نموذج إجابات أوراق عمل الوحدة السابعة الاحتمالات والقياس

ورقة عمل الصف العاشر **9-1 تمثيل الفضاءات العينية** **الاسم :** ______________

في هذا الدرس سوف أتعلم: 1– استخدام القوائم والجداول والمخططات الشجرية لتمثيل الفضاء العيني. 2 – استخدام مبدأ العد الأساسي لعد النتائج.

التجربة هي موقف ينطوي على فرصة تؤدي إلى نتائج. **النتيجة** هي استنتاج لتجريب تجربة ما. **الحدث** هو نتيجة واحدة أو أكثر لتجربة معينة.

الفضاء العيني للتجربة هو مجموعة جميع النتائج المحتملة. ويمكن تمثيله باستخدام قائمة منظمة أو جدول أو مخطط شجري.

تمثيل الفضاء العيني

مثل فضاء العينة لكل تجربة بإعداد قائمة منظمة وجدول ومخطط شجري.

عندما يضرب اللاعب ركلة الجزاء فإنه يسجل هدفًا (O) أو لا يسجل (G). افرض أن اللاعب ضرب ركلة جزاء مرتين.

القائمة

{OO , OG , GO , GG}

الجدول

الأولى / الثانية	O	G
O	OO	GO
G	OG	GG

مخطط شجري

المرة ① المرة ②

O → O OO
O → G OG
G → O GO
G → G GG

باع مازن معظم تذاكر مهرجان الخريف السنوي في مدرسته. وكمكافأة له يختار مرتين من حقيبة بها بطاقات مكتوب عليها « عصير مجاني J » أو « دفتر ملحوظات مجاني N ».

القائمة

{JJ , JN , NN , NJ}

الجدول

المرة ② / المرة ①	J	N
J	JJ	JN
N	NJ	NN

مخطط الشجرة

المرة ① المرة ②

J → J JJ
J → N JN
N → J NJ
N → N NN

حُلل الزفاف : يؤجر أيوب حلة زفاف من الكتالوج الموضح. صمم مخططًا شجريًا يمثل الفضاء العيني لهذا الموقف .

إضافية × لون البدلة × لون ربطة العنق

$= 2 \times 2 \times 4$

$= 16$ طريقة ← مبدأ العد

ربطة عنق — بدلة — إضافية

- B
  - عاجي → ص ، ح
  - أسود → ص ، ح
- G
  - عاجي → ص ، ح
  - أسود → ص ، ح
- R
  - عاجي → ص ، ح
  - أسود → ص ، ح
- M
  - عاجي → ص ، ح
  - أسود → ص ، ح

ص عاجي B
ح عاجي B
ص أسود B
ح أسود B
ص عاجي G
ح عاجي G
ص أسود G
ح أسود G
ص عاجي R
ح عاجي R
ص أسود R
ح أسود R
ص عاجي M
ح عاجي M
ص أسود M
ح أسود M

مبدأ العد الأساسي في بعض التجارب ثنائية المراحل أو متعددة المراحل، لا يكون ذكر الفضاء العيني بأكمله عمليًا أو ضروريًا. لإيجاد عدد النتائج المحتملة، يمكنك استخدام **مبدأ العد الأساسي**.

يمكن إيجاد عدد النتائج المحتملة في فضاء عيني معين عن طريق ضرب عدد النتائج المحتملة من كل مرحلة أو حدث. ⇐ مبدأ العد

جــــد عدد النتائج المحتملة في كل موقف.

مطاعم : تبتكر هيام قائمة جديدة لمطعمها. على فرض تم طلب كل عنصر.

محتويات القائمة	عدد الاختيارات
المقبلات	8
الحساء	4
السلاطة	6
الطبق الرئيسي	12
الحلوى	9

الحلوى طبق رئيسي السلاطة الحساء مقبلات

$= 8 \times 4 \times 6 \times 12 \times 9$

$= \boxed{20\,736}$ نتيجة محتملة

ورقة عمل العاشر **9-2 الاحتمال باستخدام التباديل والتوافيق** الاسم:---------------------

في هذا الدرس سوف أتعلم: 1– استخدام التباديل مع الاحتمالات. 2– استخدام التوافيق مع الاحتمالات.

التباديل : تنظيم لمجموعة من العناصر يكون الترتيب فيه مهمًا.

يكتب مضروب العدد الصحيح الموجب n على الصورة !n ، ويساوي حاصل ضرب جميع الأعداد الصحيحة الموجبة التي هي أصغر من أو تساوي n .

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$\text{الاحتمال بالتباديل} = \frac{\text{التباديل المتبقية}}{\text{التباديل الكلية}}$$

$$\text{الاحتمال} = \frac{\text{عدد نتائج الحدث}}{\text{عدد النتائج الممكنة}}$$

التباديل مع التكرار: عدد التباديل المختلفة لعناصر عددها n عندما يتكرر عنصر منها r_1 من المرات وآخر r_2 من المرات وهكذا ---- فإنه يساوي :

$$\text{عدد التباديل المميزة} = \frac{n!}{r_1! \bullet r_2 \dots \dots \bullet r_k!}$$

التباديل الدائرية: عدد التباديل المختلفة لـ n من العناصر مرتبة على دائرة يساوي :

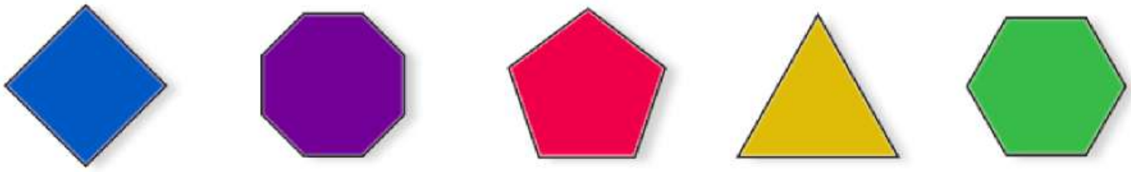
$$\frac{n!}{n} = (n-1)!$$

التوافيق: هو اختيار مجموعة من العناصر بحيث يكون الترتيب فيها غير مهم.

