + 3}{x^{1/2}} \longrightarrow g(x) = 4x^{3/2} - x^{1/2} + 3x^{-1/2}$

$g`(x) = 6x^{1/2} - \frac{1}{2}x^{-1/2} - \frac{3}{2}x^{-3/2}$

$g`(1) = 6(1)^{1/2} - \frac{1}{2}(1)^{-1/2} - \frac{3}{2}(1)^{-3/2} = 4$

ⓐ $g`(1) = 6$ ⓑ $g`(1) = 4$ ⓒ $g`(1) = 10$ ⓓ $g`(1) = 5$

2018 – 2019

If $f(x) = x^4 + 3x^2 - 2$, then find $f```\left(\frac{1}{6}\right)$

إذا كان $f(x) = x^4 + 3x^2 - 2$ ، أوجد $f```\left(\frac{1}{6}\right)$

$f`(x) = 4x^3 + 6x$

$f``(x) = 12x^2 + 6$

$f```(x) = 24x$

$f```\left(\frac{1}{6}\right) = 24\left(\frac{1}{6}\right) = 4$

ⓐ $f```\left(\frac{1}{6}\right) = \frac{55}{54}$ ⓑ $f```\left(\frac{1}{6}\right) = \frac{19}{3}$

ⓒ $f```\left(\frac{1}{6}\right) = 4$ ⓓ $f```\left(\frac{1}{6}\right) = 10$

Find all values of x where the tangent line to $y = x^3 - 6x^2 + 1$ is horizontal	أوجد جميع قيم x والتي يكون عندها المماس لـ $y = x^3 - 6x^2 + 1$ أفقيا

Tangent line is horizontal

$f'(x) = 0$

$f'(x) = 3x^2 - 12x = 0$

$3x(x - 4) = 0$

$x = 0$ ، $x = 4$

ⓐ $x = 0, x = 4$

ⓑ $x = -4, x = 0, x = 4$

ⓒ $x = -4, x = 0$

ⓓ $x = -1, x = 0, x = 1$

2017 – 2018

If $f(x) = 2x - x^5 + 1$, then find $f``(-1)$	إذا كان $f(x) = 2x - x^5 + 1$ ، أوجد $f``(-1)$

$f'(x) = 2 - 5x^4$

$f''(x) = -20x^3$

$f''(1) = -20(-1)^3 = 20$

ⓐ $f``(-1) = -20$

ⓑ $f``(-1) = 0$

ⓒ $f``(-1) = 20$

ⓓ $f``(-1) = -3$

With my best wishes

Mr. Ahmed Giwily

056 782574

Lesson (3-4) : Derivatives of Product and Quotient Functions

2023 – 2024

Given that the function $h(x)=\frac{x^2}{f(x)}$

$f(2)=2\,,f\,`(2)=1$

Compute $h\,`(2)$

علي فرض أن الدالة $h(x)=\frac{x^2}{f(x)}$

$f\,`(2)=1$ و $f(2)=2$

أحسب $h\,`(2)$

$$h'(x)=\frac{2x\cdot f(x)-x^2\cdot f'(x)}{[f(x)]^2}=\frac{2(2)\cdot f(2)-(2)^2\cdot f'(2)}{[f(2)]^2}$$

$$\frac{4\times 2-4\times(1)}{(2)^2}=1$$

ⓐ $h\,`(2)=-5$

ⓑ $h\,`(2)=-1$

ⓒ $h\,`(2)=1$

ⓓ $h\,`(2)=3$

2021 – 2022

Find the derivative of the function

$f(x)=\frac{6x}{\sqrt{x}+1}$

جد مشتقة الدالة

$f(x)=\frac{6x}{\sqrt{x}+1}$

$$f'(x)=\frac{6(\sqrt{x}+1)-6x\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)}{(\sqrt{x}+1)^2}=\frac{6\sqrt{x}+6-\frac{3x\times\sqrt{x}}{\sqrt{x}\sqrt{x}}}{(\sqrt{x}+1)^2}$$

$$f'(x)=\frac{6\sqrt{x}+6-3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+1)^2}=\frac{3\sqrt{x}+6}{(\sqrt{x}+1)^2}$$

ⓐ $f\,`(x)=\frac{3\sqrt{x}-6}{(\sqrt{x}+1)^2}$

ⓑ $f\,`(x)=\frac{6\sqrt{x}+6}{(\sqrt{x}+1)^2}$

ⓒ $f\,`(x)=\frac{3\sqrt{x}+6}{(\sqrt{x}+1)^2}$

ⓓ $f\,`(x)=\frac{6-3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+1)^2}$

2019 – 2020

Suppose the price of an object is AED 2.4 and 12,000 units are sold. If the price increases at a rate of AED 0.1 per year and the quantity sold decreases at a rate of 1,500 per year , at what rate will revenue increase? Hint : (Revenue equals product of price and quantity)	علي فرض أن السعر الحالي لقطعة واحدة هو AED2.4 وبيعت 12,000 بهذا السعر. إذا كان السعر يزداد بمعدل 10 فلسات في العام الواحد وتقل الكمية المبيعة بمعدل 1,500 في العام الواحد فبأي معدل تزداد الإيرادات ؟ إرشاد (الإيرادات تساوي الثمن مضروبا في الكمية)

