

الزخم الزاوي



تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

موقع المناهج ← المناهج الإماراتية ← الصف الحادي عشر المتقدم ← فيزياء ← الفصل الثالث ← ملفات متنوعة ← الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2026-06-28 13:03:19

ملفات اكتب للمعلم اكتب للطالب ا اختبارات الكترونية ا اختبارات ا حلول ا عروض بوربوينت ا أوراق عمل
منهج انجليزي ا ملخصات وتقارير ا مذكرات وبنوك ا الامتحان النهائي ا للمدرس

المزيد من مادة
فيزياء:

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الحادي عشر المتقدم



صفحة المناهج
الإماراتية على
فيسبوك

الرياضيات

اللغة الانجليزية

اللغة العربية

التربية الاسلامية

المواد على تلغرام

المزيد من الملفات بحسب الصف الحادي عشر المتقدم والمادة فيزياء في الفصل الثالث

العزم والاتزان السكوني

1

عزم القصور الذاتي والقانون الثاني لنيوتن في الحركة الدورانية

2

حل تمارين الوحدة السابعة: كمية الحركة والتصادمات

3

كمية الحركة والتصادمات

4

ملخص وتدرّيات الزخم والتصادمات

5

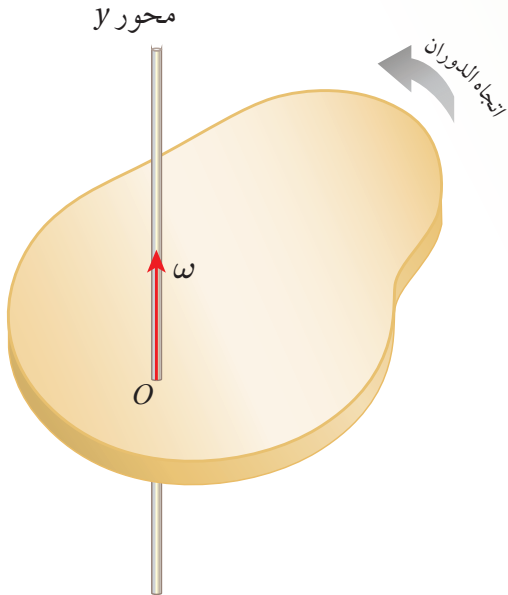
الطاقة الحركية الدورانية Rotational Kinetic Energy

الطاقة الحركية الخطية لجسم ترتبط بحركته الانتقالية. أما الجسم الذي يدور حول محور ثابت فإنه لا ينتقل من مكان إلى آخر، ولكنه يمتلك طاقة حركية دورانية.

يوضح الشكل (27) جسمًا يتحرك حركة دورانية حول محور ثابت (محور y) بسرعة زاوية ثابتة (ω). تُحسب الطاقة الحركية الدورانية (KE_R) لهذا الجسم بالعلاقة الآتية:

$$KE_R = \frac{1}{2} I \omega^2$$

حيث (I) عزم القصور الذاتي للجسم، و (ω) سرعته الزاوية. ومثل أشكال الطاقة الأخرى؛ تُقاس الطاقة الحركية الدورانية بوحدة (J).
ألاحظُ التناظر بين الطاقة الحركية الخطية ($\frac{1}{2} m v^2$) والطاقة الحركية الدورانية ($\frac{1}{2} I \omega^2$)، حيث تُقابل الكميتان (ω ، I) في الحركة الدورانية الكميتين (v ، m) في الحركة الخطية على الترتيب.



الشكل (27): جسمٌ يتحرك حركة دورانية حول محور y ؛ بسرعة زاوية ثابتة (ω).

الفكرة الرئيسة:

للزخم الخطي نظيرٌ في الحركة الدورانية يسمى الزخم الزاوي، ويكون الزخم الزاوي محفوظاً في الأنظمة المعزولة؛ حيث العزم المُحصّل المؤثر في الجسم يساوي صفراً.

نتائج التعلم:

- أحسب الطاقة الحركية الدورانية لجسم.
- أعرف الزخم الزاوي لجسم.
- أثبت قانون حفظ الزخم الزاوي لنظام معزول.
- أعبر عن قانون حفظ الزخم الزاوي بمعادلة رياضية.

