مذكرة شاملة الوحدة العاشرة الدوال المثلثية

الوحدة العاشرة

الدوال المثلثية

الدحيح اكاديمي

رياضيات

الصف الثاني عشر العام

2026

الفصل الثالث 2026

إعداد / عمرو البيومي

الوحدة العاشرة

الدوال المثلثية

الدرس الأول : النسب المثلثية في المثلثات القائمة

1) إيجاد قيم النسب المثلثية للزوايا الحادة.
2) استخدام النسب المثلثية لإيجاد اطوال اضلاع المثلثات القائمة وقياس زواياها

حساب المثلثات هو دراسة العلاقات بين الزوايا والأضلاع في المثلث القائم

وتقارن **النسبة المثلثية** بين أطوال الأضلاع في المثلث القائم. وتكون **للنسبة المثلثية** قاعدة تعطيها نسبة مثلثية

إذا كانت θ قياس زاوية حادة في مثلث قائم، فإذًا تكون النسب المثلثية التالية المشتملة على الضلع المقابل opp، والضلع المجاور adj، والوتر hyp، صحيحة.

$$\sin\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} \qquad \csc\theta = \frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}}$$

$$\cos\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} \qquad \sec\theta = \frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}}$$

$$\tan\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} \qquad \cot\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}}$$

جــــد قيم النسب المثلثية الست للزاوية θ.

$$\sin\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} =$$

$$\csc\theta = \frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}} =$$

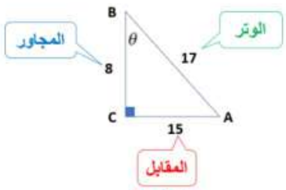
$$\cos\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} =$$

$$\sec\theta = \frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}} =$$

$$\cot\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}} =$$

$$\tan\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} =$$

جـــد قيم النسب المثلثية الست للزاوية B.



Sin θ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ =

Csc θ = $\frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}}$ =

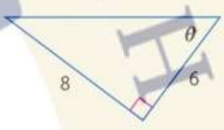
Cos θ = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ =

Sec θ = $\frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}}$ =

tan θ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$ =

Cot θ = $\frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}}$ =

جـــد قيم النسب المثلثية الست للزاوية θ.



Sin θ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ =

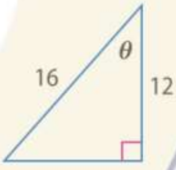
Csc θ = $\frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}}$ =

Cos θ = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ =

Sec θ = $\frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}}$ =

tan θ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$ =

Cot θ = $\frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}}$ =



Sin θ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ =

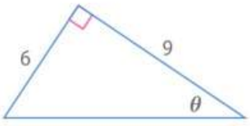
Csc θ = $\frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}}$ =

Cos θ = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ =

Sec θ = $\frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}}$ =

tan θ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$ =

Cot θ = $\frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}}$ =



Sin θ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ =

Csc θ = $\frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}}$ =

Cos θ = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ =

Sec θ = $\frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}}$ =

tan θ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$ =

Cot θ = $\frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}}$ =

النسب المثلثية العكسية.

$$\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta} \qquad \sec\theta = \frac{1}{\cos\theta} \qquad \cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$$

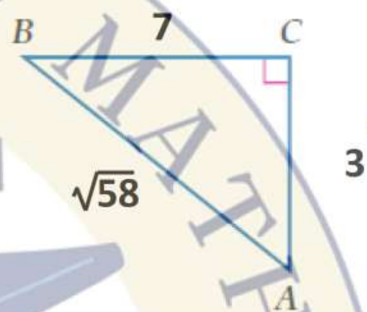
الوتر موجود

$$c^2 + b^2 = a^2$$

الوتر غير موجود

$$a^2 + b^2 = c^2$$

إذا كان $\tan B = \frac{3}{7}$، فجـــد القيم الدقيقة للنسب المثلثية المتبقية لـــ B.



$\tan B = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} =$ $\qquad$ $\sec B = \frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}} =$

$\cos B = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} =$ $\qquad$ $\csc B = \frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}} =$

$\sin B = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} =$ $\qquad$ $\cot B = \frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}} =$

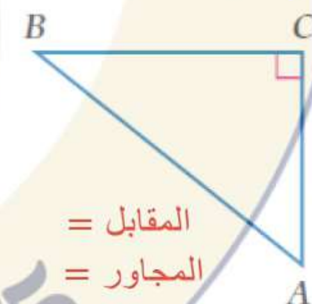
المقابل =

المجاور =

الوتر =

في مثلث قائم، تكون $\angle A$ حادة. جـــد قيم النسب المثلثية الخمس المتبقية.

$\cos A = \frac{4}{7}$



Sin $\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} =$ $\qquad$ Csc $\theta = \frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}} =$

Cos $\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} =$ $\qquad$ Sec $\theta = \frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}} =$

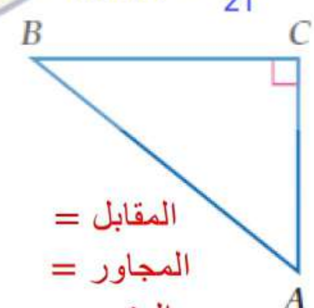
tan $\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} =$ $\qquad$ Cot $\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}} =$

المقابل =

المجاور =

الوتر =

$\tan A = \frac{20}{21}$



Sin $\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} =$ $\qquad$ Csc $\theta = \frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}} =$

Cos $\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} =$ $\qquad$ Sec $\theta = \frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}} =$

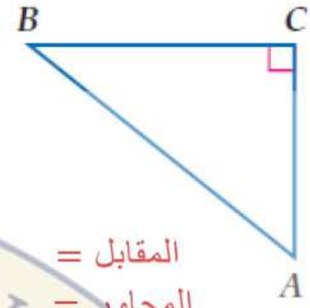
tan $\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} =$ $\qquad$ Cot $\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}} =$

المقابل =

المجاور =

الوتر =

إذا كان $\sin B = \frac{4}{9}$ فجـــد القيم الدقيقة للنسب المثلثية المتبقية لــ B.



المقابل =

المجاور =

الوتر =

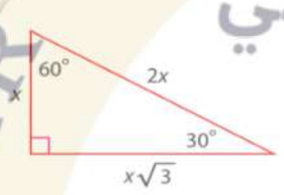
$\sec B = \frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}} =$ $\qquad$ $\tan B = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} =$

$\csc B = \frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}} =$ $\qquad$ $\cos B = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} =$

$\cot B = \frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}} =$ $\qquad$ $\sin B = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} =$

قيم النسب المثلثية للزوايا الخاصة

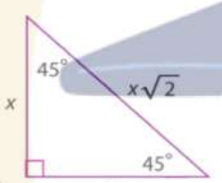
30°-60°-90°



$\sin 30° = \frac{1}{2}$ $\qquad$ $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\qquad$ $\tan 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$

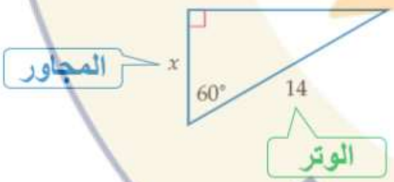
$\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\qquad$ $\cos 60° = \frac{1}{2}$ $\qquad$ $\tan 60° = \sqrt{3}$

45°-45°-90°

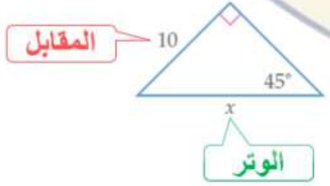


$\sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\qquad$ $\cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\qquad$ $\tan 45° = 1$

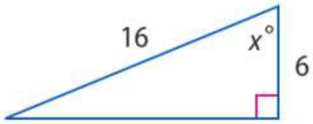
استخدم نسبة مثلثية لإيجاد قيمة x. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

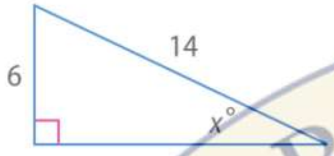


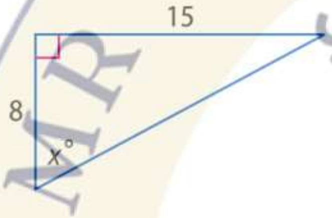
$\text{Cos}\,\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$

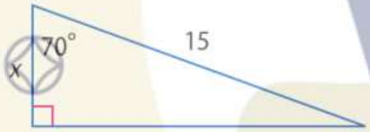


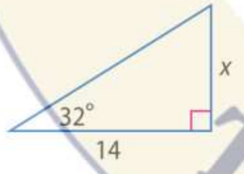
$\text{Sin}\,\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$

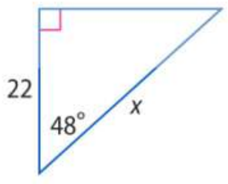

16
x°
6

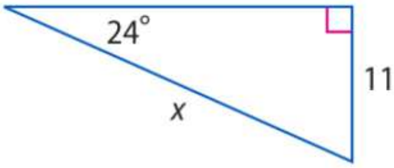

14
6
x°


15
8
x°


70°
15
x


x
32°
14


22
48°
x



التصميم يرغب علي في بناء جسر من حبال بين منزل الشجرة الخاص به ومنزل الشجرة الخاص بخالد. افترض أن منزل الشجرة الخاص بعلي يقع خلف نظيره الخاص بخالد مباشرة. وعلى مسافة 20 m على اليسار من منزل الشجرة الخاص بعلي، توجد زاوية قياسها 52° بين المنزلين. جــد طول الحبال.

المعالم مَعْلَم يلقي بظل طوله 24 m. وزاوية الارتفاع من نهاية الظل إلى قمة المَعْلَم قياسها 50°.

a. ارسم مثلثًا قائمًا مع تسميته لتمثيل هذه الحالة.

b. اكتب نسبة مثلثية يمكن استخدامها لإيجاد ارتفاع المَعْلَم.

c. جــد قيمة النسبة لتحديد ارتفاع المَعْلَم مع التقريب إلى أقرب جزء من عشرة.

معكوس النسب المثلثية

إذا كانت $\angle A$ زاوية حادة وجيب زاوية A هو x. فإن**معكوس جيب** x هو قياس $\angle A$.

إذا كان $\sin A = x$. فإن $\sin^{-1} x = m\angle A$.

$$\sin A = \frac{1}{2} \rightarrow \sin^{-1} \frac{1}{2} = m\angle A \rightarrow m\angle A = 30°$$

إذا كانت $\angle A$ زاوية حادة وجيب التمام لـ A هو x. فإن **معكوس جيب التمام** لـ x هو قياس $\angle A$.

