

هيكل رياضيات متقدم



تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

موقع المناهج ← المناهج الإماراتية ← الصف العاشر المتقدم ← رياضيات ← الفصل الثالث ← ملفات متنوعة ← الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 22:44:44 2026-06-03

ملفات اكتب للمعلم اكتب للطالب | اختبارات الكترونية | اختبارات | حلول | عروض بوربوينت | أوراق عمل
منهج انجليزي | ملخصات وتقارير | مذكرات وبنوك | الامتحان النهائي | للمدرس

المزيد من مادة
رياضيات:

إعداد: عبدالله السباعي

التواصل الاجتماعي بحسب الصف العاشر المتقدم



صفحة المناهج
الإماراتية على
فيسبوك

الرياضيات

اللغة الانجليزية

اللغة العربية

التربية الاسلامية

المواد على تلغرام

المزيد من الملفات بحسب الصف العاشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الثالث

ملزمة وفق الهيكل 2026

1

هيكل الرياضيات للصف العاشر المتقدم

2

مراجعة هيكل الرياضيات

3

هيكل الفصل الدراسي الثالث 2025 - 2026 للصف العاشر متقدم

4

EOT COVERAGE

5

عبدالله السباعي

هيكل 10 متقدم رياضيات

2026

الهيكل + وزار ي سابق + اختيارات متنوعة

عبدالله السباعي
رياضيات

[https://t.me/
abdallamathmath](https://t.me/abdallamathmath)

مثال 1 احتمالات وتباديل عدد n من الأشياء

رياضة نبيلة وميسون عضوتان في فريق لأكروس. إذا أعطيت الفتيات العشرون أعضاء الفريق أرقامًا لقميص اللعبة من 1 إلى 20 بشكل عشوائي، فما احتمال أن يكون رقم قميص نبيلة 1 وميسون 2؟

الخطوة 1 جـد عدد النتائج المحتملة في الفضاء العيني. هذا هو عدد تباديل أسماء الفتيات العشرين أو $20!$.

الخطوة 2 جـد عدد النتائج المرغوبة. هذا هو عدد تباديل أسماء الفتيات الأخرى بحيث يكون رقم نبيلة 1 ورقم ميسون 2: $(20 - 2)!$ أو $18!$.

الخطوة 3 احسب الاحتمال.

$$P(2 \text{ ميسون } 1 \text{ نبيلة}) = \frac{18!}{20!}$$

$$= \frac{18!}{20 \cdot 19 \cdot 18!}$$

$$= \frac{1}{380}$$

عدد النتائج المفضلة ←

عدد النتائج المحتملة ←

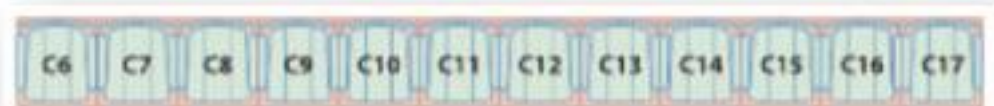
وسّع $20!$ واقسم العوامل المشتركة.

بسط.

تمرين موجّه

1. **التصوير** في الفقرة الافتتاحية، ما احتمال اختيار عيسى للوقوف في أقصى اليسار، واختيار عمر للوقوف في أقصى اليمين في الصورة؟

حفلة موسيقية ستذهب همسة وحليمة وشيخة إلى حفلة موسيقية مع النادي الرئيسي في مدرستهم الثانوية. إذا اختارت الثلاث فتيات مقعدًا في الصف الموصف أدناه، فما احتمال أن تجلس حليمة في المقعد **C11** وهمسة في المقعد **C12** وشيخة في المقعد **C13**



a) $\frac{1}{132}$

b) $\frac{1}{1320}$

c) $\frac{1}{144}$

d) $\frac{1}{3}$

_____ { 1 } _____

مثال 5 الاحتمالات و nCr

الدعوات يمكن أن تدعو إيمان في حفل زفافها 6 صديقات من صديقاتها العشرين للذهاب معها إلى حديقة الملاهي. إذا اختارت أن تدعو صديقاتها عشوائيًا، فما احتمال اختيار صديقاتها أسماء وأمان وأمل وأمنة وبشينة وبدرية؟

الخطوة 1 بما أن ترتيب اختيار الصديقات غير مهم، فإن عدد النتائج المحتملة في الفضاء العيني هو نفسه عدد التوافيق لعشرين شخصًا مأخوذ منهم 6 أشخاص في كل مرة. ${}_{20}C_6$.

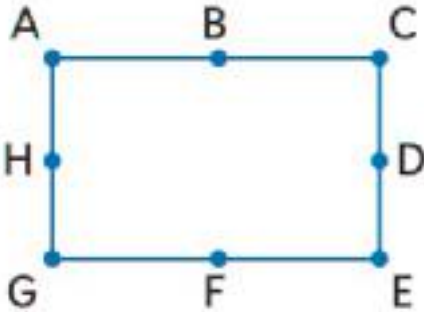
$${}_{20}C_6 = \frac{20!}{(20-6)!6!} = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 15 \cdot 14!}{14! \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} = 38,760$$

الخطوة 2 يوجد نتيجة واحدة مفضلة - أن يُختار الطلاب الستة المذكورون أعلاه. وترتيب اختيارهم ليس مهمًا.