المفاهيم والمصطلحات:

الزخم الزاوي Angular Momentum

قانون حفظ الزخم الزاوي

Law of Conservation of Angular Momentum

✓ **أنتحقق:** علامَ تعتمدُ الطاقة الحركية الدورانية لجسمٍ؟ وما وحدة قياسها؟

المثال 9

قرص مصمت منتظم متماثل كتلته (2.0 kg)، ونصف قطره (0.50 m)، يتحرك حركةً دورانيةً بسرعةٍ زاويةٍ ثابتةٍ مقدارها (8.0 rad/s) حول محورٍ ثابتٍ عموديٍّ على مركزه. بالاستعانة بالجدول (1)؛ أحسب الطاقة الحركية الدورانية للقرص.

المعطيات:

$$m = 2.0 \text{ kg}, r = 0.50 \text{ m}, \omega = 8.0 \text{ rad/s}, I = \frac{1}{2} mr^2$$

المطلوب:

$$KE_R = ?$$

الحل:

بالرجوع إلى الجدول (1)؛ فإن عزم القصور الذاتي للقرص المصمت:

$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{2} mr^2 \\ &= \frac{1}{2} \times 2.0 \times (0.50)^2 = 0.25 \text{ kg.m}^2 \end{aligned}$$

ثم تُحسب الطاقة الحركية الدورانية باستخدام العلاقة:

$$\begin{aligned} KE_R &= \frac{1}{2} I \omega^2 \\ &= \frac{1}{2} \times 0.25 \times (8)^2 \\ &= 8 \text{ J} \end{aligned}$$

لتدريسه

أستخدم الأرقام: يتحرك جزيء أكسجين (O_2) حركةً دورانيةً حول محورٍ ثابتٍ عموديٍّ على مُنتصف المسافة بين ذرتي الأكسجين المكوّنتين له، بسرعةٍ زاويةٍ ثابتةٍ مقدارها ($4.6 \times 10^{12} \text{ rad/s}$). إذا علمتُ أن عزم القصور الذاتي لجزيء الأكسجين حول محور دورانه يساوي ($1.95 \times 10^{-46} \text{ kg.m}^2$) عند درجة حرارة الغرفة؛ فأحسب الطاقة الحركية الدورانية للجزيء.

أفكر: في المثال 9؛ إذا تغيّر موقع محور الدوران للقرص، مع بقاء مقدار السرعة الزاوية ثابتاً، فهل تتغير الطاقة الحركية الدورانية؟ أوضّح إجابتي.

الزخم الزاوي وحفظه

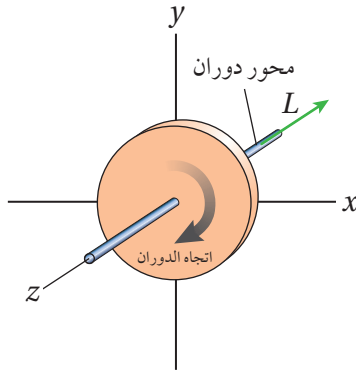
Angular Momentum and it's Conservation

درست في الوحدة الأولى الزخم الخطي لأجسام متحركة حركة انتقالية. وفي أثناء دراستي لهذه الوحدة؛ وجدت أن السرعة في الحركة الانتقالية تُقابلها السرعة الزاوية في الحركة الدورانية، والكتلة يقابلها عزم القصور الذاتي. وبصورة مماثلة يوجد للزخم الخطي (p) نظيرٌ دوراني يُسمى **الزخم الزاوي** **Angular momentum (L)**؛ يُعرف بأنه يساوي ناتج ضرب عزم القصور الذاتي للجسم أو النظام في سرعته الزاوية. وهو كميةٌ مُتجهة، رمزه (L)، ووحدة قياسه ($\text{kg.m}^2/\text{s}$) حسب النظام الدولي للوحدات.

يُعطى مقدار الزخم الزاوي لجسم يتحرك حركةً دورانيةً حول محور ثابتٍ بالعلاقة:

$$L = I\omega$$

ويكون اتجاه الزخم الزاوي باتجاه السرعة الزاوية المُتجهة، فمثلاً؛ عند دوران قرص حول محور (z)، باتجاه حركة عقارب الساعة كما هو موضح في الشكل (28)، يكون متجه الزخم الزاوي داخلاً إلى الصفحة باتجاه ($-z$). أما عند دوران الجسم بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة، يكون متجه الزخم الزاوي خارجاً من الصفحة باتجاه ($+z$).



