

حل تمارين الدرس الثاني التمثيلات البيانية للمعادلات القطبية من الوحدة الثامنة



تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

موقع المناهج ← المناهج الإماراتية ← الصف الحادي عشر المتقدم ← رياضيات ← الفصل الثالث ← ملفات متنوعة ← الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 20:16:04 2025-04-26

ملفات اكتب للمعلم اكتب للطالب | اختبارات الكترونية | اختبارات | حلول | عروض بوربوينت | أوراق عمل
منهج انجليزي | ملخصات وتقارير | مذكرات وبنوك | الامتحان النهائي | للمدرس

المزيد من مادة
رياضيات:

إعداد: محمد زياد

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الحادي عشر المتقدم



صفحة المناهج
الإماراتية على
فيسبوك

الرياضيات

اللغة الانجليزية

اللغة العربية

التربية الاسلامية

المواد على تلغرام

المزيد من الملفات بحسب الصف الحادي عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الثالث

حل أوراق عمل الدرس الثالث الأعداد المركبة ونظرية دي موافر من الوحدة الثامنة	1
حل أوراق عمل الدرس الثالث الصور القطبية و الديكارتية للمعادلات من الوحدة الثامنة	2
حل أوراق عمل الدرس الثاني التمثيلات البيانية للمعادلات القطبية من الوحدة الثامنة	3
حل أوراق عمل الدرس الأول الإحداثيات القطبية من الوحدة الثامنة	4
أوراق عمل الدرس الخامس Theorem s'DeMoivre and Numbers Complex من الوحدة الثامنة	5