الخطوة 1 إذا فاحتمال اختيار هؤلاء الأصدقاء الستة هي $\frac{1}{38,760}$

تمرين موجّه

5. الهندسة إذا كانت النقاط الثلاث المختارة بشكل عشوائي من هذه الأسماء في المستطيل الموضح، فما احتمال وقوعها جميعًا على القطعة المستقيمة نفسها؟



التصوير إذا كنت تضع 24 صورة بشكل عشوائي داخل البوم الصور وكان بإمكانك أن تضع أربع صور في الصفحة الأولى، فما احتمال اختيارك الصور على جهة اليسار؟



التوافيق (عشوائي)

a) $\frac{1}{132}$

b) $\frac{1}{7}$

c) $\frac{1}{10626}$

d) $\frac{1}{255024}$

14. تم اختيار كرة زجاجية حمراء عشوائيًا من كيس به كرتان زرقاوان، و 9 كرات زجاجية حمراء ولم يتم استبدالها. ما احتمال أن تكون الكرة الزجاجية الثانية التي سيتم اختيارها خضراء؟

15. تم رمي حجر نرد، إذا كان العدد الظاهر أكبر من 2، فجد احتمال أن يكون 6.

16. محيط الشكل الرباعي يساوي 12، وأطوال جميع الأضلاع أعدادًا صحيحة فردية، فما احتمال أن يكون الشكل الرباعي معينًا؟

يشتمل كيس حلوى الجيلي على 7 قطع حمراء،

و 10 قطع صفراء، و 13 قطعة خضراء. يختار

جلال قطعتي جيلي من الكيس دون أن ينظر.

ما احتمال اختياره لقطعة حمراء ثم قطعة صفراء؟

a.	$\frac{7}{30} \times \frac{10}{30}$
b.	$\frac{7}{30} \times \frac{10}{29}$
c.	$\frac{7}{30} + \frac{10}{30}$
d.	$\frac{7}{30} + \frac{10}{29}$

19

التقنية في مدرسة خالد الثانوية. فاز 43% من الطلاب بمُشغل أقراص CD وفاز 28% بمُشغل أقراص CD ومُشغل MP3. ما احتمال أن يفوز الطالب بمُشغل MP3 إذا كان يملك أيضًا مُشغل CD؟

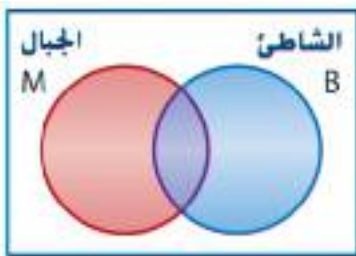
20. **البرهان** استخدم صيغة لاحتمال وقوع حدثين غير مستقلين $P(A \text{ و } B)$ لاستخلاص قانون الاحتمال المشروط لوقوع $P(B|A)$.

21. **التنس** يحدث الخطأ المزدوج في التنس عندما يفشل لاعب الإرسال في توجيه إرساله دون أن يدوس على خط الإرسال في محاولتين. كانت النسبة المئوية لإرسال نورا الأولى هي 40%. بينما كانت النسبة المئوية لإرسالها الثاني هي 70%.

a. صمم شجرة الاحتمال التي تبين كل نتيجة.

b. ما احتمال أن ترتكب نورا خطأً مزدوجاً؟

c. صمّم نموذج محاكاة باستخدام برنامج مولد أعداد عشوائية يمكن استخدامه لتقدير احتمال ارتكاب نورا لأخطاء مزدوجة في إرسالها التالي.



22. **الإجازة** تم إجراء استطلاع رأي عشوائي لتحديد أين تقضي العائلات إجازاتها. وبينت النتائج أن $P(B) = 0.6$, $P(B \cap M) = 0.2$. واحتمال أن العائلة لم تقض الإجازة في أي وجهة هو 0.1.

a. ما احتمال أن تقضي العائلة إجازتها وسط الجبال؟

b. ما احتمال أن تزور الجبال أيضًا العائلة التي تزور الشاطئ؟

23. **صناعة القرار** كنت تحاول أن تقرر ما إذا كنت ستوسع في عملك التجاري أم لا. إذا لم تتوسع وظلت الحالة الاقتصادية جيدة، فإنك تتوقع تحقيق أرباح قيمتها 2 مليون AED. وإذا كانت الحالة الاقتصادية سيئة، فإنك تتوقع تحقيق 0.5 مليون AED. وكانت تكلفة التوسع هي 1 مليون AED. ولكن ستكون الأرباح المتوقعة بعد التوسع هي 4 ملايين AED في ظل الحالة الاقتصادية الجيدة و 1 مليون AED في ظل الحالة الاقتصادية السيئة. وتفترض أن فرص الحالة الاقتصادية الجيدة والسيئة هي 30% و 70%. على التوالي. استخدم شجرة الاحتمال لتفسير ما ينبغي فعله.

a. $\frac{10}{20}$

c. $\frac{1}{20}$

b. $\frac{1}{10}$

d. $\frac{2}{10}$

[4]

يتم وضع 20 بطاقة مرقمة من 1 إلى 20 في كيس. ما هو احتمال أن تكون البطاقة التي تم اختيارها عشوائيًا هي 4 إذا كانت البطاقة المختارة رقمًا زوجيًا؟

مثال 4 الأحداث المتممة

بطاقات لاعبي كرة القدم اشترى طارق 20 بطاقة لاعبي كرة قدم، آملاً أن يحصل على البطاقة الوحيدة التي تحتوي على لاعبه المفضل. فإذا تم بيع إجمالي 300 بطاقة ولا يوجد بهم سوى بطاقة واحدة عليها اللاعب، فما احتمال ألا يحصل طارق على هذه البطاقة؟ افترض أن الحدث A يمثل بطاقات طارق التي تحتوي على اللاعب. ثم جـد احتمال متممة A .

$$P(\text{ليس } A) = 1 - P(A)$$

احتمال المتممة

$$= 1 - \frac{20}{300}$$

بالتعويض

$$= \frac{280}{300} = \frac{14}{15}$$

اشرح وبسط.

احتمال ألا تحتوي بطاقات طارق على اللاعب هو $\frac{14}{15}$ أو حوالي 93%.

تمرين موجّه

4. إذا كانت فرص تساقط الأمطار هي 70%. فما احتمال ألا تتساقط الأمطار؟

إذا كان احتمال ضرب الكرة 49%، فما هو

احتمال عدم ضرب الكرة؟

- a) 94% b) 51% c) 58% d) 15%

حوّل كل تعبير لأبسط صورة.

