

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية



*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae>

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر العام اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae/12>

* للحصول على جميع أوراق الصف الثاني عشر العام في مادة رياضيات وجميع الفصول, اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae/12>

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر العام في مادة رياضيات الخاصة بـ اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae/12>

* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف الثاني عشر العام اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae/grade12>

للتحدث إلى بوت المناهج على تلغرام: اضغط هنا

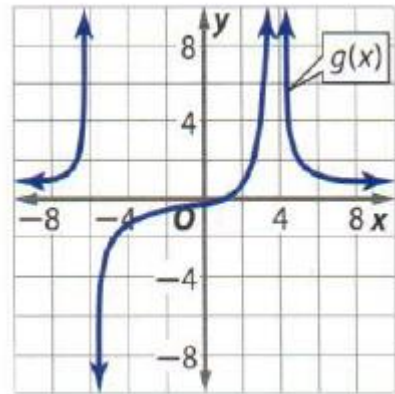
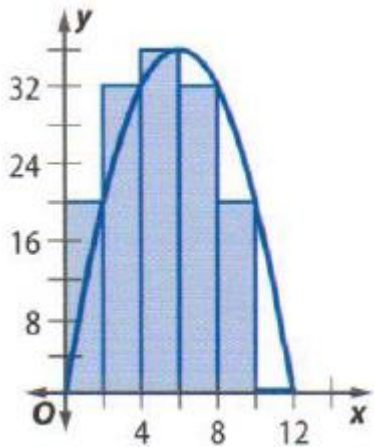
https://t.me/almanahj_bot



الرياضيات

الصف الثاني عشر عام

الفصل الدراسي الثالث



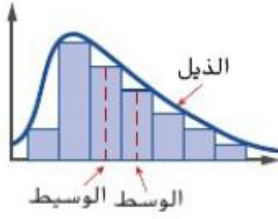
الوحدة العاشرة

الأحصاء و الاستقراء

الدرس الاول : الاحصاء الوصفي

المفهوم الأساسي التوزيعات المتماثلة والملتوية

التوزيع الملتو نحو اليمين



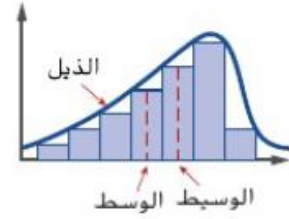
في التوزيع الملتو نحو اليمين، يكون الوسط أكبر من الوسيط، وتقع معظم البيانات إلى الجهة اليسرى، بينما يمتد الذيل إلى الجهة اليمنى.

التوزيع المتماثل



في التوزيع المتماثل، تتوزع البيانات بصورة متساوية على كلا طرفي الوسط، ويكون الوسط والوسيط متساويين تقريبًا.

التوزيع الملتو نحو اليسار



في التوزيع الملتو نحو اليسار، يكون الوسط أقل من الوسيط، وتقع معظم البيانات إلى الجهة اليمنى، بينما يمتد الذيل إلى الجهة اليسرى.

المفهوم الأساسي مخططات الصندوق ذات العارضين المتماثلة والملتوية

الملتوي نحو اليمين



العارضة اليمنى أطول من العارضة اليسرى، والخط الذي يمثل الوسيط أقرب إلى Q_1 من Q_3 .

المتماثل



العارضتان من الطول نفسه، والخط الذي يمثل الوسيط يقع تمامًا بين Q_1 و Q_3 .

الملتوي نحو اليسار



العارضة اليسرى أطول من العارضة اليمنى، والخط الذي يمثل الوسيط أقرب إلى Q_3 من Q_1 .

المفهوم الأساسي اختيار ملخصات الإحصاء

عند اختيار مقياسين للنزعة المركزية (للمركز) والانتشار (التشتت) لوصف توزيع ما، ادرس أولاً شكل التوزيع.

- فإذا كان التوزيع متماثلًا على نحو معقولٍ وخاليًا من القيم المتطرفة، فاستخدم الوسط والانحراف المعياري.
- وإذا كان التوزيع ملتويًا أو كانت له قيم متطرفة قوية، فإن ملخص الأعداد الخمسة (القيمة الصغرى، الربيع 1، الوسيط، الربيع 3، القيمة العظمى) يعطي تلخيصًا أفضل للتباعد الكلي للبيانات.

لا تكون توزيعات البيانات متماثلة أو ملتوية على الدوام. بل إن البيانات تقع أحيانًا في مجموعات جزئية أو **تجمعات**. فإذا كان توزيع ما يضم فجوة في المنتصف، فقد ينتج تجمعان منفصلان للبيانات. ويعرف توزيع البيانات ذو المنوالين، وبالتالي ذو نقطتين عليتين، باسم **التوزيع ثنائي المنوال**.

الطول يوضح الجدول التوزيع التكراري لأطوال الأولاد في فصول المعلم إبراهيم لشرح مقدمة التفاضل والتكامل.

A. أنشئ تمثيلاً للمراكز المنشوية للبيانات.

B. فذّر المركز المئوي لولد طوله 169 cm
في هذا التوزيع، وفسر معناه.

الفئات الخاصة بالفصل	التكرار (f)
146.5–154	11
154–161.5	15
161.5–169	15
169.5–176.5	12
176.5–184	7

This image shows a full page of white paper with horizontal dashed lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the page.

10. الهطول المطري يوضح الجدول التوزيع التكراري للهطول المطري السنوي المتوسط بالسنتيمتر في 50 دولة مختلفة. (المثال 5)

الفئات الخاصة بالفصل	f
0-9.5	3
9.5-19.5	8
19.5-29.5	4
29.5-39.5	14
39.5-49.5	16
49.5-59.5	5

a. أنشئ تمثيلًا بيانيًا للمراكز المئوية للبيانات.

b. قَدِّر المركز المنوي الذي يمثله هطول مطري متوسط قيمته 50 cm في هذا التوزيع، وفسر معناه.

