

إحتمالات الأحداث المستقلة والغير مستقلة



تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

موقع المناهج ← المناهج الإماراتية ← الصف العاشر المتقدم ← رياضيات ← الفصل الثالث ← ملفات متنوعة ← الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 20:58:47 2026-06-04

ملفات اكتب للمعلم اكتب للطالب | اختبارات الكترونية | اختبارات | حلول | عروض بوربوينت | أوراق عمل
منهج انجليزي | ملخصات وتقارير | مذكرات وبنوك | الامتحان النهائي | للمدرس

المزيد من مادة
رياضيات:

إعداد: المدرسة الأهلية الخيرية بنين - دبي

التواصل الاجتماعي بحسب الصف العاشر المتقدم



صفحة المناهج
الإماراتية على
فيسبوك

الرياضيات

اللغة الانجليزية

اللغة العربية

التربية الاسلامية

المواد على تلغرام

المزيد من الملفات بحسب الصف العاشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الثالث

الوحدة السابعة الدرس الثاني التباديل والتوافيق مع الإحتمالات

1

الوحدة السابعة الدرس الأول تمثيل الفضاءات العينية

2

ملزمة هيكل واختياري وأسئلة

3

ملزمة وفق الهيكل 2026

4

هيكل الرياضيات للصف العاشر المتقدم

5

بسم الله الرحمن الرحيم

الوحدة السابعة (الإحتمالات و القياس)

الدرس السادس (إحتمالات الأحداث المستقلة و الغير مستقلة)

الحدث المركب : هو حدث يتكون من حدثين بسيطين أو أكثر

الحدث المستقل : هو حدث يكون إحتمال وقوع الحدث الأول (A)

لا يؤثر و لا يتأثر بوقوع إحتمال وقوع الحدث الثاني (B)

الحدث الغير مستقل : هو حدث يكون إحتمال وقوع الحدث الأول (A)

يؤثر و يتأثر بوقوع إحتمال وقوع الحدث الثاني (B)

فكر في اختيار بعض العناصر من مجموعة من العناصر إذا أعدت العنصر في كل مرة، فيمثل اختيار عناصر إضافية أحداثاً مستقلة. وإذا لم تعد العنصر في كل مرة. فيمثل اختيار عناصر إضافية أحداثاً غير مستقلة.

مثال - حدد ما إذا كانت الأحداث مستقلة أو غير مستقلة. اشرح استنتاجك.

1 - تم إلقاء قطعة نقد معدنية، ثم أُلقيت قطعة نقد معدنية أخرى.

لم تؤثر نتيجة إلقاء قطعة النقد المعدنية الأولى على احتمال القاء قطعة النقد الثانية. لذلك فإن الحدثان مستقلين.

2 - اختارت ياسمين قميصاً من خزانة لترتيده يوم الإثنين ، ثم اختارت قميصاً مختلفاً لترتيده يوم الثلاثاء

تؤثر نتيجة عدم إرجاع القميص الذي ارتدته ياسمين يوم الإثنين إلى الخزانة بنقصان عدد القمصان في خزانة بمقدار واحد ، و بالتالي ، يوم الثلاثاء سيكون عدد القمصان المتاحة أمام ياسمين يوم الثلاثاء أقل من عدد القمصان المتاحة أمام ياسمين يوم الإثنين ، لذلك فالحدثان غير مستقلان

