

حل أوراق عمل الدرس الثاني المتجهات في المستوى الإحداثي من الوحدة السابعة المتجهات



تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

موقع المناهج ← المناهج الإماراتية ← الصف الحادي عشر المتقدم ← رياضيات ← الفصل الثالث ← ملفات متنوعة ← الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 20:22:22 2026-03-21

ملفات اكتب للمعلم اكتب للطالب | اختبارات الكترونية | اختبارات | حلول | عروض بوربوينت | أوراق عمل
منهج انجليزي | ملخصات وتقارير | مذكرات وبنوك | الامتحان النهائي للمدرس

المزيد من مادة
رياضيات:

إعداد: مجدي السيد

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الحادي عشر المتقدم



صفحة المناهج
الإماراتية على
فيسبوك

الرياضيات

اللغة الانجليزية

اللغة العربية

التربية الاسلامية

المواد على تلغرام

المزيد من الملفات بحسب الصف الحادي عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الثالث

أوراق عمل الدرس الثاني المتجهات في المستوى الإحداثي من الوحدة السابعة المتجهات

1

حل أوراق عمل الدرس الأول مقدمة في المتجهات من الوحدة السابعة المتجهات

2

مقرر الوحدات والدروس المطلوبة في الفصل الثالث منهج بريدج Bridge

3

ملخص مراجعة الدروس وفق الهيكل الوزاري واختبارات سابقة

4

حل مراجعة امتحانية وفق الهيكل الوزاري منهج ريفيل

5

الصورة المركبة للمتجه | Component Form



للتعبير عن المتجه \vec{AB} بمعلومية نقطة بدايته $A(x_1, y_1)$ ونهايته $B(x_2, y_2)$ نطرح إحداثيات البداية من النهاية:

Subtract initial point coordinates from terminal point coordinates.

$$\vec{AB} = \langle x_2 - x_1, y_2 - y_1 \rangle = \langle a, b \rangle$$

تدريب (1) Practice

جد الصورة المركبة للمتجهات التالية:

$A(-2, -7), B(6, 1)$:1A

$$\vec{AB} = \langle 6 - (-2), 1 - (-7) \rangle$$

$$\vec{AB} = \langle 8, 8 \rangle$$

$A(0, 8), B(-9, -3)$:1B

$$\vec{AB} = \langle -9 - 0, -3 - 8 \rangle$$

$$\vec{AB} = \langle -9, -11 \rangle$$

مثال (1) Example

جد الصورة المركبة للمتجه \vec{AB} حيث $A(-4, 2)$ و $B(3, -5)$.

التعويض $\langle x_2 - x_1, y_2 - y_1 \rangle$

$$\vec{AB} = \langle 3 - (-4), -5 - 2 \rangle$$

$$\vec{AB} = \langle 7, -7 \rangle$$



مقدار (طول) المتجه | Magnitude of a Vector

يُحسب مقدار المتجه $\vec{v} = \langle a, b \rangle$ بتطبيق نظرية فيثاغورس على مركبتيه الأفقية والرأسية:

Calculated using Pythagorean theorem: $Magnitude = \sqrt{a^2 + b^2}$

$$|\vec{v}| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Q15 - Q21

تطبيقات المقدار Practice

Q15: $\langle 7, 4 \rangle \Rightarrow \sqrt{7^2 + 4^2} = \sqrt{65}$

Q16: $\langle -8, 16 \rangle \Rightarrow \sqrt{64 + 256} = 8\sqrt{5}$

Q17: $\langle -7, -8 \rangle \Rightarrow \sqrt{49 + 64} = \sqrt{113}$

Q18: $\langle 3, 4 \rangle \Rightarrow \sqrt{9 + 16} = 5$

Q19: $\langle -6, 8 \rangle \Rightarrow \sqrt{36 + 64} = 10$

Q20: $\langle 5, 12 \rangle \Rightarrow \sqrt{25 + 144} = 13$

Q21: $\langle 2, -2 \rangle \Rightarrow \sqrt{4 + 4} = 2\sqrt{2}$

Q12 - Q14

مثال وتدريبات Example & Practice

Q12: $\vec{AB} = \langle 7, -7 \rangle$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{7^2 + (-7)^2} = \sqrt{98}$$

$$\approx 9.9$$

Q13: $\vec{AB} = \langle 8, 8 \rangle$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{8^2 + 8^2} = \sqrt{128} \approx 11.3$$

Q14: $\vec{AB} = \langle -9, -11 \rangle$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{(-9)^2 + (-11)^2} = \sqrt{202} \approx 14.2$$

Q22

تحدي التميز | Extra Challenge

إذا كان المتجه $\vec{v} = \langle 3, k \rangle$ ومقداره $|\vec{v}| = 5$ ، فما هي القيم الممكنة لـ k ؟

$$\sqrt{3^2 + k^2} = 5 \Rightarrow 9 + k^2 = 25 \Rightarrow k^2 = 16 \Rightarrow k = \pm 4$$

If vector $\vec{v} = \langle 3, k \rangle$ has a magnitude of 5, find the possible values of k .