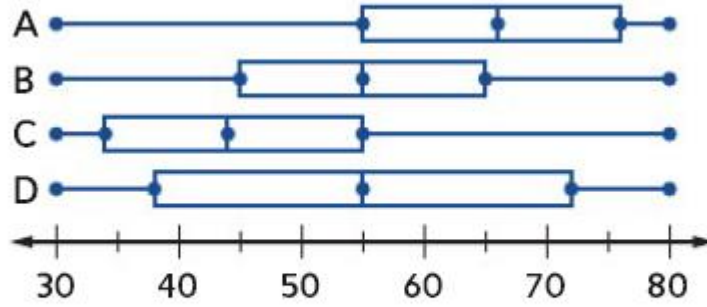
This image shows a full page of white paper with horizontal dashed lines, typical of primary school writing paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

b. استخدم طريقة العرض هذه لمقارنة التوزيعين. (المثال 4)

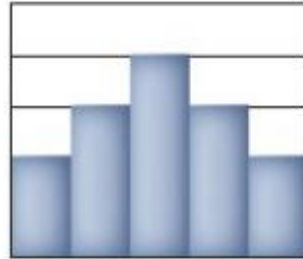
العام 1								
23	48	31	27	28	35	27	28	24
15	16	28	33	22	16	28	40	24
العام 2								
29	34	25	33	26	35	27	40	27
22	48	29	34	21	24	29	21	34

This image shows a full page of white paper with horizontal dashed lines, typical of primary school writing paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

اكتب حرف المخطط الصندوقي المقابل لكل مدرج إحصائي مما يلي.

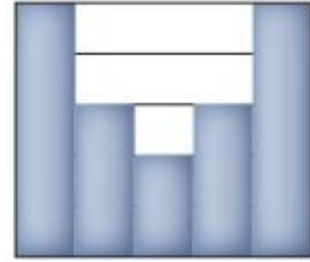


11.



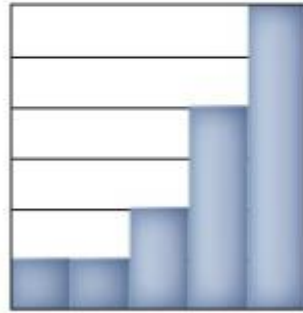
30 40 50 60 70 80

12.



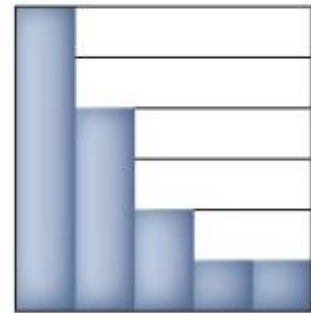
30 40 50 60 70 80

13.



30 40 50 60 70 80

14.



30 40 50 60 70 80

يعرض الجدول التوزيع التكراري لنتائج اختبار القيادة في أحد المراكز في يوم ما. قَدِّر المركز المنوي لشخص سجل 72 نقطة في ذلك اليوم.

F 27%

G 30%

H 34%

J 72%

التكرار f	الفئات الخاصة بالفصل
12	0–65.5
3	65.5–70.5
4	70.5–75.5
1	75.5–80.5
9	80.5–85.5
13	85.5–90.5
8	90.5–95.5
6	95.5–100

الدرس الثاني: التوزيعات الاحتمالية

صنّف كل متغير عشوائي X على أنه منفصل أو متصل. اشرح استنتاجك.
(المثال 1)

1. يمثل X عدد الرسائل النصية التي أرسلها طالب اختير عشوائيًا في يوم معين.
2. يمثل X الزمن الذي يستغرقه مجموعة من الطلاب تم اختيارهم عشوائيًا لإنهاء اختبار بدني.
3. يمثل X وزن كعكة شوكولاتة رقيقة اختيرت عشوائيًا في كافيتريا المدرسة.
4. يمثل X عدد الأقراص المدمجة التي يمتلكها طالب اختير عشوائيًا في يوم معين.
5. يمثل X عدد الأصوات التي تلقاها مرشح اختير عشوائيًا لانتخابات محددة.
6. يمثل X وزن مصارع اختير عشوائيًا في يوم معين.

المفهوم الأساسي توزيع احتمالي

إن التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي X هو جدول أو معادلة أو تمثيل بياني يربط كل قيمة ممكنة لـ X باحتمال وقوع الحدث. وتحدّد هذه الاحتمالات نظريًا أو بالرصد.

يجب أن يحقق التوزيع الاحتمالي الشروط التالية.

- يجب أن يكون احتمال كل قيمة لـ X ما بين 0 و 1، بحيث تكون، $0 \leq P(X) \leq 1$.
- يجب أن يساوي مجموع جميع احتمالات كل قيم X العدد 1، أي $\sum P(X) = 1$.

المفهوم الأساسي وسط التوزيع الاحتمالي

الشرح لإيجاد وسط التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X ، اضرب كل قيمة لـ X في احتمالها وأوجد مجموع نواتج الضرب.

الرموز وسط متغير عشوائي X موضح من خلال $\mu = \sum [X \cdot P(X)]$ ، حيث X_1, X_2, \dots, X_n هي قيم X و $P(X_1), P(X_2), \dots, P(X_n)$ هي الاحتمالات المقابلة.

المفهوم الأساسي التباين والانحراف المعياري للتوزيع الاحتمالي

الشرح لإيجاد تباين التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X ، اطرح وسط التوزيع الاحتمالي من كل قيمة لـ X ورتب الفرق. ثم اضرب كل فرق باحتماليته المقابلة لإيجاد مجموع نواتج الضرب. والانحراف المعياري هو الجذر التربيعي للتباين.

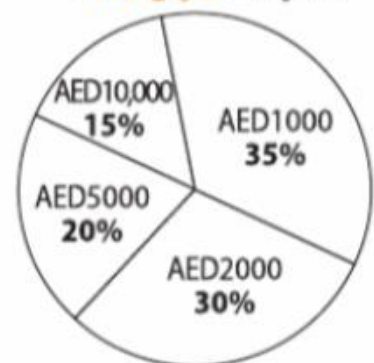
الرموز تباين المتغير العشوائي X معطى من $\sigma^2 = \sum [(X - \mu)^2 \cdot P(X)]$ ، والانحراف المعياري معطى من $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$.

قيمة التوقع $E(X)$ للمتغير العشوائي الخاص بالتوزيع الاحتمالي تساوي قيمة وسط المتغير العشوائي، أي، $E(X) = \mu = \sum [X \cdot P(X)]$.

مدينة الألعاب المائية تبيع مدينة للألعاب المائية مبلغ AED 350,000 حين يكون الطقس طبيعيًا وتخسر مبلغ AED 80,000 في الموسم عندما يفوق عدد الأيام ذات الطقس السيئ الأيام ذات الطقس الطبيعي. فإذا كان احتمال وجود عدد أكبر من الأيام سيئة الطقس من الأيام ذات الطقس الطبيعي هذا الموسم تساوي 35%. فأوجد الربح المتوقع لمدينة الألعاب المائية.