إحتمال وقوع حدثين مستقلين

إحتمال وقوع كلا الحدثين المستقلين هو ناتج ضرب احتمالات كل حدث بمفرده

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

مثال : البطاقات تم اختيار بطاقة عشوائيا من مجموعة أوراق اللعب التي تضم 52 بطاقة. مع إعادتها. ثم اختيار بطاقة ثانية ما احتمال اختيار كلتا البطاقتين الظاهرتين على اليسار؟



$$P(\text{سحب بطاقة}) = \frac{1}{52}$$

$$P(\text{سحب بطاقتين من أصل 52 بطاقة}) = \frac{2}{52}$$

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$P(\text{سحب بطاقتين من أصل 52 بطاقة} \cap \text{سحب بطاقة}) = P(\text{سحب بطاقة}) \times P(\text{سحب بطاقتين من أصل 52 بطاقة})$$

$$P(\text{سحب بطاقتين من أصل 52 بطاقة} \cap \text{سحب بطاقة}) = \frac{1}{52} \times \frac{2}{52}$$

$$P(\text{سحب بطاقتين من أصل 52 بطاقة} \cap \text{سحب بطاقة}) = \frac{2}{2704} = \frac{1}{1352}$$

مثال : إذا تم رمي قطعة النقد 4 مرات ، فما إحتمال أن تظهر الكتابة على القطع الأربع؟

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{2}, P(C) = \frac{1}{2}, P(D) = \frac{1}{2}$$

$$P(A \cap B \cap C \cap D) = P(A) \times P(B) \times P(C) \times P(D)$$

$$P(A \cap B \cap C \cap D) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$$

الحدث المتمم: هو الحدث الذي لا يكون في الفضاء العيني لحدث معين

$$P(\text{not } A) = 1 - P(A)$$

مثال: إذا كان هناك صف يحتوي على 30 طالب، وهناك 13 طالباً يحبون مادة الرياضيات

فإن الحدث المتمم للطلاب اللذين يحبون مادة الرياضيات هو " الطلاب اللذين لا يحبون مادة الرياضيات "

17 = الطلاب اللذين يحبون الرياضيات - طلاب الصف = (الطلاب اللذين لا يحبون الرياضيات)

$$17 = 30 - 13 = \text{(الطلاب اللذين لا يحبون مادة الرياضيات)}$$

مثال: الصحة المهنية توضح الإحصاءات التي تم جمعها في إحدى مناطق تعدين فحم أن

احتمال إصابة عامل منجم بمرض الرئة السوداء هي $\frac{5}{11}$ ، كما أن احتمال إصابته بالتهاب

المفاصل هي $\frac{1}{5}$ ، وإذا لم تؤثر إحدى المشكلات الصحية على الأخرى، فما احتمال عدم إصابة

عامل منجم تم اختياره عشوائياً بمرض الرئة السوداء مع احتمال إصابته من ناحية أخرى

بالتهاب المفاصل؟

الحدثان مستقلان، حيث أن الإصابة بمرض إتهاب المفاصل لا يؤثر على الإصابة بمرض الرئة

السوداء

الحدث A = عدم الإصابة بمرض الرئة السوداء الحدث B = الإصابة بإتهاب المفاصل

$$P(\text{not } A \cap B) = P(\text{not } A) \times P(B)$$

$$P(\text{not } A \cap B) = \{1 - P(A)\} \times P(B)$$

$$P(\text{not } A) = 1 - P(A) = 1 - \frac{5}{11} = \frac{6}{11}$$

$$P(B) = \frac{1}{5}$$

$$P(\text{not } A \cap B) = \frac{6}{11} \times \frac{1}{5} = \frac{6}{55}$$

إحتمال وقوع حدثين غير مستقلين

إحتمال وقوع كلا الحدثين غير المستقلين هو ناتج ضرب إحتمال وقوع الحدث الأول في إحتمال وقوع الحدث الثاني إذا تحقق الحدث الأول

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A)$$

يقراً الترميز $P(B|A)$ كالتالي : إحتمال وقوع الحدث B علماً (بشرط) وقوع الحدث A بالفعل

و هذا هو الإحتمال المشروط

مثال : اختيرت ثلاث بطاقات من مجموعة 52 بطاقة ، ما إحتمال أن تكون البطاقات الثلاث بشكل الماسة إذا لم يتم إستبدال البطاقة الأولى و الثانية ؟