$R(t) = P(t) \times Q(t) \longrightarrow R'(t) = P'(t) \times Q(t) + P(t) \times Q'(t)$

$R(t) = (0.1)(12000) + (2.4)(-1500)$

$= -2400 \text{ AED / year}$

$P(t) = 2.4$

$Q(t) = 12000$

$P'(t) = 0.1$

$Q'(t) = -1500$

2017 – 2018

If $f(x) = \frac{3}{2x+1}$, then find $f\,`(x)$	إذا كانت $f(x) = \frac{3}{2x+1}$ أوجد $f\,`(x)$

$f'(x) = \frac{0(2x+1) - 3(2)}{(2x+1)^2} = \frac{-6}{(2x+1)^2}$

ⓐ $f\,`(x) = \frac{-3}{(2x+1)^2}$

ⓑ $f\,`(x) = \frac{3}{(2x+1)^2}$

ⓒ $f\,`(x) = \frac{-6}{(2x+1)^2}$

ⓓ $f\,`(x) = \frac{6}{(2x+1)^2}$

The price of an object is AED 12 and 10,000 units are sold. The company wants to increase the quantity sold by 1000 units per year while increasing the revenue by AED 15,000 per year. At what rate wolud the price have to be increased to reach these goals?	سعر بيع القطعة الواحدة من سلعة ما AED 12 وبيعت 10,000 قطعة منها. تريد الشركة زيادة الكمية المبيعة بمقدار 1000 قطعة في العام مع زيادة الإيراد بمقدار AED 15,000 في نفس العام فما المعدل الذي يتعين به زيادة السعر لتحقيق هذين الهدفين ؟

$R(t) = Q(t) \times P(t)$

$R'(t) = Q'(t)\,P(t) + Q(t) \times P'(t)$

$15000 = (1000)(12) + 10000\,P'(t)$

$P'(t) = \dfrac{15000 - (1000)(12)}{10000} = 0.3$ AED

$P(t) = 12$

$Q(t) = 10{,}000$

$Q'(t) = 1{,}000$

$R'(t) = 15{,}000$

With my best wishes

Mr. Ahmed Giwily

056 782574

Lesson (3-5) : The Chain Rule

2023 – 2024

Given that the function $f(x) = x^3 + 2x + 1$ has an inverse function g . compute at $g\,`(-2)$	علي فرض أن الدالة $f(x) = x^3 + 2x + 1$ لها دالة عكسية g أحسب $g\,`(-2)$

$x^3 + 2x + 1 = -2 \longrightarrow x = -1$

$f'(x) = 3x^2 + 2 \longrightarrow f'(-1) = 3(-1)^2 + 2 = 5$

$g'(-2) = \frac{1}{5}$

ⓐ -1 ⓑ 0 ⓒ $\frac{1}{5}$ ⓓ 5

2022 – 2023

Use the graphs to find the derivative of the composite function $f(g(x))$, at $x = 3$	استخدم التمثيلات البيانية لإيجاد مشتقة الدالة المركبة $f(g(x))$ عند $x = 3$

$f'(g(3)) \cdot g'(3)$

$f'(1) \cdot 3$

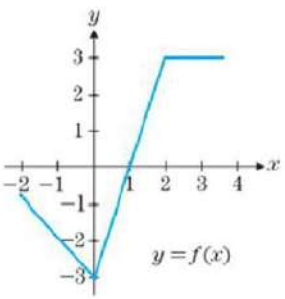
$3 \cdot 3 = 9$

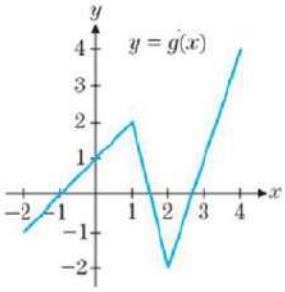
From graph

$g(3) = 1$

$g'(3) = 3$

$f(1) = 3$





ⓐ 0 ⓑ 3 ⓒ 9 ⓓ D.N.E غير موجودة

2021 – 2022

Suppose that the function $h(x) = f(g(x))$ Use the relevant information $f`(2) = 3, f`(1) = 4, f(1) = 3$ $g`(3) = 5, g`(1) = -2, g(1) = 2$ To compute $h`(1)$	علي فرض أن الدالة $h(x) = f(g(x))$ ، استخدم المعلومات ذات الصلة $f`(2) = 3, f`(1) = 4, f(1) = 3$ $g`(3) = 5, g`(1) = -2, g(1) = 2$ لحساب $h`(1)$

$h`(x) = f`(g(x)) \cdot g`(x)$

$f`(g(1)) \cdot g`(1)$

$f`(2) \cdot (-2)$

$(3) \cdot (-2) = -6$

ⓐ $h`(1) = 3$ ⓑ $h`(1) = 20$ ⓒ $h`(1) = -6$ ⓓ $h`(1) = 5$

2019 – 2020

Let $f(x) = x^5 + 4x - 2$ has an inverse function $g(x)$, compute $g`(-2)$	علي فرض أن $f(x) = x^5 + 4x - 2$ لها دالة عكسية $g(x)$ ، أحسب $g`(-2)$

