

هيكل اختبار نهاية الفصل 2026م



تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

موقع المناهج ← المناهج الإماراتية ← الصف الحادي عشر المتقدم ← رياضيات ← الفصل الثالث ← ملفات متنوعة ← الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2026-05-21 15:35:04

ملفات اكتب للمعلم اكتب للطالب | اختبارات الكترونية | اختبارات | حلول | عروض بوربوينت | أوراق عمل
منهج انجليزي | ملخصات وتقارير | مذكرات وبنوك | الامتحان النهائي | للمدرس

المزيد من مادة
رياضيات:

إعداد: عبدالله السباعي

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الحادي عشر المتقدم



صفحة المناهج
الإماراتية على
فيسبوك

الرياضيات

اللغة الانجليزية

اللغة العربية

التربية الاسلامية

المواد على تلغرام

المزيد من الملفات بحسب الصف الحادي عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الثالث

ملخص شامل مع قوانين الوحدة 9 المتتاليات	1
حل تدريبات درس مقدمة في المتجهات من الوحدة السابعة المتجهات	2
حل أوراق عمل الدرس الثاني المتجهات في المستوى الإحداثي من الوحدة السابعة المتجهات	3
أوراق عمل الدرس الثاني المتجهات في المستوى الإحداثي من الوحدة السابعة المتجهات	4
حل أوراق عمل الدرس الأول مقدمة في المتجهات من الوحدة السابعة المتجهات	5

عبدالله السباعي

هیکل 11 متقدم رياضيات

2026

الهیکل + اختیاری + وزاری سابق

عبدالله السباعي
رياضيات

مثال 1 التعبير عن متجه بصورة مركبة

جد الصورة المركبة للمتجه $\overrightarrow{AB}$ نقطة بدايته $A(-4, 2)$ ونقطة نهايته $B(3, -5)$.

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{AB} &= \langle x_2 - x_1, y_2 - y_1 \rangle && \text{الصورة المركبة} \\
 &= \langle 3 - (-4), -5 - 2 \rangle && (x_1, y_1) = (-4, 2) \text{ و } (x_2, y_2) = (3, -5) \\
 &= \langle 7, -7 \rangle && \text{اطرح.}
 \end{aligned}$$

جد الصورة المركبة للمتجه $\overrightarrow{AB}$ بنقطتي البداية والنهاية المذكورتين.

1A. $A(-2, -7), B(6, 1)$

1B. $A(0, 8), B(-9, -3)$

الصورة الاحداثية للمتجه $\overrightarrow{AB}$ حيث $A(-3,1)$, $B(4,5)$ هي

أ	$\langle -7, -4 \rangle$	ب	$\langle 7, -4 \rangle$	ج	$\langle 7, 4 \rangle$	د	$\langle -7, 4 \rangle$
---	--------------------------	---	-------------------------	---	------------------------	---	-------------------------

مثال 6 إيجاد صورة مُركبة

جد الصورة المركبة لمتجه v مقداره 10 وزاوية اتجاهه 120° .

$$v = \langle |v| \cos \theta, |v| \sin \theta \rangle$$

$$= \langle 10 \cos 120^\circ, 10 \sin 120^\circ \rangle$$

$$= \left\langle 10 \left(-\frac{1}{2} \right), 10 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right\rangle$$

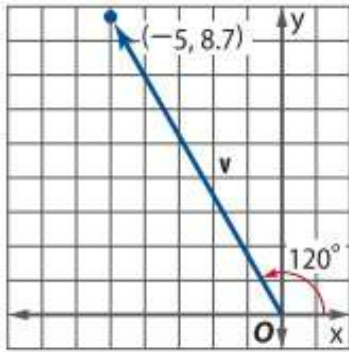
$$= \langle -5, 5\sqrt{3} \rangle$$

الصورة المركبة لـ v بدلالة $|v|$ و θ

$$|v| = 10 \text{ و } \theta = 120^\circ$$

$$\cos 120^\circ = -\frac{1}{2} \text{ و } \sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

بسط.



التحقق مثل بياننا $v = \langle -5, 5\sqrt{3} \rangle \approx \langle -5, 8.7 \rangle$. قياس الزاوية التي يصنعها v مع محور x الموجب هي تقريباً 120° كما هو موضح و $|v| = \sqrt{(-5)^2 + (5\sqrt{3})^2} = 10$ ✓

تمرين موجّه

جد الصورة المركبة للمتجه v بالمقدار وزاوية الاتجاه المذكورين.

6A. $|v| = 8, \theta = 45^\circ$

6B. $|v| = 24, \theta = 210^\circ$

الصورة الاحداثية للمتجه v الذي طوله 8 و زاوية اتجاهه مع الافقي 30° هي

أ	$\langle 4\sqrt{3}, 4 \rangle$	ب	$\langle -4\sqrt{3}, 4 \rangle$	ج	$\langle 4\sqrt{3}, -4 \rangle$	د	$\langle \sqrt{3}, 4 \rangle$
---	--------------------------------	---	---------------------------------	---	---------------------------------	---	-------------------------------

مثال 3 إيجاد الزاوية بين متجهين

جد الزاوية θ بين المتجهين u و v مع التقريب لأقرب جزء من عشرة من الدرجة.