الحدثان غير مستقلان



ملحوظة: يوجد في أوراق اللعب 13 ورقة من نوع الماسة من أصل 52 ورقة إجمالاً

عند سحب الورقة الأولى : فهناك إحتمال بسحب 13 ورقة من 52 ورقة

عند سحب الورقة الثانية : فهناك إحتمال بسحب 12 ورقة من 51 ورقة

نظراً لعدم إرجاع الورقة الأولى ، فقلت مجموعة الأوراق و أوراق الماسة بمقدار 1

عند سحب الورقة الثالثة : فهناك إحتمال بسحب 11 ورقة من 50 ورقة

نظراً لعدم إرجاع الورقة الأولى و الورقة الثانية ، فقلت مجموعة الأوراق و أوراق الماسة بمقدار 2

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) \times P(B|A) \times P(C|B|A)$$

$$P(A \cap B \cap C) = \frac{13}{52} \times \frac{12}{51} \times \frac{11}{50} = \frac{11}{850}$$

مثال : تحتوي مجموعة قياسية من قطع الدومينو على 28 قطعة ، مع وجود جانبين من النقاط من 0 إلى 6 لكل قطعة ، من بين هذه القطع ، 7 لها نفس العدد من النقاط على كل جانب ، فإذا اختار كل لاعب من 4 لاعبين قطعة بشكل عشوائي ، دون إرجاع ، فما احتمال أن كلا منهم سيختار قطعة لها نفس العدد من النقاط على كل جانب ؟



الحدثان غير مستقلان

ملحوظة: يوجد في قطع الدومينو 7 قطع لها نفس العدد من النقاط على كل جانب من أصل 28 قطعة إجمالاً

عند سحب القطعة الأولى : فهناك احتمال بسحب 7 قطع من 28 قطعة

عند سحب القطعة الثانية : فهناك احتمال بسحب 6 قطع من 27 قطعة

نظراً لعدم إرجاع القطعة الأولى ، فقلت مجموعة القطع و القطع متساوية النقاط على الجانبين بمقدار 1

عند سحب القطعة الثالثة : فهناك احتمال بسحب 5 قطع من 26 قطعة

نظراً لعدم إرجاع القطعة الأولى و القطعة الثانية، فقلت مجموعة القطع و القطع متساوية النقاط على الجانبين بمقدار 2

عند سحب القطعة الرابعة : فهناك احتمال بسحب 4 قطع من 25 قطعة

نظراً لعدم إرجاع القطعة الأولى و القطعة الثانية و القطعة الثالثة، فقلت مجموعة القطع و القطع متساوية النقاط على الجانبين بمقدار 3

$$P(A \cap B \cap C \cap D) = P(A) \times P(B|A) \times P(C|B|A) \times P(D|C|B|A)$$

$$P(A \cap B \cap C \cap D) = \frac{7}{28} \times \frac{6}{27} \times \frac{5}{26} \times \frac{4}{25} = \frac{1}{585}$$

الإحتمال المشروط

هو إحتمال يقلل الفضاء العيني ، و هو يشترط حدوث حدث ما لحدوث حدث آخر



يمكن رسم مخطط فن للإحتمال المشروط كالتالي :

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

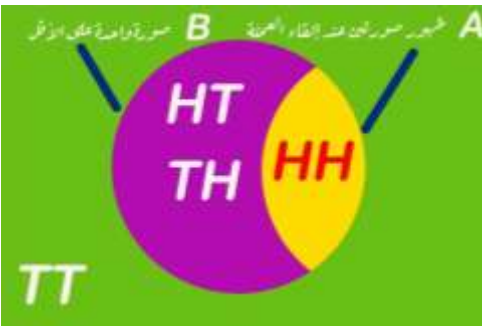
الكلمات الدالة على حدوث إحتمال مشروط :

