

أوراق عمل مراجعة الوحدة العاشرة الإحصاء والاحتمالات بدون حل



تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

موقع المناهج ← المناهج الإماراتية ← الصف الثاني عشر العام ← رياضيات ← الفصل الثالث ← ملفات متنوعة ← الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2025-04-15 17:00:53

ملفات اكتب للمعلم اكتب للطالب | اختبارات الكترونية | اختبارات | حلول | عروض بوربوينت | أوراق عمل منهج انجليزي | ملخصات وتقارير | مذكرات وبنوك | الامتحان النهائي | للمدرس

المزيد من مادة رياضيات:

إعداد: مصطفى أسامة علام

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر العام



صفحة المناهج
الإماراتية على
فيسبوك

الرياضيات

اللغة الانجليزية

اللغة العربية

التربية الاسلامية

المواد على تلغرام

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر العام والمادة رياضيات في الفصل الثالث

الخطة الفصلية لتوزيع المقرر منهج بريدج	1
ملزمة الوحدة العاشرة الإحصاء والاحتمالات بدون الحل	2
حل أسئلة الامتحان النهائي القسم الاللكتروني	3
حل مراجعة أسئلة صفحات الكتاب وفق الهيكل الوزاري منهج بريدج	4
مراجعة أسئلة صفحات الكتاب وفق الهيكل الوزاري منهج بريدج	5



رضغط هنا للحصول على حلول المزمرة

البوابة

10

الإحصاء والاحتمالات





رَضِطْ هُنَا لِّلصُّوْلِ

10-1 إعداد دراسة

ورقة عمل الثاني عشر العام

2- إعداد دراسات

1 - تصنيف أنواع الدراسة.

في هذا الدرس سوف نتعلم:

في الدراسة الإحصائية، يجري تجميع البيانات واستخدامها للإجابة عن أسئلة حول سمة أو **معلمة** في التعداد المستهدف. ونظرًا لمحدودية المال والوقت، فربما يكون تجميع البيانات من كل فرد في المجتمع الإحصائي المستهدف أمرًا غير عملي أو مستحيلًا. لذلك، وفي العديد من الدراسات، يجري أخذ عينة من المجتمع الإحصائي المستهدف ثم احتساب مقياس يسمى **الإحصاء** باستخدام البيانات. وتُستخدم المعلومات الإحصائية عن العينة، مثل متوسط العينة أو انحراف العينة المعياري، لاحقًا لإعداد استدلال حول معلمة المجتمع الإحصائي المستهدف.

فيما يلي الخطوات المتبعة في الدراسة الإحصائية المعيارية.



للحصول على معلومات مفيدة واستخلاص استنتاجات دقيقة حول المجتمع الإحصائي المستهدف، من المهم اختيار عينة غير متحيزة. **التحيز** هو خطأ يؤدي إلى سوء تمثيل أفراد المجتمع الإحصائي المستهدف. فمن الممكن أن يؤدي سوء اختيار العينة إلى نتائج متحيزة. لتقليل احتمال اختيار عينة متحيزة، يُمكن أخذ **عينة عشوائية** بحيث يجري اختيار أفراد المجتمع الإحصائي فيها على أساس الصدفة البحتة.

في **التجربة** يتم تقسيم العينة إلى مجموعتين:

- المجموعة التجريبية التي تخضع للتغيير.
- المجموعة الضابطة التي لا تخضع للتغيير.

تتم مقارنة التأثير الحاصل على مجموعة التجربة لاحقًا بالمجموعة الضابطة.

في **الاستطلاع** يجري تجميع البيانات من الإجابات التي يعطيها أفراد المجتمع الإحصائي بخصوص سماتهم أو سلوكياتهم أو آرائهم.في **الدراسة المسحية** يتم قياس استجابة أفراد إحدى العينات أو ملاحظة ردود أفعالهم دون أي محاولة للتأثير على النتائج.

أنواع الدراسة

تصنيف أنواع الدراسة

حدد ما إذا كان كل موقف يصف استطلاعًا أم تجربة أم دراسة مسحية، ثم حدد العينة، واقتراح مجتمعًا إحصائيًا يمكن اختيارها منه.

هل توافق على قواعد
الفداء الجديدة؟

- أوافق ☐
- لا أوافق ☐
- لا أهتم ☐

المدرسة تم اختيار مجموعة من طلاب مدرسة ثانوية عشوائيًا وطلب منهم إكمال النموذج الموضح.

تصميم تريد إحدى شركات الإعلان اختبار تصميم شعار جديد. تختار 20 مشاركًا وترصد نقاشهم بشأن الشعار.



اختيار نوع الدراسة

ضغط هنا للحصول على حلول المزمة

الفرضيات حدد ما إذا كان كل موقف يستدعي إجراء استطلاع أم تجربة أم دراسة مسحية. اشرح استنتاجك.

محو الأمية تريد إحدى مجموعات محو الأمية تحديد ما إذا كان طلاب المدرسة الثانوية الذين شاركوا في برنامج القراءة الوطني الأخير قد حصلوا على درجات أعلى في الاختبار المعياري أم لا مقارنة بطلاب المدرسة الثانوية الذين لم يشاركوا في البرنامج.

البيع بالتجزئة يخطط قسم البحث لدى شركة بيع بالتجزئة لإجراء دراسة لتحديد ما إذا كانت الصبغة المستخدمة على قميص جديد ستبهت بعد 50 غسلة أم لا.

تحديد التحيز في أسئلة الاستطلاع

حدد ما إذا كان كل سؤال بالاستطلاع متحيزاً أو غير متحيز. وإن كان متحيزاً، فاشرح استنتاجك.

ما برنامج مرشح اتحاد الطلاب الذي تؤيده؟

منذ متى وأنت تعيش في عنوان سكنك الحالي؟

ألا توافق بأنه ينبغي مرافقة الكبار للطلاب الصغار عند ذهابهم إلى المدرسة؟

هل تفضل مشاهدة أفلام الحركة المشوقة أم الأفلام الوثائقية المملة؟



من الحياة اليومية إعداد استطلاع

ضغط هنا للحصول على حلول المراجعة

السيارات الهجينة يريد أحد مصانع السيارات تحديد مقدار الطلب على السيارات الهجينة في الإمارات العربية المتحدة. اذكر الهدف من الاستطلاع، واقتراح المجتمع الإحصائي، ثم اكتب سؤالين غير متحيزين للاستطلاع.

تحديد الأخطاء في التجارب

حدد أية أخطاء في إعداد التجربة، ثم صف كيف يمكن تصحيحها.

التجربة: تريد إحدى شركات الأبحاث تحديد ما إذا كان أحد الفيتامينات الجديدة يعزز من مستويات الطاقة، لذا قررت اختبار هذا الفيتامين على طلاب الجامعة. تم أخذ عينة عشوائية، بحيث تتألف المجموعة التجريبية من الطلاب الذين تم إعطاؤهم الفيتامين، بينما تتألف المجموعة الضابطة من المدرسين الذين تم إعطاؤهم دواء وهميًا.

النتائج: عند إجراء اختبار بدني للأداء، حصلت المجموعة التجريبية على درجات أعلى من المجموعة الضابطة، وخلصت الشركة إلى أن الفيتامين فعال.

من الحياة اليومية إعداد تجربة

رياضة تريد إحدى شركات الأبحاث إجراء تجربة لاختبار ما يروج له مخفوق البروتين الموضح. اذكر الهدف من التجربة، واقتراح المجتمع الإحصائي، وحدد المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة، ثم صف إجراء العينة.



يساعد الرياضيين على استعادة النشاط بعد أداء التمارين المكثفة!





1 - استخدام أشكال التوزيعات لتحديد الإحصاءات الملائمة. 2- استخدام أشكال التوزيعات لمقارنة البيانات.

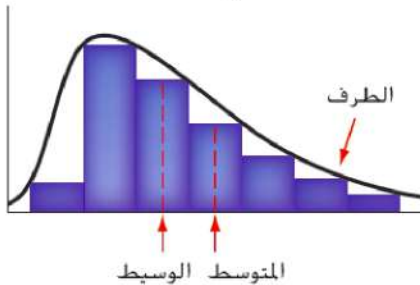
في هذا الدرس سوف نتعلم:

يوضح **توزيع** البيانات التكرار الملحوظ أو النظري لكل قيمة بيانات ممكنة. تعلمت سابقاً استخدام المتوسط أو الوسيط لوصف تركز التوزيع، واستخدام الانحراف المعياري أو قيمة الربيعات لوصف انتشاره. يمكن أن يساعدك تحليل شكل التوزيع على تحديد مقياس التركز أو الانتشار الذي يصف مجموعة بيانات بصورة أفضل.