$${}_nC_r = \frac{n!}{(n-r)! \bullet r!}$$

احتمالات وتباديل عدد n من الأشياء

الهندسة: طلب من 5 طلاب أن يختاروا مضلعًا عشوائيًا من المجموعة الموضحة أدناه ويعطوه اسمًا. ما احتمال أن يختار الطالبان الأولان المثلث والشكل الرباعي. بهذا الترتيب؟



$$\text{الاحتمال بالتباديل} = \frac{\text{التباديل المتبقية}}{\text{التباديل الكلية}}$$

$$\text{الاحتمال} = \frac{(5-2)!}{5!} = \frac{3!}{5\times4\times3!} = \boxed{\frac{1}{20}}$$

رياضة نبيلة وميسون عضوتان في فريق لاكروس. إذا أُعطيت الفتيات العشرون أعضاء الفريق أرقامًا لقميص اللعبة من 1 إلى 20 بشكل عشوائي، فما احتمال أن يكون رقم قميص نبيلة 1 وميسون 2؟

$$\text{الاحتمال بالتباديل} = \frac{\text{التباديل المتبقية}}{\text{التباديل الكلية}}$$

$$\text{الاحتمال} = \frac{(20-2)!}{20!} = \frac{18!}{20\times19\times18!} = \frac{1}{20\times19} = \boxed{\frac{1}{380}}$$

التصوير في الفقرة الافتتاحية، ما احتمال اختيار عيسى للوقوف في أقصى اليسار، واختيار عمر للوقوف في أقصى اليمين في الصورة؟

يقف فارس وعيسى وعمر وعلي بجانب بعضهم لالتقاط صورة. هناك أربعة اختيارات لمن يمكنه الوقوف ناحية أقصى اليسار، و 3 اختيارات لمن يمكنه الوقوف في الموضع الثاني. أما بالنسبة للموضع الثالث، فهناك خياران فقط. وبالنسبة للموضع الأخير فهناك خيار واحد فقط متاح.

$$\text{الاحتمال بالتباديل} = \frac{\text{التباديل المتبقية}}{\text{التباديل الكلية}}$$

$$\text{الاحتمال} = \frac{(4-2)!}{4!} = \frac{2!}{4\times3\times2!} = \boxed{\frac{1}{12}}$$

المسرحية: يمثل طلاب مدرسة ثانوية مسرحية A Raisin in the Sun بمشاركة كل طالب في الصف الأول الثانوي في مادة اللغة الإنجليزية من بين 18 طالبا. إذا اختير 3 من فريق العمل عشوائيا. فما احتمال اختيار إبراهيم للإضاءة. واختيار أحمد لإلقاء كلمة الشكر. واختيار إبراهيم لأداء دور إسماعيل؟

الاحتمال $= \dfrac{1}{_{18}P_3} = \dfrac{1}{4896}$

قُسم صف إلى فرق يتكون كلٌ منها من 15 طالبًا. وطُلب من كل فريق أن يختار أعضاء منه ليصبحوا مسؤولين. إذا كان عدنان وعبيد وعبد الله في فريق واحد، وكان يتم تحديد المناصب عشوائيًا، فما احتمال أن يتم اختيارهم كرئيس ونائب رئيس وسكرتير، على التوالي؟

الاحتمال $= \dfrac{1}{_{15}P_3} = \dfrac{1}{2730}$

تتكون بطاقة تعريف أحد الطلاب من 4 أرقام مختارة من بين 10 أرقام محتملة من 0 إلى 9. لا يمكن تكرار الأرقام.

A. كم عدد أرقام التعريف المحتملة هنا؟

B. جـــد احتمال أن يكون للبطاقة المولدة عشوائيًا العدد 4213 بالضبط.

(A) عدد أرقام التعريف المحتملة $= {_{10}P_4} = 10 \times 9 \times 8 \times 7 = \boxed{5040}$

(B) الاحتمال $= \boxed{\dfrac{1}{5040}}$

القيادة: ما هو احتمال أن تكون لوحة الترخيص التي تستخدم الأحرف C و F و F والأرقام 3 و 3 و 3 و 1 هي CFF3133 ؟

$$\text{عدد التباديل المميزة} = \frac{n!}{r_1! \cdot r_2 \dots\dots \cdot r_k!}$$

عدد الأحرف والأرقام 7

3 تكرر 3 مرات / F تكرر مرتان .

$$\text{عدد التباديل المميزة} = \frac{7!}{3! \times 2!} = 420$$

يوجد ترتيب واحد CFF3133 ،

$$P(CFF3133) = \boxed{\frac{1}{420}}$$

برنامج ألعاب قدمت إليك الحروف التالية في أحد برامج الألعاب وطُلب منك أن تفككها لتكوين اسم نهر في الولايات المتحدة الأمريكية. إذا حددت تبديلاً لهذه الحروف عشوائيًا، فما احتمال أن تكون تلك الحروف الإجابة الصحيحة وهي نهر MISSISSIPPI؟

$$\text{عدد التباديل المميزة} = \frac{n!}{r_1! \cdot r_2 \dots\dots \cdot r_k!}$$

عدد الأحرف 11

S مكرر 4 مرات ، I مكرر 4 مرات ، P مكرر مرتان

$$\text{عدد التباديل المميزة} = \frac{11!}{4! \times 4! \times 2!} = 34650$$

يوجد ترتيب واحد لكلمة MISSISSIPPI

$$P(MISSISSIPPI) = \boxed{\frac{1}{34650}}$$

أرقام الهاتف ما احتمالات أن يكون رقم هاتف مكونًا من 7 أرقام هي 5 و 1 و 6 و 5 و 2 و 1 و 5 مرتبًا بطريقة 5210-550؟

$$\text{عدد التباديل المميزة} = \frac{n!}{r_1! \cdot r_2 \dots\dots \cdot r_k!}$$

عدد الأرقام 7

5 مكرر 3 مرات ، 1 مكرر مرتان ،

$$\text{عدد التباديل المميزة} = \frac{7!}{3! \times 2!} = 420$$

يوجد ترتيب واحد للرقم 5210-550

$$\rightarrow P(550-5210) = \boxed{\frac{1}{420}}$$

كيمياء: ينبغي في معمل الكيمياء أن تختبر ست عينات مرتبة عشوائيًا في حلقة دائرية.

a) ما احتمال إنتاج الترتيب الموضح على اليسار؟

لا توجد نقطة مرجعية ثابتة. فهذا تبديل دائري.
إذا هناك $(6-1)!$ أو $5!$ أو 120 تباديل مميزة.