بشرط - علماً بأن - على الأقل - تم إختيار - إذا كان - بالتحديد

إذا كان $P(B|A) = P(A)$ ، فالحدث مستقل

إذا كان $P(B|A) \neq P(A)$ ، فالحدث غير مستقل

مثال : تلقي سهيلة عملتين معدنيتين ، فما إحتمال حصولها على صورتين ، علماً بأنها قد حصلت على صورة واحد على الأقل من قبل ؟



$A =$ ظهور صورتين عن إلقاء العملتين النقديتين

$B =$ ظهور صورة واحدة على الأقل

فضاء العينة $= 4 = \{ HH, HT, TH, TT \}$

$$P(A) = \frac{1}{4} = \{ HH \}$$

$$P(B) = \frac{3}{4} = \{ HH, HT, TH \}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{4} = \{HH\}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

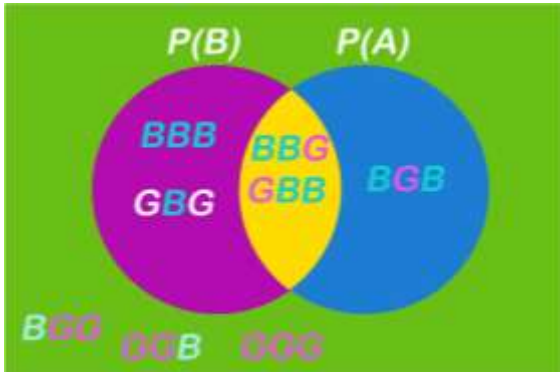
$$P(A|B) = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{3}$$

مثال: يجري بهاء إستقصاء عن الأسر التي لديها 3 أطفال ، فإذا تم إختيار أسرة عشوائياً ، فما احتمال أن يكون للأسرة ولدان بالتحديد إذا كان الطفل الثاني ولداً ؟

الحدثان غير مستقلان ، حيث يرتبط وجود الطفل الثاني ولداً بأن يكون هناك طفلان للأسرة

الفضاء العيني لأنواع الأطفال الثلاثة ، B = ولد و G = بنت

$$\{BBB, BBG, BGB, GBB, GGB, GBG, BGG, GGG\} = 8$$



A = احتمال أن يكون للأسرة ولدان

$$A \{BBG, BGB, GBB\}, P(A) = \frac{3}{8}$$

B = احتمال أن يكون الطفل الثاني ولداً

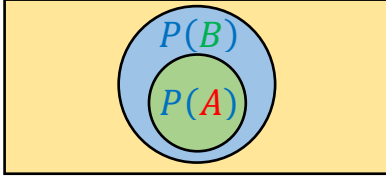
$$B \{BBB, BBG, GBB, GBG\}, P(B) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$A \cap B \{BBG, GBB\}$$

$$P(A \cap B) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A|B) = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{4} \times \frac{2}{1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$



في بعض الحالات ، يكون الحدث A عبارة عن مجموعة جزئية من الحدث B

و عند حدوث ذلك ، فإن احتمال وقوع كلا الحدثين $P(A)$ and $P(A \cap B)$ سيكون متساوي ، لذلك ، في هذه المواقف ، فإن

$$P(A|B) = \frac{P(A)}{P(B)}$$



مثال : يظهر على أوجه مجسم ذي الإثني عشر وجهاً الأعداد من 1 إلى 12 ، و إذا تم إلقاء حجر النرد مرة واحدة و تسجيل العدد الذي يظهر على الجزء العلوي ، فما احتمال أن يكون هذا العدد هو مضاعف العدد 4 ، إذا كان من المعلوم أنه عدد زوجي ؟

الحدثان غير مستقلان ، لأن ظهور مضاعفات الرقم 4 مرتبطاً بأن يكون الرقم زوجي

فضاء العينة = 12 رقماً

$A =$ مضاعفات العدد 4

$A \{ 4, 8, 12 \}$

$$P(A) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

$B =$ الأعداد الزوجية

$B \{ 2, 4, 6, 8, 10, 12 \}$

$$P(B) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A)}{P(B)}$$

$$P(A|B) = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{4} \times \frac{2}{1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$



