

سلسلة الطارق في الرياضيات: التحويلات الهندسية للدوال التربيعية



تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

موقع المناهج ⇨ المناهج الإماراتية ⇨ الصف الثاني عشر ⇨ رياضيات ⇨ الفصل الأول ⇨ ملفات متنوعة ⇨ الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2026-10-10 11:35:30

ملفات اكتب للمعلم اكتب للطالب | اختبارات الكترونية | اختبارات | حلول | عروض بوربوينت | أوراق عمل
منهج انجليزي | ملخصات وتقارير | مذكرات وبنوك | الامتحان النهائي | للمدرس

المزيد من مادة
رياضيات:

إعداد: طارق علي

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر



صفحة المناهج
الإماراتية على
فيسبوك

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر والمادة رياضيات في الفصل الأول

الميثاق الوطني للتعليم: دليل أولياء الأمور

1

مواصفات الاختبار العام إمسات EMSAT

2

الدوال المثلثية العكسية

3

المنفذ في الرياضيات (قوانين الدوال)

4

ملخص مراجعة الوحدة الاولى

5

تحميل تطبيق المناهج للهواتف الذكية

تطبيق المناهج على Play Google (أندرويد)

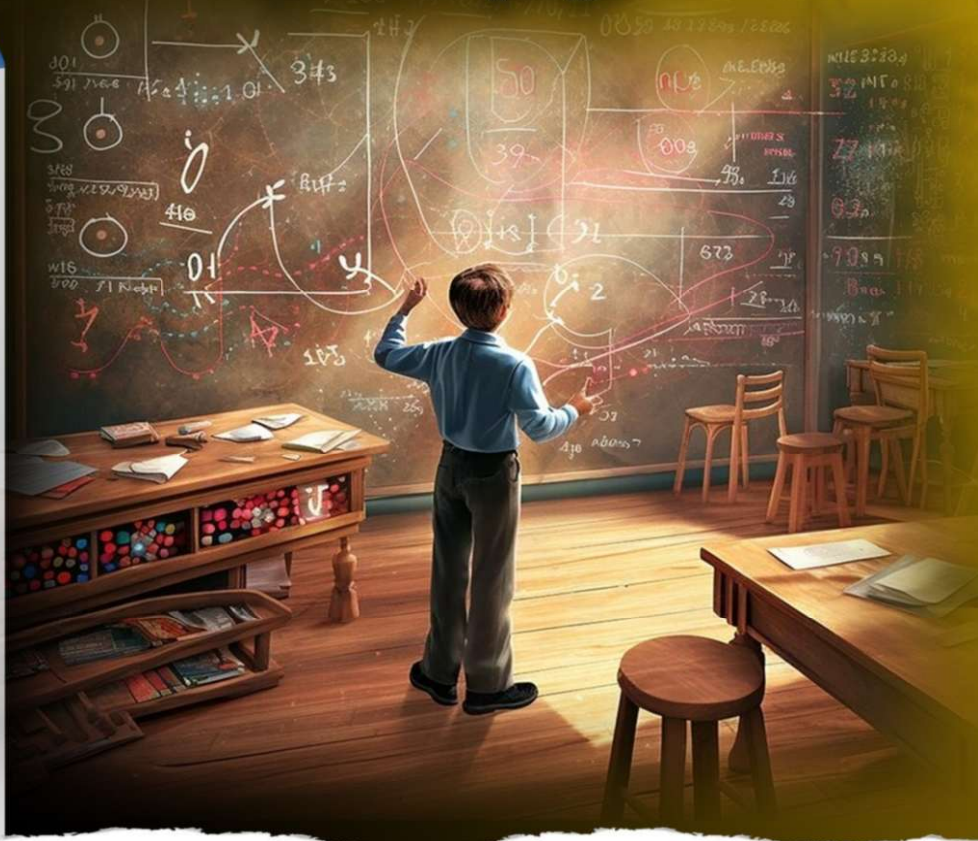
تطبيق المناهج على Store App (آبل)

الطارق

سلسلة

الرياضيات

1-7



منصة طارق أكاديمي للرياضيات

Tarek Academy

مصف ثاني عشر (عام)

طارق علي

أستاذ الرياضيات



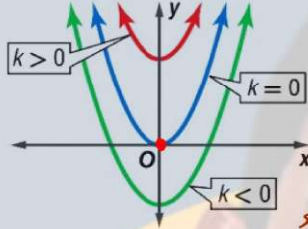
0562854282



037637703



المفهوم الأساسي الإزاحة الرأسية



التمثيل البياني للدالة $f(x) = x^2 + k$ هو التمثيل البياني للدالة $f(x) = x^2$ مزاحاً رأسياً.