Discover all our channels
اكتشف جميع قنواتنا
أ. محمد زياد
Mr. Mohammed Ziad

8-2 التمثيلات البيانية للمعادلات القطبية



Discover all our channels
اكتشف جميع قنواتنا
أ. محمد زياد
Mr. Mohammed Ziad

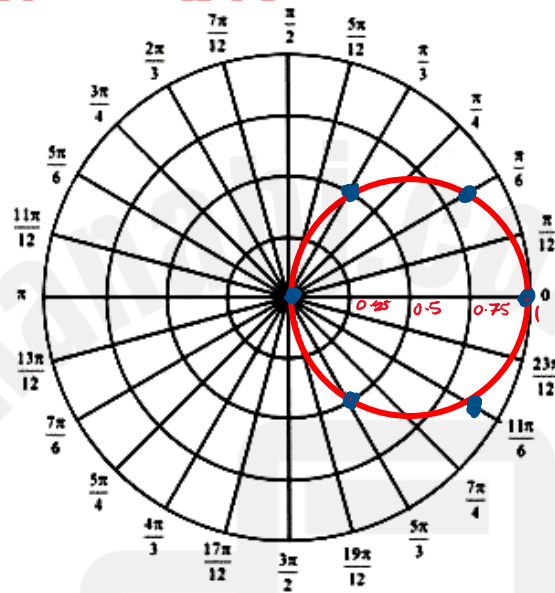


تمثيل المعادلات القطبية بتحديد النقاط

Ex1: مثل بيانيا المعادلات

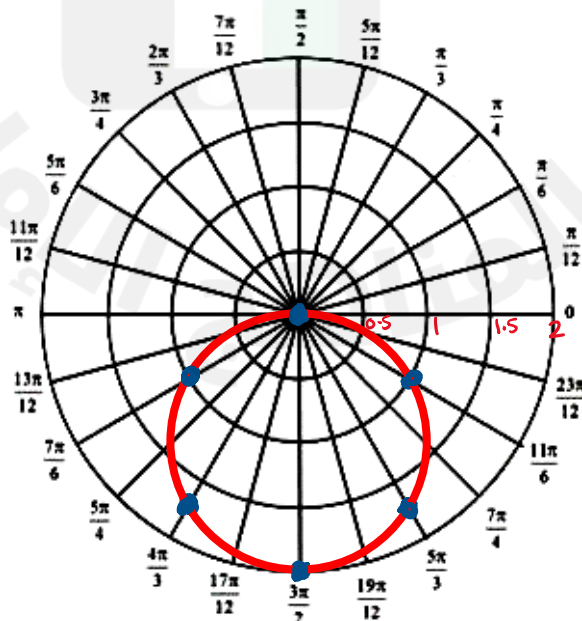
a. $r = \cos \theta$

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
$r = \cos \theta$	1	0.9	0.5	0	-0.5	-0.9	-1	-0.9	-0.5	0	0.5	0.9	1



b. $r = -2 \sin \theta$

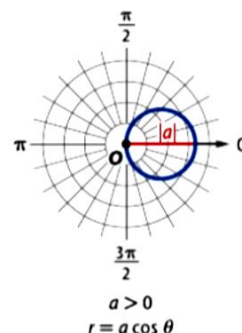
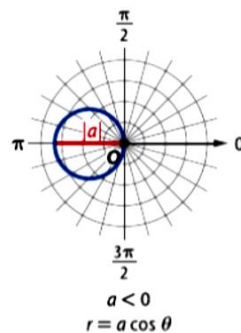
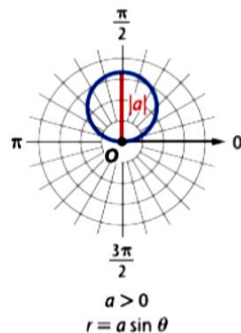
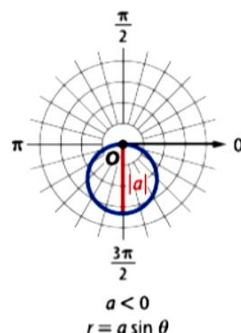
θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
$r = -2 \sin \theta$	0	-1	-1.7	-2	-1.7	-1	0	1	1.7	2	1.7	1	0



ملخص المفهوم أنواع خاصة من التمثيلات البيانية القطبية

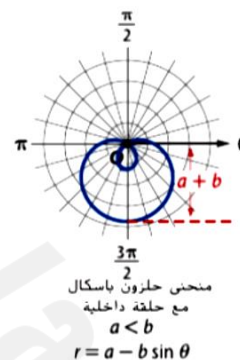
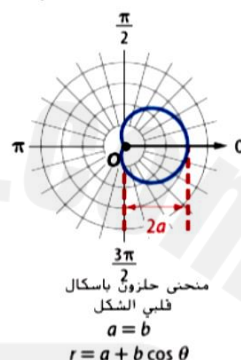
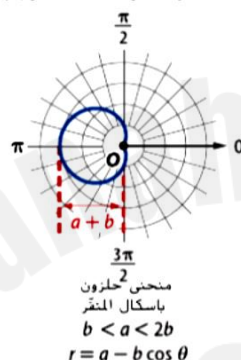
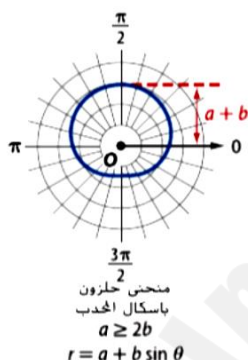
منحنيات دائرية