$P(\text{الترتيب الحالي}) = \frac{1}{120}$

b) ما مدى احتمال أن تكون أنبوبة الاختبار 2 في موضع علوي متوسط؟

بما أن هناك نقطة مرجعية ثابتة (وهي الموضع العلوي المتوسط) فهذا تبديل خطي.
إذا هناك $6!$ أو 720 تباديل مميزة.
عدد النتائج لمكان أنبوبة 2 في موضع علوي متوسط هو عدد تباديل الخمسة الآخرين $5! = 120$

$P(\text{2 في موضع علوي متوسط}) = \frac{120}{720} = \boxed{\frac{1}{6}}$

جـــد الاحتمالات الموضحة، واشرح استنتاجك.

a. المجوهرات إذا كانت الحلي الستة الموضحة على السوار مرتبة ترتيبًا عشوائيًا، فما احتمال أن ينتج الترتيب الموضح

b. الغداء إذا كنت تعد المقاعد لمجموعة من أربعة أشخاص حول مائدة مستديرة. يوجد أحد المقاعد بجانب نافذة. إذا جلس من سيتناولون الطعام بترتيب عشوائي، فما احتمال جلوس الشخص الذي سيدفع الفاتورة بجانب النافذة؟

(a) التبديل دائري لعدم وجود نقطة مرجعية ثابتة.

$\text{الاحتمال} = \frac{1}{5!} = \frac{1}{120}$

(b) هناك نقطة مرجعية ثابتة (بجانب النافذة)
وبالتالي فالتبديل خطي. ⇐ هناك $4! = 24$ تباديل.
عدد نتائج جلوس الشخص الذي سيدفع الفاتورة بجانب النافذة هو
عدد تباديل البقية $3! = 6$ تباديل ⇐ $\text{الاحتمال} = \frac{6}{24} = \boxed{\frac{1}{4}}$

كرة القدم يلتقي أعضاء فريق كرة القدم الأحد عشر معًا قبل المباراة.

A. ما احتمال أن يقف الظهير الأيمن يمين حارس المرمى إذا اجتمع أعضاء الفريق معًا بترتيب عشوائي؟ فسّر استنتاجك.

B. إذا كان الحكم واقفًا خلف التجمع مباشرةً، فما احتمال وقوفه خلف حارس المرمى مباشرةً؟ فسّر استنتاجك.

(a) تبديل دائري ⇐ هناك $10!$ تباديل مميزة
عدد تباديل وقوف الظهير الأيمن يمين حارس المرمى
هو عدد تباديل التسعة المتبقين $9!$

$\text{الاحتمال} = \frac{9!}{10!} = \frac{\cancel{9!}}{10 \times \cancel{9!}} = \boxed{\frac{1}{10}}$

(b) تبديل خطي ⇐ هناك $11!$ تباديل مميزة
عدد تباديل وقوف الحكم خلف الحارس هو عدد تباديل
الـ 10 المتبقين $= 10!$

$\text{الاحتمال} = \frac{10!}{11!} = \frac{\cancel{10!}}{11 \times \cancel{10!}} = \boxed{\frac{1}{11}}$

اشترك 500 طالب من بينهم أسامة و أيمن في سحب للفوز بتذكرتي مباراة كرة قدم. ما احتمال أن يفوز أسامة و أيمن بهاتين التذكرتين؟

عدد توافيق اختيار 2 من 500 هو $_{500}C_2$

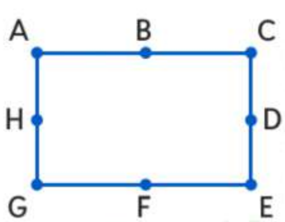
$$P(\text{أسامة وأيمن}) = \frac{1}{_{500}C_2} = \frac{1}{124750}$$

الدعوات يمكن أن تدعو إيمان في حفل زفافها 6 صديقات من صديقاتها العشرين للذهاب معها إلى حديقة الملاهي. إذا اختارت أن تدعو صديقاتها عشوائيًا، فما احتمال اختيار صديقاتها أسماء وأماني وأمل وأمنة وبثينة وبدرية؟

عدد توافيق اختيار 6 من 20 هو $_{20}C_6$

$$\text{الاحتمال} = \frac{1}{_{20}C_6} = \frac{1}{38760}$$

الهندسة إذا كانت النقاط الثلاث المختارة بشكل عشوائي من هذه الأسماء في المستطيل الموضح، فما احتمال وقوعها جميعًا على القطعة المستقيمة نفسها؟



عدد توافيق اختيار 3 نقاط من 8 هو $_8C_3$

عدد توافيق اختيار 3 على القطعة المستقيمة نفسها = 4

$$\text{الاحتمال} = \frac{4}{_8C_3} = \frac{4}{56} = \boxed{\frac{1}{14}}$$

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام
050-2509447 YouTube[AE]

الأوراق بدون حل

ورقة عمل العاشر **9-3 الاحتمالات الهندسية** الاسم:________________

في هذا الدرس سوف أتعلم: 1– إيجاد الاحتمالات باستخدام الطول. 2– إيجاد الاحتمالات باستخدام المساحة.

الاحتمال الذي يتضمّن قياسًا هندسيًّا مثل الطول أو المساحة يسمى احتمالًا هندسيًّا.