8. الاختيار من متعدد أوجد قيمة توقع الفوز بإحدى الجوائز التالية. (الدرس 3-9)

- F AED1950
- G AED2100
- H AED3000
- J AED3450



تأمين السيارات ستدفع الشركة في وثيقة تأمين السيارة التي تتكلف AED 300 حوالي AED 25,000 عند تحطم السيارة. إذا كان احتمال تحطم السيارة هي $p = 0.0002$ ، فما قيمة توقع الربح (أو الخسارة) بالنسبة إلى الشركة في هذه الوثيقة التأمينية؟ (المثال 5)

جمع التبرعات تستضيف مدرسة حفلًا سنويًا لجمع التبرعات، حيث تباع فيه بطاقات للمخبوزات ذات القيم المشار إليها أدناه. افترض أن 100 بطاقة بيعت للسحب على واحدة من كل من الكعكات الأربع.



ما قيمة التوقع للربح الذي سيحققه أحد المشاركين إذا اشترى بطاقة واحدة بقيمة AED 1؟ (مثال 5)

أنشئ توزيعاً احتمالياً ومثله بيانياً لكل متغير عشوائي X . وأوجد الوسط وفسره في سياق الحالة المعطاة. (الأمثلة 2-4)

الموسيقى سئل طلابٌ عن عدد مشغلات MP3 التي يملكونها.

المشغلات، X	التكرار
0	9
1	17
2	9
3	5
4	2

الترفيه كان هناك 20 مشاركاً في مسابقةٍ لتناول الشطائر ضمن فعاليات معرض المقاطعة.

الشطائر المتناولة، X	التكرار
1	1
2	5
3	9
4	3
5	2

المفهوم الأساسي التجربة ذات الحدين

التجربة ذات الحدين عبارة عن تجربة عشوائية تحقق مع الشروط التالية.

- تكرر التجربة لعدد ثابت من المحاولات المستقلة n
- لكل محاولة مخرجان محتملان اثنان فقط، وهما النجاح S أو الفشل F .
- يتساوى احتمال النجاح $P(S)$ أو p في كل محاولة. ويساوي احتمال الفشل $P(F)$ أو q القيمة $1 - p$.
- المتغير العشوائي X يمثل عدد مرات النجاح في n التجارب.

حدّد إن كانت كل تجربة تجربة ذات حدين أو إن كان يمكن اختزالها إلى تجربة ذات حدين. فإن كان يمكن تقديمها على أنها تجربة ذات حدين، فاذكر قيم n و p و q . ثم أدرج جميع القيم المحتملة للمتغير العشوائي. وإن لم تكن كذلك، فاشرح السبب. (مثال 6)

تجري استقصاء على 25 طالبًا لمعرفة كم من هؤلاء الطلاب أعسر. يمثل المتغير العشوائي عدد الأشخاص الأعسر.

تجري استقصاء على 200 شخص لتعرف إن كانوا يتابعون أمسية يوم الإثنين الكروية. يمثل المتغير العشوائي عدد الأشخاص الذين يتابعون أمسية الإثنين الكروية.

ترمي حجر نرد أثناء لعب إحدى ألعاب النرد 10 مرات لتعرف إن كان يظهر العدد 5. يمثل المتغير العشوائي عدد مرات ظهور العدد 5.

عند إلقاء قطعة نقدٍ 20 مرة كي ترى كم مرة تظهر الكتابة. يمثل المتغير العشوائي عدد مرات ظهور الكتابة.

.....

.....

.....

.....

تسأل 15 شخصًا عن أعمارهم. يمثل المتغير العشوائي أعمارهم.

.....

.....

.....

.....

تجري استقصاءً على 40 طالبًا كي تعرف من منهم قد نجح في اختبار القيادة. يمثل المتغير العشوائي نتائجهم في الاختبار.

.....

.....

.....

.....

الصفوف الدراسية خلال السنة الدراسية الأخيرة في مدرسة ثانوية محددة، درس 48% من الطلاب لغةً أجنبية. وقد سئل سبعة طلاب اختيروا عشوائيًا إذا ما درسوا لغةً أجنبيةً خلال السنة الأخيرة. أنشئ توزيعًا احتماليًا عشوائيًا للمتغير العشوائي X الذي يمثل الطلاب الذين أجابوا بنعم ومثله بيانًا. ثم أوجد احتمال أن يكون أقل من 4 من أولئك الطلاب قد أجابوا بنعم.

المفهوم الأساسي الوسط لتوزيع ذي حدين وانحرافه المعياري

ويعطى الوسط والتباين والانحراف المعياري للمتغير عشوائي X له توزيع احتمالي ذو حدين بالصيغ التالية:

$\mu = np$	الوسط
$\sigma^2 = npq$	التباين
$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$ أو \sqrt{npq}	الانحراف المعياري

تمارين يعرض الجدول التوزيع ذي الحدين الوارد في المثال 7. أوجد الوسط والتباين والانحراف المعياري لهذا التوزيع. وفسر الوسط في سياق حالة المسألة.

X	0	1	2	3	4	5
$P(X)$	0.116	0.312	0.336	0.181	0.049	0.005

[illegible]

أنشئ توزيعاً ذا حدين ومثله بيانياً لكل متغير عشوائي. وأوجد الوسط وفسره في سياق الحالة المعطاة. ثم أوجد التباين والانحراف المعياري.

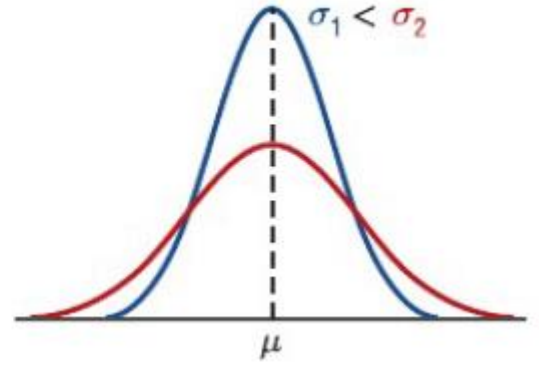
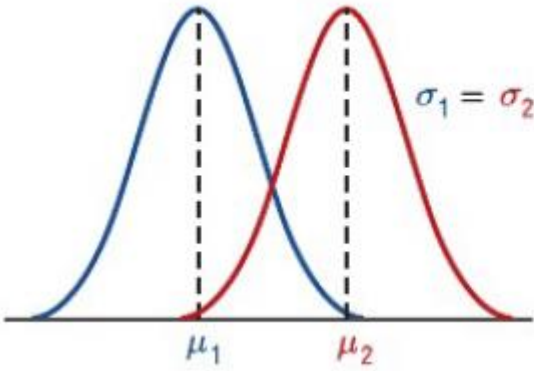
خلال استقصاء جرى مؤخراً تبين أن 89% من المشاركين يطلبون إضافات على وجبات البيتزا. يسأل خمسة مراهقين اختبروا عشوائياً إذا كانوا يطلبون إضافات.