$x^5 + 4x - 2 = -2 \longrightarrow \boxed{x = 0}$

$f`(x) = 5x^4 + 4$ at $x = 0 \longrightarrow f`(0) = 5(0)^4 + 4 = 4$

$\boxed{g`(-2) = \frac{1}{4}}$

ⓐ $g`(-2) = \frac{1}{84}$ ⓑ $g`(-2) = \frac{1}{4}$

ⓒ $g`(-2) = -\frac{1}{2}$ ⓓ $g`(-2) = -\frac{1}{42}$

2018 – 2019

Given that $f(x) = x^3 + 5x + 6$ has an inverse function $g(x)$, determine $g`(x)$	إذا عُلم أن $f(x) = x^3 + 5x + 6$ لها دالة عكسية $g(x)$ ، حدد $g`(x)$

$$g`(x) = \frac{1}{f`(g(x))} \qquad f`(x) = 3x^2 + 5 \longrightarrow f`(g(x)) = 3(g(x))^2 + 5$$

$$g(x) = \frac{1}{3(g(x))^2 + 5}$$

ⓐ $g`(x) = \frac{1}{[g(x)]^3 + 6}$

ⓑ $g`(x) = \frac{1}{3[g(x)]^2}$

ⓒ $g`(x) = \frac{1}{3[g(x)]^2 + 5[g(x)]}$

ⓓ $g`(x) = \frac{1}{3[g(x)]^2 + 5}$

2017 – 2018

If $g(x)$ is an inverse function for $f(x) = x^3 + 2x + 1$, compute $g`(-2)$	إذا كانت $g(x)$ الدالة العكسية للدالة $f(x) = x^3 + 2x + 1$ ، أوجد $g`(-2)$

$$x^3 + 2x + 1 = -2 \qquad \boxed{x = -1}$$

$$f`(x) = 3x^2 + 2$$

$$f`(-1) = 3(-1)^2 + 2 = 5 \longrightarrow g`(-1) = \frac{1}{5}$$

With my best wishes

Mr. Ahmed Giwily

056 782574

Lesson (3-6) : Derivatives of Trigonometric Functions

2023 – 2024

2022 – 2023

Find the derivative of the function $f(x) = sin^2\ (tan\ x)$	أوجد مشتقة الدالة $f(x) = sin^2\ (tan\ x)$

$f'(x) = 2\sin(\tan x)\left(\frac{d}{dx}\tan x\right)$

$= 2\sin(\tan x)\cdot \sec^2 x$

ⓐ $f'(x) = 2\ sin\ (tan\ x).cos\ (tan\ x).sec^2 x$

ⓑ $f'(x) = 2\ sin\ (tan\ x).cos\ x + sec^2 x\ .sin^2 x$

ⓒ $f'(x) = 2\ sin\ (tan\ x).sec^2 x$

ⓓ $f'(x) = 2\ sin\ (tan\ x)\ cos\ x.sec^2 x$

2021 – 2022

Find the derivative of the function $f(x) = tan\ 3x - csc^2 x$	أوجد مشتقة الدالة $f(x) = tan\ 3x - csc^2 x$

$f'(x) = 3\sec^2 3x + 2\csc x(\csc x \cot x)$

$= 3\sec^2 3x + 2\csc^2 x \cot x$

ⓐ $f'(x) = 3\ sec^2 3x + 2\ csc^2 x\ cot\ x$

ⓑ $f'(x) = 3\ sec^2 3x - 2\ csc^2 x\ cot\ x$

ⓒ $f'(x) = 3\ sec^2 3x + 2\ cot^2 x\ csc\ x$

ⓓ $f'(x) = 3\ sec^2 3x - 2\ cot^2 x\ csc\ x$

2020 – 2021

Find the derivative of the function	أوجد مشتقة الدالة
$f(x) = \frac{\sin x^2}{x^2}$	$f(x) = \frac{\sin x^2}{x^2}$

$$f(x) = \frac{2x\cos x^2 \cdot (x^2) - 2x \sin x^2}{(x^2)^2} = \frac{2x^3 \cos x^2 - 2x \sin x^2}{x^4}$$

ⓐ $f`(x) = \frac{2x \cos x^2}{2x}$

ⓑ $f`(x) = \frac{2x^3 \cos x^2 - 2x \sin x^2}{x^4}$

ⓒ $f`(x) = \frac{2x^3 \cos x^2 + 2x \sin x^2}{x^4}$

ⓓ $f`(x) = \frac{\cos x^2}{2x}$

2018 – 2019

A spring hanging from the ceiling vibrates up and down. Its vertical position at time $0 \le t \le \pi$ is given by $f(t) = 4\cos(2t)$ what is its location when its velocity is 0?	يهتز زنبرك مُعلق من السقف إلي أعلي وإلي أسفل ، وقد حُدد موقعه الرأسي في الزمن t باستخدام $0 \le t \le \pi$ حيث $f(t) = 4\cos(2t)$ ما الموقع عندما يصل السرعة 0 ؟