إذا كان $k > 0$ فإن التمثيل البياني $f(x) = x^2$ يزاح $|k|$ وحدة إلى الأعلى.

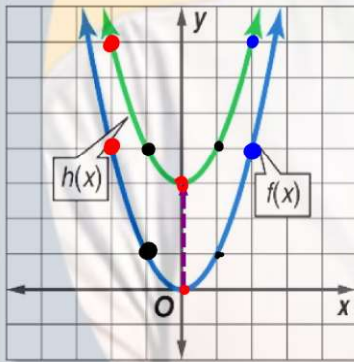
إذا كان $k < 0$ فإن التمثيل البياني $f(x) = x^2$ يزاح $|k|$ وحدة إلى الأسفل.

ازاحة لعلية $\rightarrow k (+)$
ازاحة لعلية $\rightarrow k (-)$

مثال 1 وصف الإزاحة وتمثيلها بيانياً

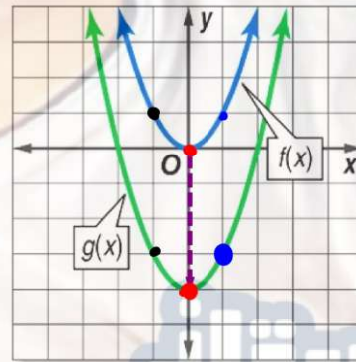
صف كيفية ارتباط كل دالة بالتمثيل البياني لـ $f(x) = x^2$.

a. $h(x) = x^2 + 3$



ازاحة
أُسيده
لعلية
3 وحدات

b. $g(x) = x^2 - 4$



ازاحة
أُسيده
لعلية
4 وحدات

تمرين موجّه

1A. $f(x) = x^2 - 7$

$k = -7$

ازاحة أُسيده
لعلية 7
وحدات

1B. $g(x) = 5 + x^2$

$k = 5$

ازاحة أُسيده
لعلية 5
وحدات

1C. $h(x) = -5 + x^2$

$k = -5$

ازاحة أُسيده
لعلية 5
وحدات

1D. $f(x) = x^2 + 1$

$k = 1$

ازاحة أُسيده
لعلية 1
وحدات

Mr. Tarek Ali

سلسلة الطارق في الرياضيات منصة طارق أكاديمي

12

عام



تعريف

$$y = -a(-x - h)^2 + k$$

* $a (-) \rightarrow$ انعطاف حول محور x

* $x (-) \rightarrow$ انعطاف حول محور y

* $a > 1 \rightarrow$ ممدد / توسع رأسي

* $a < 1 \rightarrow$ انكماش / انضغاط رأسي

* $h (-) \rightarrow$ تغيير الاتجاه أفقي

$h (+) \rightarrow$ إزاحة أفقية لليمين

$h (-) \rightarrow$ إزاحة أفقية لليسار

* $k (+) \rightarrow$ إزاحة رأسيه لأعلى

* $k (-) \rightarrow$ إزاحة رأسيه لأسفل



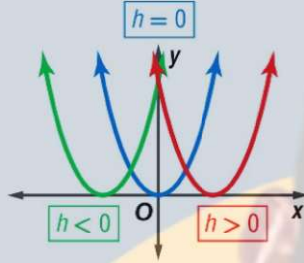
0562854282





h (داخل قوس $\rightarrow$ بغير إشارة)

المفهوم الأساسي الإزاحة الأفقية



التمثيل البياني للدالة $g(x) = (x - h)^2$ هي التمثيل البياني للدالة $f(x) = x^2$ مزاحًا بالاتجاه الأفقي.

إذا كان $h > 0$ ، التمثيل البياني لـ $f(x) = x^2$ يزاح لمسافة h وحدة يمينًا.

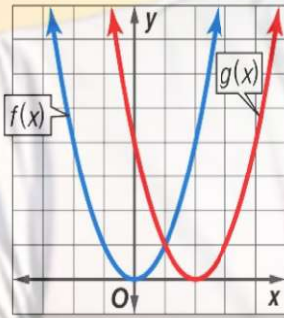
إذا كان $h < 0$ ، التمثيل البياني لـ $f(x) = x^2$ يزاح لمسافة $|h|$ وحدة يسارًا.