[illegible]

الدرس الثالث :التوزيع الطبيعي

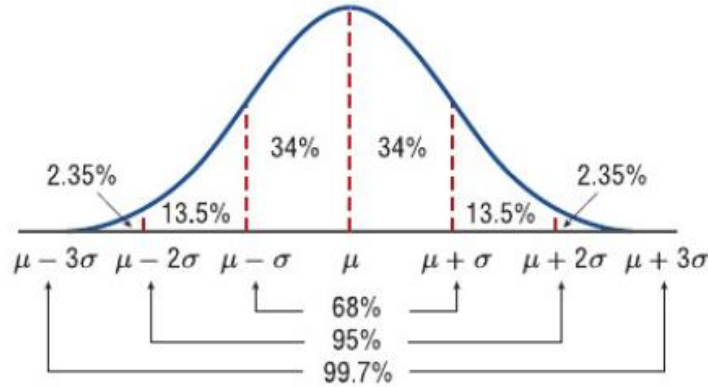
المفهوم الأساسي خواص التوزيع الطبيعي

- يتسم التمثيل البياني للمنحنى بأنه متصل ويشبه شكل الجرس ومتماثل بالنسبة للوسط.
- يتسم الوسط والوسيط والمنوال بالمساواة والمركزية.
- يحد المنحنى متصلًا.
- يقترب المنحنى من المحور الأفقي x ولكنه لا يتلامس معه أبدًا.
- المساحة الإجمالية تحت المنحنى تساوي 1 أو 100%.



المفهوم الأساسي القاعدة التجريبية

في التوزيع الطبيعي ذي الوسط μ والانحراف المعياري σ ، ينطبق ما يلي:



- تقع تقريبًا 68% من قيم البيانات فيما بين $\mu - \sigma$ و $\mu + \sigma$.
- تقع 95% من البيانات بين $\mu - 2\sigma$ و $\mu + 2\sigma$.
- تقع 99.7% من قيم البيانات بين $\mu - 3\sigma$ و $\mu + 3\sigma$.

التصنيع توزع آلة لتعبئة قوارير الماء كميات مختلفة قليلاً من الماء في كل قارورة. افترض أن حجم الماء في 120 قارورة له توزيع طبيعي وسطه 1.1 وانحراف معياري يساوي 0.02.

A. ما العدد التقريبي لقوارير الماء التي تملأ بكمية أقل من 1.06؟

B. ما النسبة المئوية من القوارير التي تضم ما بين 1.08 و 1.14؟

This image shows a full page of white paper with horizontal blue or grey ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, typical of notebook paper. There are no margins, text, or other markings on the page.

التلوث الضوضائي خلال دراسة على التلوث الضوضائي، قاس باحثون مستوى الصوت بالديسبل في شارعٍ مكتظٍ ضمن إحدى المدن لمدة 30 يومًا. وتبعًا لهذه الدراسة، كان مستوى الضجيج المتوسط 82 ديسبل عند انحرافٍ معياري يساوي 6 ديسبل. افترض أن البيانات ذات توزيع طبيعي. (مثال 1)

a. إذا كانت المحادثة الطبيعية تتم عند مستوى حوالي 64 ديسبل، حدّد عدد الساعات خلال الدراسة والتي كانت مستوى الضجيج عندها بهذا المستوى من الانخفاض.

b. حدّد النسبة المئوية التي كان خلالها الضجيج يتراوح بين 76 ديسبل و 88 ديسبل.

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

المفهوم الأساسي صيغة قيم z

قيمة z الخاصة بقيمة البيانات في مجموعة بيانات محددة من خلال $z = \frac{X - \mu}{\sigma}$ ، حيث X هي قيم البيانات، و μ هو الوسط، و σ هو الانحراف المعياري.

أوجد كلاً مما يلي

z إذا كان $X = 19$ و $\mu = 22$ و $\sigma = 2.6$

.....

.....

.....

.....

X إذا كان $z = 2.3$ و $\mu = 64$ و $\sigma = 1.3$

.....

.....

.....

.....

z إذا كان $X = 32$ و $\mu = 28$ و $\sigma = 1.7$

.....

.....

.....

.....

X إذا كان $z = 2.15$ و $\mu = 39$ و $\sigma = 0.4$

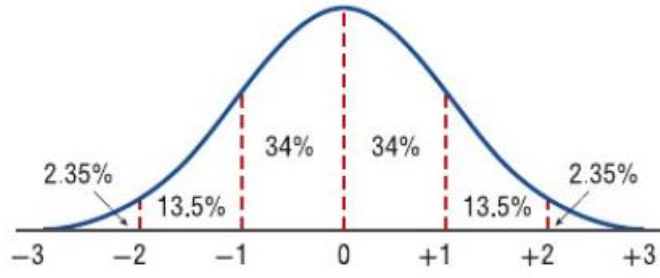
.....

.....

.....

.....

المفهوم الأساسي خواص التوزيع الطبيعي المعياري



- المساحة الإجمالية تحت المنحنى تساوي 1 أو 100%.
- تقع المنطقة كلها بين $z = -3$ و $z = 3$.
- التوزيع متماثل.
- الوسط يساوي 0 والانحراف المعياري يساوي 1.
- يقترب المنحنى من المحور الأفقي x ولكنه لا يتلامس معه أبدًا.

كرة السلة بلغ متوسط عدد النقاط التي أحرزها أحد فرق كرة السلة خلال موسم واحد 63 مع انحراف معياري 18. إذا كانت هناك 15 مباراة خلال الموسم، فأوجد النسبة المئوية للمباريات التي أحرز فيها الفريق أكثر من 70 نقطة. افترض أن توزيع عدد النقاط كان طبيعيًا. **35%**

قطار الملاهي يساوي متوسط وقت انتظار ركوب القطار لعدد

16,000 راكبًا لقطار الملاهي في اليوم 72 دقيقة بانحراف معياري

يساوي 15 دقيقة. افترض أن البيانات موزعةً توزيعًا طبيعيًا. (مثال 3)

a. حدّد عدد الركاب الذين ينتظرون أقل من 60 دقيقة لركوب قطار الملاهي.

b. حدّد عدد الركاب الذين ينتظرون أكثر من 90 دقيقة لركوب قطار الملاهي.