a. $u = \langle 6, 2 \rangle$ و $v = \langle -4, 3 \rangle$

$$\cos \theta = \frac{u \cdot v}{|u| |v|}$$

الزاوية بين متجهين

$$\cos \theta = \frac{\langle 6, 2 \rangle \cdot \langle -4, 3 \rangle}{|\langle 6, 2 \rangle| |\langle -4, 3 \rangle|}$$

$$u = \langle 6, 2 \rangle \text{ و } v = \langle -4, 3 \rangle$$

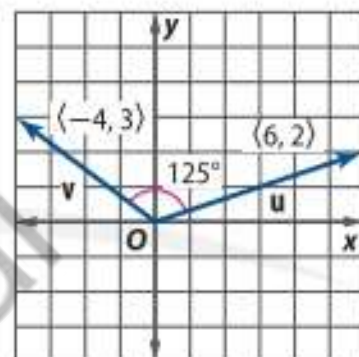
$$\cos \theta = \frac{-24 + 6}{\sqrt{40} \sqrt{25}}$$

جد القيمة.

$$\cos \theta = \frac{-9}{5\sqrt{10}}$$

بسط.

$$\theta = \cos^{-1} \frac{-9}{5\sqrt{10}} = 124.7^\circ \text{ تقريباً}$$

جد θ .قياس الزاوية بين u و v يساوي حوالي 124.7° .

b. $u = \langle 3, 1 \rangle$ و $v = \langle 3, -3 \rangle$

$$\cos \theta = \frac{u \cdot v}{|u| |v|}$$

الزاوية بين متجهين

$$\cos \theta = \frac{\langle 3, 1 \rangle \cdot \langle 3, -3 \rangle}{|\langle 3, 1 \rangle| |\langle 3, -3 \rangle|}$$

$$u = \langle 3, 1 \rangle \text{ و } v = \langle 3, -3 \rangle$$

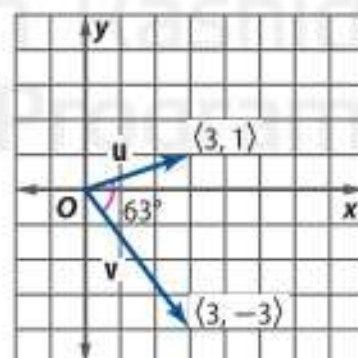
$$\cos \theta = \frac{9 + (-3)}{\sqrt{10} \sqrt{18}}$$

جد القيمة.

$$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

بسط.

$$\theta = \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{5}} = 63.4^\circ \text{ تقريباً}$$

جد θ .قياس الزاوية بين u و v يساوي حوالي 63.4° .

تمرين موجه

3A. $u = \langle -5, -2 \rangle$ و $v = \langle 4, 4 \rangle$

3B. $u = \langle 9, 5 \rangle$ و $v = \langle -6, 7 \rangle$

ما قياس الزاوية بين المتجهين $\langle -1, -1 \rangle$, $\langle -9, 0 \rangle$ ؟

أ	0°	ب	90°	ج	45°	د	135°
---	-----------	---	------------	---	------------	---	-------------

مثال 1 إيجاد ناتج الضرب النقطي لتحديد المتجهات المتعامدة في الفضاء

جد ناتج الضرب النقطي لـ u و v . ثم حدّد ما إذا كانت النقطتان u و v متعامدتين.

a. $u = \langle -7, 3, -3 \rangle, v = \langle 5, 17, 5 \rangle$

$$u \cdot v = -7(5) + 3(17) + (-3)(5)$$

$$= -35 + 51 + (-15) = 1$$

حيث إن $u \cdot v \neq 0$. فإن u و v ليسا متعامدين.

b. $u = \langle 3, -3, 3 \rangle, v = \langle 4, 7, 3 \rangle$

$$u \cdot v = 3(4) + (-3)(7) + 3(3)$$

$$= 12 + (-21) + 9 = 0$$

حيث إن $u \cdot v = 0$. فإن u و v متعامدان.

تمرين موجّه

1A. $u = \langle 3, -5, 4 \rangle, v = \langle 5, 7, 5 \rangle$

1B. $u = \langle 4, -2, -3 \rangle, v = \langle 1, 3, -2 \rangle$

أي مما يأتي متجهان متعامدان ؟

أ	$\langle 1, 0, 0 \rangle, \langle 1, 2, 3 \rangle$	ب	$\langle 1, -2, 3 \rangle, \langle 2, -4, 6 \rangle$	ج	$\langle 3, 4, 6 \rangle, \langle 6, 4, 3 \rangle$	د	$\langle 1, -5, 4 \rangle, \langle 6, 2, -2 \rangle$
---	--	---	--	---	--	---	--

مثال 5 مساحة متوازي أضلاع في الفضاء

جد مساحة متوازي الأضلاع الذي يحتوي على الضلعين المتجاورين $u = 2i + 4j - 3k$ و $v = i - 5j + 3k$.