مثال 2 الإزاحة الأفقية

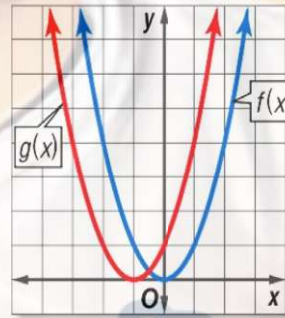
صف كيفية ارتباط كل دالة بالتمثيل البياني لـ $f(x) = x^2$.

a. $g(x) = (x - 2)^2$ $h = 2$

b. $g(x) = (x + 1)^2$ $h = -1$



إزاحة
أفقية
يمين
وليس



إزاحة
أفقية
يسار
وحدة
واحدة

تمرين موجه

2A. $g(x) = (x - 3)^2$

* $h = 3$

إزاحة أفقية لليسار
3 وحدات

2B. $g(x) = (x + 2)^2$

* $h = -2$

إزاحة أفقية لليسار
2 وحدات

0562854282

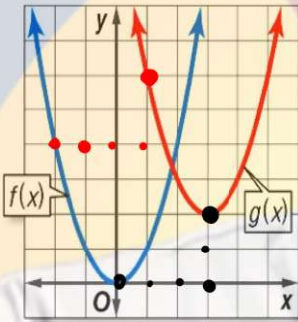


مثال 3 الإزاحة الأفقية والعمودية

صف كيفية ارتباط كل دالة بالتمثيل البياني لـ $f(x) = x^2$.

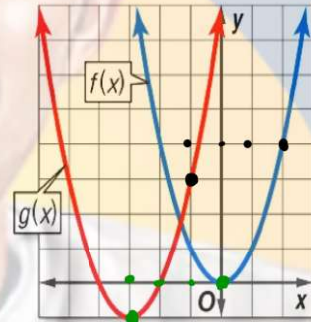
a. $g(x) = (x - 3)^2 + 2$

* $h = 3$ ———— **يمين**
 * $k = 2$ ———— **فعل**



b. $g(x) = (x + 3)^2 - 1$

* $h = -3$ ———— **يسار**
 * $k = -1$ ———— **فعل**



تمرين **موجه**

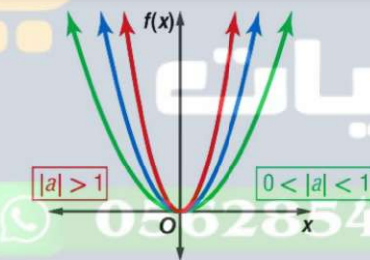
3A. $g(x) = (x + 2)^2 + 3$

* $h = -2$ ———— **يسار**
 * $k = 3$ ———— **فعل**

3B. $g(x) = (x - 4)^2 - 4$

* $h = 4$ ———— **يمين**
 * $k = -4$ ———— **فعل**

المفهوم الأساسي تغيير الأبعاد (التمدد)



التمثيل البياني لـ $g(x) = ax^2$ هو التمثيل البياني لـ $f(x) = x^2$ ممدداً أو مضغوطة رأسياً.

إذا كان $|a| > 1$ ، فإن التمثيل البياني لـ $f(x) = x^2$ يتمدد رأسياً.

إذا كان $0 < |a| < 1$ ، فإن التمثيل البياني لـ $f(x) = x^2$ يتمدد رأسياً.



مثال 4 وصف تغيير الأبعاد وتمثيلها بيانياً

صف كيفية ارتباط كل دالة بالتمثيل البياني لـ $f(x) = x^2$.

a. $h(x) = \frac{1}{2}x^2$

$a = \frac{1}{2} < 1$
انخفاض أو انضغاط رأسي
بمعامل $\frac{1}{2}$

b. $g(x) = 3x^2 + 2$

$a = 3 > 1$
تدد/توسع رأسي
بمعامل 3.

تمرين موجّه

4A. $j(x) = 2x^2$

$a = 2 > 1$
توسع رأسي
بمعامل 2

4B. $h(x) = 5x^2 - 2$

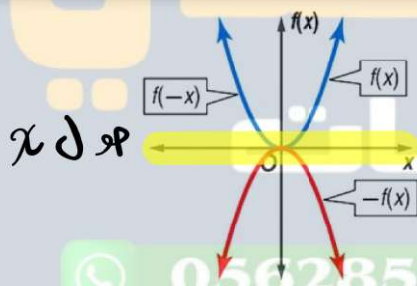
$a = 5 > 1$ توسع رأسي بمعامل 5
 $k = -2$ ازاحة رأسيه للأس

4C. $g(x) = \frac{1}{3}x^2 + 2$

$a = \frac{1}{3} < 1$ انكماش رأسي بمعامل $\frac{1}{3}$
 $k = 2$ ازاحة رأسيه للأعلى

يقطب الانعكاس الشكل بالنسبة إلى مستقيم.

المفهوم الأساسي الانعكاس



التمثيل البياني لـ $-f(x)$ هو انعكاس التمثيل البياني لـ $f(x) = x^2$ بالنسبة للمحور الأفقي x .

التمثيل البياني لـ $f(-x)$ هو انعكاس التمثيل البياني لـ $f(x) = x^2$ بالنسبة للمحور الرأسي y .