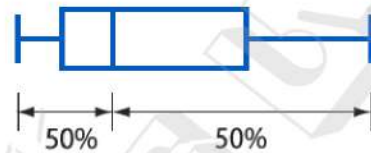
يمكن ملاحظة شكل توزيع مجموعة من البيانات برسم منحنى على المدرج التكراري لهذه البيانات.

المفهوم الأساسي التوزيعات المتماثلة والملتوية

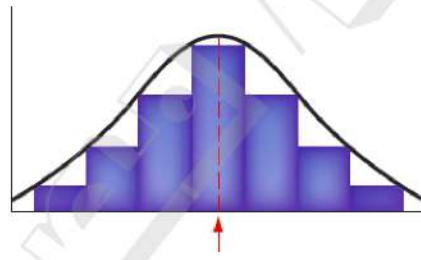
توزيع ملتوٍ نحو اليمين



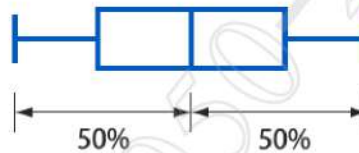
- المتوسط أكبر من الوسيط.
- تقع أغلب البيانات إلى يسار المتوسط.



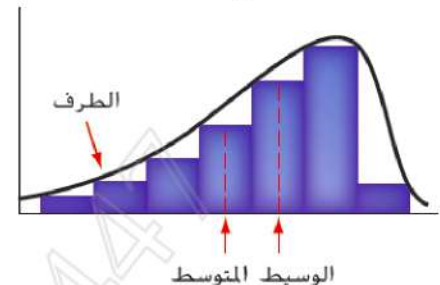
توزيع متماثل



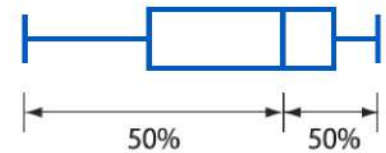
- المتوسط والوسيط متساويان تقريباً.
- البيانات موزعة بالتساوي على كلا جانبي المتوسط.



توزيع ملتوٍ نحو اليسار



- المتوسط أقل من الوسيط.
- تقع أغلب البيانات إلى يمين المتوسط.



• إذا كان التوزيع متماثلاً نسبياً، فيمكن استخدام المتوسط الحسابي والانحراف المعياري لوصف التركز وانتشار البيانات.

• إذا كان التوزيع ملتوياً أوله قيم متطرفة، فاستخدم ملخص الأعداد الخمسة لوصف التركز وانتشار البيانات.



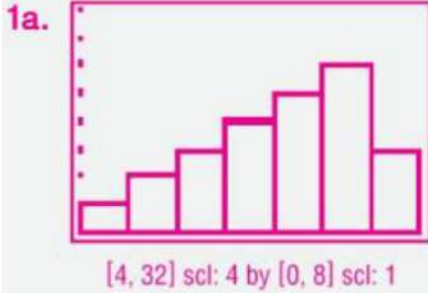


من الحياة اليومية وصف التوزيع باستخدام مدرج تكراري

تدريب رياضي يوضح الجدول التالي مقدار الزمن الذي أمضاه بدر في الجري على جهاز الجري الكهربائي لمدة أول 24 يومًا من تدريبه الرياضي.

الزمن (بالدقائق)											
23	10	18	24	13	27	19	7	25	30	15	22
10	28	23	16	29	26	26	22	12	23	16	27

- a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مدرج تكراري. ثم صف شكل التوزيع.
- b. صف مركز البيانات وانتشارها مستخدمًا إما المتوسط والانحراف المعياري أو ملخص الأعداد الخمسة. علل اختيارك.





وصف التوزيع باستخدام مخطط الصندوق ذو العارضين

للوصول على حلول المزمة

مطاعم يوضح الجدول أدناه إجمالي عدد المرات التي تناول فيها 20 فردًا عشوائيًا الطعام داخل المطعم أو قاموا بشراء وجبات سريعة في أحد الشهور.

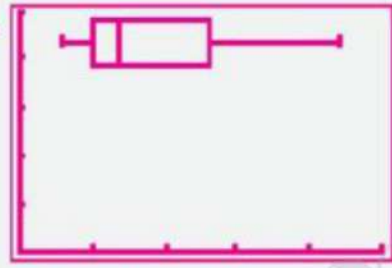
المطاعم أو المأكولات السريعة									
4	7	5	13	3	22	13	6	5	10
7	18	4	16	8	5	15	3	12	6

a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مخطط صندوق ذو العارضين، ثم صف شكل التوزيع.

b. صف مركز البيانات وانتشارها مستخدمًا إما المتوسط والانحراف المعياري أو ملخص الأعداد الخمسة. علل اختيارك.



2a.



[0, 25] scl: 5 by [0, 5] scl: 1



مقارنة البيانات باستخدام مخططات مدرج تكراري

رضغط هنا للحصول على حلول المزمرة

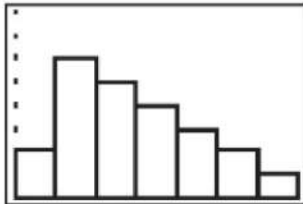
أدوات يوضح الجدولان التاليان إجمالي مبيعات حملة جمع التبرعات للطلاب في صفين دراسيين في مدرسة الخليل الثانوية.

صف الأتسة رنا (AED)					
29	38	21	28	24	33
14	19	28	15	30	6
31	23	33	12	38	28
18	34	26	34	24	37

صف الأتسة منى (AED)					
6	14	17	12	38	15
11	12	23	6	14	28
16	13	27	34	25	32
21	24	21	17	16	

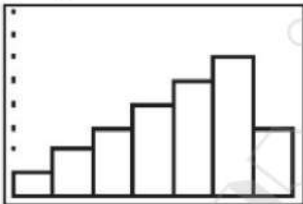
- a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مدرج تكراري لكل مجموعة من البيانات. ثم صف شكل كل توزيع.
- b. قارن التوزيعات مستخدمًا إما المتوسطات والانحرافات المعيارية أو ملخصات الأعداد الخمسة. علل اختيارك.

3a. صف الأستاذة باسمين



[5, 40] scl: 5 by [0, 8] scl: 1

صف الأستاذ ناصر



[5, 40] scl: 5 by [0, 8] scl: 1





مقارنة البيانات باستخدام مخططات الصندوق ذو العارضين

إعادة التدوير يوضح الجدولان التاليان إجمالي عدد الورق الذي تتم إعادة تدويره أسبوعيًا للصفوف الدراسية في السنتين الأولى والأخيرة.

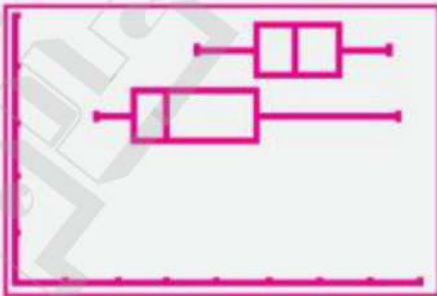
طلاب السنة الأخيرة (Kg)					
25	31	35	20	37	27
22	32	24	28	18	32
25	32	22	29	26	35

طلاب السنة الأولى (Kg)					
14	24	8	26	19	38
12	15	12	18	9	24
12	21	9	15	13	28

- a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مخطط صندوق ذو العارضين لكل مجموعة بيانات، ثم صف شكل كل توزيع.
- b. قارن التوزيعات مستخدمًا إما المتوسطات والانحرافات المعيارية أو ملخصات الأعداد الخمسة. علل اختيارك.



4a.



[0, 40] scl: 5 by [0, 5] scl: 1

طلاب السنة قبل الأخيرة، ملئوا
إيجابيًا؛ طلاب السنة الأخيرة،
متماثل



2- تحليل التوزيعات التكرارية وتلخيص الإحصاءات ذات الصلة.

1 - إنشاء توزيع احتمالي.

في هذا الدرس سوف نتعلم:

قيمة المتغير العشوائي هي الناتج العددي لحدث عشوائي. المتغير العشوائي يمكن أن يكون منفصلاً أو متصلاً.

تمثل المتغيرات العشوائية المنفصلة القيم القابلة للعد. يمكن أن تأخذ المتغيرات العشوائية المتصلة أية قيمة.

تحديد المتغيرات العشوائية وتصنيفها

حدد المتغير العشوائي لكل توزيع، وصنّفه على أنه منفصل أو متصل. اشرح استنتاجك.

