

النسب المثلثية في المثلثات القائمة



تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

موقع المناهج ← المناهج الإماراتية ← الصف العاشر المتقدم ← رياضيات ← الفصل الثالث ← ملفات متنوعة ← الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 21:00:19 2026-06-04

ملفات اكتب للمعلم اكتب للطالب ا اختبارات الكترونية ا اختبارات ا حلول ا عروض بوربوينت ا أوراق عمل
منهج انجليزي ا ملخصات وتقارير ا مذكرات وبنوك ا الامتحان النهائي ا للمدرس

المزيد من مادة
رياضيات:

إعداد: عبدالرحمن هاني

التواصل الاجتماعي بحسب الصف العاشر المتقدم



صفحة المناهج
الإماراتية على
فيسبوك

الرياضيات

اللغة الانجليزية

اللغة العربية

التربية الاسلامية

المواد على تلغرام

المزيد من الملفات بحسب الصف العاشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الثالث

الوحدة السابعة الدرس السادس احتمالات الأحداث المستقلة والغير مستقلة

1

الوحدة السابعة الدرس الثاني التباديل والتوافيق مع الإحتمالات

2

الوحدة السابعة الدرس الأول تمثيل الفضاءات العينية

3

ملزمة هيكل واختياري وأسئلة

4

ملزمة وفق الهيكل 2026

5

بسم الله الرحمن الرحيم

الوحدة العاشرة (الدوال المثلثية)

الدرس الأول (النسب المثلثية في المثلثات القائمة)

النسب المثلثية للزوايا الحادة

علم حساب المثلثات : علم يهتم بدراسة العلاقات بين الزوايا و الأضلاع في المثلث القائم

النسب المثلثية : هي نسبة تقارن بين أطوال الأضلاع في المثلث القائم

الربط بالحضارات :

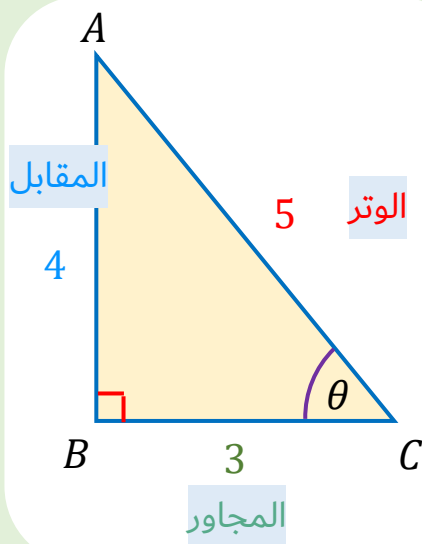
يستخدم الحرف الإغريقي (θ) " ثيتا " للإشارة إلى زاوية حادة في مثلث قائم

يستخدم كل من " الوتر " و " الضلع المقابل ل θ " و " الضلع المجاور ل θ "

لتعريف النسب المثلثية الست

النسب المثلثية

إذا كانت θ تمثل قياس زاوية حادة في مثلث قائم ، فإن النسب المثلثية الست التالية التي تشمل على " الوتر " و " الضلع المقابل " و " الضلع المجاور " صحيحة



$$\sin \theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

معكوسها

$$\csc \theta = \frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}}$$

$$\cos \theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$$

معكوسها

$$\sec \theta = \frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}}$$

$$\tan \theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$

معكوسها

$$\cot \theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}}$$

لو أردنا إيجاد النسب المثلثية الست للمثلث القائم الذي بالشكل السابق ، فإن

$\sin \theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{4}{5}$	معكوسها	$\csc \theta = \frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}} = \frac{5}{4}$
$\cos \theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{3}{5}$	معكوسها	$\sec \theta = \frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}} = \frac{5}{3}$
$\tan \theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{4}{3}$	معكوسها	$\cot \theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}} = \frac{3}{4}$

