

حل أوراق عمل الوحدة 11 المتطابقات والدوال المثلثية



تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

موقع المناهج ← المناهج الإماراتية ← الصف العاشر المتقدم ← رياضيات ← الفصل الثالث ← ملفات متنوعة ← الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2025-04-14 13:57:36

ملفات اكتب للمعلم اكتب للطالب | اختبارات الكترونية | اختبارات | حلول | عروض بوربوينت | أوراق عمل
منهج انجليزي | ملخصات وتقارير | مذكرات وبنوك | الامتحان النهائي | للمدرس

المزيد من مادة
رياضيات:

إعداد: مصطفى أسامة علام

التواصل الاجتماعي بحسب الصف العاشر المتقدم



صفحة المناهج
الإماراتية على
فيسبوك

الرياضيات

اللغة الانجليزية

اللغة العربية

التربية الاسلامية

المواد على تلغرام

المزيد من الملفات بحسب الصف العاشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الثالث

حل أوراق عمل الوحدة 10 الدوال المثلثية

1

حل أوراق عمل الوحدة 9 الدوال والعلاقات النسبية

2

حل أسئلة الامتحان النهائي القسم الالكتروني منهج ريفيل

3

حل تجميعية أسئلة وفق الهيكل الوزاري منهج ريفيل المسار المتقدم

4

تجميعية أسئلة وفق الهيكل الوزاري منهج ريفيل المسار المتقدم

5



ورقة عمل الحادي عشر العام

12-1 المتطابقة المثلثية

الاسم:-----

نواتج التعلم

1- استخدام المتطابقات المثلثية لإيجاد قيم الدوال المثلثية.

2- استخدام المتطابقات المثلثية لتبسيط العبارات.

المتطابقات المثلثية الأساسية

مفهوم أساسي

$$\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}, \sin \theta \neq 0$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}, \cos \theta \neq 0$$

المتطابقات النسبية:

$$\csc \theta = \frac{1}{\sin \theta}, \sin \theta \neq 0$$

$$\sin \theta = \frac{1}{\csc \theta}, \csc \theta \neq 0$$

متطابقات المقلوب:

$$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}, \cos \theta \neq 0$$

$$\cos \theta = \frac{1}{\sec \theta}, \sec \theta \neq 0$$

$$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}, \tan \theta \neq 0$$

$$\tan \theta = \frac{1}{\cot \theta}, \cot \theta \neq 0$$

$$\sin \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) = \cos \theta$$

متطابقات الزاويتين
المتتامتين:

$$\cos \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) = \sin \theta$$

$$\tan \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) = \cot \theta$$

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

$$\tan^2 \theta + 1 = \sec^2 \theta$$

$$\cot^2 \theta + 1 = \csc^2 \theta$$

$$\sin(-\theta) = -\sin \theta$$

متطابقات الدوال الزوجية

$$\cos(-\theta) = \cos \theta$$

والدوال الفردية:

$$\tan(-\theta) = -\tan \theta$$

(متطابقات الزوايا الصالبة)

Find the exact value of each expression

أوجد القيمة الدقيقة لكل من النسب المثلثية الآتية:

$$0^\circ < \theta < 90^\circ, \cot \theta = 2, \text{ إذا كان } \tan \theta$$

$$90^\circ < \theta < 180^\circ, \sin \theta = \frac{4}{5}, \text{ إذا كان } \cos \theta$$

$$\tan \theta = \frac{1}{\cot \theta}$$

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

$$\cos^2 \theta + \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 1$$

$$\tan \theta = \frac{1}{2}$$

$$\cos^2 \theta = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2$$

$$\cos^2 \theta = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2$$

في الربع الثاني $\cos \theta$ سالبة

$$\Rightarrow \cos \theta = -\sqrt{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2} = -\frac{3}{5}$$

$$\cot \theta = 2 \Rightarrow \tan \theta = \frac{1}{2}$$

$270^\circ < \theta < 360^\circ$, $\cos \theta = \frac{5}{13}$ إذا كان $\sin \theta$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\sin^2 \theta + \left(\frac{5}{13}\right)^2 = 1$$

$$\sin^2 \theta = 1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2$$

$$\sin \theta = \pm \sqrt{1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2}$$