$$r = a \cos \theta \text{ or } r = a \sin \theta$$



منحنيات حلزون باسكال

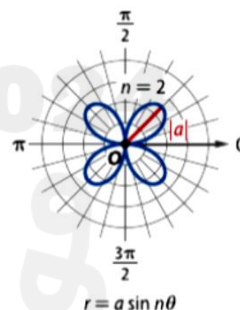
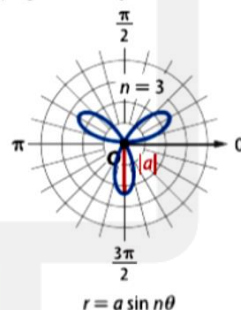
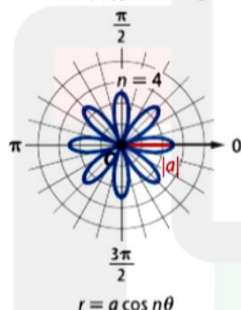
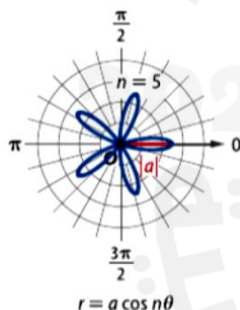
$$r = a \pm b \sin \theta \text{ or } r = a \pm b \cos \theta$$



منحنيات الورد

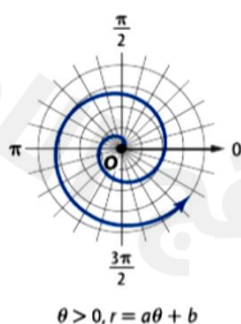
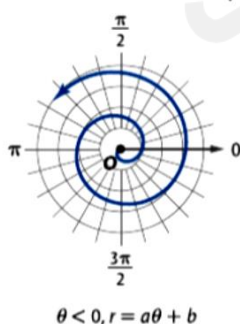
$$r = a \sin n\theta \text{ or } r = a \cos n\theta$$

حيث $n \geq 2$ عدد صحيح يكون لمنحنى الورد عدد n من البتلات إذا كان n عددًا فرديًا.
وعدد $2n$ من البتلات إذا كان n عددًا زوجيًا.



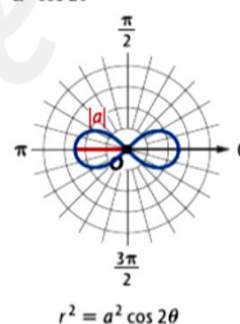
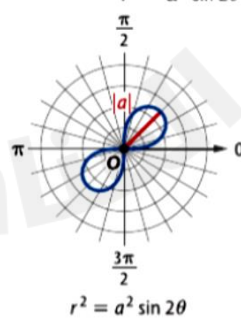
حلزون أرشميدس

$$r = a\theta + b$$



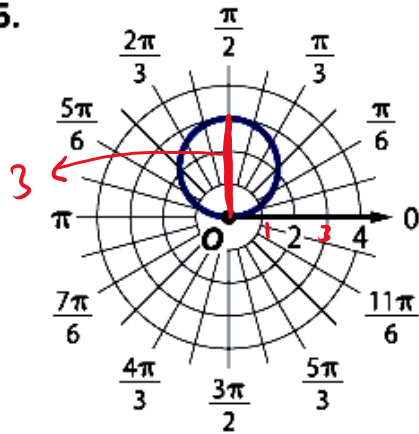
منحنيات ذات عروتين

$$r^2 = a^2 \sin 2\theta \text{ or } r^2 = a^2 \cos 2\theta$$



Ex2: اكتب معادلة لكل تمثيل بياني.

35.

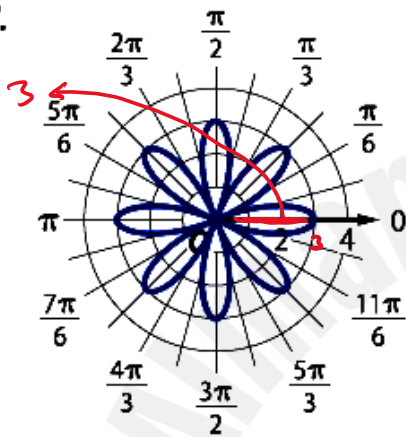


دائرة علوية تمر بالقطب

$$\Rightarrow r = a \sin \theta, \quad a > 0$$

$$\Rightarrow r = 3 \sin \theta$$

37.