الشكل (28): متجه الزخم الزاوي.

المثال 10

يتحرك جسيم كتلته (50.0 g) حول محور ثابتٍ (محور z) عند النقطة (O)، في مسارٍ دائري نصف قطره (20.0 cm)، بسرعةٍ زاويةٍ ثابتةٍ مقدارها (5.0 rad/s) بعكس اتجاه دوران عقارب الساعة، كما هو موضح في الشكل (29). أحسب مقدار الزخم الزاوي للجسيم حول هذا المحور، وأحدد اتجاهه.

المُعطيات: $m = 50.0 \times 10^{-3} \text{ kg}$, $r = 20.0 \times 10^{-2} \text{ m}$,

$\omega = 5.0 \text{ rad/s}$, $I = mr^2$.

المطلوب: $L = ?$

الحل:

أحسب مقدار الزخم الزاوي للجسيم بالعلاقة:

$$\begin{aligned} L &= I\omega = mr^2 \omega \\ &= 50.0 \times 10^{-3} \times (20.0 \times 10^{-2})^2 \times 5.0 \\ &= 1.0 \times 10^{-2} \text{ kg.m}^2/\text{s} \end{aligned}$$

باستخدام قاعدة قبضة اليد اليمنى؛ فإن متجه الزخم الزاوي يكون خارجاً من الصفحة على امتداد محور الدوران.

الزخم الزاوي والعزم Angular Momentum and Torque

ينص القانون الثاني لنيوتن في الحركة الخطية على أن القوة المُحصَّلة المؤثرة في جسمٍ تساوي المعدل الزمني للتغير في زخمه الخطي ($\sum F = \frac{dp}{dt}$). ويمكن كتابة علاقة مماثلة في الحركة الدورانية بدلالة الزخم الزاوي كما يأتي:

$$\sum \tau = \frac{dL}{dt}$$

أي أن العزم المُحصَّل المؤثر في جسمٍ يتحرك حركةً دورانيةً حول محور ثابتٍ يساوي المعدل الزمني للتغير في زخمه الزاوي حول المحور نفسه. أي أن العزم المُحصَّل ($\sum \tau$) يُسبب تغير الزخم الزاوي (dL)، تمامًا كما تُسبب القوة المُحصَّلة ($\sum F$) تغير الزخم الخطي (dp).

وعند حدوث تغير في الزخم الزاوي (ΔL) خلال فترة زمنية (Δt)؛ فإنه يمكن كتابة العلاقة السابقة في الحركة الدورانية كما يأتي:

$$\sum \tau = \frac{\Delta L}{\Delta t}$$

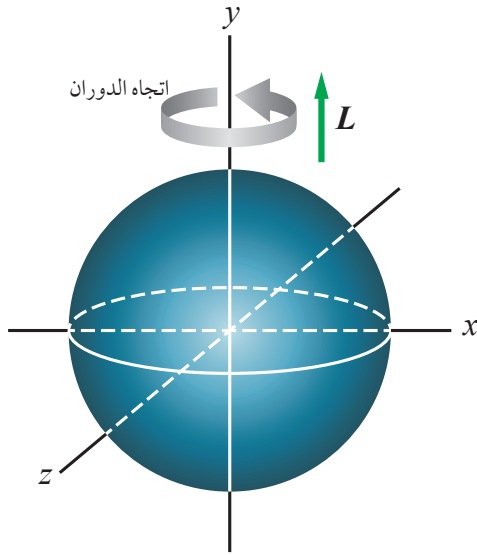
✓ **أنحقّق:** أوضّح العلاقة بين العزم المُحصَّل المؤثر في جسم والمعدل الزمني لتغير زخمه الزاوي. أفسّر إجابتي.