بما أن $\sin \theta$ في الربع الرابع

$$\sin \theta = -\sqrt{1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2} = -\frac{12}{13}$$

$180^\circ < \theta < 270^\circ$, $\cot \theta = \frac{1}{4}$ إذا كان $\csc \theta$

$$\cot^2 \theta + 1 = \csc^2 \theta$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^2 + 1 = \csc^2 \theta$$

$$\csc \theta = \pm \sqrt{1 + \left(\frac{1}{4}\right)^2}$$

بما أن $\csc \theta$ في الربع الثالث

$$\csc \theta = -\sqrt{1 + \left(\frac{1}{4}\right)^2} = -\frac{\sqrt{17}}{4}$$

Simplify each expression.

$$\tan \theta \cos^2 \theta$$

$$= \frac{\sin \theta \times \cos^2 \theta}{\cos \theta}$$

$$= \sin \theta \cos \theta$$

$$\csc^2 \theta - \cot^2 \theta$$

$$= \cot^2 \theta + 1 - \cot^2 \theta$$

$$= 1$$

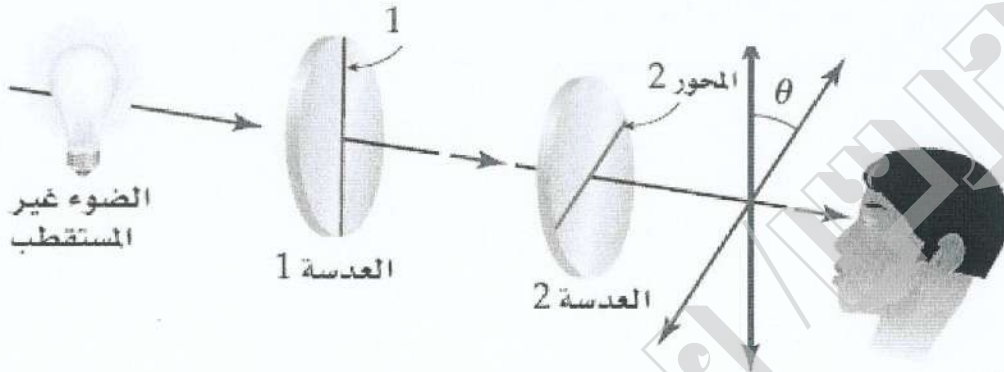
$$\frac{\cos \theta \csc \theta}{\tan \theta}$$

$$= \frac{\cos \theta \times 1 \times \csc \theta}{\sin \theta \times \cos \theta}$$

$$= \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta}$$

$$= \cot^2 \theta$$

بصريّات: عندما يمر الضوء من خلال عدسة مستقطبة للضوء، فإن شدة الضوء المار بهذه العدسة سيقبل بمقدار النصف، ثم إذا مرّ الضوء بعدسة أخرى بحيث يكون محور هذه العدسة يصنع زاوية قياسها θ مع محور العدسة الأولى، فإن شدة الضوء تقل مرة أخرى. يمكننا إيجاد شدة الضوء باستعمال الصيغة $I = I_0 - \frac{I_0}{\csc^2 \theta}$ ، حيث I_0 شدة الضوء القادمة من العدسة الأولى المستقطبة، I هي شدة الضوء الخارجة من العدسة الثانية، θ الزاوية بين محوري العدستين.