الخطوة 1 جد $u \times v$.

$$u \times v = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 4 & -3 \\ 1 & -5 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 4 & -3 \\ -5 & 3 \end{vmatrix} i - \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} j + \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & -5 \end{vmatrix} k$$

$$= -3i - 9j - 14k$$

$$u = 2i + 4j - 3k, v = i - 5j + 3k$$

محدد مصفوفة 3×3

محددات المصفوفتين 2×2

الخطوة 2 جد مقدار $u \times v$.

$$|u \times v| = \sqrt{(-3)^2 + (-9)^2 + (-14)^2}$$

$$= \sqrt{286} \approx 16.9$$

مقدار ناتج الضرب

بسط

تمرين موجّه

5. جد مساحة متوازي الأضلاع الذي يحتوي على الضلعين المتجاورين $u = -6i - 2j + 3k$ و $v = 4i + 3j + k$

جد مساحة متوازي الأضلاع الذي يحتوي على الضلعين المتجاورين

$$u = -6i - 2j + 3k$$

$$v = 4i + 3j + k$$

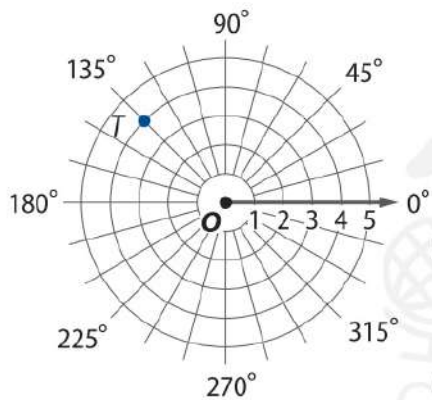
(أ) $\sqrt{425}$ وحدة مربعة

(ب) $\sqrt{545}$ وحدة مربعة

(ج) $\sqrt{615}$ وحدة مربعة

(د) $\sqrt{385}$ وحدة مربعة

المثال 3 التمثيلات المتعددة للإحداثيات القطبية



جد أربعة أزواج مختلفة من الإحداثيات القطبية التي تعين النقطة T إذا علمت أن $-360^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$.

زوج من الإحداثيات القطبية التي تعين النقطة T هو $(4, 135^\circ)$.
التمثيلات الثلاثة الأخرى هي كما يلي.

$$(4, 135^\circ) = (4, 135^\circ - 360^\circ)$$

اطرح 360° من θ .

$$= (4, -225^\circ)$$

$$(4, 135^\circ) = (-4, 135^\circ + 180^\circ)$$

عوض عن r باستخدام $-r$ و

$$= (-4, 315^\circ)$$

اجمع 180° مع θ .

$$(4, 135^\circ) = (-4, 135^\circ - 180^\circ)$$

عوض عن r باستخدام $-r$ و

$$= (-4, -45^\circ)$$

اطرح 180° من θ .

جد ثلاثة أزواج إضافية من الإحداثيات القطبية التي تعين النقطة المعطاة إذا كان $-360^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$ أو $-2\pi \leq \theta \leq \pi$.

3A. $(5, 240^\circ)$

3B. $(2, \frac{\pi}{6})$

Find a different pair of polar coordinates that name point

$P(1, 150^\circ)$ if $-360^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$.

أوجد زوجًا مختلفًا من الإحداثيات القطبية التي تعين

النقطة $P(1, 150^\circ)$ إذا علمت أن

$-360^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$.

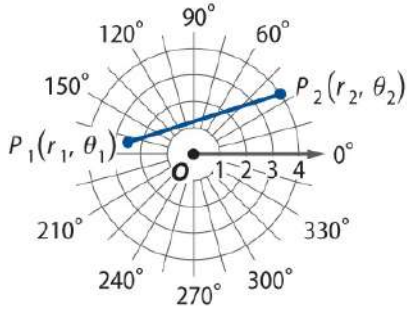
a. $(-1, 330^\circ)$

b. $(1, -30^\circ)$

c. $(-1, -210^\circ)$

d. $(1, 330^\circ)$

المفهوم الأساسي صيغة المسافة القطبية



إذا كانت $P_1(r_1, \theta_1)$ و $P_2(r_2, \theta_2)$ نقطتين في المستوى القطبي.
فإن المسافة P_1P_2 معطاة بواسطة

$$\sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2 \cos(\theta_2 - \theta_1)}$$

جد المسافة بين كل زوج من النقاط. (المثال 5)

30. $(2, 30^\circ), (5, 120^\circ)$

31. $(3, \frac{\pi}{2}), (8, \frac{4\pi}{3})$

32. $(6, 45^\circ), (-3, 300^\circ)$

33. $(7, -\frac{\pi}{3}), (1, \frac{2\pi}{3})$

إذا كانت $P_1(3, 30^\circ)$ و $P_2(4, 120^\circ)$ نقطتين في المستوى القطبي . أوجد المسافة P_1P_2

a) 6.7

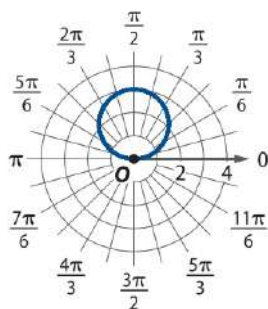
b) 1

c) 3

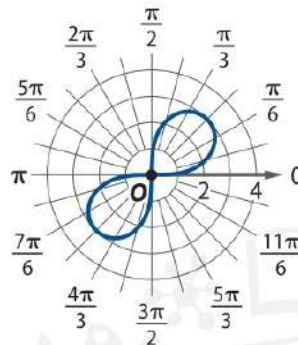
d) 5

اكتب معادلة لكل تمثيل بياني.

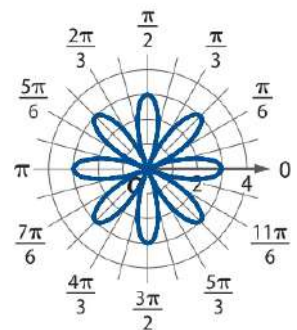
35.