20. $\frac{x^2 - 5x - 14}{28 + 3x - x^2}$

21. $\frac{x^3 - 9x^2}{x^2 - 3x - 54}$

22. $\frac{(x - 4)(x^2 + 2x - 48)}{(36 - x^2)(x^2 + 4x - 32)}$

23. $\frac{16 - c^2}{c^2 + c - 20}$

أوجد ناتج تبسيط المقدار الآتي:

$$\frac{(x - 4)(x^2 + 2x - 48)}{(36 - x^2)(x^2 + 4x - 32)}$$

(B) $\frac{x - 4}{(x - 6)(x + 8)}$

(A) $\frac{x - 6}{(x + 6)(x + 8)}$

(D) $\frac{1}{(x + 6)(x + 8)}$

(C) $\frac{x + 6}{(x - 6)(x - 8)}$

جد المضاعف المشترك الأصغر لكل مجموعة من كثيرات الحدود.

18. $24cd, 40a^2c^3d^4, 15abd^3$

19. $4x^2y^3, 18xy^4, 10xz^2$

20. $x^2 - 9x + 20, x^2 + x - 30$

21. $6x^2 + 21x - 12, 4x^2 + 22x + 24$

أوجد المضاعف المشترك الأصغر لكثيرات الحدود الآتية:

$$4x^2y^3, 18xy^4, 10xz^2$$

(A) $180x^2y^4z^2$

(B) $360x^2y^4z^2$

(C) $180xy^3z^2$

(D) $360x^2y^3z^2$

أوجد المضاعف المشترك الأصغر لكثيرات الحدود الآتية:

$$6x^2 + 21x - 12, 4x^2 + 22x + 24$$

(A) $(2x + 3)(3x - 4)(x + 4)$

(B) $(2x - 3)(3x + 4)(x + 4)$

(C) $(2x + 3)(3x + 4)(x + 4)$

(D) $(2x - 3)(3x - 4)(x - 4)$

مثال 3 حدد خط التقارب المائل

مثلاً $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 4}{2x - 1}$ بيانياً.

يوجد خط تقارب رأسي عند $x = \frac{1}{2}$.

حيث إن درجة البسط أكبر من درجة المقام. إذا لا يوجد خط تقارب أفقي.

حيث إن الفارق بين درجة البسط ودرجة المقام يساوي 1.

إذا يوجد خط تقارب مائل.

اقسم البسط على المقام لتحديد معادلة خط التقارب المائل.

إن معادلة خط التقارب هي ناتج القسمة باستثناء أي باق.

وبالتالي، فإن خط التقارب المائل هو الخط $f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{9}{4}$.

$$\begin{array}{r} \frac{1}{2}x + \frac{9}{4} \\ 2x - 1 \overline{) x^2 + 4x + 4} \\ \underline{(-)x^2 - \frac{1}{2}x} \\ \frac{9}{2}x + 4 \\ \underline{(-)\frac{9}{2}x - \frac{9}{4}} \\ \frac{25}{4} \end{array}$$

حدد معادلات خط التقارب المائل للدالة

$$f(x) = \frac{x^2}{x-3}$$

$$y = 3$$

$$y = x + 3$$

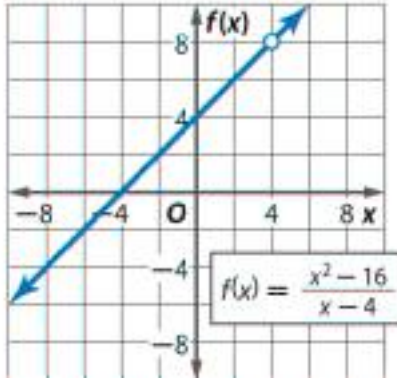
$$y = 1$$

$$y = x - 3$$

مثال 4 مَثَلٌ بيانيًا مع نقطة الانفصال

مَثَلٌ $f(x) = \frac{x^2 - 16}{x - 4}$ بيانيًا.

$$\frac{x^2 - 16}{x - 4} = \frac{(x + 4)(\cancel{x - 4})}{\cancel{x - 4}} = x + 4 \quad \text{لاحظ أن}$$

وبالتالي. فإن التمثيل البياني $f(x) = \frac{x^2 - 16}{x - 4}$ هوالتمثيل البياني $f(x) = x + 4$ مع فجوة عند $x = 4$.

$$4A. f(x) = \frac{x^2 + 4x - 5}{x + 5}$$

$$4B. f(x) = \frac{x^3 + 2x^2 - 9x - 18}{x^2 - 9}$$

إذا كانت $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2 - 9x - 18}{x^2 - 9}$ ، فأوجد قيمة x التي تحدث عندها فجوة في التمثيل البياني للدالة؟

$$x = 3 \text{ (A)}$$

$$x = -3 \text{ (B)}$$

$$x = 0 \text{ (C)}$$

$$x = 9 \text{ (D)}$$

23. إذا كان a يتغير طرديًا مع b وعكسيًا مع c ، فأوجد قيمة b عندما تكون $a = 8$ و $c = 3$ ، علمًا بأن $a = 5$ عندما $b = 12$ و $c = -4$.

- (A) $\frac{24}{5}$
(B) $\frac{96}{5}$
(C) $\frac{5}{48}$
(D) $\frac{5}{72}$

24. إذا كان x يتغير طرديًا مع y وعكسيًا مع z ، فأوجد قيمة y عندما تكون $x = 6$ و $z = 20$ ، علمًا بأن $x = 10$ عندما $y = -7$ و $z = 14$.

- (A) -3
(B) -6
(C) -12
(D) -14

حدد إن كانت كل علاقة توضح تغيرًا طرديًا أم عكسيًا أم لا توضح أيًا منها.