مسميات النسب المثلثية العربية

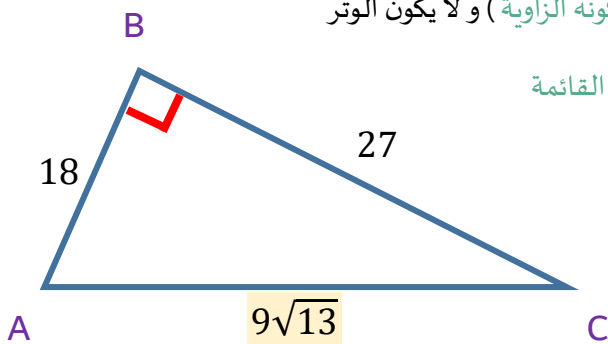
(Sin θ , جيب الزاوية) , (Cos θ , جيب التمام) , (Tan θ , ظل الزاوية)

(Csc θ , قاطع التمام) , (Sec θ , قاطع الزاوية) , (Cot θ , ظل التمام)

ملاحظة: يكون الضلع المقابل للزاوية هو الضلع الذي لا يلمس الزاوية (لا تكونه الزاوية)

و يكون الضلع المجاور هو الضلع الذي تلمسه الزاوية (تكونه الزاوية) و لا يكون الوتر

يكون الوتر هو الضلع المقابل للزاوية القائمة



مثال : جد قيم النسب المثلثية الست للزاوية A

أولاً ، يجب إيجاد قيمة وتر المثلث

$$R = \sqrt{A^2 + B^2}$$

$$R = \sqrt{18^2 + 27^2}$$

$$R = \sqrt{1053}$$

$$R = 9\sqrt{13}$$

$\sin A = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{27}{9\sqrt{13}} \times \frac{9\sqrt{13}}{9\sqrt{13}} = \frac{3\sqrt{13}}{13}$	معكوسها	$\csc A = \frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}} = \frac{9\sqrt{13}}{27} = \frac{9\sqrt{13}}{9 \times 3} = \frac{\sqrt{13}}{3}$
$\cos A = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{18}{9\sqrt{13}} \times \frac{9\sqrt{13}}{9\sqrt{13}} = \frac{2\sqrt{13}}{13}$	معكوسها	$\sec A = \frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}} = \frac{9\sqrt{13}}{18} = \frac{9\sqrt{13}}{9 \times 2} = \frac{\sqrt{13}}{2}$
$\tan A = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{27}{18} = \frac{3}{2}$	معكوسها	$\cot A = \frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}} = \frac{18}{27} = \frac{2}{3}$

النسب المثلثية العكسية: هي النسب المثلثية (قاطع التمام "Csc" و القاطع "Sec" و ظل التمام "Cot") التي تكون معكوس النسب المثلثية (الجيب "Sin" و جيب التمام "Cos" و الظل "Tan")

$$\csc \theta = \frac{1}{\sin \theta} \quad \sec \theta = \frac{1}{\cos \theta} \quad \cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$$

$$\csc \theta = \frac{1}{\sin \theta} = \frac{1}{\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}} = 1 \times \frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}} = \frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}}$$

$$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta} = \frac{1}{\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}} = 1 \times \frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}} = \frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}}$$

$$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta} = \frac{1}{\frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}}} = 1 \times \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$

مجال أي نسبة مثلثية يكون مجموع كل الزوايا الحادة θ في المثلث القائم ، و بالتالي ، تعتمد النسب المثلثية في المثلث القائم على قياس الزوايا الحادة فقط ، و ليس على أطوال الأضلاع

مثال: إذا كان $\tan C = \frac{3}{7}$ ، فجد النسب المثلثية الدقيقة المتبقية لـ C

أولاً ، ارسم مثلث به الزوايا A , B , C ، و حدد الضلع المقابل بقيمة 3 ، و الضلع المجاور بقيمة 7