$$v(t) = -8\sin(2t) = 0$$

$0 \le t \le \pi \longrightarrow t = 0 \quad t = \frac{\pi}{2} \quad t = \pi$

$$f(0) = f(\pi) = 4$$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -4.$$



2017 – 2018

Find the derivative of	أوجد مشتقة الدالة
$f(x) = \sqrt{\tan(x^3 + 2x)}$	$f(x) = \sqrt{\tan(x^3 + 2x)}$

$$f`(x) = \frac{(3x^2+2)\sec^2(x^3+2x)}{2\sqrt{\tan(x^3+2x)}}$$

$$y = \sqrt{f(x)}$$

$$y` = \frac{f`(x)}{2\sqrt{f(x)}}$$

Lesson (3-7) : Derivatives of Exponential and Logarithmic Functions

2023 – 2024

Use logarithmic differentiation to find the derivative of $f(x) = x^{(4-x^2)}$	استخدم تفاضل اللوغاريتم لإيجاد مشتقة $f(x) = x^{(4-x^2)}$
$\ln f(x) = \ln(x^{4-x^2})$ $\frac{d}{dx}\ln f(x) = \frac{d}{dx}(4-x^2)\ln x$ $\frac{f'(x)}{f(x)} = -2x\ln x + (4-x^2)\left(\frac{1}{x}\right)$	$f'(x) = f(x)\left[-2x\ln x + (4-x^2)\left(\frac{1}{x}\right)\right]$ $f'(x) = x^{4-x^2}\left[-2x\ln x + \frac{1}{x}(4-x^2)\right]$

ⓐ $f'(x) = x^{(4-x^2)}\left[-2x\ln x + \frac{1}{x}(4-x^2)\right]$

ⓑ $f'(x) = -2x\ln x + \frac{1}{x}(4-x^2)$

ⓒ $f'(x) = x^{(4-x^2)}[-2x\ln x + 4 - x^2]$

ⓓ $f'(x) = x^{(4-x^2)}\left[-\ln x + \frac{1}{x}(4-x^2)\right]$

Find the equation of tangent line of $y^2 + xe^y = 4 - x$ at the point $(2, 0)$	أوجد معادلة المماس لـ $y^2 + xe^y = 4 - x$ عند النقطة $(2, 0)$
$2yy' + e^y + xe^y(y') = -1$ $y'(2y + xe^y) = -1 - e^y$ $y' = \frac{-1-e^y}{2y+xe^y}$ at $(2,0)$ $y' = \frac{-1-1}{0+2} = -1$	equation of tangent line $y - y_1 = m(x - x_1)$ $y - 0 = -1(x-2)$ $y = -(x-2)$

2022 – 2023

Find the derivative of the function

$f(x) = \frac{\sqrt{ln\ x}}{x}$

أوجد مشتقة الدالة

$f(x) = \frac{\sqrt{ln\ x}}{x}$

$f'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{Ln\ x}} \times \frac{1}{x} \times x - \sqrt{Ln\ x} \times \frac{2\sqrt{Ln\ x}}{2\sqrt{Ln\ x}}}{(x)^2} = \frac{1 - 2\ Ln\ x}{2x^2\sqrt{Ln\ x}}$

ⓐ $f`(x) = \frac{1 - 2\ ln\ x}{\sqrt{ln\ x}}$

ⓑ $f`(x) = \frac{1}{2x^2\sqrt{ln\ x}}$

ⓒ $f`(x) = \frac{1 - 2\ ln\ x}{2x^2\sqrt{ln\ x}}$

ⓓ $f`(x) = \frac{1 - 2\ ln\ x}{2x^2}$

Use logarithmic differentiation to find the derivative of $f(x) = (sin\ x)^x$

استخدم تفاضل اللوغاريتم لإيجاد مشتقة الدالة

$f(x) = (sin\ x)^x$

$Ln\ f(x) = Ln(Sin\ x)^x$

$\frac{d}{dx} Ln\ f(x) = \frac{d}{dx} x\ Ln(Sin\ x)$

$\frac{f'(x)}{f(x)} = Ln(Sin x) + x\left(\frac{Cos\ x}{Sin\ x}\right)$

ⓐ $f`(x) = (sin\ x)^x . (x\ cot\ x + ln\ (sin\ x))$

ⓑ $f`(x) = (x\ cot\ x + ln\ (sin\ x))$

ⓒ $f`(x) = (sin\ x)^x . (x + ln\ (sin\ x))$

ⓓ $f`(x) = (sin\ x)^x . (x\ cot\ x)$

$f'(x) = f(x)\left[Ln\ (Sin\ x) + x\ Cot\ x\right]$

$f'(x) = (Sin\ x)^x\left[Ln\ (Sin\ x) + x\ Cot\ x\right]$

2021 – 2022

The value of investment in time t is given by

$v(t) = 60e^{-0.2t}$

Find the instantaneous percentage rate of change of the value

قيمة الاستثمار في الزمن t تحدد باستخدام

$v(t) = 60e^{-0.2t}$

أوجد النسبة المئوية للمعدل اللحظي للتغير

ⓐ -60%

ⓑ -20%

ⓒ 20%

ⓓ 60%

$v'(t) = (-0.2)60e^{-0.2t} = -12e^{-0.2t}$

$\frac{v'(t)}{v(t)} = \frac{-12e^{-0.2t}}{60e^{-0.2t}} = -0.2 \times 100 = -20\%$