25.

x	y
4	12
8	24
16	48
32	96

26.

x	y
8	2
4	4
-2	-8
-8	-2

27.

x	y
2	4
3	9
4	16
5	25

$$xy = 16 \text{ (A)}$$

$$y = 2x \text{ (B)}$$

$$y = x + 4 \text{ (C)}$$

$$y = x^2 \text{ (D)}$$

أي العلاقات الآتية تمثل تغيرًا عكسيًا؟

44. إذا كان حجم الغاز v يتغير عكسيًا مع ضغطه p وطرديًا مع درجة حرارته t ، فأي المعادلات الآتية تمثل العلاقة الصحيحة؟

$$v = \frac{kt}{p} \text{ (A)}$$

$$v = kpt \text{ (B)}$$

$$v = \frac{kp}{t} \text{ (C)}$$

$$v = kt + p \text{ (D)}$$

إذا كان حجم غاز 8 L عند درجة حرارة 275 K وضغط 1.25 atm، ثم أصبح الحجم 6 L ودرجة الحرارة 300 K، فما الضغط الجديد؟

$$\text{A) } 1.10 \text{ atm}$$

$$\text{B) } 1.36 \text{ atm}$$

$$\text{C) } 1.95 \text{ atm}$$

$$\text{D) } 2.20 \text{ atm}$$

إذا ظل حجم الغاز ثابتًا بينما انخفض الضغط إلى النصف، فما الذي يحدث لدرجة الحرارة؟

(A) تتضاعف

(B) تنخفض إلى النصف

(C) تبقى ثابتة

(D) تزداد بمقدار 4 مرات

45. إذا كان الزمن الذي يستغرقه سالم وأخوه في الوصول إلى خور دبي يتغير عكسيًا مع متوسط معدل سرعتهم، فأي المعادلات الآتية تربط بين الزمن t والسرعة v إذا كانت المسافة 800 mi؟

$$t = \frac{800}{v} \text{ (A)}$$

$$t = 800v \text{ (B)}$$

$$t = \frac{v}{800} \text{ (C)}$$

$$t = 800 + v \text{ (D)}$$

ما أدنى قيمة لمتوسط السرعة تسمح لهم بالوصول خلال 18 h؟

$$\text{A) } 40 \text{ mi/h}$$

$$\text{B) } 44.4 \text{ mi/h}$$

$$\text{C) } 50 \text{ mi/h}$$

$$\text{D) } 60 \text{ mi/h}$$

3. $\frac{10}{2x+1} + \frac{4}{3} = 2$

- A. $x = \frac{1}{2}$
- B. $x = -\frac{1}{2}$
- C. $x = \frac{1}{4}$
- D. $x = -\frac{1}{4}$

4. $\frac{11}{4} - \frac{5}{y+3} = \frac{23}{12}$

- A. $y = -\frac{1}{2}$
- B. $y = -\frac{7}{2}$
- C. $y = -7$
- D. $y = 1$

5. $\frac{8}{x-5} - \frac{9}{x-4} = \frac{5}{x^2 - 9x + 20}$

- A. $x = 1$
- B. $x = 4$
- C. $x = 5$
- D. $x = 9$

6. $\frac{14}{x+3} + \frac{10}{x-2} = \frac{122}{x^2 + x - 6}$

- A. $x = -7$
- B. $x = -3$
- C. $x = 2$
- D. $x = 3$

حُلّ كل من المتباينات التالية. وتحقق من حلولك.

12. $\frac{3}{5x} + \frac{1}{6x} > \frac{2}{3}$

A. $x > 0$

B. $x < 0$

C. $x > -\frac{13}{9}$

D. $x < -\frac{13}{9}$

13. $\frac{1}{4c} + \frac{1}{9c} < \frac{1}{2}$

A. $c > 0$

B. $c < 0$

C. $c > \frac{13}{26}$

D. $c < \frac{13}{26}$

14. $\frac{4}{3y} + \frac{2}{5y} < \frac{3}{2}$

A. $y > 0$

B. $y < 0$

C. $y > \frac{28}{29}$

D. $y < \frac{28}{29}$

15. $\frac{1}{3b} + \frac{1}{4b} < \frac{1}{5}$

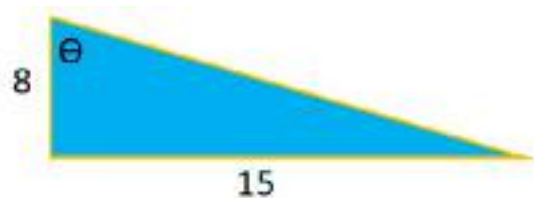
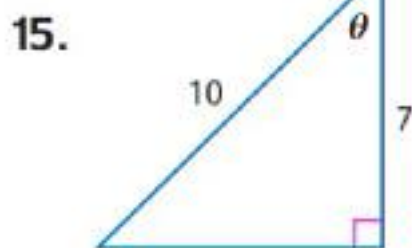
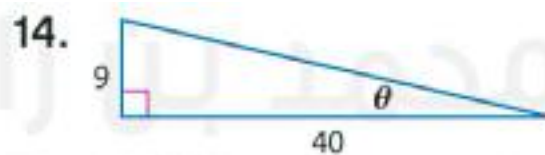
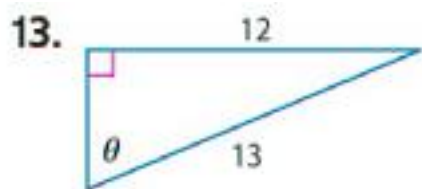
A. $b > 0$

B. $b < 0$

C. $b > \frac{35}{7}$

D. $b < \frac{35}{7}$

جد قيم النسب المثلثية الست للزاوية θ .