عدد الأناشيد الموجودة ضمن مجموعة عشوائية من مُشغلات mp3

أوزان كرات البولنج التي أرسلتها الشركة الصانعة

بعد المسافات الدقيقة لعينة من رميات القرص

أعمار المرشدين بمخيم صيفي

عدد الصفحات المرتبطة بصفحة ويب

مقدار هطول الأمطار في إحدى المدن شهرياً



ضغط هنا للحصول على حلول المزمة

التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي معين هو دالة تحدد الفضاء العيني لاحتمالات النتائج المتعلقة به.

يعتمد التوزيع الاحتمالي النظري على ما يُتوقع حدوثه.

تمثل X مجموع قيم دورتين للقرص.

A. أنشئ جدول تكرار نسبي.

B. مَثِّل بيانيًا التوزيع الاحتمالي النظري.



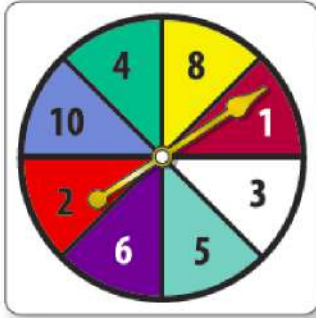
المجموع																			
التكرار																			
التكرار النسبي																			

Blank lined area for drawing or writing.



التوزيع الاحتمالي التجريبي هو توزيع للاحتمالات المقدرة استناداً إلى تجارب. ويمكن استخدام المحاكاة لإنشاء توزيع احتمالي تجريبي عند ضغط هنا الحصول على حلول الدراسة

إنشاء هذا النوع من التوزيعات، استخدم عدد مرات حدوث كل قيمة تمت ملاحظتها لحساب احتماليتهما.



تمثل X مجموع قيم دورتين للقرص.

A. أنشئ جدول تكرار نسبي لعدد 100 محاولة.

B. مثل التوزيع الاحتمالي التجريبي بيانياً.

[illegible]

مع ازدياد حجم العينة، فإن الاحتمالات التجريبية ستتشابه بدرجة أكبر مع الاحتمالات النظرية المرتبطة بها. ذلك بسبب قانون الأعداد الكبيرة، الذي ينص على أن التباين لمجموعة من البيانات ينخفض كلما ازداد حجم العينة.



تستخدم التوزيعات الاحتمالية غالبًا لتحليل البيانات المالية. ولعل الإحصاءين الأكثر استخدامًا لتحليل الاحتمالات المنفصلة هما **المتوسط** (قيمة التوقع) والانحراف المعياري. **قيمة التوقع** $E(X)$ لمتغير عشوائي منفصل من توزيع احتمالي هي المتوسط الحسابي المرجح للمتغير.

قيمة التوقع = مجموع ناتج ضرب كل قيمة محتملة X والاحتمال المرتبط بها $P(X)$.

$$E(X) = \sum [X \cdot P(x)]$$

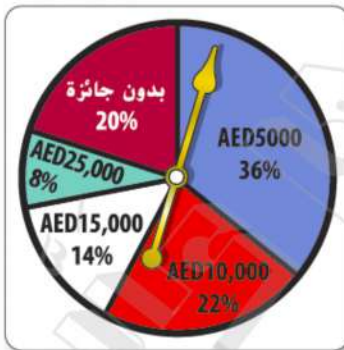
قيمة التوقع

جوائز ربح حارب تذكرة للحصول على جائزة. يوضح الجدول التالي قيم التذاكر والتكرارات النسبية المرتبطة بها. جد قيمة التوقع لما سيكسبه.

القيمة (AED)	1	10	100	1000	5000	25,000
التكرار	5000	100	25	5	1	1



مسابقة ربح أحد المتسابقين فرصة واحدة لتدوير القرص الموضح على اليسار. جد قيمة التوقع لما سيكسبه.



بعض الأحيان، لا توفر قيمة التوقع معلومات كافية لتحليل التوزيع الاحتمالي بالكامل. على سبيل المثال، لنفترض أن قرصين لهما نفس قيمة التوقع تقريبًا. أي القرصين ستختار؟ أيهما أكثر مخاطرة؟ يمكن أن يوفر **الانحراف المعياري** رؤية متعمقة لقيمة توقع التوزيع الاحتمالي.



ضغط هنا للحصول على حلول المزمرة

$$\sigma^2 = \sum [X - E(X)]^2 \cdot P(x) \quad \text{التباين:}$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \quad \text{الانحراف المعياري:}$$

اتخاذ القرارات يفكر حسام في استثمار AED 10,000 في صندوق استثمار مختلفين. فيما يلي المعدل المتوقع للعائدات والاحتمال المطابق لكل صندوق.



الصندوق A:

احتمال بنسبة 50% لربح قدره AED 800
 احتمال بنسبة 20% لربح قدره AED 1200
 احتمال بنسبة 20% لربح قدره AED 600
 احتمال بنسبة 10% لخسارة قدره AED 100

الصندوق B:

احتمال بنسبة 30% لربح قدره AED 2400
 احتمال بنسبة 10% لربح قدره AED 1900
 احتمال بنسبة 40% لخسارة قدره AED 200
 احتمال بنسبة 20% لخسارة قدره AED 400

a. جد قيمة التوقع لكل استثمار.

b. جد كل انحراف معياري.

الربح، X	P(X)	$[X - E(X)]^2$	$[X - E(X)]^2 \cdot P(X)$

الصندوق A:

الربح، X	P(X)	$[X - E(X)]^2$	$[X - E(X)]^2 \cdot P(X)$

الصندوق B:

c. ما الاستثمار الذي تنصح حسام باختياره، ولماذا؟



للزمة

11. أيام تساقط الثلج يوضح التوزيع الاحتمالي التالي عدد أيام تساقط الثلج خلال العام الدراسي في مدرسة النهضة الثانوية. استخدم هذه المعلومات لتحديد العدد المتوقع لأيام الثلج في العام.



عدد أيام تساقط الثلج في العام									
الأيام	0	1	2	3	4	5	6	7	8
الاحتمال	0.1	0.1	0.15	0.15	0.25	0.1	0.08	0.05	0.02

12. بطاقات فهرسة مجموعة من بطاقات الفهرسة تتكون من 52 بطاقة، مقسمة بالتساوي بين أربعة ألوان مختلفة هي الأحمر والأصفر والأخضر والأزرق، وكل لون مرقم من 1 إلى 13.

- a. ما قيمة التوقع لبطاقة تم سحبها عشوائيًا من المجموعة؟
b. إذا وزعت 7 مع الاستبدال، فما العدد المتوقع للبطاقات الحمراء؟

13. مسابقة يوضح الجدول التوزيع الاحتمالي لمسابقة إذا بيعت 100 بطاقة مقابل 5 AED للبطاقة الواحدة. توجد جائزة واحدة قيمتها 100 AED، و 5 جوائز قيمة كل منها 50 AED، و 10 جوائز قيمة كل منها 25 AED.

fx-991ex

لتشغيل عمود التردد (الاحتمالات)

SHIFT MENU 3 1

لنصبت الآلة الحاسبة على وضع الإحصاء

MENU 6 1

يظهر عمودين على الشاشة كما موضح ، العمود الأول لقيم x ،
العمود الثاني (Freq) يكتب فيه الاحتمالات

نقوم بإدخال قيم x عن طريق كتابة القيم ثم الضغط على Enter ثم نضغط بالترتيب
على الأزرار التالية

⏮ ⏭

بعد الانتهاء من إدخال قيم $P(x)$ اضغط على الأزرار التالية

AC OPTN 2

يكون قيمة التوقع هي \bar{x} والانحراف المعياري هو σ_x

توزيع الجوائز			
الجائزة	AED 25	AED 50	AED 100
الاحتمال	0.10	0.05	0.01
بدون جائزة	0.84		

- a. مثل التوزيع الاحتمالي النظري بيانيًا.
b. جـد قيمة التوقع.
c. فسر النتائج التي وجدتها في الجزء b. ما الذي يمكنك استنتاجه حول السحب؟



14. أدوات بناءً على البيانات السابقة، يوضح الشكل على الجانب الأيسر التوزيع الاحتمالي لعدد الطلاب المرشحين لرئاسة الصف الدراسي.

- a. حدد العدد المتوقع للطلاب الذين سيترشحون. فسر نتائجك.
b. أنشئ جدول تكرار نسبي لعدد 50 محاولة.
c. مثل التوزيع الاحتمالي التجريبي بيانيًا.

15. كرة السلة يوضح التوزيع أدناه احتمال عدد مرات التغيرات المضاجعة في النتائج خلال الجولة الأولى من بطولة كرة السلة لكل عام.

عدد التغيرات في العام									
التغيرات	0	1	2	3	4	5	6	7	8
الاحتمال	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{3}{32}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{32}$	$\frac{1}{32}$

- a. حدد العدد المتوقع للتغيرات. فسر نتائجك.
b. جـد الانحراف المعياري.
c. أنشئ جدول تكرار نسبي لعدد 50 محاولة.
d. مثل التوزيع الاحتمالي التجريبي بيانيًا.