الرّبط بالعلوم الحياتيّة

عندما يرفرف الطائر بجناحيه؛ فإنه يقوم بتدوير الجناحين إلى أعلى وأسفل حول الكتف. يمتلك الطائر الطنان أجنحة صغيرة ذات عزم قصور ذاتي صغير، لذا يستطيع الطائر تحريك جناحيه بسرعة (تصل إلى 70 ذبذبة في الثانية). وعلى النقيض من ذلك فإن النسر لديه أجنحة ضخمة يصعب تحريكها بسبب عزم القصور الذاتي الكبير. يرفرف النسر بأجنحته بمعدل ذبذبة واحدة في الثانية عند الإقلاع، ولكنه في معظم الأوقات يميل إلى التحليق مع ثبات جناحيه.



المثال 11



كرة مُصمَّمة منتظمة توزيع الكتلة، كتلتها (5.0 kg) ونصف قطرها (10.0 cm)، تتحرك حركةً دورانيةً حول محورٍ ثابتٍ (محور y) يمرُّ في مركزها، بسرعةٍ زاويةٍ ثابتةٍ (20 rad/s) بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة عند النظر إليها من أعلى، كما هو موضح في الشكل (30). أحسب مقدار الزخم الزاوي للكرة حول هذا المحور، وأحدد اتجاهه.

المُعطيات: $m = 5.0 \text{ kg}$, $r = 10.0 \times 10^{-2} \text{ m}$,

$$\omega = 20 \text{ rad/s}, I = \frac{2}{5} mr^2.$$

المطلوب: $L = ?$

الحل:

أستخدم العلاقة الآتية لحساب مقدار الزخم الزاوي لجسم يدور حول محورٍ ثابت، وباستخدام الجدول (1)؛ أجد أن عزم القصور الذاتي لكرة مُصمَّمة منتظمة توزيع الكتلة يساوي $(\frac{2}{5} mr^2)$.

$$\begin{aligned} L &= I\omega = \frac{2}{5} mr^2 \omega \\ &= \frac{2}{5} \times 5.0 \times (10.0 \times 10^{-2})^2 \times 20 \\ &= 0.4 \text{ kg.m}^2/\text{s} \end{aligned}$$

الزخم الزاوي للكرة موجب، إذ يكون اتجاه الزخم الزاوي باتجاه محور y الموجب عند النظر إليها من أعلى؛ لأن الكرة تدور بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة كما يبدو للناظر.

لتدرب

أستخدم الأرقام: في المثال السابق، إذا تغيّر مقدار السرعة الزاوية للكرة حول محور الدوران نفسه بتسارع زاوي ثابت، بحيث أصبح (40 rad/s) خلال (5 s)، فأحسب مقدار العزم المحصل المؤثر في الكرة خلال هذه الفترة الزمنية.

حفظ الزخم الزاوي Conservation of Angular Momentum

درستُ سابقاً قانون حفظ الزخم الخطي لنظام معزول، حيثُ القوةُ المُحصّلة المؤثرة في النظام تساوي صفراً. ويمكن التوصلُ إلى علاقةٍ مُماثلةٍ في الحركة الدورانية عندما يكون العزم المحصل المؤثر في جسمٍ أو نظامٍ صفراً ($\sum \tau = 0$)؛ عندها يكون الزخم الزاوي ثابتاً مع مرور الزمن، أي أن:

$$\frac{dL}{dt} = 0$$

وهذا يعني؛ أن الزخم الزاوي (L) للنظام محفوظ، أي أن:

$$L_f = L_i$$

تُعبر هذه العلاقة عن قانون حفظ الزخم الزاوي **Law of conservation of angular momentum**، الذي ينصُّ أن: «الزخم الزاوي لنظام معزول يبقى ثابتاً

في المقدار والاتجاه»، إذ يكون العزم المحصل المؤثر في النظام المعزول صفراً. أي أن الزخم الزاوي الابتدائي لنظام معزول يُساوي زخمه الزاوي النهائي.