، و أوجد الوتر من خلال نظرية فيثاغورس

بما أن $\cot C = \frac{1}{\tan C}$ ، فإن

$$\cot C = \frac{7}{3}$$

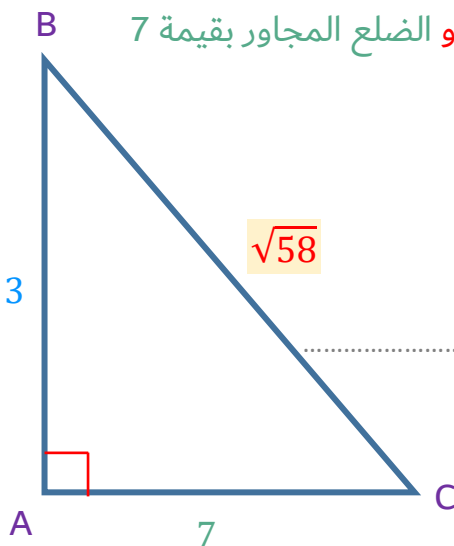
$$R = \sqrt{A^2 + B^2}$$

$$R = \sqrt{7^2 + 3^2}$$

$$R = \sqrt{58}$$

$$\sin C = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{3}{\sqrt{58}} \times \frac{\sqrt{58}}{\sqrt{58}} = \frac{3\sqrt{58}}{58}$$

بما أن $\csc C = \frac{1}{\sin C}$ ، فإن



$$\csc C = \frac{\sqrt{58}}{3}$$

$$\cos C = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{7}{\sqrt{58}} \times \frac{\sqrt{58}}{\sqrt{58}} = \frac{7\sqrt{58}}{58}$$

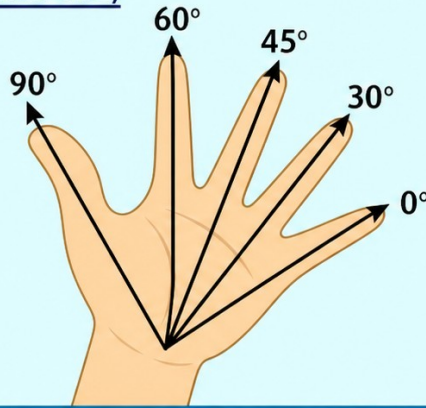
$$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta} \text{ ، بما أن } \sec C = \frac{\sqrt{58}}{7}$$

$$\sec C = \frac{\sqrt{58}}{7}$$

النسب المثلثية للزوايا الخاصة (قاعدة اليد اليسرى)

لمعرفة قيم النسب المثلثية للزوايا الخاصة (0, 30, 45, 60, 90) ، بإمكانك استخدام يدك اليسرى و ربط كل إصبع من أصابعك بزاوية ، ثم استخدم القوانين التي بالصورة لحساب النسب من خلال عدد الأصابع

LEFT HAND (FRONT SIDE)

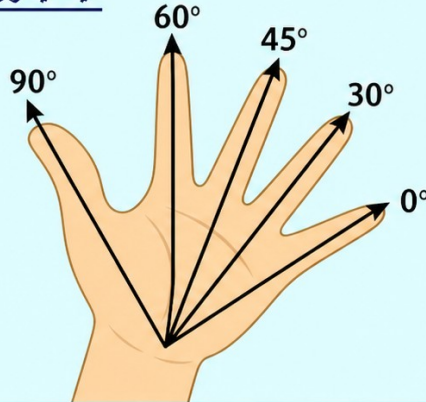


$$\sin \theta = \frac{\sqrt{\text{Number of lower fingers}}}{2}$$

$$\cos \theta = \frac{\sqrt{\text{Number of upper fingers}}}{2}$$

$$\tan \theta = \frac{\sqrt{\text{Number of lower fingers}}}{\sqrt{\text{Number of upper fingers}}}$$