2- إيجاد الاحتمالات باستخدام التوزيعات ذات الحدين.

1 - تمييز تجربة ذات حدين وتقوم بإجرائها.

في هذا الدرس سوف نتعلم:

التجربة ذات الحدين تجربة احتمالات تستوفي الشروط التالية:

• يوجد عدد ثابت من المحاولات المستقلة n .

• كل محاولة ليس لها سوى نتيجتان محتملتان، إما النجاح أو الفشل.

• احتمال النجاح p هو نفسه لكل محاولة. احتمال الفشل q تساوي $1 - p$.• المتغير العشوائي X هو عدد مرات النجاح في n محاولة.

تحديد تجربة ذات حدين

حدد ما إذا كانت كل تجربة تجربة ذات حدين أو يمكن تبسيطها إلى تجربة ذات حدين. وإذا كان الأمر كذلك، فاشرح محاولة، تحدد فيها المتغير العشوائي، مع ذكر n و p و q .



تم لف القرص الدوار الموجود إلى اليسار 20 مرة لمعرفة كم مرة سيقف على اللون الأحمر.

سُئل مئة طالب عشوائيًا عن طعامهم المفضل.

سُئل خمسة وسبعون طالبًا عشوائيًا عما إذا كانت لديهم سيارة.

اكتشفت دراسة أن 58 % من الأشخاص لديهم حيوانات أليفة. ستسأل 100 شخص عن عدد الحيوانات الأليفة لديهم.

ترمي مكعب أعداد 15 مرة وتوجد مجموع جميع الرميات.



رضغط هنا للحصول على حلول المزمة



اتبع الإرشادات التالية عند إجراء تجربة ذات حدين.

الخطوة 1 صف محاولة لموقف ما وحدد عدد المحاولات المفترض إجراؤها.

الخطوة 2 حدد ماهية المحاولة الناجحة واحسب الاحتمالات النظرية للنجاح والفسل.

الخطوة 3 صف المتغير العشوائي X .

الخطوة 4 صمم نموذج محاكاة وجربه لتحديد الاحتمالات التجريبية.

أجر تجربة ذات حدين لتحديد احتمال سحب بطاقة فهرسة ذات عدد فردي من مجموعة بطاقات فهرسة تتألف من 52 بطاقة مقسمة بالتساوي بين أربعة ألوان مختلفة، وكل لون مرقم من 1 إلى 13. ثم قارن بين الاحتمالات التجريبية والنظرية للتجربة.



التوزيع ذو الحدين توزيع تكراري يبين احتمال كل قيمة من قيم المتغير العشوائي X ، حيث X يمثل عدد المحاولات الناجحة من أصل n محاولة. وعندما يكون X متغير عشوائي منفصل، فالتوزيع ذو الحدين يكون توزيعاً احتماليً منفصل.

احتمال تحقق X محاولة نجاح من أصل n محاولة مستقلة تساوي $P(X) = {}_nC_X p^X q^{n-X}$ حيث تمثل p احتمال نجاح محاولة واحدة وتمثل q احتمال فشل المحاولة ذاتها ($q = 1 - p$).

يبيع خميس أصنافاً معروضة في فهرس مصور ليجمع أموالاً للمدرسة. لديه فرصة نسبتها 40% لإتمام صفقة بيع في كل مرة يحاول فيها إقناع عميل محتمل بالشراء. يعرض خميس على 10 أشخاص أن يشتروا أحد المنتجات. جـد احتمال أن يشتري منه 6 أشخاص.

- A 8.6% B 11.1% C 24% D 40%



التسويق عبر الهاتف تعمل خولة في وظيفة التسويق عبر الهاتف، حيث يمكنها تحقيق البيع في 15% من المكالمات التي تجريها مع العملاء المحتملين. وهي تجري 20 مكالمة في ساعة محددة. ما احتمال أن تنجح 5 مكالمات في إتمام البيع؟

- F 6.7% G 8.3% H 10.3% J 11.9%



المفهوم الأساسي المتوسط الحسابي للتوزيع ذي الحدين

المتوسط μ في التوزيع ذي الحدين يُعطى بالعلاقة $\mu = np$ ، حيث تمثل n عدد المحاولات وتمثل p احتمال النجاح.

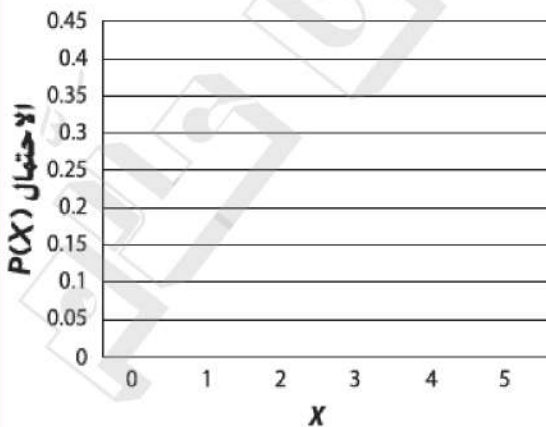
حل الاختبار نسيت حورية أن تذاكر دروسها من أجل اختبار التربية المدنية. يتكون الاختبار من خمسة أسئلة اختيار من متعدد، وفي كل سؤال توجد أربعة خيارات للإجابة. اختارت حورية إجابة عشوائية لكل سؤال. لنيل علامة النجاح، يجب عليها الإجابة عن أربعة أسئلة على الأقل بشكل صحيح.



a. حدد الاحتمالات المرتبطة بعدد الأسئلة التي أجابها حورية بشكل صحيح عن طريق حساب التوزيع الاحتمالي.

الأسئلة الجواب عنها إجابة صحيحة

b. ما احتمال أن تنجح حورية في الاختبار؟



c. كم سؤالاً ينبغي أن تتوقع حورية الإجابة عنه إجابة صحيحة؟



13. **بطاقات الفهرسة** أجر تجربة ذات حدين لتحديد احتمال سحب بطاقة فهرسة تحمل العدد 11 أو 12 أو 13 من مجموعة البطاقات في التمرين 2. ثم قارن بين الاحتمالات التجريبية والنظرية للتجربة.

مثال 2 إعداد تجربة ذات حدين

أجر تجربة ذات حدين لتحديد احتمال سحب بطاقة فهرسة ذات عدد فردي من مجموعة بطاقات فهرسة تتألف من 52 بطاقة مقسمة بالتساوي بين أربعة ألوان مختلفة، وكل لون مرقم من 1 إلى 13. ثم قارن بين الاحتمالات التجريبية والنظرية للتجربة.

المفهوم الأساسي إجراء تجربة ذات حدين

الخطوة 1 صف محاولة لموقف ما وحدد عدد المحاولات المفترض إجراؤها.

الخطوة 2 حدد ماهية المحاولة الناجحة واحسب الاحتمالات النظرية للنجاح والفشل.

الخطوة 3 صف المتغير العشوائي X .

الخطوة 4 صمم نموذج محاكاة وجربه لتحديد الاحتمالات التجريبية.



14. **مشغلات الوسائط الشخصية** استناداً إلى استطلاع أجري مؤخراً، فإن 85% من طلاب المدارس الثانوية يمتلكون مشغلاً شخصياً لتشغيل الوسائط. ما احتمال أن يمتلك 6 طلاب من كل 10 طلاب عشوائياً في المدرسة الثانوية مشغلاً شخصياً لتشغيل الوسائط؟ **0.04 أو 4%**

15. **سيارات** في استطلاع أجري مؤخراً، اتضح أن 92% من طلاب السنة النهائية في المدارس الثانوية يمتلكون سياراتهم الخاصة. فما احتمال أن يمتلك 10 طلاب من كل 12 طالباً عشوائياً في المدرسة الثانوية سياراتهم الخاصة؟ **0.183 أو 18.3%**

16. **حفل التخرج** في استطلاع أجري مؤخراً، يعتقد 25% من طلاب السنة الأخيرة في المدرسة الثانوية أن حفل التخرج هو أهم حدث في العام الدراسي. فما احتمال أن يوافق 3 طلاب من كل 15 طالباً عشوائياً في المدرسة الثانوية على تلك الفكرة؟ **0.225 أو 22.5%**

17. **كرة القدم** ربح أحد فرق كرة القدم 75.7% من مبارياته. جدد احتمال أن يربح 7 مباريات من عدد المباريات القادمة البالغ 12. **0.096 أو 9.6%**

18. **زراعة الحدائق** يزرع زياد 24 زهرة من زهور السوسن في فناءه الأمامي. وكانت الزهور التي اشتراها عبارة عن خليط من لونين هما الأحمر والأزرق. لم تزهر الورد بعد، ولكن زياد يعرف أن احتمال الحصول على زهور زرقاء تساوي 75%. فما احتمال أن تكون 20 زهرة لونها أزرق؟ **0.132 أو 13.2%**

المنطقة (m)	الدقة (%)
0-35	75
35-45	62
45+	20

19. **كرة الرجبي** يحقق لاعب يختص بضربات الجزاء هدفاً في 75% من ضرباته داخل منطقة الـ 35 m. ما احتمال أن يحقق بالضبط 7 من ضرباته القادمة داخل منطقة الـ 35 m؟ **0.25 أو 25%**

19. **RUGBY** A penalty goal kicker is accurate 75% of the time from within 35 m. What is the probability that he makes exactly 7 of his next 10 kicks from within 35 m?