الاحتمال = $\frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}}$

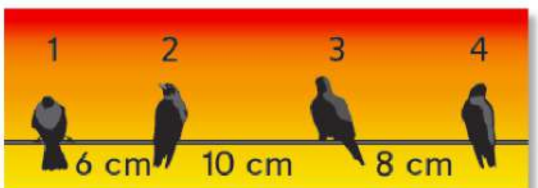
استخدام الأطوال في إيجاد الاحتمالات الهندسية

النقطة X مختارة عشوائيًا على $\overline{AD}$ جـــد احتمال وقوع كل حدث.

$P(X$ تقع على $\overline{BC})$ $= \frac{BC}{AD} = \frac{3}{10}$ 30 %

$P(X$ تقع على $\overline{BD})$ $= \frac{BD}{AD} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ 50 %

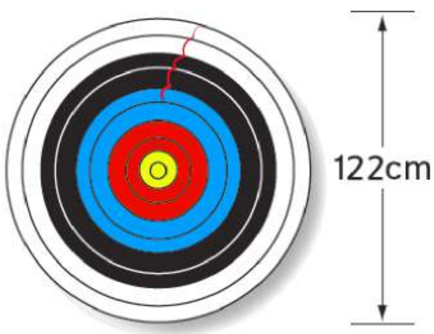
الطيور تجلس أربعة طيور على سلك الهاتف. ما احتمال نزول طائر خامس على نقطة مختارة عشوائيًا بين الطائرين 1 و 4 واستقراره عند نقطة ما بين الطائرين 3 و 4؟ 8 24



الاحتمال $= \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$ 33.3 %

من الحياة اليومية استخدام المساحة في إيجاد الاحتمالات

الرماية يستهدف الرامي هدفًا قطره 122 cm في 10 دوائر متحدة المركز تقل أقطارها بمقدار 12.2 cm كلما اقتربت من المركز. جـــد احتمال أن يصيب الرامي المركز.



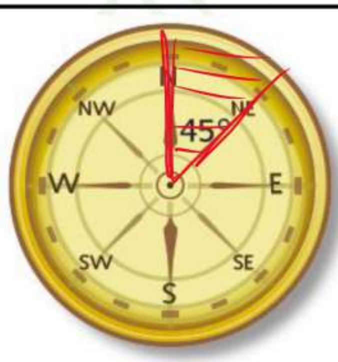
قطر دائرة المركز (العاشرة)
$= 122 - 12.2(9)$
$= 12.2 \text{ cm} \Rightarrow r = 6.1 \text{ cm}$

$P($ إصابة دائرة المركز $) = \frac{\text{مساحة دائرة المركز}}{\text{مساحة القرص كامل}} = \frac{\pi(6.1)^2}{\pi(\frac{122}{2})^2} = \frac{1}{100}$

1 %

استخدام قياسات الزوايا في إيجاد الاحتمالات الهندسية

الملاحة فقد أحد المخيمين طريقه في الغابة. ووجه بوصلته في اتجاه عشوائي. جـــد احتمال أن يتوجه هذا الشخص في الاتجاه الشمالي N إلى الشمالي الشرقي NE.



الاحتمال $= \frac{\text{زاوية القطاع الدائري}}{360^\circ}$

$= \frac{45^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{8} = 12.5\ \%$

ورقة عمل العاشر **9-4 المحاكاة** الاسم:----------------------

في هذا الدرس سوف أتعلم: 1– تصميم نموذج المحاكاة لتقدير الاحتمال. 2– تلخيص البيانات من خلال نماذج المحاكاة.

نموذج المحاكاة: هو نموذج في الرياضيات يستخدم في مطابقة ظاهرة عشوائية. **المحاكاة:** هي استخدام نموذج الاحتمال في إعادة تمثيل الموقف مرات ومرات لتقدير احتماليات النتائج المختلفة.

المفهوم الأساسي تصميم نموذج محاكاة

الخطوة 1 حدد كل نتيجة محتملة واحتمالها النظري.

الخطوة 2 اذكر أي افتراضات.

الخطوة 3 صف نموذج الاحتمال المناسب للموقف.

الخطوة 4 عرّف المحاولة بالنسبة إلى الموقف واذكر عدد المحاولات المفترض إجراؤها.

المفهوم الأساسي حساب قيمة التوقع

الخطوة 1 اضرب قيمة X في احتمال حدوثها.

الخطوة 2 كرر الخطوة 1 لجميع القيم المحتملة من X.

الخطوة 3 جـــد مجموع النتائج.

تصميم نموذج محاكاة باستخدام نموذج هندسي

الدرجات حصلت فاطمة على درجة A في 80% من الاختبارات القصيرة لمادة الأحياء في الفصل الدراسي الأول. صمم نموذج محاكاة ونفذه مستخدمًا النموذج الهندسي لتقدير احتمال حصولها على الدرجة A في الاختبار القصير لمادة الأحياء في الفصل الدراسي الثاني. ثم اعرض النتائج مستخدمًا الملخصات العددية والبيانية المناسبة.

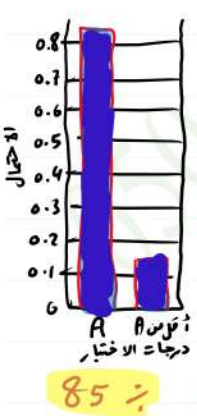
الخطوة 1 النتائج المحتملة: الحصول على درجة A ، الحصول على أقل من A

الاحتمال النظري: $P(A) = 0.8$ ، $P(\text{أقل من } A) = 0.2$

الخطوة 2 يشتمل نموذج المحاكاة على 40 محاولة.

الخطوة 3 يمكننا استخدام 10 بطاقات ، 8 منهم نكتب A و 2 نكتب أقل من A

الخطوة 4 يقوم شخص بسحب بطاقة عشوائياً ثم إرجاعها وتمثل هذه درجة الاختبار.
إذا سحب بطاقة A فهي محاولة ناجحة وكأنها الحصول على درجة A
وإذا سحب بطاقة دون A فهي محاولة فاشلة وكأنها الحصول على درجة أقل من A
وتتكون المحاكاة من 40 محاولة.