إذا أُعيد توزيع كتلة النظام المعزول الذي يتحرك حركةً دورانيةً؛ فإنَّ عزم القصور الذاتي والسرعة الزاوية للنظام يتغيّران بحيث يبقى الزخم الزاوي ثابتاً. أي يمكن التعبير عن قانون حفظ الزخم الزاوي بالصورة الآتية:

$$I_f \omega_f = I_i \omega_i = \text{constant}$$

يبين الشكل (31) مُتزلّجاً على الجليد يدور حول محورٍ عموديٍّ على سطح الأرض ويمرُّ بمركز كتلته. يمكن التعامل مع المُتزلّج على أنه نظام معزول، حيثُ وزنه والقوة العمودية تؤثران في الاتجاه الرأسيّ وعزم كلٍّ منهما حول محور الدوران يساوي صفراً. إضافةً إلى ذلك؛ فإن مقدار قوة الاحتكاك بين الزلاجات والجليد صغيرٌ ويمكنُ إهمال العزم الناتج عنه حول محور الدوران. وهذا يعني أن الزخم الزاوي للمُتزلّج محفوظٌ ($I \omega = \text{constant}$). وعندما يضمُّ المُتزلّج قدميه وذراعيه نحو جسده يقلُّ عزمُ قصوره الذاتي؛ لذا يزداد مقدار سرعته الزاوية بحيث يبقى زخمه الزاوي ثابتاً.



(أ) مُتزلّج يدور بسرعة زاوية ω_i .



(ب) مُتزلّج يدور بسرعة زاوية ω_f .

الشكل (31): يقل عزم القصور الذاتي للمُتزلّج عندما يضم يديه نحو جسمه ويضم قدميه معاً، فيزداد مقدار سرعته الزاوية بحسب قانون حفظ الزخم الزاوي.

✓ **أتحقّق:** علام ينص قانون حفظ الزخم الزاوي؟

ثلاثة أطفال كتلتهم (20 kg، 28 kg، 32 kg) يقفون عند حافة لعبة دوّارة على شكل قرصٍ دائري منتظم كتلته $M = 100 \text{ kg}$ ، ونصف قطره $r = 2.0 \text{ m}$ ، ويدور بسرعةٍ زاويّةٍ ثابتة مقدارها 2.0 rad/s ، حول محور دوران ثابت عموديّ على سطح القرص، ويمرّ في مركزه باتجاه محور y . تحرّك الطفل الذي كتلته 20 kg ووقف عند مركز القرص. أحسب مقدار السرعة الزاويّة الجديد للعبة الدوّارة.

المُعطيات:

$$M = 100 \text{ kg}, r = 2.0 \text{ m}, m_1 = 20 \text{ kg}, m_2 = 28 \text{ kg}, m_3 = 32 \text{ kg}, \omega_i = 2.0 \text{ rad/s}$$

المطلوب:

$$\omega_f = ?$$

الحلّ:

يمكن التعامل مع النظام على أنّه معزول؛ لذا يكون الزخم الزاويّ محفوظاً. أطبق قانون حفظ الزخم الزاويّ:

$$L_i = L_f$$

$$I_i \omega_i = I_f \omega_f$$

عزم القصور الذاتي الابتدائي (I_i) للنظام يساوي مجموع عزوم القصور الذاتيّة للأطفال الثلاثة والقرص، ويُحسب باستخدام المعادلة الآتية:

$$I_i = \frac{1}{2} Mr^2 + (m_1 + m_2 + m_3)r^2 = \frac{1}{2} \times 100 \times 4 + (20 + 28 + 32) \times 4$$

$$= 520 \text{ kg.m}^2$$

عزم القصور الذاتي النهائي (I_f) للنظام يساوي مجموع عزوم القصور الذاتيّة لطفلين فقط والقرص؛ لأنّ عزم القصور الذاتيّ للطفل الذي كتلته 20 kg يساوي صفرًا؛ لأنّه يقف عند مركز القرص الذي يمرّ فيه محور الدوران، ويحسب باستخدام المعادلة الآتية:

$$I_f = \frac{1}{2} Mr^2 + (m_2 + m_3) r^2 = \frac{1}{2} (100)(4) + (28 + 32) (4) = 440 \text{ kg.m}^2$$

باستخدام قانون حفظ الزخم الزاوي؛ أجد أنّ:

$$520 \times 2 = 440 \omega_f$$

ومنها أجد أنّ مقدار السرعة الزاويّة النهائي يساوي:

$$\omega_f = \frac{1040}{440}$$

$$= 2.37 \text{ rad/s} \approx 2.4 \text{ rad/s}$$