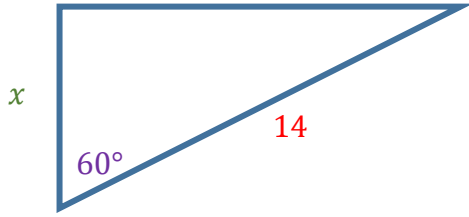
اليد اليسرى (الوجه الأمامي)



$$\sin \theta = \frac{\sqrt{\text{عدد الأصابع السفلى}}}{2}$$

$$\cos \theta = \frac{\sqrt{\text{عدد الأصابع العليا}}}{2}$$

$$\tan \theta = \frac{\sqrt{\text{عدد الأصابع السفلى}}}{\sqrt{\text{عدد الأصابع العليا}}}$$



مثال : أوجد قيمة x

يوجد لدينا قيمة الضلع المجاور ، و قيمة الوتر ، و قيمة إحدى الزوايا الحادة

سيتم استخدام دالة جيب التمام Cos

$$\cos \theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$$

$$\cos 60 = \frac{x}{14}$$

$$\cos 60 = \frac{\sqrt{\text{عدد الأصابع العليا}}}{2} = \frac{\sqrt{1}}{2} = \frac{1}{2}$$

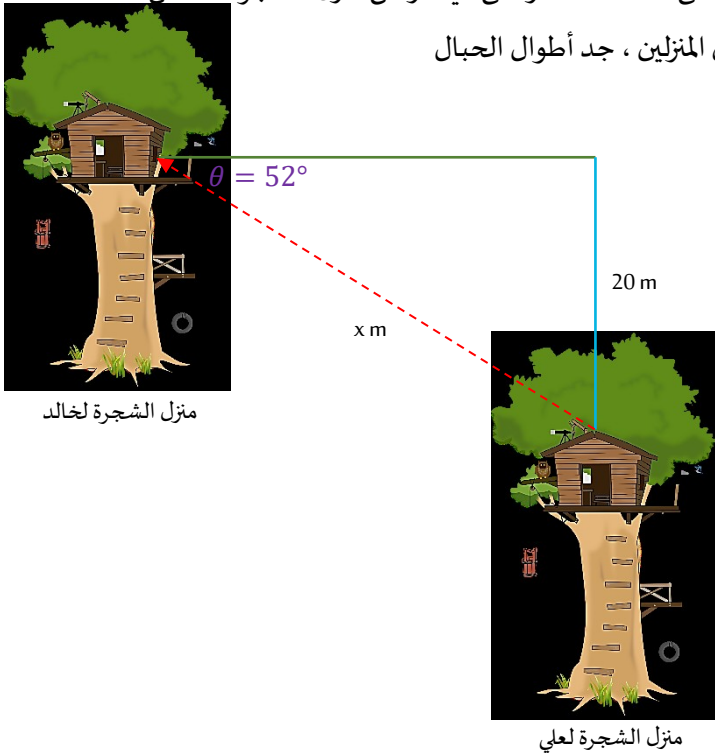
$$\frac{1}{2} = \frac{x}{14}$$

$$x = \frac{14 \times 1}{2} = 7$$

التصميم يرغب علي في بناء جسر من حبال بين منزل الشجرة الخاص به و منزل الشجرة الخاص بخالد ، افترض أن منزل

الشجرة الخاص بعلي يقع خلف نظيره الخاص بخالد مباشرة ، و على مسافة 20 متر على اليسار من منزل الشجرة الخاص

بعلي ، توجد زاوية مقدارها 52° بين المنزلين ، جد أطوال الحبال



يوجد لدينا الزاوية بين المنزلين و هي 52°

و الضلع المقابل للزاوية 20 m

و نريد إيجاد الوتر

$$\sin \theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

$$\sin 52^\circ = \frac{20 m}{x}$$

$$x = \frac{20 m}{\sin 52^\circ}$$

$$x = 25.4 m$$

عند حل معادلات القسمة من الدرجة الأولى ، يمكن حلها من خلال الضرب بالمعكوس لعزل المتغير على طرف

$$\frac{3}{5} \times \frac{5}{3} x = 10 \times \frac{3}{5}$$

$$x = 6$$

و بشكل مشابه ، يمكن حل المعادلات المثلثية لإيجاد قيم الزوايا من خلال الضرب بمعكوس النسبة