نسجل النتائج الـ 40 في جدول تكرار

	عدد المرات
A	34
أقل من A	6

$\rightarrow P(A) = 0.85$

$P(\text{دون } A) = 0.15$

يبلغ احتمال حصول فاطمة على A تقريباً 85%

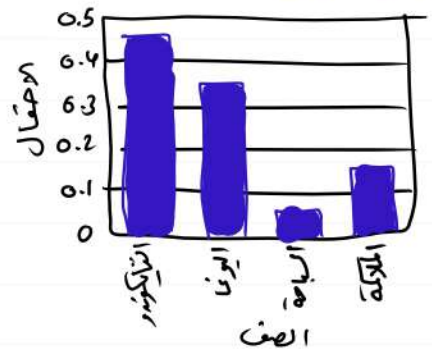
ويبلغ احتمال الحصول على درجة أقل من A 15%

تنفيذ نموذج المحاكاة وتلخيص البيانات

اللياقة البدنية يبين الجدول النسبة المئوية للأعضاء المشاركين في أربع حصص في نادي اللياقة البدنية. صمم نموذج محاكاة ونفذه لتقدير احتمال مشاركة عضو جديد في النادي في كل حصة. واعرض النتائج مستخدمًا الملخصات العددية والبيانية المناسبة.

الصف الدراسي	نسبة التسجيلات %
التايكوندو	45%
اليوجا	30%
السباحة	15%
الملاكمة	10%

استخدم قرصًا دوارًا مقسمًا إلى 4 مقاطع الأول 45% أو 162° / الثاني 30% أو 108° / الثالث 15% أو 54° / الرابع 10% أو 36°. أجر 20 محاولة وأسجل النتائج في جدول التكرار.



النتيجة	التكرار
التايكوندو	9
اليوجا	7
السباحة	1
الملاكمة	3
الإجمالي	20

احتمال أن يبدأ أحد العملاء فصول التايكوندو هو 0.45 وفصول اليوجا 0.35 والسباحة 0.05 والملاكمة 0.15.

حساب قيمة التوقع

ألعاب المهرجانات الهدف من اللعبة الموضحة هو جمع النقاط باستخدام سهم لفرقعة البالونات. على فرض أن كل سهم سيصيب بالونًا.

a. احسب قيمة التوقع من كل رمية. $E(X)$

b. صمّم نموذج محاكاة لتقدير متوسط القيمة لهذه اللعبة.

c. كيف تقارن قيمة التوقع بمتوسط القيمة؟

(a) $P(25) = \frac{16}{25}$ $\quad P(50) = \frac{8}{25}$ $\quad P(100) = \frac{1}{25}$

$$E(X) = \frac{16}{25}(25) + \frac{8}{25}(50) + \frac{1}{25}(100)$$
$$= 16 + 16 + 4 = \boxed{36}$$

(b) * استخدم 25 بطاقة، 16 بطاقة أكتب عليها 25، 8 بطاقات أكتب عليها 50، بطاقة واحدة أكتب عليها 100.

* أسحب بطاقة ثم إرجاعها. أكرر هذه العملية 50 محاولة. أسجل النتائج في جدول تكراري.

النتيجة	التكرار
25	29
50	21
100	0

متوسط القيمة $E(X) = \frac{29}{50}(25) + \frac{21}{50}(50) + \frac{0}{50}(100)$
$$= 14.5 + 21 = 35.5$$

(c) قيمة التوقع و متوسط القيمة متقاربان.

ورقة عمل العاشر — **9-5 الاحتمال والفرص** — الاسم:----------------------

في هذا الدرس سوف أتعلم: 1– إيجاد احتمال وقوع حدث. 2– إيجاد فرص نجاح وفشل حدث.

عندما نشك في وقوع حدث، يمكننا قياس فرص وقوعه عن طريق **الاحتمال**. فعلى سبيل المثال، يكون هناك 52 نتيجة ممكنة عند اختيار بطاقة عشوائيًا من مجموعة قياسية من بطاقات اللعب. وتسمى مجموعة نتائج حدث باسم **الفضاء العيني**. وتسمى النتيجة المرغوبة، لسحب بطاقة لعب "ملك القلوب" على سبيل المثال، **نجاح**. وتسمى أي نتيجة أخرى **فشل**. ويكون احتمال وقوع حدث ما هي نسبة عدد طرق إمكانية وقوع هذا الحدث إلى إجمالي عدد النتائج في الفضاء العيني، وهي مجموع حالات النجاح والفشل. وهناك طريقة واحدة لسحب بطاقة "ملك القلوب"، وهناك إجمالي عدد نتائج يبلغ 52 نتيجة عند اختيار بطاقة من مجموعة قياسية من بطاقات اللعب؛ إذًا احتمال اختيار ملك القلوب هو $\frac{1}{52}$.

إذا كانت إمكانية نجاح حدث بعدد s من الطرق وفشله بعدد f من الطرق، إذًا فاحتمال نجاح $P(s)$ واحتمال فشل $P(f)$ هما كما يلي:

$$P(s) = \frac{s}{s+f} \qquad P(f) = \frac{f}{s+f}$$

مثال 1

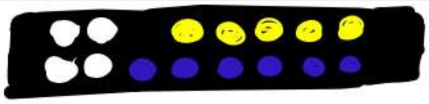
بحث تسويقي لتحديد معدلات مشاهدة التلفاز، تقدر شركة نيلسن ميديا للأبحاث عدد مشاهدي أي برنامج تلفزيوني مقدم. ويتم ذلك عن طريق اختيار عينة من المشاهدين، ومطالبتهم بتسجيل عادات مشاهدتهم في دفتر تسجيل، ثم حساب عدد مشاهدي كل برنامج. وهناك ما يقرب من 100 مليون أسرة في الولايات المتحدة الأمريكية، ويتم اختيار 5000 أسرة فقط لمجموعة العينة. فما احتمال اختيار أي أسرة واحدة من هذه الأسر للمشاركة؟

ما احتمال اختيار أية أسرة واحدة للمشاركة في مجموعة العينة التي ستختارها شركة نيلسن ميديا للأبحاث؟