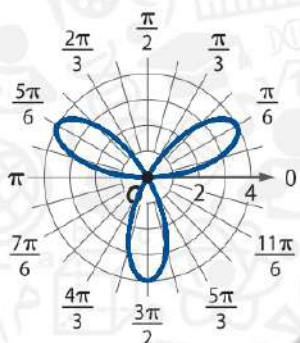
36.



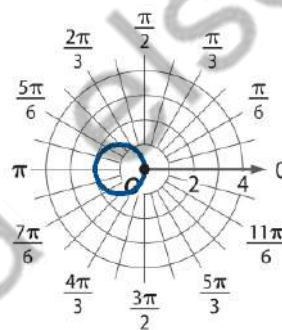
37.



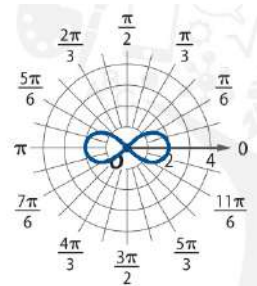
38.



39.



40.



Identify the type of curve given by the equation.

$$r = 2 \sin 4\theta$$

حدد نوع المنحنى الذي تقدمه المعادلة.

$$r = 2 \sin 4\theta$$

a. منحنى دائري

circle

b. منحنى الوردة

rose

c. منحنى ذو عروتين

lemniscate

d. حلزون أرشميدس

spiral of Archimedes

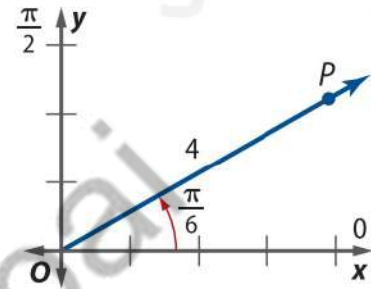
المثال 1 تحويل الإحداثيات القطبية إلى إحداثيات ديكارتية

جد الإحداثيات الديكارتية لكل نقطة من خلال الإحداثيات القطبية المعطاة.

a. $P(4, \frac{\pi}{6})$

بالنسبة إلى $P(4, \frac{\pi}{6})$ فإن $r = 4$ و $\theta = \frac{\pi}{6}$.

$$\begin{aligned}
 x &= r \cos \theta & \text{صيغة التحويل} & y = r \sin \theta \\
 &= 4 \cos \frac{\pi}{6} & r = 4 \text{ و } \theta = \frac{\pi}{6} & = 4 \sin \frac{\pi}{6} \\
 &= 4 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) & \text{بسط.} & = 4 \left(\frac{1}{2} \right) \\
 &= 2\sqrt{3} & & = 2
 \end{aligned}$$

الإحداثيات الديكارتية للنقطة P هي $(2\sqrt{3}, 2)$ أو تقريبًا $(3.46, 2)$ مثلما موضح.

تمرين موجه

1A. $R(-6, -120^\circ)$

1B. $S(5, \frac{\pi}{3})$

1C. $T(-3, 45^\circ)$

أوجد الإحداثيات المتعامدة للنقطة P ذات الإحداثيات القطبية $(4, \frac{\pi}{2})$.

a) $(0, 4)$

b) $(-4, 0)$

c) $(4, 0)$

d) $(0, -4)$

المثال 4 تحويل المعادلات الديكارتية إلى معادلات قطبية

حدد التمثيل البياني لكل معادلة ديكارتية. ثم اكتب المعادلة في الصورة القطبية. ادمع إجابتك بتمثيل الصورة القطبية للمعادلة بيانيًا.

a. $(x - 4)^2 + y^2 = 16$

التمثيل البياني للمعادلة $(x - 4)^2 + y^2 = 16$ عبارة عن دائرة لها نصف قطر 4 ومركزها عند النقطة $(4, 0)$. لإيجاد الصورة القطبية لهذه المعادلة، استبدل x بـ $r \cos \theta$ و y بـ $r \sin \theta$. ثم حوّل لأبسط صورة.

$$(x - 4)^2 + y^2 = 16$$

$$(r \cos \theta - 4)^2 + (r \sin \theta)^2 = 16$$

$$r^2 \cos^2 \theta - 8r \cos \theta + 16 + r^2 \sin^2 \theta = 16$$

$$r^2 \cos^2 \theta - 8r \cos \theta + r^2 \sin^2 \theta = 0$$

$$r^2 \cos^2 \theta + r^2 \sin^2 \theta = 8r \cos \theta$$

$$r^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) = 8r \cos \theta$$

$$r^2 (1) = 8r \cos \theta$$

$$r = 8 \cos \theta$$

المعادلة الأصلية

$$x = r \cos \theta \text{ و } y = r \sin \theta$$

اضرب.

اطرح 16 من كل طرف.

افصل الحدود المربعة.

حلل إلى العوامل.

متطابقة فيثاغورس

اقسم كل طرف على r .

تمرين موجّه

4A. $x^2 + (y - 3)^2 = 9$

4B. $x^2 - y^2 = 1$

اكتب المعادلة المتعامدة $x = y^2$ بالصورة القطبية.

a) $r = \cot^2 \theta$

b) $r = \tan^2 \theta$

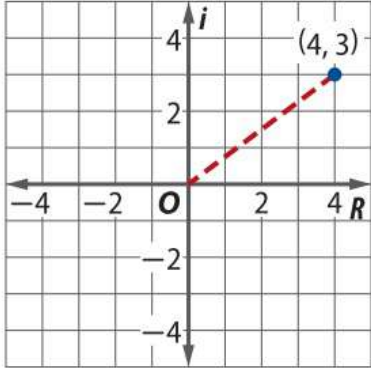
c) $r = \cot \theta \csc \theta$

d) $r = \tan \theta \sec \theta$

مثل كل عدد بيانيًا في المستوى المركب وجد قيمته المطلقة.