20. الأطفال يخطط السيد سالم وزوجته لإنجاب 3 أطفال. واحتمال أن يكون كل طفل ولدًا تساوي 50%. ما احتمال أن ينجبوا ولدين؟ **0.375 أو 37.5%**

21. **الاستنتاج المنطقي** بناء على استطلاع أجري مؤخرًا، يمتلك 52% من طلاب المدارس الثانوية جهاز كمبيوتر محمولًا. تم اختيار عشرة طلاب عشوائيًا.

a. حدد الاحتمالات المرتبطة بعدد الطلاب الذين يمتلكون جهاز كمبيوتر محمولًا عن طريق حساب التوزيع الاحتمالي. **انظر الهامش.**

b. ما احتمال أن يمتلك 8 طلاب على الأقل من كل 10 طلاب جهاز كمبيوتر محمولًا؟ **نحو 7%**

c. كم طالبًا تتوقع أن يمتلك جهاز كمبيوتر محمولًا؟ **5**

22. **ألعاب القوى** أجري استطلاع لمعرفة النسبة المئوية للطلاب الذين يشاركون في الألعاب الرياضية في مدرستهم. تم اختيار ستة طلاب عشوائيًا.

a. حدد الاحتمالات المرتبطة بعدد الطلاب الذين يلعبون رياضة واحدة على الأقل عن طريق حساب التوزيع الاحتمالي. **انظر الهامش.**

b. ما احتمال ألا يشارك أكثر من طالبين في أحد الألعاب الرياضية؟ **0.01696 أو 1.696%**

c. كم طالبًا ينبغي أن تتوقع مشاركتهم في رياضة واحدة على الأقل؟ **5**

الرياضيون من الطلاب	
رياضة 0	20%
رياضة واحدة	55%
رياضتين	20%
أكثر من 3 ألعاب رياضية	5%

المفهوم الأساسي المتوسط الحسابي للتوزيع ذي الحدين

المتوسط μ في التوزيع ذي الحدين يُعطى بالعلاقة $\mu = np$.
النجاح. حيث تمثل n عدد المحاولات وتمثل p احتمال



22a. 0 يمارس رياضة واحدة على الأقل.
0.00006 أو 0.006%؛ 1 يمارس رياضة واحدة على الأقل، 0.00154 أو 0.154%؛
2 يمارسان رياضة واحدة على الأقل، 0.01536 أو 1.536%؛ 3 يمارسون رياضة واحدة على الأقل، 0.08192 أو 8.192%؛
4 يمارسون رياضة واحدة على الأقل، 0.24576 أو 24.576%؛ 5 يمارسون رياضة واحدة على الأقل، 0.39322 أو 39.322%؛
6 يمارسون رياضة واحدة على الأقل، 0.26214 أو 26.214%

21a. 0 لديه جهاز كمبيوتر محمول، 0.0006 أو 0.06%؛ 1 لديه جهاز كمبيوتر محمول، 0.007 أو 0.7%؛
2 لديهما جهاز كمبيوتر محمول، 0.0343 أو 3.43%؛ 3 لديهما جهاز كمبيوتر محمول، 0.0991 أو 9.91%؛
4 لديهما جهاز كمبيوتر محمول، 0.1878 أو 18.78%؛ 5 لديهما جهاز كمبيوتر محمول، 0.2441 أو 24.41%؛
6 لديهما جهاز كمبيوتر محمول، 0.2204 أو 22.04%؛ 7 لديهما جهاز كمبيوتر محمول، 0.1364 أو 13.64%؛
8 لديهما جهاز كمبيوتر محمول، 0.0554 أو 5.54%؛ 9 لديهما جهاز كمبيوتر محمول، 0.0133 أو 1.33%؛
10 لديهما جهاز كمبيوتر محمول، 0.0014 أو 0.14%



رضغط هنا للحصول على حلول المزمة

23. **تمثيل النماذج** أظهر تصويت على الإنترنت أن 57% من البالغين لا تزال لديهم أسطوانات الفينيل. أجرى سعيد استطلاعًا مع 8 بالغين عشوائيًا من المجتمع الإحصائي.

a. حدد الاحتمالات المرتبطة بعدد البالغين الذين لا يزالون يمتلكون أسطوانات الفينيل عن طريق حساب التوزيع الاحتمالي. **انظر الهامش.**

b. ما احتمال أن ما لا يقل عن 6 أشخاص من المشاركين في الاستطلاع لا تزال لديهم أسطوانات الفينيل؟

0.256 أو 25.6%

c. كم شخصًا ينبغي أن يتوقع سعيد بأنهم لا يزالون يمتلكون أسطوانات الفينيل؟ 5

تصل نسبة نجاح التوزيع ذي حدين إلى 60%. وهناك 18 محاولة.

24. ما احتمال نجاح 12 محاولة على الأقل؟ 0.374 أو 37.4%

25. ما احتمال فشل 12 محاولة؟ 0.015 أو 1.5%

26. ما العدد المتوقع للمحاولات الناجحة؟ 11

23a. 0 لديه أسطوانات الفينيل، 0.001 أو

0.1%؛ 1 لديه أسطوانات الفينيل،

0.012 أو 1.2%؛ 2 لديها أسطوانات

الفينيل، 0.058 أو 5.8%؛ 3 لديهم

أسطوانات الفينيل، 0.152 أو 15.2%؛

4 لديهم أسطوانات الفينيل، 0.253

أو 25.3%؛ 5 لديهم أسطوانات

الفينيل، 0.268 أو 26.8%؛ 6 لديهم

أسطوانات الفينيل، 0.178 أو

17.8%؛ 7 لديهم أسطوانات الفينيل،

0.067 أو 6.7%؛ 8 لديهم أسطوانات

الفينيل، 0.011 أو 1.1%



رَضِطْ هَنا لِاحْصُولِ عَلى حُلُولِ لِلمَرْئَة

10-5 التوزيع الطبيعي

ورقة عمل الثاني عشر العام

1 – إيجاد المساحة المحصورة تحت منحنيات التوزيع.

2– إيجاد احتمالات التوزيعات الطبيعية، وإيجاد قيم البيانات عند إعطاء الاحتمالات.

في هذا الدرس سوف أتعلم:



رَضِطْ عَلى كُلِّ صُورَة لِلمُشَاهَدَة الفِيدِيو

التوزيع الطبيعي جزء 1 مدخل للدرس + القاعدة التجريبية + قيم Z



مصطفى علام رياضيات - المنهج الإماراتي



=

التوزيع الطبيعي جزء 2 - التوزيع المعياري + إيجاد قيم Z لمنطقة معينة



مصطفى علام رياضيات - المنهج الإماراتي



=

التوزيع الطبيعي جزء 3 - الاحتمالات في التوزيع الطبيعي + فترات البيانات لمنطقة معينة



مصطفى علام رياضيات - المنهج الإماراتي



=

استخدام الآلة الحاسبة في التوزيع الطبيعي المعياري 991EX , 991 ES



مصطفى علام رياضيات - المنهج الإماراتي



=



رضغط هنا للحصول على حلول المزمرة

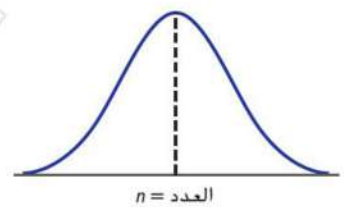
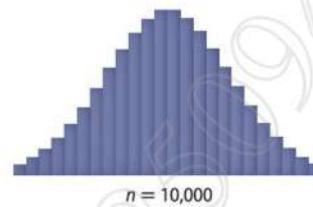
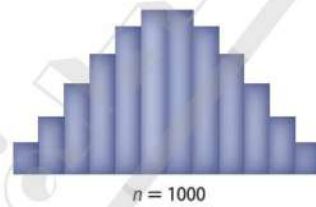
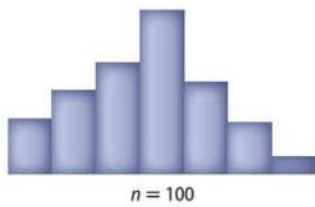
يُسمى التوزيع الاحتمالي لمتغير متصل بالتوزيع الاحتمالي المتصل. يُسمى التوزيع الاحتمالي المتصل الأكثر استخدامًا بالتوزيع الطبيعي.