2. العمليات الجبرية والبيانية على المتجهات
Algebraic & Graphical Operations on Vectors

قواعد العمليات الجبرية | Operations Rules

الضرب **Scalar Multiplication**

$$ku = \langle ka, kb \rangle$$

الطرح **Subtraction**

$$u - v = \langle a - c, b - d \rangle$$

الجمع **Addition**

$$u + v = \langle a + c, b + d \rangle$$

Q27 - Q34

تمارين مركبة | Complex Operations

$$f = \langle 8, 0 \rangle, g = \langle -3, -5 \rangle, h = \langle -6, 2 \rangle$$

Q27: $4h - g = \langle -24, 8 \rangle - \langle -3, -5 \rangle = \langle -21, 13 \rangle$

Q28: $f + 2h = \langle 8, 0 \rangle + \langle -12, 4 \rangle = \langle -4, 4 \rangle$

Q29: $3g - 5f + h = \langle -9, -15 \rangle - \langle 40, 0 \rangle + \langle -6, 2 \rangle = \langle -55, -13 \rangle$

Q30: $2f + g - 3h = \langle 16, 0 \rangle + \langle -3, -5 \rangle - \langle -18, 6 \rangle = \langle 31, -11 \rangle$

Q31: $f - 2g - 2h = \langle 8, 0 \rangle - \langle -6, -10 \rangle - \langle -12, 4 \rangle = \langle 26, 6 \rangle$

Q32: $6h + 5f - 10g = \langle -36, 12 \rangle + \langle 40, 0 \rangle - \langle -30, -50 \rangle = \langle 34, 62 \rangle$

Q33: $2g + f = \langle -6, -10 \rangle + \langle 8, 0 \rangle = \langle 2, -10 \rangle$

Q34: $h - f = \langle -6, 2 \rangle - \langle 8, 0 \rangle = \langle -14, 2 \rangle$

Q23 - Q26

أمثلة وتدريبات | Example & Practice

معطى: $w = \langle -4, 1 \rangle, y = \langle 2, 5 \rangle, z = \langle -3, 0 \rangle$

(Add | جمع) $w + y$:Q23

$$= \langle -4 + 2, 1 + 5 \rangle = \langle -2, 6 \rangle$$

(Subtract | طرح) $z - 2y$:Q24

$$= \langle -3, 0 \rangle - \langle 4, 10 \rangle = \langle -7, -10 \rangle$$

$4w + z$:Q25

$$= \langle -16, 4 \rangle + \langle -3, 0 \rangle = \langle -19, 4 \rangle$$

$2w + 4y - z$:Q26

$$= \langle -8, 2 \rangle + \langle 8, 20 \rangle - \langle -3, 0 \rangle = \langle 3, 22 \rangle$$

العمليات البيانية (الرسم) | Graphical Operations



لجمع متجهين بيانياً نستخدم قاعدة متوازي الأضلاع (تلاقي بدايتين) أو قاعدة المثلث (تلاقي نهاية بداية). المحصلة \vec{R} هي الضلع الذي يغلق الشكل ويكون من البداية للنهاية.

Use Parallelogram or Triangle law to find the resultant vector graphically.