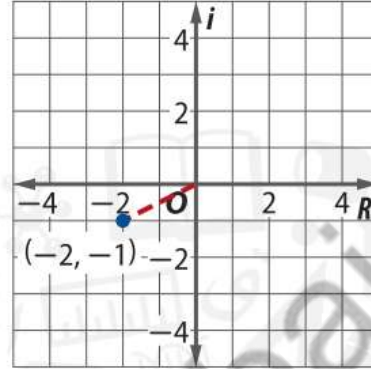
a. $z = 4 + 3i$

$(a, b) = (4, 3)$



b. $z = -2 - i$

$(a, b) = (-2, -1)$



تمرين موجّه

1A. $5 + 2i$

1B. $-3 + 4i$

جد $2(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3}) \times 4(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6})$ في الصورة القطبية. ثم عبّر عن ناتج الضرب في الصورة الديكارتية.

$$\begin{aligned} & 2(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3}) \times 4(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}) \quad \text{التعبير الأصلي} \\ &= 2(4) \left[\cos \left(\frac{5\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \right) + i \sin \left(\frac{5\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \right) \right] \quad \text{قانون ناتج الضرب} \\ &= 8 \left(\cos \frac{11\pi}{6} + i \sin \frac{11\pi}{6} \right) \quad \text{بسّط} \end{aligned}$$

والآن جد الصورة الديكارتية لناتج الضرب.

$$\begin{aligned} & 8 \left(\cos \frac{11\pi}{6} + i \sin \frac{11\pi}{6} \right) \quad \text{الصورة القطبية} \\ &= 8 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - i \frac{1}{2} \right) \quad \text{جد القيمة} \\ &= 4\sqrt{3} - 4i \quad \text{خاصية التوزيع} \end{aligned}$$

الصورة القطبية عبارة عن $8 \left(\cos \frac{11\pi}{6} + i \sin \frac{11\pi}{6} \right)$. تساوي الصورة الديكارتية لناتج الضرب يكون $4\sqrt{3} - 4i$.

تمرين موجه

جد كل ناتج ضرب بالصورة القطبية. ثم عبّر عن ناتج الضرب في الصورة الديكارتية.

4A. $3(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}) \times 5(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4})$

4B. $-6(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4}) \times 2(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3})$

أوجد ناتج ضرب $2(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}) \cdot 3(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4})$ في الصورة القطبية .

a) $3(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4})$

b) $2(\sin \frac{3\pi}{4} + i \cos \frac{3\pi}{4})$

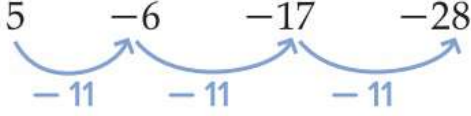
c) $6(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4})$

d) $6(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4})$

مثال 1 تحديد المتتاليات الحسابية

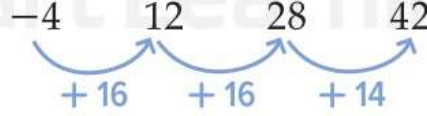
حدد ما إذا كانت كل متتالية حسابية.

a. $5, -6, -17, -28, \dots$



الفرق المشترك هو -11.
المتتالية حسابية.

b. $-4, 12, 28, 42, \dots$



لا يوجد فرق مشترك.
هذه ليست متتالية حسابية.

تمرين موجّه

1A. $7, 12, 16, 20, \dots$

1B. $-6, 3, 12, 21, \dots$

Determine the arithmetic sequence.

حدد المتتالية الحسابية.

a. $1, 2, 4, 8, 16, \dots$

b. $8, -2, -12, -22, \dots$

c. $14, -5, -19, -22, \dots$

d. $-9, -3, 0, 3, 9, \dots$

جد الحدود الثلاثة التالية لكل متتالية هندسية. ثم مثل المتتالية بيانياً.