إذا كان $\cos A = x$. فإن $\cos^{-1} x = m\angle A$.

$$\cos A = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \cos^{-1} \frac{\sqrt{2}}{2} = m\angle A \rightarrow m\angle A = 45°$$

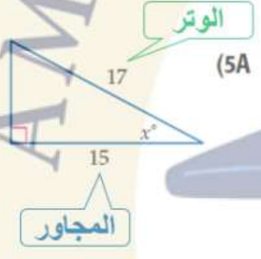
إذا كانت $\angle A$ زاوية حادة وظل الزاوية A هو x. فإن**معكوس ظل الزاوية** لـ x هو قياس $\angle A$.

إذا كان $\tan A = x$. فإن $\tan^{-1} x = m\angle A$.

$$\tan A = \sqrt{3} \rightarrow \tan^{-1} \sqrt{3} = m\angle A \rightarrow m\angle A = 60°$$

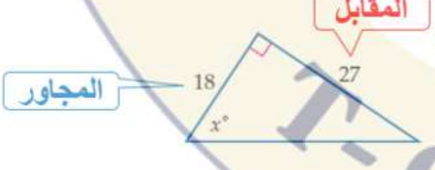
جــــد قيمة x.

(5A



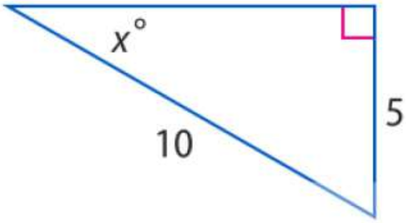
$$\text{Cos } \theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$$

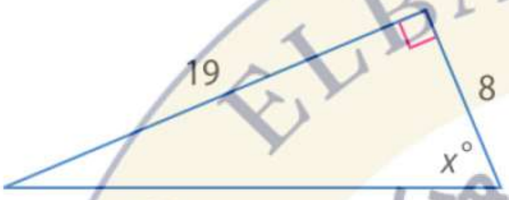
(5B

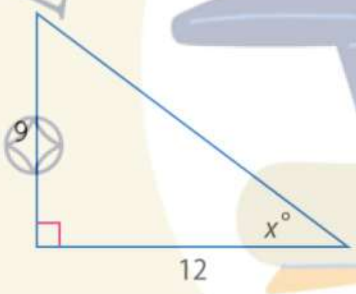


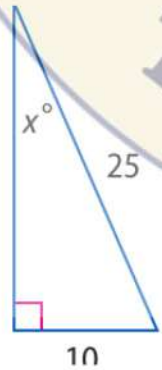
$$\tan \theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$

جـــــد قيمة **x**.









زاويتا الإرتفاع و الإنخفاض

زاوية الارتفاع

هي الزاوية التي رأسها عين الراصد وأحد ضلعيها أفقي وضلعها الآخر نصف المستقيم الواصل بين عين الراصد والنقطة المرتفعة

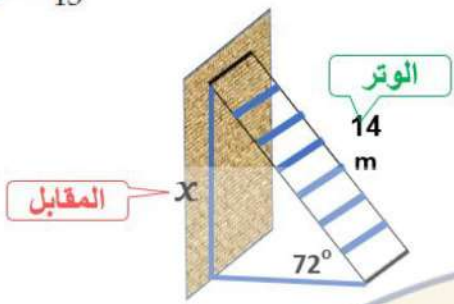
زاوية الإنخفاض :

هي الزاوية التي رأسها عين الراصد وأحد ضلعيها أفقي وضلعها الآخر نصف المستقيم الواصل بين عين الراصد والنقطة المنخفضة

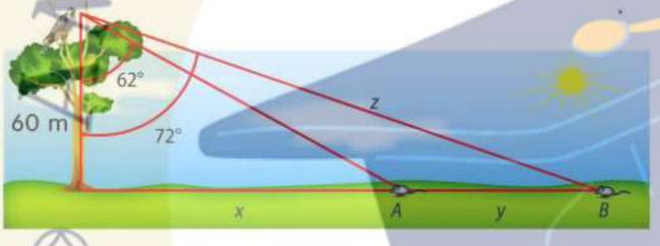
النقل منحدر مُستخدَم لتفريغ شاحنة منقولات له زاوية ارتفاع $32°$. إذا كانت قمة المنحدر ترتفع عن الأرض $1.2\ m$. فقدّر طول المنحدر.

حوالي $2.2\ m$

السلالم إذا وُضع سلم طوله 14 m على جدار منزل بزاوية ارتفاع °72. فما ا
السلم عن الأرض؟ حوالي 13.3 m



. **الصقور** صقر على ارتفاع 60 m يرى فأرين A و B
كما هو موضح في الرسم التخطيطي.

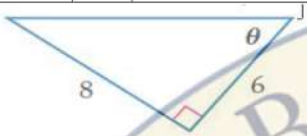
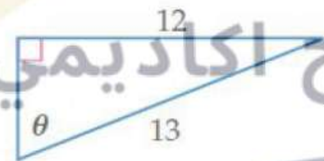
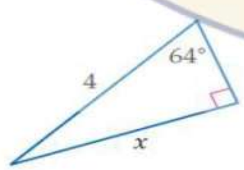


a. ما المسافة التقريبية z بين الصقر والفأر B؟

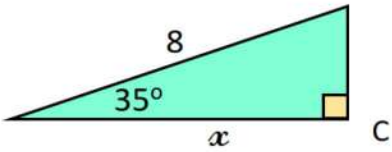
b. ما المسافة الفاصلة بين الفأرين؟ 71.8 m

السناجب تستطيع السناجب الطائرة البالغة أن تصنع قفزة منزلقة من ارتفاع 50 m. إذا طار سنجاب منزلقًا من مسافة رأسية تبلغ 50 m وزاوية هبوط 9°. فجـــد التغير في ارتفاع السنجاب. **7.9 m**

الطيران الشراعي قفزت طائرة شراعية بزاوية ارتفاع 20°. جـــد التغير في ارتفاع هذه الطائرة إذا طارت عبر مسافة أفقية تبلغ 18 m. **6.6 m**

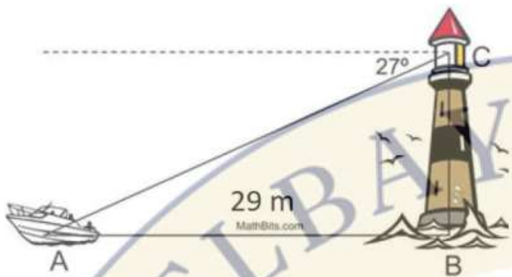
#								
1	$\sin\theta$							
		$\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$		$\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$	Ã	$\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$		$\frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}}$
2	$\frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}}$							
		$\csc\theta$	l	$\cot\theta$	Ã	$\sec\theta$	s	$\tan\theta$
3	[illegible] $\sec\theta$ 							
		$\frac{3}{5}$		$\frac{4}{5}$	Ã	$\frac{5}{3}$	s	$\frac{5}{4}$
4	[illegible] $\csc\theta$ [illegible] 							
	g	$\frac{12}{13}$	l	$\frac{13}{5}$	Ã	$\frac{5}{13}$	s	$\frac{13}{12}$
5	[illegible] $\cos\beta = \frac{3}{5}$ [illegible] $\tan\beta$ [illegible]							
	g	$\frac{3}{4}$	l	$\frac{4}{5}$	Ã	$\frac{4}{3}$	s	$\frac{5}{4}$
6	$\frac{1}{\sin\theta}$							
		$\csc\theta$	l	$\cot\theta$	Ã	$\sec\theta$	s	$\tan\theta$
7	$\cot 30$							
		$\sqrt{3}$	l	$\frac{\sqrt{3}}{3}$		$\frac{\sqrt{3}}{2}$	s	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$
8	[illegible] x [illegible] 							
		$7\sqrt{2}$		$7\sqrt{3}$		7	s	$14\sqrt{3}$
9	[illegible] x [illegible] 							
	g	3.5	l	8	Ã	1.8	s	3.6

باستخدام القياسات المعطاة في المثلث المجاور ،
تكون قيمة x = ...



a. 13.9 b. 6.3 c. 4.5 d. 6.5

في الشكل المجاور ، أوجد ارتفاع المنارة .



a. 13.1 m b. 14.7 m c. 25.8 m d. 56.9 m

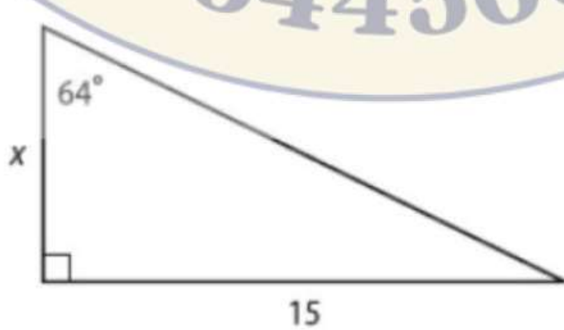
تقلع طائرة وترتفع بسرعة ثابتة. بعد التحرك 800 m أفقيًا. ارتفعت الطائرة 285 m رأسيًا. ما زاوية الارتفاع للطائرة أثناء الإقلاع والارتفاع الابتدائي؟

A 15.6°
B 18.4°
C 19.6°
D 22.3°

ما قياس زاوية منحدر الدراجات أدناه؟

F 26.3°
G 28.5°
H 30.4°
J 33.6°

ما قيمة x؟ قرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.



A 6.5
B 6.9
C 7.1
D 7.3

تقلع طائرة من المطار بسرعة ثابتة. بعد أن قطعت الطائرة مسافة أفقية مقدارها 800 m كانت على ارتفاع 285 m رأسيًّا. ما زاوية ارتفاع الطائرة خلال الإقلاع؟

A $15.6°$ B $18.4°$

C $19.6°$ D $22.3°$

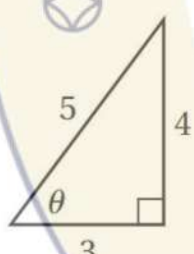
إذا كان $sin\, A = \frac{3}{5}$، فأوجد $cos\, A$:

A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{4}{3}$

اختيار من متعدد: إذا كان $sin\, A = \frac{7}{10}$ ، فأوجد قيمة $cos\, A$:

A) $\frac{7\sqrt{149}}{149}$ B) $\frac{\sqrt{51}}{10}$ C) $\frac{10}{7}$ D) $\frac{\sqrt{51}}{7}$

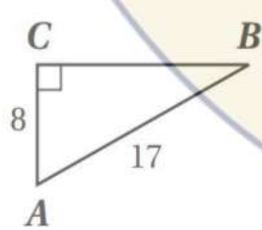
أوجد قيمة $tan\, \theta$:



A) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{3}{4}$

B) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{5}{3}$

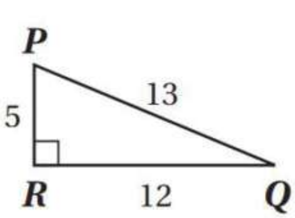
أوجد قيمة $csc\, A$.