عدد نتائج اختيار أسرة $s = 5000 \Rightarrow P(s) = \frac{5000}{100\ 000\ 000} = \boxed{\frac{1}{20\ 000}}$

$= \boxed{0.005\ \%}$

مثال 2



يحتوي كيس على 5 كرات زجاجية صغيرة صفراء و6 زرقاء و4 بيضاء.

a. ما احتمال أن تكون الكرة الزجاجية الصغيرة التي يتم اختيارها عشوائيًا صفراء؟

b. ما احتمال أن تكون الكرة الزجاجية الصغيرة التي يتم اختيارها عشوائيًا ليست بيضاء؟

(a) صفراء $s = 5$ ليست صفراء $f = 10$

$$P(s) = \frac{s}{s+f} = \frac{5}{5+10} = \frac{5}{15} = \boxed{\frac{1}{3}}$$

(c) ليست بيضاء $s = 11$ بيضاء $f = 4$

$$P(s) = \frac{s}{s+f} = \frac{11}{11+4} = \boxed{\frac{11}{15}}$$

مثال 3

تحتوي لوحة دوائر إلكترونية كهربية بها 20 رقاقة حاسوب على 4 رقاقات معيبة. فإذا تم اختيار 3 رقاقات عشوائيًا، فما احتمال أن تكون الثلاثة كلها معيبة؟

الثلاث رقاقات معيبة $s = {}_4C_3$ ليست الثلاث معيبة $f =$

$$P(s) = \frac{{}_4C_3}{{}_{20}C_3} \text{ أو } \frac{C(4,3)}{C(20,3)} = \frac{\frac{4!}{1! \times 3!}}{\frac{20!}{17! \times 3!}} = \boxed{\frac{1}{285}}$$

مثال 4

توصلت الشركة CyberToy إلى أنه من أصل دورة إنتاج تبلغ 50 لعبة، هناك 17 لعبة معيبة. وإذا تم اختيار 5 ألعاب عشوائيًا، فما احتمال أن تكون واحدة معيبة على الأقل؟

$$P(\text{5 جميعهم بدون عيوب}) = \frac{{}_{33}C_5}{{}_{50}C_5}$$

$$P(\text{واحدة على الأقل معيبة}) = 1 - P(\text{5 جميعهم بدون عيوب})$$

$$= 1 - \frac{{}_{33}C_5}{{}_{50}C_5} = 0.88798 = 88.8\ \%$$

مثال 5

يجب أن تختار عائشة عشوائيًا رقاقة من صندوق لتحديد السؤال الذي ستتلقاه في مسابقة في مادة الرياضيات. وهناك 6 رقائق زرقاء و4 رقائق حمراء في هذا الصندوق. فإذا اختارت رقاقة زرقاء، فسيتعين عليها حل مسألة حساب مثلثات. وإذا كانت الرقاقة حمراء، فسيتعين عليها كتابة برهان هندسي.

حساب مثلثات
كتابة برهان هندسي.

a. ما احتمال سحب عائشة رقاقة حمراء؟

b. ما الفرص التي سيتعين على عائشة فيها كتابة برهان هندسي؟

(a) $P(\text{حمراء}) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

(b) $P(\text{البرهان الهندسي}) = P(\text{حمراء}) = \frac{2}{5}$

$\text{فرص (البرهان الهندسي)} = \frac{P(\text{برهان هندسي})}{P(\text{المتمم})} = \frac{\frac{2}{5}}{1-\frac{2}{5}} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{3}{5}} = \boxed{\frac{2}{3}}$

مثال 6

تم اختيار 12 طالبًا و16 طالبة للتأهل على نحو متساوٍ لـ 6 منح دراسية جامعية. وفي حالة الاختيار العشوائي لمن سيحصلون على هذه المنح، فما فرص أن يكون منهم 3 طلاب و3 طالبات؟

عدد طرق اختيار 3 طلاب من 12 طالب $= {}_{12}C_3$

عدد طرق اختيار 3 طالبات من 16 طالبة $= {}_{16}C_3$

عدد طرق اختيار 6 من جميع الطلبة والطالبات $= {}_{28}C_6$

احتمال

$P(\text{3 طلاب، 3 طالبات}) = \frac{{}_{12}C_3 \times {}_{16}C_3}{{}_{28}C_6}$

$= \frac{880}{2691}$

$\text{فرص (3 طلاب، 3 طالبات)} = \frac{\frac{880}{2691}}{1-\frac{880}{2691}}$

$= \boxed{\frac{880}{1811}} = 48.59\%$

ورقة عمل العاشر **9-6 احتمالات الأحداث المستقلة وغير المستقلة** الاسم:----------------------

في هذا الدرس سوف أتعلم: 1– إيجاد احتمالات الأحداث المستقلة وغير المستقلة. 2– إيجاد احتمالات الأحداث علمًا بوقوع أحداث أخرى.

يتكون **الحدث المركب** من حدثين بسيطين أو أكثر. ممكن أن تكون الحوادث المركبة مستقلة او غير مستقلة.

يكون الحدثان A و B **مستقلان** إذا كان احتمال حدوث A لا يؤثر في احتمال حدوث B.

يكون الحدثان A و B **غير مستقلين** إذا كان احتمال حدوث A يغيّر بطريقة ما احتمال حدوث B.

إذا كان A و B حدثان مستقلان: P(A and B) = P(A) • P(B)

إذا كان A و B حدثان غير مستقلين: P(A and B) = P(A) • P(B|A)

يقرأ الترميز P(B|A) : احتمال حدوث B علمًا بوقوع الحدث A بالفعل. وهذا يسمى **الاحتمال المشروط**.

الاحتمال المشروط لوقوع الحادثة B إذا علم أن الحادثة A قد وقعت يعرف على النحو التالي: $P(B|A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)}$ ، حيث $P(A) \neq 0$

تحديد الأحداث المستقلة وغير المستقلة

حدد ما إذا كانت الأحداث مستقلة أو غير مستقلة. فسر.