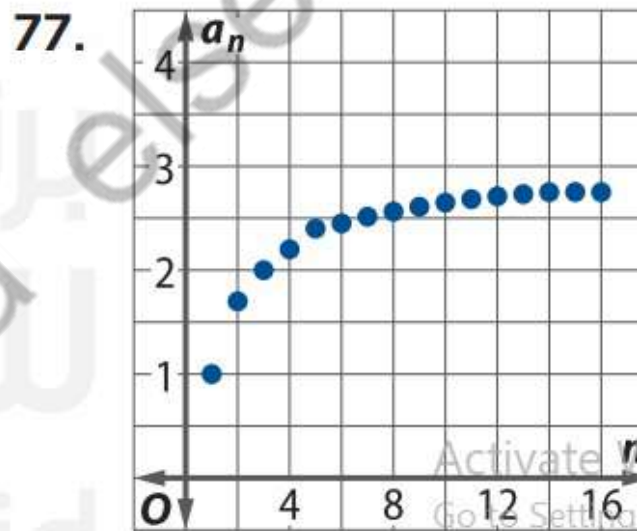
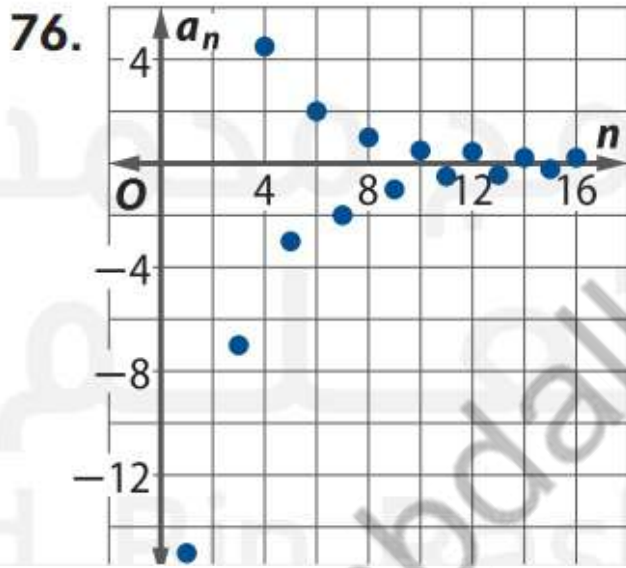
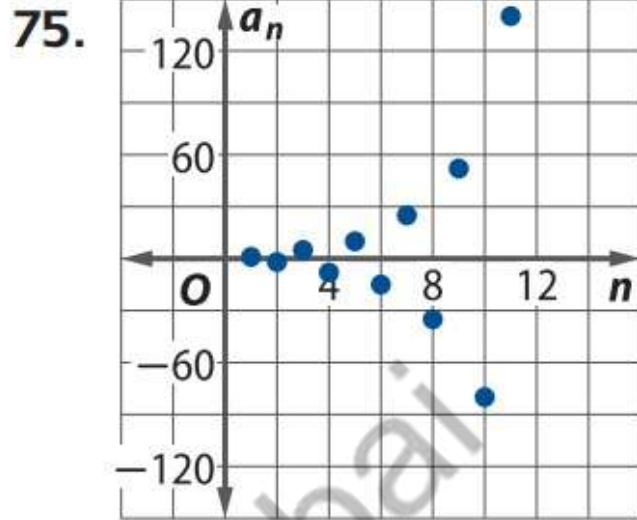
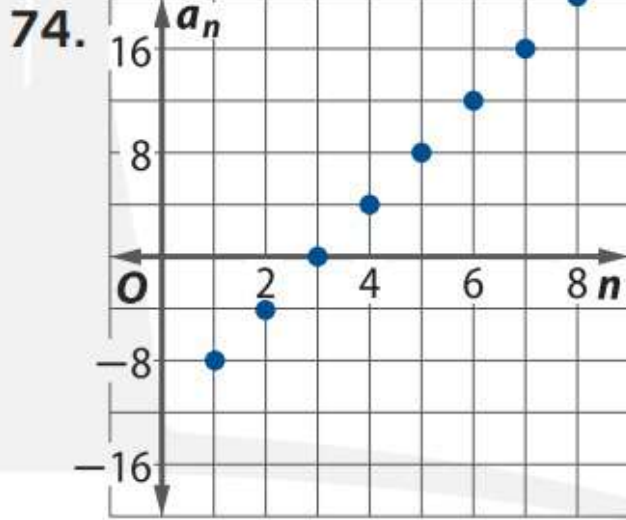
14. 8, 12, 18, 27, ...

15. 8, 16, 32, 64, ...

16. 250, 50, 10, 2, ...

17. 9, -3, 1, $-\frac{1}{3}$, ...

حدد ما إذا كانت كل متتالية مما يلي تقاربية أم تباعدية.



Determine the divergent sequence.

حدد المتتالية المتباعدة.

a. $a_n = \frac{5n}{5^n} + 1$

b. $a_n = \frac{64}{2n}$

c. $a_n = \frac{5}{10^n}$

d. $a_n = \frac{n^2 + 4}{3 + n}$

المفهوم الأساسي الرمز سيجما

في أي متتالية $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$ ، يرمز لمجموع الحدود k الأولى بـ

$$\sum_{n=1}^k a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_k$$

حيث n هي مؤشر المجموع، و k هي الحد العلوي للمجموع و 1 هو الحد السفلي للمجموع.

اكتب كل متسلسلة بالرمز سيجما، وستجد الحد السفلي مذكورًا

57. $-2 - 1 + 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5; \quad n = 1$ 58. $\frac{1}{20} + \frac{1}{25} + \frac{1}{30} + \frac{1}{35} + \frac{1}{40} + \frac{1}{45}; \quad n = 4$

59. $8 + 27 + 64 + \dots + 1000; \quad n = 2$

60. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{128}; \quad n = 1$

61. $-8 + 16 - 32 + 64 - 128 + 256 - 512; \quad n = 3$

62. $8\left(-\frac{1}{3}\right) + 8\left(\frac{1}{9}\right) + 8\left(-\frac{1}{27}\right) + \dots + 8\left(-\frac{1}{243}\right); \quad n = 1$

يتم الحصول على الحد نوني a_n لمتتالية حسابية، والتي يكون الحد الأول فيها هو a_1 والفرق المشترك هو d ، من خلال الصيغة التالية، حيث n هو أي عدد طبيعي.

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

Write an equation for the n th term
for the arithmetic sequence.
31, 17, 3, ...

اكتب معادلة الحد النوني للمتتالة الحسابية
31, 17, 3, ...