تكون خواص التوزيع الطبيعي كما يلي:

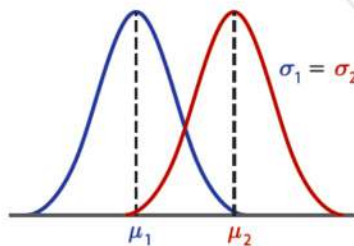
- يتسم التمثيل البياني للمنحنى بأنه متصل ويشبه شكل الجرس ومتماثل بالنسبة للوسط.
- يتسم الوسط والوسيط والمنوال بالمساواة والمركزية.
- يُعد المنحنى متصلًا.
- يقترب المنحنى من المحور الأفقي X ولكنه لا يتلامس معه أبدًا.
- المساحة الكلية تحت المنحنى تساوي 1 أو 100 %.



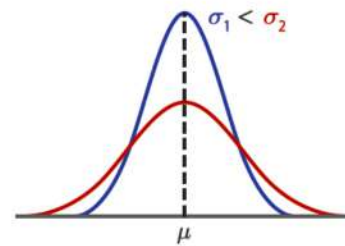
بزيادة حجم العينة والحد من عرض الفئة، يصبح التوزيع أكثر وأكثر تماثلًا. فإن كان من الممكن اعتيان المجتمع الإحصائي بأكمله، فإن التوزيع سيقارب التوزيع الطبيعي كما هو موضح.



لكل متغير عشوائي ذي توزيع طبيعي، يعتمد شكل منحنى التوزيع الطبيعي وموقعه على المتوسط والانحراف المعياري. فعلى سبيل المثال، يمكنك أن ترى في المثال 10.5.1 أن زيادة حجم الانحراف المعياري تزيد من تسطح المنحنى. ويؤدي التغير في المتوسط، كما يوضح الشكل 10.5.2، إلى إزاحة أفقية للمنحنى.



الشكل 10.5.2



الشكل 10.5.1



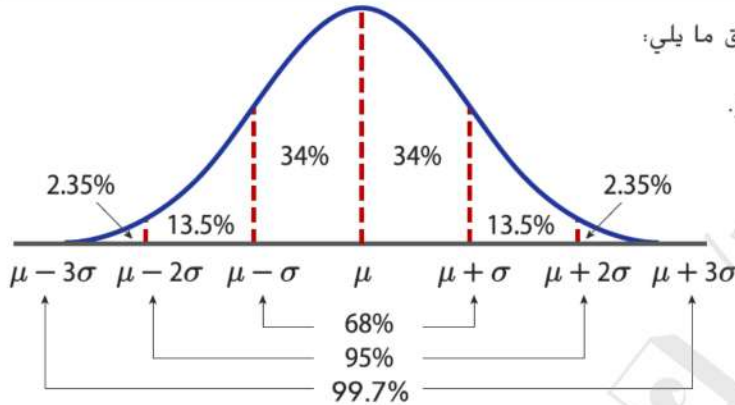
رضغط هنا للحصول على حلول المزمرة

تمثل المنطقة الواقعة تحت منحنى التوزيع الطبيعي بين قيمتين للبيانات النسبة المئوية من البيانات الواقعة داخل هذه الفترة. يمكن استخدام القاعدة التجريبية لوصف المساحة تحت المنحنى الطبيعي وضمن فترات تبعد انحرافًا معياريًا واحدًا أو اثنين أو ثلاثة عن الوسط.

القاعدة التجريبية

في التوزيع الطبيعي ذي الوسط μ والانحراف المعياري σ . ينطبق ما يلي:

- تقع تقريبًا 68% من قيم البيانات فيما بين $\mu - \sigma$ و $\mu + \sigma$.
- تقع 95% من البيانات بين $\mu - 2\sigma$ و $\mu + 2\sigma$.
- تقع 99.7% من قيم البيانات بين $\mu - 3\sigma$ و $\mu + 3\sigma$.



استخدام القاعدة التجريبية

الارتفاع يتوزع طول 880 طالبًا بمدرسة الشرق الثانوية طبيعيًا بوسط 168 cm وانحراف معياري 6 cm.

a. كم عدد الطلاب الذين يزيد طولهم عن 180 cm تقريبًا؟

b. ما النسبة المئوية للطلاب الذين يتراوح طولهم بين 150 cm و 175 cm ؟



ضغط هنا للحصول على حلول المزمة



التصنيع توزع آلة لتعبئة قوارير الماء كميات مختلفة قليلاً من الماء في كل قارورة. افترض أن حجم الماء في 120 قارورة له توزيع طبيعي وسطه 1.1 L وانحراف معياري يساوي 0.02 L .

a. ما العدد التقريبي لقوارير الماء التي تُمَلَأُ بكمية أقل من 1.06 L ؟

b. ما النسبة المئوية من القوارير التي تضم ما بين 1.08 L و 1.14 L ؟



ضغط هنا للحصول على حلول المزمة

إيجاد قيم z

في حين يمكن استخدام القاعدة التجريبية في تحليل التوزيع الطبيعي، تكون فائدتها الوحيدة عند تقييم قيم محددة، مثل $\mu + \sigma$. يمكن تحويل المتغير الذي يتم توزيعه طبيعيًا إلى قيمة معيارية أو قيمة z ، حيث يُمكن استخدامه في تحليل أي مدى من القيم في التوزيع الطبيعي. يُعرف هذا التحويل بالمعيارية. تُعرف قيمة z أيضًا بالدرجة z وإحصاء اختبار z ، وتمثل عدد الانحرافات المعيارية التي تشكلها قيمة بيانات معينة من الوسط.

المفهوم الأساسي صيغة قيم z

قيمة z الخاصة بقيمة البيانات في مجموعة بيانات محددة من خلال $z = \frac{X - \mu}{\sigma}$ حيث X هي قيم البيانات، و μ هو الوسط، و σ هو الانحراف المعياري.

جد كلاً مما يلي.

a. z if $X = 24$, $\mu = 29$, and $\sigma = 4.2$



b. X if $z = -1.73$, $\mu = 48$, and $\sigma = 2.3$

2A. z if $X = 32$, $\mu = 28$, and $\sigma = 1.7$

2B. X if $z = 2.15$, $\mu = 39$, and $\sigma = 0.4$

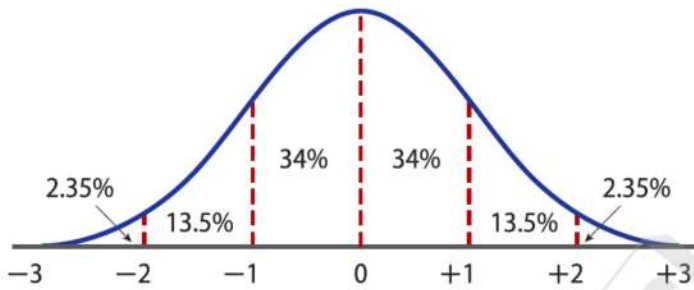


ضغط هنا للحصول على حلول المرسلة

استخدام التوزيع المعياري

يحتوي كل متغير عشوائي تم توزيعه طبيعيًا على وسط وانحراف معياري فريدين، وهو ما يؤثر على شكل وموقع المنحنى. ونتيجة ذلك، يوجد العديد من التوزيعات الاحتمالية الطبيعية اللانهائية. ولحسن الحظ، يمكن ربطهم جميعًا بتوزيع واحد يُسمى التوزيع الطبيعي المعياري. **التوزيع الطبيعي المعياري** هو توزيع طبيعي لقيم z بمتوسط 0 وانحراف معياري 1.

المفهوم الأساسي خواص التوزيع الطبيعي المعياري



- المساحة الكلية تحت المنحنى تساوي 1 أو 100%.
- تقع المنطقة كلها بين $z = -3$ و $z = 3$.
- التوزيع متماثل.
- الوسط يساوي 0 والانحراف المعياري يساوي 1.
- يقترّب المنحنى من المحور الأفقي x ولكنه لا يتلامس معه أبدًا.

الاتصالات بلغ متوسط المكالمات التي يستقبلها مندوب خدمة العملاء كل يوم خلال شهر 30 يومًا 105 مكالمات بالانحراف المعياري 12. جد عدد الأيام التي تقل المكالمات فيها عن 110 مكالمات. افترض أن عدد المكالمات يتم توزيعه طبيعيًا.