Q35 - Q38

المتجهات المتكافئة | Equivalent Vectors

المتجهان متكافئان إذا كان لهما نفس الصورة المركبة. هل \vec{AB} يكافئ \vec{CD} ؟ (Are they equivalent)

Q37: $A(1, -3), B(0, -10)$ و $C(11, 8), D(10, 1)$
 $\vec{AB} = \langle -1, -7 \rangle, \vec{CD} = \langle -1, -7 \rangle \Rightarrow$ نعم (Yes)

Q35: $A(3, 5), B(6, 9)$ و $C(-4, -4), D(-2, 0)$
 $\vec{AB} = \langle 3, 4 \rangle, \vec{CD} = \langle 2, 4 \rangle \Rightarrow$ لا (No)

Q38: $A(0, 0), B(5, 5)$ و $C(2, 2), D(7, 7)$
 $\vec{AB} = \langle 5, 5 \rangle, \vec{CD} = \langle 5, 5 \rangle \Rightarrow$ نعم (Yes)

Q36: $A(-4, -5), B(-8, 1)$ و $C(3, -3), D(1, 0)$
 $\vec{AB} = \langle -4, 6 \rangle, \vec{CD} = \langle -2, 3 \rangle \Rightarrow$ لا (No)

متجه الوحدة | Unit Vector (u)



$$|u| = 1$$

متجه الوحدة هو متجه مقداره يساوي 1. لإيجاد متجه وحدة في نفس اتجاه المتجه v ، نقسم المتجه على مقداره:

To find a unit vector, divide the given vector by its magnitude.

$$u = \frac{v}{|v|}$$

Q42 - Q47

Practice تطبيقات إضافية

$$Q42: v = \langle -2, 7 \rangle \Rightarrow u = \left\langle \frac{-2\sqrt{53}}{53}, \frac{7\sqrt{53}}{53} \right\rangle$$

$$Q43: v = \langle 9, -3 \rangle \Rightarrow u = \left\langle \frac{3\sqrt{10}}{10}, \frac{-\sqrt{10}}{10} \right\rangle$$

$$Q44: v = \langle -8, -5 \rangle \Rightarrow u = \left\langle \frac{-8\sqrt{89}}{89}, \frac{-5\sqrt{89}}{89} \right\rangle$$

$$Q45: v = \langle 6, 3 \rangle \Rightarrow u = \left\langle \frac{2\sqrt{5}}{5}, \frac{\sqrt{5}}{5} \right\rangle$$

$$Q46: v = \langle -2, 9 \rangle \Rightarrow u = \left\langle \frac{-2\sqrt{85}}{85}, \frac{9\sqrt{85}}{85} \right\rangle$$

$$Q47: v = \langle -1, -5 \rangle \Rightarrow u = \left\langle \frac{-\sqrt{26}}{26}, \frac{-5\sqrt{26}}{26} \right\rangle$$

Q39 - Q41

Example & Practice أمثلة وتدريبات

$$v = \langle -2, 3 \rangle : Q39$$

$$|v| = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13}$$

$$u = \frac{\langle -2, 3 \rangle}{\sqrt{13}} = \left\langle \frac{-2\sqrt{13}}{13}, \frac{3\sqrt{13}}{13} \right\rangle$$

$$w = \langle 6, -2 \rangle : Q40$$

$$|w| = \sqrt{40} = 2\sqrt{10} \Rightarrow u = \left\langle \frac{3\sqrt{10}}{10}, \frac{-\sqrt{10}}{10} \right\rangle$$

$$x = \langle -4, -8 \rangle : Q41$$

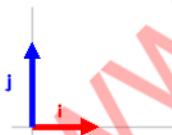
$$|x| = \sqrt{80} = 4\sqrt{5} \Rightarrow u = \left\langle \frac{-\sqrt{5}}{5}, \frac{-2\sqrt{5}}{5} \right\rangle$$

متجهات الوحدة القياسية والتوافق الخطي | Linear Combination

يُرمز لمتجه الوحدة في اتجاه محور x بالرمز $i = \langle 1, 0 \rangle$ ومحور y بالرمز $j = \langle 0, 1 \rangle$. يمكن كتابة المتجه $v = \langle a, b \rangle$ بتوافق خطي:

Vector v can be written as a linear combination using standard unit vectors i and j .

$$v = ai + bj$$



Q51 - Q56

Practice تطبيقات إضافية

$$Q51: D(4, -1), E(5, -7) \Rightarrow 1i - 6j$$

$$Q52: D(9, -6), E(-7, 2) \Rightarrow -16i + 8j$$

$$Q53: D(3, 11), E(-2, -8) \Rightarrow -5i - 19j$$

$$Q54: D(9.5, 1), E(0, -7.3) \Rightarrow -9.5i - 8.3j$$

$$Q55: D(-3, -5.7), E(6, -8.1) \Rightarrow 9i - 2.4j$$

$$Q56: D(-4, -6), E(8, 5) \Rightarrow 12i + 11j$$

Q48 - Q50

التوافق الخطي | Linear Combination

$$D(-2, 3), E(4, 5) : Q48$$

$$\vec{DE} = \langle 4 + 2, 5 - 3 \rangle = 6i + 2j$$

$$D(-6, 0), E(2, 5) : Q49$$

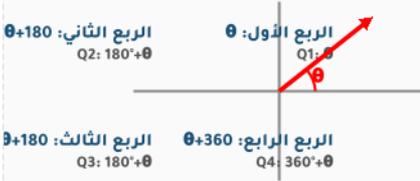
$$\vec{DE} = \langle 2 + 6, 5 - 0 \rangle = 8i + 5j$$