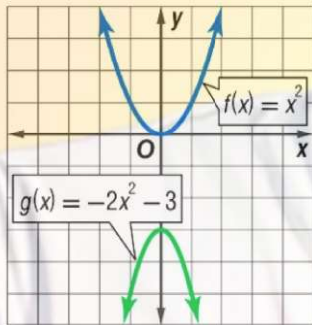


مثال 5 وصف التحويلات وتمثيلها بيانياً

صف كيفية ارتباط كل دالة بالتمثيل البياني لـ $f(x) = x^2$.

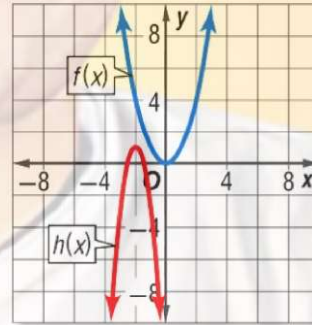
a. $g(x) = -2x^2 - 3$

انعكاس حول محور $y \rightarrow (-)$
 توسع رأسي $a = 2 > 1$
 ازاحة رأسيه لأسفل $k = -3$



b. $h(x) = -4(x + 2)^2 + 1$

انعكاس حول محور $y \rightarrow (-)$
 توسع رأسي $a = 4 > 1$
 ازاحة أفقية يار $h = -2$
 ازاحة رأسيه لأعلى $k = 1$



تمرين موجه

5A. $h(x) = 2(-x)^2 - 9$

توسع $a = 2 > 1$
 انعكاس حول محور $y \rightarrow (-)$
 ازاحة رأسيه لأسفل $k = -9$

5B. $g(x) = \frac{1}{5}x^2 + 3$

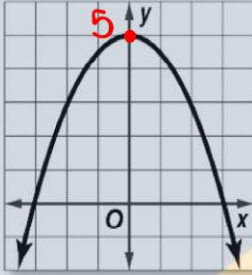
انكماش رأسي $a = \frac{1}{5} < 1$
 ازاحة رأسيه لأعلى $k = 3$

5C. $j(x) = -2(x - 1)^2 - 2$

انعكاس حول محور $y \rightarrow (-)$
 توسع رأسي $a = 2 > 1$
 ازاحة أفقية يار $h = 1$
 ازاحة رأسيه لأسفل $k = -2$



مثال 6 على الاختبار المعياري تحديد معادلة تمثيل بياني



أي مما يلي معادلة للدالة الموضحة في التمثيل البياني؟

A $y = \frac{1}{2}x^2 - 5$

C $y = -\frac{1}{2}x^2 + 5$

B $y = -2x^2 - 5$

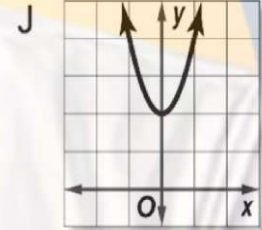
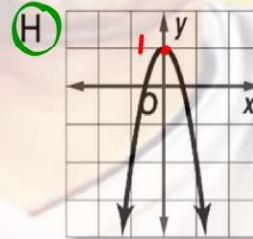
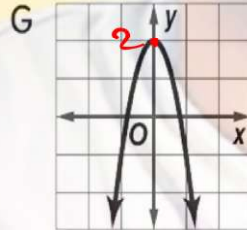
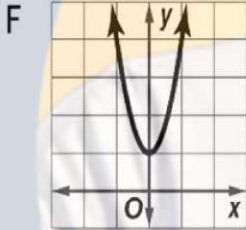
D $y = 2x^2 + 5$

أدخل (-) $\Rightarrow x^2$ كالتقاطع مع $y = 5$

* $x^2 - =$ لأدخل
* تقاطع مع $y = 1$

تمرين موجّه

6. أي مما يلي هو التمثيل البياني لـ $y = -3x^2 + 1$ ؟



3 كتابة الدوال التربيعية بصيغة الرأس
تكتب كل دالة أعلاه بصيغة الرأس.
 $y = a(x - h)^2 + k$ حيث (h, k) رأس القطع المكافئ و $x = h$ محور التماثل و a تحدد شكل القطع المكافئ واتجاه انفتاحه.

حين تكون الدالة التربيعية بالصيغة $y = ax^2 + bx + c$ فيمكنك إكمال المربع لكتابة الدالة بصيغة الرأس. فإذا لم يكن معامل الحد التربيعي يساوي 1، إذا فعليك تحليل عامل الحدين التربيعي والخطي قبل إكمال المربع. وبعد إكمال المربع وكتابة الدالة بصيغة الرأس، فإن قيمة k تشير إلى قيمة صغرى إذا كان $a < 0$ أو تشير إلى قيمة عظمى إذا كان $a > 0$.