☐ $a_n = 14n$

☐ $a_n = 14n + 17$

☐ $a_n = 14n + 5$

☐ $a_n = -14n + 45$

جد مجموع كل متسلسلة حسابية.

57. $\sum_{k=1}^{16} (4k - 2)$

58. $\sum_{k=4}^{13} (4k + 1)$

59. $\sum_{k=5}^{16} (2k + 6)$

60. $\sum_{k=0}^{12} (-3k + 2)$

Find the sum of the arithmetic series:

$$\sum_{k=5}^{10} (2k + 1).$$

أوجد مجموع المتسلسلة الحسابية:

$$\sum_{k=5}^{10} (2k + 1)$$

a. 70

b. 84

c. 96

d. 80

مثال 3 إيجاد الأوساط الهندسية

جد ثلاثة أوساط هندسية بين 2 و 1250.

الخطوة 1 بما أن هناك ثلاثة حدود بين الحد الأول والحد الأخير، فهناك $2 + 3$ أو 5 حدود إجمالية، إذًا $n = 5$.**الخطوة 2** جد قيمة r .

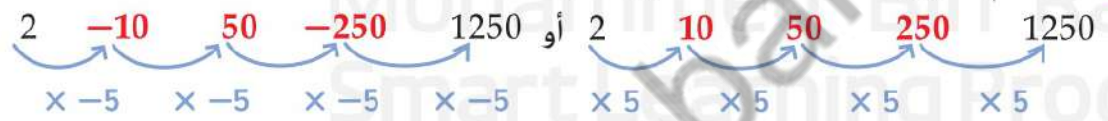
$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$1250 = 2r^{5-1}$$

$$625 = r^4$$

$$\pm 5 = r$$

الحد النوني لمتتالية هندسية
 $n = 5$ و $a_1 = 2$ و $a_n = 1250$
 اقسم الطرفين على 2.
 جد الجذر الرابع للطرفين.

الخطوة 3 استخدم r لإيجاد الأوساط الحسابية الأربعة.

الأوساط الهندسية هي 10 و 50 و 250 أو -10 و 50 و -250.

تمرين موجه

3. جد الأوساط الهندسية الأربعة التي تقع بين 0.5 و 512.

Find the geometric means in the sequence 0.5, —, —, —, 128.

أوجد الأوساط الهندسية في المتتالية الهندسية 0.5, —, —, —, 128

☐ $\pm 1, 8, \pm 64$ ☐ $\pm 2, 8, \pm 32$ ☐ $\pm 1, 4, \pm 6$ ☐ $\pm 4, 16, \pm 32$

مثال 6 إيجاد الحد الأول للمتسلسلة

جد قيمة a_1 في متسلسلة هندسية فيها $S_n = 13,116$ و $n = 7$ و $r = 3$.

$$S_n = \frac{a_1 - a_1 r^n}{1 - r}$$

صيغة المجموع

$$13,116 = \frac{a_1 - a_1(3^7)}{1 - 3}$$

$$n = 7 \text{ و } r = 3 \text{ و } S_n = 13,116$$

$$13,116 = \frac{a_1(1 - 3^7)}{1 - 3}$$

خاصية التوزيع

$$13,116 = \frac{-2186a_1}{-2}$$

اطرح.

$$13,116 = 1093a_1$$

بسّط.

$$12 = a_1$$

اقسم الطرفين على 1093.

تمرين موجّه

6. جد قيمة a_1 في متسلسلة هندسية فيها $S_n = -26,240$ و $n = 8$ و $r = -3$.

Find a_1 in a geometric series for which:

$$S_n = 363, n = 5, r = 3.$$

أوجد قيمة a_1 في متسلسلة هندسية فيها:

$$S_n = 363, n = 5, r = 3$$

a. $a_1 = -3$

b. $a_1 = 2$

c. $a_1 = -2$

d. $a_1 = 3$

مثال 3 المتسلسلة اللانهائية في الرمز سيجما

جد قيمة $\sum_{k=1}^{\infty} 18 \left(\frac{4}{5}\right)^{k-1}$

$$\begin{aligned} S &= \frac{a_1}{1-r} && \text{صيغة المجموع} \\ &= \frac{18}{1-\frac{4}{5}} && r = \frac{4}{5} \text{ و } a_1 = 18 \\ &= \frac{18}{\frac{1}{5}} \text{ أو } 90 && \text{بسط.} \end{aligned}$$

تمرين موجه

3. جد قيمة $\sum_{k=1}^{\infty} 12 \left(\frac{3}{4}\right)^{k-1}$

Find sum $\sum_{n=1}^{\infty} 5 \left(\frac{1}{10^n}\right)$.

أوجد مجموع $\sum_{n=1}^{\infty} 5 \left(\frac{1}{10^n}\right)$

☐ ∞

☐ $\frac{1}{2}$

☐ $\frac{5}{9}$

☐ 5

اكتب صيغةً تكراريةً لكل متتالية مما يلي.

a. 2, 10, 18, 26, 34, ...

الخطوة 1 حدد ما إذا كانت المتتالية حسابية أم هندسية. المتتالية حسابية لأنه يُمكن إيجاد كل حد يلي الحد الأول من خلال جمع فرق مشترك.