$$D(-3, -8), E(-7, 1) : Q50$$

$$\vec{DE} = \langle -7 + 3, 1 + 8 \rangle = -4i + 9j$$

4. زوايا اتجاه المتجهات والصورة المركبة
Direction Angles & Component Form from Magnitude

زاوية اتجاه المتجه | Direction Angle (θ)



لإيجاد زاوية الاتجاه θ التي يصنعها المتجه $\vec{v} = \langle a, b \rangle$ مع محور x الموجب، نستخدم دالة الظل العكسية. يجب تعديل الزاوية النهائية حسب الربع الذي يقع فيه المتجه.

To find the direction angle θ , use the inverse tangent function. Adjust the final angle based on the vector's quadrant.

$$\tan \theta = \frac{b}{a} \implies \theta = \tan^{-1} \left(\frac{b}{a} \right)$$

تمرين موجّه (7) وتدرّيات إضافية | Q57-Q60

Q57: $-6i + 2j$ (الربع 2 | Q2)

$$\theta = 180^\circ + \tan^{-1} \left(\frac{2}{-6} \right) \approx 180^\circ - 18.4^\circ$$

$$\theta = 161.6^\circ$$

Q58: $\langle -3, -8 \rangle$ (الربع 3 | Q3)

$$\theta = 180^\circ + \tan^{-1} \left(\frac{-8}{-3} \right) \approx 180^\circ + 69.4^\circ$$

$$\theta = 249.4^\circ$$

Q59: $\langle -5, 9 \rangle \implies 180^\circ + \tan^{-1} \left(\frac{9}{-5} \right) \approx 119.1^\circ$

Q60: $\langle 3, 6 \rangle \implies \tan^{-1} \left(\frac{6}{3} \right) \approx 63.4^\circ$

مثال (7): إيجاد زاوية الاتجاه | Example 7

(أ) $\vec{p} = 3i + 7j$ (الربع 1 | Q1)

$$\tan \theta = \frac{7}{3} \implies \theta = \tan^{-1} \left(\frac{7}{3} \right)$$

$$\theta \approx 66.8^\circ$$

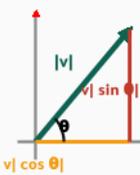
(ب) $\vec{r} = \langle 4, -5 \rangle$ (الربع 4 | Q4)

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{-5}{4} \right) \approx -51.3^\circ$$

(360° نضيف | Add 360°)

$$360^\circ - 51.3^\circ = 308.7^\circ$$

الصورة المركبة بمعلومية المقدار والزاوية



إذا علمنا مقدار المتجه $|v|$ وزاوية اتجاهه θ ، يمكننا إيجاد مركبتيه باستخدام النسب المثلثية:

Given magnitude $|v|$ and direction angle θ , the component form is:

$$\vec{v} = \langle |v| \cos \theta, |v| \sin \theta \rangle$$

تدريب (6) وتطبيقات | Practice 6 & Q61-Q64

Q61: $|v| = 8, \theta = 45^\circ$

$$\vec{v} = \langle 8 \cos 45^\circ, 8 \sin 45^\circ \rangle = \langle 4\sqrt{2}, 4\sqrt{2} \rangle$$

Q62: $|v| = 24, \theta = 210^\circ$

$$\vec{v} = \langle 24 \cos 210^\circ, 24 \sin 210^\circ \rangle = \langle -12\sqrt{3}, -12 \rangle$$

Q63: $|v| = 12, \theta = 60^\circ \implies \langle 6, 6\sqrt{3} \rangle$

Q64: $|v| = 4, \theta = 135^\circ \implies \langle -2\sqrt{2}, 2\sqrt{2} \rangle$