كرة السلة بلغ متوسط عدد النقاط التي أحرزها أحد فرق كرة السلة خلال موسم واحد 63 مع انحراف معياري 18. إذا كانت هناك 15 مباراة خلال الموسم، فجد النسبة المئوية للمباريات التي أحرز فيها الفريق أكثر من 70 نقطة. افترض أن توزيع عدد النقاط كان طبيعيًا.



رضغط هنا للحصول على حلول المزمرة

إيجاد قيم z التي تتطابق مع منطقة معينة

Find the interval of z -values associated with each area.

a. middle 50% of the data



جد فترة قيم Z المرتبطة بكل منطقة.

a. النسبة الوسطى 50 % من البيانات.

b. the outside 20% of the data

b. النسبة الخارجية 20 % من البيانات.

4A. the middle 25% of the data

4A. نسبة 25 % الوسطى من البيانات.

4B. the outside 60% of the data

4B. النسبة الخارجية 60 % من البيانات.



رضغط هنا للحصول على حلول المزمرة

الأرصاد الجوية يتم توزيع درجات الحرارة لأحد الشهور في إحدى مدن دولة الإمارات حيث $\mu = 81^\circ$ و $\sigma = 6^\circ$. جد كل احتمال، واستخدم حاسبة التمثيل البياني لرسم المنطقة المقابلة الواقعة تحت المنحنى.

a. $P(70^\circ < X < 90^\circ)$

b. $P(X \geq 95^\circ)$



الاختبار توزع درجات اختبار معياري توزيعاً طبيعياً فيه $\mu = 72$ و $\sigma = 11$. جد كل احتمال مما يلي واستخدم حاسبة التمثيل البياني أو الجداول لإيجاد المساحة تحت المنحنى.

A. $P(X < 89)$

B. $P(65 < X < 85)$



ضغط هنا للحصول على حلول المزمة

الدراسة الجامعية تتوزع درجات اختبار قبول الجامعة في قسم الرياضيات طبيعياً حيث $\mu = 65$ و $\sigma = 8$.

a. إذا أرادت فاطمة أن تكون ضمن الـ 20% الأوائل، فما الدرجة التي يجب عليها تحقيقها؟

b. تتوقع فاطمة أن تحصل على درجة ضمن النسبة الوسطى 90% في التوزيع. فما مدى الدرجات الذي يقع ضمن هذه الفئة؟



البحث يختار باحث خلال إحدى الدراسات الطبية مجموعة للدراسة وسط وزنها 86 kg وانحرافها المعياري 5.5 kg. افترض أن الأوزان موزعة طبيعياً.

A. إذا كانت الدراسة ستتركز بصورة رئيسية على المشاركين الذين تقع أوزانهم في النسبة الوسطى 80% من مجموعة البيانات، فما مدى الأوزان الذي سيتضمنه ذلك؟

B. إذا تم الاتصال بالمشاركين الذين تقع أوزانهم ضمن النسبة الخارجية 5% من التوزيع بعد أسبوعين من الدراسة، فما مدى أوزان الأشخاص الذين سيجري الاتصال بهم؟



رضغط هنا للحصول على حلول المزمرة



9. علم الأسماك خلال مشروع علمي. درس أسامة معدل نمو 797 سمكة سلور ذهبية خضراء وتوصل إلى المعلومات التالية. افترض أن البيانات موزعة توزيعاً طبيعياً. (مثال 3)



- a. حدّد عدد الأسماك التي طولها أقل من 4.5 mm عند الولادة. **184**
- b. حدّد عدد الأسماك التي طولها أكبر من 5 mm عند الولادة. **92**
10. قطار الملاهي متوسط وقت انتظار ركوب القطار لعدد 16,000 راكباً لقطار الملاهي في اليوم يساوي 72 دقيقة بانحراف معياري يساوي 15 دقيقة. افترض أن البيانات موزعة توزيعاً طبيعياً. (مثال 3)
- a. حدّد عدد الركاب الذين ينتظرون أقل من 60 دقيقة لركوب قطار الملاهي. **حوالي 3392**
- b. حدّد عدد الركاب الذين ينتظرون أكثر من 90 دقيقة لركوب قطار الملاهي. **حوالي 1840**



رضغط هنا للحصول على حلول المزمرة



17. البطاريات العمر الافتراضي لنوع محدد من البطاريات موزع توزيعاً طبيعياً حيث $\mu = 8$ ساعات و $\sigma = 1.5$ ساعة. جـد احتمال كل مما يلي. (مثال 5)

- سوف تستمر البطارية لأقل من 6 ساعات. 9%
- ستعمل البطارية أكثر من 12 ساعة. 0.4%
- ستعمل البطارية بين 8 و 9 ساعات. 25%

18. الصحة المستوى الوسطي لكوليسترول الدم لدى الإماراتيين البالغين يساوي 203 mg/dL (مليجرام في الديسيلتر) عند انحراف معياري قيمته 38.8 mg/dL. جـد احتمال كل مما يلي. وافترض أن البيانات موزعة توزيعاً طبيعياً. (مثال 5)

- مستوى كوليسترول الدم ما دون 160 mg/dL، والذي يعدّ منخفضاً ويمكن أن يؤدي إلى خطر مرتفع للإصابة بجلطة 13%
- مستوى كوليسترول الدم فوق 240 mg/dL، والذي يعدّ مرتفعاً ويمكن أن يؤدي إلى خطورة مرتفعة للإصابة بمرض القلب 17%
- مستوى كوليسترول الدم بين 180 و 200 mg/dL، والذي يعدّ طبيعياً 19%

19. هطول الثلج يتوزع هطول الثلج الوسطي بالسنتيمترات في منطقة الولايات المتحدة وكندا الواقعتين بين الخطين 45°N و 55°N توزيعاً طبيعياً فيه $\mu = 260$ و $\sigma = 27$. (المثال 6)

- حدّد الكمية الصغرى لهطول الثلج المتشكّلة ضمن نسبة 15% العليا من التوزيع. 288.0 cm
- حدّد الكمية القصوى لهطول الثلج المتشكّلة في نسبة 30% الدنيا. 245.8 cm
- ما هو مدى هطول الثلج الذي يتشكّل عند نسبة 60% الوسطى؟ 237.3 cm – 282.7 cm

20. سرعة حركة المرور تتوزع سرعة حركة المرور بالكيلومترات في الساعة في الشارع الشمالي توزيعاً طبيعياً فيه $\mu = 60$ و $\sigma = 9$. (المثال 6)

- حدّد السرعة القصوى لأبطأ 10% من السيارات التي تعبر الشارع الشمالي. 40 km/h
- حدّد السرعة الصغرى لأسرع 5% من السيارات التي تعبر الشارع الشمالي. 75 km/h
- ما مدى سرعة السيارات ضمن النسبة الوسطى 25% التي تعبر الشارع الشمالي؟ 57 km/h – 63 km/h



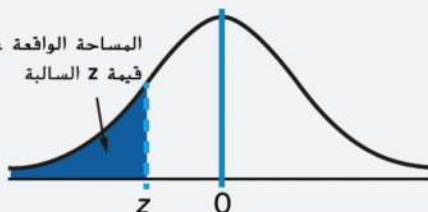
زمنة

الجدول A التوزيع الطبيعي المعياري

التوزيع الطبيعي المعياري التراكمي

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
-3.4	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0002
-3.3	.0005	.0005	.0005	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0003
-3.2	.0007	.0007	.0006	.0006	.0006	.0006	.0006	.0005	.0005	.0005
-3.1	.0010	.0009	.0009	.0009	.0008	.0008	.0008	.0008	.0007	.0007
-3.0	.0013	.0013	.0013	.0012	.0012	.0011	.0011	.0011	.0010	.0010
-2.9	.0019	.0018	.0018	.0017	.0016	.0016	.0015	.0015	.0014	.0014
-2.8	.0026	.0025	.0024	.0023	.0023	.0022	.0021	.0021	.0020	.0019
-2.7	.0035	.0034	.0033	.0032	.0031	.0030	.0029	.0028	.0027	.0026
-2.6	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036
-2.5	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0052	.0051	.0049	.0048
-2.4	.0082	.0080	.0078	.0075	.0073	.0071	.0069	.0068	.0066	.0064
-2.3	.0107	.0104	.0102	.0099	.0096	.0094	.0091	.0089	.0087	.0084
-2.2	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110
-2.1	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0146	.0143
-2.0	.0228	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192	.0188	.0183
-1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
-1.8	.0359	.0351	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
-1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
-1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
-1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
-1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0721	.0708	.0694	.0681
-1.3	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
-1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003	.0985
-1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
-1.0	.1587	.1562	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
-0.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
-0.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
-0.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2296	.2266	.2236	.2206	.2177	.2148
-0.6	.2743	.2709	.2676	.2643	.2611	.2578	.2546	.2514	.2483	.2451
-0.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
-0.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
-0.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3483
-0.2	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
-0.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
-0.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641