Use logarithmic differentiation to find the derivative of $f(x) = (x^2)^{4x}$	استخدم تفاضل اللوغاريتم لإيجاد مشتقة الدالة $f(x) = (x^2)^{4x}$
ⓐ $f`(x) = (x^2)^{4x} . [(8\ln x + 8)]$ ⓑ $f`(x) = (x^2)^{2x} . [(4\ln x + 4)]$ ⓒ $f`(x) = 4(x^2)^{3x} . [(8\ln x + 8)]$ ⓓ $f`(x) = 2(x^2)^{x} . [(4\ln x + 4)]$	$\ln f(x) = \ln (x^2)^{4x}$ $\frac{d}{dx}\ln f(x) = \frac{d}{dx} 8x\ln(x)$ $\frac{f'(x)}{f(x)} = 8\ln(x) + 8x\left(\frac{1}{x}\right)$ $f'(x) = f(x)[8\ln x + 8]$ $(x^2)^{4x}[8\ln x + 8]$

2020 – 2021

Find the derivative of $f(x) = e^x \ln x$	أوجد المشتقة لـ $f(x) = e^x \ln x$
ⓐ $f`(x) = e^x + \ln x$ ⓑ $f`(x) = \frac{e^x}{x}$ ⓒ $f`(x) = \frac{1}{x} + e^x$ ⓓ $f`(x) = e^x (\frac{1}{x} + \ln x)$	$f'(x) = e^x \ln x + e^x\left(\frac{1}{x}\right)$ $e^x\left(\ln x + \frac{1}{x}\right)$

2020 – 2021

Find the derivative of $f(t) = \ln (t^3 + 3t)$	أوجد المشتقة لـ $f(x) = \ln (t^3 + 3t)$
ⓐ $f`(t) = (3t^2 + 3) . \ln (t^3 + 3t)$ ⓑ $f`(t) = \frac{1}{t^3 + 3t}$ ⓒ $f`(t) = \frac{3t^2 + 3}{t^3 + 3t}$ ⓓ $f`(t) = \frac{3t^2 + 3}{(t^3 + 3t)^2}$	$f'(x) = \frac{3t^2 + 3}{t^3 + 3t}$ $y = \ln f(x)$ $y' = \frac{f'(x)}{f(x)}$

2019 – 2020

Use logarithmic differentiation to find the derivative of $g(x) = (x^2)^{3x}$, $x > 0$	استخدم تفاضل اللوغاريتم لإيجاد مشتقة الدالة $g(x) = (x^2)^{3x}$ ، حيث $x > 0$
$\ln g(x) = \ln x^{6x}$ $\frac{d}{dx}\ln g(x) = \frac{d}{dx} 6x \ln x$ $\frac{g'(x)}{g(x)} = 6\ln x + 6x\left(\frac{1}{x}\right)$	$g'(x) = g(x)[6\ln x + 6]$ $g'(x) = x^{6x}[6\ln x + 6]$

2023 – 2024

2019 – 2020

The concentration c of a certain chemical after t seconds of an autocatalytic reaction is given by $c(t) = \frac{6}{2e^{-8t}+1}$ show that $c'(t) > 0$ and use this information to determine that the concentration of the chemical never exceeds 6	يتم تحديد التركيز لمادة كيميائية معينة بعد t ثانية (ثوان) من التفاعل ذاتي التحفيز باستخدام $c(t) = \frac{6}{2e^{-8t}+1}$ ، بين أن $c'(t) > 0$ ، استخدم هذه المعلومات للتأكيد علي أن تركيز المركب الكيميائي لا يتخطى 6
$c(t) = 6(2e^{-8t}+1)^{-1}$ $= -6(2e^{-8t}+1)^{-2} \times (2e^{-8t})(-8)$ $= \frac{96e^{-8t}}{(2e^{-8t}+1)^2}$	Since $e^{-8t} > 0$ $(2e^{-8t})^2 > 0$, then $c'(t) > 0$ $\lim_{x\to\infty} \frac{6}{2e^{-8t}+1} = \frac{6}{1} = 6$

With my best wishes

Mr. Ahmed Giwily

056 7825743

2018 – 2019

Find the derivative of

$$f(x) = \frac{e^{\sqrt{x^3+1}}}{2x}$$

أوجد المشتقة

$$f(x) = \frac{e^{\sqrt{x^3+1}}}{2x}$$

$$f'(x) = \frac{e^{\sqrt{x^3+1}}\left(\frac{3x^2}{2\sqrt{x^3+1}}\right)(2x) - e^{\sqrt{x^3+1}}(2)}{(2x)^2}$$

$$\frac{e^{\sqrt{x^3+1}}\left(\frac{3x^3}{\sqrt{x^3+1}} - 2\right)}{(2x)^2}$$

Use logarithmic differentiation to find the derivative of $h(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2}$