في المثلث المجاور، قيمة $\csc \theta = \dots\dots\dots$

a. $\frac{15}{17}$

b. $\frac{17}{15}$

c. $\frac{8}{17}$

d. $\frac{17}{8}$

جد زاوية ذات قياس موجب وزاوية ذات قياس سالب تشتركان في ضلع الانتهاء مع كل زاوية فيها يلي:

19. 50° 20. 95° 21. 205° 22. 350°

ضلع الانتهاء للزاوية 1000° – في الوضع القياسي يقع في أي ربع

الأول (a)

الثاني (b)

الثالث (c)

الرابع (d)

أعد كتابة كل قياس بالدرجة بالراديان وكل قياس بالراديان بالدرجة.

7. $\frac{\pi}{4}$

8. 225°

9. -40°

إن قيمة 160° بالراديان هي :

a. $\frac{8\pi}{9}$

b. $\frac{9\pi}{8}$

c. $\frac{5\pi}{6}$

d. π

Rewrite $\frac{43\pi}{36}$ in degrees.

أعد كتابة قياس $\frac{43\pi}{36}$ بالدرجة.

675°

125°

475°

215°

ارسم كل زاوية، ثم جـد زاوية المرجع لها.

18. 195°

19. 285°

20. -250°

21. $\frac{7\pi}{4}$

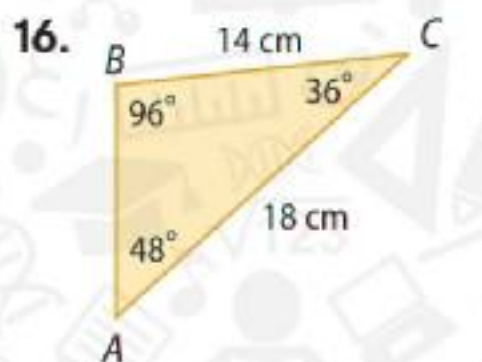
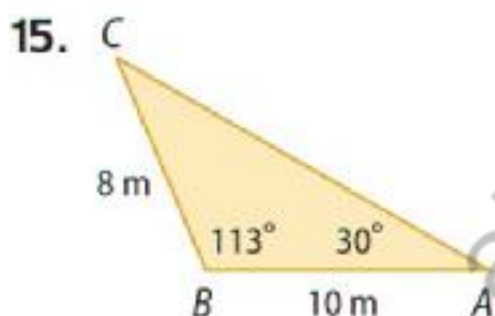
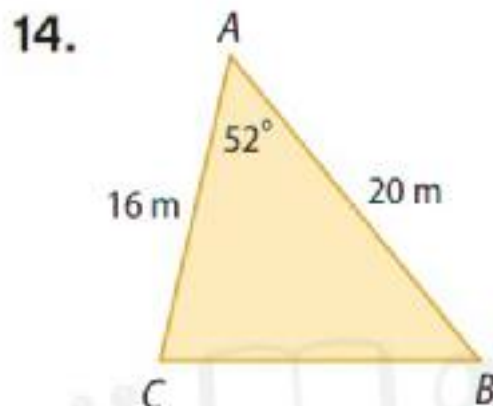
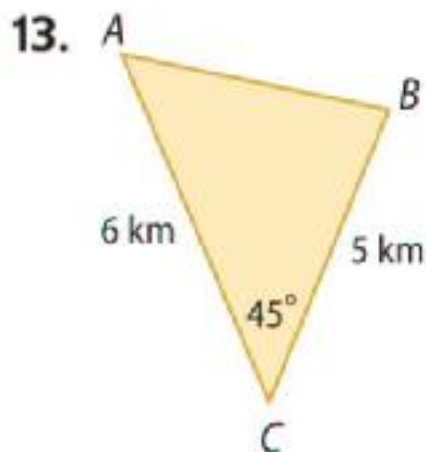
22. $-\frac{\pi}{4}$

23. 400°

إن قيمة زاوية المرجع للزاوية 220° هي :

a. 20°	b. 40°	c. 140°	d. 60°
---------------	---------------	----------------	---------------

جد مساحة $\triangle ABC$ مُقَرَّبَةً إلى أقرب جزء من عشرة.



☐ 80 m^2

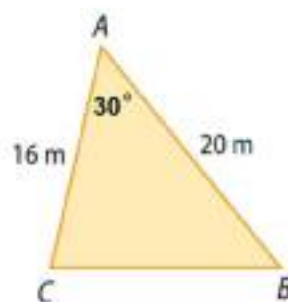
☐ $80\sqrt{3} \text{ m}^2$

☐ 160 m^2

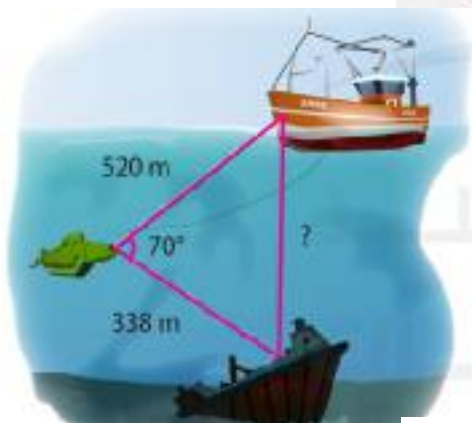
☐ $160\sqrt{3} \text{ m}^2$

Find the area of $\triangle ABC$.

أوجد مساحة $\triangle ABC$.



23. **الاستكشاف** جـد المسافة بين السفينة وحطام السفينة الموضحين في الرسم التخطيطي. قَرِّب إلى أقرب جزء من عشرة.



24. **الهندسة** متوازي أضلاع به ضلعان طولهما 8 cm و 12 cm. وتوجد زاوية محصورة بينهما قياسها 42° . ما طول القطر الأقصر مع التقريب إلى أقرب جزء من عشرة؟

25. **السباق** مسار سباق ريفي على شكل مثلث أطوال أضلاعه هي 1.8 km و 2 km و 1.2 km. ما الزوايا التي يشكلها كل زوج من الأضلاع؟

26. **تمثيل النماذج** مزرعة على قطعة أرض مثلثة الشكل قياسها 0.9 km في 0.5 km و 1.25 km.

a. إذا كانت قطعة الأرض محاطة بسياج، فهاذا سيكون قياس الزوايا التي تتلاقى أسياج الأضلاع الثلاثة عندها؟ قَرِّب إلى أقرب درجة.

b. ما مساحة قطعة الأرض؟

يتقاطع ضلع الانتهاء للزاوية θ في الوضع القياسي مع دائرة الوحدة عند كل نقطة P . جـد $\cos \theta$ و $\sin \theta$.