صيغة الرأس

$$y = a(x - h)^2 + k$$

0562854282



مثال 7 كتابة الدوال بصيغة الرأس

اكتب كل دالة بصيغة الرأس.

a. $y = x^2 + 6x - 5$ $a = 1$, $b = 6$, $c = -5$ حل أول:

$$* h = \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{2(1)} = -3$$

$$* k = f(-3) = (-3)^2 + 6(-3) - 5 = -14$$

$$\rightarrow y = a(x - h)^2 + k \rightarrow y = (x + 3)^2 - 14$$

b. $y = -2x^2 + 8x - 3$

حل آخر: (بكمال المربع)

* تأخذ 2 - عامل مشترك بين x^2 و x فقط

$$y = -2(x^2 - 4x) - 3$$

$$* \frac{b}{2} = \frac{-4}{2} = -2 \rightarrow y = -2[(x - 2)^2 - (-2)] - 3$$

$$* y = -2(x - 2)^2 + 8 - 3$$

$$y = -2(x - 2)^2 + 5$$

1A. $y = x^2 + 4x + 6$

$$* \frac{b}{2} = \frac{4}{2} = 2 \rightarrow y = (x + 2)^2 - (2)^2 + 6$$

$$y = (x + 2)^2 - 4 + 6$$

$$y = (x + 2)^2 + 2$$



$$1B. y = 2x^2 - 12x + 17$$

* إكمال المربع

$$y = 2(x^2 - 6x) + 17$$

$$* \frac{b}{2} = \frac{-6}{2} = \underline{-3}$$

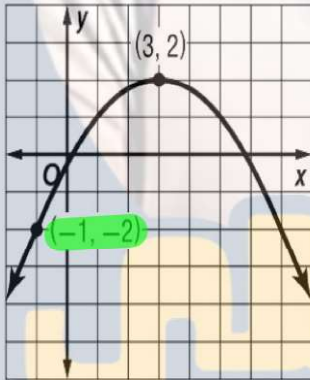
$$y = 2[(x - 3)^2 - (-3)^2] + 17$$

$$y = 2(x - 3)^2 - 2(-3)^2 + 17$$

$$y = 2(x - 3)^2 - 1 \quad \# \text{ فيه الرأس}$$

مثال 8 على الاختبار المعياري كتابة معادلة إذا كان التمثيل البياني معلومًا

ما معادلة الدالة الموضحة في التمثيل البياني؟



$$A \quad y = -4(x - 3)^2 + 2$$

* مفتوح لأسفل $\leftarrow a(-)$

$$B \quad y = -\frac{1}{4}(x - 3)^2 + 2$$

* الرأس $\leftarrow (3, 2)$

$$C \quad y = \frac{1}{4}(x + 3)^2 - 2$$

(h, k)

$$D \quad y = 4(x + 3)^2 - 2$$

نغير إشارة $\leftarrow$ فقط

$$y = a(x - 3)^2 + 2$$

$$-2 = a(-1 - 3)^2 + 2$$

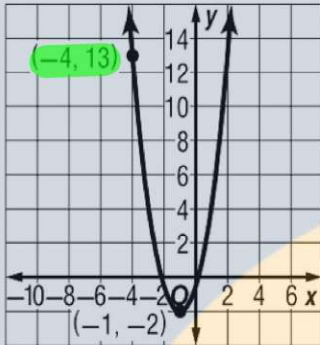
$$\text{Shift} \rightarrow \text{solve } a = -\frac{1}{4}$$

* بالتعويض $(-1, -2)$



تمرين موجّه

2. أي مما يلي معادلة للدالة الموضحة في التمثيل البياني؟



F $y = \frac{9}{25}(x - 1)^2 + 2$

G $y = \frac{3}{5}(x + 1)^2 - 2$

H $y = \frac{5}{3}(x + 1)^2 - 2$

I $y = \frac{25}{9}(x - 1)^2 + 2$

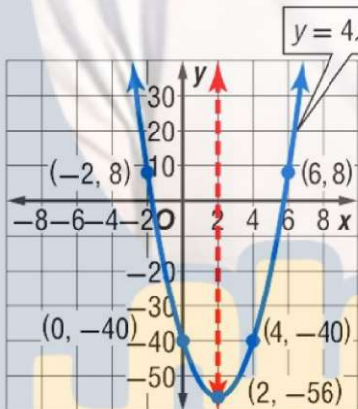
* مفتوح لأعلى $a (+)$ * الرأس $(-1, -2)$ (h, k) يفتح لأعلى $a > 0$

$$13 = a(-4 + 1)^2 - 2$$

* نغوّض $(-4, 13)$

$$\text{shift} \rightarrow \text{solve} \quad a = 1.6 \Rightarrow AC \rightarrow \text{Ans} \quad \frac{5}{3}$$

مثال 9 تمثيل المعادلات بصيغة الرأس

مثّل بيانيًا $y = 4x^2 - 16x - 40$ 

* $y = 4(x^2 - 4x) - 40$

* $\frac{b}{2} = \frac{-4}{2} = -2$

$$y = 4[(x - 2)^2 - (-2)^2] - 40$$

$$y = 4(x - 2)^2 - 4(4) - 40$$

$$y = 4(x - 2)^2 - 56$$

الرأس $(2, -56)$ Mode $\rightarrow$ Table



الواجب

اكتب كل دالة بصيغة الرأس.