مثال (6): إيجاد الصورة المركبة | Example 6

مثال (6): $|v| = 10, \theta = 120^\circ$

$$\vec{v} = \langle 10 \cos 120^\circ, 10 \sin 120^\circ \rangle$$

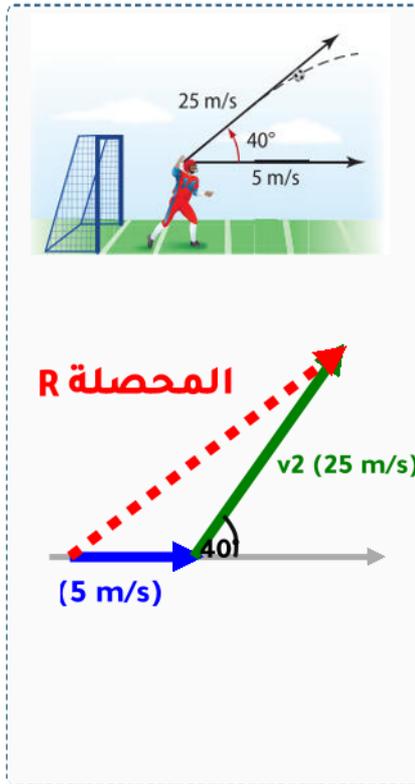
$$\vec{v} = \langle 10 \left(-\frac{1}{2} \right), 10 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \rangle$$

$$\vec{v} = \langle -5, 5\sqrt{3} \rangle$$

5. تطبيقات حياتية على المتجهات (السرعة والقوة المحصلة)
Real-World Applications: Resultant Velocity & Force

Example 8: Soccer Ball Velocity | Q65

تطبيق (1): محصلة السرعة (كرة القدم)



يركض حارس مرمى للأمام بسرعة 5 m/s ويرمي الكرة بسرعة 25 m/s وبزاوية 40° مع الأفقي. أوجد مقدار واتجاه السرعة الناتجة (المحصلة) للكرة.

A goalkeeper runs forward at 5 m/s and throws a ball at 25 m/s at a 40° angle. Find the resultant velocity and direction.

الخطوة 1: متجه سرعة الحارس \vec{v}_1

$$\vec{v}_1 = \langle 5, 0 \rangle$$

الخطوة 2: متجه سرعة رمي الكرة \vec{v}_2

$$\vec{v}_2 = \langle 25 \cos 40^\circ, 25 \sin 40^\circ \rangle \approx \langle 19.2, 16.1 \rangle$$

الخطوة 3: جمع المتجهين لإيجاد المحصلة \vec{R}

$$\vec{R} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 \approx \langle 5 + 19.2, 0 + 16.1 \rangle = \langle 24.2, 16.1 \rangle$$

$$\theta \approx \tan^{-1} \left(\frac{16.1}{24.2} \right) \approx 33.6^\circ \text{ الاتجاه}$$

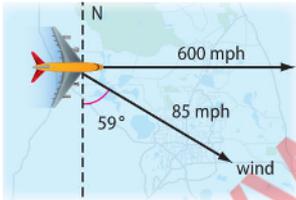
$$|\vec{R}| \approx \sqrt{24.2^2 + 16.1^2} \approx 29.1\text{ m/s} \text{ المقدار}$$

Aviation Navigation | Q67

تطبيق (3): الملاحة الجوية (الطيران)

تطير طائرة باتجاه الشرق بسرعة 600 mph . وتهب رياح بسرعة 85 mph باتجاه $S59^\circ E$. أوجد محصلة سرعة الطائرة.

Plane flies east at 600 mph . Wind blows 85 mph at $S59^\circ E$. Find the resultant velocity.



تحليل المتجهات:

$$\vec{P} = \langle 600, 0 \rangle \text{ (سرعة الطائرة)}$$

$$\vec{W} = \langle 85 \cos(-31^\circ), 85 \sin(-31^\circ) \rangle \approx \langle 72.9, -43.8 \rangle$$

(329° أو -31° يعادل زاوية $S59^\circ E$ ملاحظة: اتجاه)

المحصلة $\vec{R} = \vec{P} + \vec{W}$:

$$\vec{R} = \langle 600 + 72.9, 0 - 43.8 \rangle = \langle 672.9, -43.8 \rangle$$

$$|\vec{R}| \approx 674.3\text{ mph} \text{ المقدار}$$

Sled Traction | Q66

تطبيق (2): قوى السحب (التزلج)

تسحب فتاة زلاجة بقوة 275 N بزاوية 58° . ويدفع أخوها بقوة 320 N أفقياً. حدد مقدار واتجاه القوة المحصلة المؤثرة على الزلاجة.