مثال: عند رمي حجر نرد ، فما إحتمال أن يظهر على أحدهما الرقم 4 ، علماً بأن مجموع الرقمين يساوي 9

الحدثان غير مستقلان ، حيث أن ظهور الرقم 4 على أحد المكعبات يشترط بأن يكون الرقم الثاني هو 5 لكي يكون مجموعهما هو 9

$$\text{فضاء العينة} = 6 \times 6 = 36$$

$$A = \text{ظهور الرقم 4}$$

$$A = \{4 \text{ على المكعب الأول} , 4 \text{ على المكعب الثاني} \}$$

$$P(A) = \frac{\text{عدد نواتج الحدث}}{\text{عدد نواتج فضاء العينة}}$$

$$P(A) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$

$$B = \text{ظهور الأعداد التي مجموعها 9}$$

$$B = \{ (4 + 5) , (5 + 4) , (3 + 6) , (6 + 3) \}$$

$$P(B) = \frac{\text{عدد نواتج الحدث}}{\text{عدد نواتج فضاء العينة}}$$

$$P(B) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

$$A \cap B = \{4, 4\} = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A|B) = \frac{\frac{2}{36}}{\frac{4}{36}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

1 - تريد أسماء عقد إجتماع لطلاب الصف لتحديد المسار الذي سيختارونه في العام القادم ، و قد جهزت 30 مقعداً على شكل دائرة منتظمة في غرفة الصف ، ما احتمال أن تجلس أسماء بجانب الباب و في نفس الوقت بجانب علي ؟



الحدثان غير مستقلان ، حيث يكون جلوس أسماء بجانب علي مقترناً في نفس الوقت بجلوس أسماء بجانب الباب

فضاء العينة = 30 مقعد

$$P(\text{جلوس أسماء بجانب الباب}) = \frac{\text{عدد نواتج الحدث}}{\text{عدد نواتج فضاء العينة}}$$

$$P(\text{جلوس أسماء بجانب الباب}) = \frac{1}{30}$$

ثم إذا جلست أسماء في هذا المقعد، يبقى لعللي 29 مقعداً ممكناً، لكن مقعدين فقط بجوار أسماء

$$P(\text{جلوس علي بجانب أسماء | جلوس أسماء بجانب الباب}) = \frac{\text{عدد نواتج الحدث}}{\text{عدد نواتج فضاء العينة}}$$

$$P(\text{جلوس علي بجانب أسماء | جلوس أسماء بجانب الباب}) = \frac{2}{29}$$

$P(\text{جلوس علي بجانب أسماء} \cap \text{جلوس أسماء بجانب الباب})$

$$= P(\text{جلوس علي بجانب أسماء | جلوس أسماء بجانب الباب}) \times P(\text{جلوس أسماء بجانب الباب})$$

$$P(\text{جلوس علي بجانب أسماء} \cap \text{جلوس أسماء بجانب الباب}) = \frac{1}{30} \times \frac{2}{29} = \frac{2}{870} = \frac{1}{435}$$

تمرين 1 - يلعب 10 أصدقاء الكرة الخادعة كل يوم سبت في متنزه محلي. لاختيار الفرق، يقومون بسحب بطاقات عشوائيا مرقمة بأعداد صحيحة متتابة من 1 إلى 10، ينضم اللاعبون الذين يسحبون الأعداد الفردية إلى الفريق A والذين يسحبون الأعداد الزوجية إلى الفريق B. ما احتمال أن يسحب لاعب في الفريق B العدد 10؟

لون الشارة	الكمية
أزرق	20
أبيض	15
أحمر	25
أسود	10

تمرين 2 - الحملات يوضح الجدول عدد ولون شارات حملة اتحاد الطلبة التي يتعين على جاسم توزيعها. إذا كان توزيع الشارات يتم عشوائيا فما احتمال أن تكون الشارتان الأولى والثانية اللتان يتم توزيعهما حمراوين؟