أوجد فترة قيم z المرتبطة بكل منطقة.

نسبة 25% الوسطى من البيانات

.....

.....

.....

.....

النسبة الخارجية 60% من البيانات

.....

.....

.....

.....

الاختبار توزع درجات اختبار معياري توزيعًا طبيعيًا فيه $\mu = 72$ و $\sigma = 11$. أوجد كل احتمال مما يلي واستخدم حاسبة للتمثيل البياني لتمثيل المساحة المقابلة تحت المنحنى.

A. $P(X < 89)$

B. $P(65 < X < 85)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

البحث يختار باحث خلال إحدى الدراسات الطبية مجموعةً للدراسة وسط وزنها 86 كيلوجراماً وانحرافها المعياري 5.5 kg. افترض أن الأوزان موزعةً طبيعياً.

A. إذا كانت الدراسة ستركز بصورة رئيسة على المشاركين الذين تقع أوزانهم في النسبة الوسطى 80% من مجموعة البيانات، فما مدى الأوزان الذي سيتضمنه ذلك؟

B. إذا تم الاتصال بالمشاركين الذين تقع أوزانهم ضمن النسبة الخارجية 5% من التوزيع بعد أسبوعين من الدراسة، فما مدى أوزان الأشخاص الذين سيجري الاتصال بهم؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

التصنيع توزع آلة لتعبئة قوارير الماء كميات مختلفة قليلاً من الماء في كل قارورة. افترض أن حجم الماء في 120 قارورة له توزيع طبيعيّ وسطه 1.1 لتر وانحرافً معياريّ يساوي 0.02 لتر.

A. ما العدد التقريبي لقوارير الماء التي تُملأ بكمية أقل من 1.06 لتر؟

B. ما النسبة المئوية من القوارير التي تضم ما بين 1.08 و1.14 لتر؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

المفهوم الأساسي قانون قيم Z

قيمة Z الخاصة بقيمة البيانات X الموجودة في مجموعة موزعة طبيعيًا تُعطى بالقانون $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$. حيث μ تمثل المتوسط و σ الانحراف المعياري.

3. أوجد قيمة X إذا كانت $\mu = 39$ و $\sigma = 8.2$ و $z = 0.73$. اذكر موقع X في التوزيع.

.....

.....

.....

أوجد المتغير الناقص. اذكر موقع X في التوزيع.

4. z إذا كانت $\mu = 89$ و $X = 81$ و $\sigma = 11.5$ 5. z إذا كانت $\mu = 13.3$ و $X = 17.2$ و $\sigma = 1.9$

.....

.....

.....

.....

6. X إذا كانت $z = -1.38$ و $\mu = 68.9$ و $\sigma = 6.6$ 7. σ إذا كانت $\mu = 21.1$ و $X = 13.7$ و $z = -2.40$

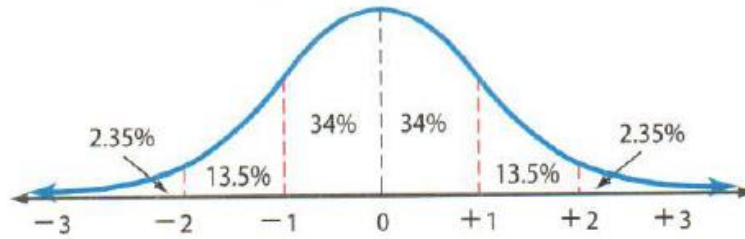
.....

.....

.....

.....

المفهوم الأساسي خواص التوزيع الطبيعي المعياري



- المساحة الإجمالية تحت المنحنى تساوي وحدة واحدة أو 1 أو 100%.
- تقع المنطقة كلها تقريباً بين $z = -3$ و $z = 3$.
- التوزيع متماثل.
- المتوسط يساوي 0 والانحراف المعياري يساوي 1.

الاختبار توزع درجات اختبار معياري توزيعاً طبيعياً فيه $\mu = 72$ و $\sigma = 11$. أوجد كل احتمال مما يلي واستخدم حاسبة للتمثيل البياني لتمثيل المساحة المقابلة أسفل المنحنى.

A. $P(X < 89)$

B. $P(65 < X < 85)$

.....

.....

.....

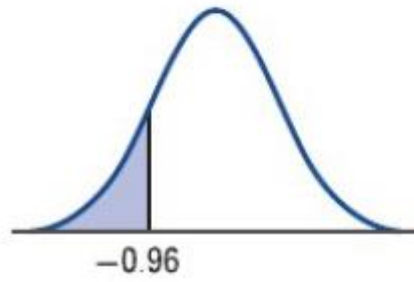
.....

.....

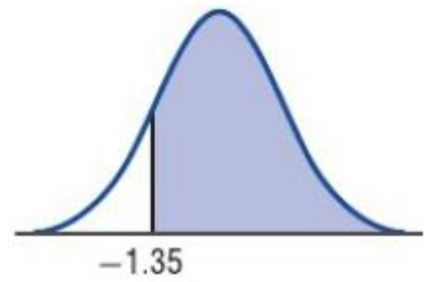
.....

أوجد المساحة التي تتطابق مع كل منطقة مظللة.

23.



24.



.....

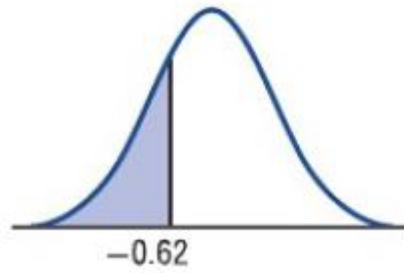
.....

.....

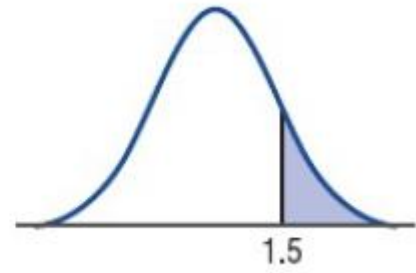
.....

.....

9.



10.



.....