1. $y = x^2 + 6x + 2$

2. $y = -2x^2 + 8x - 5$

3. $y = 4x^2 + 24x + 24$

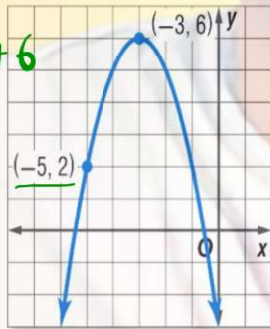
$$y = -2(x^2 - 4x) - 5 \Rightarrow \frac{b}{2} = \frac{-4}{2} = \underline{-2}$$

$$* y = -2[(x - 2)^2 - (-2)^2] - 5$$

$$y = -2(x - 2)^2 - 2(4) - 5 \rightarrow y = -2(x - 2)^2 + 3$$

$$2 = a(-5 + 3)^2 + 6$$

$$a = -1$$



4. الاختيار من متعدد ما الدالة الموضحة في التمثيل البياني؟

A $y = -(x + 3)^2 + 6$

B $y = -(x - 3)^2 - 6$

C $y = -2(x + 3)^2 + 6$

D $y = -2(x - 3)^2 - 6$

* لا غنى عن (-)

* $(h, k) = (-3, 6)$

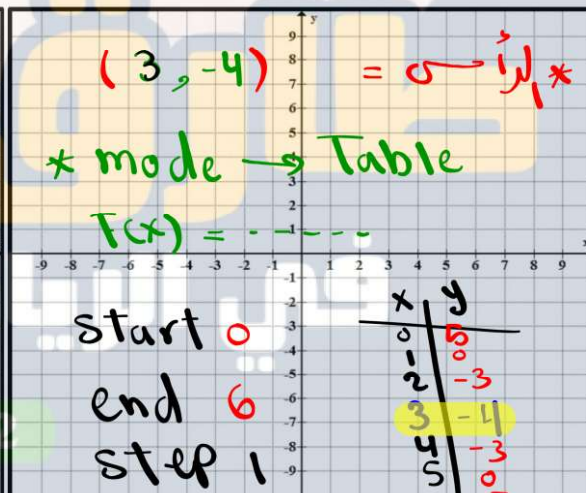
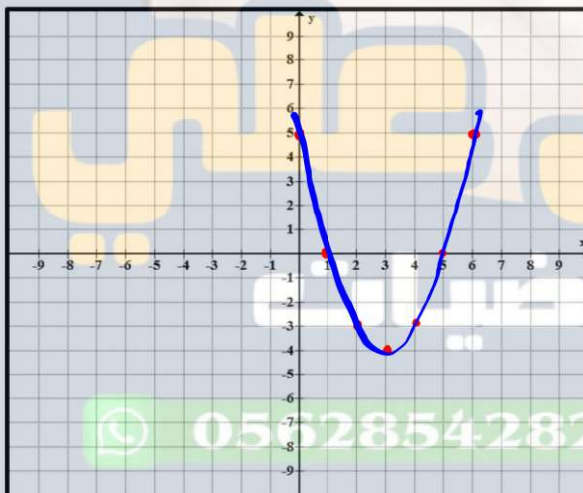
* $y = a(x + 3)^2 + 6$

مثّل كل دالة بيانيًا.

5. $y = (x - 3)^2 - 4$

6. $y = -2x^2 + 5$

7. $y = \frac{1}{2}(x + 6)^2 - 8$



Mr. Tarek Ali

منصة طارق أكاديمي

سلسلة الطارق في الرياضيات

12

عام



اكتب كل دالة بصيغة الرأس.