لقيم Z التي تقل عن -3.49 - استخدم 0.0001

المساحة الواقعة على يسار
قيمة Z السالبة

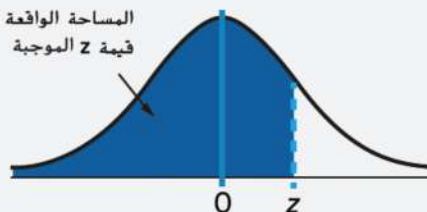


الجدول A (تابع)

التوزيع الطبيعي المعياري التراكمي

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

لقيم Z التي تزيد عن 3.49 استخدم 0.9999

المساحة الواقعة على يسار
قيمة Z الموجبة



اللمزة

المساحة تحت المنحنى الطبيعي المعياري باستخدام قيمة Z

* تهيئة الآلة format : SHIFT 9 3 = AC

* إعداد الآلة للنظام الإحصائي : MODE 3 AC

* دمج مساحة منطقة تحت المنحنى الطبيعي : SHIFT 1 5

الآلة الحاسبة :

991 ES Plus

1: P(



2: Q(

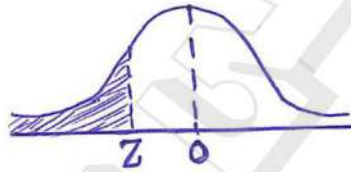
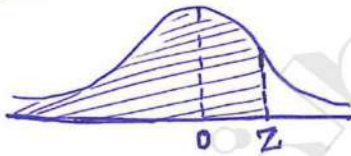
3: R(

4: t

① نضبط

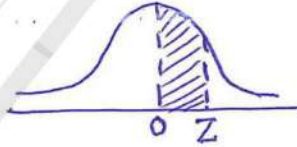
إذا كانت المساحة المطلوبة من Z إلى $-\infty$

يقبل
على يسار



② نضبط

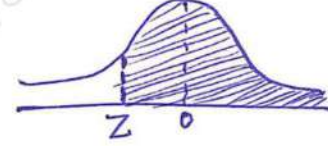
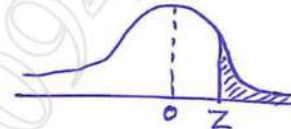
إذا كانت المساحة المطلوبة من Z إلى 0



③ نضبط

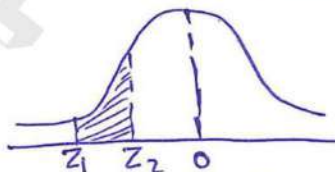
إذا كانت المساحة المطلوبة من Z إلى ∞

يزيد
على يسار

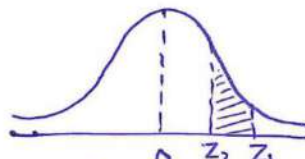


* ثم نكتب قيمة Z ونضبط \square ثم \square نتبع المساحة

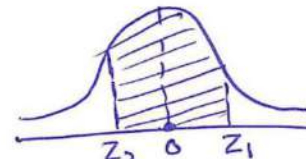
ملاحظة! هذه الحالات تدرج تحت الحالة الثانية (نضبط ②)



نوجد من Z_1 إلى 0 ثم من Z_2 إلى 0
ثم الطرح
العلم: طابا بالعلم ②



نوجد من Z_1 إلى 0 ثم من Z_2 إلى 0
ثم الطرح



نوجد من Z_1 إلى 0 ثم من Z_2 إلى 0
ثم الجمع



CASIO FX-991EX باستخدام الآلة الحاسبة

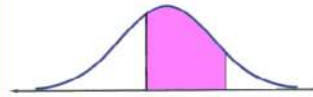
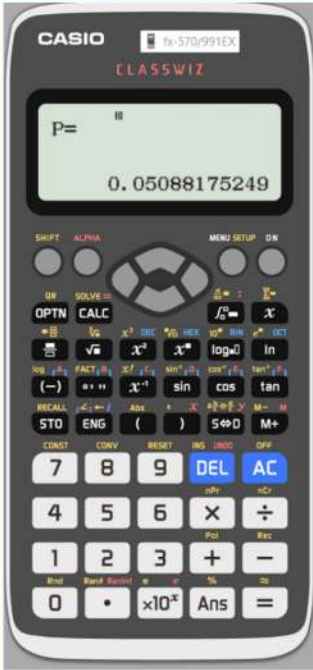


الإحصاء

قبل إجراء أي عملية جديدة لابد من إعادة تهيئتها

Shift → 9 → 3 → = → AC

استخدام الآلة لإيجاد المساحة أسفل منحنى التوزيع الطبيعي (أو الطبيعي المعياري) بين قيمتين



بعد التحويل لقيم معيارية

$$Z_1 = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{9.5 - 12}{2.9} \approx -0.86$$

$$Z_2 = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{15.5 - 12}{2.9} \approx 1.21$$

$$P(-0.86 \leq Z \leq 1.21) =$$

Menu → 7 → 2

Lower : -0.86

Upper : 1.21

σ : 1

μ : 0

⇒ P = 0.6919

$$X_1 = 9.5$$

$$X_2 = 15.5$$

وانحراف معياري

بوسط حسابي

$$\sigma = 2.9$$

$$\mu = 12$$

$$P(9.5 \leq X \leq 15.5) =$$

Menu → 7 → 2

Lower : 9.5

Upper : 15.5

σ : 2.9

μ : 12

⇒ P = 0.6919



استخدام الآلة لإيجاد المساحة أسفل منحنى التوزيع الطبيعي (أو الطبيعي المعياري)

على يسار

$$\mu = 8$$

$$\sigma = 2$$

$$P(X \leq 6.4) =$$

Menu → 7 → 2

Lower : -1000

Upper : 6.4

σ : 2

μ : 8

⇒ P = 0.2118

بعد التحويل لقيم معيارية

$$Z = \frac{6.4 - 8}{2} = -0.8$$

$$P(Z \leq -0.8) =$$

Menu → 7 → 2

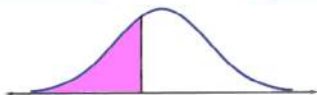
Lower : -1000

Upper : -0.8

σ : 1

μ : 0

⇒ P = 0.2118



على يمين

$$\mu = 8$$

$$\sigma = 2$$

$$P(X \geq 6.4) =$$

Menu → 7 → 2

Lower : 6.4

Upper : 1000

σ : 2

μ : 8

⇒ P = 0.7881

بعد التحويل لقيم معيارية

$$Z = \frac{6.4 - 8}{2} = -0.8$$

$$P(Z \geq -0.8) =$$

Menu → 7 → 2

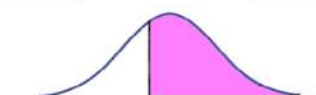
Lower : -0.8

Upper : 1000

σ : 1

μ : 0

⇒ P = 0.7881

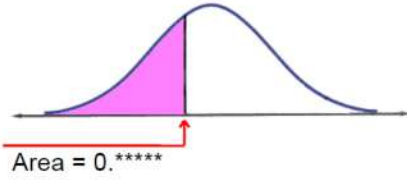




CASIO FX-991EX باستخدام الآلة الحاسبة



الإحصاء



قبل اجراء أي عملية جديدة لابد من إعادة تهيئتها

Shift → 9 → 3 → = → AC

استخدام الآلة لإيجاد قيمة Z أو x التي يسارها مساحة معلومة

يفضل رسم منحنى التوزيع الطبيعي (أو منحنى التوزيع الطبيعي المعياري) وتظليل المساحة المعلومة

في حالة استخدام التوزيع الطبيعي المعياري

نستخدم الوسط الحسابي $\mu = 0$ والانحراف المعياري $\sigma = 1$

فنحصل على قيمة Z المعيارية

في حالة استخدام التوزيع الطبيعي

نستخدم الوسط الحسابي المعطى *****

والانحراف المعياري المعطى *****

فنحصل على قيمة x الفعلية

Menu → 7 → 3

Area : 0.*****

 $\sigma : 1$ $\mu : 0 \Rightarrow Z = \dots\dots\dots$ 

Menu → 7 → 3

Area : 0.*****

 $\sigma : \dots\dots\dots$ $\mu : \dots\dots\dots \Rightarrow x = \dots\dots\dots$