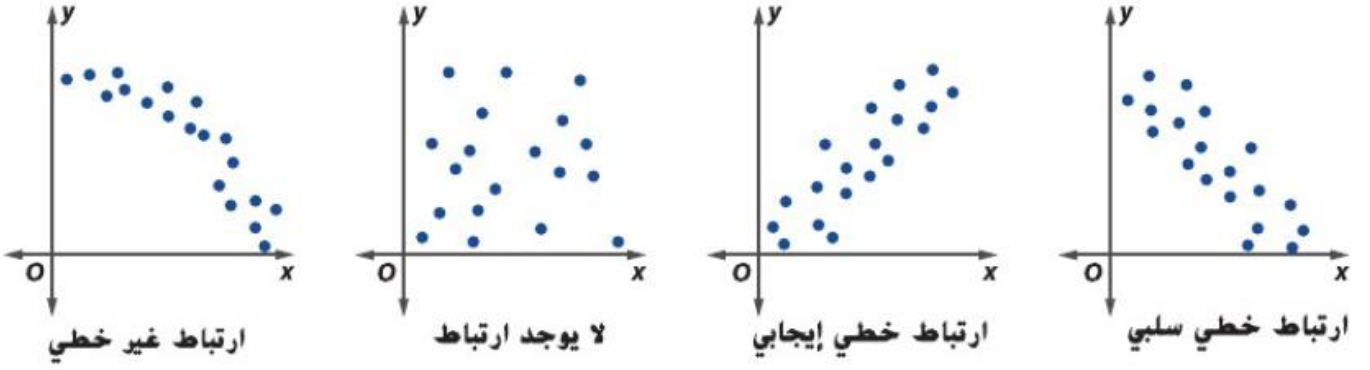
.....

.....

.....

.....

الدرس الرابع : الارتباط و الانحدار الخطي



المفهوم الأساسي معامل الارتباط

لعدد n من أزواج عينات البيانات الخاصة بالمتغيرين X و Y . فإن معامل الارتباط r بين X و Y يتم استنتاجه بالمعادلة

$$r = \frac{1}{n-1} \sum \left(\frac{x_i - \bar{x}}{s_x} \right) \left(\frac{y_i - \bar{y}}{s_y} \right),$$

حيث x_i و y_i يمثلان قيمتي زوجي البيانات ذوي الترتيب i ، و \bar{x} و \bar{y} يمثلان وسطي المتغيرين و s_x و s_y يمثلان الانحرافين المعياريين للمتغيرين.



المفهوم الأساسي معادلة خط الانحدار ذي مربعات أقل

معادلة خط الانحدار ذي المربعات الأقل للمتغير التفسيري X ومتغير الاستجابة Y هي $\hat{y} = ax + b$.

يتم استنتاج الميل a والتقاطع مع المحور Y عند b في هذه المعادلة باستخدام

$$a = r \frac{s_y}{s_x} \text{ و } b = \bar{y} - a\bar{x},$$

حيث r يمثل معامل الارتباط بين المتغيرين، و \bar{x} و \bar{y} يمثلان متوسطيهما و s_x و s_y يمثلان انحرافيهما المعياريين.

المفهوم الأساسي المعادلة التي تخص اختبار t لمعامل الارتباط

بالنسبة لاختبار t الخاص بالارتباط بين المتغيرين، فإن إحصاء الاختبار بالنسبة لقيمة ρ هو معامل الارتباط للعينة r وإحصاء الاختبار المعياري t يتم استنتاجه عن طريق المعادلة

$$t = r \sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}}, \text{ حيث } n-2 \text{ هي درجات الحرية.}$$

الأرصاد الجوية يوضح برنامج الأرصاد الجوية بعض الأحوال الخاصة في إحدى المدن حيث تم إجراء دراسة لتحديد احتمال وجود علاقة خطية بين متوسط كمية الأمطار الشهرية ودرجة الحرارة. ويوضح الجدول الموجود بالشكل 10.4.3 البيانات المجمعة. ارسم مخطط انتشار لهذه البيانات ثم احسب معامل ارتباط البيانات وفسّره.

كمية الأمطار (cm)	درجة الحرارة (C°)
5.35	41.3
4.03	44.3
3.77	46.6
2.51	50.4
1.84	56.1
1.59	61.4
0.85	65.3
1.22	65.7
1.94	60.8
3.25	53.5
5.65	46.3
6.00	41.6

أوجد معادلة خط الانحدار لبيانات الأمطار ودرجات الحرارة

.....

.....

.....

.....

.....

استخدم معادلة الانحدار لبيانات الأمطار ودرجة الحرارة لتتنبأ بدرجة

الحرارة المتوقعة (مقربة لأقرب جزء من عشرة من الدرجة) لمدة شهور مع متوسط كمية الأمطار في كل منها. اذكر ما إذا كان هذا التنبؤ صحيحًا. اشرح.

A. 3 cm

B. 8 cm

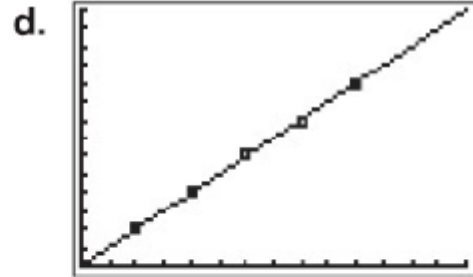
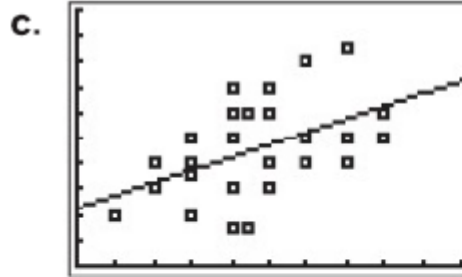
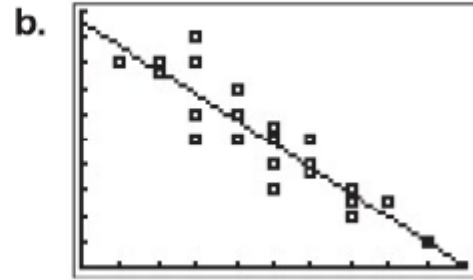
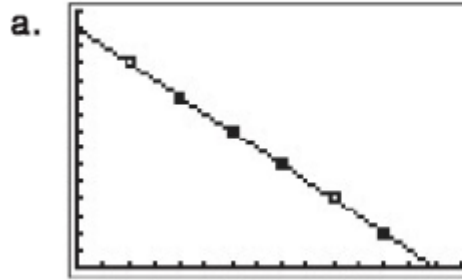
.....