A) $\frac{8}{17}$ C) $\frac{17}{15}$

B) $\frac{17}{8}$ D) $\frac{15}{17}$

أوجد قياس الزاوية P لأقرب درجة:



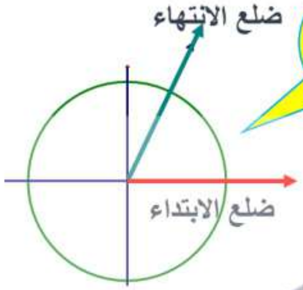
A) $21°$ C) $23°$

B) $67°$ D) $69°$

الدرس الثاني : الزوايا وقياس الزاوية

1) رسم الزوايا في وضع قياسي وايجادها .
2) التحويل بين القياسات بالدرجات والقياسات بالراديان

الوضع القياسي

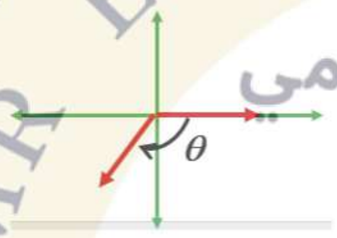


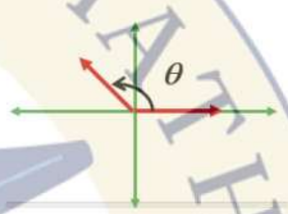
تتكون الزاوية من دوران نصف مستقيم (شعاع) حول نقطة ثابتة

- يسمى الضلع المنطبق على المحور x ضلع الابتداء للزاوية
- يسمى الضلع الذي يدور حول نقطة الأصل ضلع الانتهاء

إذا كان قياس الزاوية موجباً, يكون ضلع الانتهاء قد دار **بعكس حركة عقارب الساعة**

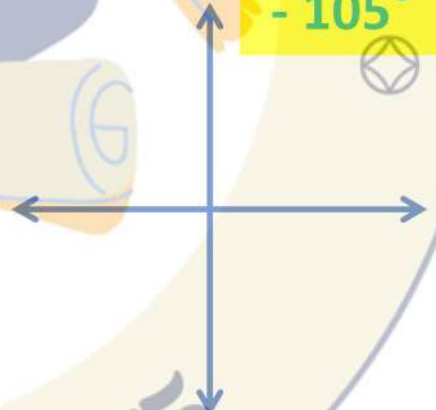
إذا كان قياس الزاوية سالباً يكون ضلع الانتهاء قد دار **مع حركة عقارب الساعة**



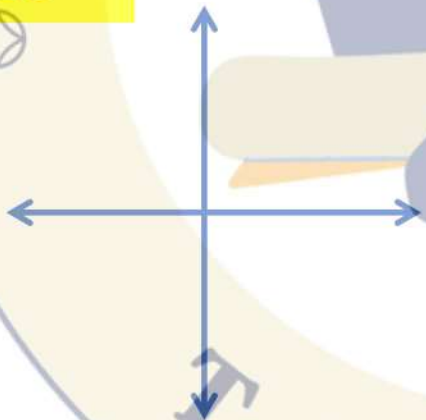


ارسم زاوية في وضع قياسي علمًا بقياسها.

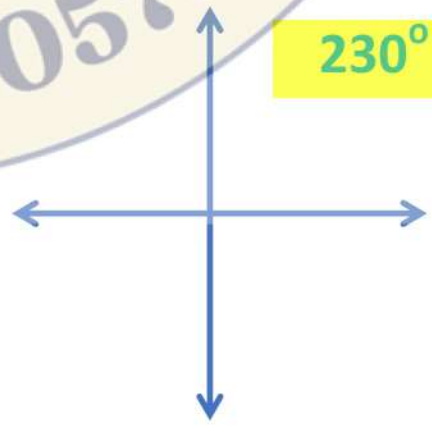
$- 105^o$



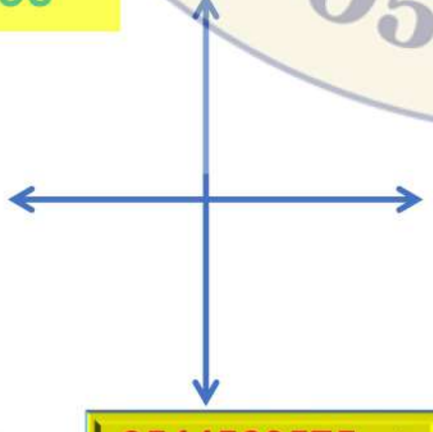
80^o



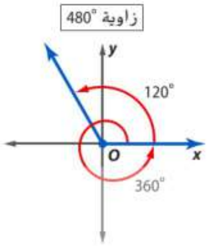
230^o



$- 60^o$



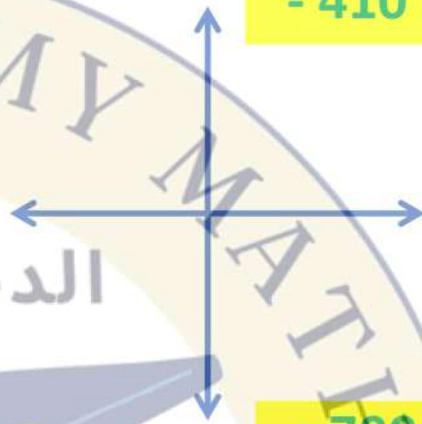
عندما تكون الزاوية اكبر من 360 درجه



موجبة
نطرح 360 حتي تقل عن 360
وتسمي دورات كاملة

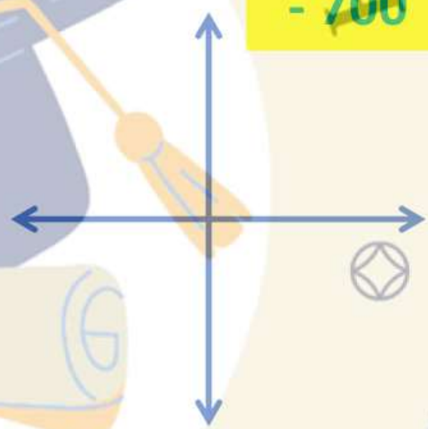
سالبة
نجمع 360 حتي تقل عن 360
وتسمي دورات كاملة

- 410

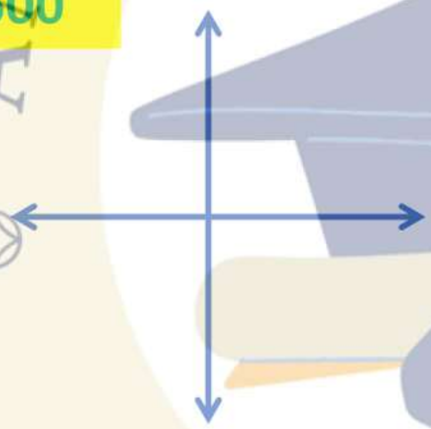


390

- 700



600



زوايا مشتركه في ضلع الانتهاء

زاوية قياس سالب
الزاوية - 360
او مضاعفات 360

زاوية قياس موجب
360 – الزاوية
او مضاعفات 360

جـــد زاوية ذات قياس موجب وزاوية ذات قياس سالب تشتركان في ضلع الانتهاء مع كل زاوية

15^{o}

-45^{o}

175^{o}

-100

التحويل من الدرجات الي الراديان والعكس

من راديان الي درجات

العدد أو الكسر الموجود بجوار π 180 X

من درجات الي راديان

$$\frac{\text{الزاوية}}{180} X \pi$$

أعد كتابة كل قياس بالدرجة بالراديان وكل قياس بالراديان بالدرجة.

120^{o}

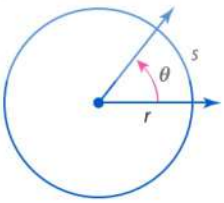
$-\frac{3\pi}{4}$

225^{o}

$\frac{\pi}{4}$

-40^{o}

الزاوية المركزية للدائرة هي زاوية يقع رأسها عند مركز الدائرة.



طول القوس

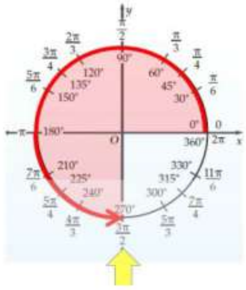
نصف القطر

$$S = r\,\theta$$

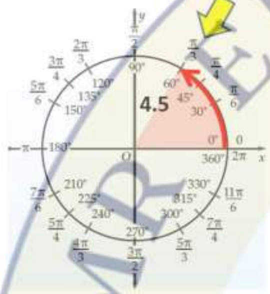
طول القوس

قياس الزاوية المركزية بالراديان

الشاحنات إذا كان نصف قطر إطار الشاحنة الكبيرة يساوي 82 cm فما المسافة التي تقطعها شاحنة كبيرة بالمتر بعد ثلاثة أرباع الدورة فقط من دوران الإطار؟

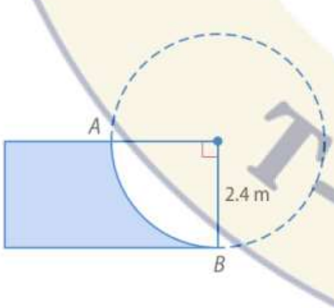


دائرة قطرها 9 cm. جـــد طول القوس إذا كانت الزاوية المركزية تساوي 60°. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.



التبرير صنع لاعب تنس دورة بيده تحركت على امتداد مسار قوس. إذا كان نصف قطر دائرة القوس هو 1.2 m وزاوية الدوران هي 100°. فما طول القوس؟ قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.

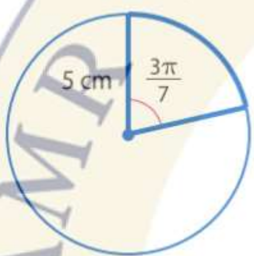
التزلج على الألواح منحدر التزلج على الألواح المبين على اليسار يُسمى أنبوب ربعي (*quarter pipe*). والسطح المنحني يحدده نصف قطر الدائرة. جـــد طول الجزء المنحني من المنحدر.

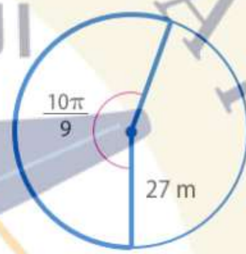


حوالي 3.8 m

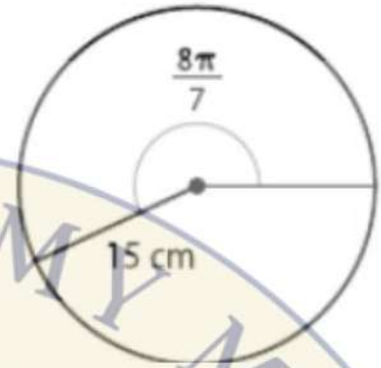
القوارب النهرية ناعور القارب النهري له قطر 7.2 m .جـــــد طول القوس للدائرة التي يصنعها الناعور عندما يدور 300°.

جـــد طول كل قوس. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.