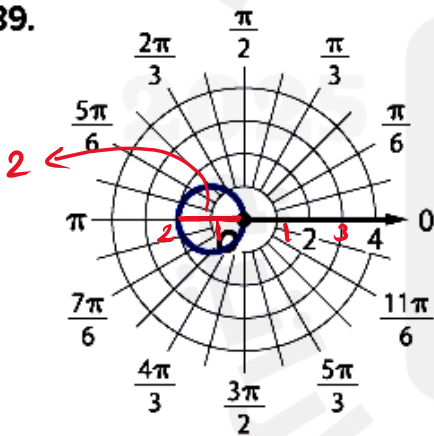
وردة بثمانية بتلات

عدد البتلات زوجي $\Rightarrow n = \frac{8}{2} = 4$

أقصى البتلات على المحور القطبي $\Rightarrow r = a \cos(n\theta)$

$$\Rightarrow r = 3 \cos(4\theta)$$

39.

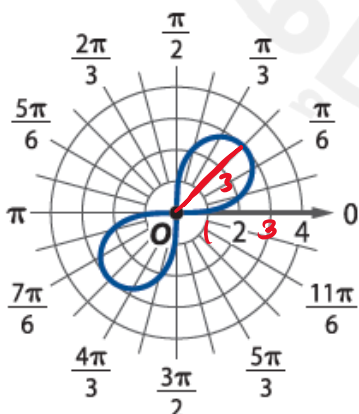


دائرة يسرى تمر بالقطب

$$\Rightarrow r = a \cos \theta, \quad a < 0$$

$$\Rightarrow r = -2 \cos \theta$$

36.



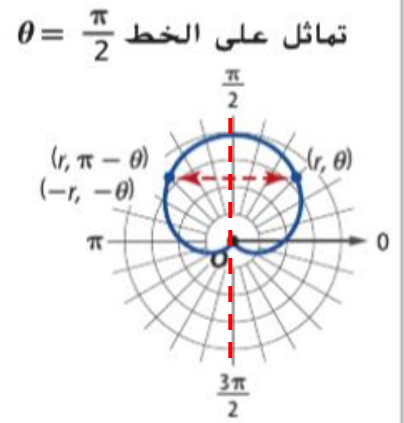
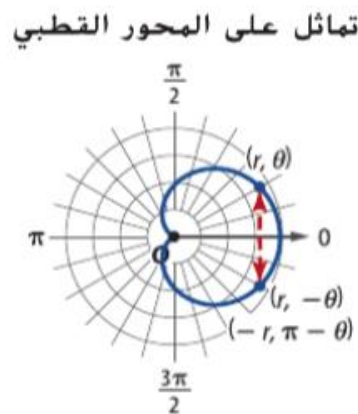
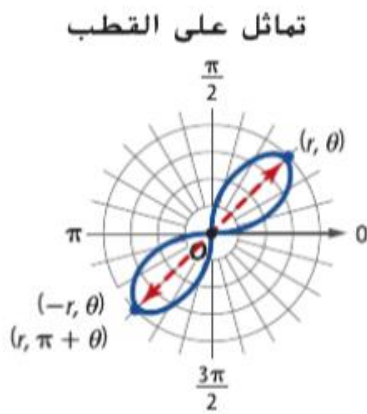
منحنى ذو كروبتين (مائل)

$$\Rightarrow r^2 = a^2 \sin(2\theta)$$

$$\Rightarrow r^2 = (3)^2 \sin 2\theta$$

$$r^2 = 9 \sin 2\theta$$

المفهوم الأساسي تماثل التمثيلات البيانية القطبية



$r = r(\theta)$
 $-r = r(\theta)$
 $\Rightarrow r = r(\theta)$

$r = r(\theta)$
 $r = r(-\theta)$
 $\Rightarrow r = r(\theta)$

$r = r(\theta)$
 $-r = r(\pi - \theta)$
 بعد التبسيط $\Rightarrow r = r(\theta)$

المفهوم الأساسي اختبارات سريعة على التماثل في التمثيلات البيانية القطبية

الشرح

يكون التمثيل البياني لدالة قطبية متماثلاً على

- المحور القطبي إذا كانت الدالة $\cos \theta$.
- الخط $\theta = \frac{\pi}{2}$ إذا كانت الدالة $\sin \theta$.