أدى عبد الرحمن اختبار SAT يوم السبت وحصل على 1350 درجة. وأدى اختبار ACT في الأسبوع التالي وحصل على 23 درجة.

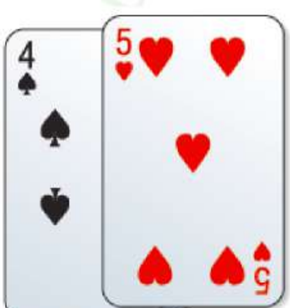
ان نتيجة دخول بدر لاختبار SAT لا يغير بأي طريقة احتمال نتيجة اختبار ACT.
وبالتالي فالحدثان مستقلان.

وصل فريق كرة السلة الذي تلعب له نبيلة إلى الدور النهائي لأربعة فرق. وإذا فازوا فسيلعبون مباراة البطولة.

لن يذهب فريق نبيلة لمباراة البطولة إلا إذا فاز بمبارياته في الدور قبل النهائي.
وبالتالي فالحدثان غير مستقلين.

من الحياة اليومية احتمال وقوع الأحداث المستقلة

أوراق اللعب: اختيرت بطاقة عشوائيًا من مجموعة أوراق اللعب وعددها 52 بطاقة. وتمت إعادة تلك البطاقة واختيار بطاقة أخرى.
ما احتمال اختيار البطاقتين الموضحتين على اليسار؟



$P(5 \text{ ثم } 4) = \frac{1}{52} \times \frac{1}{52} = \frac{1}{2704} = 0.037\ \%$

احتمال وقوع الأحداث غير المستقلة

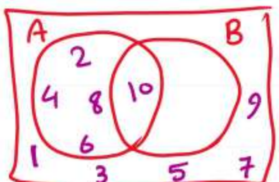
النقل: يستقل عبد الرحيم الحافلة بعد العمل. وتتكلف رحلته إلى المنزل 0.50 AED. إذا كان لديه في جيبه 3 عملات معدنية من فئة 25 فلسًا و5 عملات معدنية من فئة 10 فلوس وعملتان من فئة 5 فلس، فأوجد احتمال أن يأخذ عشوائيًا عملتين من فئة 25 فلوس بشكل متتالي. على فرض أن فرصة حدوث الحدثين متساوية.

$P($ 25 فلس ثم 25 فلس $) = \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} = \frac{1}{15} = 6.67\%$

الاحتمال المشروط

إجابة شبكية: يلعب 10 أصدقاء لعبة الكرة الخادعة كل يوم سبت في متنزه محلي. لاختيار الفرق، يسحبون عشوائيًا بطاقات مرقمة بأعداد صحيحة متعاقبة من 1 إلى 10. ينضم اللاعبون الذين يسحبون الأعداد الفردية إلى الفريق A، والذين يسحبون الأعداد الزوجية إلى الفريق B.

ما احتمال أن يسحب لاعب في الفريق B البطاقة رقم 10 ؟ ← احتمال اختيار 10 مع العلم أنه في الفريق B



طريقة ① إذا كان اللاعب في الفريق B فالنتائج المحتملة $\{2, 4, 6, 8, 10\}$

احتمال أنه يختار اللاعب الرقم 10 هو $\frac{1}{5}$ ← [يوجد 10 مرة واحدة من أصل خمسة أعداد زوجية]

طريقة ②

$B = \{10\}$ اختيار 10

$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ الفريق B

$A \cap B = \{10\}$ المشترك

$\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ = الفضاء العيني

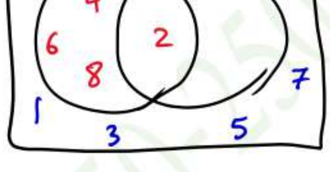
$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{\cancel{10}}}{\frac{5}{\cancel{10}}} = \boxed{\frac{1}{5}}$$

يعقد طلاب صف المعلمة مايسة مناظرةً. يسحب الطلاب الثمانية المشاركون في المناظرة بطاقات مرقمة بأعداد صحيحة متعاقبة من 1 إلى 8 عشوائيًا.

- ينضم الطلاب الذين يسحبون أعدادًا فردية إلى الفريق المدافع.
- ينضم الطلاب الذين يسحبون أعدادًا زوجية إلى الفريق المعارض.

إذا كان أيمن في الفريق المعارض، فما احتمال أن يسحب العدد 2؟

ما احتمال سحب 2 إذا علمت أنه اختار عدد زوجي



A $\frac{1}{8}$ B $\frac{1}{4}$ C $\frac{3}{8}$ D $\frac{1}{2}$

طريقة ① إذا كان أيمن في الفريق المعارض فالنتائج المحتملة $\{2, 4, 6, 8\}$

احتمال أنه يسحب العدد 2 هو $\frac{1}{4}$ ← [يوجد الرقم 2 مرة واحدة فقط من أصل أربع أرقام زوجية]

طريقة ②

$B = \{2\}$ سحب 2

$A = \{2, 4, 6, 8\}$ معارض

$A \cap B = \{2\}$ المشترك

$\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ = فضاء العينة

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{\cancel{8}}}{\frac{4}{\cancel{8}}} = \boxed{\frac{1}{4}}$$

ورقة عمل العاشر **9-7 احتمالات الأحداث المنفصلة** **الاسم:----------------------**

في هذا الدرس سوف أتعلم: 1– إيجاد احتمالات الأحداث المنفصلة والغير منفصلة. 2– إيجاد احتمالات المتممات.

عند إيجاد احتمال وقوع حدث أو وقوع حدث آخر، يجب أن تعرف العلاقة بين الحدثين. فإذا لم يكن وقوع الحدثين ممكنًا في الوقت نفسه يقال إنهما **منفصلان** أي أنه لا توجد نواتج ممكنة بينهما.

إذا كان A ، B حدثان منفصلان: $P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B)$

إذا كان A ، B حدثان غير منفصلين: $P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ and } B)$

عناصر **الحدث المتمم** لـ A تتكون من جميع نواتج فضاء العينة الغير موجودة في الحدث A . P(ليس A) = 1 – P(A)

الكلمات الرئيسية الدالة على الاحتمال : و ⟵ أحداث مستقلة أو غير مستقلة.