(a) بسّط الصيغة بدلالة $\cos \theta$

$$\begin{aligned} I &= I_0 - \frac{I_0 \times \sin^2 \theta}{1} \\ &= I_0 - I_0 (1 - \cos^2 \theta) \\ &= I_0 - I_0 + I_0 \cos^2 \theta \\ \boxed{I} &= \boxed{I_0 \cos^2 \theta} \end{aligned}$$

(b) استعمال الصيغة المبسطة؛ لمعرفة شدة الضوء المار بالعدسة الثانية بدلالة شدة الضوء قبل المرور بها إذا كان محور العدسة الثانية يصنع زاوية قياسها 30° مع محور العدسة الأولى.

$$\begin{aligned} I &= I_0 \cos^2 30 \\ I &= I_0 \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \\ I &= I_0 \left(\frac{3}{4}\right) \end{aligned} \quad \left| \quad \boxed{I = \frac{3}{4} I_0} \right.$$

الاسم:-----

إثبات صحة المتطابقات المثلثية 12-2

ورقة عمل الحادي عشر العام

نواتج التعلم

- 1- إثبات صحة المتطابقات المثلثية بتحويل أحد طرفيها إلى الآخر.
2- إثبات صحة المتطابقات المثلثية بتحويل كلياً من طرفيها إلى العبارة نفسها.

الدقة : أثبت صحة كل متطابقة فيما يأتي:

$$\cot \theta + \tan \theta = \frac{\sec^2 \theta}{\tan \theta}$$

$$\text{اليمين} = \frac{\tan^2 \theta + 1}{\tan^2 \theta}$$

$$= \frac{\tan^2 \theta}{\tan^2 \theta} + \frac{1}{\tan^2 \theta}$$

$$= \tan \theta + \cot \theta$$

$$= \text{اليسار}$$

$$\cos^2 \theta = (1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta)$$

$$\text{الموافق} \quad \text{اليمين} = 1^2 - \sin^2 \theta$$

$$= 1 - \sin^2 \theta$$

$$= \cos^2 \theta$$

$$= \text{اليسار}$$

$$\sin \theta = \frac{\sec \theta}{\tan \theta + \cot \theta}$$

$$\text{اليمين} = \frac{\frac{1}{\cos \theta}}{\frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta}}$$

$$= \frac{\frac{1}{\cos \theta}}{\frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin \theta \cos \theta}}$$

$$= \frac{1}{\cos \theta} \times \frac{\sin \theta \cos \theta}{1}$$

$$= \sin \theta$$

$$= \text{اليسار}$$

$$\tan^2 \theta = \frac{1 - \cos^2 \theta}{\cos^2 \theta}$$

$$\text{اليمين} = \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}$$

$$= \tan^2 \theta$$

$$= \text{اليسار}$$

$$\tan^2 \theta = (\sec \theta + 1)(\sec \theta - 1)$$

$$\text{مرفق} \quad \text{اليمين} = \sec^2 \theta - 1^2$$

$$= \tan^2 \theta$$

$$= \text{اليسار}$$

$$\tan^2 \theta \csc^2 \theta = 1 + \tan^2 \theta$$

$$\frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} \times \frac{1}{\sin^2 \theta} = \sec^2 \theta$$

$$\sec^2 \theta = \sec^2 \theta$$

$$\text{اليمين} = \text{اليسار}$$

$$\frac{\tan \theta}{\tan^2 \theta} + \frac{1}{\tan^2 \theta} = \frac{\tan^2 \theta + 1}{\tan^2 \theta}$$

$$\text{A) } \frac{1}{\sin^2 \theta}$$

$$\text{B) } \cos^2 \theta$$

$$\text{C) } \tan^2 \theta$$

$$\text{D) } \csc^2 \theta$$

الاختيار من متعدد: ما التعبير الذي يمكن استخدامه لتشكيل متطابقة فيها

ورقة عمل الحادي عشر العام 12-3 متطابقات مجموع زوايتين والفرق بينهما الاسم:

نواتج التعلم

- 1- إيجاد قيمتي sine و cosine باستخدام متطابقات المجموع والفرق.
- 2- إثبات صحة المتطابقات المثلثية باستخدام متطابقات المجموع والفرق.

بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد القيمة الدقيقة لكل تعبير مما يلي:

$\cos 165^\circ$

$\cos 105^\circ$

$\cos 75^\circ$

$$\begin{aligned}\cos(165) &= \cos(180 - 15) \\ &= \cos 180 \cos 15 + \sin 180 \sin 15 \\ &= -1 \times \cos 15 + 0 \times \sin 15 \\ &= -\cos 15 \\ &= -\cos(45 - 30) \\ &= -[\cos 45 \cos 30 + \sin 45 \sin 30] \\ &= -\left[\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2}\right] \\ &= -\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\cos(105) &= \cos(60 + 45) \\ &= \cos 60 \cos 45 - \sin 60 \sin 45 \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\cos(75) &= \cos(30 + 45) \\ &= \cos 30 \cos 45 - \sin 30 \sin 45 \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}\end{aligned}$$

$\sin(-30^\circ)$

$\sin 135^\circ$

$\sin(-210^\circ)$

$$\begin{aligned}\sin(30 - 60) &= \sin 30 \cos 60 - \cos 30 \sin 60 \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= \frac{1 - 3}{4} \\ &= -\frac{2}{4} \\ &= -\frac{1}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sin(90 + 45) &= \sin 90 \cos 45 + \cos 90 \sin 45 \\ &= 1 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 0 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sin(60 - 270) &= \sin 60 \cos 270 - \cos 60 \sin 270 \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \times 0 - \frac{1}{2} \times -1 \\ &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

كهرباء: يمر تيار كهربائي متردد في دائرة كهربائية، وتعطى شدة هذا التيار c بالأمبير بعد t ثانية بالصيغة $c = 2 \sin(120^\circ t)$ (a) أعد كتابة الصيغة، باستعمال مجموع زوايتين.

$$c = 2 \sin(90t + 30t)$$

(b) استعمل المتطابقة المثلثية لمجموع زوايتين من الزوايا الخاصة؛ لإيجاد القيمة الدقيقة لشدة التيار بعد ثانية واحدة.

$$\begin{aligned}c &= 2 \sin(90(1) + 30(1)) \\ &= 2 \sin(90 + 30) = 2 [\sin 90 \cos 30 + \cos 90 \sin 30] \\ &= 2 \left[1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 0 \times \frac{1}{2}\right] = 2 \left[\frac{\sqrt{3}}{2}\right] = \sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\sin(90^\circ + \theta) = \cos \theta$$

الزيسر =

$$= \sin 90 \sin \theta + \cos 90 \sin \theta$$

$$= 1 \times \sin \theta + 0 \times \sin \theta$$

$$= \boxed{\sin \theta}$$

$$\tan\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = -\cot \theta$$

الزيسر =

$$\frac{\pi}{2} = 90^\circ$$

$$\tan(\theta + 90) = \frac{\sin(\theta + 90)}{\cos(\theta + 90)}$$

$$= \frac{\tan \theta + \tan 90}{1 - \tan \theta \tan 90} = \frac{\sin \theta \cos 90 + \cos \theta \sin 90}{\cos \theta \cos 90 - \sin \theta \sin 90}$$

$$= \tan \theta + \frac{(\sin \theta)(0) + (\cos \theta)(1)}{(\cos \theta)(0) - (\sin \theta)(1)}$$

$$= \frac{\cos \theta}{-\sin \theta}$$

$$= \boxed{-\cot \theta}$$

أثبت صحة كل متطابقة فيما يلي:

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right) = -\sin \theta$$

$$\frac{3\pi}{2} = 270^\circ$$

الزيسر =

$$= \cos(270 - \theta)$$

$$= \cos 270 \cos \theta + \sin 270 \sin \theta$$

$$= 0 \times \cos \theta + (-1)(\sin \theta)$$

$$= \boxed{-\sin \theta}$$

$$\sin(\pi + \theta) = -\sin \theta$$

$$\pi = 180^\circ$$

الزيسر =

$$= \sin(180 + \theta)$$

$$= \sin 180 \cos \theta + \cos 180 \sin \theta$$

$$= (0)(\cos \theta) + (-1)(\sin \theta)$$

$$= \boxed{-\sin \theta}$$

نواتج التعلم

- 1- إيجاد قيمتي sine و cosine باستخدام متطابقات ضعف الزاوية.
2- إيجاد قيمتي sine و cosine باستخدام متطابقات نصف الزاوية.