الخطوة 2 جد الفرق المشترك.

$$d = 10 - 2 \text{ أو } 8$$

الخطوة 3 اكتب الصيغة التكرارية.

$$a_n = a_{n-1} + d$$

$$a_n = a_{n-1} + 8$$

صيغة تكرارية للمتتالية الحسابية

$$d = 8$$

الصيغة التكرارية للمتتالية هي $a_n = a_{n-1} + 8, a_1 = 2$.

b. 16, 56, 196, 686, 2401, ...

c. $r = 3$ و $a_4 = 108$

$$r = \frac{56}{16} \text{ أو } 3.5$$

$$a_n = r \cdot a_{n-1}$$

$$a_n = 3 a_{n-1}$$

$$a_n = r \cdot a_{n-1}$$

$$a_n = 3.5 a_{n-1}$$

الصيغة التكرارية للمتتالية هي $a_n = 3 a_{n-1}, a_1 = 4$.

تمرين موجه

اكتب صيغةً تكراريةً لكل متتالية مما يلي.

2A. 8, 20, 50, 125, 312.5, ...

2B. 8, 17, 26, 35, 44, ...

2C. $a_3 = 16$ و $r = 4$

Write a recursive formula for the sequence 4, 15, 224, 50, 175, ...

اكتب صيغة تكرارية للمتتالية 4, 15, 224, 50, 175, ...

☐ $a_n = (a_{n-1})^2 + 1, a_1 = 4$

☐ $a_n = a_{n-1} - 1, a_1 = 4$

☐ $a_n = (a_{n-1})^3 - 1, a_1 = 4$

☐ $a_n = (a_{n-1})^2 - 1, a_1 = 4$

مثال 4 إعادة الدالة

جد الإعادات الثلاثة الأولى x_1 ، و x_2 ، و x_3 للدالة $f(x) = 5x + 4$ للقيمة الأولية التي تبلغ $x_0 = 2$.

$$x_1 = f(x_0) \quad \text{أعد الدالة.}$$

$$= 5(2) + 4 = 14 \quad x_0 = 2$$

$$x_2 = f(x_1) \quad \text{أعد الدالة.}$$

$$= 5(14) + 4 = 74 \quad x_1 = 14$$

$$x_3 = f(x_2) \quad \text{أعد الدالة.}$$

$$= 5(74) + 4 = 374 \quad x_2 = 74$$

الإعادات الثلاثة الأولى هي 14 و 74 و 374.

تمرين موجه

4. جد الإعادات الثلاثة الأولى x_1 ، و x_2 ، و x_3 للدالة $f(x) = -3x + 8$ للقيمة الأولية التي تبلغ $x_0 = 6$.

Find the first three iterates x_1 , x_2 , and x_3 of $f(x) = -4x + 2$ for an initial value of $x_0 = 5$.

أوجد التكرارات الثلاثة الأولى x_1 و x_2 و x_3 للدالة $f(x) = -4x + 2$ للقيمة الأولية التي تبلغ $x_0 = 5$.

☐ -2, 10, -38

☐ 18, 74, 294

☐ -18, 74, -294

☐ -22, 90, -358

مثال 4 تحديد حد واحد

جد الحد الخامس من $(y + z)^{11}$.

الخطوة 1

استخدم نظرية ذات الحدين لكتابة المفكوك في الرمز سيجما.

$$(y + z)^{11} = \sum_{k=0}^{11} \frac{11!}{k!(11-k)!} y^{11-k} z^k$$

الخطوة 2

بالنسبة للحد الخامس، $k = 4$.

$$\begin{aligned} \frac{11!}{k!(11-k)!} y^{11-k} z^k &= \frac{11!}{4!(11-4)!} y^{11-4} z^4 \\ &= 330y^7z^4 \end{aligned}$$

$$C(11, 4) = 330$$

تمرين موجه

4. جد الحد السادس $(c + d)^{10}$.Find the fourth term of $(y - 3x)^6$.أوجد الحد الرابع من $(y - 3x)^6$.

☐ $-405y^4x^2$

☐ $-540y^3x^3$

☐ $270y^3x^3$

☐ $540y^2x^4$

مثل تفكيك $(2m - n)^{15}$ باستخدام الرمز سيجما .

$$a) \sum_{r=0}^{15} \binom{15}{r} (2m)^r (-n)^{15-r}$$

$$b) \sum_{r=0}^{15} \binom{15}{r} (2m)^{15-r} (-n)^r$$

$$c) \sum_{r=0}^{15} \binom{15}{r} (2m)^{15-r} (n)^r$$

$$d) \sum_{r=0}^{15} \binom{15}{r} (2m)^r (n)^{15-r}$$

مثال مضاد لعبارة $3^n + 1$ يقبل القسمة على 4 هو:

- a) $n=1$ b) $n=2$ c) $n=3$ d) $n=4$

مثال مضاد لعبارة $2^n + 3^n$ يقبل القسمة على 4 هو:

- a) $n=1$ b) $n=2$ c) $n=4$ d) $n=6$

مثال مضاد لعبارة $n^3 = 1 + 8 + 27 + \dots + (2n + 2)^2$ هو:

- a) $n=1$ b) $n=2$ c) $n=0$ d) $n=3$

مثال مضاد لعبارة $n = 1 + 2 + 3 + \dots + n^2$ هو:

- a) $n=1$ b) $n=2$ c) $n=0$ d) $n=-1$

مثال مضاد لعبارة $n^2 - n + 15$ عدد أولي هو:

- a) $n=1$ b) $n=2$ c) $n=3$ d) $n=5$