استخدم تفاضل اللوغاريتم لإيجاد مشتقة الدالة

$$h(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2}$$

$$\ln h(x) = \ln\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2}$$

$$\frac{d}{dx}\ln h(x) = \frac{d}{dx} x^2 \ln\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$\frac{h'(x)}{h(x)} = 2x \ln\left(\frac{1}{3}\right) + 0$$

$$h'(x) = h(x)\left[2x \ln\left(\frac{1}{3}\right)\right]$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2}\left[2x \ln\left(\frac{1}{3}\right)\right]$$

$$-\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2}[2x \ln(3)]$$

2017 – 2018

Find the derivative of

$$f(x) = e^x \ln x$$

أوجد المشتقة

$$f(x) = e^x \ln x$$

ⓐ $f'(x) = x\,e^x$

ⓑ $f'(x) = \frac{e^x}{x} + e^x \ln x$

ⓒ $f'(x) = \frac{e^x}{x} + \ln x$

ⓓ $f'(x) = e^x + \frac{1}{x}$

$$f'(x) = e^x \ln x + e^x\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$= e^x \ln x + \frac{e^x}{x}$$

Lesson (3-8) : Implicit Differentiation and inverse Trigonometric Functions

Find the derivative of	أوجد المشتقة لـ
$f(x) = 4\,sec^{-1}(x^4)$	$f(x) = 4\,sec^{-1}(x^4)$

$$= \frac{4(4x^3)}{x^4\sqrt{x^8-1}} = \frac{16}{x\sqrt{x^8-1}}$$

$$\frac{d}{dx}\sec^{-1}f(x) = \frac{f'(x)}{|f(x)|\sqrt{f(x)^2-1}}$$

ⓐ $f'(x) = \frac{4}{x\sqrt{x^8-1}}$

ⓑ $f'(x) = \frac{16}{x\sqrt{x^8-1}}$

ⓒ $f'(x) = \frac{4}{x\sqrt{x^4-1}}$

ⓓ $f'(x) = \frac{16}{x\sqrt{x^4-1}}$

2022 – 2023

Find the derivative of	أوجد المشتقة لـ
$f(x) = sin^{-1}(\sqrt{x})$	$f(x) = sin^{-1}(\sqrt{x})$

$$f'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}}{\sqrt{1-(\sqrt{x})^2}} = \frac{1}{2\sqrt{x(1-x)}}$$

$$y = \sin^{-1}f(x)$$

$$y' = \frac{f'(x)}{\sqrt{1-f(x)^2}}$$

ⓐ $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x(1-x)}}$

ⓑ $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x(1-x^2)}}$

ⓒ $f'(x) = \frac{-1}{\sqrt{x(1-x)}}$

ⓓ $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}(1-x)}$

Find implicitly $y`(x)$ for $x^2y - 3y^3 = x^2 + 1$	أوجد $y`(x)$ ضمنيا لـ $x^2y - 3y^3 = x^2 + 1$

$$2xy + x^2y` - 9y^2y` = 2x$$
$$x^2y` - 9y^2y` = 2x - 2xy$$
$$y`(x^2 - 9y^2) = 2x - 2xy$$
$$y` = \frac{2x - 2xy}{x^2 - 9y^2}$$

ⓐ $y`(x) = \frac{2x - 2xy}{x^2 + 9y^2}$

ⓑ $y`(x) = \frac{2x - 2xy}{x^2 - 9y^2}$

ⓒ $y`(x) = \frac{2x + 2xy}{x^2 + y^2}$

ⓓ $y`(x) = \frac{2x - 2y}{x^2y + 9y^2}$

With my best wishes

Mr. Ahmed Giwily

056 782574

2021 – 2022

Find the derivative of $f(x) = cos^{-1}(2x^3)$	أوجد المشتقة لـ $f(x) = cos^{-1}(2x^3)$

$$f`(x) = \frac{-6x^2}{\sqrt{1-(2x^3)^2}} = \frac{-6x^2}{\sqrt{1-4x^6}}$$

$$y = cos^{-1} f(x)$$
$$y` = \frac{f`(x)}{\sqrt{1-(f(x))^2}}$$

ⓐ $f`(x) = \frac{-6x}{\sqrt{1-9x^4}}$

ⓑ $f`(x) = \frac{6x}{\sqrt{1-9x^4}}$

ⓒ $f`(x) = \frac{-6x^2}{\sqrt{1-4x^6}}$

ⓓ $f`(x) = \frac{6x^2}{\sqrt{1-4x^6}}$

Find implicitly $y`(x)$ for $x^2y + 3y = 4x$	أوجد $y`(x)$ ضمنيا لـ $x^2y + 3y = 4x$
$2xy + x^2y` + 3y` = 4$ $x^2y` + 3y` = 4 - 2xy$ $y`(x^2+3) = 4 - 2xy$	$y` = \frac{4-2xy}{x^2+3}$

ⓐ $y`(x) = \frac{4-2xy}{x^2+3}$ ⓑ $y`(x) = \frac{4-2xy^2}{2x^2y+3}$

ⓒ $y`(x) = \frac{4-2xy^2}{2x^2y-3}$ ⓓ $y`(x) = \frac{4-2xy}{x^2-3}$

2020 – 2021

Find the derivative of $tan^{-1}(x^3)$	أوجد المشتقة لـ $tan^{-1}(x^3)$
$\frac{3x^2}{1+(x^3)^2} = \frac{3x^2}{1+x^6}$	$y = tan^{-1} f(x)$ $y` = \frac{f`(x)}{1+(f(x))^2}$