الاختيار من متعدد ما طول القوس أدناه مع التقريب إلى أقرب جزء من عشرة؟



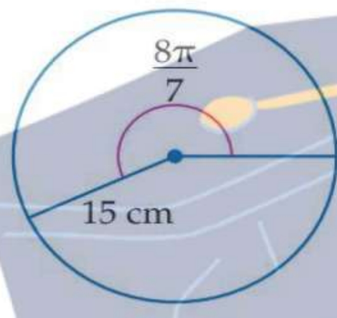
A 4.2 cm

B 17.1 cm

C 53.9 cm

D 2638.9 cm

اختيار من متعدد: طول القوس المقابل للزاوية $\frac{8\pi}{7}$ في الدائرة أدناه، مقرِّبًا إلى أقرب جزء من عشرة يساوي:



A 4.2 cm

B 17.1 cm

C 53.9 cm

D 2638.9 cm

حوّل القياس 75° إلى الراديان:

A) $\frac{5\pi}{6}$ B) $\frac{5\pi}{12}$ C) $\frac{5}{12}$ D) $\frac{\pi}{5}$

حوّل القياس $\frac{3\pi}{4}$ إلى الدرجات:

A) 135° B) 540° C) 270° D) 240°

حوّل القياس 90° إلى الراديان:

A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{\pi}{90}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{2}{\pi}$

أي الزوايا تشترك مع 590° في ضلع الانتهاء؟

130° (A 50° (B 230° (C -140° (D

ما الزاوية المشتركة في ضلع الانتهاء مع الزاوية $\frac{-5\pi}{9}$ المرسومة في الوضع القياسي؟

$\frac{13\pi}{9}$ (A $\frac{5\pi}{9}$ (B $\frac{23\pi}{9}$ (C $\frac{10\pi}{9}$ (D

حوّل القياس $\frac{2\pi}{9}$ إلى الدرجات:

20° (A 80° (B 40° (C $\frac{40^\circ}{\pi}$ (D

ما الزاوية المشتركة في ضلع الانتهاء مع الزاوية 90° المرسومة في الوضع القياسي؟

540° (A 450° (B -90° (C 270° (D

حوّل القياس $\frac{\pi}{6}$ إلى الدرجات:

$30\pi^\circ$ (A 30° (B 120° (C 60° (D

قياس الزاوية -60° بالراديان تساوي

a) $\frac{-\pi}{3}$ b) $\frac{\pi}{3}$ c) $\frac{-\pi}{60}$ d) $\frac{\pi}{60}$

قياس الزاوية 30° بالراديان يساوي

a) $\frac{-\pi}{6}$ b) $\frac{\pi}{6}$ c) $\frac{-\pi}{30}$ d) $\frac{\pi}{30}$

ما طول القوس S المقابل لزاوية مركزية قياسها $\frac{3\pi}{7}$ في دائرة طول نصف قطرها 49 cm ،علما بأن $\pi \approx \frac{22}{7}$

2
4

a) $22cm$ b) $66\,cm$ c) $55\,cm$ d) $33\,cm$

أعِد كتابة $\frac{2\pi}{9}$ راديان بقياس الدرجة.

a) 20°

b) 80°

c) 40°

d) 60°

طول القوس في الجزء المظلل بالأصفر بالدائرة التالية يساوي ....

a)	15.7 cm	
b)	7.85 cm	
c)	900 cm	
d)	1.59 cm	

إن الزاوية 120° تشترك في ضلع الانتهاء مع الزاوية التي قياسها :

a)	240°
b)	-240°
c)	60°
d)	420°

قيمة الزاوية $\theta = \frac{7\pi}{6}$ بالدرجات هي :

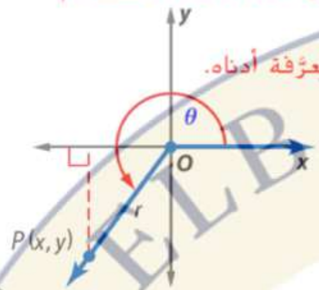
a)	210°
b)	120°
c)	140°
d)	3.66°

الدرس الثالث : النسب المثلثية للزوايا العامه

1) إيجاد قيم النسب المثلثية للزوايا العامة.
2) إيجاد قيم النسب المثلثية باستخدام زاوية المرجع

النسب المثلثية للزوايا العامة

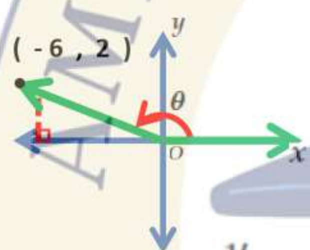
افترض أن الزاوية θ في وضع قياسي وأن $P(x, y)$ هي نقطة على ضلع الانتهاء لها. باستخدام نظرية فيثاغورس، $r = \sqrt{x^2 + y^2}$. النسب المثلثية الست للزاوية θ مُعرَّفة أدناه.



$\sin\theta = \frac{y}{r}$ $\quad \cos\theta = \frac{x}{r}$ $\quad \tan\theta = \frac{y}{x}, x \neq 0$

$\csc\theta = \frac{r}{y}, y \neq 0$ $\quad \sec\theta = \frac{r}{x}, x \neq 0$ $\quad \cot\theta = \frac{x}{y}, y \neq 0$

ضلع الانتهاء للزاوية θ الموجودة في وضع قياسي، يتضمن النقطة عند $(-6, 2)$. جـــد القيم الدقيقة للنسب المثلثية الست لــ θ.



$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Sin θ: $\frac{y}{r}$ =

Sec θ: $\frac{r}{x}$ =

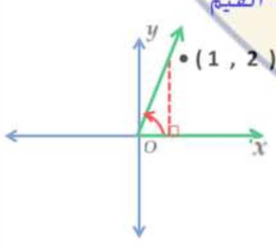
Csc θ: $\frac{r}{y}$ =

tan θ: $\frac{y}{x}$ =

Cos θ: $\frac{x}{r}$ =

Cot θ: $\frac{x}{y}$ =

ضلع الانتهاء للزاوية θ الموجودة في وضع قياسي، يتضمن النقطة عن (1 , 2) جـــد القيم الدقيقة للنسب المثلثية الست لــ θ.



Sin θ: $\frac{y}{r}$ =

Sec θ: $\frac{r}{x}$ =

Csc θ: $\frac{r}{y}$ =

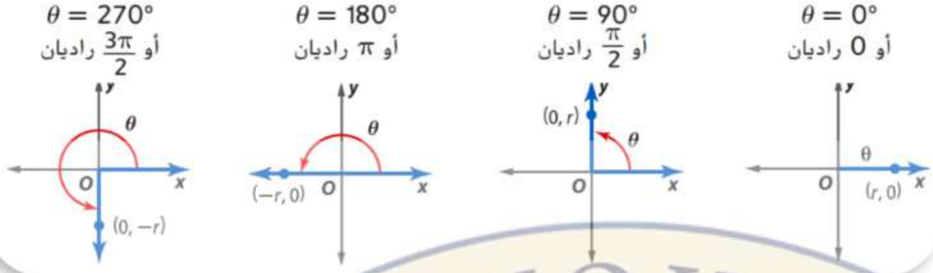
tan θ: $\frac{y}{x}$ =

Cos θ: $\frac{x}{r}$ =

Cot θ: $\frac{x}{y}$ =

الزوايا الربعية قياس الزاوية الربعية هو مضاعف $90°$ أو $\frac{\pi}{2}$.

الزوايا الربعية



ضلع الانتهاء للزاوية θ الموجودة في وضع قياسي، يتضمن النقطة عند $(0, -4)$ جـــد القيم الدقيقة للنسب المثلثية الست لــ θ.

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$\sin\theta = \frac{y}{r} =$ $\sec\theta = \frac{r}{x} =$

$\csc\theta = \frac{r}{y} =$ $\tan\theta = \frac{y}{x} =$

$\cos\theta = \frac{x}{r} =$ $\cot\theta = \frac{x}{y} =$

ضلع الانتهاء للزاوية θ الموجودة في وضع قياسي، يتضمن النقطة عند $(-2, 0)$. جـــد قيم النسب المثلثية الست لــ θ.

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$\sin\theta = \frac{y}{r} =$ $\sec\theta = \frac{r}{x} =$

$\csc\theta = \frac{r}{y} =$ $\tan\theta = \frac{y}{x} =$

$\cos\theta = \frac{x}{r} =$ $\cot\theta = \frac{x}{y} =$

ضلع الانتهاء للزاوية θ الموجودة في وضع قياسي، يتضمن النقطة عند $(0, -8)$ جـــد القيم الدقيقة للنسب المثلثية الست لــ θ.

$\sin\theta = \frac{y}{r} =$ $\sec\theta = \frac{r}{x} =$

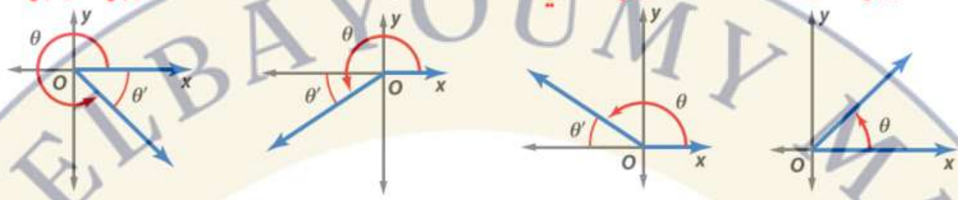
$\csc\theta = \frac{r}{y} =$ $\tan\theta = \frac{y}{x} =$

$\cos\theta = \frac{x}{r} =$ $\cot\theta = \frac{x}{y} =$

النسب المثلثية بزوايا المرجع إذا كانت θ زاوية غير ربعية في وضع قياسي، فإن **زاوية المرجع** θ' لها تكون الزاوية الحادة التي يصنعها ضلع الانتهاء لـ θ مع المحور x. فيما يلي قواعد إيجاد قياس زوايا المرجع حيث $0° < \theta < 360°$ أو $0° < \theta < 2\pi$.

زوايا المرجع

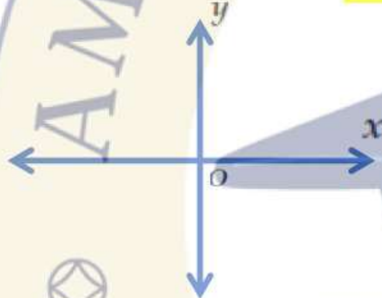
الربع الرابع	الربع الثالث	الربع الثاني	الربع الأول
$\theta' = 360° - \theta$ $\theta' = 2\pi - \theta$	$\theta' = \theta - 180°$ $\theta' = \theta - \pi$	$\theta' = 180° - \theta$ $\theta' = \pi - \theta$	$\theta' = \theta$



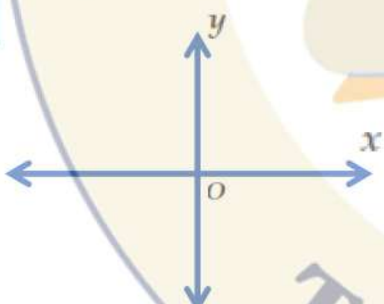
ارسم كل زاوية مما يلي، ثم جـــد زاوية المرجع لها.