مثال

التمثيل البياني لـ $r = 3 + \sin \theta$ متماثل على الخط $\theta = \frac{\pi}{2}$.

ملحوظة 1: طريقة أسرع لتمثيل المنحنيات المتماثلة بيانياً

- إذا كان المنحنى متماثلاً على المحور القطبي يمكنك عمل جدول مختصر لقيم θ على الفترة $[0, \pi]$
- إذا كان المنحنى متماثلاً على الخط $r = \frac{\pi}{2}$ يمكنك عمل جدول مختصر لقيم θ على الفترة $[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

ملحوظة 2: أحياناً نحتاج إلى إكمال التمثيل البياني (يدوياً) بالإعتماد على نوع التماثل في الشكل إذا تم الانتهاء من تمثيل النقاط ولم يكتمل الشكل

Ex3: استخدم التماثل لتمثيل المعادلات التالية بيانيا

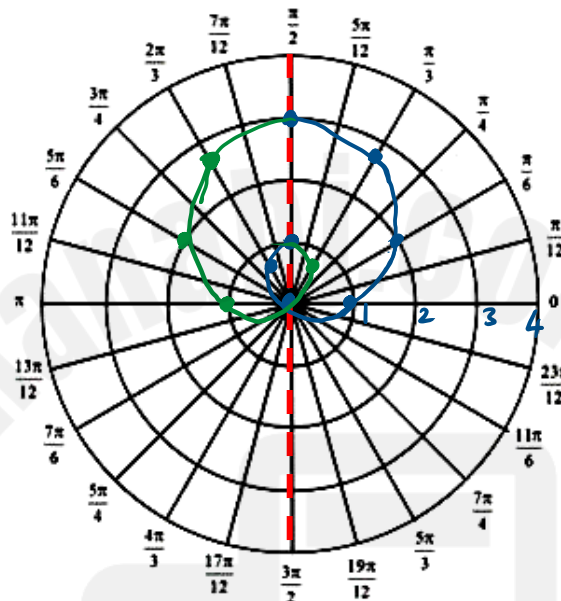
1) $r = 1 + 2\sin(\theta)$ تماثل على الخط $\theta = \frac{\pi}{2}$

نستخدم الفترة $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$



THE GARDEN ACADEMY
We guide you to succeed

θ	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$r = 1 + 2\sin\theta$	-1	-0.7	0	1	2	2.7	3

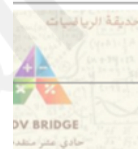
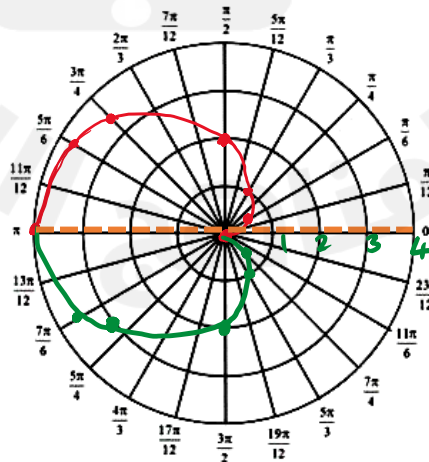


حلزون
بأسكال مع
حلقة دائرية

2) $r = 2 - 2\cos(\theta)$

تماثل في المحور القطبي $\Rightarrow [0, \pi]$

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$r = 2 - 2\cos\theta$	0	0.3	1	2	3.4	3.7	4