9. $P\left(\frac{6}{10}, -\frac{8}{10}\right)$

10. $P\left(-\frac{10}{26}, -\frac{24}{26}\right)$

11. $P\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$

12. $P\left(\frac{\sqrt{6}}{5}, \frac{\sqrt{19}}{5}\right)$

يتقاطع ضلع الانتهاء للزاوية θ في الوضع القياسي مع دائرة الوحدة عند النقطة $P\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$.
ما قيمة $\cos \theta$ تكون :

a. $\frac{1}{2}$

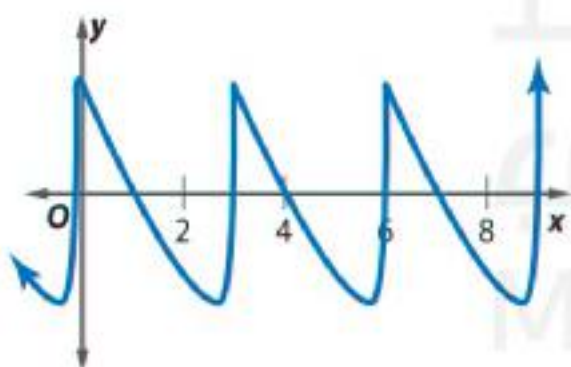
b. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

c. $\sqrt{3}$

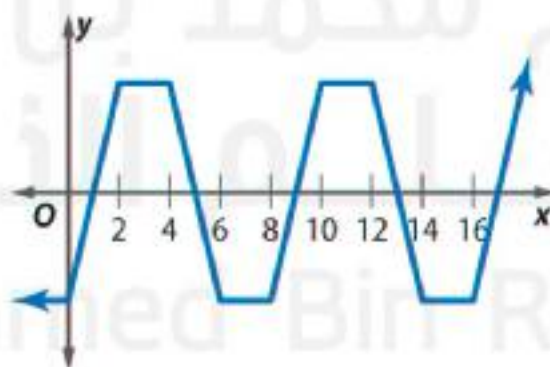
d. 1

حدد الفترة لكل دالة فيما يلي.

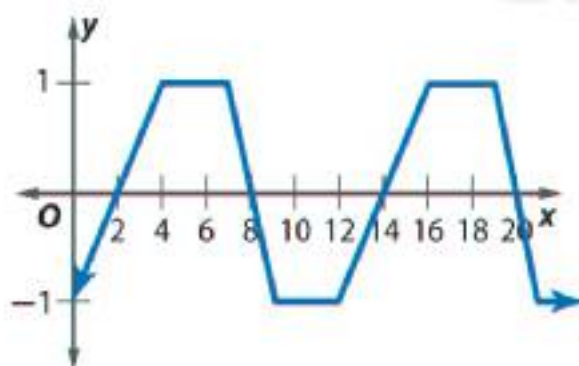
13.



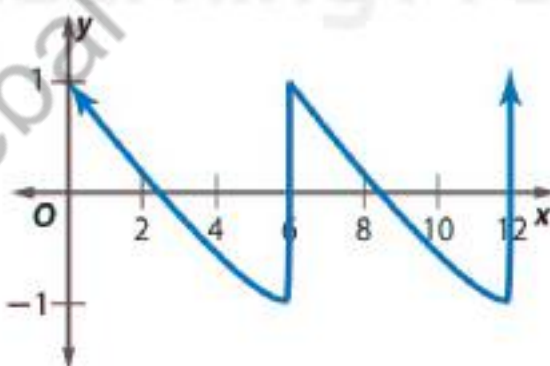
14.



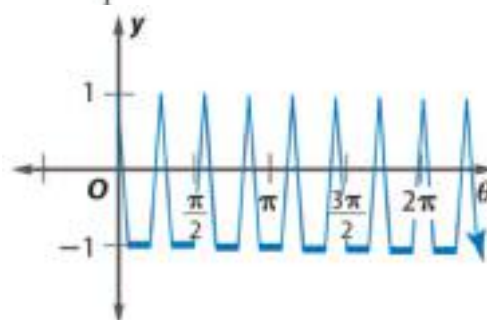
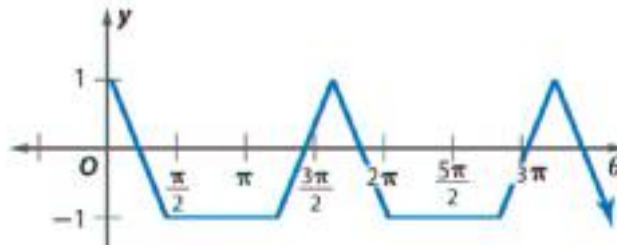
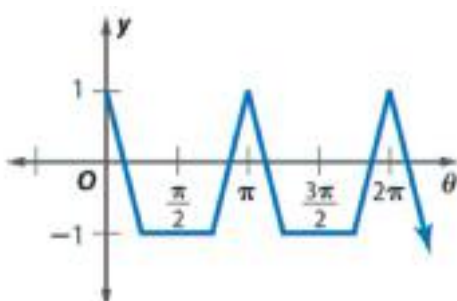
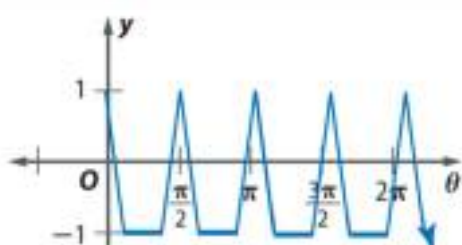
15.