11. $y = x^2 + 2x + 7$

12. $y = -3x^2 + 12x - 10$

13. $y = x^2 + 8x + 16$

$$y = -3(x^2 - 4x) - 10 \Rightarrow \frac{b}{2} = \frac{-4}{2} = \boxed{-2}$$

$$y = -3[(x-2)^2 - (-2)^2] - 10$$

$$y = -3(x-2)^2 + 3(4) - 10 \Rightarrow y = -3(x-2)^2 + 2$$

17. $y = -4x^2 - 24x - 15$

18. $y = x^2 - 12x + 36$

19. $y = -x^2 - 4x - 1$

$$y = -4(x^2 + 6x) - 15 \Rightarrow \frac{b}{2} = \frac{6}{2} = \boxed{3}$$

$$y = -4[(x+3)^2 - (3)^2] - 15$$

$$y = -4(x+3)^2 + 4(9) - 15$$

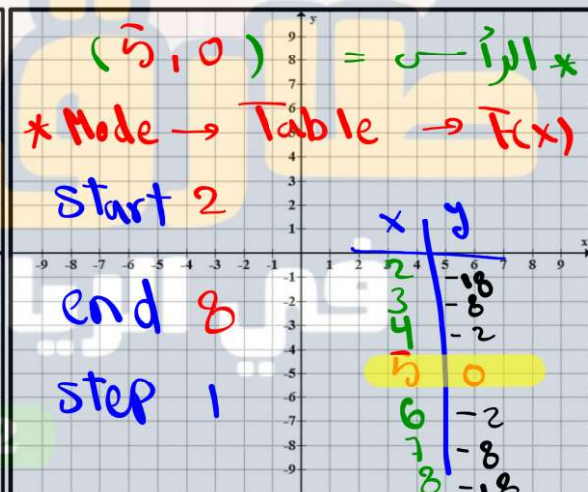
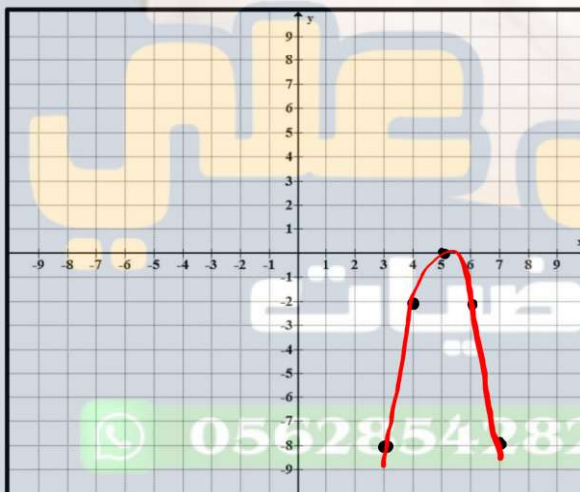
$$y = -4(x+3)^2 + 21$$

مثل كل دالة بيانيًا.

22. $y = (x - 5)^2 + 3$

23. $y = 9x^2 - 8$

24. $y = -2(x - 5)^2$



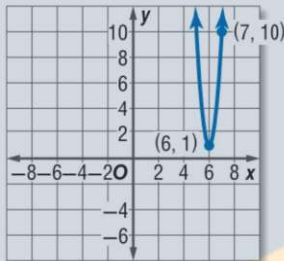
mrtarekacademy.com

0562854282 - 037637703



اكتب معادلة بصيغة الرأس لكل قطع مكافئ.

35.



$$(6, 1) = (h, k) = \text{الرأس}$$

$$y = a(x - h)^2 + k$$

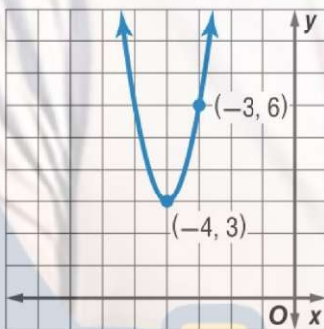
$$y = a(x - 6)^2 + 1$$

$$(7, 10) \text{ نقطة}$$

$$10 = a(7 - 6)^2 + 1 \rightarrow \boxed{a = 9}$$

$$y = 9(x - 6)^2 + 1$$

36.



$$(h, k) = (-4, 3)$$

$$y = a(x + 4)^2 + 3$$

$$(-3, 6) \text{ نقطة}$$

$$6 = a(-3 + 4)^2 + 3$$

$$\boxed{a = 3}$$

$$y = 3(x + 4)^2 + 3$$

في الرياضيات



0562854282



mrtarekacademy.com



0562854282 - 037637703



اكتب معادلة بصيغة الرأس لكل قطع مكافئ.

37. * الرأس $(3, 0)$

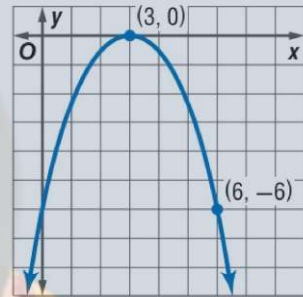
$$y = a(x - 3)^2$$

* نقطة $(6, -6)$

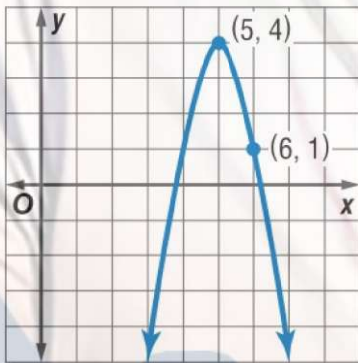
$$-6 = a(6 - 3)^2 \rightarrow a = -\frac{2}{3} = -0.666$$

Ans $\rightarrow$ Ans

$$y = -\frac{2}{3}(x - 3)^2$$



38.