المتطابقات التالية صحيحة لجميع قيم θ :

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$$

$$\tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$$

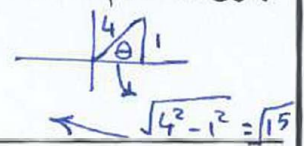
$$\cos 2\theta = 2 \cos^2 \theta - 1$$

$$\cos 2\theta = 1 - 2 \sin^2 \theta$$

بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد القيمة الدقيقة لـ $\cos \frac{\theta}{2}$, $\sin \frac{\theta}{2}$, $\cos 2\theta$, $\sin 2\theta$.

$$\sin \theta = \frac{1}{4}; 0^\circ < \theta < 90^\circ \quad (1)$$

$$\cos \theta = \frac{\sqrt{15}}{4}$$



$$\begin{aligned} \sin 2\theta &= 2 \sin \theta \cos \theta \\ &= 2 \left(\frac{1}{4}\right) \left(\frac{\sqrt{15}}{4}\right) \\ &= \frac{\sqrt{15}}{8} \end{aligned}$$

$$\sin \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}}$$

$$\sin \frac{\theta}{2} = + \sqrt{\frac{1 - \frac{\sqrt{15}}{4}}{2}}$$

$$= \sqrt{\frac{2(4 - \sqrt{15})}{4(2)(2)}}$$

$$= \sqrt{\frac{8 - 2\sqrt{15}}{16}}$$

$$\sin \frac{\theta}{2} = \frac{\sqrt{8 - 2\sqrt{15}}}{4}$$

$$0 < \theta < 90$$

$$0 < \frac{\theta}{2} < 45$$

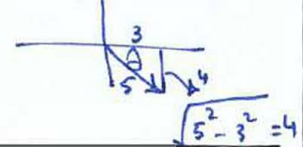
$$\cos \frac{\theta}{2} = + \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{2}}$$

$$= \sqrt{\frac{1 + \frac{\sqrt{15}}{4}}{2}}$$

$$= \sqrt{\frac{2(4 + \sqrt{15})}{8(2)}} = \frac{\sqrt{8 + 2\sqrt{15}}}{4}$$

$$\cos \theta = \frac{3}{5}; 270^\circ < \theta < 360^\circ \quad (4)$$

$$\sin \theta = -\frac{4}{5}$$



$$\begin{aligned} \sin 2\theta &= 2 \sin \theta \cos \theta \\ &= 2 \left(-\frac{4}{5}\right) \left(\frac{3}{5}\right) \\ &= -\frac{24}{25} \end{aligned}$$

$$\sin \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}}$$

$$= \sqrt{\frac{1 - \frac{3}{5}}{2}} = \sqrt{\frac{\frac{2}{5}}{2}} = \sqrt{\frac{2}{5}}$$

$$270 < \theta < 360$$

$$135 < \frac{\theta}{2} < 180$$

في الربع الثاني

$$\begin{aligned} \cos 2\theta &= 2 \cos^2 \theta - 1 \\ &= 2 \left(\frac{3}{5}\right)^2 - 1 \\ &= -\frac{7}{25} \end{aligned}$$

$$\cos \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{2}}$$

$$= \sqrt{\frac{1 + \frac{3}{5}}{2}} = \sqrt{\frac{\frac{8}{5}}{2}} = \sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\tan \theta = -\frac{8}{15}; 90^\circ < \theta < 180^\circ \quad (5)$$