التمائل، والأصفار، وقيم r العظمى

عند تمثيل منحنيات (الورود) $r = \text{asin}(n\theta)$ أو $r = \text{acos}(n\theta)$ يفضل:

1- تحديد نوع التماثل في الشكل

2- إيجاد أصفار r

3- إيجاد قيم $|r|$ العظمى



ملحوظة: 1- إذا كان n زوجي فإن الكل يكون متماثلاً في $r = \frac{\pi}{2}$ والمنحنى القطبي أيضاً

2- عدد البتلات في الوردة n (إذا كان n فردياً)

عدد البتلات في الوردة $2n$ (إذا كان n زوجياً)

Ex4: استخدم التماثل والأصفار وقيم r العظمى لتمثيل

1) $r = 2\cos(3\theta)$

استخدم $[0, \pi]$

①

تماثل بي
المحور القطبي

$n=3$ (فردى) \Rightarrow وردة بثلاثة بتلات

②

الأصفار \Rightarrow

$$\frac{2\cos 3\theta}{2} = 0 \Rightarrow \cos 3\theta = 0$$

$$\Rightarrow \frac{3\theta}{3} = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}$$



You Tube

③ (طول كل بتلة $= |a| = |2| = 2$) القيم العظمى لـ $|r|$

عند الزوايا

$$\frac{2\cos 3\theta}{2} = \pm 2 \Rightarrow \cos(3\theta) = \pm 1$$

$$\Rightarrow \frac{3\theta}{3} = 0, \pi, 2\pi, 3\pi$$

$$\Rightarrow \theta = 0, \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \pi$$

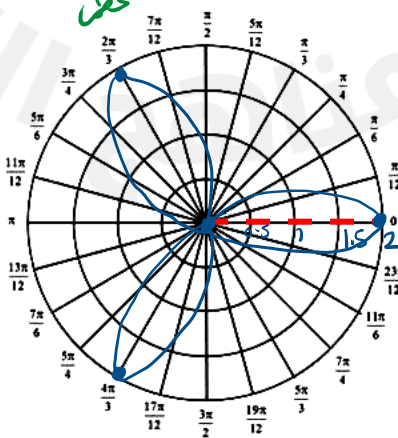
θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$r = 2\cos 3\theta$	2	0	-2	0	2	0	-2

عظمى

عظمى

عظمى

عظمى



→ تماثل

4A. $r = 3 \sin 2\theta$

$\rightarrow [-\pi/2, \pi/2] \leftarrow$
 $n=2 \Rightarrow$ عدد البلات = $2 \times 2 = 4$

①



هناك تماثلات في $\theta = \pi/2$ والمحور القطبي

②

الاصفر \Rightarrow $3 \sin 2\theta = 0 \Rightarrow \sin 2\theta = 0$

$\Rightarrow \frac{2\theta}{2} = \frac{0}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$

$\Rightarrow \theta = 0, \pi/2, 3\pi/2$

③

القيم العظمى

$= |a| = |3| = 3$

is

$3 \sin 2\theta = \pm 3$

$\sin 2\theta = \pm 1$

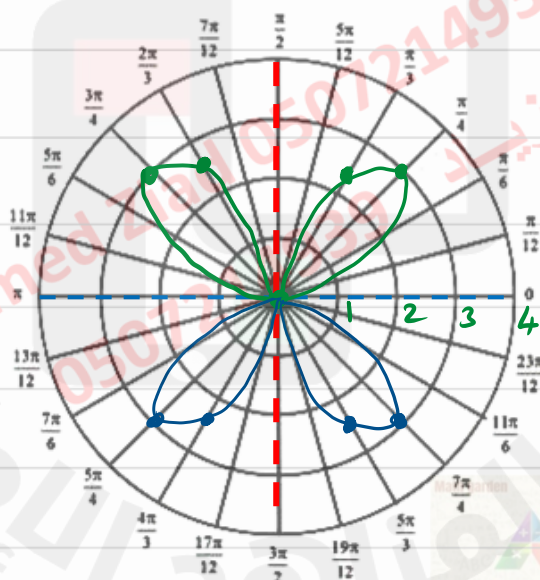
$\frac{2\theta}{2} = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}$