ⓐ $\frac{3x^2}{1+x^6}$ ⓑ $\frac{1}{\sqrt{1-x^6}}$ ⓒ $\frac{-1}{\sqrt{1-x^6}}$ ⓓ $\frac{1}{1+x^6}$

Find all points for which the tangent line to $x^2 + y^2 - 2y = 0$ is horizontal	أوجد جميع النقاط التي يكون عندها المماس للمنحني $x^2 + y^2 - 2y = 0$ أفقيا
ⓐ $(0,0),(0,2)$ ⓑ $(0,0),(0,-2)$ ⓒ $(0,2)$ ⓓ $(0,0)$	$2x + 2yy` - 2y` = 0$ $2yy` - 2y` = -2x$ $yy` - y` = -x$ $y`(y-1) = -x$ $y` = \frac{-x}{y-1}$ Tangent line is horizontal So $y` = 0$ then $-x = 0$ $x = 0$

By Substiting $(0)^2 + y^2 - 2y = 0$

y=0 y=2

2019 – 2020

Find the derivative of	أوجد المشتقة لـ
$f(x) = tan^{-1}(cos\ 2x)$	$f(x) = tan^{-1}(x^3)$

$y = \tan^{-1} f(x) \Rightarrow f'(x) = \frac{f'(x)}{1+(f(x))^2}$

$f'(x) = \frac{-2\sin 2x}{1+(\cos 2x)^2}$

ⓐ $f'(x) = \frac{2}{1+4x^2}$

ⓑ $f'(x) = \frac{-2\ sin\ 2x}{1+(cos\ 2x)^2}$

ⓒ $f'(x) = \frac{2}{\sqrt{1-(cos\ 2x)^2}}$

ⓓ $f'(x) = \frac{2\ sin\ 2x}{1+cos\ (2x)^2}$

Find implicitly $y'(x)$ for $\frac{x}{y}+\frac{2}{x}=5$	أوجد $y'(x)$ ضمنيا لـ $\frac{x}{y}+\frac{2}{x}=5$

$y(x) = xy^{-1} + 2x^{-1} = 5$

$y'(x) = y^{-1} + x(-y^{-2})y' - 2x^{-2} = 0$

$\frac{1}{y} - \frac{x}{y^2}y' - \frac{2}{x^2} = 0$

$-\frac{x}{y^2}y' = \frac{2}{x^2} - \frac{1}{y}$

$-\frac{x}{y^2}y' = \frac{2y-x^2}{x^2y}$

$y' = \frac{\frac{2y-x^2}{x^2y}}{-\frac{x}{y^2}}$

2018 – 2019

Find the derivative of	أوجد المشتقة لـ
$f(x) = cos^{-1}(2x)$	$f(x) = cos^{-1}(2x)$

$y = \cos^{-1} f(x)$

$y' = \frac{-f'(x)}{\sqrt{1-(f(x))^2}}$

$f'(x) = \frac{-2}{\sqrt{1-(2x)^2}} = \frac{-2}{\sqrt{1-4x^2}}$

ⓐ $f'(x) = \frac{2\ sin\ (2x)}{cos^2(x-2)}$

ⓑ $f'(x) = \frac{-2}{\sqrt{1+4x^2}}$

ⓒ $f'(x) = \frac{2}{\sqrt{1-4x^2}}$

ⓓ $f'(x) = \frac{-2}{\sqrt{1-4x^2}}$

Find the derivaltive $y`(x)$ implicitly If $xy^2 + 5x = (2y+1)^3$	أوجد المشتقة $y`(x)$ ضمنيا $xy^2 + 5x = (2y+1)^3$
$y^2 + 2xyy` + 5 = 3(2y+1)^2 \cdot (2y`)$ $y^2 + 5 = 6(2y+1)^2 y` - 2xyy`$ $y^2 + 5 = (6(2y+1)^2 - 2xy)y`$	$y` = \frac{y^2+5}{6(2y+1)^2 - 2xy}$

2017 – 2018

Find all points for which the tangent line to $x^2y^2 = 3y + 1$ is horizontal	أوجد جميع النقاط التي يكون عندها المماس للمنحني $x^2y^2 = 3y + 1$ أفقيا
$2xy^2 + 2x^2yy` = 3y`$ $2xy^2 = 3y` - 2x^2yy`$ $2xy^2 = (3 - 2x^2y)y`$ $y` = \frac{2xy}{3-2x^2y}$	$2xy = 0$ $x = 0$ | $y = 0$ by Substition | rejected. $y = -1/3$ $(0, -1/3)$