أو ⟵ أحداث منفصلة أو غير منفصلة.

ليس ⟵ أحداث متممة.

من الحياة اليومية التعرف على الأحداث المنفصلة

حدد ما إذا كانت الأحداث منفصلة أو غير منفصلة. واشرح استنتاجك.

سحب بطاقة من مجموعة أوراق اللعب والحصول على ولد أو سباتي.

غير منفصلة ، لأن بطاقة ولد سباتي هي بطاقة ولد وسباتي معًا.

رعاية قطة أو حصان.

منفصلة ، لا يمكن أن تكون القطة حصانًا والحصان لا يمكن أن يكون قطة.

من الحياة اليومية الأحداث المنفصلة

الوظائف: هيام هي موظفة الشهر المثالية. وجائزتها هي الاختيار عشوائيًا من بين 4 بطاقات هدايا و 6 أقداح قهوة و 7 أسطوانات DVD و 10 أسطوانات مضغوطة و 3 سلال هدايا. ما احتمال أن تحصل على بطاقة هدايا أو قدح قهوة أو أسطوانة مضغوطة؟

P(بطاقة هدايا) = $\frac{4}{30}$

P(قدح قهوة) = $\frac{6}{30}$

P(أسطوانة) = $\frac{10}{30}$

$P(C \text{ أو } B \text{ أو } A) = P(A) + P(B) + P(C)$ ⟵ الأحداث منفصلة

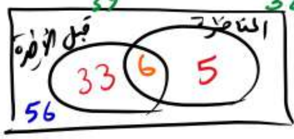
P(بطاقة هدايا أو قدح قهوة أو أسطوانة) $= \frac{4}{30} + \frac{6}{30} + \frac{10}{30}$

$= \frac{20}{30} = \boxed{\frac{2}{3}} \approx 66.7\%$

من الحياة اليومية الأحداث غير المنفصلة

النوادي: وفقًا للجدول، ما احتمال أن يكون الطالب في النادي في السنة قبل الأخيرة أو في فريق المناظرة؟

	النادي	السنة الأولى	السنة قبل الأخيرة	السنة الأخيرة
34	التطوعي	12	14	8
11	المناظرة	2	6	3
16	الرياضيات	7	4	5
39	الفرنسية	11	15	13
100		32	39	29



الأحداث غير منفصلة لأنه ممكن أن يكون في السنة الأخيرة و في فريق المناظرة في وقت واحد.

$P(B \text{ أو } A) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$P(\text{السنة قبل الأخيرة}) = \frac{39}{100}$ / $P(\text{فريق المناظرة}) = \frac{11}{100}$

$P(\text{السنة قبل الأخيرة وفي نفس الوقت فريق المناظرة}) = \frac{6}{100}$

$P(\text{السنة قبل الأخيرة أو فريق المناظرة}) = \frac{39}{100} + \frac{11}{100} - \frac{6}{100} = \frac{44}{100}$

$= 44\%$

الأحداث المتممة

حدد احتمال وقوع كل حدث:

إذا كان احتمال إسقاط الكرات في لعبة البولينج هي 2 من 10، فما احتمال أن تفوّت الضربة؟

A ليس A

$P(\text{ليس } A) = 1 - P(A)$

$P(\text{يفوت الضربة}) = 1 - P(\text{إسقاط الكرات})$

$= 1 - \frac{2}{10} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \approx \boxed{80}\%$

إذا كان احتمال الإقامة في مهجع بعينه هي 75%. فما احتمال الإقامة في مهجع آخر؟

$P(\text{مهجع آخر}) = 1 - P(\text{مهجع بعينه})$

$= 1 - 75\% = \boxed{25\%}$

من الحياة اليومية التعرف على قواعد الاحتمالات واستخدامها

حفل التخرج: في صف خالد للطلاب في السنة الأخيرة الذي يضم 100 طالب. حضر 91 طالبًا حفل تخرج الدفعة. إذا تم اختيار طالبين عشوائيًا من الصف بأكمله. فما احتمال عدم حضور واحد على الأقل منهم حفل التخرج؟

$P(\text{عدم حضور واحد على الأقل}) = 1 - P(\text{كلاهما سوف يحضر})$

(إما أحدهما لا يحضر أو كلاهما لا يحضرا)

الحدث المتمم (كلاهما يحضرا)

$= 1 - \frac{_{91}C_2}{_{100}C_2}$

$_{91}C_2 \rightarrow$ جميع ثنائيات (كلاهما يحضرا)

$_{100}C_2 \rightarrow$ جميع الثنائيات

$= \frac{19}{110}$

$= \boxed{17.3\%}$

حل آخر في الصفحة التالية

$P(\text{الحضور}) = \frac{91}{100}$

$P(\text{غياب}) = \frac{9}{100}$

ح ← حضور ، غ ← غياب

عند اختيار طالبين هناك 4 نواتج محتملة ⇐ ح ح ، ح غ ، غ ح ، غ غ

احتمال عدم حضور واحد على الأقل تعني ⇐ عدم حضور واحد ح غ ، غ ح أو عدم حضور الاثنين غ غ

⇐ الحدث المتمم هو (ح ح) كلاهما حضرا

⇐ نحسب P(ح ح)

$P(\text{ح ح}) = \frac{91}{100} \times \frac{90}{99} = \boxed{\frac{91}{110}}$

$\Rightarrow P(\text{عدم حضور أحدهما على الأقل}) = 1 - P(\text{ح ح}) = 1 - \frac{91}{110} = \frac{19}{110} = \boxed{17.3\,\%}$

حل ثالث

91 حضور
9 غياب

$P(\text{غ ح أو ح غ أو غ غ})$

$= \left(\frac{91}{100} \times \frac{9}{99}\right) + \left(\frac{9}{100} \times \frac{91}{99}\right) + \left(\frac{9}{100} + \frac{8}{99}\right)$

$= \boxed{\frac{19}{110}} = \boxed{17.3\,\%}$