$-110°$

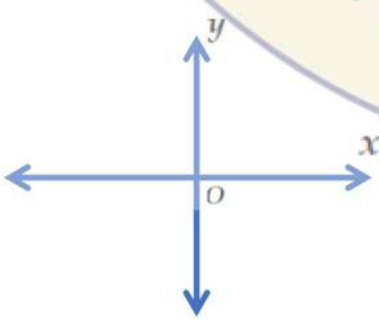
الزاوية المشتركة =

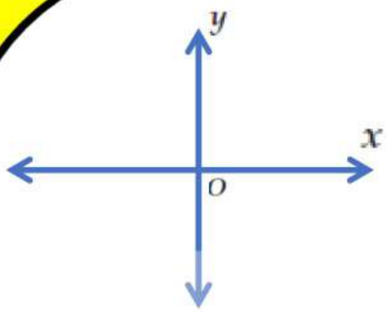


$\frac{2\pi}{3}$



$300°$





$-\frac{3\pi}{4}$

جـــد القيمة الدقيقة لكل نسبة مثلثية مما يلي.

$\csc 225^\circ$ $\qquad$ $\cos 240^\circ$

$\sec \frac{5\pi}{4}$ $\qquad$ $\cos 135^\circ$

$\tan \frac{5\pi}{6}$ $\qquad$ $\tan 300^\circ$

$\csc \frac{3\pi}{4}$ $\qquad$ $\tan \frac{5\pi}{3}$

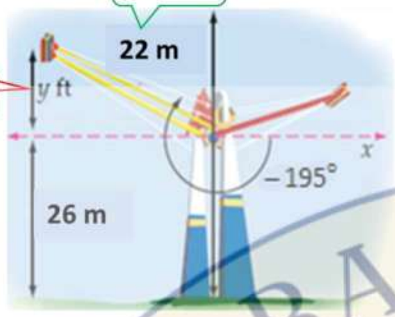
ألعاب الملاهي الأذرع الدوارة للعبة الملاهي الموضحة على اليسار طولها 25 m و يبلغ ارتفاع المحور الذي تتأرجح منه الذراع 29 مترًا طولاً. فما الارتفاع الإجمالي للعبة الملاهي عند أعلى نقطة للقوس؟

الزاوية المشتركة =

$\sin \theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$

الفصل الثالث
الدوال المثلثية
الوحدة العاشرة

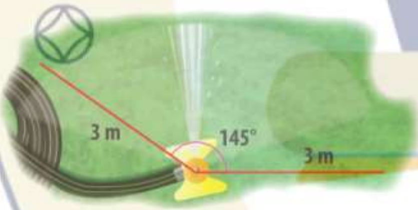
ألعاب الملاهي لعبة ملاهي مماثلة لها أذرع دوّارة أصغر طولها 22 m. ارتفاع المحور الذي تتأرجح الذراع منه يساوي 26 m، وزاوية الدوران من الوضع القياسي هي $-195°$. ما الارتفاع الإجمالي للعبة الملاهي عند أعلى نقطة للقوس؟



= الزاوية المشتركة

$$\sin\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

آلة الرش آلة رش تدور ذهابًا وإيابًا ترش المياه على مسافة 3 m من وضع أفقي. تدور الآلة 145° قبل أن تعكس اتجاهها. عند الزاوية 145°، ما المسافة التقريبية التي تبلغها المياه على يسار آلة الرش؟ **حوالي 2.5 m**



القيمة الدقيقة لـ $\tan 315°$

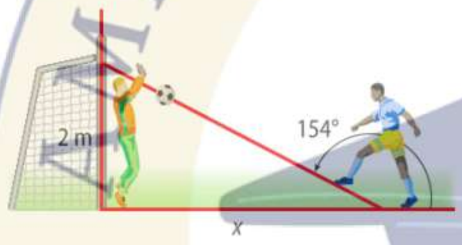
A)	1	B)	0
C)	-1	D)	0.5

القيمة الدقيقة لـ $\sec\frac{11\pi}{6}$

A)	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	B)	$\frac{2}{\sqrt{3}}$
C)	$\frac{-\sqrt{3}}{2}$	D)	$\frac{-2}{\sqrt{3}}$

التبرير لاعب كرة قدم يقف على بعد x أمتار من حارس المرمى. ركل الكرة صوب المرمى، كما هو موضح في الشكل. قفز حارس المرمى وأمسك بالكرة على ارتفاع 2 m في الهواء.

كم المسافة تقريبًا التي كان يبعدها حارس المرمى عن لاعب كرة القدم؟



A)	0.4 m	**B)**	**4.6 m**
C)	26 m	**D)**	4.1 m

افترض أن θ زاوية في وضع قياسي حيث $\cos\theta > 0$، في أي ربع يقع ضلع الانتهاء لـ θ ؟

A)	الأول	**B)**	الثاني
C)	الثالث	**D)**	الأول والرابع

جد القيمة الدقيقة للنسبة المثلثية لـ $\cos \frac{3\pi}{4}$

A)	$\frac{-1}{\sqrt{2}}$	B)	0.99
C)	$\sqrt{2}$	D)	-2

ضلع الانتهاء للزاوية θ التي في الوضع القياسي تتضمن النقطة $(0, -5)$ ، جد الـ $\sin\theta$

A)	1	B)	-1
C)	0.5	D)	2

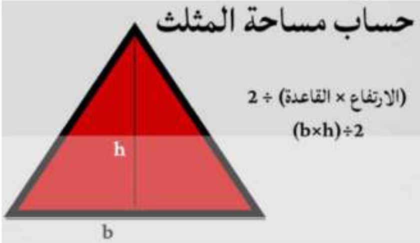
الزاوية المرجعية للزاوية 210° تساوي

A)	30°	B)	60°
C)	180°	D)	210°

إذا كان ضلع الانتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي يمر بالنقطة $(-4, -3)$ فإن .... $\tan\theta =$

A)	$\frac{-3}{4}$	B)	$\frac{3}{4}$
C)	$\frac{-4}{3}$	D)	$\frac{4}{3}$

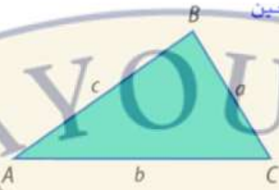
الدرس الرابع : قانون ال sine



1) إيجاد مساحة مثلث باستخدام ضلعين وزاوية محصورة.
2) استخدام قانون الـ sine في حل المثلثات

مساحة المثلث

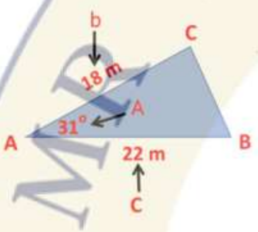
مساحة المثلث هي نصف ناتج ضرب طولي الضلعين وجيب الزاوية المحصورة بينهما.



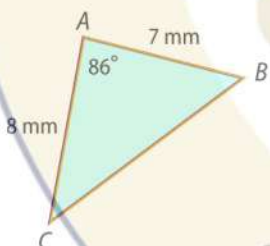
$$\text{المساحة} = \frac{1}{2}bc\sin A = \frac{1}{2}ac\sin B = \frac{1}{2}ab\sin C$$

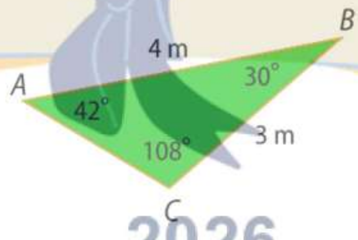
جـــد مساحة $\triangle ABC$ مع التقريب إلى أقرب جزء من عشرة إذا كانت $A = 31°$ و $b = 18$ m و $c = 22$ m.

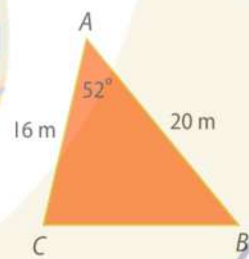
$102.0\ m^2$



جـــد مساحة $\triangle ABC$ مع التقريب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.







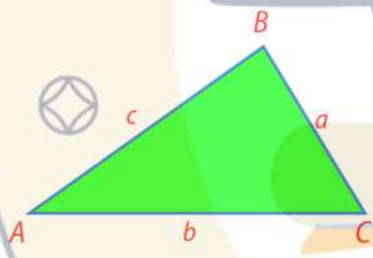
جـــــد مساحة $\triangle ABC$ مع التقريب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

$C = 25°,\ a = 4 \text{ m},\ b = 7 \text{ m}$ **5.9 m²**

$A = 138°,\ b = 10 \text{ cm.},\ c = 20 \text{ cm.}$ **66.9 cm²**

$B = 92°,\ a = 14.5 \text{ m},\ c = 9 \text{ m}$ **65.2 m²**

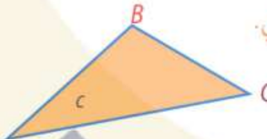
قانون ال sine



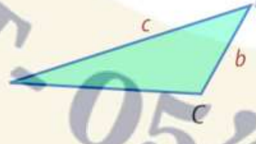
في $\triangle ABC$، إذا كانت الأضلاع التي أطوالها a و b و c مقابلة لزوايا قياسها A و B و C، على التوالي، فإن ما يلي صحيح.

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

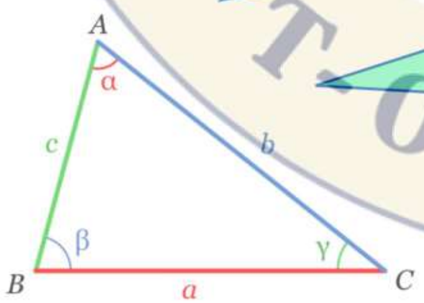
يمكنك استخدام قانون الـــ Sine لحل مثلث إذا كنت تعرف أيًا مما يلي.



- قياس زاويتين وأي ضلع (الحالتان زاوية-زاوية-ضلع AAS أو زاوية-ضلع-زاوية ASA)



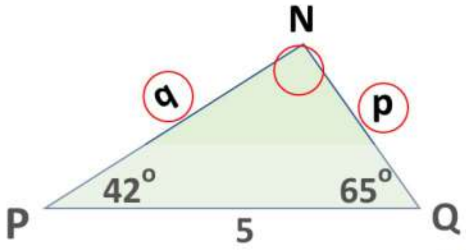
- قياس ضلعين والزاوية المقابلة لأي منهما (الحالة ضلع-ضلع-زاوية SSA)



$$\frac{a}{\text{sen}\,\alpha} = \frac{b}{\text{sen}\,\beta} = \frac{c}{\text{sen}\,\gamma}$$

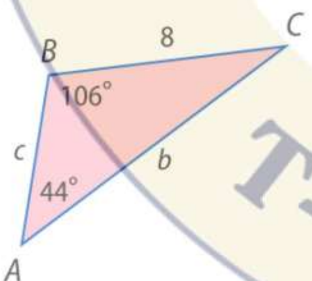
حل المثلث هو إيجاد ميع القياسات الناقصه في الاضلاع او الزوايا

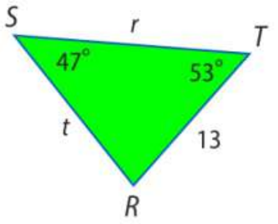
حُــلّ $\triangle NPQ$ إذا كانت $P = 42°$ و $Q = 65°$ و $n = 5$.