Lesson (3-10) : The Mean Value Theorem

2023 – 2024

Find a value of c as guaranteed by the Mean Value Theorem for the function $f(x) = x^2 + x$ on the interval $[-1, 0]$	أوجد قيمة c بالشكل الذي تحققه نظرية القيمة المتوسطة للدالة $f(x) = x^2 + x$ في الفترة $[-1, 0]$

$$f'(c) = \frac{f(0) - f(-1)}{0 - (-1)} = \frac{0 - 0}{1} = 0$$

$$f'(c) = 2c + 1 = 0$$

$$2c = -1 \qquad c = -\frac{1}{2}$$

2022 – 2023

Find a value of c as guaranteed by the Mean Value Theorem for the function $f(x) = x^2 - 2x$ on the interval [0 , 2]	أوجد قيمة c بالشكل الذي تحققه نظرية القيمة المتوسطة للدالة $f(x) = x^2 - 2x$ في الفترة [0 , 2]

ⓐ $c = 2$

ⓑ $c = 0$

ⓒ $c = 1$

ⓓ $c = 1.5$

$$f'(c) = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{0 - 0}{2} = 0$$

$$f'(c) = 2c - 2 = 0$$

$$2c = 2 \qquad c = 1$$

2019 – 2020

Find a value of c as guaranteed by the Mean Value Theorem for the function $f(x) = x^2 + 1$ on the interval [0 , 2]	أوجد قيمة c بالشكل الذي تحققه نظرية القيمة المتوسطة للدالة $f(x) = x^2 + 1$ في الفترة [0 , 2]

ⓐ $c = 2$

ⓑ $c = 0$

ⓒ $c = 1$

ⓓ $c = 0.5$

$$f'(c) = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{5 - 1}{2} = 2$$

$$f'(c) = 2c$$

$$2c = 2 \qquad c = 1$$

Prove that $x^4 + 6x^2 - 1 = 0$ has exactly two solutions	أثبت أن $x^4 + 6x^2 - 1 = 0$ لها حلان بالضبط

$f(x) = x^4 + 6x^2 - 1$

$f'(x) = 4x^3 + 12x = 0$

$4x(x^2 + 3) = 0$

$x = 0$ is only real solution for $f'(x)$

then $f(x)$ has exactly two solutions.

2019 – 2020

Determine the interval where the function $f(x) = x^2 - x + 1$ satisfies Rolle`s theorem and find the value of c	حدد الفترة التي تُحقق نظرية رول لـ $f(x) = x^2 - x + 1$ ثم أوجد قيمة c

$f(a) = f(b)$

$f(0) = f(1)$

$f'(x) = 2x - 1$

$f'(c) = 2c - 1 = 0$

$2c = 1$

$\boxed{c = 1/2}$

a b

ⓐ $[-1, 1], c = \frac{1}{2}$

ⓑ $[0, 1], c = \frac{1}{2}$

ⓒ $[-2, 2], c = 0$

ⓓ $[0, 1], c = 2$

2018 – 2019

If $f`(x) < 0$ for all values of x, prove that $f(x)$ is a decreasing function that is $f(a) > f(b)$ when $a < b$	إذا كان $f`(x) < 0$ لكل قيم x أثبت أن $f(x)$ تكون متناقصة إذا كان $f(a) > f(b)$ عندما $a < b$

$$f`(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a} \quad , \quad f`(c) < 0 \text{ negative} \qquad \text{So } a < b$$

$$f(b)-f(a) = f(c)(b-a) < b \longrightarrow \text{then } f(a) > f(b)$$

Show that the function $f(x) = 3 - x + e^{-x}$ Is decresing	وضح أن الدالة $f(x) = 3 - x + e^{-x}$ تكون متناقصة

$$f`(x) = -1 - e^{-x} < 0$$

$$f`(x) = -(1 + e^{-x}) \quad \text{So } f(x) \text{ is decreasing}$$
$$< 0$$

2019 – 2020

Find a value of c satisfying the conclusion of the Mean Value Theorem for $f(x) = x^2 + 2x + 1$ on the interval [0 , 1]	أوجد قيمة c التي تحقق نظرية القيمة المتوسطة للدالة $f(x) = x^2 + 2x + 1$ في الفترة [0 , 1]

ⓐ $c = \frac{1}{3}$ ⓑ $c = 0$

ⓒ $c = 1$ ⓓ $c = \frac{1}{2}$

$$f`(c) = \frac{f(1)-f(0)}{1-0} = \frac{4-0}{1} = 4$$

$$f`(c) = 2c + 2 = 4$$
$$2c = 4 - 2$$
$$2c = 2 \qquad c = 1$$

2017 – 2018

If f and g are two contiunius on the $[a\,,b]$, and differentiable functions on the interval $(a\,,b)$ with $f(a)=g(a)$ and $f(b)=g(b)$, prove that at some point in the interval $(a\,,b)$, f and g have parallel tangent lines	إذا كانت f و g دالتين متصلتين في الفترة $[a\,,b]$ وقابلتين للإشتقاق في الفترة $(a\,,b)$ حيث $f(a)=g(a)$ و $f(b)=g(b)$ فاثبت أن f و g لهما مماسان متوازيان عند نقطة ما في الفترة $(a\,,b)$

Let $h(x)=f(x)-g(x)$

h is differentiable if both of f(x) and g(x) are differentiable

So, $h(a)=h(b)=0$, Applying Roll's theorem

$c \in (a,b)$

$h'(c)=0$ ⟶ then $f'(c)=g'(c)$, then f(x) and g(x) are Parallel at c

With my best wishes

Mr. Ahmed Giwily

056 7825743