معكوس النسب المثلثية

إذا كانت الزاوية $\angle A$ حادة ، و جيب الزاوية $\angle A$ هو x ، فإن **معكوس الجيب** مضروباً x ب هو قياس الزاوية $\angle A$

$$\sin A = x$$

$$\sin^{-1} \times \sin^1 A = x \times \sin^{-1}$$

$$A = \sin^{-1} x$$

إذا كانت الزاوية $\angle A$ حادة ، و جيب تمام الزاوية $\angle A$ هو x ، فإن **معكوس جيب التمام** مضروباً x ب هو قياس الزاوية $\angle A$

$$\cos A = x$$

$$\cos^{-1} \times \cos^1 A = x \times \cos^{-1}$$

$$A = \cos^{-1} x$$

إذا كانت الزاوية $\angle A$ حادة ، و ظل الزاوية $\angle A$ هو x ، فإن **معكوس ظل الزاوية** مضروباً x ب هو قياس الزاوية $\angle A$

$$\tan A = x$$

$$\tan^{-1} \times \tan^1 A = x \times \tan^{-1}$$

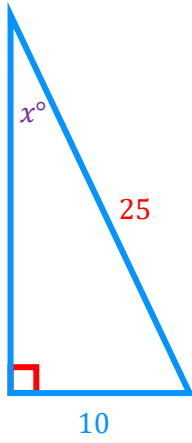
$$A = \tan^{-1} x$$

القراءة في الرياضيات (الدقة)

التعبير $\sin^{-1} x$ يقرأ " **معكوس جيب x** " و يفسر على أنه **الزاوية التي جيبها يكون x**

انتبه : لا تخطئ بين هذا الرمز $\sin^{-1} x$ وبين الرمز الخاص بالأسس السالبة

$$\sin^{-1} x \neq \frac{1}{\sin x}$$

مثال : جد قيمة x 

يوجد لدينا زاوية مجهولة نريد إيجادها

و نعلم كل من قيمة الضلع المقابل للزاوية و الوتر

إذاً ، سنستخدم دالة الجيب $\sin \theta$

$$\sin \theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

$$\sin x = \frac{10}{25}$$

$$\sin^{-1} \times \sin^1 x = \sin^{-1} \times \frac{10}{25}$$

$$x = \sin^{-1} \frac{10}{25} = 23.4^\circ$$

مثال : استخدم النسب المثلثية لإيجاد قيمتي x and y أولاً ، سنجد قيمة الزاوية x حيث يكون قيمة الضلع المقابل للزاوية x هو $26\frac{3}{4}$

و يكون وتر المثلث هو 81

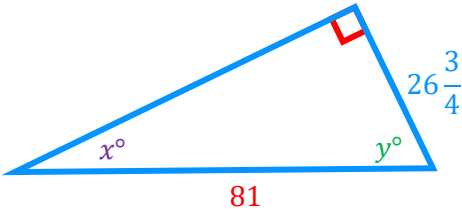
إذاً ، سنستخدم دالة الجيب $\sin \theta$

$$\sin \theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

$$\sin x = \frac{26\frac{3}{4}}{81}$$

$$\sin^{-1} \times \sin^1 x = \sin^{-1} \times \frac{26\frac{3}{4}}{81}$$

$$x = \sin^{-1} \frac{26\frac{3}{4}}{81} = 19.3^\circ$$



ثانياً ، سنجد قيمة الزاوية y

حيث يكون الضلع المجاور للزاوية y هو $26\frac{3}{4}$

و يكون وتر المثلث هو 81

إذاً ، سنستخدم دالة جيب التمام $\cos \theta$

$$\cos \theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$$

$$\cos y = \frac{26\frac{3}{4}}{81}$$

$$\cos^{-1} \times \cos y = \cos^{-1} \times \frac{26\frac{3}{4}}{81}$$

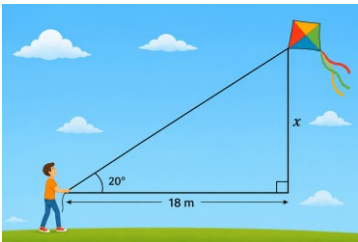
$$y = \cos^{-1} \frac{26\frac{3}{4}}{81} = 70.7^\circ$$