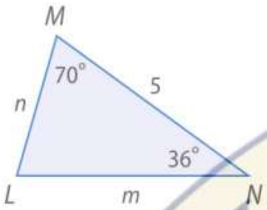


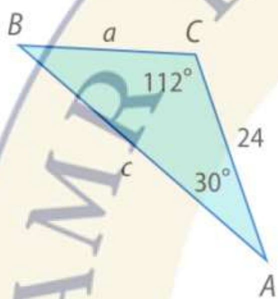
حُــلّ $\triangle FGH$ إذا كانت $G = 80°$ و $H = 40°$ و $g = 14$.

حُــلّ كل مثلث، وقرّب أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة وقياس الزوايا إلى أقرب درجة.









حَــلّ $\triangle HJK$ إذا كانت $H = 53°$ و $J = 20°$ و $h = 13$.

حُــلّ $\triangle ABC$ إذا كانت $A = 50°$ و $a = 2.5$ و $C = 67°$.

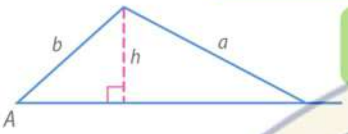
المثلثات المحتملة في الحالة SSA (ضلع-ضلع-زاوية)

أولاً : إذا كانت الزاوية المعطاة (A)حادة يعني قياسها أقل من °90 . $\angle A$ تكون حادة.

تأمل مثلث فيه قياس a و b و $m\angle A$ معطاة.

الضلع المعطى : b — **الضلع المقابل للزاوية المعطاة : a**

1) الضلع المقابل $\geq$ الضلع المجاور $\rightarrow a \geq b$



$a \geq b$
حل واحد

يوجد حل واحد

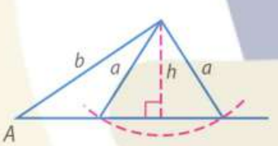
2) الضلع المقابل $<$ الضلع المجاور $\rightarrow a < b$

نجد $h = b \sin A$

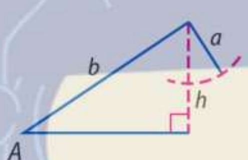
i) $h < a$ — **يوجد حلان(مثلثان)** **زاوية حادة وزاوية منفرجه**

ii) $h > a$ — **لا يوجد حل**

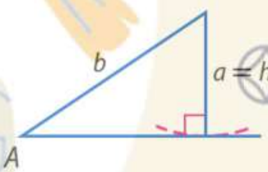
iii) $h = a$ — **مثلث واحد**



$h < a < b$
حلان



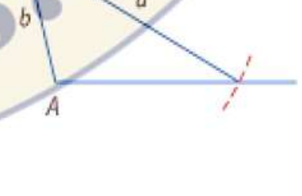
$a < h$
لا يوجد حل



$a = h$
حل واحد

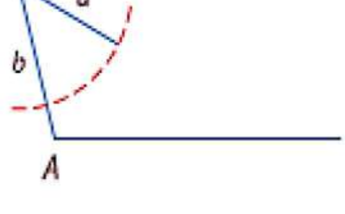
ثانياً : إذا كانت الزاوية المعطاة (A) قائمة أو منفرجة يعني قياسها أكبر أو يساوي °90

i) الضلع المقابل $>$ الضلع المجاور $\rightarrow a > b$



يوجد حل واحد

ii) الضلع المقابل $\leq$ الضلع المجاور $\rightarrow a \leq b$



لا يوجد حل

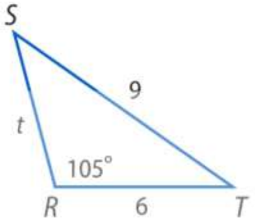
الفصل الثالث

الدوال المثلثية

الوحدة العاشرة

حدد ما إذا كان كل مثلث بلا حل، أم له حل واحد، أم له حلان. ثم جـــد حل المثلث، وقرّب أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة وقياس الزوايا إلى أقرب درجة.

في $\triangle RST$، $R = 105°$ و $r = 9$ و $s = 6$.



منفرجة R

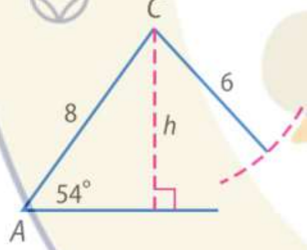
يوجد حل واحد

9 > 6

$S \approx 40^{o}$	$T \approx 35^{o}$	$t \approx 5.3$

$$\frac{\sin S}{6} = \frac{\sin 105^{o}}{9}$$

في $\triangle ABC$، $A = 54°$ و $a = 6$ و $b = 8$.



حادةA

6 < 8

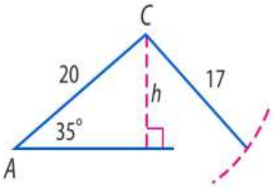
نجد h

الفصل الثالث

الوحدة العاشرة

الدوال المثلثية

في $\triangle ABC$، $A = 35°$ و $a = 17$ و $b = 20$.



حادةA

$17 < 20$

أوجد h

$h = 20 \text{ Sin } 35^{o} \approx$

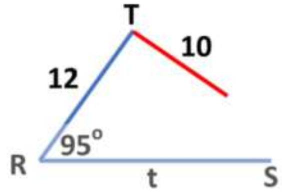
$17 > 11.5$

نقارن $h < a < b$

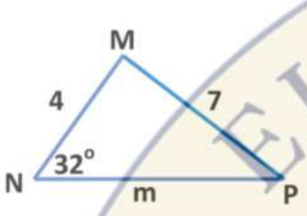
$11.5 < 17 < 20$

يوجد حلان

في $\triangle RST$، $R = 95°$ و $r = 10$ و $s = 12$.



في $\triangle MNP$، $N = 32°$ و $n = 7$ و $p = 4$.



N حادة

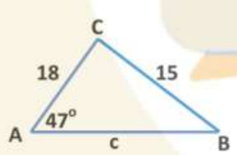
يوجد حل واحد

$7 > 4$

$m \approx 10.1$ | $M \approx 130^{\circ}$ | $p \approx 18^{\circ}$

في $\triangle ABC$، $A = 47°$ و $a = 15$ و $b = 18$.

الحالة (1) : B حادة



A حادة

$15 < 18$

نجد h

$h = 18 \sin 47^{\circ} \approx 13.2$

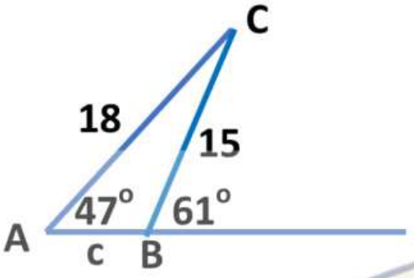
$15 > 13.2$

نقارن $h < a < b$

$13.2 < 15 < 18$

يوجد حلان

الحالة (2) : B منفرجة



لعبة البيسبول ضُربت كرة بيسبول بين القاعدتين الثانية والثالثة والتُقطت عند النقطة B، كما هو موضح في الشكل. كم تبعد نقطة التقاط الكرة عن القاعدة الثانية؟

كم تبعد نقطة التقاط الكرة عن القاعدة الثالثة؟ 25.8 m

الأعاصير تُكوّن صافرات إنذار الأعاصير A و B و C منطقة مثلثية الشكل في إحدى المناطق بالمدينة. تبعد صافرتا الإنذار A و B عن بعضهما 8 mi. وقياس الزاوية المتشكلة عند صافرة الإنذار A تساوي $112°$. والزاوية المتشكلة عند صافرة الإنذار B تساوي $40°$. ما المسافة التي تفرق بين الصافرتين B و C؟ **حوالي 15.8 mi**

حدد ما إذا كان كل مثلث $\triangle ABC$ بلا حل، أم له واحد، أم له حلان. ثم حل المثلث، وقرّب أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة وقياس الزوايا إلى أقرب درجة.

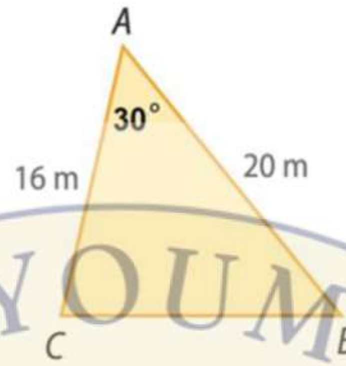
$A = 100°,\ a = 7,\ b = 3$

$A = 75°, a = 14, b = 11$

$A = 38°, a = 21, b = 18$

$A = 42°, a = 5, b = 6$

Find the area of $\triangle$ ABC. أوجد مساحة $\triangle$ ABC.



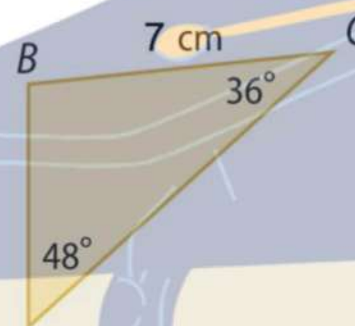
a. 80 m^2

b. $80\sqrt{3} \text{ m}^2$

c. 160 m^2

d. $160\sqrt{3} \text{ m}^2$

Find AC. Round to the nearest tenth if necessary. أوجد AC وقرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

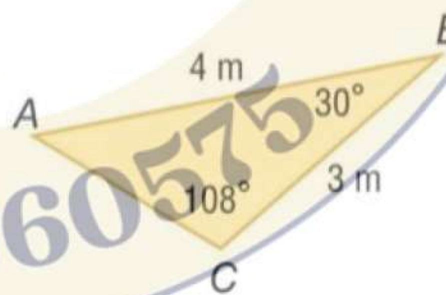


a. $AC = 5.5 \text{ cm}$

b. $AC = 9.4 \text{ cm}$

مساحة المثلث-Ex2_V2

Find the area of ΔABC. أوجد مساحة ΔABC.