$$\sin \theta = \frac{8}{17}$$

$$\cos \theta = -\frac{15}{17}$$

$$r = \sqrt{8^2 + 15^2} = 17$$

$$\begin{aligned} \sin 2\theta &= 2 \sin \theta \cos \theta \\ &= 2 \left(\frac{8}{17} \right) \left(-\frac{15}{17} \right) \\ &= -\frac{240}{289} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin \frac{\theta}{2} &= + \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}} \\ &= \sqrt{\frac{1 - (-\frac{15}{17})}{2}} = \frac{4\sqrt{17}}{17} \end{aligned}$$

$$90^\circ < \theta < 180^\circ$$

$$45^\circ < \frac{\theta}{2} < 90^\circ$$

$$\begin{aligned} \cos 2\theta &= \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \\ &= \left(-\frac{15}{17} \right)^2 - \left(\frac{8}{17} \right)^2 \\ &= \frac{161}{289} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos \frac{\theta}{2} &= + \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{2}} \\ &= \sqrt{\frac{1 + (-\frac{15}{17})}{2}} = \frac{\sqrt{17}}{17} \end{aligned}$$

أوجد القيمة الدقيقة لكل تعبير:

$$\sin \frac{\pi}{8} = \sin \left(\frac{180^\circ}{8} \right) = \sin \left(\frac{45^\circ}{2} \right)$$

$$\begin{aligned} \sin \frac{45^\circ}{2} &= + \sqrt{\frac{1 - \cos 45^\circ}{2}} \\ &= \sqrt{\frac{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}}{2}} \\ &= \sqrt{\frac{2 - \sqrt{2}}{4}} \\ &= \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2} \end{aligned}$$

$$\cos 15^\circ$$

$$\begin{aligned} \cos \left(\frac{30^\circ}{2} \right) &= \sqrt{\frac{1 + \cos 30^\circ}{2}} \\ &= \sqrt{\frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}{2}} \\ &= \sqrt{\frac{2 + \sqrt{3}}{4}} \\ &= \frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2} \end{aligned}$$

كرة قدم: ركل لاعب كرة قدم الكرة بزاوية قياسها 37° مع سطح الأرض، وبسرعة ابتدائية 52 ft/s. إذا كانت المسافة الأفقية d التي تقطعها الكرة تعطى بالصيغة $d = \frac{2v^2 \sin \theta \cos \theta}{g}$ حيث g تسارع الجاذبية الأرضية ويساوي 32 ft/s^2 ، و v تمثل السرعة الابتدائية المتجهة.



(a) بسط الصيغة مستخدمًا المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية.

(b) ما المسافة d التي تقطعها الكرة باستخدام الصيغة المبسطة؟

$$d = \frac{v^2 \sin 2\theta}{g}$$

(a)

$$d = \frac{(52)^2 \sin 2(37)}{32} = 162.45 \text{ ft} \quad (b)$$

أثبت صحة كلاً من المتطابقات التالية:

$$\tan \theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{\sin 2\theta}$$

$$\begin{aligned} \text{اليمين} &= \frac{1 - (1 - 2\sin^2 \theta)}{2 \sin \theta \cos \theta} = \frac{1 - 1 + 2\sin^2 \theta}{2 \sin \theta \cos \theta} = \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \tan^2 \theta \\ &\quad \text{اليسار} \end{aligned}$$

$$(\sin \theta + \cos \theta)^2 = 1 + 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\begin{aligned} \text{اليسار} &= (\sin^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta) \\ &= 1 + \sin 2\theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{اليمين} &= 1 + 2 \sin \theta \cos \theta \\ &= 1 + \sin 2\theta \end{aligned}$$

$$\text{اليسار} = \text{اليمين}$$

نواتج التعلم

1- حل المعادلات المثلثية. 2- تمييز الحلول الدخيلة للمعادلات المثلثية.