16.



حدد الدالة التي لها فترة تساوي $\frac{\pi}{2}$.



جد السعة والفترة لكل دالة. ثم مثل الدالة بيانيًا.

9. $y = 2 \cos \theta$

10. $y = 3 \sin \theta$

11. $y = \sin 2\theta$

12. $y = \cos 3\theta$

13. $y = \cos \frac{1}{2}\theta$

14. $y = \sin 4\theta$

15. $y = \frac{3}{4} \cos \theta$

16. $y = \frac{3}{2} \sin \theta$

17. $y = \frac{1}{2} \sin 2\theta$

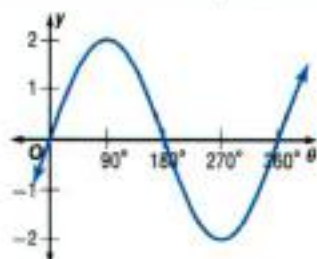
18. $y = 4 \cos 2\theta$

19. $y = 3 \cos 2\theta$

20. $y = 5 \sin \frac{2}{3}\theta$

إن فترة الدالة المثلثية $y = 3 \sin 4\theta$ هي :

a. 3	b. 4	c. 90°	d. 180°
------	------	---------------	----------------



أي المعادلات التالية تعبر عن التمثيل البياني المجاور ؟

a. $y = \frac{1}{2} \sin \theta$	b. $y = 2 \sin \theta$	c. $y = \sin 2\theta$	d. $y = 2 \cos \theta$
----------------------------------	------------------------	-----------------------	------------------------

اذكر السعة والفترة وإزاحة الطور والإزاحة الرأسية لكل دالة. ثم مثل الدالة بيانياً.

26. $y = 4 \sin (\theta - 60^\circ) - 1$

27. $y = \cos \frac{1}{2}(\theta - 90^\circ) + 2$

28. $y = \tan (\theta + 30^\circ) - 2$

29. $y = 2 \tan 2\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) - 5$

30. $y = \frac{1}{2} \sin \left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) + 4$

31. $y = \cos 3(\theta - 45^\circ) + \frac{1}{2}$

إن مقدار سعة الدالة المثلثية $y = -\frac{1}{2} \cos 2\theta + 1$ هو :

a. $\frac{1}{2}$

b. 2

c. $-\frac{1}{2}$

d. 1

جد كل قيمة مما يلي. اكتب قياس الزاوية بالدرجات والراديان.

12. $\text{Arcsin} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$

13. $\text{Arccos} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$

14. $\text{Sin}^{-1} (-1)$

15. $\text{Tan}^{-1} \sqrt{3}$

16. $\text{Cos}^{-1} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$

17. $\text{Arctan} \left(-\frac{\sqrt{3}}{3} \right)$

إن قيمة $\text{Arc cos} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$ هي :

a. $\frac{\pi}{6}$	b. $\frac{\pi}{3}$	c. 0.99	d. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
--------------------	--------------------	---------	-------------------------

إن قيمة $\cos[\text{Tan}^{-1} \frac{3}{5}] = \dots\dots\dots$

a. 44.99	b. 0.017	c. 0.999	d. 0.857
----------	----------	----------	----------

جد القيمة الدقيقة لكل تعبير مما يلي إذا علمت أن $0^\circ < \theta < 90^\circ$.

9. إذا كان $\cos \theta = \frac{3}{5}$ جد $\csc \theta$.

10. إذا كان $\sin \theta = \frac{1}{2}$ جد $\tan \theta$.

11. إذا كان $\sin \theta = \frac{3}{5}$ جد $\cos \theta$.

12. إذا كان $\tan \theta = 2$ جد $\sec \theta$.

أوجد القيمة الدقيقة لـ $\sec \theta$ إذا كان

$\sin \theta = -\frac{2}{3}$ و $180^\circ < \theta < 270^\circ$.

$$-\frac{3}{\sqrt{5}}$$

$$-\frac{9}{5}$$

$$\frac{3}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{9}{5}$$

بسط كلاً من التعابير الآتية.

28. $\frac{1 - \sin^2 \theta}{\sin^2 \theta}$

29. $\tan \theta \csc \theta$

30. $\frac{1}{\sin^2 \theta} - \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta}$

31. $2(\csc^2 \theta - \cot^2 \theta)$

32. $(1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta)$

33. $2 - 2 \sin^2 \theta$

Simplify $\csc \theta \cot^2 \theta + \csc \theta$.

بسّط التعبير $\csc \theta \cot^2 \theta + \csc \theta$.

$\csc \theta \sec^2 \theta$

$\csc^3 \theta$

$\sec^2 \theta$

$\csc^2 \theta$

أي تعبير مما يلي مكافئ لـ $\sin \theta + \cos \theta \cot \theta$ ؟

a. $\cot \theta$

b. $\tan \theta$

c. $\sec \theta$

d. $\csc \theta$

19. أي المتطابقات الآتية تكافئ $\sec \theta - \tan \theta$ ؟

- (A) $\frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta}$
 (B) $\frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta}$
 (C) $\frac{\cos \theta}{\cos \theta}$
 (D) $\frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta}$

20. أي المتطابقات الآتية تكافئ $\frac{1 + \tan \theta}{\sin \theta + \cos \theta}$ ؟

- (A) $\csc \theta$
 (B) $\sec \theta$
 (C) $\tan \theta$
 (D) $\cos \theta$

21. أي المتطابقات الآتية تكافئ $\sec \theta \csc \theta$ ؟

- (A) $\tan \theta - \cot \theta$
 (B) $\tan \theta + \cot \theta$
 (C) $\sin \theta + \cos \theta$
 (D) $\sec \theta + \csc \theta$