.....

.....

.....

صل بين كل من الرسوم البيانية التالية ومعامل الارتباط المقابل.



7. $r = -0.90$

8. $r = 0.50$

9. $r = 1.00$

10. $r = -1.00$

يبين الجدول إجمالي الحضور لدوري البيسبول الفرعي في بعض السنوات الأخيرة. أي مما يلي يمثل معادلة انحدار للبيانات؟

الحضور (بالملايين)	العام
18.4	1990
25.2	1995
33.1	2000
37.6	2005

F $y = 1.31x - 2588.15$

H $y = 1.31x - 18.4$

G $y = 1.46x - 2588.15$

J $y = 1.46x - 18.4$

.....

.....

.....

.....

.....

الدرس الخامس : الاحتمال والفرص

يحتوي صندوق على 3 كرات تنس و 7 كرات سوفيول و 11 كرة بيسبول. ويتم اختيار كرة واحدة عشوائيًا. أوجد كل احتمال.

(كرة سوفيول) P

(ليست كرة بيسبول) P

(كرة جولف) P

.....
.....
.....
.....

في أحد المكاتب، هناك 7 موظفين قدامى و 4 موظفين جدد. وإذا استدعي أحدهم عشوائيًا عبر الهاتف، فأوجد احتمال أن يكون هذا الشخص المستدعي موظفًا قديمًا.

.....
.....
.....
.....

من أصل 7 هزر صغيرات ولدتهن هرة كبيرة في بطن واحدة، كانت 4 منها مخططات. وتم اختيار 3 هزر منها عشوائيًا. فأوجد فرص كل حدث.

الهزر الثلاث مخططات.

.....

واحدة فقط مخططة.

.....

واحدة غير مخططة.

.....

.....
.....
.....
.....

الأرصاء الجوية أفاءاء الأرصاء الجوية المألية بأن نسبة اأأمال سقوآ
الأماار يوم السبت هي 80%. فما فرص اأأمال عأم سقوآ الأماار
يوم السبت؟ (إرشاء: أعا كآابة النسبة المئوية في صورة كسر.)

.....

.....

.....

.....

يآم الأآاآ زهرة واءة عشوائياً من زهرية آضم 5 أزهار أماراا،
وزهرآين بيااوين، و 3 أزهار وراة. أوجد كل اأأمال.

$P(\text{أماراء})$

$P(\text{بياااء})$

$P(\text{ليسا وراة})$

$P(\text{أماراء أو وراة})$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

يمتلك رشيد في مجموعته الموسيقية 10 أقراص مدمجة لأغاني الراب و 18 لأغاني الروك و 8 للأغاني الشعبية و 4 لأغاني البوب. ويتم اختيار اثنين عشوائيًا. أوجد كل احتمال.

$P(2 \text{ بوب})$

.....

$P(2 \text{ شعبي})$

.....

$P(1 \text{ راب و } 1 \text{ روك})$

.....

$P(\text{ليست روك})$

.....

.....

.....

.....

.....

يحتوي صندوق على كرة زجاجية صغيرة لونها أخضر و 2 باللون الأصفر و 3 باللون الأحمر. تم سحب كرتين منها عشوائيًا دون إعادتهما. فما فرص تحقق كل حدث؟

سحب كرتين زجاجيتين صغيرتين لونهما أحمر

عدم سحب كرات زجاجية صغيرة لونها أصفر

سحب كرة زجاجية صغيرة لونها أخضر وأخرى لونها أحمر

سحب لونين مختلفين

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

من أصل 27 طالبًا في الفصل، كان 11 منهم عيونهم زرقاء، و 13 عيونهم
بنية، و 3 عيونهم خضراء. فإذا تم اختيار 3 طلاب عشوائيًا، فما فرص وقوع
كل حدث؟

الثلاثة كلهم عيونهم زرقاء

2 عيونهما بنيتان و 1 عينه زرقاء

لا أحد عيناها بنيتان

واحد فقط عيناها خضراوان

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

فرص الفوز بجائزة في أحد عروض اليانصيب الذي يتألف من تذكرة
بناصيب واحدة هي $\frac{1}{249}$. فما احتمال الفوز بتذكرة واحدة؟

.....

.....

.....

إذا كانت احتمال القبول للدراسة بجامعة حكومية هي $\frac{4}{5}$. فما فرص
القبول بهذه الجامعة؟

.....

.....

.....

الدرس السادس: احتمال الاحداث المركبة

حدد ما إذا كان كل حدث مستقلاً أم غير مستقل. ثم حدد الاحتمال.

احتمال ظهور عددين مجموعهما 7 عند إلقاء مكعبي أعداد في الرمية الأولى، وعددين مجموعهما 4 في الرمية الثانية

.....

.....

.....

احتمال اختيار جوربين كحليين من درج يحتوي على 6 جوارب سوداء و 4 جوارب كحلية.

.....

.....

.....

احتمال اختيار كرة زجاجية صغيرة زرقاء، دون إعادتها مرة أخرى، ثم كرة صفراء من صندوق يحتوي على 5 كرات زجاجية صغيرة زرقاء و 4 كرات صفراء

.....

.....

.....

احتمال الاختيار العشوائي لبرتقالتين من وعاء يحتوي على 5 برتقالات و 4 ثمرات يوسفي، في حالة إعادة وضع ثمرات الاختيار الأول

.....

.....

.....

احتمال الالتقاط العشوائي لدفترين أزرقين من رف عليه 4 دفاتر زرقاء و 3 دفاتر سوداء

.....

.....

.....

يتم إلقاء مكعب أعداد لونه أخضر وآخر لونه أحمر. فما احتمال ظهور العدد 4 على مكعب الأعداد ذي اللون الأخضر والعدد 5 على المكعب ذي اللون الأحمر؟

.....

.....

.....

حدد إذا كان كل حدث منفصلاً أم غير منفصل (متقاطعاً). ثم حدد كل احتمال.

احتمال اختيار ولد أو شخص شعره أشقر من 12 بنتاً، 5 منهن شعرهن أشقر، و 15 ولداً، 6 منهم شعرهم أشقر

.....

.....

.....

احتمال سحب بطاقة لعب "ملك" أو بطاقة لعب "ملكة" من مجموعة قياسية من بطاقات اللعب

.....

.....

.....

احتمال التقاط 5 هرة صغيرة بصورة عشوائية، 3 منها على الأقل ذكور، وذلك من مجموعة تحتوي على 5 هرة ذكور و 4 هرة إناث.