A girl pulls a sled with 275 N at 58° . Her brother pushes horizontally with 320 N . Find resultant force.



القوى المؤثرة \vec{F}_1, \vec{F}_2 :

$$\vec{F}_1 = \langle 275 \cos 58^\circ, 275 \sin 58^\circ \rangle \approx \langle 145.7, 233.2 \rangle$$

$$\vec{F}_2 = \langle 320, 0 \rangle$$

المحصلة $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$:

$$\vec{R} \approx \langle 145.7 + 320, 233.2 + 0 \rangle = \langle 465.7, 233.2 \rangle$$

$$\text{المقدار: } 521\text{ N} \text{ | الزاوية: } \theta \approx 26.6^\circ$$

مسائل مهارات التفكير العليا | Critical Thinking

Q: الملاحة وتعديل المسار (Wind Correction)

يحتاج طيار لتعيين مسار غرباً بسرعة 500mph . إذا كانت الرياح تهب بسرعة 100mph بزاوية 192° . فما الاتجاه والسرعة التي يجب اتخاذها؟

$$\vec{W} = \langle 100 \cos 192^\circ, 100 \sin 192^\circ \rangle \approx \langle -97.8, -20.8 \rangle$$

$$\vec{R} = \langle -500, 0 \rangle$$

يجب أن تحقق سرعة الطائرة

$$\vec{P} : \vec{P} + \vec{W} = \vec{R} \implies \vec{P} = \vec{R} - \vec{W}$$

$$\vec{P} = \langle -500 - (-97.8), 0 - (-20.8) \rangle = \langle -402.2, 20.8 \rangle$$

السرعة: $\approx 402.7\text{mph}$ | الزاوية: $\theta \approx 177^\circ$

Q: القوارب وتيار النهر (River Boat)

تتحرك عائلة في قارب عبر نهر عرضه 150m . يتدفق تيار النهر جنوباً بمعدل 1m/s . يتحرك القارب شرقاً بسرعة 0.5m/s .

أ: سرعة القارب المحصلة

$$\vec{R} = \langle 0.5, -1 \rangle \implies |\vec{R}| = \sqrt{0.5^2 + (-1)^2} \approx 1.12\text{m/s}$$

ب: المسافة المقطوعة جنوباً

$$t = \frac{150}{0.5} = 300\text{s}$$

المسافة = $1 \times 300 = 300\text{m}$

تطبيقات إضافية محصلة | Extra Applications

Q75: تأثير تيار النهر (سباحة)

تسبح ليلي بسرعة 2m/s لتعبر نهرًا باتجاه الشرق. يتدفق تيار النهر بمعدل 1.2m/s جنوباً. ما هي السرعة المحصلة؟

$$\vec{R} = \langle 2, -1.2 \rangle$$

$$|\vec{R}| = \sqrt{2^2 + 1.2^2} \approx 2.33\text{m/s}$$

Q76: تأثير الرياح على الطائرة المسيرة

طائرة مسيرة (Drone) تطير شمالاً بسرعة 15m/s . تهب رياح شرقية سرعتها 4m/s . أوجد المحصلة.

$$\vec{R} = \langle 4, 15 \rangle$$

$$|\vec{R}| = \sqrt{4^2 + 15^2} \approx 15.5\text{m/s}$$

مراجعة عامة للمفاهيم | Mixed Review

متجه الوحدة | Unit Vector

Q70: أوجد \mathbf{u} للمتجه $\mathbf{v} = \langle 1, 7 \rangle$ $\implies \mathbf{u} = \langle \frac{1}{5\sqrt{2}}, \frac{7}{5\sqrt{2}} \rangle$

العمليات الجبرية | Algebraic Ops

$(\mathbf{g} = \langle -3, -5 \rangle, \mathbf{f} = \langle 8, 0 \rangle)$

Q71: $10\mathbf{g} - 2\mathbf{f} = \langle -30, -50 \rangle - \langle 16, 0 \rangle = \langle -46, -50 \rangle$

زاوية الاتجاه | Direction Angle

Q72: $\mathbf{v} = \langle 7, 7 \rangle \implies \theta = \tan^{-1}(1) = 45^\circ$

Q73: $\mathbf{v} = \langle -4, -4 \rangle \implies \theta = 180 + 45 = 225^\circ$

Q74: $\mathbf{v} = \langle 5, -5\sqrt{3} \rangle \implies \theta = 360 - 60 = 300^\circ$