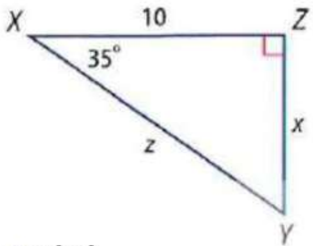
a. 11.4 m^2

b. 5.7 m^2

c. 3 m^2

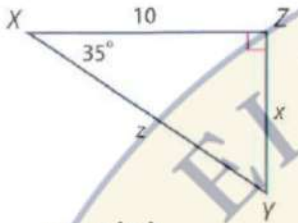
d. 6 m^2

أوجد قيمة x الموضحة فى المثلث



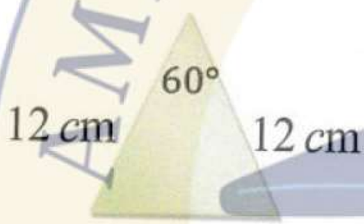
7 (A)   8 (B)   9 (C)   10 (D)

أوجد قيمة z الموضحة فى المثلث



8.7 (A)   13.7 (B)   15.4 (C)   12.2 (D)

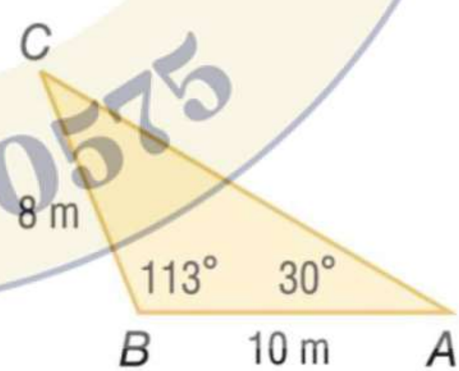
من الشكل المجاور فان مساحة المثلث تساوي



a) $72\sqrt{3}cm^2$ b) $36cm^2$ c) $72cm^2$ d) $36\sqrt{3}cm^2$

أوجد مساحة ΔABC لأقرب جزء من عشرة.

Find the area of ΔABC to the nearest tenth.



a. $36.8\ m^2$

b. $197.0\ m^2$

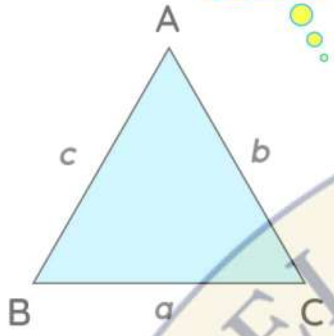
c. $40.0\ m^2$

d. $24.1\ m^2$

الدرس الخامس : قانون ال cosine

1. استخدام قانون الـ cosine في حل المثلثات.
2. الاختيار بين طرق حل المثلثات

قانون ال cosine



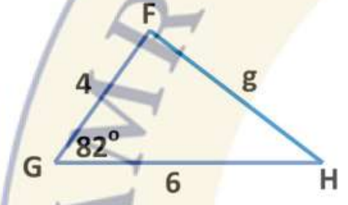
$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

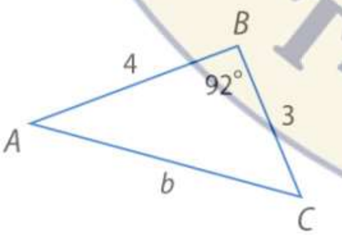
ضلعين وزاوية بينهما

حُــلّ $\triangle FGH$ إذا كانت $G = 82°$ و $f = 6$ و $h = 4$.



$$b = \sqrt{a^2 + c^2 - 2\,a\,c\,\cos B}$$

حُــلّ كل مثلث، وقرّب أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة وقياس الزوايا إلى أقرب درجة.



حُــلّ $\triangle ABC$ إذا كان $a = 5$ و $b = 11$ و $c = 8$.

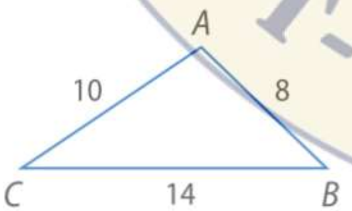
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

حُــلّ كل مثلث، وقرّب أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة وقياس الزوايا إلى أقرب درجة.

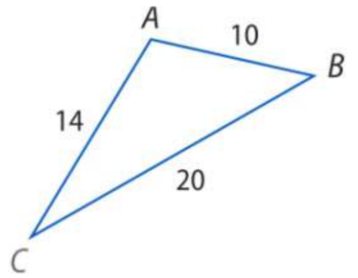
$a = 5, b = 8, c = 12$

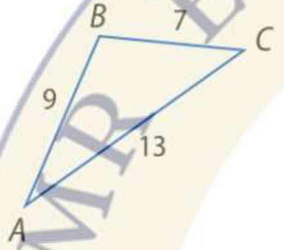
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

$B = 110°, a = 6, c = 3$



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$





$C = 80°,\ a = 9,\ b = 2$

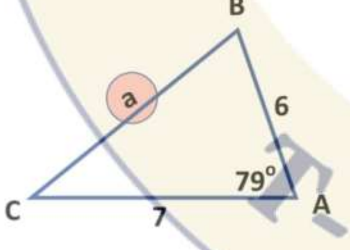
حل المثلثات المائلة	
المعطيات	ابدأ باستخدام
زاويتان وأي أضلاع	قانون الـــ Sine
ضلعان وزاوية مقابلة لأحدهما	قانون الـــ Sine
ضلعان وزاوية محصورة بينهما	قانون الـــ Cosine
ثلاثة أضلاع	قانون الـــ Cosine

الغطس نظر الغطاس لأعلى بزاوية 20° ورأى سلحفاة على بعد 2.7 m منه. ثم نظر لأسفل بزاوية 40° ورأى سمكة ببغائية زرقاء على بعد 3.6 m منه. ما المسافة الفارقة بين السلحفاة والسمكة الببغائية الزرقاء؟

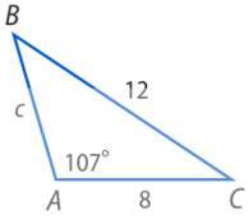
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

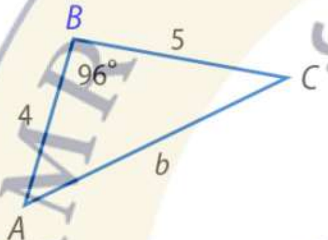
سباقات الماراثون ركضت نهلة 6 km في نفس الاتجاه. ثم انعطفت بزاوية 79° وركضت 7 km في نهاية السباق. ما المسافة التي تبعدها نهلة عن نقطة البداية لها؟

$$a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2\,bc\,\cos A}$$



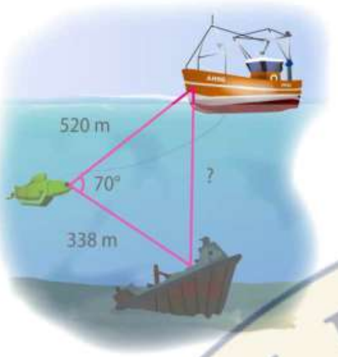
حدد ما إذا كان كل مثلث ينبغي حله بدءًا بقانون الــ Sine أم قانون الــ *Cosine*. ثم حُلّ المثلث.





في $\triangle RST$، $R = 35°$ و $s = 16$ و $t = 9$.

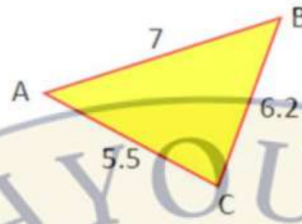
الاستكشاف جـــــد المسافة بين السفينة وحطام السفينة الموضحين في الرسم التخطيطي. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة. **514.2 m**



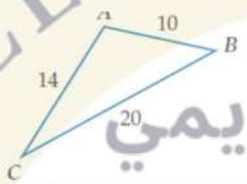
الأرض قطعة أرض على شكل مثلث. المسافات بين كل رأس في المثلث هي 140 m و 210 m و 300 m على التوالي. استخدم قانون الـ Cosine لإيجاد مساحة الأرض مع التقريب إلى أقرب متر مربع.

حوالي $13,148\ m^2$

في المثلث المجاور ، قيمة الزاوية B هي :

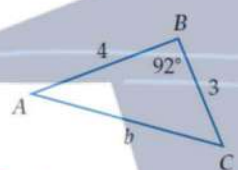
a)	73.2^o	
b)	54.4^o	
c)	90.3^o	
d)	48.7^o	

من الشكل قياس زاوية A لاقرب جزء من عشرة



أ	111.8°	ب	21.8°	جـ	120.4°	د	100.8°

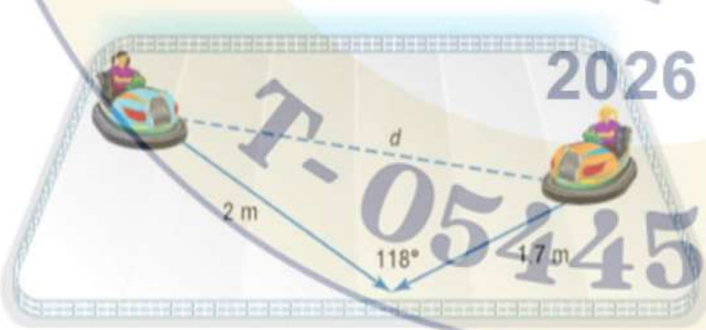
من الشكل المقابل طول b لاقرب جزء من عشرة يكون



أ	25.8	ب	5.1	جـ	24.2	د	4.9

سيارتان متصادمتان في لعبة ملاهٍ اصطدمتا على النحو أدناه.

أوجد d



a)3.17 c)1 .71

b)1.8 d) غير ذلك

في المثلث ABC: $b=5$, $a=7$, $C=36^\circ$. أوجد c.

a) 4.2 b) 17.4

c) 5.7 d) 2.4

أي مثلث مما يأتي يمكن أن تبدأ حله باستعمال قانون جيوب التمام؟

A) $A=115^\circ, a=19, b=13$

B) $B=48^\circ, a=22, b=5$

C) $A=62^\circ, B=15^\circ, b=10$

D) $A=50^\circ, b=20, c=18$

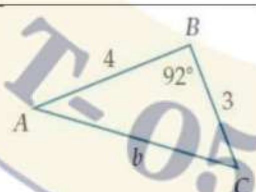
أوجد a في $\triangle ABC$، إذا كانت $b=2$, $c=6$, $A=35^\circ$:

A) 20.3 B) 7.7 C) 5.5 D) 4.5

أوجد c في $\triangle ABC$، إذا كانت $C=60^\circ$, $a=12$, $b=5$:

A) 109.0 B) 10.4 C) 11.8 D) 15.1

من الشكل المقابل طول b لاقرب جزء من عشرة يكون

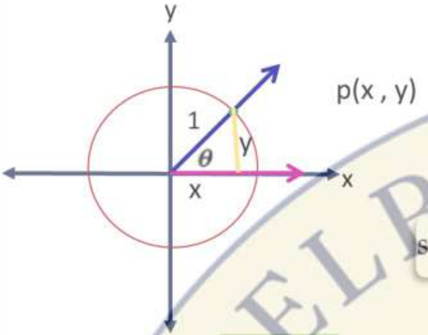


A	25.8	B	5.1	C	24.2	D	4.9

الدرس السادس : الدوال الدائرية والدورية

1. ايجاد قيم الدوال المثلثية باستخدام دائرة الوحدة .
2. استخدام خصائص الدوال الدورية لإيجاد قيمة الدوال المثلثية

دائرة الوحدة : هي دائرة مرسومة في المستوى الإحداثي مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها وحدة واحدة ومعادلتها $x^2 + y^2 = 1$



الزاوية θ في وضع قياسي يتقاطع ضلع الانتهاء لها مع دائرة الوحدة في النقطة $p(x, y)$

$$\sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{y}{1} = y \qquad \cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{x}{1} = x$$

$$\cos\theta = x$$
$$\sin\theta = y$$

كل من

$$\cos\theta = x$$
$$\sin\theta = y$$

تسمى دالة دائرية

$$p(x, y) = p(\cos\theta, \sin\theta)$$

الإحداثي x لنقطة تقاطع ضلع الانتهاء مع دائرة الوحدة

الإحداثي y لنقطة تقاطع ضلع الانتهاء مع دائرة الوحدة

يتقاطع ضلع الانتهاء للزاوية θ في الوضع القياسي مع دائرة الوحدة عند النقطة $P\left(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right)$. جـــد $\cos\theta$ و $\sin\theta$.