$\theta = \pi/4, 3\pi/4, 5\pi/4$

θ	$-\pi/2$	$-\pi/3$	$-\pi/4$	0	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
$r = 3 \sin 2\theta$	0	-2.6	-3	0	3	2.6	0

على

على



Ex5: حدد نوع المنحنى الذي تقدمه كل معادلة. ثم استخدم التماثل والأصفار وقيم r العظمى لتمثيل كل دالة بيانيًا.

a) $r^2 = 9 \cos 2\theta$ منحنى ذو كروتين

① (r, θ) نستبدل
بـ $(-r, \theta)$

THE GARDEN ACADEMY
We guide you to succeed

$$r^2 = 9 \cos 2\theta$$

$$(-r)^2 = 9 \cos(2\theta)$$

$$r^2 = 9 \cos 2\theta$$

نضرب المعادلة
الأصلية \Rightarrow نضرب
في القطب

② الأصفار : $\sqrt{r^2} = \sqrt{9 \cos 2\theta}$

$$r = \pm 3 \sqrt{\cos 2\theta}$$

لصواب المحال

$$\cos 2\theta \geq 0$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \frac{2\theta}{2} \leq \frac{\pi}{2}$$

$$-\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$$

$\pi/2$	S	A +
	T	C +
$-\pi/2$		

لصواب الأصفار : $\cos 2\theta = 0 \Rightarrow \frac{2\theta}{2} = \pm \frac{\pi}{2}, \pm \frac{3\pi}{2}, \pm \frac{5\pi}{2}$

$$\theta = \pm \frac{\pi}{4}, \pm \frac{3\pi}{4}, \pm \frac{5\pi}{4}$$

③ القيم العظمى = $|3 - \cos 2\theta| = |3 \times 1| = 3$

$$-1 \leq \cos 2\theta \leq 1$$

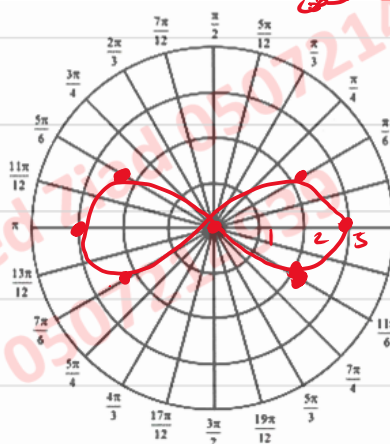
حين $\frac{\pm 3 \sqrt{\cos 2\theta}}{\pm 3} = \frac{\pm 3}{\pm 3} \Rightarrow \sqrt{\cos 2\theta} = 1$

$$\cos 2\theta = 1$$

$$\frac{2\theta}{2} = \frac{0}{2}, \frac{\pi}{2}$$

$$\theta = 0, \frac{\pi}{2} \notin [-\pi/4, \pi/4]$$

θ	$-\pi/4$	$-\pi/6$	0	$\pi/6$	$\pi/4$
$r = 2\sqrt{\cos 2\theta}$	0	± 2.1	± 3	± 2.1	0



b) $r = 3\theta$ حلزون أرشميدس $r = a\theta + b$
① عوض $(-r, -\theta)$

$$-r = 3(-\theta) \Rightarrow r = 3\theta$$

$\Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$ تمائل على الخط

② حلزون أرشميدس غير مقيد
لا يوجد قيم عظمى

③ الأصغار $\frac{3\theta}{3} = \frac{0}{3} \Rightarrow \theta = 0$

θ	0	$\pi/3$	$\pi/2$	π	$3\pi/2$	2π
$r = 3\theta$	0	3.1	4.7	9.4	14.1	18.8