* الرأس $(5, 4)$

$$* y = a(x - 5)^2 + 4$$

* نقطة $(6, 1)$

$$1 = a(6 - 5)^2 + 4 \rightarrow | a = -3 |$$

$$y = -3(x - 5)^2 + 4$$

في الرياضيات



0562854282



mrtarekacademy.com



0562854282 - 037637703

Mr. Tarek Ali

منصة طارق أكاديمي

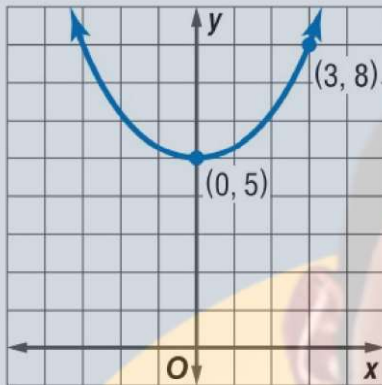
سلسلة الطارق في الرياضيات

12

عام



39.



* الرأس (0, 5)

$$* y = a(x - 0)^2 + 5$$

$$y = ax^2 + 5$$

* نوكية (3, 8)

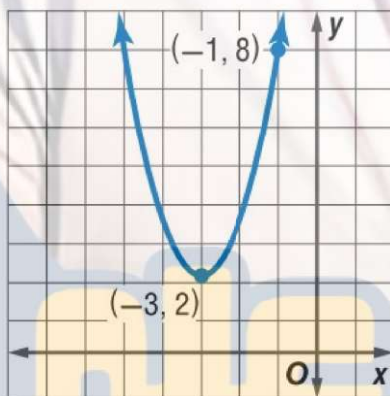
$$8 = a(3)^2 + 5$$

$$\rightarrow a = \frac{1}{3} = 0.33$$

Ac → Ans

$$y = \frac{1}{3}x^2 + 5$$

40.



* الرأس (-3, 2)

$$* y = a(x + 3)^2 + 2$$

* نوكية (-1, 8)

$$8 = a(-1 + 3)^2 + 2$$

$$a = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$\rightarrow y = \frac{3}{2}(x + 3)^2 + 2$$

0562854282

mrtarekacademy.com

0562854282 - 037637703



اكتب كل دالة بصيغة الرأس. ثم حدّد الرأس ومحور التماثل واتجاه الفتح.

41. $3x^2 - 4x = 2 + y$

$$y = 3x^2 - 4x - 2$$

$$y = 3 \left[x^2 - \frac{4}{3}x \right] - 2$$

$$* \frac{b}{2} = -\frac{4}{3} \div 2 = -\frac{2}{3}$$

$$y = 3 \left[\left(x - \frac{2}{3} \right)^2 - \left(-\frac{2}{3} \right)^2 \right] - 2$$

$$y = 3 \left(x - \frac{2}{3} \right)^2 - 3 \left(\frac{4}{9} \right) - 2$$

$$y = 3 \left(x - \frac{2}{3} \right)^2 - \frac{10}{3}$$

$$\left(\frac{2}{3}, -\frac{10}{3} \right) = (h, k) = \text{الرأس}$$

$$x = h = \frac{2}{3} \quad * \text{محور تماثل}$$

$$a = 3 \quad * \text{اتجاه فتحه (+) فاعلى}$$

0562854282



$$43. -x^2 - 4.7x = y - 2.8$$

$$y = -x^2 - 4.7x + 2.8$$

$$y = -(x^2 + 4.7x) + 2.8$$

$$* \frac{b}{2} = \frac{4.7}{2} = 2.35$$

$$\rightarrow y = -\left((x + 2.35)^2 - (2.35)^2\right) + 2.8$$

$$y = -(x + 2.35)^2 + 5.5225 + 2.8$$

$$y = -(x + 2.35)^2 + 8.32$$

$$(-2.35, 8.32) = (h, k) = \text{الرأس}$$

$$x = h = -2.35 \quad * \text{محور تماثل}$$

$$* \text{اتجاه فتحة} \quad (-) \quad \text{فعل}$$



0562854282



منصة طارق أكاديمي للرياضيات

Tarek Academy

IN

Math

MATH

خاص بالمنصة



خاص بجميع الجروبات و القنوات



استاذ / طارق علي