.....

.....

.....

احتمال إلقاء مكعبي أعداد وظهور عددين مجموعهما 6 أو مجموعهما 9.

.....

.....

احتمال ظهور الكتابة 4 مرات على الأقل عند القاء قطعة النقد المعدنية 6 مرات على الأرض.

.....

.....

احتمال أن يكون هناك 3 نساء على الأقل بمجموعة من 6 أشخاص يتم اختيارها عشوائيًا من 7 رجال و 7 نساء.

.....

.....

.....

الأعمال طلب مستورد أثاث 100 ساعة من طراز ساعات "الجد" من جهة تصنيع بالخارج. وأثناء الشحن، تعرضت أربع ساعات للتلف، ولكن لم تظهر أية علامات على حصول تلف على العبوة. فإذا اشترى تاجر 6 من هذه الساعات دون فحصها أولاً، فما احتمال عدم تلف أي من هذه الساعات الست؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

احتمال اختيار 3 أقلام طباشير مختلفة الألوان من صندوق يحتوي على 5 أقلام طباشير حمراء و 4 سوداء و 7 زرقاء، مع إعادة وضع كل قلم طباشير مرة أخرى

.....

.....

.....

احتمال فوز فريق كرة قدم في مبارياته الأربع القادمة إذا كانت فرص فوز كل مباراة من 4 إلى 3

.....

.....

.....

الدرس السابع : الاحتمال المشروط

أوجد كل احتمال.

ألقي مكعباً أعداد. فأوجد احتمال تماثل العددين الظاهرين على المكعبين علماً بأن مجموعهما أكبر من خمسة.

يتم إلقاء عملتين معدنيتين. فما احتمال ظهور أوجه (صور) إحدى العملتين إذا عُلم ظهور أظهر (الوجه الذي عليه الكتابة) عملة واحدة على الأقل؟

اصطف ولدان وفتاتان عشوائياً. فما احتمال أن تكون الفتاتان منفصلتان إذا كانت هناك فتاة في أحد الطرفين؟

تحتوي حقيبة على 4 رقائق حمراء و 4 رقائق زرقاء. وتحتوي حقيبة أخرى على رقتين حمراوين و 6 رقائق زرقاء. وتم اختيار رقاقة واحدة عشوائيًا من إحدى الحقيبتين، فوجد أنها زرقاء فما احتمال أن تكون الرقاقة من الحقيبة الأولى؟

عدد مكون من خمسة أرقام يتألف من الأرقام 1 و 2 و 3 و 4 و 5. فما احتمال أن ينتهي العدد بالرقمين 52 علمًا بأنه رقم زوجي؟

يتم إلقاء ثلاث قطع نقد معدنية. فأوجد احتمال أن تسقط جميعًا ووجهها (صورتها) لأعلى بالنسبة لكل شرط معلوم.

ظهور وجه القطعة الأولى

ظهور وجه قطعة واحدة على الأقل

ألقي مكعباً أعداد. أوجد كل احتمال علماً بأن مجموع العددين الظاهرين على كل منهما أكبر من أو يساوي 9.

(تماثل العددين) p

.....

.....

.....

(مجموعهما عدد زوجي) p

.....

.....

.....

(تماثل العددين أو مجموعهما عدد زوجي) p

.....

.....

.....

الدواء لاختبار فاعلية لقاح جديد، أعطى الباحثون 100 متطوع العلاج التقليدي و 100 آخرين اللقاح الجديد. النتائج موضحة في الجدول التالي.

العلاج	الوقاية من الإصابة بالمرض	عدم الوقاية من الإصابة بالمرض
اللقاح الجديد	68	32
العلاج التقليدي	62	38

a. ما احتمال الوقاية من المرض لدى متطوع تم اختياره عشوائياً؟

b. ما احتمال الوقاية من المرض لدى متطوع تم إعطاؤه اللقاح الجديد؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

الكرة الزجاجية الثانية صفراء، علمًا بأن الكرة الأولى كانت صفراء

This image shows a single sheet of white paper with ten evenly spaced horizontal dotted lines. The lines are black and extend across the full width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the paper.

الدرس الثامن : نظرية ذات الحدين والاحتمال

ثمانية من كل 10 مصابين بعدوى فيروسية محددة يمكن أن يتماثلوا للشفاء. فإذا أصيبت مجموعة مكونة من 7 أشخاص، فما احتمال شفاء 3 أشخاص تحديداً من هذه العدوى؟

.....

.....

.....

.....

تخمن ميسون جميع الأسئلة البالغ عددها 10 في اختبار بصيفة صواب/خطأ. أوجد كل احتمال.

..... (7 إجابات صحيحة) p

..... (6 إجابات صحيحة على الأقل) p

..... (جميع الإجابات صحيحة) p

..... (النصف صحيح على الأقل) p

.....

.....

.....

.....

.....

احتمال القاء قطعة نقد معدنية متقوسة وظهور الصورة على الوجه العوي هو $\frac{1}{3}$. أوجد كل احتمال إذا أُلقيت قطعة النقد 4 مرات.

21. (4 أوجه) p

22. (3 أوجه) p

23. (وجهان على الأقل) p

.....

.....

.....

.....

يخمن عبد الرحمن جميع الأسئلة البالغ عددها 10 في اختبار "الاختبار من متعدد". أوجد كل احتمال إذا كان كل سؤال به 4 اختيارات.

24. (6 إجابات صحيحة) p

25. (نصف الإجابات صحيحة) p

26. (من 3 إجابات إلى 5 صحيحة) p

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

الطبخ في صف الطبخ، ستفسد واحدة من 5 فطائر سوفليه تصنعها موزة. فهي تعد 6 فطائر لتقديمها في حفل العشاء مع أبويها. فما احتمال فساد 4 فطائر منها على وجه التحديد؟

.....

.....

.....

.....

المالية يبحث أحد وسطاء البورصة عن 13 سوقًا مستقلة من أسواق البورصة. والاستثمار في كل منها يتسبب إما في ربح المال أو في خسارته. واحتمال تكوين ربح في كل سوق هي $\frac{5}{8}$. فما احتمال تكوين ربح من 10 أسواق على وجه التحديد؟

.....

.....

.....

.....

أوجد كل احتمال عند رمي ثلاث قطع نقد معدنية.

31. (3 صورة أو 3 كتابة) p

32. (صورة على الأقل) p

33. (كتابتان فقط) p

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....