في الشكل المبين على اليسار الزاوية التي يصنعها مستقيم رؤية السباح ومستقيم مواز للأفق تسمى زاوية الارتفاع

الزاوية التي يصنعها مستقيم رؤية حارس الإنقاذ ومستقيم مواز للأفق تسمى زاوية الانخفاض.

زاوية الإرتفاع: الزاوية بين مستوى النظر و الرؤية لأعلى زاوية الإنخفاض: الزاوية بين مستوى النظر و الرؤية لأسفل



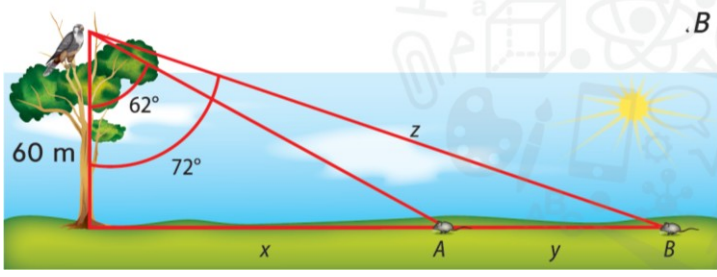
الطيران الشراعي قفزت طائرة شراعية بزاوية ارتفاع 20° ، جد التغير في ارتفاع هذه الطائرة إذا طارت عبر مسافة أفقية تبلغ 18 m

$$\theta = 20^\circ \quad \text{الضلع المجاور} = 18\text{ m} \quad \text{الضلع المقابل} = x$$

$$\tan \theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$

$$\tan 20 = \frac{x}{18} \rightarrow x = 18 \tan 20$$

$$x = 6.55\text{ m}$$



الصقور يوجد صقر على إرتفاع 60 m و يرى الفأران A و B
كما هو موضح بالرسم التخطيطي

(A) ما المسافة التقريبية Z بين الصقر و الفأر B ؟

$$z = \text{الوتر} \quad 60\text{m} = \text{الضلع المجاور} \quad \theta = 72^\circ$$

$$\cos \theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$$

$$\cos 72 = \frac{60}{z} \rightarrow z = \frac{60}{\cos 72}$$

$$z = 19.42\text{ m}$$

(B) ما المسافة الفاصلة بين الفأرين ؟

أولاً ، يجب أن نجد قيمة المسافة x

$$x = \text{المقابل} \quad 60\text{m} = \text{الضلع المجاور} \quad \theta_1 = 62^\circ$$

$$\tan \theta_1 = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$

$$\tan 62 = \frac{x}{60} \rightarrow x = 60 \tan 62 = 112.84\text{ m}$$

ثانياً ، يجب أن نجد المسافة x+y

$$x + y = \text{المقابل} \quad 60\text{m} = \text{الضلع المجاور} \quad \theta_2 = 72^\circ$$

$$\tan \theta_2 = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$

$$\tan 72 = \frac{x + y}{60} \rightarrow x + y = 60 \tan 72 = 184.66\text{ m}$$

ثالثاً ، يجب أن نطرح المسافة x من المسافة x+y للحصول على المسافة y (المسافة بين الفأرين)

$$y = (x + y) - x$$

$$y = 60 \tan 72 - 60 \tan 62 = 71.82\text{ m}$$

$$y = 184.66\text{ m} - 112.84\text{ m} = 71.82\text{ m}$$