حل كل معادلة مما يأتي لقيم θ جميعها الموضحة بجانب كل منها:

$$\cos^2 \theta + 2 \cos \theta + 1 = 0 \quad ; \quad 0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$$

$$(\cos \theta + 1)(\cos \theta + 1) = 0$$

$$\cos \theta + 1 = 0$$

$$\cos \theta = -1$$

$$\theta = 180^\circ$$

$$\cos \theta + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0 \quad ; \quad 0^\circ \leq \theta \leq 240^\circ$$

$$\cos \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\theta = 30^\circ$$

θ بالرّج الثاني والثالث

$$\text{ج 2} \quad 180 - 30 = 150^\circ$$

$$\text{ج 3} \quad 180 + 30 = 210^\circ$$

$$2 \cos^2 \theta = 1$$

$$\cos^2 \theta = \frac{1}{2}$$

$$\cos \theta = \pm \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$\theta = 45^\circ$$

$\cos \theta$ موجبة أو سالبة في ربعين

$$\text{ج 1} \quad 45^\circ$$

$$\text{ج 2} \quad 180 - 45 = 135^\circ$$

$$\text{ج 3} \quad 180 + 45 = 225^\circ$$

$$\text{ج 4} \quad 360 - 45 = 315^\circ$$

$$\theta = 45 + n90$$

$$\theta = \frac{\pi}{4} + n\frac{\pi}{2}$$

$$\sin \frac{\theta}{2} + \cos \frac{\theta}{2} = \sqrt{2}$$

تربيع الطرفين

$$\sin^2 \frac{\theta}{2} + 2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} + \cos^2 \frac{\theta}{2} = 2$$

$$1 + \sin \theta = 2$$

$$\sin \theta = 2 - 1$$

$$\sin \theta = 1$$

$$\theta = 90$$

$$(90 + n \cdot 360)$$

$$90, 90 + 360, 90 + 2(360), 90 + 3(360),$$

$$90, 450, 810, 1170, 1530$$

✓

x

✓

x

✓

$$= 90 + 2(360)n$$

$$= \frac{\pi}{2} + 2(2\pi)n$$

$$= \frac{\pi}{2} + 4n\pi$$

$$\cos 2\theta - \sin^2 \theta + 2 = 0$$

$$1 - 2\sin^2 \theta - \sin^2 \theta + 2 = 0$$

$$3 - 3\sin^2 \theta = 0$$

$$\sin^2 \theta = \frac{3}{3} = 1$$

$$\sin \theta = \pm \sqrt{1} = \pm 1$$

حل كل معادلة مما يلي لإيجاد كل قيم θ إذا كان قياس θ بالدرجات:

$$\theta = 90, 270, 450$$

$$\theta = 90 + 180n$$

$$\cos \theta - 2 \cos \theta \sin \theta = 0$$

$$\cos \theta [1 - 2 \sin \theta] = 0$$

$$\cos \theta = 0$$

$$\theta = 90, 270$$

$$1 - 2 \sin \theta = 0$$

$$\sin \theta = \frac{1}{2}$$

$$\theta = 30, 180 - 30$$

$$= 30, 150$$

$$\theta = 90 + 180n$$

$$= 30 + 360n$$

$$= 150 + 360n$$

$$\sin^2 2\theta + \cos^2 \theta = 0$$

$$(2 \sin \theta \cos \theta)^2 + \cos^2 \theta = 0$$

$$4 \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \cos^2 \theta = 0$$

$$\cos^2 \theta (4 \sin^2 \theta + 1) = 0$$

$$\cos^2 \theta = 0$$

$$4 \sin^2 \theta = -1$$

$$\cos \theta = 0$$

$$\sin^2 \theta = -\frac{1}{4}$$

$$\theta = 90, 270$$

مرفوض

$$\theta = 90 + 180n$$

$$\tan^2 \theta + 2 \tan \theta + 1 = 0$$

$$(\tan \theta + 1)(\tan \theta + 1) = 0$$

$$\theta = 180 - 45 = 135$$

$$\tan \theta + 1 = 0$$

$$\theta = 360 - 45 = 315$$

$$\tan \theta = -1$$

$$= 135 + n \cdot 180$$

$$\theta = 45$$

$$= \frac{3\pi}{4} + n\pi$$

في الربع الثاني، الثالث والرابع