22. أي المتطابقات الآتية تكافئ $\sin \theta + \cos \theta$ ؟

- (A) $\frac{2 \sin^2 \theta - 1}{\sin \theta - \cos \theta}$
 (B) $\frac{2 \sin^2 \theta + 1}{\sin \theta - \cos \theta}$
 (C) $\frac{2 \cos^2 \theta - 1}{\sin \theta + \cos \theta}$
 (D) $\frac{\sin^2 \theta - \cos^2 \theta}{\sin \theta - \cos \theta}$

مثال 1 إيجاد القيم النسب المثلثية المجهولة

جد القيمة الدقيقة لكل تعبير.

a. $\sin 105^\circ$

استخدم المتطابقة $\sin(A + B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$

$$\sin 105^\circ = \sin(60^\circ + 45^\circ)$$

$$A = 60^\circ \text{ و } B = 45^\circ$$

$$= \sin 60^\circ \cos 45^\circ + \cos 60^\circ \sin 45^\circ$$

متطابقة المجموع

$$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

بإيجاد قيمة كل تعبير.

$$= \frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

بالضرب

b. $\cos(-120^\circ)$

استخدم المتطابقة $\cos(A - B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$

$$\cos(-120^\circ) = \cos(60^\circ - 180^\circ)$$

$$A = 60^\circ \text{ و } B = 180^\circ$$

$$= \cos 60^\circ \cos 180^\circ + \sin 60^\circ \sin 180^\circ$$

متطابقة الفرق

$$= \frac{1}{2} \cdot (-1) + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 0$$

بإيجاد قيمة كل تعبير.

تمرين موجّه

1A. $\sin 15^\circ$

1B. $\cos(-15^\circ)$

ما الزاوية التي تكون قيمة الظل وجيب التمام لها سالبة؟

170° (A)

245° (B)

65° (C)

310° (D)

جد القيم الدقيقة لـ $\sin 2\theta$ و $\cos 2\theta$ و $\sin \frac{\theta}{2}$ و $\cos \frac{\theta}{2}$.

12. $\sin \theta = \frac{2}{3}; 90^\circ < \theta < 180^\circ$

13. $\sin \theta = -\frac{15}{17}; \pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$

14. $\cos \theta = \frac{3}{5}; \frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$

15. $\cos \theta = \frac{1}{5}; 270^\circ < \theta < 360^\circ$

16. $\tan \theta = \frac{4}{3}; 180^\circ < \theta < 270^\circ$

17. $\tan \theta = -2; \frac{\pi}{2} < \theta < \pi$

إذا كان $\sin \theta = \frac{4}{5}$ ، $90^\circ < \theta < 180^\circ$ ، فإن قيمة $\sin 2\theta$ هي :

a. $-\frac{12}{25}$

b. $\frac{24}{25}$

c. $-\frac{24}{25}$

d. $\frac{12}{25}$

إذا كان $\cos \theta = \frac{3}{5}$ ، $\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$ ، فإن قيمة $\cos \frac{\theta}{2}$ هي :

a. $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$

b. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

c. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

d. $-\frac{\sqrt{5}}{2}$

مثال 5 حل المعادلات المثلثية باستخدام المتطابقات

حُلّ المعادلة: $2 \sec^2 \theta - \tan^4 \theta = -1$ لكل قيم θ إذا كانت الزاوية θ مقيسه بالدرجات.

$$2 \sec^2 \theta - \tan^4 \theta = -1$$

إدلة الأصلية

$$2(1 + \tan^2 \theta) - \tan^4 \theta = -1$$

$$\sec^2 \theta = 1 \quad \bullet \quad A) \theta = 60^\circ + 180^\circ k \text{ and } \theta = 120^\circ + 180^\circ k$$

$$2 + 2 \tan^2 \theta - \tan^4 \theta = -1$$

$$\bullet \quad B) \theta = 60^\circ \pm 180^\circ k$$

$$\tan^4 \theta - 2 \tan^2 \theta - 3 = 0$$

$$\bullet \quad C) \theta = \pm 60^\circ + 180^\circ k \text{ (Correct Answer)}$$

$$(\tan^2 \theta - 3)(\tan^2 \theta + 1) = 0$$

$$\bullet \quad D) \theta = 60^\circ + 360^\circ k$$

$$\tan^2 \theta - 3 = 0$$

أو

$$\tan^2 \theta + 1 = 0$$

خاصية ناتج الضرب الصفري

$$\tan^2 \theta = 3$$

$$\tan^2 \theta = -1$$

$$\tan \theta = \pm \sqrt{3}$$

لا يعطي هذا الجزء أي حلول نظرًا إلى أن $\tan^2 \theta$ ليست سالبة على الإطلاق.

$\theta = 60^\circ + 180^\circ k$ و $\theta = -60^\circ + 180^\circ k$ حيث k أي عدد صحيح. الحلان هما $60^\circ + 180^\circ k$ و $-60^\circ + 180^\circ k$.

تمرين موجّه

حُلّ كل من المعادلات الآتية.

$$5A. \sin \theta \cot \theta - \cos^2 \theta = 0$$

$$5B. \frac{\cos \theta}{\cot \theta} + 2 \sin^2 \theta = 0$$

$$A) \theta = \pi k$$

$$B) \theta = \frac{\pi}{2} + \pi k \text{ (Correct Answer)}$$

$$C) \theta = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

$$D) \theta = \pm \frac{\pi}{4} + \pi k$$

$$A) \theta = \frac{7\pi}{6} + 2\pi k \text{ and } \theta = \frac{11\pi}{6} + 2\pi k \text{ (Correct Answer)}$$

$$B) \theta = \frac{\pi}{6} + \pi k \text{ and } \theta = \frac{5\pi}{6} + \pi k$$

$$C) \theta = \pi k$$

$$D) \theta = \frac{4\pi}{3} + 2\pi k \text{ and } \theta = \frac{5\pi}{3} + 2\pi k$$