يتقاطع ضلع الانتهاء للزاوية θ في الوضع القياسي مع دائرة الوحدة عند كل نقطة P. جـــد $\cos\theta$ و $\sin\theta$.

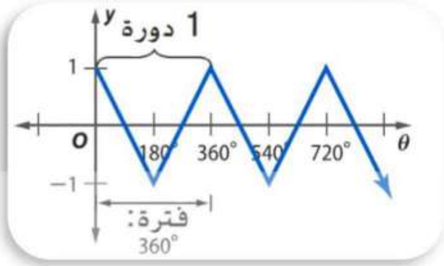
$P\left(\frac{15}{17}, \frac{8}{17}\right)$

$P\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$P\left(\frac{6}{10}, -\frac{8}{10}\right)$

$P\left(\frac{\sqrt{6}}{5}, \frac{\sqrt{19}}{5}\right)$

الدوال الدورية تحتوي **الدالة الدورية** على قيم y تكرر على فترات منتظمة. ويسمى النمط الواحد المكتمل **دورة**. ويُسمى الطول الأفقي للدورة الواحدة **فترة**



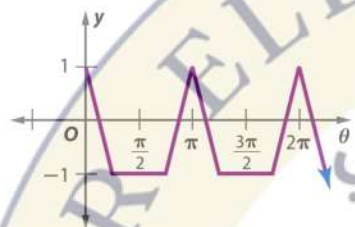
طول الفترة $= 360^{o} - 0 = 360^{o}$

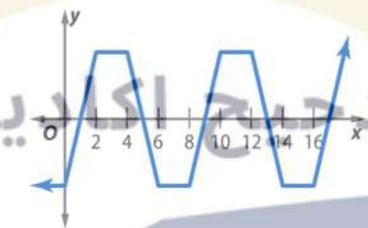
أو

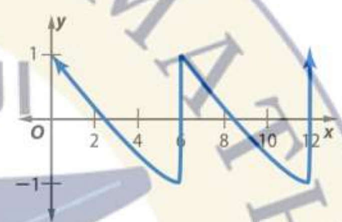
طول الفترة $= 720^{o} - 360^{o} = 360^{o}$

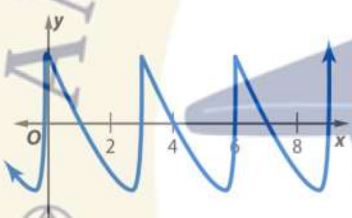
تتكرر الدورة كل $360°$.

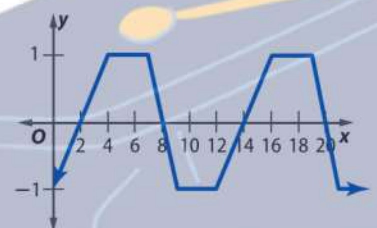
حدد فترة الدالة.

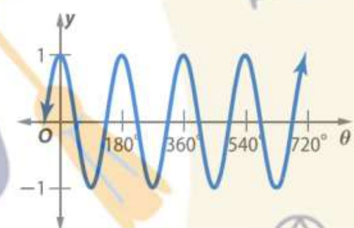


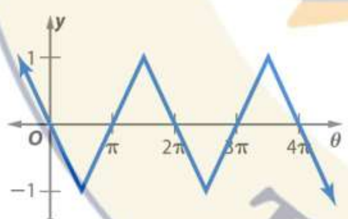


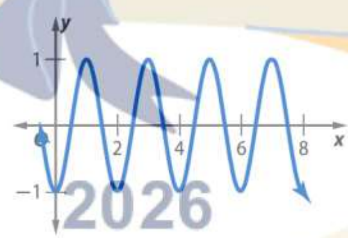


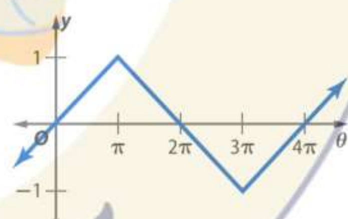




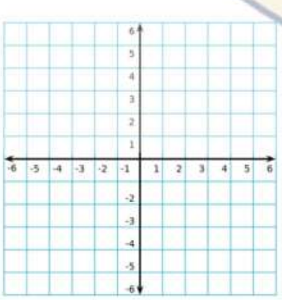








ارسم تمثيلاً بيانيًا لدالة لها فترة من 4.



جـــد القيمة الدقيقة لكل تعبير.

$\sin 420^\circ$

$\cos 480^\circ$

$\sin \frac{7\pi}{3}$

$\sin \frac{11\pi}{4}$

$\cos(-60^\circ)$

$\cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$

$\cos 450^\circ$

$\sin \frac{11\pi}{4}$

$\sin(-45^\circ)$

$\cos 570^\circ$

$6(\sin 30^\circ)(\sin 60^\circ)$

$\cos 45^\circ - \cos 30^\circ$

$\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + \frac{1}{3}\sin 3\pi$

$2\sin\frac{4\pi}{3} - 3\cos\frac{11\pi}{6}$

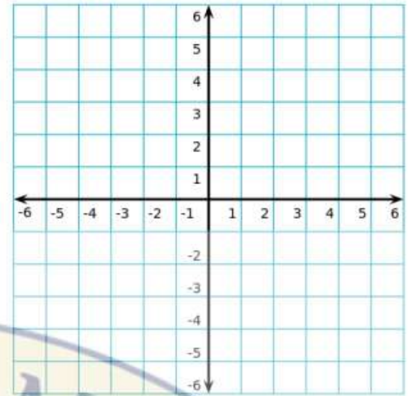
$\frac{(\cos 30^\circ)(\cos 150^\circ)}{\sin 315^\circ}$

$(\sin 45^\circ)^2 + (\cos 45^\circ)^2$

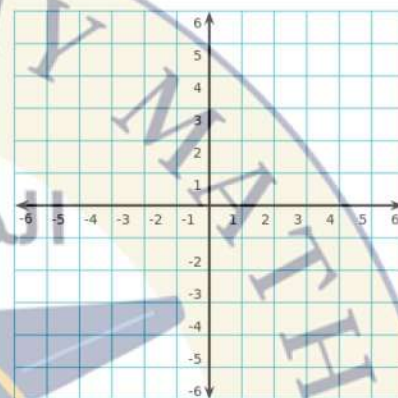
الدرس الثامن : التمثيل البياني للدوال المثلثية

1. وصف دوال sine و cosine والظل وتمثيلها بيانياً
2. وصف الدوال المثلثية الأخرى وتمثيلها بيانياً

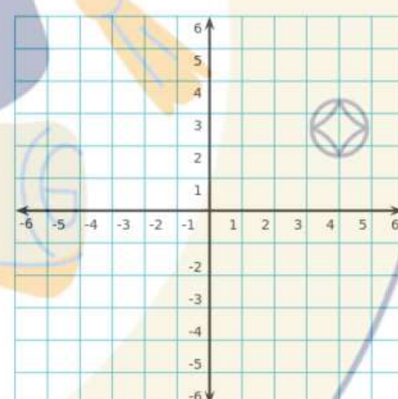
$$f(x) = \frac{3}{x-7} - 8$$



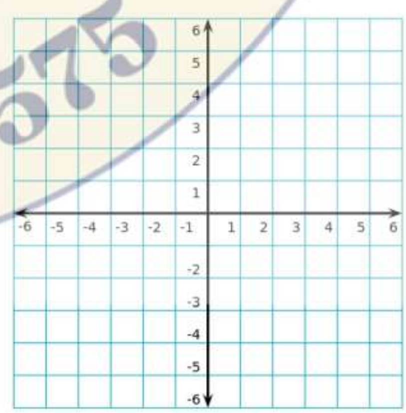
$$f(x) = \frac{9}{x+3} + 6$$



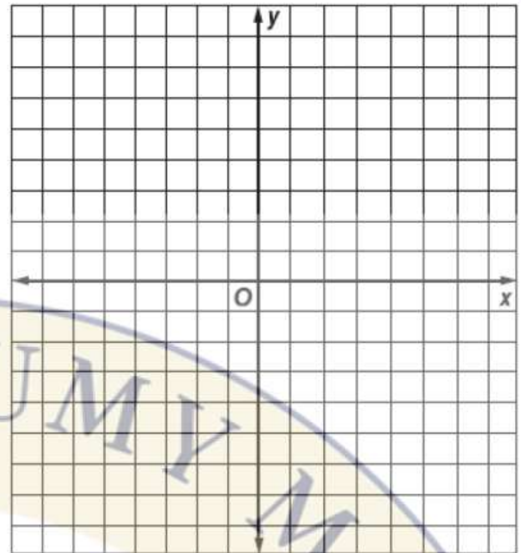
$$f(x) = \frac{-6}{x+4} - 2$$



$$f(x) = \frac{-5}{x-2} + 2$$



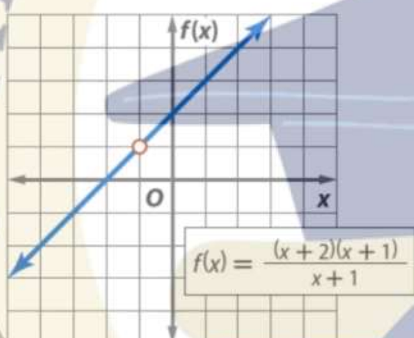
$$f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 - 4}$$



نقطة الانفصال

إذا كانت $f(x) = \frac{a(x)}{b(x)}$، $b(x) \neq 0$، $x - c$ عوامل لكل من $a(x)$ و $b(x)$، فسيوجد نقطة الانفصال عند $x = c$.

$$f(x) = \frac{(x+2)(x+1)}{x+1}$$
$$= x + 2;\ x \neq -1$$



مثِّل كل دالة بيانيًا.

$$f(x) = \frac{x^2 + 4x - 5}{x + 5}$$